

**ACCIONES DE ENSEÑANZA ASOCIADAS A LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA PROMOVER LA
COMPRENSIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL**

Diana Carolina Galeano Vera

María Claudia Hoyos Anzola

Universidad de La Sabana

Maestría en Pedagogía

Chía

2018

**ACCIONES DE ENSEÑANZA ASOCIADAS A LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA PROMOVER LA
COMPRENSIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL**

Diana Carolina Galeano Vera

María Claudia Hoyos Anzola

**Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de
Magister en Pedagogía**

Asesor

Alejandro Angulo Escamilla

Universidad de La Sabana

Maestría en Pedagogía

Chía

2018

Agradecimientos

Las autoras expresan agradecimientos a:

Directivos y docentes de la Universidad de La Sabana, por su aporte académico en la formación profesional y humana de las docentes investigadoras.

Directivos de las dos instituciones privadas de Bogotá en las que se realizó el estudio de investigación, por su contribución, apoyo y colaboración en el proceso formativo y práctico.

Niños y niñas de las dos instituciones privadas de Bogotá en las que se realizó la investigación, por su disposición, alegría, inocencia y contribución en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Alejandro Angulo Escamilla, asesor de tesis, por su gran conocimiento tanto en el área de las matemáticas como en pedagogía, sus aportes y recomendaciones constantes para llevar a cabo esta investigación.

Familiares, amigos y colegas, por su comprensión, motivación y apoyo en el avance positivo y culminación exitosa del presente documento.

Contenido

	Pág.
Introducción	12
CAPÍTULO I	15
1. Planteamiento del Problema	15
1.1 Antecedentes del Problema de Investigación	15
1.2 Justificación	30
1.3 Pregunta de Investigación	35
1.4 Objetivos	35
1.4.1 Objetivo General	35
1.4.2 Objetivos Específicos	35
CAPÍTULO II	37
2. Marco Teórico	37
2.1 Antecedentes Investigativos	37
2.2 Referentes Teóricos	50
2.3 Desarrollo del Pensamiento Matemático en Edad Infantil	50
2.4 Enseñanza para la Comprensión (EpC)	57
2.5 Enseñanza para la Comprensión de las Matemáticas a través de la Resolución de Problemas	60
2.5.1 Problemas Verbales de Estructura Aditiva	63
2.5.2 Clasificación de los PVEA	65
2.6 Estrategias para resolver problemas en edad infantil	71
CAPÍTULO III	79
3. Metodología	79
3.1 Enfoque	79
3.2 Alcance	80
3.3 Diseño	81

3.3.1 Plan de acción	83
3.4 Población	85
3.4.1 Contexto Institucional	85
3.5 Categorías	89
3.5.1 Categoría I: dominio del conocimiento o recursos	90
3.5.2. Categoría II: estrategias cognitivas o métodos heurísticos	91
3.5.3. Categoría III: estrategias meta-cognitivas	91
3.5.4. Categoría IV: sistemas de creencias	92
3.6. Instrumentos para la recolección de la información	93
3.6.1 Observación	93
CAPÍTULO IV	99
4. Análisis de resultados	99
4.1 Primer ciclo	99
4.2 Segundo ciclo	103
4.2.1 Resultados en la Institución No. 1	106
4.2.2 Resultados en la Institución No. 2	112
4.3 Tercer ciclo	116
4.3.1 Institución No. 1. Resumen de resultados de la investigación	126
4.3.2 Institución No. 2. Resumen de resultados de la investigación	163
4.3.3 Reflexión conjunta de las docentes investigadoras	182
CAPÍTULO V	185
5. Conclusiones	185
5.1 Recomendaciones y prospectiva del estudio	191
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	194
ANEXOS	204

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1: Resultados de tercer grado en el área de matemáticas. Competencias. Institución No. 1.	20
Figura 2: Resultados de tercer grado en el área de matemáticas. Competencias. Institución No.2.	21
Figura 3: Fotografía de la primera instrucción en el instrumento tipo test “Marca con una X la emoción o sentimiento que te genera la clase de matemáticas”	23
Figura 4 y 5: Fotografías de respuestas a la pregunta “si tuvieras que mostrarle a alguien cómo son las matemáticas, ¿qué le dibujarías?”	25
Figura 6: Fotografía de respuesta a la instrucción “dibújate en una clase de matemáticas”	25
Figura 7: Gráfica pregunta No. 2 del instrumento aplicado a los estudiantes de la Institución No. 1 en el grado kínder.	26
Figura 8: Gráfica pregunta No. 4 del instrumento aplicado a los estudiantes de la Institución No. 2 en el grado primero.	27
Figura 9: Ciclos de la investigación	83
Figura 10: Categorías de análisis	89
Figura 11: Resultados de frecuencia de acciones de enseñanza. Institución No. 1	143
Figura 12, 13 y 14: Imágenes Unidad Didáctica. Que usaban los estudiantes para clasificar, categorizar y obtener el precio de los productos. Institución No. 1.	161
Figura 15: Resultados de frecuencia de acciones de enseñanza. Institución No. 2	174
Figura 16 y 17: Fotografías de respuestas a las preguntas “si tuvieras que mostrarle a alguien cómo son las matemáticas, ¿qué le dibujarías? y “dibújate en una clase de matemáticas”	176
Figura 18, 19 y 20: Fotografías tomadas durante el desarrollo de la Unidad Didáctica. Institución No. 2.	176

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1: Verbos asociados a la adición	65
Tabla 2: Verbos asociados a la sustracción	65
Tabla 3: PVEA de cambio	66
Tabla 4: PVEA de combinación	67
Tabla 5: PVEA de comparación	68
Tabla 6: PVEA de igualación	70
Tabla 7: Resumen del Análisis realizado a los Episodios 1, 2, 3. Institución No.1	110
Tabla 8: Resumen del análisis realizado a los Episodios 01, 02, 03. Institución No.2	115
Tabla 9: Extracto de la Transcripción del Episodio 17. Institución No.1	124
Tabla 10: Extracto de la Transcripción del episodio 07. Institución No.2	125
Tabla 11: Análisis episodio 5, 15 y 16. Fase exploratoria. Institución No.1	130
Tabla 12: Acciones de enseñanza (episodio 5, 15 y 16). Fase exploratoria. Institución No.1	131
Tabla 13: Análisis episodio 10, 17 y 18. Fase de investigación guiada. Institución No.1	136
Tabla 14: Acciones de enseñanza (episodio 10, 17 y 18). Fase de investigación guiada. Institución No.1	137
Tabla 15: Análisis episodio 20. Fase de síntesis. Institución No.1	140
Tabla 16: Acciones de enseñanza (episodio 20). Fase de síntesis. Institución No.1	141
Tabla 17: Lista de chequeo, resumen de episodios analizados. Institución No.1	143
Tabla 18: Acciones de enseñanza, resumen de episodios analizados. Institución No.1	144
Tabla 19: Rúbrica para evaluar manifestaciones de comprensión en el desarrollo de la Unidad Didáctica. Institución No. 1.	147
Tabla 20: Transcripción episodio 15 (líneas 40-43). Institución No.1	151
Tabla 21: Transcripción episodio 18 (líneas 145-149). Institución No.1	151
Tabla 22: Transcripción episodio 18 (líneas 28-31). Institución No.1	152
Tabla 23: Transcripción episodio 16 (líneas 129-134). Institución No.1	153
Tabla 24: Transcripción episodio 18 (líneas 51-55). Institución No.1	153

Tabla 25: Transcripción episodio 15 (líneas 134-139). Institución No.1	154
Tabla 26: Transcripción episodio 15 (líneas 108-118). Institución No.1	155
Tabla 27: Transcripción episodio 15 (líneas 127-139). Institución No.1	158
Tabla 28: Resumen Análisis episodios 01, 02 y 03. Fase de exploración. Institución No.2	165
Tabla 29: Acciones de enseñanza (episodios 01, 02 y 03). Fase de exploración. Institución No.2	166
Tabla 30: Resumen Análisis episodios 04, 05 y 06. Fase de investigación guiada. Institución No.2	168
Tabla 31: Acciones de enseñanza (episodios 04, 05 y 06). Fase de investigación guiada. Institución No.2	169
Tabla 32: Análisis episodios 07. Fase de síntesis. Institución No.2	171
Tabla 33: Acciones de enseñanza (episodios 07). Fase de síntesis. Institución No.2	172
Tabla 34: Resumen Lista de chequeo, resumen de episodios analizados. Institución No.2	173
Tabla 35: Acciones de enseñanza, resumen de episodios analizados. Institución No.2	175
Tabla 36: Rúbrica para evaluar manifestaciones de comprensión en el desarrollo de la Unidad Didáctica. Institución No.2	179
Tabla 37: Ejemplo de transcripción de episodio 05, Fase de Investigación Guiada. Institución No.2	180
Tabla 38: Ejemplo de transcripción de episodio 07, Fase de Síntesis. Institución No.2	181
Tabla 39: Acciones de enseñanza. Institución No.1 y No.2	183

Lista de Anexos

	Pág.
Anexo 1. Diario de campo Institución No. 1	204
Anexo 2. Instrumento tipo test	208
Anexo 3. Estructura de diario de campo	212
Anexo 4. Diario de campo Institución No. 2	213
Anexo 5. Instrumento de transcripción	214
Anexo 6. Instrumento Análisis de Episodios versión 1	215
Anexo 7. Instrumento Análisis de Episodios versión 2	216
Anexo 8. Instrumento Lista de Chequeo	217
Anexo 9. Unidad Didáctica Institución No. 1	218
Anexo 10. Unidad Didáctica Instrumento No. 2	227
Anexo 11. Transcripciones y Análisis de episodios Institución No. 1	232
Anexo 12. Transcripciones y Análisis de episodios Institución No. 2	265
Anexo 13. Reflexión de la práctica pedagógica. Institución No.1	284
Anexo 14. Reflexión de la práctica pedagógica. Institución No.2	289
Anexo 15. Consentimiento informado	293

Resumen

La presente investigación surge de la necesidad de perfeccionar el quehacer educativo de las docentes investigadoras, el cual impacta los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el grado kínder de preescolar y en el grado primero de primaria, en dos instituciones educativas privadas de Bogotá.

Inicialmente, se indagó en el contexto y se identificó la problemática, la cual mostró que la enseñanza de las matemáticas consistía en la transmisión de una colección fragmentada y descontextualizada de conocimientos, y se evidenció que hacía falta promover el análisis, la argumentación y el pensamiento crítico, flexible y reflexivo.

El estudio se fundamentó teóricamente en el modelo de Enseñanza para la Comprensión (EpC) de Perkins (1997) y modelos para el análisis de la resolución de problemas matemáticos Santos Trigo (2007) y Schoenfeld (1992:2016). Como ruta metodológica, se tuvo en cuenta un enfoque cualitativo, un alcance descriptivo-interventivo y un diseño de investigación-acción.

A partir de este marco se diseñó e implementó una estrategia didáctica centrada a la resolución de problemas; una reflexión sobre su gestión en el aula por parte de las docentes investigadoras, permitió identificar y describir acciones de enseñanza asociadas a la resolución de problemas, tales como: preguntas para identificar los conocimientos previos, exploración de procedimientos, preguntas que invitan al análisis y reflexión, monitoreo del procedimiento y estrategias usadas, reconocimiento de métodos, procedimientos y recursos, preguntas abiertas que invitan a la reflexión y meta-cognición, expresiones verbales y gestuales de motivación, alago y felicitación, entre otras; que generaron cambios en la práctica pedagógica y promovieron la comprensión.

Palabras Clave: Estrategia Didáctica, Resolución de Problemas, Enseñanza para la Comprensión, Investigación-Acción, Educación Matemática Infantil.

Abstract

The purpose of this research appears as a need of the teachers to improve their teaching practices, which impact mathematics teaching and learning processes of children in kinder and first grade from two private schools in Bogotá.

Firstly, the teachers inquired about the context to identify the problem, and they found that teaching mathematics usually consists of a mechanical transmission of knowledges that was not often related with real life experiences. They noticed that there was a need to promote analyses, argumentation, critical and flexible thinking.

The theoretical foundation that supported the research was based within the framework of Teaching for Understanding (EpC) Perkins (1997) and models to evaluate the solution of mathematics problem solving: Santos Trigo (2007) and Schoenfeld (1992:2016). As a methodological rute, the teachers followed a qualitative research method, a descriptive-interventive scope and an action-research design.

From this framework, a didactic strategy focused on mathematics problem solving was designed and implemented; a reflection about its implementation was done by the reserachers, which allowed them to identify and describe teaching actions related to mathematics problem solving such as: questions to identify prior knowledge, procedures explorations, questions that promoted analysis and reflections; procedures to guide students through meta-cognition processes; practices to check processes and strategies followed by students; methods and resources recognition; verbal motivational expressions and gestures to denote approbation among others, which caused changes in teaching practices and developed comprehension in students.

Key Words: Didactic Strategy, Problem Solving, Teaching for Understanding, Action Research, Mathematic Childhood Education.

Introducción

El presente estudio buscó perfeccionar el quehacer pedagógico para impactar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los grados de kínder de preescolar y primero de primaria en dos instituciones educativas privadas de Bogotá; en razón a que las autoras, al no ser licenciadas en la disciplina, al abordar el desarrollo del pensamiento matemático buscaron mejorar sus acciones de enseñanza y de esta manera impactar en las manifestaciones de comprensión de los estudiantes.

En el primer capítulo se presentan resultados de acciones tendientes a la caracterización y delimitación de la problemática. Se utilizaron diferentes recursos para identificar las falencias, y se encontró, a través de la observación de clases, diarios de campo, documentos institucionales, resultados pruebas saber e instrumento de medición de las percepciones, creencias y emociones de los estudiantes frente a la disciplina, que la enseñanza de las matemáticas con frecuencia consistía en la transmisión de una colección fragmentada de conocimientos.

La reflexión del equipo investigador sobre estos hallazgos permitió establecer que las prácticas de enseñanza de las profesoras no contribuían a desarrollar contenidos significativos, y ello hacía que los estudiantes perdieran la posibilidad de desarrollar una concepción práctica de las matemáticas; también se observaron dificultades en los procesos que usaban los niños al resolver problemas aplicando conceptos y/o habilidades numéricas, y fue evidente que desde las acciones de enseñanza hacía falta promover el análisis, la argumentación, y el pensamiento crítico, flexible y reflexivo.

Al identificar la problemática y buscar estrategias de enseñanza para mejorar el quehacer docente y que los estudiantes mejoraran los niveles de comprensión de las matemáticas, se formuló la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué cambios en la práctica pedagógica se generan durante la planificación, implementación y evaluación de

una estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas como medio para promover la comprensión de las matemáticas en educación infantil?, a partir de la cual se orientó la investigación.

En el segundo capítulo se presentan los antecedentes investigativos del estudio, en relación con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas; y los elementos teóricos producto de un análisis de variadas fuentes teóricas, que fundamentan la visión que subyace a este trabajo sobre el desarrollo del pensamiento matemático en edad infantil; así como las ideas centrales del modelo de Enseñanza para la Comprensión (EpC), asumido como base para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

El tercer capítulo hace referencia a la metodología asumida para dar respuesta a la pregunta de investigación. Se caracterizan el enfoque, alcance y diseño del estudio, así como las categorías de análisis, bajo las cuales se pretendió observar en detalle las manifestaciones de comprensión de los estudiantes y las acciones de enseñanza de las docentes investigadoras; para la recolección de la información se utilizaron fuentes, instrumentos y métodos de recolección y análisis, siguiendo tres ciclos como plan de acción y de reflexión.

Teniendo en cuenta el contexto de cada institución, se buscó diseñar e implementar una Unidad bajo el modelo de la Enseñanza para la Comprensión (EpC), cuyo eje fue la resolución de Problemas Verbales de Estructura Aditiva (PVEA). Dichos planes se diseñaron como una estrategia didáctica para estimular la comprensión, problematizar las situaciones, buscar diversas estrategias para resolver, comunicar el proceso y los resultados, haciendo uso de los conocimientos en diferentes contextos y oportunidades.

En el cuarto capítulo se exponen los resultados y el análisis hecho en el curso de la investigación a partir de las categorías frente a las acciones de enseñanza y las manifestaciones de comprensión. En este apartado, se incluyen reflexiones pedagógicas que

surgen durante el proceso de investigación-acción, que permitieron reconocer cambios significativos en la enseñanza y el aprendizaje.

En el quinto capítulo, se exponen conclusiones que dan cuenta del contraste entre los resultados y los objetivos de investigación, y se presentan aportes y recomendaciones para la construcción del conocimiento pedagógico.

Finalmente, en el sexto capítulo se incluyen las referencias bibliográficas y el séptimo capítulo da cuenta de los anexos, entre los que se destacan las transcripciones y análisis de episodios, como fuente e instrumento que posibilita dotar de cierta objetividad a la reflexión de la propia práctica pedagógica.

CAPÍTULO I

1. Planteamiento del Problema

En dos instituciones educativas privadas de Bogotá los estudiantes de kínder de preescolar y primero de primaria presentaban dificultades para aplicar las matemáticas en un contexto real, y sus actitudes, emociones o percepciones no demostraban gusto por el desarrollo del pensamiento matemático, debidas posiblemente a que los procesos de enseñanza y aprendizaje se enfocaban en la transmisión de contenidos, que con frecuencia aparecían desconectados o descontextualizados, y que posteriormente se ejercitaban con problemas o ejercicios rutinarios.

1.1 Antecedentes del Problema de Investigación

El problema surgió desde la observación y la reflexión de las propias clases de las investigadoras sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil, en relación con la necesidad de abordar en las aulas diferentes conceptos, procedimientos o habilidades propios de las matemáticas, sin ser licenciadas en la disciplina, pero con la iniciativa y el deseo de realizar la labor de la mejor manera posible para crear bases fuertes que permitan a los estudiantes ampliar su comprensión de las matemáticas y favorecer el desarrollo del pensamiento matemático.

Al iniciar la investigación, fue necesario hacer diferentes acercamientos a los estudiantes, docentes y clases para observar y delimitar la problemática de este estudio. Como primera medida, se realizó observación a la propia práctica pedagógica para reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; en segunda medida, se hizo una búsqueda de los documentos institucionales para contrastar la postura “oficial” de las dos instituciones educativas, con las prácticas de enseñanza de la disciplina en relación con la resolución de problemas; como tercera medida, se implementó un instrumento para explorar percepciones y emociones de los estudiantes frente a la

asignatura; finalmente, se realizó un análisis a los resultados en las Pruebas Saber del año 2015 (debido a que fueron los más recientes en esa etapa del estudio) para identificar potenciales debilidades en las competencias matemáticas. A todo lo anterior se sumaron evidencias sobre dificultades de los estudiantes para poner en práctica sus conocimientos en la solución de situaciones problema contextualizadas.

En la reflexión de nuestras prácticas a través de los diarios de campo, se observó que la enseñanza de las matemáticas con frecuencia consistía en la transmisión de una colección fragmentada de conocimientos, que por el afán y la premura del tiempo no lograban potenciarse como parte de una asignatura en la que los contenidos no eran pertinentes para construir un aprendizaje significativo. Ello hacía que se perdiera la posibilidad de desarrollar una concepción práctica de las matemáticas favorable a su estudio y comprensión. De igual manera, se percibió que el aprendizaje se limitaba a una serie de reglas y normas que se tenían que memorizar y que, para la edad infantil, se remontaban rápidamente al nivel abstracto, dejando de lado el juego y el uso de material concreto, con lo cual se daba prioridad en la mayoría del tiempo a libros, guías o cuadernos de actividades.

Al describir y analizar las propias prácticas pedagógicas, a través de información recopilada en los diarios de campo realizados en las clases de matemáticas en los dos colegios, se detectó que el proceso de enseñanza y aprendizaje en preescolar y primero de primaria se desarrollaba de manera mecánica, es decir, memorísticamente, ello hacía que se les dificultara establecer relaciones o conexiones entre lo aprendido y su realidad, y que posiblemente por ello no lograran aplicar el conocimiento en otros contextos.

Para evidenciar lo anteriormente expuesto, se hace mención de un episodio realizado en un diario de campo de la Institución No. 1 para el grado kínder:

Notas Descriptivas: “La clase observada está relacionada con la introducción del tema de la resta en el nivel de kínder. El inicio de la clase comienza con un saludo, se recuerdan las reglas, se

hace un canto y una marcha. Se cuenta una historia del “Señor Menos”. Los niños hacen diferentes preguntas sobre lo que hace y significa el “Señor Menos” y también quieren explicar a su profesora y otros compañeros lo que conocen del “Señor Menos”. La profesora explica el significado de la sustracción haciendo uso de bolitas y a través de una historia, luego se proponen unas restas que se escriben en el tablero para que los estudiantes las hagan de manera independiente haciendo uso de sus colores. Posteriormente se llama a 5 estudiantes para que den sus respuestas frente al público. Para terminar, se remite a los estudiantes al libro de Matemáticas para realizar un ejercicio de resta. La profesora verifica el adecuado entendimiento pasando por cada una de los puestos para calificar el ejercicio del libro” (ver anexo 1. Diario de campo Institución No.1).

Al hacer una interpretación de lo observado en la clase, no se evidenció que la enseñanza del objeto matemático se orientara por medio de una situación problema, por el contrario, se observó la transmisión del concepto de manera aislada para luego practicarlo con ejercicios rutinarios realizados en el libro. No obstante, se observó que hay participación de los estudiantes, pero la rutina de la clase está dada hacia una transmisión de conceptos, en la cual el estudiante no hizo uso de su pensamiento crítico; esto parece ser una práctica arraigada y los conocimientos se transmitieron a partir de las explicaciones que daba las profesoras, por lo cual, los estudiantes se limitaron a seguir unas instrucciones y juegan un papel pasivo en la comprensión de los conceptos.

A pesar de que se percibió el uso de juegos en las clases, estos consistían en resolver operaciones de suma y resta que nada tenían que ver con un contexto real y motivante para los estudiantes y no permitían que el estudiante pudiera poner en práctica procesos de pensamiento significativo, ya que no retaban suficientemente a los estudiantes a través de desafíos o situaciones en las que tuvieran que poner a prueba sus habilidades y competencias. Al respecto, Edo (2008) citado en Espona (2014) sostiene que el aprendizaje matemático no se trata de transmitir conocimientos, sino de crear diferentes situaciones que permitan a los estudiantes observar, experimentar, reflexionar, pensar, razonar, etc., y así lograr buenos aprendizajes. “Sabemos que las matemáticas no se aprenden rellenando fichas que pretenden enseñar a discriminar conceptos abstractos: ‘Pinta el cuadrado de rojo’. [...] Los contenidos matemáticos se interiorizan mediante su uso en situaciones

funcionales”. (p. 64). Así, el autor afirma que es necesario contextualizar las matemáticas en situaciones cotidianas donde los estudiantes descubran la funcionalidad de sus conocimientos.

Afirmaciones como la anterior nos hicieron reflexionar sobre nuestras acciones, y nos han permitido reconocer que las clases y las prácticas pedagógicas no están siendo enfocadas hacia la comprensión de los conceptos, en las que los conocimientos se puedan aplicar de manera flexible desarrollando procesos de pensamiento complejos. Por tal motivo, con esta investigación, buscamos mejorar nuestro propio proceso de enseñanza para que los niños mejoren su proceso de aprendizaje, a través del diseño e implementación de estrategias que involucren la resolución de problemas para favorecer la comprensión de las matemáticas.

Por otro lado, el estudio de los currículos de las dos instituciones educativas a través de los documentos oficiales (Plan de Estudios y Plan General del Área), permitió observar que en ambos colegios se reconoce la importancia de privilegiar la enseñanza de las matemáticas a través de la estimulación de procesos que impliquen la resolución de problemas. Es así como en las dos instituciones se expone:

Institución No. 1:

Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ellas. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación (F-PAC-002-V4).

Institución No. 2:

Formar un estudiante integral, que, a través del fortalecimiento de sus habilidades, sea capaz de adquirir e implementar los conocimientos matemáticos, orientado a la resolución de problemas en diferentes contextos, que genere en él, habilidades sociales, alto sentido de alteridad, toma de decisiones y competitividad con principios y valores cristianos, para interactuar positivamente en la comunidad y en el mundo globalizado en el que se desenvuelve (RG-020-V9).

Esto es lo que manifiestan los documentos institucionales, pero, aunque parece relevante propiciar una metodología y un ambiente de aprendizaje que promueva la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas, al interior de las aulas en las prácticas pedagógicas se observa la enseñanza de objetos matemáticos aislados para luego practicar lo aprendido en ejercicios, lo cual hace que el aprendizaje permanezca alejado de los contextos que podrían favorecer la conexión con la realidad.

Para seguir explorando la problemática encontrada, se realizó un análisis de los resultados de la Prueba Saber del año 2015 debido a que fue la más reciente en el momento del estudio. Con estas pruebas, el Estado busca observar y mejorar la calidad de la educación en Colombia teniendo en cuenta los Estándares Básicos de Competencias como parámetros o metas que determinan las competencias que deben tener los estudiantes, es decir, lo que deben saber y saber hacer, al demostrar sus conocimientos, habilidades y destrezas para comprender, transformar y poner en práctica en el entorno en el que se desenvuelven. Las Pruebas Saber se aplican en los grados tercero, quinto, noveno y undécimo, ya que son momentos importantes para evaluar las bases y procesos que edifican la comprensión de las matemáticas.

En las Pruebas Saber en relación con los Estándares nacionales del área según el MEN (2006), se reconoce que las matemáticas constituyen más que un sistema teórico, ya que

son una herramienta práctica para enfrentar y comprender situaciones que se presentan en la cotidianidad. Por ello, es menester que el proceso de enseñanza y aprendizaje genere destrezas para el entendimiento de los conceptos a través de la resolución de problemas, y estimule la comunicación por medio del lenguaje matemático.

Según el Ministerio de Educación Nacional, en las Pruebas Saber se evalúan los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes, la comprensión, el dominio y la contextualización de los conceptos construidos en las asignaturas de matemáticas y lenguaje. Puntualmente en la Prueba Saber en el área de matemáticas se ponen a prueba los procesos matemáticos relacionados con la resolución de problemas, comprensión y aplicación de conceptos.

Se consideraron los resultados del área de matemáticas en tercer grado, dado que es el rango de edad que más se acerca a la población objeto de estudio y es la primera prueba oficial que toman los estudiantes en su escolaridad. Los niños de tercer grado obtuvieron los siguientes resultados en el área de matemáticas de los dos Colegios:

En la Institución No. 1 se observa que las competencias evaluadas se relacionan con el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas.

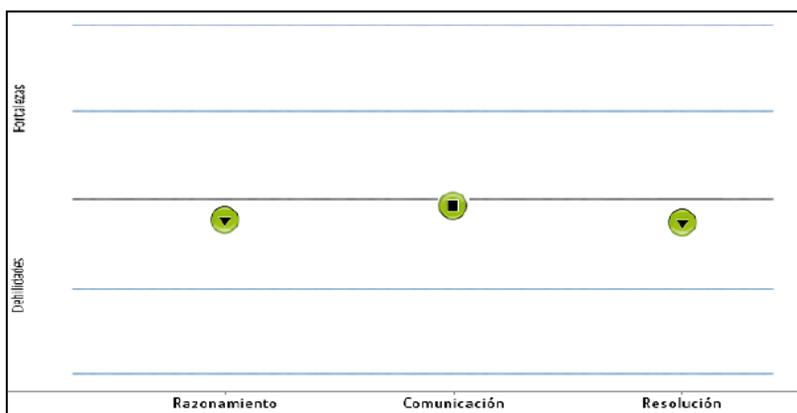


Figura 1: Resultados de tercer grado en el área de matemáticas. Competencias. Institución No. 1.
Tomado de: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>

Al hacer la comparación con los establecimientos educativos que presentan puntajes promedio similares, los niños de tercero en el área de matemáticas son débiles en razonamiento y argumentación, son similares en comunicación, representación, modelación y son débiles en el planteamiento y resolución de problemas.

En la Institución No. 2, al hacer comparación con los establecimientos educativos que presentan puntajes promedio similares, los niños de tercero en el área de matemáticas son débiles en razonamiento y argumentación y son similares en comunicación, representación, modelación, planteamiento y resolución de problemas.

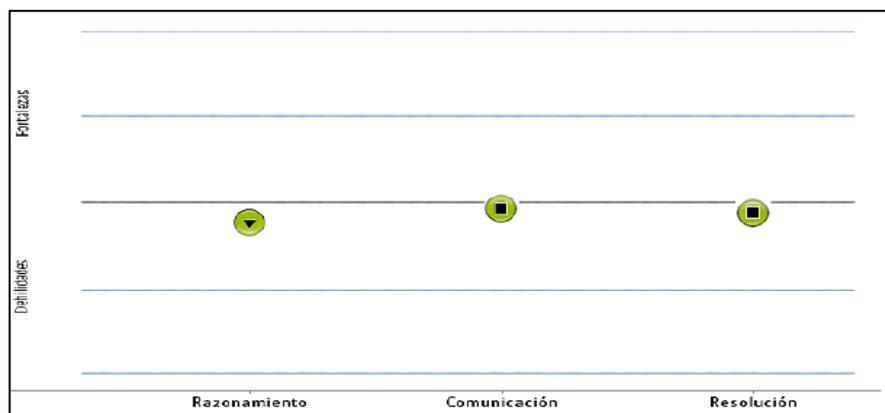


Figura 2: Resultados de tercer grado en el área de matemáticas. Competencias. Institución No.2.
Tomado de: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>

De acuerdo con lo anterior, y tomando como punto de partida los resultados de esta Prueba Saber 2015 del grado tercero, en las clases de matemáticas de los dos Colegios, una vez más desde preescolar se percibió la necesidad de implementar estrategias de mejora al realizar actividades donde los niños adquieran y desarrollen habilidades que apoyen y promuevan la comprensión, fortaleciendo las competencias de razonamiento, argumentación, planteamiento y resolución de problemas, ya que son las dificultades en las instituciones según los resultados consultados. Esto implicaría una transformación en nuestras prácticas pedagógicas, en las cuales, a través de la resolución de problemas se fomente la comprensión de las matemáticas y así desde pequeños adquirir herramientas eficaces para enfrentarse a este tipo de pruebas estatales.

Adicionalmente, se notó la necesidad de indagar no solamente las prácticas de los docentes y el estudio de los documentos y exámenes institucionales, sino, además la importancia de explorar las percepciones y emociones de los estudiantes respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que a través de las clases del énfasis en matemáticas en el curso de la maestría, se realizaron algunas reflexiones de las prácticas de enseñanza (ver anexos 13 y 14) y éstas llevaron a identificar la necesidad de indagar sobre las actitudes que tenían los niños frente a la disciplina, pues se percibía que faltaba motivación en las clases. Todo lo anterior, en busca de que los estudiantes se convirtieran en los protagonistas de su propio aprendizaje, comunicaran y expresaran su sentir para poder generar cambios significativos en la práctica pedagógica.

Para ello, se diseñó un instrumento bajo el Escalamiento Likert, el cual es definido por Hernández, Fernández y Baptista (2010) como:

Conjunto de ítems que se presentan en forma de afirmaciones para medir la reacción del sujeto en tres, cinco o siete categorías. A cada punto se le asigna un valor numérico. Así, el participante obtiene una puntuación respecto de la afirmación y al final su puntuación total, sumando las puntuaciones obtenidas en relación con todas las afirmaciones (p.245).

El instrumento se diseñó teniendo en cuenta las edades de la población en estudio. Las preguntas realizadas buscaban llamar la atención a través de imágenes que contenían diferentes expresiones faciales, para que los niños se identificaran y pudieran encontrar respuestas relacionadas con sus creencias y sentimientos. Así mismo, los niños se expresaron a través de dibujos y comentarios orales y escritos, los cuales fueron registrados por las investigadoras.

El instrumento buscaba recoger información enfocada hacia las emociones que genera la clase de matemáticas, las percepciones sobre las habilidades propias, las creencias y

concepciones en relación con la importancia de estudiar matemáticas, la forma en que se aprende y las dificultades ocasionadas en el proceso de construcción de conocimiento matemático.

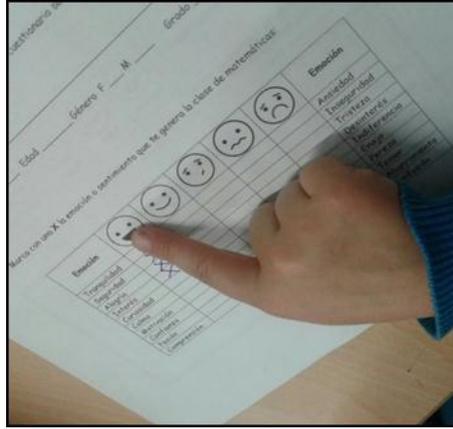


Figura 3: Fotografía de la primera instrucción en el instrumento tipo test “Marca con una X la emoción o sentimiento que te genera la clase de matemáticas”

En el ámbito de lo emocional, autores como Stephanou (2011) valoran aspectos más allá de lo cognitivo, y mencionan que es indispensable tener en cuenta la dimensión afectiva de los niños, ya que si el aprendizaje se desarrolla en un ambiente cercano y motivador, pueden generar gusto y atracción por la asignatura, sus sentimientos y emociones los ayudarán a lograr aceptación, confianza y seguridad para favorecer la comprensión. Por el contrario, si estos elementos anteriormente mencionados son negativos, tienen un efecto debilitador para los estudiantes ya que crean ansiedad y frustración.

Hace algunos años atrás la relación que existía entre el desarrollo cognitivo de los estudiantes y su esfera emocional no era problematizada y no se concebía la probada interdependencia existente. Hoy en día se reconocen muchos estudios que se han enfocado en encontrar el vínculo existente entre aspectos afectivos y los procesos cognitivos, meta-cognitivos y motivacionales. Se ha detectado que más que las reacciones emocionales que tienen los estudiantes a lo largo de su vida escolar, son las percepciones que ellos generan sobre estas reacciones las que pueden en determinados momentos impactar sus procesos de aprendizaje, tales como: calidad de pensamiento, estrategias de aprendizaje, resolución de problemas, curiosidad, disfrute y motivación (Stephanou, 2011).

Al rastrear las respuestas, se pudo evidenciar que, en términos generales, los niños y las niñas de ambas instituciones educativas relacionaban las matemáticas principalmente con números, adiciones y sustracciones; manifestaban que las matemáticas algunas veces son difíciles y se sentían inseguros porque creían que no iban a encontrar la respuesta; preferían que las clases de matemáticas se desarrollaran en silencio y de manera individual y conectaban la importancia de las matemáticas para la vida con el rol de ser padres o profesores.

Se encontró que enlazaban las matemáticas con el proceso de pensamiento; algunos contextualizaban el aprendizaje matemático con situaciones cotidianas; pocos vinculaban las matemáticas con la resolución de problemas, por el contrario lo relacionaban con ejercicios de rutina y solución de sumas y restas; referían que son buenos en matemáticas cuando han estudiado y practicado, lo que se podría llamar un proceso de mecanización de reglas y normas; por último, no confiaban en sus pre-saberes y eso les causa cierto temor hacia las matemáticas (ver anexo 2. Instrumento tipo test). Estas percepciones permitieron entender que las posibles causas podrían estar relacionadas con el contexto familiar y cultural y en cierta medida principalmente por las acciones de enseñanza de los docentes que influenciaron en su proceso de aprendizaje desde el inicio de la escolaridad.

A continuación se adjunta un registro fotográfico, en cuyas imágenes se muestran las respuestas gráficas de tres niños frente a las preguntas *¿cómo son las matemáticas?* y *¿cómo es la clase de matemáticas?*, de esta forma se interpretó que los estudiantes conciben las matemáticas básicamente relacionadas con los números y las operaciones aritméticas, y relacionan las clases de matemáticas con actuaciones en las que el docente está al frente transmitiendo conocimiento y los niños se encuentran sentados de forma pasiva adquiriendo conceptos, escribiendo y completando ejercicios (Ver Figura 6).

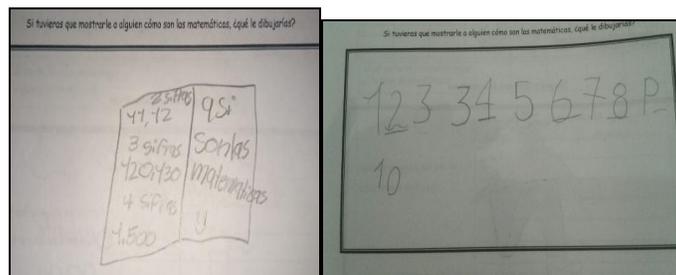


Figura 4 y 5: Fotografías de respuestas a la pregunta “si tuvieras que mostrarle a alguien cómo son las matemáticas, ¿qué le dibujarías?”

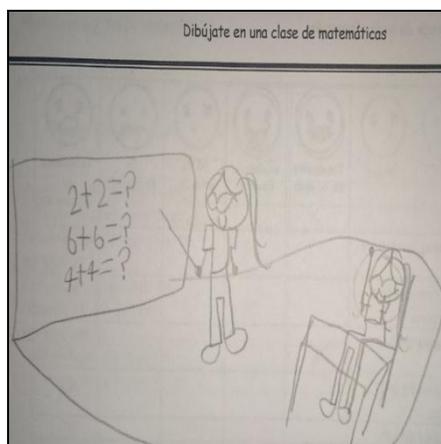


Figura 6: Fotografía de respuesta a la instrucción “dibújate en una clase de matemáticas”

Al relacionar lo anteriormente mencionado con otros estudios, se encontró que en Medellín, Colombia, según Parra y Zapata (2015) los estudiantes de quinto de primaria del Colegio San Juan Eudes, manifestaban que en el desarrollo de actividades como organizar datos o realizar razonamiento lógico, aún no estaban aprendiendo matemáticas porque no estaban haciendo operaciones numéricas, lo cual confirma la percepción errada que tienen los estudiantes sobre la disciplina.

Las siguientes gráficas presentan los resultados obtenidos sobre dos preguntas del instrumento.

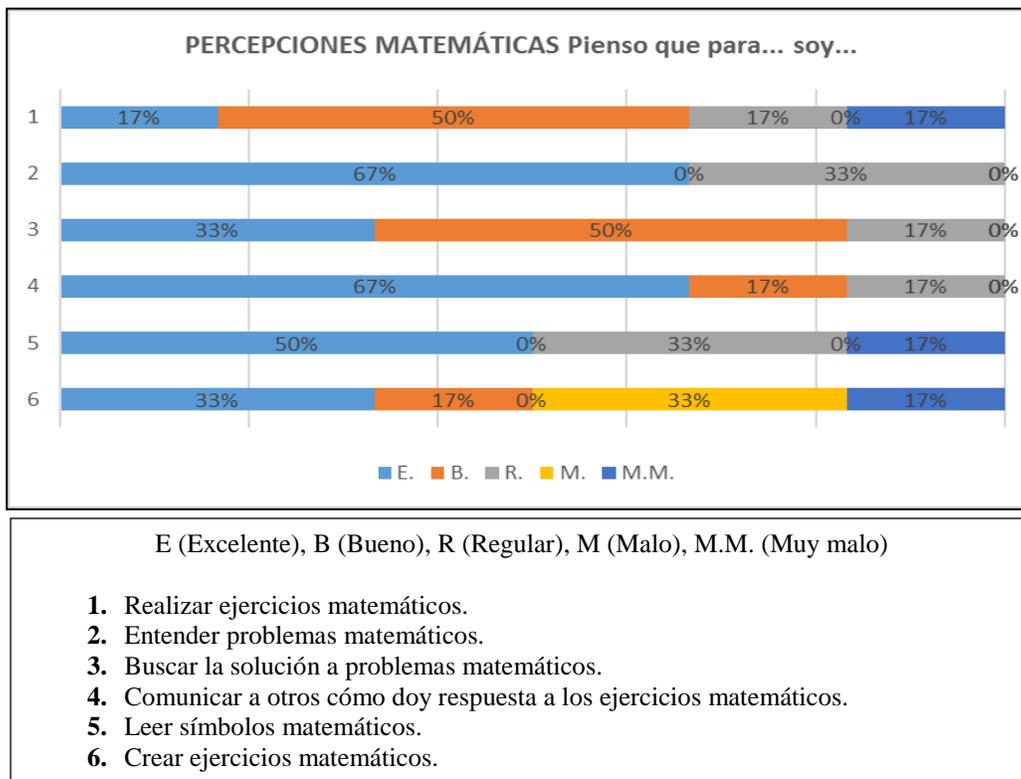
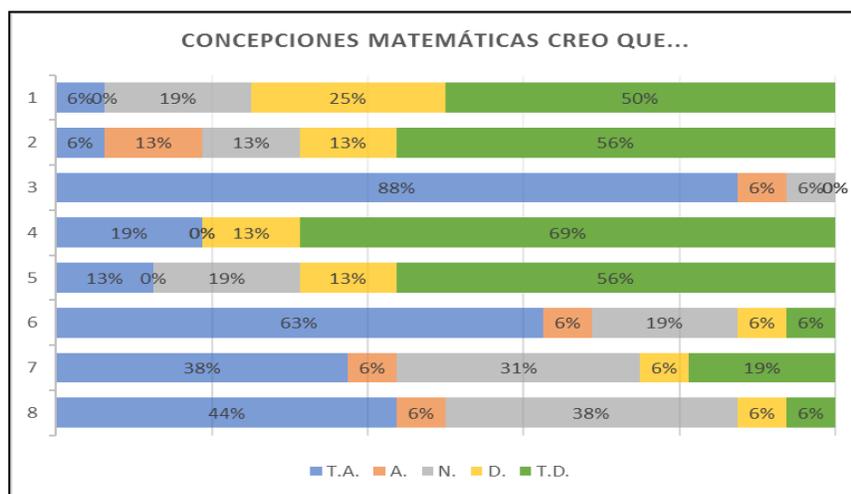


Figura 7: Gráfica pregunta No. 2 del instrumento aplicado a los estudiantes de la Institución No. 1 en el grado kínder.

En la gráfica se observan los porcentajes de las respuestas obtenidas al aplicar el instrumento a seis estudiantes en la Institución No.1 con niños de kínder en la pregunta #2 “*pienso que para... soy...*”. Con la gráfica se puede evidenciar que el 50% de los niños piensan que para realizar ejercicios matemáticos son “buenos” y el 17% son “muy malos”, el 67% piensan que para entender problemas matemáticos son “excelentes” y el 33% son “regulares”, el 50% piensan que para buscar la solución a problemas matemáticos son “buenos” y el 17% son “regulares”, el 67% piensan que para comunicar a otros cómo dan respuesta a los ejercicios matemáticos son “excelentes” y el 17% son “regulares”, el 50% piensan que para leer símbolos matemáticos son “excelentes” y el 17% son “muy malos”, el 33% piensan que para crear ejercicios matemáticos son “malos” y el 17% son “muy malos”.

Lo anterior es evidencia de que los estudiantes encuestados tienen una buena percepción frente a sus desempeños matemáticos, pero identifican que se les dificulta solucionar situaciones donde pongan a prueba los conocimientos; esto manifiesta la falta de conexión que hay entre las situaciones que se utilizan para enseñar las matemáticas y la cotidianidad, lo cual evidencia la necesidad de generar un cambio en las acciones de enseñanza frente a la contextualización de los contenidos matemáticos a través de estrategias didácticas asociadas a la resolución de problemas como medio para favorecer la comprensión.



T.A (Totalmente de acuerdo), A. (de acuerdo), N. (Ni de acuerdo, ni en desacuerdo), D. (Desacuerdo), T.D. (Totalmente en desacuerdo).

1. En matemáticas sólo se aprenden los números.
2. Aprender matemáticas no aporta a mi formación como persona.
3. Las matemáticas son importantes para la vida.
4. Aprender matemáticas no es útil para cuando sea grande.
5. Aprender matemáticas es difícil.
6. Todas las personas deben saber matemáticas.
7. Los matemáticos son genios.
8. Todos los trabajos (profesiones) necesitan matemáticas.

Figura 8: Gráfica pregunta No. 4 del instrumento aplicado a los estudiantes de la Institución No. 2 en el grado primero.

En la gráfica se observan los porcentajes de las respuestas obtenidas al aplicar el instrumento a quince estudiantes en la Institución No. 2 con niños de primero en la pregunta #4 “creo que...”.

Con la gráfica se puede evidenciar que el 50% de los niños están en total desacuerdo en que en las matemáticas solo se aprenden los números y el 25% son neutros, el 56% están en total desacuerdo en que aprender matemáticas no aporta a la formación como persona y el 6% están en total acuerdo, el 88% están de acuerdo con que las matemáticas son importantes para la vida y el 6% son neutros, el 69% están en total desacuerdo en que aprender matemáticas no es útil para cuando sean grandes y el 19% están en total acuerdo, el 56% están en total desacuerdo en que aprender matemáticas es difícil y el 19% son neutros, el 63% están en total acuerdo en que todas las personas deben saber matemáticas y el 19% son neutros, el 38% están en total acuerdo en que los matemáticos son genios y el 31% son neutros, el 44% están en total acuerdo en que todos los trabajos (profesiones) necesitan matemáticas y el 38% son neutros.

Lo anterior, confirma que los estudiantes al responder repetidamente con la opción “ni de acuerdo ni en desacuerdo”, demuestran una concepción confusa y pérdida de sentido sobre la utilidad de las matemáticas en su diario vivir, lo cual permite interpretar que conciben las matemáticas como una asignatura dentro del currículo institucional, pero no evidencian la importancia global de la disciplina en contexto, dentro y fuera del aula.

Es indispensable replantear el proceso de enseñanza y aprendizaje, donde los participantes, tanto docentes como estudiantes, identifiquen la importancia y el uso de las matemáticas en su cotidianidad para lograr el fortalecimiento del pensamiento crítico, reflexivo y estratégico donde se implemente la resolución de problemas como estrategia didáctica para favorecer su comprensión.

Todo lo anterior ha generado reflexiones en torno a la necesidad de abordar el problema de esta investigación, ya que se evidencian falencias sobre la comprensión y uso flexible del conocimiento, en el cual se haga visible su pensamiento estratégico para la resolución de problemas. Así mismo, se percibe en razón a las respuestas de los estudiantes que las docentes-investigadoras necesitan desarrollar estrategias que conlleven un ambiente de

aprendizaje motivador, donde se promueva la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

En este sentido, encontramos apoyo en Fandiño (2010) para hacer frente a la detectada necesidad de hacer un cambio en la forma como se enseñan y aprenden las matemáticas. En matemática, no basta haber construido un concepto, sino que es necesario saberlo usar, combinarlo con otros y con estrategias para resolver problemas, también es importante saber comunicar el concepto construido o la estrategia seguida.

No se trata solamente de realizar ejercicios donde se trabaje la mecanización en la aplicación de contenidos, fórmulas y algoritmos. Se hace necesario estimular el desarrollo cognitivo a través de situaciones problema en las cuales los estudiantes pongan en juego sus recursos cognitivos y logren una comprensión de los contenidos y procesos. Así, en acuerdo con Perkins (1997), se reconoce la comprensión por medio de un criterio de desempeño flexible y se presenta cuando la gente puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe.

En razón a lo expuesto y al realizar una reflexión sobre la problemática encontrada, como docentes hemos sentido la necesidad de propiciar ambientes de aprendizaje en los cuales se promueva la comprensión de los conceptos matemáticos aplicables a la cotidianidad; creemos que no basta con limitarse a observar o identificar los errores sino las causas de sus dificultades; se requiere desarrollar habilidades en los estudiantes para saber, saber hacer, saber cómo, cuándo y por qué hacerlo; y reconocer que es necesario estimular a los escolares al uso de diferentes representaciones, ya que la comprensión y el grado de aprehensión se ve reflejado en la destreza que se tenga para realizar o evocar el concepto mediante la comunicación y/o la argumentación.

Esta postura está en consonancia con los preceptos normativos u orientaciones curriculares que se establecen en los Estándares Básicos de Competencia del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), donde se menciona que:

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas (p.52).

Con esto, se busca obtener un progreso en la educación con el fin de formar estudiantes que estén mejor capacitados y tener habilidades para desenvolverse en un mundo globalizado.

En general, los docentes podrían cambiar sus prácticas y enseñar las matemáticas a través de la resolución de problemas, en las que pongan en juego los contenidos y procesos en situaciones cotidianas para contextualizar y aplicar el aprendizaje; de esta forma estimular el desarrollo y flexibilización del pensamiento con estrategias didácticas para comprender mejor las matemáticas, las cuales lleven a los estudiantes a pensar, razonar, reflexionar, analizar, argumentar y comunicar sus conocimientos.

1.2 Justificación

El presente trabajo busca que las docentes investigadoras logren transformar sus prácticas pedagógicas al usar la resolución de problemas como estrategia didáctica para fomentar la comprensión de las matemáticas en los estudiantes de kínder de preescolar y primero de primaria.

Autores como Schoenfeld (1988), Alferi (1993) y Pozo (1994) destacan la importancia del aprendizaje a través de situaciones problema y sugieren que un problema es una situación que requiere una solución, pero que no tiene un solo camino ni respuesta rápida, en este proceso se deben tomar decisiones que permitan acercarse cada vez más a la solución requerida. Así mismo, Callejo (1998) establece que en situaciones problemas se

deben buscar, establecer e indagar relaciones que permitan ir diseñando estrategias de solución.

En relación con lo anterior, se subraya que los problemas necesitan enfocarse a los sujetos y al macrocontexto subyacente a la presente investigación: la educación infantil. Por ello, es importante, al momento de buscar estrategias adecuadas para comprender las matemáticas a través de la resolución de problemas, hacer uso del juego, material concreto, recursos audiovisuales y enlazar preconceptos, todo dentro de un contexto real y cercano a los niños. Según Piaget (1985), los juegos facilitan la estructuración de una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla. Esta herramienta logra despertar el interés y el entusiasmo en el aprendizaje de las matemáticas, generando en los niños y niñas creatividad para resolver desafíos y desenvolverse en diferentes situaciones que les permitan juzgar sus propios aciertos y desaciertos; ejercitar su inteligencia en la interacción constructiva y relacionar lo académico con lo cotidiano.

En conjunción con los antecedentes empíricos de la problemática, se hizo necesario indagar por la resolución de problemas, como estrategia para la enseñanza de las matemáticas, desarrollándola desde las primeras etapas de escolaridad, ya que puede estimular procesos como el razonamiento, la obtención de información, la toma de decisiones y la comunicación; para así comprender conocimientos que conecten el aprendizaje obtenido en el colegio con el medio en el que se desenvuelven. Según Fandiño (2010), el saber por sí solo, salido de su contexto de uso, no llega a ser considerado saber, es necesario saber usar en contextos oportunos el concepto construido.

En este sentido, estamos de acuerdo con Alsina (2012) cuando afirma que:

Las matemáticas no son un conjunto de conocimientos abstractos que los alumnos pueden aprender sólo a través de un cuaderno de actividades, sino que las matemáticas tratan de ver nuestro mundo y crear representaciones con las que podemos trabajar para resolver las situaciones problemáticas que importan. Desde este marco, el trabajo de los

profesionales de la Educación Infantil consiste en descubrir las matemáticas que hay en la vida cotidiana para favorecer que los alumnos aprendan a verlas, a interpretarlas, a comprenderlas, para que progresivamente puedan desarrollarse mejor en su entorno inmediato (p. 13-14).

En razón a lo expuesto, es importante y necesario asumir la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como procesos que privilegien el razonamiento, la formulación de hipótesis, la invención y resolución de problemas, la conexión de los conocimientos y sus aplicaciones; y no solo los procedimientos de simple memorización, búsqueda mecánica de respuestas y definiciones. Finalmente, asumirla como un medio para motivar e incentivar la búsqueda de nuevas herramientas que trasciendan para la vida, y no simplemente el estudio de contenidos estériles a través de ejercicios típicos.

De igual manera, es necesario involucrar metodologías más activas y dinámicas, en las cuales se dé importancia al estudiante, para que sea protagonista de su aprendizaje, sea proactivo, dinámico y participativo en su propio proceso. Antes de llevar a cabo alguna actividad, es importante que el docente se centre en el tipo de comprensión que quiere lograr en sus estudiantes, analice los desempeños con los cuales pretende evidenciar la comprensión, así mismo genere motivación y realice una retroalimentación continua de los aprendizajes adquiridos.

La comprensión de un tema implica la elaboración de desempeños, los estudiantes requieren pasar gran parte de su tiempo en actividades donde generalicen, encuentren nuevos ejemplos, realicen aplicaciones, entre otros. Según Espona (2014) dichas acciones necesitan tener una retroalimentación y una reflexión, que les permita un mejor desempeño, donde el maestro realiza intervenciones periódicas, crea un clima agradable y ayuda a guiar y plantear diversas situaciones, hipótesis, resuelve dudas y propone sugerencias, pero sin imponerlas, para poder ayudar a los estudiantes a encontrar soluciones significativas en el proceso de aprendizaje.

Si el proceso de enseñanza y aprendizaje se visualiza hacia la comprensión, se facilita la percepción de los contenidos, los estudiantes mejoran la habilidad de pensar, razonar y actuar, ellos se vuelven protagonistas en la construcción de su saber y tienen una idea clara para hacer uso del aprendizaje en su cotidianidad.

El docente dentro de su quehacer pedagógico necesita contemplar los requerimientos del Ministerio de Educación que encaminan su práctica como agente educativo. Así es que el MEN (2006), hace especial mención a la importancia de la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas:

Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos (p.52).

Así mismo, se encuentran autores especializados en la educación matemática quienes fundamentan la importancia de enseñar la disciplina a través de la resolución de problemas, para desarrollar en los estudiantes un pensamiento estratégico y crítico, que les prepare para desenvolverse en cualquier situación de la vida cotidiana. Es por ello, que en esta investigación se asumen las ideas y concepciones que sobre el asunto ha sostenido Santos-Trigo (2014), quien menciona que:

La resolución de problemas se basa en el desarrollo y empleo de un método de búsqueda y cuestionamiento donde el estudiante pregunta, cuestiona, indaga, representa y explora el comportamiento de objetos matemáticos a partir del uso de recursos, estrategias y formas de razonar con que son consistentes con el quehacer y desarrollo de la disciplina (p.19).

Adicionalmente, Schoenfeld (1992) establece que en la resolución de problemas aprender a pensar matemáticamente involucra tener una gran cantidad de conocimiento de la materia. Incluye ser flexible, hacer uso del aprendizaje en contexto y dominar los recursos dentro de la disciplina, usar el conocimiento propio eficientemente y desarrollar un punto de vista matemático.

En síntesis, este estudio parte del reconocimiento de los diferentes enfoques de resolución de problemas, entre los cuales se resalta, en educación infantil, aquel que hace relación al contexto, debido a que las autoras creen que las matemáticas se comprenden cuando los niños puedan relacionarlas con su entorno.

Las docentes investigadoras podrían mejorar sus prácticas pedagógicas para enriquecer su quehacer, generando cambios en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje, si tienen en cuenta los elementos anteriormente mencionados; ya que al implementarlos, el proceso no es aislado sino que se contextualiza en situaciones cotidianas para favorecer el saber y saber hacer. La práctica docente en la actualidad exige un ambiente innovador, reflexivo y crítico teniendo en cuenta el mundo globalizado en el que se desenvuelven, se debe dejar atrás las prácticas que envuelven al docente en un método de educación tradicional y por el contrario, el docente podría abrir su mente siendo un guía en el proceso de enseñanza y aprendizaje, creando espacios ricos en experiencia y adoptando una postura reflexiva dentro de su quehacer pedagógico.

En aras de lograr una mejora en las prácticas de las docentes se buscó diseñar, explorar, probar y caracterizar una estrategia práctica para fortalecer la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas, la cual podrá potenciar un mejoramiento en el proceso de pensamiento, razonamiento lógico, análisis, argumentación y contextualización, y así mismo, generar en los niños y niñas gusto hacia las matemáticas, entendiéndolas como una manera para desenvolverse en su diario vivir.

Para ello, es importante asumir y gestionar la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas en contexto, haciendo uso de diferentes recursos, contenidos matemáticos y situaciones cotidianas; enfocados a partir de los intereses, las características y los aprendizajes esperados de los estudiantes, donde ellos sean los protagonistas de su propio conocimiento. De este modo, se llegó a la formulación de la pregunta que enmarcó esta investigación.

1.3 Pregunta de Investigación

¿Qué cambios en la práctica pedagógica se generan durante la gestión de una estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas como medio para promover la comprensión de las matemáticas en educación infantil?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Identificar cambios en la práctica pedagógica generados a partir de la reflexión de las docentes investigadoras sobre la gestión de una estrategia didáctica para promover la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

1.4.2 Objetivos Específicos

Identificar acciones de enseñanza asociadas a la resolución de problemas como medio para promover la comprensión de las matemáticas en educación infantil.

Describir tales acciones de enseñanza a partir de la reflexión sobre la gestión de una estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas como medio para promover la comprensión de las matemáticas.

Reconocer manifestaciones de comprensión de los estudiantes que son promovidas al implementar tales acciones de enseñanza.

CAPÍTULO II

2. Marco Teórico

Teniendo en cuenta la problemática abordada, en este capítulo se hace alusión a las investigaciones consultadas para apoyar los temas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en educación infantil.

En los antecedentes se citan trabajos investigativos consultados y teorías sobre la importancia de enseñar las matemáticas a través de la resolución de problemas. Entretanto, los referentes teóricos describen los conceptos que intervienen directamente con la resolución de problemas como estrategia didáctica para favorecer la comprensión de las matemáticas en educación infantil, tales como el marco de enseñanza para la comprensión, categorías en la resolución de problemas, problemas verbales de estructura aditiva, tipos de problemas y estrategias de resolución. Así mismo, se tuvieron en cuenta antecedentes empíricos recogidos a través de la experiencia y la observación en el aula.

Es así, que la construcción de este marco teórico estuvo mediada por la revisión de antecedentes teóricos y empíricos.

2.1 Antecedentes Investigativos

Después de realizar una búsqueda de diferentes antecedentes investigativos, se pudo constatar que ciertas investigaciones que se citan más adelante, guardan relación con este proyecto, a propósito de la resolución de problemas como estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas. Inicialmente se hace una indagación de manera general para luego focalizarse en la educación infantil.

Inicialmente, en busca de estudios que fundamentaron la importancia del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas como un proceso más flexible, crítico y significativo se

rastrear investigaciones que apoyaron la importancia de resolver problemas en matemáticas.

Es así como Vilanova, Rocerau, Valdez, Oliver, Vecino, Medina, Astiz y Álvarez (2014) y Alsina (2014) afirman que la matemática es, sobre todo, saber hacer; es una ciencia en la que el método predomina claramente sobre el contenido. Saber matemática es hacer matemática, los estudiantes necesitan comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problema, que requieran pensamiento crítico.

En una línea similar, Alsina también consulta a Niss (2002), quien señala la necesidad de substituir los currículos de matemáticas orientados a la adquisición de contenidos, ya que se centran exclusivamente en la adquisición de símbolos y de técnicas, por currículos orientados al desarrollo práctico y significativo de estos contenidos en situaciones contextualizadas. Es por ello, que mencionan la importancia de resolver problemas, para contextualizar e introducir a los estudiantes en situaciones matemáticas reales, para buscar estrategias de solución.

De lo expuesto por Vilanova et al. (2014) se infieren tres concepciones importantes para tener en cuenta en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas:

La primera hace referencia a resolver problemas como contexto; los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, como una justificación para enseñar matemática, para proveer especial motivación a ciertos temas, como actividad recreativa, como medio para desarrollar nuevas habilidades y como práctica.

En la segunda se destaca el resolver problemas como habilidad; las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un contenido, con problemas de práctica relacionados con los objetos matemáticos, para que las técnicas puedan ser dominadas.

Por último, se rescata la idea de que resolver problemas es "hacer matemática"; lo que se traduce en que los estudiantes adquieren el sentido de la matemática como una actividad.

Bajo estas tres perspectivas de lo que significa resolver problemas se encuentran algunos autores que relacionan sus estudios con la concepción de resolver problemas como contexto. Ramírez (2016), quien cita a Schoenfeld (1985), destaca la importancia que tiene diferenciar lo que constituye un problema de un ejercicio. Un problema no es una propiedad esencial de una tarea matemática, sino una relación que se da entre el estudiante y la actividad, la cual le genera un reto por resolver. “Más aún, esa dificultad ha de ser un atolladero intelectual más que de cálculo [...] Por enunciar las cosas más formalmente, si uno tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, esa tarea es un ejercicio y no un problema” (p. 74). En este sentido una característica importante en un problema es el generar un reto para el estudiante en la búsqueda de las estrategias y solución a la situación planteada.

Así mismo, Schoenfeld, Sriraman y English (2010) proponen la necesidad de buscar estrategias en las que el desarrollo de problemas sea el eje central de la actividad matemática, donde esta se involucre como una habilidad que deben desarrollar los estudiantes durante toda la actividad matemática y no como un complemento. Para lograrlo, es determinante realizar un diseño de estrategias para ayudar a los estudiantes a construir conocimientos matemáticos y desarrollar una manera de pensar que sea acorde con las prácticas matemáticas.

Aunque Schoenfeld (1985) inicialmente recolecta y analiza aspectos relacionados con el empleo de estrategias heurísticas, investiga sobre la naturaleza del pensamiento matemático, las creencias y percepciones de los estudiantes y la importancia de las estrategias cognitivas en la resolución de problemas; asimismo menciona la influencia de la meta-cognición, especialmente de la auto-regulación y la supervisión y los sistemas de creencias en la configuración de las conductas de los estudiantes al resolver un problema,

concluyendo que las experiencias de las personas frente a las matemáticas y sus prácticas, tanto dentro como fuera del aula, juegan un papel importante en resolución de problemas.

Schoenfeld determinó que el modelo heurístico no resultaba exitoso por el uso de grandes listas de preguntas a las que los alumnos no llegaban a acceder, recomendando desarrollar estrategias para problemas específicos y vincularlas a clases de problemas. En ese sentido, es importante indagar sobre la estructura semántica y los tipos de problemas que se pueden llevar al aula, para que los estudiantes comprendan los conceptos matemáticos y usen estrategias de resolución adecuadas a la situación, y en especial para esta investigación los problemas verbales de estructura aditiva (PVEA).

De la misma forma, Puig (1996) establece que la resolución de problemas en el ámbito educativo debe alejarse de la ejercitación del conocimiento recién adquirido, y por el contrario, debe relacionarse con situaciones familiares que generen retos. En este sentido, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) indica que “la resolución de problemas significa comprometerse en una tarea para la que el método de resolución no se conoce de antemano” (NCTM, 2003, p. 55).

En concordancia, Cai (2010) hace una defensa de la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, sosteniendo que este proceso permite que los estudiantes estructuren y solidifiquen sus conocimientos y logren avanzar en su aprendizaje. Menciona que debe trabajarse a través de problemas que tengan sentido para los estudiantes, pues de esta manera los estudiantes logran avanzar en la comprensión de ideas matemáticas que más adelante formarán una red conceptual útil para desempeñarse de manera más flexible en diferentes situaciones.

Engelbrecht (2010) sostiene que el aprendizaje de las matemáticas a través de los problemas se logra de manera progresiva y a medida que el estudiante avanza más profundamente irá asimilando los conceptos. English y Sriraman (2010) argumentan que, si los estudiantes desarrollan un acercamiento hacia la resolución de problemas de una manera

efectiva y productiva, necesitan involucrarse en sus interacciones con las diferentes tareas que estos proponen a través de actividades que les permitan representar, describir, explorar, verificar y revisar diferentes interpretaciones matemáticas, así como identificar, modificar y redefinir conceptos matemáticos que usarán en la resolución de los problemas.

En la investigación realizada por Benítez y Benítez (2014), se rescata la concepción que asume Polya (1965) referida a que “resolver problemas es hacer matemática” y plantea la resolución de problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, se utilizan y aplican en cualquier campo de la vida diaria. Sin embargo, existen ideas erróneas sobre lo que significa resolver un problema matemático. La mayor parte de las veces los alumnos piensan que es equivalente a resolver ejercicios rutinarios discutidos en clase, reproduciendo los algoritmos y explicaciones dadas por el profesor. Pero, resolver un problema implica otro tipo de actividad mental de mayor exigencia, que debe estar orientada hacia una mayor participación del alumno en la búsqueda de la solución. Polya (1965) marca la “edad de oro” de los métodos heurísticos y expuso un método heurístico para resolver problemas, aportando una lista de las etapas fundamentales que participan en la solución de problemas:

La primera consiste en comprender el problema; es la etapa de lectura y entendimiento del problema para identificar datos, incógnitas, determinar qué es lo que se pide, con que elementos se cuenta, que hace falta, etc. La segunda esta direccionada a concebir un plan para llegar a la solución, es la etapa de creación de una o varias estrategias a seguir para responder lo que se pide. En la tercera se busca la ejecución del plan; es la etapa en que se pone en práctica el diseño elaborado.

Por último, se lleva a cabo la evaluación del plan respecto del problema, es la etapa del monitoreo de la acción.

Un aspecto esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas, es que estos sean contextualizados y orientados hacia la búsqueda

de estrategias para encontrar su solución. Además, debe encaminarse a que el profesor ayude al estudiante a construir un profundo entendimiento de las ideas matemáticas y procesos. De tal manera, que ellos sean capaces de hacer matemática, esto es, crear, conjeturar, explorar, evaluar y verificar.

Partiendo de las concepciones y teorías generalizadas sobre la resolución de problemas, ahora se consultan algunos estudios enfocados a la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, específicamente en lo relacionado con la educación infantil, contexto de este estudio.

En la investigación realizada por Pineda (2013) se hace énfasis en la concordancia que se da entre la NCTM y NAEYC al prestar atención a la competencia matemática desde edades tempranas (NAYC Y NCTM, 2013). Debido a ello, el NCTM acogió dentro de los Principios y Estándares las edades que va desde preescolar hasta el grado 2 para concretar los procesos y contenidos matemáticos que deben trabajarse desde estas edades. Estas asociaciones sugieren que los estudiantes de los primeros niveles escolares necesitan prácticas de enseñanza y aprendizaje más eficientes y de mejor calidad, direccionadas por un currículo y fomentadas en la investigación donde se genere una conexión con prácticas de niveles avanzados. Como recomendaciones dadas por estas organizaciones se destacan algunas que consideramos de importancia respecto a la educación infantil.

Varias investigaciones muestran que los niños y niñas en las primeras edades edifican conocimientos matemáticos de manera temprana gracias a experiencias en situaciones de la vida cotidiana. Por ello, los docentes deben idear experiencias positivas de resolución de problemas dentro de su diario vivir que promuevan y amplíen el sentido matemático, desarrollado disposiciones tales como la imaginación, curiosidad, creatividad, flexibilidad y perseverancia (NAEYC y NCTM, 2013). Además, los maestros deberían planear sobre experiencias vividas por los niños en su entorno, sus conocimientos previos y sus conocimientos informales para la práctica en el aula, debido que las experiencias nuevas

son más valiosas y significativas si están conectadas a sus conocimientos previos (NAEYC y NCTM, 2013).

Blanco, Cárdenas y Caballero (2015); Fernández (2001) y Romero (2011), sostienen la importancia de la resolución de problemas en edades tempranas, dando significado al proceso de enseñanza y aprendizaje de diferentes nociones matemáticas en situaciones cotidianas.

La conexión entre las matemáticas y la realidad de las personas se ejecuta por medio de la resolución de problemas relacionados con su entorno cotidiano, donde los estudiantes ponen en práctica el conocimiento, y visualizan la importancia y el uso de las matemáticas. Ante una situación problemática real, un resultado numérico no tiene sentido desligado del contexto, por esto, al implementar situaciones problema dentro y fuera del aula, se hace un uso adecuado del conocimiento y se visualiza la comprensión de este. El aprendizaje se adquiere de una forma natural, se crean vínculos emocionales y motivadores con situaciones cotidianas y se desarrolla el análisis, la argumentación, la toma de decisiones, el pensamiento crítico, entre otros.

Los elementos planteados por investigaciones en relación con la enseñanza de las matemáticas en educación infantil, muestran una variedad de enfoques, marcos e intereses que emergen de un mismo tema de estudio: el juego y las matemáticas en educación infantil. La mayoría de estos estudios (Schuler y Wittmann, 2009; Flottorp, 2011; Vigh, 2013; Tubach, 2015; Svensson, 2015; citados en Basté y Juvanteny, 2016) coinciden en utilizar un marco teórico sociocultural inspirado en Vygotsky y todos coinciden en que el juego es una actividad esencial en el desarrollo infantil y especialmente poderosa en el aprendizaje inicial de las matemáticas. Pero nuestras reflexiones preliminares sobre las prácticas pedagógicas observadas en esta investigación, nos dejan ver que el juego se utiliza de una forma recreativa y no significativa, y que con poca frecuencia genera oportunidades para evidenciar la comprensión de los conceptos mediante el desempeño de los estudiantes en el juego.

En relación con el contexto que se desarrolla en el aula, basado en el juego libre, donde el adulto no es quien lo dirige, se identifica la importancia de desarrollar la comprensión de conceptos matemáticos usando el juego a través de la resolución de problemas. Dicha concepción ha direccionado varios estudios que metodológicamente se basan en la observación del juego libre. Así, Ginsburg (2009) sostiene que el desarrollo del pensamiento matemático de los niños en edades infantiles depende del juego, del entorno y del momento de aprendizaje. Siguiendo esta misma concepción, Oers (2010), ubicado en la teoría sociocultural de Vygotsky, concluye su estudio afirmando que la emergencia del pensamiento matemático en los niños pequeños es un proceso culturalmente guiado que da en un entorno de resolución de problemas en colaboración con otras personas, sean sus mismos pares o adultos y en actividades que tienen sentido para los participantes.

Varios estudios de observación encontrados en las investigaciones realizadas por Schuler (2011), Schuler y Wittmann (2009) y Vigh (2013), afirman que los niños necesitan de la guía de un adulto o de sus pares con más experiencia en el contexto del juego para promover su pensamiento matemático. Los materiales y los juegos deben ofrecer un potencial matemático en relación con las ideas centrales de los contenidos y la gestión de la conversación que se da en estos juegos es importante para las oportunidades de aprendizaje matemático.

Las evidencias de la investigación de Schuler (2011) lo llevan a entender que el potencial matemático se desarrolla a través de los aportes, preguntas, sugerencias y comentarios de los educadores durante el transcurso del juego con la realización de preguntas que estimulan explicaciones, razonamientos y reflexiones sobre las acciones y los pensamientos de los niños.

En consecuencia, el proceso de resolución de problemas se debe iniciar desde la Educación Infantil, partiendo del juego y de la manipulación de objetos, iniciando con un nivel de pensamiento concreto, pasando por un nivel pictórico y finalmente, llegando a un

nivel abstracto para que los niños y las niñas comprendan las matemáticas a través de situaciones reales.

Las docentes investigadoras al explorar las anteriores investigaciones con diferentes autores, hicieron reflexión sobre la importancia de contextualizar los objetos matemáticos en situaciones cercanas a las vivencias de los niños, lo cual hace que se genere una conexión con el aprendizaje; es necesario acompañar el desarrollo de las situaciones problema para encaminar los procesos de resolución, a través de constantes preguntas abiertas que permiten el análisis, argumentación y toma de decisiones. Como recopilación de lo anterior, se indagó específicamente desde el área de matemáticas en educación infantil al autor que esgrime puntos clave a tener en cuenta en la resolución de problemas.

Alsina (2014), hace mención del NCTM, el cual expone 50 ideas clave, diez para cada uno de los cinco estándares de procesos matemáticos: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación.

Para el interés del presente estudio, se toman como referencia las 10 ideas sobre la resolución de problemas, estas orientarán la fase de diseño e implementación de la estrategia:

- Plantear retos, preguntas y fomentar la interacción en diferentes contextos.
- Situación problemática nueva de la que no se conozca de antemano el método de resolución, para que los niños piensen estrategias o técnicas y no que sea algo mecánico.
- Romper el estereotipo que los problemas son sólo de cálculo.
- Los problemas no se resuelven escuchando al maestro ni repitiendo. Se aprende a resolver problemas haciendo, manipulando, simulando, discutiendo, compartiendo, imaginando, observando, visualizando, etc.

- En el proceso de resolución se tendría que permitir que cada niño utilice la estrategia que se ajuste mejor a sus posibilidades: un dibujo, un esquema, el cálculo mental, la manipulación de un determinado material, etc.
- Deben plantearse a los niños diferentes tipos de situaciones problemáticas (de la vida cotidiana, manipulativas, a partir de cuentos y canciones, con diferentes tipos de contenidos, etc.), priorizando siempre el apoyo visual y gráfico o bien la transmisión oral.
- Una posible secuencia de tipo de problemas a trabajar en las primeras edades a de partir de lo concreto (situaciones reales) para avanzar progresivamente a lo simbólico (lenguaje escrito).
- Incidir en las distintas fases de resolución propuestas por Polya (1945): comprender el problema; concebir un plan; ejecución del plan; examinar la solución obtenida; y “enseñar a través de la resolución de problemas”.
- Resolución de problemas para razonar, argumentar, descubrir, representar, modelizar, demostrar, etc.
- Los niños deben tomar conciencia de sus capacidades y, a la vez, visualizar el proceso de pensamiento.

Después de un análisis sistemático en relación con la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas, se evidenció la importancia de estructurar esta investigación en educación infantil, teniendo en cuenta las edades de los niños y la organización matemática dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje en kínder y primero de primaria, hacia la resolución de problemas verbales de estructura aditiva (PVEA), que según Vergnaud (1995) citado en Martínez y Quiroga (2016) la define, como la capacidad que se tiene para identificar, comprender y abordar las situaciones en las que tiene aplicabilidad las operaciones de suma y resta. Así mismo, Castro, Rico y Gil (1992) aseguran que los problemas verbales de estructura aditiva se incluyen en el currículo escolar para realizar un acercamiento entre matemática y realidad, entre matemática y aplicaciones a la vida real, para hacer más significativo y valioso su aprendizaje.

En este sentido, De Castro y Escorial (2007) en su investigación con niños de 5 y 6 años, identifican la importancia de problemas verbales de estructura aditiva, identificando la diferencia entre las situaciones hipotéticas y las situaciones reales. Los problemas verbales que se suelen plantear como: “María tenía 10 caramelos y se comió 6...”, son situaciones que se convierten en pretextos para la aplicación de alguna operación aritmética recién aprendida; lo cual, se plantean como problemas hipotéticos, pero no son situaciones que involucran a los niños para comprender realmente las matemáticas y por tal motivo, no son experiencias que fortalecen la creación de estrategias y procesos de pensamiento crítico y reflexivo, generan una pérdida de sentido pues sólo funcionan como ejercicio de práctica para un algoritmo. Por el contrario, si se usan problemas auténticos y reales como: cuando los niños juegan a disfrazarse de piratas, se plantean problemas de tipo ¿cuántos pañuelos nos faltan, si tenemos 6 y somos 9 piratas? En este caso, los niños no toman los problemas como “adivinanzas” o “ejercicios disfrazados”, sino como verdaderos problemas, que necesitan resolver para poder continuar en su juego. De esta forma, los estudiantes se motivan y se involucran en la resolución del problema, porque encuentran sentido a la actividad que realizan.

Cuando se proponen situaciones reales de PVEA, se da la libertad de que los niños busquen estrategias para resolver la situación; sí el proceso es el adecuado, la docente resalta el momento, haciendo que el estudiante explique la forma en que se desenvuelve en el contexto. De lo contrario, sí el proceso tiene dificultades, la docente realiza preguntas que guían a los niños para buscar diferentes estrategias y tácticas para desenvolverse en la situación, pero sin dar la respuesta al problema. De esta forma, van desarrollando su pensamiento crítico y realmente se evidencia comprensión de su aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior, en la educación infantil se debe estar especialmente atentos a los factores afectivos. En esta etapa educativa, se asume como principio pedagógico que las actividades que se plantean deben contar siempre con el interés de los niños, para que se encuentre motivación, el aprendizaje sea significativo y la comprensión se dé de forma natural (Copley, 2000).

Pineda (2013) hace un seguimiento a Bruno (1997) sobre la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal con números positivos, tema que ha sido foco de múltiples investigaciones. Aunque en las aulas se le dedica gran tiempo a su práctica, este aspecto constituye uno de los factores más complejos para los estudiantes, según las publicaciones de Fuson (1992); Verschaffel y De Corte (1993), dedicadas a mostrar las investigaciones realizadas en el campo de la “Didáctica de las Matemáticas”. Sus intereses han priorizado en el análisis y clasificación los problemas verbales de acuerdo con su estructura semántica; en razón a que es un aspecto que influye notoriamente en la interpretación que los niños le pueden dar a los problemas durante su resolución.

Al hacer un estudio sobre las estrategias que utilizan los estudiantes en sus primeros años escolares sobre la resolución de problemas aditivos, Rodríguez (2008) destaca que los niños pequeños poseen un conjunto de habilidades matemáticas que les permiten acercarse con más confianza a los problemas con estructura aditiva y multiplicativa en estos años.

Los resultados mostraron que: en primera medida el nivel de rendimiento de los niños, independientemente del momento de medición, fue superior en todos los problemas. Sólo se evidenció alguna dificultad y retroceso en el rendimiento en los problemas de sustracción. En todos los problemas los procedimientos de resolución se basaban en general en la representación directa de las cantidades y se utilizaban estrategias de conteo que aparecían exclusivamente en los problemas de adición y sustracción.

Como resultado de dicho estudio se destaca que los estudiantes logran aproximarse a este tipo de problemas sin haber tenido ninguna noción de enseñanza formal de conceptos matemáticos. Otro aspecto que llama la atención, es sobre cierto retroceso que tuvieron los niños en la resolución de problemas que implicaban sustracción, lo cual puede dar indicios sobre la importancia que tiene el propiciar diferentes situaciones donde se requiera de la sustracción desde los primeros niveles de enseñanza. Del mismo modo se encontraron dificultades entorno a la sintaxis y la semántica de los enunciados.

En lo que respecta a las dificultades asociadas a variables sintácticas, como lo manifiestan Puig y Cerdán (1995), las dificultades de este orden tienen relación con el formato de presentación del problema, cuán largo es el enunciado, el lugar que ocupa la pregunta en el enunciado y la estructura gramatical y el tamaño de los números entre otros. También describe algunos otros aspectos que podrían dar cuenta sobre las dificultades que se presentan, entre los que menciona que hay más facilidad para resolver estos problemas cuando se les presentan a través de materiales manipulables, gráficos, dibujos entre otros, especialmente en los primeros años escolares.

De igual forma influye el “tamaño” de los números, como afirma Vergnaud (1991):

De una manera general, la complejidad crece al interior de una misma clase de problemas, con la dificultad del cálculo necesario. Los números grandes dan lugar a mayores dificultades que los pequeños; los números decimales implican mayor dificultad que los enteros (p. 174).

Como última apreciación se observa dificultad en el orden de los datos del problema verbal puesto que, en algunas ocasiones los datos deben ser utilizados para realizar las operaciones de manera diferente a como se aprecian en el enunciado, para ello los estudiantes necesitan contextualizar el problema sin basarse solamente en los datos y orden en los que estos aparecen.

Es importante que al momento de idear un problema matemático, se tengan en cuenta las palabras a utilizar, el vocabulario apropiado para la edad, conocer el contexto de los estudiantes para captar su atención y la redacción gramatical. En el momento de la lectura del mismo, no basta con reconocer los datos sino que es necesario indagar a través de preguntas para verificar que los estudiantes comprenden la situación y tienen una idea del camino a seguir.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se puede observar la importancia de involucrar situaciones problema en contexto, para transformar y enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas iniciando desde la población infantil para edificar las bases de un pensamiento crítico, flexible, reflexivo y dinámico.

2.2 Referentes Teóricos

En las últimas décadas, se han realizado investigaciones en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en edad infantil, las cuales han estado enfocadas a lograr comprensión de los contenidos, mediante desempeños que involucran la resolución de problemas. A continuación, se presentan los constructos teóricos en los que se fundamenta el estudio, los cuales se revisaron cuidadosa y exhaustivamente teniendo en cuenta la articulación con la problemática y el soporte para las acciones de solución a la misma.

2.3 Desarrollo del Pensamiento Matemático en Edad Infantil

En el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, 2009), se definió la competencia matemática como la capacidad que tienen las personas para identificar y comprender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadanos constructivos y reflexivos; y se argumenta además que esta competencia no se adquiere de un momento a otro de manera abrupta, ni de manera espontánea, en un momento determinado de la vida. De acuerdo con Castro (2006) y el Ministerio de Educación Nacional (2006), esta competencia se va desarrollando desde las primeras edades, ya que tiene su génesis en los primeros tiempos del ser humano y progresa conforme avanza su desarrollo cognitivo hacia niveles más elaborados y complejos; requiriendo para ello ambientes enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, históricas y culturalmente situadas.

Según Fernández (2001) el pensamiento lógico en edad infantil se basa fundamentalmente en el aspecto sensorio-motriz y para su desarrollo, utiliza principalmente los sentidos. A través de las experiencias que el niño ejecuta para desarrollar su percepción sensorial partiendo de sí mismo, con los demás y los objetos de su alrededor, transfiere a su mente diferentes hechos sobre los que elabora una serie de ideas que le sirven para relacionarse con el exterior. Estas ideas se convierten en conocimiento, cuando son contrastadas con otras y nuevas experiencias. La interpretación del conocimiento matemático se va ganando mediante situaciones en las que el intelecto se construye a través de una dinámica de relaciones, posición de los objetos en el espacio, tiempo y cantidad.

En edad infantil es importante que el estudiante pueda tener contacto con los objetos. Así, Fernández (2001) en sus investigaciones sobre desarrollo del pensamiento matemático en edad infantil, rescata la necesidad de la interacción con objetos reales para desarrollar acciones y estructurar procesos de pensamiento en los niños y niñas:

“En lo que se refiere a la forma de representación matemática, hay que tener en cuenta que el origen del conocimiento lógico-matemático está en la actuación del niño con los objetos y, más concretamente, en las relaciones que a partir de esta actividad establece con ellos. A través de sus manipulaciones descubre las características de los objetos, pero aprende también las relaciones entre objetos. Estas relaciones, que permiten organizar, agrupar, comparar, etc., no están en los objetos como tales, sino que son una construcción del niño sobre la base de las relaciones que encuentra y detecta”. (p. 3).

Fernández (2001) destaca cuatro capacidades que necesitan ser estimuladas para desarrollar el pensamiento lógico- matemático en los niños:

La observación que se debe dar de manera libre sin que el adulto imponga puntos específicos. Se estimula mediante juegos que son especialmente dirigidos a percibir propiedades y las relaciones entre ellas. Según Krivenko (1990) hay que tener presentes tres

factores que intervienen de forma directa en el desarrollo de la atención: el factor tiempo, el factor cantidad y el factor diversidad.

La imaginación que está relacionada con la acción creativa. Se desarrolla con actividades en donde el niño tiene acceso a diferentes alternativas. Es de gran ayuda en el pensamiento matemático debido a la flexibilización o variedad de interpretaciones que puede desencadenar una misma situación.

La intuición que no se refiere a la provocación de técnicas de adivinación, ya que ello no desarrolla ningún tipo de pensamiento. Hay intuición cuando se puede llegar a la verdad sin necesidad de un razonamiento alguno consiguiendo que el niño exprese todo aquello que puede ser aceptado como verdad.

El razonamiento lógico que es una de las cadenas del pensamiento mediante la cual se parte de uno o más juicios verdaderos, los cuales se denominan premisas y llega a una conclusión de acuerdo con ciertas reglas de inferencia. Para Bertrand Russell (1988) la lógica y la matemática están tan ligadas que afirma: “la lógica es la juventud de la matemática y la matemática la madurez de la lógica” (pág. 78). Esta capacidad es capaz de despertar ideas en las estrategias de actuación de situaciones cuando los niños se enfrentan a un desafío matemático.

Así mismo, Fernández (2001) menciona tres categorías básicas en las cuales se debe entender el pensamiento lógico- matemático en los niños:

En primer lugar, como la capacidad para crear ideas cuya expresión e interpretación sobre lo que se concluya se considere como verdad para todos o mentira para todos. En segundo lugar, utilizando una representación o un conjunto de representaciones haciendo uso del lenguaje matemático para referirse a estas y por último comprender el entorno que nos rodea, con mayor detenimiento y profundidad, mediante la aplicación de los conceptos aprendidos.

Hay que hacer una especial mención a la importancia de permitirle al niño observar, manipular, descubrir y llegar por sí mismo a estructurar su propio pensamiento; en este proceso es importante que el docente no imponga un modo específico para la realización de las diferentes actividades, solo intervenir realizando sugerencias para que el niño pueda realizar intuiciones. El trabajo activo debe ser realizado por el estudiante, en el proceso de construcción de su propio conocimiento, así quien debe realizar la experiencia es él, para encontrar las soluciones a las situaciones problema por sus propios medios y recursos. La idea es que el estudiante pueda verificar sus diferentes respuestas antes de llegar a la final y elabore estrategias para superar los conflictos cognitivos que se le puedan presentar.

De esta forma la matemática se desarrolla como una disciplina que genera motivación al mismo tiempo que requiere el uso y desarrollo del pensamiento. De esta forma Schiller y Rossano (1993) mencionan que:

Por esto, la aproximación a los contenidos de la forma de representación matemática debe basarse en esta etapa en un enfoque que conceda prioridad a la actividad práctica; al descubrimiento de las propiedades y las relaciones que establece entre los objetos a través de su experimentación activa. Los contenidos matemáticos serán tanto más significativos para el niño cuanto más posible le sea incardinarlos en los otros ámbitos de experiencia de la etapa. (p. 35)

Con relación a lo anterior, la significatividad del aprendizaje es complementaria a la habilidad de comprender, la cual se va ganando a partir de diversas experiencias que provocan no solamente la asimilación de los conceptos, sino la apropiación y aplicación de estos a través de desempeños de comprensión, que se constituyen en actividades, tareas, actuaciones y proyectos en los cuales se evidencia y profundiza la comprensión desarrollada. (Perkins, 1995).

Todo ello conlleva a una noción más integral de competencia la cual es planteada por Gardner (2000), como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y sicomotoras que se relacionan entre sí para facilitar un desempeño flexible, eficaz y con sentido de lo que se hace en contextos diferentes.

Debido a la trascendencia de estos primeros acercamientos y apoyando el estudio en Gardner (2000), quien desde una dimensión neuropsicológica sostiene que en primera instancia las diferentes etapas del desarrollo y evolución del niño corresponden con unos patrones neurológicos distintos y que en estas relaciones que se dan entre cerebro-mente, las experiencias de vida que se tengan tienen una importancia especial para la vida posterior y que por tal razón la educación debería empezar durante los primeros meses de vida. Ello sustenta el interés por el conocimiento del nivel de desarrollo de la competencia matemática de los niños en edad preescolar, ya que es el momento adecuado para visualizar las debilidades y fortalezas que puedan fomentar estrategias educativas eficientes que estén direccionadas a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

D'Amore, Godino y Fandiño (2008) relacionan la competencia con “saber hacer” y la comprensión con saber qué hacer y por qué (p.79). Así, cuando se habla de competencias, se hace énfasis en que más que poseer un conocimiento, se trata de utilizarlo de manera adecuada y flexible en nuevas situaciones. Al apoyar esta idea, D'Amore et al. (2008) expresan que:

Las expresiones del tipo “A es competente para realizar la tarea T”, indican que el sujeto A domina o es capaz de aplicar correctamente la técnica que resuelve o permite hacer bien la tarea. En cambio, “A comprende la técnica que permite realizar la tarea T” se aplica si A conoce por qué dicha técnica es adecuada, su ámbito de validez y las relaciones con otras técnicas. Por tanto, ambas nociones se complementan, la competencia atiende al componente práctico, mientras que la comprensión al componente teórico o relacional del conocimiento. Es decir, en el primer caso se trata de

conocimientos de tipo procedimental y en el segundo conceptual y argumentativo. (p.78).

Cuando se define el concepto de comprensión se encuentra que “comprender es poder llevar a cabo una diversidad de acciones o desempeños que demuestran que uno entiende el tópico y al mismo tiempo lo amplía, y ser capaz de asimilar conocimiento y utilizarlo en forma innovadora” (Blythe, 1999, p. 40).

En relación con la resolución de problemas en edad infantil, tradicionalmente y como se observa en las prácticas pedagógicas, esta se introduce después de que se han realizado diferentes operaciones. Detrás de esta concepción se ha establecido la creencia de que para resolver un problema hay que conocer la técnica del cálculo requerido. De esta manera, las situaciones reto pierden su esencia, ya que terminan convirtiéndose en ejercicios sobre los que se aplican técnicas de cálculo que se estudian en dicha lección durante un tiempo.

Es por ello que para favorecer el desarrollo del pensamiento y estimular la comprensión de las matemáticas, se aconseja que los problemas se planteen como introducción, para involucrar la enseñanza de los objetos matemáticos, y esto por dos razones según las consideraciones de Kamii (1986): en primer lugar, los niños construyen su conocimiento aritmético a partir de la realidad. En segundo lugar, la investigación ha demostrado que los niños pequeños son capaces de resolver problemas, a veces, mejor que los que ya han sido sometidos a un aprendizaje para tal efecto.

Los problemas verbales de estructura aditiva, la mayoría de las veces, son fácilmente solucionados por los niños sin que haga falta una enseñanza formal. Es necesario que los problemas sean tomados de la vida real y de su entorno propio. No hay ninguna utilidad cuando se empieza el cálculo sin sentido para el niño y se pasa después de estas técnicas al mundo real, es contrario a lo que sabemos de la manera de pensar de los niños.

Si se tiene como uno de los fines de la enseñanza de la aritmética, educar a los niños para que se conviertan en agentes de resolución de problemas de la vida real, es menester animarlos a tratar con problemas desde el primer día de clase. Es conveniente, que obtengan provecho de sus tareas diarias y sus conocimientos logrando así, construir una red de relaciones que sirvan de base a una buena actitud, dinámica y flexible hacia la resolución de problemas.

Si queremos que los niños comprendan, es importante enfocarnos en lo que a ellos les interesa, buscar experiencias donde se desarrolle su capacidad para resolver problemas y que les ofrezcan muchas oportunidades para que puedan hacerlo confrontando sus conocimientos previos con los nuevos. En este proceso de aprendizaje los estudiantes también pueden ser sujetos propositivos, constructores y analíticos de su propio conocimiento y proceso de aprendizaje.

De esta manera Jaramillo (1997) establece el rol que juega el estudiante y las relaciones que va estableciendo cuando está aprendiendo:

En su caso se trata de saber si lo que está comprendiendo tiene o no relación con otros conceptos aprendidos, de explorar como llegar a aprender más, de discernir si lo que aprende en la escuela tiene alguna importancia para su vida. Finalmente, al igual que el testimonio del viajero, el niño busca expresar lo que siente, lo que comprende. Nosotros sus guías, podemos hacer grata su experiencia y facilitarle su tarea (p. 22).

En razón a lo anterior es importante indagar con detalle las bases sobre las cuales se edifica la comprensión, y los modos de llevarla a cabo para lograr procesos exitosos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2.4 Enseñanza para la Comprensión (EpC)

La comprensión es un proceso que no solamente se limita a la adquisición de un conocimiento y a la instauración de una habilidad, entendiendo el conocimiento como la reproducción de una información que se tiene a la mano y a su vez la habilidad como un desempeño rutinario que se adquiere con la práctica. Comprender es un término de mayor profundidad, que implica la habilidad de pensar, razonar y actuar de un modo dinámico y flexible; desde esta perspectiva, Perkins (1997) establece que:

Comprender un tópico quiere decir ni más ni menos que ser capaz de desempeñarse flexiblemente en relación con el tema: explicar, justificar, extrapolar, vincular y aplicar de maneras que van más allá del conocimiento y la habilidad rutinaria. (p. 3)

No se trata solamente de realizar ejercicios donde se trabaje la mecanización en la aplicación de contenidos, fórmulas y algoritmos. Se hace necesario estimular el desarrollo cognitivo a través de situaciones reto y problemas donde los estudiantes pongan en juego sus recursos cognitivos y logren una verdadera comprensión de los contenidos.

De igual manera, Perkins y Blythe (1994) definen la comprensión como el poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un tema, por ejemplo, explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una manera nueva. En otras palabras, la comprensión implica poder realizar una variedad de tareas que, no sólo demuestran el conocimiento de un tema, sino que, al mismo tiempo, lo aumenten.

Perkins (1994) identifica las deficiencias en la retención, la comprensión y el uso activo del conocimiento:

El “conocimiento frágil”: los estudiantes no recuerdan, no comprenden o no usan activamente gran parte de lo que supuestamente han aprendido.

El “conocimiento pobre”: los alumnos no saben pensar valiéndose de lo que saben.

Es muy desalentador que los alumnos no posean la información que deberían manejar. Indagar en las causas de estos fenómenos, podría suscitar que se entienda el aprendizaje como una acumulación de hechos y rutinas, y se enfatice la capacidad y no el esfuerzo y dedicación.

Aunque en la cotidianidad de las aulas de las dos instituciones, muchas veces se plantean actividades rutinarias en donde se presentan objetos matemáticos descontextualizados, que no potencian el pensamiento crítico y reflexivo de los estudiantes, tales como, exámenes de falso o verdadero, ejercicios rutinarios de aritmética, actividades de repetición, transferencia de información, etc.; dichas actuaciones rutinarias tienen su importancia, pero no apoyan la búsqueda y la construcción de la comprensión.

Por ello, ahora dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje los docentes buscan que sus estudiantes asimilen, interioricen, apropien y en sí comprendan para poner en práctica el aprendizaje y de esta forma se desenvuelvan en cualquier situación, tanto académica como de la cotidianidad.

Según Jaramillo (1997), la comprensión de un tema implica la elaboración de desempeños, los estudiantes deben pasar gran parte de su tiempo en actividades donde generalicen, encuentren nuevos ejemplos, realicen aplicaciones, sean artífices en la construcción de sus conocimientos, entre otros. Dichas acciones deben tener una retroalimentación y una reflexión, que les permita un mejor desempeño.

Esta idea de comprensión se articula cuando se establece para ello unos criterios de comprensión, pues estos siempre buscan ir más allá de la mera habituación y aplicación rutinaria de conceptos y habilidades, que, aunque se necesitan como requisitos no deben convertirse en el eje de aprendizaje.

Esta visión contrasta en gran medida con las teorías cognitivas del aprendizaje en donde la enseñanza no es una simple transmisión de conocimientos, es en cambio la organización de métodos de apoyo que permitan a los alumnos construir su propio saber. No aprendemos sólo registrando en nuestro cerebro, aprendemos construyendo nuestra propia estructura cognitiva a través de actividades significativas que impliquen un proceso complejo.

En el marco de la EpC, se identifican cuatro elementos básicos que orientan el proceso de enseñanza, buscando lograr verdaderas comprensiones en los estudiantes.

Tópicos Generativos: son temas, conceptos, ideas y/o hechos centrales que van a la esencia de la disciplina. Los estudiantes están en capacidad de trabajarlos, a la vez que representan un desafío para ellos. Son motivantes, interesantes y se relacionan con el mundo real. Dicho esto, un tópico generativo debe pensarse como un medio para suscitar la curiosidad e interés en los estudiantes, es como aquel aviso en la entrada de un camino desconocido que invita a ser recorrido para conocer y descubrir nuevos y posibles mundos.

Metas de Comprensión: definen de manera específica las ideas, los procesos, relaciones o preguntas que los escolares comprenderán mejor por medio de su indagación. Son observables, medibles y evaluables a través de los desempeños de comprensión. Dicho de otra manera, es lo que se espera de los estudiantes.

Las metas de comprensión tienen en cuenta las dimensiones de la comprensión, las cuales según Vasco (2012) son:

Contenido: ¿qué comprende? describe la calidad y nivel de sofisticación, de cómo reconocer y utilizar datos, hechos, ideas, conceptos, relación nombres y reglas.

Método: ¿cómo construyo la comprensión? el método describe cómo se construye, se valida y se utiliza el conocimiento.

Propósito: ¿Para qué ese conocimiento? ¿Qué conexiones tiene con la vida personal y con el mundo real? ¿Para qué sirve este conocimiento en la disciplina?

Comunicación: ¿Cómo expresa su comprensión? ¿Qué registros semióticos utiliza para representar sus procesos y respuestas?

Desempeños de Comprensión: son acciones que apoyan las metas de comprensión, en los cuales los estudiantes hacen visible su pensamiento y desarrollan su comprensión. Los estudiantes realizan actividades que demuestran comprensión desde el principio hasta el final de la unidad o curso, estas actividades son variadas y enriquecedoras, para que los escolares vayan más allá de lo que saben.

Los desempeños tienen tres categorías progresivas: fase de exploración, fase de investigación guiada (el docente orienta en el uso o desarrollo de herramientas metodológicas y conceptuales para abordar situaciones) y fase de síntesis (aplicación, dominio y uso en contextos).

Valoración Continua: Normalmente la evaluación se realiza al final, pero esta acción no es prudente desde el punto de vista de las necesidades de los estudiantes. Para aprender y comprender, los escolares necesitan una retroalimentación constante, para identificar aciertos y desaciertos, y de esta forma mejorar. Así mismo, esta reflexión se da desde todos los participantes; autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, para enriquecer el aprendizaje y en sí la comprensión.

2.5 Enseñanza para la Comprensión de las Matemáticas a través de la Resolución de Problemas

Enseñar matemáticas a través de la resolución de problemas ha sido un tema de gran investigación, teniendo en cuenta la importancia de construir conocimiento que sea

comprendido y usado en cualquier contexto, buscando desarrollar habilidades para desenvolverse con sagacidad y eficacia en diferentes situaciones.

Según Santos-Trigo (2014), para desarrollar la propuesta de enseñar la matemática a través de la resolución de problemas, es conveniente analizar el significado de la palabra problema, debido a que las actividades implantadas durante la instrucción de los contenidos generan diversas actividades o conductas. En general, un problema es una tarea en la que aparecen los siguientes presupuestos: a) la existencia de un interés b) que la solución no se consiga de manera inmediata c) la presencia de diversos caminos o métodos de solución y posiblemente más de una solución d) el interés por llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolverlo.

En este sentido, la definición que se ajusta a esta investigación es planteada por el autor Santos-Trigo (2014), al considerar que: “Aprender matemáticas requiere problematizar las situaciones, pensar distintas formas para comprender un problema, buscar diferentes estrategias para resolverlo, utilizar diversas representaciones, encontrar la solución y comunicar los resultados”. (p. 19).

Ello implica que el estudiante desarrolle una disposición favorable hacia el estudio de la disciplina, donde explore, realice preguntas, busque soluciones y desarrolle una comprensión matemática. Es decir, aprender matemáticas requiere de la construcción del conocimiento, a través de diferentes situaciones problema, donde un concepto matemático involucre ciclos interactivos de discusión, revisión, interpretación y colaboración entre los estudiantes y el docente, para corregir ideas, buscar estrategias e indagar métodos de solución.

En los procesos de comprensión a través de la resolución de problemas, se destacan las diversas maneras de identificar y representar objetos matemáticos con la intención de buscar, formular y sustentar relaciones matemáticas.

Según Santos-Trigo (2014):

La resolución de problemas se basa en el desarrollo y empleo de un método de búsqueda y cuestionamiento donde el estudiante pregunta, cuestiona, indaga, representa y explora el comportamiento de objetos matemáticos a partir del uso de recursos, estrategias y formas de razonar con que son consistentes con el quehacer y desarrollo de la disciplina (p. 19).

Por tal motivo, la resolución de problemas matemáticos en un ambiente escolar, se ha abordado en tres enfoques explicados en los antecedentes investigativos: “contexto”, “habilidad” y “hacer matemática”.

El enfoque desde el cual se configura esta investigación es la resolución de problemas como contexto, en el cual se entiende no como una meta en sí misma, sino como el medio por el cual se alcanza la comprensión de las matemáticas. Esto significa que se propone una situación problema y en el proceso de resolución se comprenden y usan los contenidos matemáticos objeto de enseñanza.

Dicho de otra manera, se desea enseñar a través de la resolución de problemas para evidenciar la importancia y la utilidad de las matemáticas, al tiempo que se avanza en su comprensión.

Consecuentemente, para caracterizar y promover la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas, se debe observar el comportamiento de los estudiantes a partir de un conjunto de dimensiones que se relacionan y se conectan entre sí; según Santos-Trigo (2014, p. 23), es importante analizar:

El conocimiento, o recursos básicos, que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio o tema matemático particular.

Las estrategias cognitivas o heurísticas, que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son: dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sub-metas, descomponer el problema en casos simples, etc.

Las estrategias meta-cognitivas, que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo: ¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento? Y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo: ¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?

Las creencias y componentes afectivos, que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, así como la actitud y disposición a involucrarse en actividades matemáticas.

Dichas dimensiones se acogerán en las categorías de análisis de la investigación y necesitan ser tenidas en cuenta para el diseño de la Estrategia Didáctica bajo el marco EpC, en aras de lograr una comprensión integral de las matemáticas, estimulando diversos procesos en los estudiantes a través de la resolución de problemas, que contengan una estructura semántica clara y se enmarquen en los problemas verbales de estructura aditiva.

2.5.1 Problemas Verbales de Estructura Aditiva

Como se mencionó anteriormente, en relación con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil, los problemas requieren de una estructura semántica acorde a la edad y al contexto y pueden ser involucrados desde el comienzo, sin necesidad de que los estudiantes tengan un conocimiento formal de los mismos. Es importante que tengan relación con su entorno e intereses particulares para que la comprensión se dé de manera natural, ya que no hay ningún beneficio cuando se inicia el proceso de cálculo matemático sin sentido, pues ello va en contravía a la manera como aprenden los niños y niñas en esta edad.

En relación con lo anterior, se tomó la decisión de involucrar los problemas verbales de estructura aditiva (PVEA) como uno de los elementos de la estrategia didáctica para favorecer la comprensión, teniendo en cuenta la redacción de los enunciados para que los niños los entendieran y permitieron hacer variaciones para llevar a los estudiantes a un nivel reflexivo y crítico.

Los problemas de estructura aditiva (PVEA), son definidos por Vergnaud (1990) citado en Quintero (2015, p.161) como “estructuras o relaciones en juego que sólo están formadas por adiciones y sustracciones”. Igualmente se conocen como “problemas con argumento” según Kamii (1986) citada en Angulo y Herrera (2009), los cuales contienen un enunciado cuantitativo y una pregunta que se enfoca a la cantidad o a las relaciones entre las mismas.

Al respecto Carpenter y Moser (1984), mencionan que los PVEA proporcionan de una manera más comprensiva la aplicación de la adición y sustracción por parte de los niños. Estos autores recalcan la importancia del aprendizaje de estas operaciones a través de los RPM, integrados al currículo como estrategia para potenciar habilidades lógicas en los estudiantes; y no usándolos como ejercicios rutinarios para practicar los algoritmos. Dicho de otra manera, es enseñar las matemáticas a través de la resolución de problemas y no enseñar conceptos matemáticos para luego aplicarlos en ejercicios rutinarios, lo cual constituye el cambio fundamental que se busca en nuestra práctica.

La estructura PVEA consta de tres cantidades que son imprescindibles, dos cantidades que se dan en la parte de la información y una que se debe encontrar y que está presente en la pregunta. En relación con las palabras que hacen referencia al enunciado de un PVEA, se encuentran dos tipos de palabras: las que determinan la elección de la operación y las que se refieren al contexto del problema.

Puig y Cerdán (1995, p. 95) citado en Angulo y Herrera (2009), identifican una lista de verbos clave para adición y sustracción:

Verbos asociados a la adición

Juntarse	Suscribir	Capturar	Elevarse	Coger	Integrarse	Adicionar
Unirse	Recopilar	Cargar	Llenar	Tomar	Entrar	Aliarse
Reunirse	Ascender	Recolectar	Agrupar	Coleccionar	Incorporar	Inscribirse
Amontonar	Atar	Adherirse	Yuxtaponer	Apuntarse	Vincularse	Afiliarse
Aplicar	Enlazar	Alistarse	Robar	Federarse	Sumarse	Confabular
Añadir	Empalmar	Solidarizar	Quitar	Hermanar	Contar	Importar
Agregarse	Adjuntarse	Meter				

*Tabla 1: Verbos asociados a la adición
Tomada de Angulo y Herrera (2009).*

Verbos asociados a la sustracción

Robar	Despedir	Dar	Coger	Menoscabar	Separar
Rebajar	Quitar	Reducir	Tomar	Aminorar	Exceptuar
Apartar	Disminuir	Mutilar	Detraer	Irse	Descontar
Achicar	Deducir	Acortar	Extraer	Sacar	Empobrecer
Recortar	Destarar	Abandonar	Excluir	Diezmar	Menguar
Descargar	Alejar	Perder	Cortar	Sustraer	Retirar

*Tabla 2: Verbos asociados a la sustracción
Tomada de Angulo y Herrera (2009).*

Estos verbos sirven de guía para identificar el tipo de PVEA y dan luces para esclarecer la estrategia de solución adecuada según el contexto en el que se maneje la situación problema.

2.5.2 Clasificación de los PVEA

Los problemas verbales de estructura aditiva pueden dividirse de acuerdo con el tipo de distribución y la relación semántica que existe entre los datos del problema. Autores como Vergnaud (1991) citado en García (2010) considera que, al hacer un cambio en la posición de la cantidad desconocida y la colocación del resultado de la operación, se aumenta la complejidad para comprender y analizar la situación problema.

Las estructuras más usuales en la enseñanza de los problemas aditivos son las tradicionalmente conocidas como Cambio, Combinación, Comparación, Igualación, según Carpenter y Moser (1984); Ryley (1983); Puig y Cerdán (1988); Cañadas y Castro (2011) citados en Bruno (1997).

Categoría 1: cambio

La categoría de cambio que se relaciona con los PVEA se enmarca de acuerdo a una secuencia temporal donde se requiere un incremento o disminución de una cantidad inicial para lograr una cantidad final. Dependiendo del lugar que ocupe la incógnita en el problema, se acrecienta el reto de solución.

Angulo y Herrera (2009) presentan una tabla construida de acuerdo a lo planteado por Thompson y Hendrickson (1986) y Puig y Cerdán (1985):

PVEA DE CAMBIO

Tipo	Características	Sentencia abierta
Cambio 1	Sentido de cambio: Incremento. Cantidad inicial y cantidad de cambio conocidas. La incógnita es la cantidad final.	$a + b = ?$
Cambio 2	Sentido de cambio: Disminución. Cantidad inicial y cantidad de cambio conocidas. La incógnita es la cantidad final.	$a - b = ?$
Cambio 3	Sentido de cambio: Incremento. Cantidad inicial y cantidad final conocidas. La incógnita es la cantidad de cambio.	$a + ? = c$
Cambio 4	Sentido de cambio: Disminución. Cantidad inicial y cantidad final conocidas. La incógnita es la cantidad de cambio.	$a - ? = c$
Cambio 5	Sentido de cambio: Incremento. Cantidad de cambio y cantidad final conocidas. La incógnita es la cantidad inicial.	$? + b = c$
Cambio 6	Sentido de cambio: Disminución. Cantidad de cambio y cantidad final conocidas. La incógnita es la cantidad inicial.	$? - b = c$

*Tabla 3: PVEA de cambio
Tomada de: Angulo y Herrera (2009).*

Ejemplos de cada uno de los tipos de problemas de cambio:

Cambio 1: Pablo tenía 2 helados. Juan le dio otros 3. ¿Cuántos helados tiene Pablo ahora?

Cambio 2: Pablo tenía 5 helados. Se derritieron 3. ¿Cuántos helados le quedaron?

Cambio 3: Pablo tenía 2 carros. Juan le dio algunos. Ahora Pablo tiene 5 carros. ¿Cuántos carros le dio Juan a Pablo?

Cambio 4: Pablo tenía 5 pasteles. Le regaló algunos a Juan. Ahora Pablo tiene 2 pasteles. ¿Cuántos pasteles le dio Pablo a Juan?

Cambio 5: Pablo tenía algunos cuadernos. Su papá le regaló 3 cuadernos. Ahora Pablo tiene 5 ¿Cuántos cuadernos tenía Pablo?

Cambio 6: Pablo tenía algunos llaveros. Le dio 3 a su tía. Ahora Pablo tiene 2 llaveros. ¿Cuántos llaveros tenía Pablo?

Categoría 2: combinación

Los problemas en esta categoría se describen como una relación entre conjuntos, los dos iniciales no se alteran, sino que se combinan en el resultado. Hay dos tipos de problemas de combinación según el lugar donde se ubique la incógnita:

El primero es cuando se conoce el cardinal de cada uno de los subconjuntos y se desconoce el cardinal del conjunto total. Es decir: $a + b = ?$

El segundo es aquel en donde se conoce el cardinal de uno de los subconjuntos y el cardinal del conjunto total y la incógnita corresponde al otro subconjunto. Es decir: $a + ? = c$ / $? + b = c$

Angulo y Herrera (2009) presentan una tabla construida de acuerdo a lo planteado por Carpenter y Moser (1984):

PVEA DE COMBINACIÓN

Tipo	Características	Sentencia Abierta
Combinación 1	Los cardinales de los subconjuntos son conocidos. La incógnita es el cardinal de la unión de estos.	$a + b = ?$
Combinación 2	Se conoce el cardinal de la unión y el de uno de los subconjuntos. La incógnita es el cardinal del otro subconjunto.	$? + b = c$ $a + ? = c$

*Tabla 4: PVEA de combinación
Tomada de: Angulo y Herrera (2009).*

Ejemplos de cada uno de los tipos de problemas de combinación:

Combinación 1: En un restaurante hay 8 mujeres y 7 hombres. ¿Cuántas personas hay en el restaurante?

Combinación 2: En un restaurante hay 15 personas, 8 de ellas son mujeres. ¿Cuántos hombres hay en el restaurante?

Combinación 2: En un restaurante hay 15 personas, 7 de ellas son hombres. ¿Cuántas mujeres hay en el restaurante?

Categoría 3: comparación

En esta categoría las cantidades presentan una relación estática, estos problemas son de comparación entre cantidades y es necesario emplear las expresiones “más que” y “menos que”.

Angulo y Herrera (2009) presentan una tabla construida de acuerdo a lo planteado por Castro, Rico y Castro (1995):

PVEA DE COMPARACIÓN

Tipo	Características	Sentencia Abierta
Comparación 1	Comparación expresada en términos de “más”. Se conoce la cantidad de referencia y la cantidad comparada. La incógnita es la diferencia.	$b - a = ?$ ($b > a$)
Comparación 2	Comparación expresada en términos de “menos”. Se conoce la cantidad de referencia y la cantidad comparada. La incógnita es la diferencia.	$a - b = ?$ ($a > b$)
Comparación 3	Comparación expresada en términos de “más”. Se conoce la cantidad de referencia y la diferencia. La incógnita es la cantidad comparada.	$? - a = c$
Comparación 4	Comparación expresada en términos de “menos”. Se conoce la cantidad de referencia y la diferencia. La incógnita es la cantidad comparada.	$a - ? = c$
Comparación 5	Comparación expresada en términos de “más”. Se conoce la cantidad comparada y la diferencia. La incógnita es la cantidad de referencia.	$b - ? = c$
Comparación 6	Comparación expresada en términos de “menos”. Se conoce la cantidad comparada y la diferencia. La incógnita es la cantidad de referencia.	$? - b = c$

Tabla 5: PVEA de comparación
Tomada de: Angulo y Herrera (2009).

Ejemplos de cada uno de los tipos de problemas de comparación:

Comparación 1: Carlos tiene 5 pantalones, mientras que Samuel tiene 8. ¿Cuántos pantalones tiene Samuel más que Carlos?

Comparación 2: Carlos tiene 8 camisas, mientras que Samuel tiene 5. ¿Cuántas camisas tiene Samuel menos que Carlos?

Comparación 3: Carlos tiene 5 pantalones. Samuel tiene 3 pantalones más que Carlos. ¿Cuántos pantalones tiene Samuel?

Comparación 4: Carlos tiene 8 camisas. Samuel tiene 3 camisas menos que Carlos. ¿Cuántas camisas tiene Samuel?

Comparación 5: Samuel tiene 8 pantalones. Samuel tiene 3 pantalones más que Carlos. ¿Cuántos pantalones tiene Carlos?

Comparación 6: Samuel tiene 5 camisas. Samuel tiene 3 camisas menos que Carlos. ¿Cuántas camisas tiene Carlos?

Categoría 4: igualación

Este tipo de problemas se caracteriza porque existen en ellos una comparación entre magnitudes que aparecen relacionadas por medio del comparativo de igualdad “tantos como”.

Los investigadores Angulo y Herrera (2009) presentan una tabla construida de acuerdo con lo planteado por Puig y Cerdán (1995):

PVEA DE IGUALACIÓN

Tipo	Características	Sentencia Abierta
Igualación 1	Sentido de cambio: Incremento. Se conocen la cantidad de referencia y la cantidad comparada. La incógnita es la diferencia.	$a + ? = b$ ($a < b$)
Igualación 2	Sentido de cambio: Disminución. Se conocen la cantidad de referencia y la cantidad comparada. La incógnita es la diferencia.	$b - ? = a$ ($a < b$)
Igualación 3	Sentido de cambio: Incremento. Se conocen la cantidad de referencia y la diferencia. La incógnita es la cantidad comparada.	$a - ? = c$

Igualación 4	Sentido de cambio: Disminución. Se conocen la cantidad de referencia y la diferencia. La incógnita es la cantidad comparada.	$? - a = c$
Igualación 5	Sentido de cambio: Incremento. Se conocen la cantidad comparada y la diferencia. La incógnita es la cantidad de referencia.	$? - b = c$
Igualación 6	Sentido de cambio: Disminución. Se conocen la cantidad comparada y la diferencia. La incógnita es la cantidad de referencia.	$b - ? = c$

*Tabla 6: PVEA de igualación
Tomada de: Angulo y Herrera (2009).*

Ejemplos de cada uno de los tipos de problemas de igualación:

Igualación 1: Felipe tiene 7 canicas y Diego tiene 3. ¿Cuántas canicas tiene que ganar Diego para tener tantas como Felipe?

Igualación 2: Felipe tiene 3 carros y Diego tiene 7. ¿Cuántos carros tiene que perder Diego para tener tantos como Felipe?

Igualación 3: Felipe tiene 7 canicas. Si Diego gana 4 canicas, tendrá tantas como Felipe. ¿Cuántas canicas tiene Diego?

Igualación 4: Felipe tiene 3 carros. Si Diego pierde 4 carros, tendrá tantos como Felipe. ¿Cuántos carros tiene Diego?

Igualación 5: Diego tiene 3 canicas. Si él gana 4 canicas, tendrá tantas como Felipe. ¿Cuántas canicas tiene Felipe?

Igualación 6: Diego tiene 7 carros. Si Diego pierde 4 carros, tendrá tantos como Felipe. ¿Cuántos carros tiene Felipe?

El conocimiento de estrategias y la inferencia de los modos por los cuales los alumnos llegan a incorporarlas en el proceso de resolución de problemas de estructura PVEA, permite a los docentes influir en la formación de etapas reflexivas elementales que pueden adoptar los estudiantes, permitiéndoles asegurar la comprensión y el éxito en la solución de problemas en la mayoría de las situaciones.

2.6 Estrategias para resolver problemas en edad infantil

Para los efectos de esta investigación es importante considerar el significado del término “estrategia”. Según Bruner (1978) este hace alusión a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros. Ha de considerarse además, que las estrategias pueden ser más o menos reflexivas, conduciendo a los alumnos a soluciones correctas o no. Por lo tanto, mediante el uso de una estrategia es como se verifica la conceptualización y son caminos o recursos que se aprenden.

Con la finalidad de indagar sobre el proceso que realizan los estudiantes al resolver PVEA, a continuación, se desglosan algunas estrategias más comúnmente usadas por los niños:

Autores como Carpenter y Moser (1984) citados en Bruno (1997), opinan que no es del todo cierto que los problemas aditivos sean complejos para resolver por estudiantes de diferentes edades y argumentan que no es necesario identificar las operaciones de suma y resta como requisito para la solución de los PVEA. En su investigación, encontraron que los niños pueden solucionar de manera correcta estos problemas sin previa instrucción y se convierte en una estrategia motivante para introducir el aprendizaje. Los autores registraron ciertos métodos empleados por los infantes, tales como la modelización, la secuencia numérica y uso de pre-conceptos.

Las estrategias infantiles advierten diversos niveles de abstracción que van desde hacer uso de diferentes objetos, a implementar conceptos abstractos matemáticos. Seguidamente se exponen algunas de las estrategias más comúnmente observadas en nuestra práctica pedagógica:

Respuesta arbitraria: Al estudiante se le dificulta identificar el proceso que se podría realizar, manifiesta que no sabe o no puede, copia los datos del problema, juega con el material y da respuestas al azar.

Modelización: Utilizan objetos manipulables para encontrar una relación entre los datos y así comprender el proceso. Se perciben diferentes maneras de hacerlo, respecto al proceso que realiza en la suma, el niño busca la representación de las dos colecciones de objetos por separado y al final hace un conteo total de lo obtenido. Respecto a la resta el niño forma el conjunto más grande que contiene un número mayor de objetos y separa de ellos, la cantidad dada en la situación problema. Al final, cuenta la cantidad de objetos restantes.

Pictórico: Una vez el estudiante ha logrado comprender el proceso implícito en el problema, puede representar de manera gráfica, incluso poco convencional, la situación problema y sus diferentes caminos de solución. El estudiante dibuja líneas, círculos, puntos, según los elementos enunciados en el problema.

Gráfico-simbólico: En este nivel, el estudiante aun hace uso de representaciones pictóricas como las nombradas anteriormente, pero reconoce el proceso que implica sumar o restar, como poner o quitar. Además, comienza a hacer uso de los números.

Simbólico: Empieza a emplear la operación matemática convencional. Está en capacidad de buscar la operación que lo lleva a la respuesta, identifica el orden de los datos suministrados y comprende los procedimientos para resolver eficientemente la situación problema.

A lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas los estudiantes aprenden diferentes conceptos matemáticos que se componen de definiciones, algoritmos y procedimientos los cuales le sirven de base para resolver problemas matemáticos. Así, la actividad de resolución de problemas se ha reconocido como un componente de gran importancia en el estudio, aplicación y comprensión del conocimiento matemático.

Haciendo un estudio de la historia de las matemáticas se ha podido observar que han estado encaminadas en realizar esfuerzos por comprender y resolver problemas matemáticos. Ello ha llevado a dedicar especial atención al diseño y presentación de los problemas y analizar los diferentes procedimientos que se usan para encontrar la solución a un problema.

Actualmente existe interés en identificar los procedimientos que se ponen en marcha para resolver problemas e incorporar actividades de aprendizaje que se relacionen con el uso de estos procedimientos en el proceso docente. El análisis de los métodos específicos que más frecuentemente se despliegan en la solución de un problema, puede generar diversas habilidades respecto al uso de los contenidos matemáticos ayudando al estudiante a tomar decisiones sobre los conceptos que aplica y el camino a seguir.

Al resolver un problema se avanza hacia un aprendizaje verdaderamente substancial y conduce a nuevas capacidades de pensamiento ulterior. Cada tipo de aprendizaje es prerequisite para la obtención de los sucesivos. En el proceso de resolución de problemas y estrategias utilizadas los estudiantes dejan entrever la forma como analizan el problema, decisiones que en el camino van tomando, como avanza su comprensión del mismo y evaluando la solución a la que están llegando.

En este proceso es determinante que los estudiantes se enfrenten a diferentes situaciones que los lleven a analizar, monitorear y evaluar las estrategias usadas en las diferentes fases de solución y se de aplicación y utilidad al aprendizaje de los contenidos matemáticos.

Igualmente permitir que los estudiantes formulen problemas a partir de cierta información específica. Al continuar con el estudio de análisis para logran una mejor comprensión de los problemas matemáticos encontramos que Polya (1945) propone algunas etapas y métodos heurísticos que vale la pena mencionar:

En la primera se dedica tiempo al entendimiento del problema donde se ubican las estrategias que permiten representar y entender las condiciones del problema (datos), cuál es la pregunta, cuáles son las condiciones que relacionan los datos en el problema y la información dada. Algunas heurísticas valiosas en esta etapa consisten en dibujar diagramas, gráficos, verbalizar, parafrasear, dramatizar, etc. para representar el problema, buscar casos particulares y patrones que puedan asociarse e identificar simplificaciones preliminares.

La segunda etapa que consiste en el diseño de un plan, en este momento se busca tener una visión global del proceso a desarrollar y establecer un orden jerárquico en los pasos a seguir. Esta etapa no involucra realización de cálculos y operaciones, es más bien, cualitativa y está direccionada a contemplar varias alternativas de solución justificando los cálculos que posteriormente se realizarán.

En tercer lugar, aparece la etapa de exploración que consiste en pensar en un problema conocido que involucre la misma clase de incógnitas pero más simple o simplificar el problema por medio de una transformación a casos especiales agregando o eliminando algunas condiciones. Se da una visión retrospectiva estableciendo conexiones y extensiones del problema en otros contextos reemplazando algunas condiciones por otras equivalentes, o re combinando los elementos de otra forma, introduciendo elementos adicionales que puedan clarificar la tarea o en últimas reformular el problema.

Por último, aparece la etapa de verificación de la solución donde se responde a preguntas tales como ¿Se usaron los datos pertinentes? ¿Concuerda con las predicciones o estimaciones originales? ¿Puede obtenerse de un modo diferente? ¿Puede ser reforzada con otros casos especiales?

La actividad de resolución de problemas puede ser considerada como una extensión de aprendizaje de reglas o modos de comportarse o estrategias que se desarrollan en el interior del estudiante que resuelve, según Polya (1945). Es conveniente que el estudiante se

enfrente a variadas situaciones en donde pueda analizar y evaluar diversas estrategias en las distintas fases de solución y se identifique el aprendizaje de determinado contenido.

Igualmente se hace necesario que él mismo formule problemas a partir de alguna información específica. La idea general es que los estudiantes edifiquen un marco de referencia que le ayude a comprender y resolver problemas matemáticos, sin que estos constituyan una lista de requerimientos que deban aplicarse de manera rígida.

Al continuar con el análisis el cómo los individuos resuelven los problemas matemáticos, se ha generado información valiosa para entender el proceso de las diferentes fases de la solución y para proponer algunas líneas de instrucción según Schoenfeld (1988) quien a través de la historia ha marcado un papel importante en la implementación de las actividades para resolver problemas y quien fundamenta su propuesta en lo que denomina la adopción de un “micro-cosmos matemático” propiciando en el aula condiciones similares a las que los profesionales matemáticos experimentan en el desarrollo de su disciplina, discutiendo sus ideas, negociando sus puntos de vista, especular sobre los resultados y usar ejemplos y contraejemplos para confirmar y reafirmar sus ideas. Ello les dará a los estudiantes un significado más vivido del aprendizaje logrando hacer una internalización de los principios para que los valores de las matemáticas se puedan apreciar en la vida cotidiana, identificando conexiones y estableciendo relaciones con las estructuras matemáticas.

Schoenfeld (1988) rescata actividades importantes a tener en cuenta en el proceso de usar los problemas como forma de comprender los contenidos matemáticos y donde estos son usados como una meta en sí misma para lograr aprendizaje más significativo, crítico y flexible. Para ello, destaca la importancia de que el docente realice con alguna periodicidad, problemas que no hayan sido anteriormente resueltos en los que modele nuevas estrategias para su solución.

El mismo autor rescata la importancia de realizar videograbaciones en las que los estudiantes puedan evaluar los procesos, destrezas y habilidades empleados por otras

personas o compañeros para resolver problemas y proponer otras alternativas. Sostiene que es conveniente que el docente asuma el papel de moderador mientras los estudiantes discuten posibles soluciones en las que puede realizar intervenciones para direccionar las discusiones.

En aras de generar este tipo de discusiones propone que las clases se organicen en pequeños grupos donde se conteste a preguntas tales como ¿Qué estás haciendo? ¿Puedes describirlo en una forma precisa? ¿Cómo se relaciona eso con la solución? ¿Qué harás con el resultado que obtengas? La ventaja de trabajar en pequeños grupos es que le permite al docente hacer intervenciones periódicas y no solamente enfrentarse al producto final, se generan discusiones sobre las vías y caminos a seguir considerando diferentes perspectivas y realizando un trabajo colaborativo entre los estudiantes.

Schoenfeld (1988) recomienda involucrar en su práctica problemas que conlleven a diferentes soluciones a través del uso de diferentes métodos donde los estudiantes puedan discutir sobre las cualidades de cada uno de estos métodos.

A través del uso de todas estas estrategias lo que se busca no es lograr que el estudiante lleve un record o bagaje de las habilidades y estrategias a utilizar en determinado momento, sino llevarlo a ser más autónomo y pensar por sí mismo. De esta manera, un estudiante que se forma en un aula donde se utilizan naturalmente diversas estrategias de pensamiento y solución podrá aplicar su conocimiento a otros dominios y usarlo en el momento que así lo requiera.

Un aspecto central en el proceso de resolución de problemas es la constante autoevaluación y monitoreo que hace el estudiante de su actuar, quien identifica sus capacidades y limitaciones en el desarrollo de estos, los cuales son aspectos importantes que hacen relación con el marco de EpC en lo referente a las estrategias metacognitivas como elemento esencial y base de dicho modelo.

Así, Santos-Trigo (2014) menciona que la meta-cognición hace alusión al conocimiento del propio proceso cognoscitivo, donde se da un monitoreo constante y activo y una consecuente regulación y organización de las decisiones y procesos que se utilizan en la resolución de problemas. Bajo esta línea, Schoenfeld (1987) hace mención a tres categorías donde se evidencia la meta-cognición como uno de los fundamentos para lograr la comprensión en los estudiantes: conocimiento acerca del propio proceso, el control y la autorregulación y creencias e intuiciones, relacionadas con la forma en que se desenvuelven al solucionar situaciones problema.

El valor de las estrategias radica en que llevan al estudiante a pensar de manera abierta y flexible donde el pensamiento visible a través de las discusiones, presentación y comunicación de las ideas son bases fundamentales para la comprensión de las matemáticas.

Así, Perkins (1997) manifiesta que no basta con que el estudiante tenga el conocimiento y pueda reproducirlo cuando se le pide o interroga por dicha información, implica que el estudiante pueda pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe. Es claro que si un estudiante no puede traspasar los límites de la memorización y las acciones rutinarias con ello manifiesta una falta de comprensión. Todo ello se articula a través de los llamados “desempeños comprensivos” como actividades que hacen los estudiantes y van más allá de la memorización. Estos desempeños exigen práctica, refinamiento y atención en donde se deben coordinar múltiples aspectos que requieren de una coordinación cuidadosa y para lograr la comprensión se necesita del bagaje de desempeños complejos. (p. 4-6).

Lo anterior en concordancia con la forma de concebir las matemáticas en la actualidad. Según National Research Council las matemáticas encierran elementos y patrones que llevan a entender el mundo circundante. Están relacionadas con el análisis e interpretación de datos, inferencias, demostraciones, medidas, observaciones, deducciones que hacen alusión a modelos de fenómenos naturales, humanos y sociales, es decir, proceso matemático ya no se ajusta a lo meramente algorítmico u operacional. (NCR, 1989).

En igual medida la NCTM (1990) complementa esta idea considerando que es menester que los estudiantes aprendan más que reglas y que estén en la capacidad de expresar relaciones en lenguaje matemático, identificando conexiones y relaciones entre las estructuras matemáticas. El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas necesita proveer a los estudiantes de una concepción integral y práctica de la matemática, de un sentido de la disciplina (su poder, su alcance, sus usos entre otras), y de una aproximación al hacer matemático, en el nivel adecuado a sus posibilidades y su realidad. Desde esta visión, la enseñanza debería ser englobada como una comprensión conceptual más que como un mero desarrollo mecánico de habilidades, que permita a los estudiantes desarrollar la habilidad de aplicar los contenidos que han aprendido con flexibilidad y criterio.

Se requiere proveer a los estudiantes de la oportunidad de explicar un amplio rango de problemas y situaciones problemáticas, que partan desde los ejercicios hasta los problemas abiertos y situaciones de exploración, ayudándoles a estructurar “un punto de vista matemático” (Schoenfeld, 1992), caracterizado por la capacidad de analizar y comprender, de percibir conexiones y relaciones estructurales, de comunicarse oralmente y por escrito con argumentos claros y coherentes. En suma, el quehacer matemático busca preparar a los estudiantes para convertirse, lo más posible, en aprendices autónomos, intérpretes y usuarios de la matemática.

Después de leer y citar a diferentes autores, se rescata la importancia de proponer situaciones problema innovadoras que lleven a los estudiantes a un nivel de análisis y comprensión, en las que se puedan poner a prueba sus conocimientos, explorar diversas estrategias, diferentes procedimientos para brindar la oportunidad de desarrollar un pensamiento más flexible y consciente, en el que se fomente la meta-cognición como un proceso de autorregulación y reflexión constate. En el planteamiento de dichas situaciones es decisivo que se generen constantes interacciones de ideas, que lleven a los niños a generar hipótesis y discusiones que enriquezcan el aprendizaje.

CAPÍTULO III

3. Metodología

Este capítulo hace referencia a las decisiones metodológicas que se tomaron, tales como el enfoque cualitativo para el desarrollo de la investigación; el nivel de análisis descriptivo-interventivo, entendido como el alcance; el diseño del estudio desde el modelo de investigación-acción, como ruta para alcanzar los objetivos; las características de la población objeto de estudio; las categorías para el desarrollo y análisis de la intervención y las fuentes e instrumentos usados para recolectar la información.

3.1 Enfoque

El análisis de una problemática observable en las aulas de clase de los dos colegios privados de Bogotá, dio origen a una investigación orientada por el enfoque cualitativo; este fenómeno se relaciona con la necesidad de generar un cambio en las prácticas pedagógicas que impacte la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas. Es así como el paradigma de investigación se centra en la búsqueda y adquisición de información de tipo cualitativo, que permita comprender las acciones de enseñanza de las docentes investigadoras y las manifestaciones de comprensión que éstas promueven; la práctica pedagógica se conoce y se interviene teniendo en cuenta el contexto y sus variables.

Hernández, Fernández y Baptista (2010) sostienen que la investigación cualitativa se fundamenta en un proceso inductivo, donde se explora y describe un fenómeno, en este caso una problemática observada, y a través de un análisis constante se generan reflexiones pedagógicas desde diferentes perspectivas teóricas. Además Taylor y Bogdan (1987), citados por Blasco y Pérez (2007) definen la metodología cualitativa como un modo de

encarar el mundo empírico a través de datos descriptivos, en los que se tienen en cuenta conductas observables y las palabras tanto habladas como escritas de las personas.

Teniendo en cuenta lo anterior, lo expresado tanto por las docentes como por los estudiantes se consignó en diarios de campo, transcripciones de clases, instrumento de análisis de episodios significativos e instrumento de emociones y percepciones de los estudiantes sobre las matemáticas, entre otros. Añaden además, una característica importante en este tipo de investigación: se sigue un modelo flexible, comenzando con interrogantes vagos que pueden ser modificados a lo largo del proceso; ello se dio a lo largo de la investigación, a través de ciclos en los se hicieron reflexiones, se tomaron decisiones y se hicieron ajustes necesarios para avanzar.

Constantemente se hizo una revisión de la pregunta, objetivo general y específicos, haciendo una reforma a los mismos cuando fue necesario. Mencionan que se hace una observación holística del escenario, en el que las personas no son consideradas como variables sino como un todo, y se las estudia contextualizando su pasado y la situación actual en la que están. De esta manera se observaron las prácticas de las docentes antes y después de la creación de la estrategia didáctica y se tuvieron en cuenta cambios en el proceso de enseñanza y aprendizaje como un todo y un proceso que no se puede desligar, y en el que la parte emocional de los estudiantes también influyó para la gestión de la estrategia. Para terminar, la investigación cualitativa fue carácter inductivo, pues las investigadoras desarrollaron comprensiones y conceptos partiendo de pautas o ideas que arrojaron los datos que se recogieron a través de los instrumentos y no viceversa, recogiendo datos para evaluar modelos, teorías o hipótesis dadas.

3.2 Alcance

La presente Investigación tuvo un alcance descriptivo – interventivo, ya que su propósito fundamental consistió en proponer una estrategia didáctica fundamentada desde

lo teórico y lo empírico. Además el nivel de análisis que se realizó, generó cambios en las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras, a través de la gestión de una estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas que logró mejorar las acciones de enseñanza y favoreció la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes.

Así mismo, en el desarrollo de la investigación, se hizo intervención de la problemática con la planificación, implementación y evaluación de una estrategia que se centró en la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas la cual fue diseñada bajo el marco pedagógico amplio de la EpC. Es así que los avances y resultados permitieron un cambio significativo en la comprensión de las matemáticas y aportaron reflexiones y conclusiones sobre la práctica pedagógica de las investigadoras.

Es de anotar que el alcance de la investigación es también descriptivo, en tanto consiste en llegar a conocer las situaciones, acciones y actitudes sobresalientes durante la gestión de la estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas, lo cual se hizo a través de la descripción de las actividades y los procesos; su meta no se limitó a la recolección de datos como tal, sino a la identificación de las relaciones que existen entre la enseñanza y el aprendizaje, de tal forma que las docentes investigadoras analizaron y reflexionaron constantemente para extraer propuestas significativas que contribuyen al mejoramiento de las acciones de enseñanza y las manifestaciones de comprensión.

3.3 Diseño

Teniendo en cuenta la problemática observada en las aulas de clase de los dos colegios privados y con el propósito de mejorar la práctica pedagógica, se acordó que la ruta más benéfica para alcanzar los objetivos de la investigación era seguir un diseño cíclico de investigación-acción, en razón a que, desde la observación, la reflexión, la planeación, la acción y la evaluación, éstos se conectan, se complementan y a través de las decisiones que se toman en cada uno de ellos, se optimizan los procesos.

El término "investigación acción" proviene del autor Kurt Lewin y fue usado por primera vez en 1944, es una forma de indagación introspectiva, que pretende tratar de forma simultánea conocimientos y cambios, de manera que se unan la teoría y la práctica.

Lewin (1973) hablaba de las tres etapas del cambio, descongelación, movimiento y re-congelación, en las cuales existe un proceso: insatisfacción con el actual estado de cosas; identificación de un problema específico a ser resuelto mediante la acción; formulación de hipótesis; ejecución de la acción para comprobar la hipótesis; reflexión y evaluación de los efectos de la acción; y generalizaciones. Estas fases son flexibles, ya que permiten abordar los hechos de forma dinámica, por lo tanto están sujetos a las transformaciones y variables que el mismo proceso genere.

Elliot (1993) es el principal representante de la investigación acción desde un enfoque interpretativo. Según el autor, el propósito de la investigación-acción consiste en profundizar y comprender la problemática, por tanto, adopta una postura exploratoria frente a su propia situación. La investigación-acción interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, en este caso, las docentes investigadoras y sus estudiantes.

A continuación, se muestran los tres ciclos que siguió la investigación:

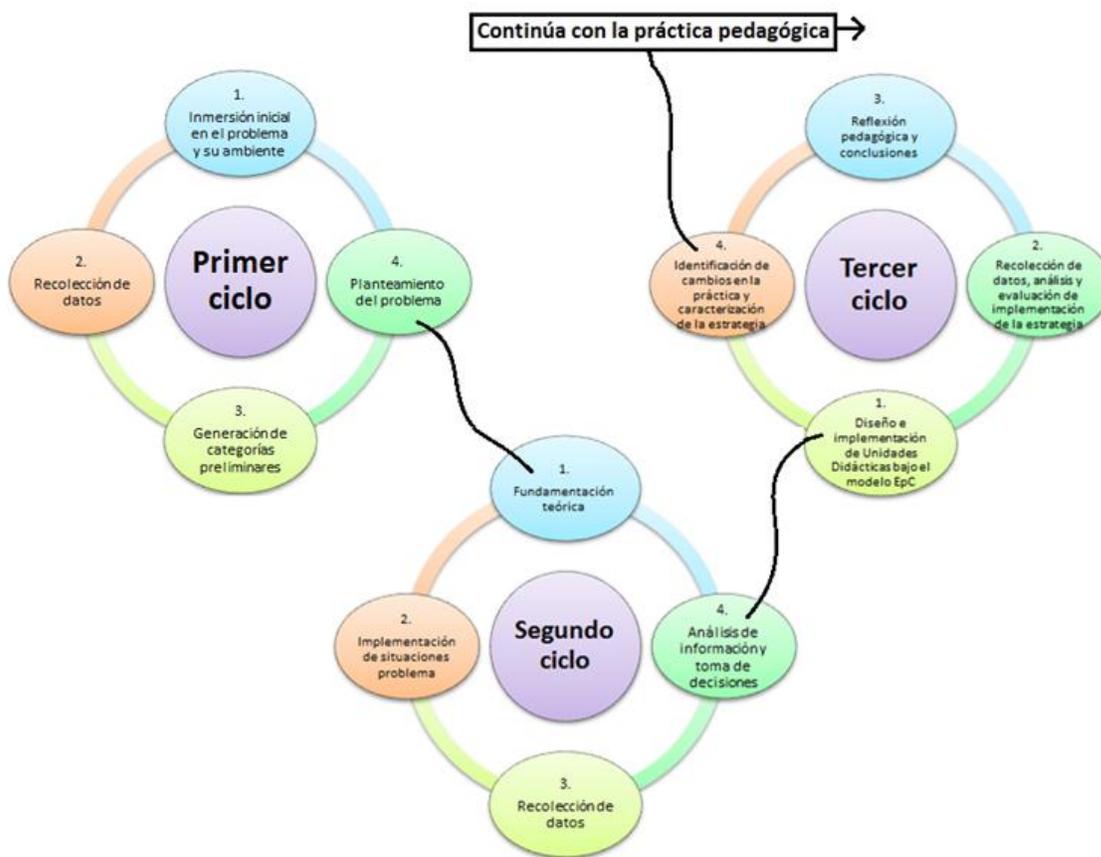


Figura 9: Ciclos de la investigación

3.3.1 Plan de acción

El primer ciclo, consistió en identificar el problema en las dos instituciones educativas, por medio de la observación y la recolección de información. De esta forma, desde lo empírico y desde la búsqueda rigurosa de estudios, investigaciones y teorías, se generaron las categorías preliminares sobre la importancia de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje para favorecer la comprensión de las matemáticas.

El segundo ciclo consistió en plantear los objetivos para tener claro el fin de esta investigación. Así mismo, se trazaron categorías para identificar el proceso a seguir, en relación a los referentes teóricos investigados, dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas. En clase se

resolvieron situaciones problema, luego se realizó una recolección de datos utilizando como fuente las video-grabaciones y se hizo uso de un primer instrumento de transcripción de episodios significativos, para luego evaluarlos a la luz de un instrumento de análisis, a partir de lo cual se tomaron algunas decisiones para el siguiente ciclo, tales como modificar el instrumento de análisis de episodios, diseñar un instrumento para registrar las acciones de enseñanza, definir las características centrales de la estrategia en cuanto a su planificación, implementación y evaluación, que se documentó en dos unidades didácticas diseñadas bajo el modelo EpC.

Posteriormente, se dio inicio al tercer ciclo, en el que se diseñaron e implementaron las unidades didácticas, inspiradas en los fundamentos teóricos de esta investigación. Luego se realizó una recolección de datos, utilizando como fuente video-grabaciones y el instrumento de transcripción de episodios significativos; los cuales se evaluaron con los instrumentos de análisis de episodios haciendo una diferenciación entre las acciones de enseñanza y las manifestaciones de comprensión. Además se realizó una triangulación usando el instrumento de lista de chequeo y las rúbricas de medición de manifestaciones de comprensión usadas en las unidades didácticas.

Consecutivamente, se realizaron reflexiones pedagógicas identificando cambios en la práctica y se realizaron conclusiones caracterizando la estrategia, resolviendo la pregunta de investigación y manifestando el cumplimiento de los objetivos planteados.

Teniendo en cuenta lo anterior, es importante mencionar que, al ser investigación-acción los ciclos se conectan, se complementan y al realizar reflexiones se optimizan los procesos y se mejora y fortalece la práctica pedagógica en las dos instituciones. Este cambio inició principalmente en las docentes investigadoras dentro de sus respectivas aulas, al fortalecer las acciones de enseñanza e incrementar las manifestaciones de comprensión y se intentará ampliar con los demás colegas para avanzar positivamente en la educación.

3.4 Población

La presente investigación se realiza en dos instituciones educativas privadas de Bogotá: Colegio San Jorge de Inglaterra (Institución No. 1) en el grado kínder con estudiantes de edades entre 5 y 6 años; y Fundación Colegio Emilio Valenzuela (Institución No. 2), en el grado primero de primaria con estudiantes de edades entre 7 y 8 años.

En la Institución No. 1 la docente investigadora es Abogada y tiene 12 años de experiencia en el aula como docente de preescolar, en las asignaturas de inglés, matemáticas y ciencias naturales.

En la Institución No. 2, la docente investigadora es Licenciada en Pedagogía Infantil egresada de la Universidad de La Sabana y tiene 12 años de experiencia en el aula como docente de preescolar, primero y segundo de primaria, en las asignaturas de español, ciencias naturales y matemáticas.

3.4.1 Contexto Institucional

Los dos colegios están ubicados en la localidad de Suba, que limita al Norte con el municipio de Chía; al Sur con la localidad de Engativá; al Oriente con la localidad de Usaquén y al Occidente con el municipio de Cota.

Suba tiene un contraste marcado por su entorno natural y desarrollo urbano. Geográficamente, el territorio presenta zonas verdes, sobre todo en los cerros de Suba y La Conejera, así como pequeñas llanuras que poco a poco la urbanización ha hecho disminuir, sobreviviendo solo al occidente.

En el ámbito socio-económico, la localidad tiene una vasta zona residencial, aunque con actividades de industrias, comercio y servicios, sobre todo en la parte sur. Se destaca por

ser la más poblada de la ciudad, y por ser la localidad con mayor población de estrato medio y alto de la ciudad, principalmente en la zona norte de la localidad.

Institución No. 1

El Colegio se destaca por ser una institución bilingüe, mixta, de origen británico, que busca acompañar a sus estudiantes a partir del crecimiento humano, espiritual y saludable, para un desempeño superior en la vida a partir del desarrollo de la ética del trabajo, la autodisciplina, solidaridad, el respeto por las diferencias y por todas las formas de vida en general. Ofrece educación desde el grado de pre-kínder hasta undécimo grado, con cursos relativamente grandes de aproximadamente 30 estudiantes por salón.

Sigue un modelo pedagógico tradicional, al innovar a partir de la introducción en la adecuación de los currículos de Cambridge para las áreas de matemáticas, inglés y ciencias y el modelo EpC. De igual manera, hace dos años se encuentra estructurando sus programas de matemáticas bajo el Modelo de Singapur que busca la enseñanza de los conceptos matemáticos a partir de lo “concreto”, lo “pictórico” llegando finalmente a lo “abstracto”. A la fecha está implementando nuevas plataformas virtuales y tableros inteligentes para hacer las clases más dinámicas y lúdicas.

Es de anotar que la población observada del grado kínder se encuentra iniciando sus procesos de lectura, escritura y lógico matemáticos. Son niños y niñas curiosos, que están ganando un poco de independencia y sienten que su mundo comienza a expandirse. Sus periodos de atención se han alargado y prestan más atención a los adultos. Son curiosos y les gusta explorar y preguntar más sobre las cosas a su alrededor. Su interacción con familiares, docentes y pares que los rodean los empiezan a ayudar a moldear su personalidad, y a definir sus propias maneras de pensar y actuar.

En el quehacer pedagógico de la profesora-investigadora se resalta la forma como aprenden los niños teniendo en cuenta sus estilos de aprendizajes e individualidades. De

este modo, las actividades se realizan haciendo uso de los idiomas inglés y español, teniendo en cuenta la edad de los estudiantes quienes están comenzando en el aprendizaje de este segundo idioma. Las clases de matemáticas dentro o fuera del aula, potencian procesos auditivos, visuales y kinestésicos. En estas se plantean rimas, rondas, canciones, cuentos relacionados con los números, formas y operaciones matemáticas. Así mismo, se hace uso de imágenes, videos y material concreto manipulable para lograr un mejor entendimiento de los temas. Las actividades buscan lograr un mejor conocimiento del cuerpo y del entorno a través de estímulos sensoriales. Al tener como base la metodología de Singapur para la enseñanza de las matemáticas, las situaciones y ejercicios siguen un modelo que parte de lo concreto hacia lo pictórico para finalizar a lo simbólico.

Institución No. 2

El Colegio es una institución privada. Está ubicado al norte de Bogotá, en el barrio San José de Bavaria, con una planta física grande (3.200 Mts²), dentro de un ambiente abierto (medianamente campestre), que se rige operativamente por las políticas de la Secretaría de Educación del Distrito Capital, bajo la orientación del CADEL de Suba y los lineamientos de la Junta Directiva.

Es una fundación sin ánimo de lucro, de carácter católico, de educación formal, que ofrece los grados de preescolar, primaria y bachillerato (Prekínder a 11°), es calendario “A”, con jornada diurna, modalidad académica, multilingüe (inglés, francés y énfasis en portugués o italiano), es mixto (coeducación), promueve el proyecto de inclusión educativa y tiene clasificación Icfes Muy Superior. Cuenta con 1.200 estudiantes y 200 profesores aproximadamente. En cada salón hay entre 20 y 25 alumnos. La jornada se encuentra dividida en preescolar y primaria de 8:00 am a 4:00 pm y bachillerato de 6:30 am a 2:30 pm.

La propuesta educativa funda sus raíces en la concepción humanista de “persona” desarrollada por La Escuela Católica y encuentra continuidad y vigencia actual en las

corrientes pedagógicas que hacen énfasis en el aprendizaje significativo, la pedagogía activa, la pedagogía del afecto y la enseñanza para la comprensión; mediante la transformación de la realidad desde la perspectiva del desarrollo humano en un ambiente diferente. Dentro de su filosofía, el Colegio permite que las diferentes formas de acercamiento al conocimiento se hagan evidentes, procurando que éstas estén enmarcadas dentro de la escuela humanista, y permitan a los actores del proceso “aprender a aprender”.

Así pues, para el Colegio también es muy importante y necesario el trabajo en equipo familia-colegio, para que el desenvolvimiento de cada estudiante sea el apropiado y se encamine de la mejor forma posible, tanto a nivel personal como académico y formativo. Dentro de la población, se encuentran familias de todos los tipos: nuclear (clásica), extendida (padres, abuelos, tíos), monoparental (solo papá o mamá) y ensamblada (agregados de otra familia). Al tener diferentes núcleos, el contexto se enriquece y se buscan más estrategias para fortalecer el desarrollo y el aprendizaje.

Académicamente, implementa la plataforma Uno Internacional, la cual sirve como método pedagógico a través de los salones inteligentes, los dispositivos como Ipad y los libros bimestrales. Este método integra las asignaturas básicas como son español, matemáticas, ciencias, sociales e inglés. Esta metodología, rescata diferentes características de los modelos de aprendizaje.

Después de considerar, grosso modo el contexto, la población con la que se desarrolla la investigación son los estudiantes de grado primero, 5 cursos en total, con 96 estudiantes (60 niños y 36 niñas), en un rango de edad entre 6 y 7 años.

Partiendo de lo anterior, también es importante describir las clases de matemáticas, algunas sesiones de clase las dirijo en forma de cuentos y actividades que promueven la imaginación y creatividad involucrando los temas de la asignatura, la evaluación que realizo es constante, ya que tengo en cuenta el proceso y la evolución de los niños y las niñas tanto a nivel académico como actitudinal, los recursos o materiales que se utilizan

durante mis clases son los libros del Sistema Uno Internacional, ipads, material concreto como ábacos, rompecabezas, fichas de construcción, juegos de mesa, videos, canciones, aplicaciones de juegos interactivos, entre otros, todo lo anterior para favorecer el aprendizaje de todos teniendo en cuenta las dificultades, las fortalezas, los intereses y las necesidades de cada uno.

3.5 Categorías de análisis

A continuación, se presenta el sistema de categorías que guían el análisis de la investigación, las cuales se indagaron para iniciar una mejora de las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras a través del uso de la resolución de problemas como estrategia didáctica.



Figura 10: Categorías de análisis

Estas categorías tomadas de Santos-Trigo (2007), Schoenfeld (1985) y Schoenfeld (1992: 2016), caracterizan los elementos que influyen en la resolución de problemas y constituyen un intento de explicar algunas dificultades que los estudiantes muestran al resolver situaciones problema en matemáticas y las acciones que realizan los docentes para estimular la resolución.

3.5.1. Categoría I: dominio del conocimiento o recursos

Esta categoría hace referencia a los conocimientos previos. De manera general, los recursos representan un repertorio de lo que los estudiantes saben y de las maneras en que obtienen ese conocimiento. En relación con el dominio, Schoenfeld (1985) identifica cinco tipos de conocimientos que influyen en el uso de los recursos:

Conocimiento informal e intuitivo acerca del dominio o del problema por resolver. El estudiante desarrolla intuiciones acerca de las matemáticas y la forma de aprender esta disciplina, lo anterior se relaciona con las ideas que los estudiantes tienen acerca del uso de conceptos en el mundo real.

Hechos y definiciones. Durante el proceso de resolución de un problema el estudiante debe usar algunos hechos necesarios para tratar o escoger algún camino de solución. Por lo cual, un inventario de recursos no solamente incluye los conocimientos, hechos y definiciones básicas, sino también la forma en que el estudiante recuerda este conocimiento y tiene acceso a él para resolver problemas.

Procedimientos rutinarios. Técnicas no algorítmicas que se usan para resolver ciertos tipos de problemas. Estas se catalogan en un nivel táctico y se separan de las habilidades de nivel estratégico, ya que cuando un estudiante tiene un proceso rutinario, generalmente no incluye decisiones estratégicas.

Conocimiento acerca del discurso del dominio. La percepción que el estudiante tenga acerca de las reglas al resolver un problema, determina la dirección y los recursos que utiliza en el proceso de solución.

Errores consistentes o recursos débiles. Cuando los estudiantes cometen errores en procedimientos simples, se puede pensar que es el resultado de un mal aprendizaje, pero

realmente es el resultado de una mala enseñanza, porque no es suficiente que el docente presente conceptos, sino que los estudiantes comprendan y los sepan usar.

3.5.2. Categoría II: estrategias cognitivas o métodos heurísticos

En esta categoría se ubican las estrategias generales que pueden ser útiles para avanzar en la resolución de problemas. En el proceso de resolver un problema, un estudiante puede usar analogías, introducir elementos auxiliares o trabajar problemas auxiliares, descomponer o combinar algunos elementos del problema, dibujar figuras, variar el problema o trabajar con casos específicos. Pero no es suficiente que los estudiantes conozcan las diversas estrategias, sino que es importante que participen en experiencias relacionadas con el cuándo y cómo utilizarlas.

Para ello, Schoenfeld (1985) menciona la importancia de diseñar actividades de aprendizaje que permitan identificar el uso de una estrategia en particular y seleccionar la versión que se ajuste al problema, discutir la estrategia con suficiente detalle de manera descriptiva, generando o utilizando problemas relacionados más simples y dar a los estudiantes un grado apropiado de entrenamiento para el uso de las estrategias. Lo anterior se relaciona con los desempeños de comprensión teniendo en cuenta el modelo EpC, en el cual el docente inicia con una fase guiada para luego propiciar situaciones en que los estudiantes pongan a prueba sus conocimientos y de esta forma puedan identificar cuándo y cómo usarlos.

3.5.3. Categoría III: estrategias meta-cognitivas

Esta categoría hace referencia a la autocrítica. Un aspecto importante en la resolución de problemas es la autoevaluación del proceso utilizado. Resolver problemas va más allá del solo uso de una colección de técnicas y habilidades para obtener una respuesta, la evaluación del progreso, sea positivo o con algunas limitaciones, son aspectos importantes en la resolución.

Schoenfeld (1987) identifica la meta-cognición en la resolución de problemas, cuando el individuo conoce acerca de su propio proceso, se autorregula en la ejecución de acciones e identifica sus creencias e intuiciones para resolver situaciones. Es decir, las acciones que involucran un control incluyen tener claridad acerca de lo que se trata el problema antes de iniciar el proceso de solución (fase de entendimiento del problema), así mismo, considerar varias formas de resolver (fase de diseño), también, monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar algún camino que no esté produciendo resultados (fase de implantación) y finalmente, revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida (visión retrospectiva).

Como sugerencias para desarrollar habilidades meta-cognitivas, Schoenfeld (1987) propone el uso de videograbaciones, así mismo ver al docente como un modelo del comportamiento meta-cognitivo y discusión de los problemas con todo el grupo o con equipos pequeños.

3.5.4. Categoría IV: sistemas de creencias

En esta categoría se ubica la concepción que los estudiantes tienen acerca de las matemáticas. Lo que cada persona piense y sienta acerca de esta disciplina repercute la forma de cómo selecciona determinada dirección o método para resolver un problema. Es decir, que las creencias establecen el contexto dentro del cual funcionan los recursos, las estrategias heurísticas y el control.

Es por ello, que la motivación frente a las matemáticas es un punto de partida en la educación infantil, ya que de aquí se desprenden las percepciones, creencias y emociones para aprender, comprender y hacer uso del conocimiento.

Las categorías anteriormente mencionadas se observan desde la enseñanza, en la cual los docentes demuestran acciones para fomentar la resolución de problemas y guían el proceso

matemático a través de preguntas e intervenciones precisas. Lo cual constituye el cambio pedagógico para atacar la problemática planteada en esta investigación.

3.6. Instrumentos para la recolección de la información

En el estudio realizado, por corresponder a un enfoque de investigación de tipo cualitativo, para la recolección de la información se emplea la observación detallada y descriptiva, así mismo, se realizan varios instrumentos para recolectar datos y se utilizan algunas fuentes para recopilar información, detalles, sucesos, eventos e interacciones dentro del marco de la investigación acción, teniendo como objetivo mejorar la práctica pedagógica.

3.6.1 Observación

La observación es un proceso cuya función inicial e inmediata es recoger información sobre el objeto que se toma en consideración. La observación es un procedimiento de recolección de datos e información que consiste en utilizar los sentidos para observar hechos y realidades, sin distorsionarlos, pues lleva a establecer la verdadera realidad del fenómeno.

Para su registro y sistematización las investigadoras utilizan como fuentes de información: video-grabaciones y observaciones de clase; y como instrumentos de recopilación de datos: test, diarios de campo, transcripciones, análisis de episodios, lista de chequeo y rúbricas.

Instrumento tipo test

Se refiere a una técnica de investigación, análisis y estudio que permite apreciar una característica psicológica partiendo de un comportamiento observado en un individuo. Por ello, para la presente investigación se considera pertinente realizar un test como punto de

partida para analizar las percepciones, emociones y creencias de los estudiantes frente a las matemáticas. A continuación, se presenta el soporte de dicho instrumento.

¿Qué sienten y cómo perciben los niños las clases de matemáticas?

Enseñar matemáticas es una acción educativa muy importante para la vida de los estudiantes, de allí depende el desarrollo del pensamiento lógico y el perfeccionamiento de habilidades y destrezas para desenvolverse en muchas situaciones tanto académicas como personales. Pero la calidad y la eficacia de este aprendizaje, depende del ejercicio pedagógico que brinde el docente, la motivación que se viva y el interés que se despierte en cada una de las clases de matemáticas.

Los estudiantes que no perciben agrado por esta asignatura, pueden sentir aburrimiento, desinterés y su aprendizaje en algunos casos se torna rutinario, repetitivo y sin sentido. Según de Castro (2007), “las matemáticas producen ansiedad a muchos alumnos. Frecuentemente, este fuerte componente emocional negativo tiene su origen en el modo en que se enseñan las matemáticas.” (p.70).

En el ámbito de lo emocional, valorando aspectos más allá de lo cognitivo, es indispensable tener en cuenta la dimensión afectiva de los niños, detectando sentimientos, emociones, creencias, actitudes, apreciaciones y percepciones sobre la asignatura y el ambiente de aprendizaje que los infantes viven en su cotidianidad. Si estos elementos anteriormente mencionados son negativos, tienen un efecto debilitador para los estudiantes, crean ansiedad y frustración; pero si son positivos, promueven bienestar, aceptación, confianza y seguridad. Hace algunos años atrás la relación que existía entre el desarrollo cognitivo de los estudiantes y su esfera emocional no tenía ninguna interdependencia, hoy en día los estudios se han enfocado a encontrar el vínculo que existe entre aspecto afectivo y los procesos cognitivos, meta-cognitivos y motivacionales.

Un desajuste en la emoción y percepción de si en el aspecto cognitivo influye de manera directa en la cognición y viceversa. Esto nos indica que el comportamiento de los

estudiantes en clase no puede únicamente considerarse bajo un aspecto u otro, sino que ambos como un todo necesitan ser tenidos en cuenta. Es vital que a lo largo de su proceso de aprendizaje que lo que el estudiante sienta se considere a la altura de lo que piensa, incluso en el área de las matemáticas cuyo valor tiende a considerarse desde aspectos cognitivos. Pensemos que la vida afectiva y emocional constituye un ámbito que está direccionado hacia un determinado conjunto de habilidades y que puede dominarse con mayor o menor grado de pericia.

Del nivel de control y dominio que alcance una persona sobre estas habilidades resulta decisivo para determinar los motivos por los cuales algunos estudiantes prosperan (en el ámbito de la matemática). La competencia emocional constituye una meta-habilidad que determina el grado de destreza que alcanzaremos en el dominio de todas nuestras facultades (entre las cuales se incluye el intelecto puro) (Gómez-Chacón, 2000).

Por tal motivo, es importante que los docentes en su ejercicio pedagógico usen diferentes estrategias didácticas para que la construcción del conocimiento sea enriquecedora y dinámica, y así mismo se promueva la interacción, la participación y el aprendizaje sea significativo. Como lo indica Goldin, Epstein, Schorr y Warner (2011), se necesitan patrones dinámicos de interacción, motivación, participación del estudiante y resolución de problemas para incentivar el interés y desarrollar habilidades de análisis, comprensión y argumentación.

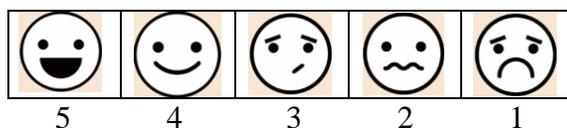
De igual manera, es muy importante diseñar ambientes de aula en donde se fomente el aprendizaje y bienestar de los estudiantes. Stephanou (2011) menciona cualidades tales como preocuparse y cuidar a los demás, igualdad de oportunidades, atención y calidez hacen que los estudiantes logren controlar de manera positiva sus emociones y percepciones tanto de ellos mismos, como de sus compañeros y profesores lo que redundará en mejores desempeños académicos.

Según de Castro (2007), señala que uno de los principios fundamentales para enseñar matemáticas en edad infantil debe ser promover las interacciones entre los niños, donde el estudiante sea participe y protagonista de su aprendizaje en compañía y relación con sus pares, haciendo preguntas, indagando, ensayando y probando.

Si la percepción que se tiene del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es hacer cálculos o aprender procedimientos de memoria para aplicar en un contexto individualizado, será muy difícil promover el interés y el amor por esta asignatura, ya que no será significativo; pero si se perciben las matemáticas como actividad de planteamiento y resolución de problemas, comunicación, interacción, discusión y validación de soluciones, la situación cambia y genera motivación y curiosidad en la adquisición del conocimiento para poner en práctica en situaciones reales y en sociedad.

Teniendo en cuenta lo anterior, fue indispensable conocer las emociones y percepciones que tienen los niños frente a la asignatura de matemáticas. Se propuso entonces, la elaboración y ejecución de una encuesta que permita recolectar información sobre lo mencionado anteriormente y los resultados se utilizaron como insumo para diseñar estrategias didácticas para desarrollar el pensamiento lógico matemático en la educación infantil.

Para el diseño del instrumento, se tuvo en cuenta el Escalamiento Likert y por ser un instrumento para niños, se realizaron preguntas sencillas, con vocabulario acorde a la edad, realizando interrogantes enfocados hacia las emociones que genera la clase de matemáticas, las percepciones sobre las habilidades propias, las creencias y concepciones en relación con la importancia de estudiar matemáticas, la forma en que se aprende y las dificultades ocasionadas en el proceso de construcción de conocimiento matemático; así mismo, se usaron cinco ítems en forma de caritas emocionales para tener claridad en la posible respuesta y cada una tiene su respectiva puntuación al momento de tabular los resultados.



Finalmente, al tramitar dicho test y conocer la visión de los niños frente a las matemáticas, se analizaron y se reflexionaron las prácticas pedagógicas y así, se inició la caracterización, diseño e implementación de una estrategia didáctica que favorezca la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas (ver anexo 2. Instrumento tipo test).

Diario de campo

Este tipo de instrumento facilitó a las docentes investigadoras el registro descriptivo de los sucesos dentro de las clases de matemáticas, utilizándolo como una herramienta de reflexión constante para resaltar detalles, eventos, actitudes y formas de interactuar, teniendo en cuenta la problemática identificada, las categorías de análisis de la investigación y la estrategia didáctica planteada (ver anexo 3. Estructura diario de campo).

Video-grabaciones

Esta fuente se utilizó como medio para observar detalladamente las sesiones de clase, identificando aspectos importantes en el rol de las profesoras, el papel de los estudiantes, las interacciones y de allí identificar las acciones de enseñanza y las manifestaciones de comprensión.

Transcripciones

Este instrumento se diseñó con el fin de registrar episodios significativos obtenidos de video-grabaciones, en el cual se registra el numeral de la línea en la que se hace la

intervención, la persona que la realiza y el aporte realizado. Ello busca objetivar la investigación, al poder observar la propia práctica.

Análisis de episodios

El instrumento se creó con el objetivo de identificar y evaluar las categorías de la investigación en las manifestaciones de comprensión y las acciones de enseñanza a partir de la selección de episodios significativos tomados de las transcripciones.

Lista de chequeo

Este tipo de instrumento, se hizo a través de un formato para controlar el cumplimiento de una lista de requisitos o recolectar datos ordenadamente, ellos se usaron para hacer comprobaciones de acciones, actividades, situaciones observadas, entre otros, respecto al fenómeno estudiado. A través de estas se buscó recolectar información sobre los recursos y estrategias de las que se valen las docentes para encaminar el proceso de resolución de problemas.

CAPÍTULO IV

4. Análisis de datos para obtener resultados

En este capítulo se presenta el proceso en el que se muestran cambios en la práctica de las investigadoras y el impacto de estos en la comprensión de los estudiantes, teniendo en cuenta las evidencias recolectadas y los elementos teóricos abordados; así mismo, se despliegan los momentos o ciclos, las reflexiones que surgieron y las acciones y decisiones que de allí procedieron, de acuerdo con las categorías de análisis y subcategorías planteadas para este estudio.

4.1 Primer ciclo

El primer ciclo de investigación estaba orientado a realizar una inmersión inicial en el problema y su ambiente en la cual se detectó la necesidad de la investigación, que surgió al realizar observaciones de la propia práctica pedagógica (diario de campo), en la cual se identificó que el proceso de enseñanza y aprendizaje la mayoría de las veces se desarrolla de manera memorística a través de reglas y algoritmos, sin generar conexiones con situaciones reales en las que los estudiantes puedan aplicar el conocimiento en contexto. Se observaron dificultades en la resolución de problemas aritméticos, particularmente en el uso de conceptos o relaciones numéricas, y era evidente que hacía falta promover un pensamiento crítico, flexible y reflexivo.

Es así como en el diario de campo (ver anexo 1. Diario de campo Institución No. 1) se observa que el proceso de enseñanza de la sustracción se basaba en un método algorítmico y meramente repetitivo, en el que no se evidencia espacio para proponer situaciones que generen reto a los estudiantes y demuestren su comprensión: *“la profesora explica mediante un ejemplo con bolitas y a través de una historia, luego se proponen unas restas que se escriben en el tablero para que los estudiantes las hagan de manera independiente haciendo uso de sus colores. Posteriormente se llama a cinco estudiantes para que*

socialicen sus respuestas. Para terminar se remite a los estudiantes al libro de matemáticas”.

A pesar de que los estudiantes relacionaban los pre-saberes con los nuevos contenidos abordados, teniendo en cuenta la primera categoría de la investigación (Dominio del conocimiento o recursos), ello no es suficiente para que los niños por sí solos y de manera autónoma y flexible puedan construir nuevos conocimientos útiles y aplicables en su cotidianidad.

Esto llevó a realizar una revisión de los documentos de las dos instituciones, y se encontró que en ambos se resalta la importancia de la resolución de problemas, no como ejercicios rutinarios sino como un medio a través del cual se vivencie el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos que genere en los niños pensamiento analítico, argumentativo, propositivo y que los lleven a tomar decisiones acertadas para interactuar positivamente en la sociedad y en el mundo globalizado.

Sin embargo, se encontró que en las clases, la resolución de problemas no se evidencia como una concepción de contexto en las que los problemas son utilizados como vehículos al servicio de objetos curriculares y como una justificación para enseñar matemáticas (Vilanova, et al 2014), sino por el contrario se trataban como ejercicios para poner en práctica las técnicas y reglas aisladas de situaciones reales, es decir al interior de las aulas en las prácticas pedagógicas se observó la enseñanza de objetos matemáticos de manera desarticulada, para luego practicar lo aprendido en ejercicios problema.

De esto se pudo dar cuenta en el diario de campo (ver anexo 4. Diario de campo Institución No. 2) en el que se realizó una observación a un colega del área de matemáticas en el cual se evidencia el aprendizaje memorístico y rutinario al hacer varios ejercicios en el libro de matemáticas que consisten en adiciones re-agrupando: *“en la página 69 realizan ejercicios de adiciones reagrupando, en los cuales cambian el orden de los sumandos para entender que no se altera el producto, el primer ejercicio lo explica la docente y luego el*

segundo y en adelante lo realizan los niños. La docente observa el desarrollo de los ejercicios y califica el proceso”.

En aras de encontrar más evidencias que justificaran la investigación, se indagaron los resultados de las Pruebas Saber del año 2015 realizadas por los grados tercero de las dos instituciones, evidenciando que aunque los colegios mantienen un buen nivel en sus puntajes, la competencia de resolución de problemas fue la que se identificó por debajo del promedio; lo cual llevó a pensar que en las clases no se estaban desarrollando de manera significativa las estrategias para enseñarles a los estudiantes a resolver problemas, lo anterior en relación a la segunda categoría de análisis (Estrategias cognitivas o métodos heurísticos), en las que puedan aplicar decisiones para adquirir, retener y utilizar la información que logre ciertos objetivos (Bruner, 1978). Para mejorar en este aspecto, fue, y es, necesario enseñarles a los estudiantes dentro de las clases el uso de diferentes caminos y recursos que pueden volverlos más hábiles a la hora de resolver situaciones problema.

En este camino, también se quisieron explorar algunas ideas y creencias de los niños y niñas frente a las clases de matemáticas a través de un instrumento tipo test, diseñado bajo el escalamiento Likert con imágenes que reflejaban emociones mediante expresiones faciales para facilitar el entendimiento de este instrumento a los estudiantes. Con este, se buscó recoger información enfocada hacia las emociones, percepciones, creencias y concepciones que generan las matemáticas.

Al hacer un análisis de las respuestas, se identificó a grandes rasgos que ellos relacionan las matemáticas con números, adiciones y sustracciones; así mismo expresan inseguridad hacia las matemáticas las cuales en ocasiones consideran difíciles; pocos vinculan las matemáticas con la resolución de problemas y por el contrario la relacionan con ejercicios de rutina en los cuales deben memorizar las reglas y algoritmos matemáticos para obtener buenos resultados. Esto llevó a considerar la tercera y cuarta categoría de análisis (Estrategias meta-cognitivas y Sistemas de creencias) ya que en la práctica pedagógica

según lo observado, no se llevaba a cabo una evaluación continua del proceso donde el estudiante se pudiera auto-evaluar y reflexionar sobre su actuar.

Respectivo a sus creencias se encontró relación con la parte emocional, ya que en el proceso de aprendizaje no solamente inciden los aspectos cognitivos sino que es necesario tener en cuenta la dimensión afectiva de los niños. Según Stephanou (2011) si las creencias, emociones y percepciones sobre la materia son negativas, generan un efecto nocivo y debilitador en el aprendizaje; pero si son positivas promueven bienestar, confianza y seguridad; hoy día los estudios se han enfocado en encontrar el vínculo que existe entre los aspectos afectivos y los procesos cognitivos, meta-cognitivos y motivacionales. Dicho aspecto se puede corroborar la observar las imágenes que se expusieron en el capítulo de antecedentes de esta investigación.

Esta categoría se refiere a lo que cada persona piense y sienta acerca de esta disciplina, influye en la forma cómo selecciona determinada dirección o método para resolver un problema. En otras palabras, las creencias establecen el contexto dentro del cual funcionan los recursos, las estrategias heurísticas y el control (Schoenfeld, 1992). Por ello, la motivación frente a las matemáticas es un punto de partida en la educación infantil, ya que de aquí se desprenden las percepciones, creencias y emociones para aprender, comprender y hacer uso del conocimiento.

El primer ciclo permitió a las docentes investigadoras constatar que no se trataba solamente de realizar ejercicios donde se mecanizaran contenidos, fórmulas y algoritmos como se observó en la identificación del problema de investigación a través de las fuentes e instrumentos aplicados; sino que era necesario estimular el desarrollo cognitivo a través de situaciones reto en las que los estudiantes pusieran en juego sus recursos y estrategias cognitivas para lograr una verdadera comprensión de los contenidos y así los pudieran expresar a través de diferentes desempeños.

En razón a lo anterior, se tomó la decisión de indagar autores y referentes teóricos que sustentaran la importancia de aplicar la resolución de problemas como medio para favorecer la comprensión en los estudiantes. Así mismo, se buscó darle más objetividad a la investigación, por lo cual se cambiaron los diarios de campo como instrumento de análisis por video-grabaciones de las clases, transcripciones de episodios significativos y análisis de los mismos. Debido a que las docentes investigadoras laboran en dos instituciones diferentes con contextos diversos, también se vio la necesidad de abrir los análisis y las reflexiones para indagar a fondo el impacto de la resolución de problemas como estrategia didáctica. Esto dio paso al inicio del segundo ciclo.

4.2 Segundo ciclo

El segundo ciclo de investigación se centró en indagar sobre los fundamentos teóricos que dieron una base para poder evidenciar una transformación de la práctica pedagógica, e identificar elementos de una estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas para favorecer la comprensión de las matemáticas en educación infantil; teniendo como inspiración el modelo de Enseñanza para la comprensión (Epc) Perkins (1997) y la resolución de problemas cuyos máximos exponentes para el interés de la investigación son Polya (1945:2014), Santos-Trigo (2007) y Schoenfeld (1992:2016).

Al hacer un estudio más profundo de las mencionadas teorías se pudo ponderar la diferencia que existe entre el aprendizaje a través de ejercicios rutinarios y mecánicos y el aprendizaje a través de situaciones problema. Es así como Schoenfeld (1987) resalta que cuando se plantean problemas estos generan reto en la búsqueda de diferentes caminos y estrategias para solucionar la situación y lo anterior implica el despliegue de desempeños en los cuales se de una aplicación del conocimiento en contexto propiciando manifestaciones de comprensión. Todo lo anterior necesita estar mediado por acciones de retroalimentación, reflexión y evaluación constantes para lograr habilidades de un modo más dinámico y flexible en el cual los estudiantes sean protagonistas en la construcción de su saber.

Debido a que varias teorías no hacían una mención explícita del aprendizaje de las matemáticas en edad infantil, las docentes investigadoras de acuerdo con el contexto en el que se desempeñan vieron la importancia de indagar de manera más exhaustiva lo referente a las formas propias de aprendizaje de los niños y las niñas. Así encontraron que en las primeras edades el aprendizaje debe partir de situaciones cotidianas para que puedan promover y ampliar el sentido matemático.

Además, como lo expresa NAEYC y NCTM (2013), es determinante que los maestros diseñen actividades en las que los niños y niñas puedan poner en uso sus conocimientos previos e informales y así las experiencias podrán ser más valiosas y significativas.

Un aspecto importante por resaltar es el uso de juego como actividad que promueva la aplicación de relaciones y conceptos matemáticos, en los que los estudiantes puedan hacer uso de material concreto y manipulativo. Schuler (2011) menciona que el papel del maestro en el juego es de gran importancia cuando hace aportes, preguntas, sugerencias y reflexiones pues con ello impacta el pensamiento y la comprensión en los estudiantes.

Para dar aplicación al marco teórico propuesto en la investigación y relacionarlo con el contexto de la educación infantil, los problemas requieren de una estructura acorde a la edad por lo cual se tomó la decisión de abarcar los Problemas Verbales de Estructura Aditiva (PVEA), siguiendo los requerimientos de los documentos institucionales de los dos colegios en el área de matemáticas, los cuales contemplan la enseñanza y aprendizaje de los conceptos de adición y sustracción, y también debido a que dichos problemas pueden ser involucrados desde el comienzo, sin necesidad de que los estudiantes tengan un conocimiento formal.

Profundizando en la resolución de problemas se encontraron algunas categorías que se adaptaron a las necesidades de esta investigación, como medio para realizar un análisis detallado del proceso de enseñanza y aprendizaje, las cuales han sido ampliamente

estudiadas por Schoenfeld (1992: 2016) y Santos Trigo (2007) y contienen elementos importantes a tener en cuenta en el proceso de resolución de problemas, que en el contexto de este estudio se asumieron como subcategorías. Las categorías consideradas fueron: dominio del conocimiento o recursos, que evalúa los conocimientos previos; estrategias cognitivas o métodos heurísticos, con las cuales se observan y evalúan las estrategias que usan los estudiantes (cuándo y cómo); estrategias meta-cognitivas, que dan luces del proceso de auto-crítica que realiza el estudiante bajo la mediación del docente; y por último, sistemas de creencias, con la cual se busca indagar las concepciones, percepciones y sentimientos que les generan las matemáticas a los niños y niñas.

A partir de la indagación realizada respecto al marco teórico y las categorías de la investigación, se tomó la decisión de implementar tres sesiones de clases involucrando la resolución de problemas, en aras de identificar las acciones de enseñanza de las docentes investigadoras y las manifestaciones de comprensión de los estudiantes. Para extraer la información y analizar los datos se usaron como fuentes video-grabaciones y selección de episodios significativos y como instrumentos las transcripciones y análisis de episodios con miras a organizar lo recolectado para justificar la estrategia didáctica en la investigación.

Los instrumentos de recolección de la información se diseñaron teniendo en cuenta la información relevante para adelantar esta investigación. Es así como se ideó un instrumento de transcripción, en el cual se hacía como primera medida una breve introducción para contextualizar la sesión y los objetos matemáticos abordados en clase, y como segunda medida una tabla dividida en tres columnas; la primera la numeración de las líneas de intervención, la segunda diferenciando la persona que hace la intervención (P y E) y en la tercera la transcripción literal del audio (ver anexo 5. Instrumento de transcripción).

Para analizar las transcripciones y lograr cierta validación en los resultados de la investigación, se vio la necesidad de seleccionar dentro de varios episodios, los más ejemplarizantes y crear un instrumento por medio del cual se pudieran analizar los resultados del proceso de enseñanza y aprendizaje a través de la resolución de problemas.

Para realizar un análisis detallado de lo anterior, se incluyeron las categorías de la investigación ya mencionadas y las subcategorías que ampliaban las manifestaciones de cada una de ellas.

En referencia a la categoría de Dominio del conocimiento o recursos aparecían como subcategorías: conocimiento informal e intuitivo, hechos y definiciones, procedimientos rutinarios, conocimiento acerca del discurso del dominio y errores consistentes o recursos débiles. En la segunda categoría Estrategias cognitivas o métodos heurísticos se incluyeron como subcategorías trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos, formular el problema, explorar problemas similares y dibujar figuras. Para la tercera categoría llamada Estrategias meta-cognitivas se tuvieron en cuenta las subcategorías de planeación, monitoreo y evaluación. Como categoría final llamada Sistema de creencias las subcategorías fueron creencias de los individuos, el papel del profesor, el papel del estudiante y sentimientos y percepciones.

Este instrumento contenía una tabla con tres columnas y cuatro filas; en la primera columna se encontraban las cuatro categorías, en la segunda columna las subcategorías y en la tercera un espacio para interpretaciones donde se documentaba de manera detallada las manifestaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje (ver anexo 6. Instrumento Análisis de Episodios versión 1).

4.2.1 Resultados en la Institución No. 1

A continuación, a manera de síntesis del segundo ciclo descrito, se presenta un compendio del análisis de 3 episodios significativos, en los cuales se implementaron sesiones de resolución de problemas, realizado a partir de sus transcripciones. En los episodios 1 y 2 se pidió a los estudiantes interpretar una imagen con diferentes figuras geométricas mientras que en el episodio 3 se trabajó con un Problema verbal de estructura aditiva (PVEA). Aquí se muestran las interpretaciones realizadas, tanto a las acciones de la profesora, como a las de los estudiantes.

ANÁLISIS DE RESULTADOS
Implementación resolución de problemas
Sesiones de clase
Institución no. 1
Episodios 1-2-3

Categoría	Subcategoría	Descripción
<p style="text-align: center;">Dominio del conocimiento o recursos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>En los episodios 1 y 2 la profesora a través de preguntas busca identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre las formas, colores y figuras geométricas. Es así como expresa ¿Qué figuras ven? ¿Qué te hace decir que es un cuadrado? ¿Qué te hace decir que es un rectángulo?</p> <p>En el episodio 3 la profesora no verifica conocimientos previos para la solución del PVEA, realiza una lectura de éste dos veces.</p> <p>En los episodios 1 y 2 los estudiantes expresan sus conocimientos previos reconociendo y nombrando las figuras geométricas planas y dando definiciones de algunas de ellas, así: en el episodio 2 “tiene tres puntas y tiene tres líneas” demostrando que tiene un conocimiento informal sobre lo que es un triángulo. Así mismo en el episodio 1 línea 69 el estudiante expresa conocimiento informal al hablar sobre la diferencia que hay entre un cuadrado y un rectángulo “porque el rectángulo es más rectangular (alargando el espacio horizontal entre sus manos de) y el cuadrado más cuadrado (ampliando el espacio entre sus manos de manera vertical), lo cual consiste en un procedimiento rutinario pues al no poder explicarse a través de palabras, los niños usan sus manos o cuerpo para darse a entender.</p> <p>En el episodios 1 y 3 se observan procedimientos rutinarios en esta edad, así en el episodio 1 línea 69 el estudiante hace uso de su cuerpo, gestos y manos para explicar la diferencia que hay entre un cuadrado y un rectángulo lo cual consiste en un procedimiento rutinario pues al no poder explicarse a través de palabras, los niños usan sus manos o cuerpo para darse a entender. De otro lado en el episodio 3 el estudiante da la respuesta a la situación problema, sin hacer previamente un proceso la justifique, se lanza a decir un número de manera errónea, lo cual es corregido por sus mismos compañeros. Así mismo para encontrar la respuesta a la adición en la línea 14 realiza un conteo uno a uno de las abejas usando sus dedos.</p> <p>En los Episodios 1 y 2 como los estudiantes manifiestan errores consistentes al expresar sus definiciones sobre las figuras geométricas. Así en el episodio 1 línea 57 y en el episodio 2 línea 28 expresan: “veo un cuadrado que tiene cuatro puntas y “puede ser un square porque tiene cuatro puntas respectivamente”; los estudiantes al expresarse sobre las características de las figuras no usan el lenguaje matemático adecuado sino usan un lenguaje informal También en el mismo episodio en la línea 57 pues al observar la imagen del camión el estudiante expresa “las ruedas son círculos”. Se observa un error consistente pues cree que las figuras volumétricas como las llantas son círculos Así mismo, hay errores consistentes en el episodio 2 línea 30 al dar la definición de rectángulo el estudiante expresa que los rectángulos tienen 2 lados pequeños y dos largos”; se aprecia error en los conceptos de tamaño y longitud a la hora de referirse a las características de las figuras y características de las</p>

	<p>mismas. Así mismo en la línea 17 al trazar un círculo la profesora pregunta ¿Por qué es un círculo? Y el estudiante responde en la línea 18 “No tiene ninguna punta, ni tienen ningún lado.</p> <p>En el episodio 2 al observar errores consistentes sobre las definiciones y características de las figuras geométricas la profesora interviene reafirmando lo dicho y pidiendo a los demás estudiantes que verifiquen y expresen su opinión: El estudiante no identifica lados en el círculo por lo que la profesora vuelve a afirmar lo dicho por el estudiante y pregunta que si alguien piensa algo diferente para que los mismos estudiantes hagan conciencia del error. En la línea 20 el estudiante dice “donde empieza termina” a lo que la profesora le pide que explique qué significa eso en términos de lado y el estudiante agrega en la línea 23 “que solo tiene un solo lado”. Así mismo, como se aprecia error en los conceptos de tamaño y longitud a la hora de referirse a las características de las figuras y características de las mismas en la línea 31 del episodio 2 la profesora invita a hacer la corrección reafirmando lo dicho por el estudiante a lo que en las líneas 32 y 34 varios estudiantes responden corrigiendo” dos lados largos y dos cortos”. Refiriéndose a las características del rectángulo.</p> <p>En los episodios 1 y 3 los estudiantes expresan conocimiento sobre la definición de figuras geométricas y el concepto de adición, ejemplos de ello son el episodio 1 (línea 70) donde se expresa: “Que el rectángulo es largo y el cuadrado todos sus lados son igual de largos mientras que en el rectángulo dos los lados son más largos que su altura” incluyendo conceptos como la longitud, altura, lados e igualdad. En el episodio 3 línea 12 para para resolver el problema expresa: “cinco más tres es ocho”.</p>
<p>Estrategias cognitivas o métodos heurísticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Formular el problema. • Explorar problemas similares. • Dibujar figuras. 	<p>En los episodios 1, 2 y 3 se observa que los estudiantes hacen una verificación de los procedimientos; en el episodio 1 en la línea 41 al hacer referencia a la imagen el estudiante menciona “Veo una luz cuadrada ahí” (es una figura que es un triángulo). La profesora le pregunta: ¿Qué te hace decir que eso es un cuadrado? Para llevarlo a re-pensar su respuesta y se le pide como se menciona en la línea 47 que se acerque y muestre la figura que está viendo. Luego en la línea 45 verifica y dice “es un triángulo” pues varios de sus compañeros en la línea 43 le manifiestan que es un triángulo. En la línea 48 el estudiante busca un señalador y cuenta uno a uno los lados diciendo “uno, dos, tres”. Aquí se observa que está probando y verificando su respuesta a través de un procedimiento rutinario el cual es señalar e ir contando en voz alta. De igual manera pues en el episodio 2 la profesora realiza un patrón de sonidos con una botella con frijoles y el estudiante después de escucharlo y de-cifrar si era un patrón o no dice: “Si es un patrón por qué hiciste uno, tres, uno, tres” convirtiendo el sonido en un registro numérico para poder explicarlo y verificar el procedimiento. Así mismo en el episodio 3 ante la duda de cuantas abejas hay en el árbol y después de dar su respuesta de manera oral expresada en una adición cuenta cuantas abejas hay en total en el árbol en la línea 14 el “Son ocho... (cuenta) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho”. Se observa como intenta probar o verificar la respuesta.</p> <p>En el episodio 2 y 3 se observa que el estudiante se vale de figuras y reformula las situaciones para explicar y comprender mejor. Así en el episodio 2 para dar a entender lo que un patrón significa en línea 60 al estudiante tratar de explicar que el patrón necesita una secuencia que se repita utiliza un procedimiento rutinario de la edad (en el objeto matemático de patrones) de dar el ejemplo con figuras geométricas para hacerse entender. Así manifiesta: “Todo el tiempo...digamos triángulo, círculo,</p>

	<p>rectángulo, corazón, triángulo, círculo, rectángulo corazón”. Así mismo en el episodio 3 en la línea 19 la profesora le pide al estudiante acercarse para explicar lo dicho. El estudiante manifiesta: “Si ponemos esta abeja aquí serían cuatro más cuatro y cuatro más cuatro es ocho porque uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete y ocho”. Se observa como estrategia que intenta explorar problemas similares, haciendo cambios en los grupos (re-agrupando) para facilitar su entendimiento y dibujando figuras para comprenderlo mejor pues en la línea 22 manifiesta que traslada una abeja para formar 2 grupos de 4 abejas. Así mismo como se expresa en la línea 22 dibuja punticos los cuales representan la reagrupación de las abejas. Y expresa al ir dibujando cada puntico “Uno, dos, tres, cuatro. Uno, dos, tres, cuatro. Y el total es cuatro más cuatro ocho. Uno dos tres cuatro y uno, dos, tres, cuatro sería uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho”.</p> <p>En el episodio 1, se observa que el estudiante se vale del uso de representaciones pues en línea 69 se observa que la estudiante al tratar de explicar la diferencia entre el cuadrado y el rectángulo el dibuja las figuras (en el aire) con sus manos para darse a entender, así: al intentar representar que el rectángulo es más largo ubica sus dos manos de forma paralela y amplía el espacio horizontal y al tratar de representar el cuadrado ubica sus manos de forma paralela y amplía el espacio vertical entre ellas.</p> <p>En el episodio 1 para que el estudiante haga uso de otra estrategia y verifique lo que está diciendo la profesora le pregunta: ¿Qué te hace decir que eso es un cuadrado? Para llevarlo a re-pensar su respuesta y se le pide como se menciona en la línea 47 que se acerque y muestre la figura que está viendo.</p>
<p>Estrategias metacognitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En los episodios 1, 2 y 3 la profesora hace una evaluación y monitoreo del proceso que llevan los estudiantes para dar sus respuestas. Así se observa en el episodio 1 en la línea 44 expresa “Qué te hace decir que es un cuadrado”. Así mismo en la línea 46 dice “¿Qué te hace decir que es un triángulo?” e invita a los estudiantes a que prueben sus respuestas con expresiones tales como se observan en la línea 47 “acércate y nos muestras” y en la 58 “Ven y nos muestras”. En el episodio 2 en la línea 17 expresa “¿por qué es un circle? y en la línea 19 al recibir la respuesta de un niña que expresa que el círculo no tiene ninguna punta ni ningún lado expresa “No tiene ninguna punta y no tiene ningún lado, ¿alguien piensa algo diferente?”. Esto con la idea de llevar a los estudiantes a hacer meta-cognición sobre lo dicho por sus pares. Así mismo, la profesora enfatiza una respuesta dada por el estudiante sobre los lados del círculo, quien en la línea 20 expresa “donde empieza termina” a lo que la profesora buscando crear conciencia sobre los lados del círculo, en la línea 21 expresando “¿qué quiere decir eso?” En el episodio 3 la profesora en repetidas oportunidades pide a los estudiantes que demuestren o expliquen sus respuestas. Así se observa en la línea 9 y 10, que le dice al estudiante “¿qué hiciste, qué pasó?, como también “¿Cómo hiciste para llegar a ese número”? Avala el hecho de que se utilicen otras formas para llegar a la solución e igualmente pide que expliquen sus respuestas. Se observa así en la línea 21 que dice “Martín está dando otra solución, me la puedes escribir, ¿cómo la escribirías?” Ello con el fin de haciendo un monitoreo de los procesos que los estudiantes utilizan para resolver el problema y una evaluación de la comprensión de estos. En la medida en que el estudiante puede explicar sus respuestas a sus pares demuestra más comprensión.</p> <p>En los episodios 1 y 3 los estudiantes utilizan estrategias de monitoreo y evaluación de sus respuestas. Así en el episodio 1 línea 41 al hacer referencia a la imagen el estudiante menciona “Veo una luz</p>

	<p>cuadrada ahí” (es una figura que es un triángulo). La profesora le pregunta: ¿Qué te hace decir que eso es un cuadrado? Para llevarlo a re-pensar su respuesta y se le pide como se menciona en la línea 47 que se acerque y muestre la figura que está viendo. Luego en la línea 45 verifica y dice “es un triángulo. En la línea 48 el estudiante busca un señalador y cuenta uno a uno los lados diciendo “uno, dos, tres”. Aquí se observa que está probando y verificando su respuesta a través de un procedimiento rutinario el cual es señalar e ir contando en voz alta. Por otro lado en el episodio 3 línea 31 el estudiante manifiesta por petición de su profesora (línea 30) si es posible que exprese su respuesta mediante otro registro semiótico como la recta numérica para verificar su respuesta “Creo que sí. Así yo lo haría. Un froggy, froggy sería uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete. (Para y se devuelve) y hace una evaluación del proceso de conteo que hizo: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete y ocho. Y eso es porque aquí llega hasta el cuatro, aquí hay uno, dos, tres y cuatro (señalándolos en la recta numérica con su dedo) y aquí hay uno, dos, tres, cuatro (señalando con su dedo los números 5, 6,7 y 8”. Se observa que al aclarar su respuesta hace un proceso de meta-cognición en razón a que primero cuenta los números de corrido del 1 al 7, corrige volviendo a empezar a contar pues recuerda que la respuesta dada es 8.</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>Al observar los videos de los episodios 1, 2 y 3 se observa que los niños y niñas participan activamente y quieren dar sus ideas y opiniones. Aunque la actividad se realiza de manera individual a través de una imagen que se proyecta de manera general, si se observa como los demás estudiantes aportan y hacen las aclaraciones cuando alguno se equivoca pero de igual manera cuando se le pide al estudiante que pase al frente y verifique lo hace sin temor recibiendo la aclaración que sus mismos compañeros le han hecho. La profesora acompaña y orienta el proceso haciendo preguntas y comunicando expresiones que afirman y dan seguridad en el aprendizaje de los niños como se observa en la línea 73 “Que bueno que nos estés diciendo eso”, También se observa dicha actitud motivante en la línea 49 con la expresión “muy bien”. La profesora hace preguntas a los estudiantes para que verifiquen sus respuestas.</p> <p>Para lograr aclarar algunas definiciones y respuestas la profesora en el episodio 2 reafirma lo dicho cuando nota algún error y ello hace que los estudiantes entren en conciencia y hagan las aclaraciones pertinentes</p> <p>En el episodio 3 se observa que los estudiantes quieren buscar diferentes caminos para resolver el problema. Se hace manifiesta la idea de que el que tiene una idea o estrategia diferente para resolver es el que más sabe matemáticas. La profesora también valida el hecho de que los estudiantes le muestren varias maneras de resolver el problema, así en la línea 44 “Es otra forma de resolverla, no es la que nos está mostrando el dibujo pero es otra forma de resolverlo. Hay alguien que pueda resolver el problema con el dibujo que vemos”. Así mismo, en la línea 68 “Habrá otra forma, usando números. Quien me puede mostrar otra forma usando números...”</p>

Tabla 7: Resumen del Análisis realizado a los Episodios 1, 2, 3. Institución No.1

De acuerdo con los análisis realizados se observan aspectos en relación con las acciones tanto de la profesora como de los estudiantes para las diferentes categorías. Con relación a las acciones realizadas por la profesora, se encuentra que en algunas oportunidades verifica los conocimientos previos de los estudiantes, aunque no es una constante en su accionar. Así mismo, cuando se verifican, estos apuntan más a que los estudiantes expresen definiciones mecánicas de los conceptos aprendidos.

Es así como en los episodios 1 y 2, la situación se desarrolla a través de la observación de una imagen paisajística que está formada por figuras geométricas; la profesora se limita a preguntar sobre lo que observan los estudiantes en ella; es claro que esta actividad no genera un reto como tal para los estudiantes, en razón a que no propicia la oportunidad de que ellos generen diferentes caminos o estrategias para resolverla; los estudiantes solo se limitan a dar sus definiciones de cuadrado, círculo, triángulo etc. y ubicar las figuras en la imagen. La situación tal y como lo menciona Schoenfeld (1985), no genera mayor uso de habilidades, pues “esa dificultad ha de ser un atolladero intelectual más que de cálculo [...]” y solo termina por convertirse en un ejercicio mecánico de observación y definiciones rutinarias de las figuras geométricas sin ponerlas en uso en un contexto determinado.

Hay un acercamiento a la comprensión de los estudiantes y una mejor gestión de la situación por parte de la profesora en el episodio 3, en el que los niños necesitan desarrollar una situación problema relacionada con la adición que consiste en: “*Hay 5 abejas jugando en el parque. Tres más se unieron. ¿Cuántas abejas hay en el parque ahora?*” Al desarrollar dicha actividad se observa que los estudiantes buscan diferentes caminos para solucionar la situación, pues buscan re-agrupar los datos mostrando habilidades de conteo, comprensión del concepto de adición y uso de estrategias heurísticas para resolver la situación.

A pesar de que se desarrolla una actividad donde los estudiantes deben desarrollar un problema verbal de estructura aditiva, no hay una verificación ni de los conocimientos previos ni de los datos o información relevante y comprensión de la situación. El problema planteado se da como un ejercicio para verificar la asimilación del concepto de adición

como tal, y no es manejado como un vehículo que pueda promover nuevas comprensiones y habilidades. A través de video-grabaciones, transcripción y análisis de episodios, se detectó que el problema planteado no fue significativo porque no estaba contextualizado; esto llevó a reflexionar sobre la práctica pedagógica y a iniciar acciones para lograr un cambio, así mismo, se consultaron autores como Vilanova et al (2014) quienes hacen énfasis en la importancia de que el problema sea planteado como contexto y práctica y que contemple la posibilidad de promover diferentes relaciones y habilidades.

Durante los episodios se observa que las actividades no fueron diseñadas para ser resueltas en grupo, para que los estudiantes puedan generar un diálogo y lanzar nuevas hipótesis, verificar y contemplar nuevas ideas y respuestas; en cada una de ellas la profesora proyecta una imagen en el tablero y los estudiantes trabajan de manera individual, expresando sus ideas, pero no hay momentos para que ellos puedan explicar al otro su idea y que trabajen conjuntamente para buscar una estrategia o solución.

Aunque la profesora encamina la situación con preguntas que ayudaban a los estudiantes a explicar sus respuestas, como ¿qué te hace decir que es un cuadrado? ¿Por qué es un círculo? Las respuestas dadas se remitían a repetir la definición del concepto como tal y en pocas oportunidades la profesora buscó ampliar la comprensión de los estudiantes, lo cual no manifestó un proceso meta-cognitivo en el que ellos pudieran ir más allá de una simple definición. Ello llevó a reflexionar sobre la necesidad de diseñar unas actividades más estructuradas que pudieran promover comprensiones teniendo en cuenta los elementos de la estrategia didáctica fundamentada en el marco teórico de la investigación.

4.2.2 Resultados en la Institución No. 2

A continuación y siguiendo la síntesis del segundo ciclo descrito, se expone un compendio de los análisis de 3 sesiones de clase, en las cuales se implementó la resolución de problemas, se efectuó transcripción y análisis de los mismas. En el episodio 1 se realizó

la rutina de pensamiento “Enfocarse”, en la cual los niños observaban imágenes y debían crear una situación problema. En el episodio 2 se trabajó un enunciado matemático en el libro “*En un campamento había 275 personas. Hoy llegaron 65 más. ¿Cuántas personas hay ahora?*” y en el episodio 3 los estudiantes identificaron una situación cotidiana en la que se hiciera uso de las matemáticas.

Aquí se muestran las interpretaciones en cada una de las categorías de la investigación.

ANÁLISIS DE RESULTADOS
Implementación resolución de problemas
Sesiones de clase
Institución no. 2
Episodios 01-02-03

Categoría	Subcategoría	Descripción
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>En los episodios 01, 02 y 03, la profesora informa las instrucciones de las actividades sobre las situaciones problema, teniendo en cuenta lo que se había visto en clase con adiciones y sustracciones, de esta forma los estudiantes empiezan el desarrollo teniendo en cuenta las ideas o conocimientos previos que tienen acerca del uso de los objetos matemáticos. Los estudiantes utilizan el conteo con sus dedos y cálculo mental.</p> <p>La profesora acompaña con preguntas intencionadas el camino que los estudiantes pueden ir tomando para escoger los recursos necesarios en el momento de crear o resolver una situación problema, utilizan los conocimientos previos acerca de los conceptos matemáticos y la decisión personal de crear una pregunta para indagar cantidades. Los estudiantes identifican hechos necesarios para tratar o escoger algún camino de solución, reconocen un inventario de recursos o herramientas, como palabras claves de adición o sustracción, tales como “quitaron”, “comieron”.</p> <p>En los episodios se observan errores en procedimientos o recursos débiles, específicamente cuando los niños están creando situaciones problema, pero amplían mucho la información, por tal motivo la profesora hace un alto y encamina la situación para que los niños se enfoquen en la instrucción dada. Se reconoce que existen recursos débiles, por lo cual se debe guiar para encontrar la posible solución a la situación problema.</p> <p>En el episodio 02, la profesora lee el enunciado del problema matemático y pregunta qué se debe hacer, varios niños responden sumar; aquí se observa el dominio del conocimiento cuando los niños atienden la lectura del enunciado y comprenden la situación problema identificando palabras claves como “llegaron más”, para reconocer en sus conocimientos previos el proceso de la adición como procedimiento para resolver.</p>

	<p>En el episodio 03, la actividad de clase sobre ¿cómo se utilizan las matemáticas en situaciones cotidianas? demuestra el dominio en el conocimiento, uso y proceso de la adición y la sustracción, ya que los niños describen situaciones reales donde resuelven problemas cotidianos al comprar, pagar, hacer cuentas, entre otros.</p>
<p>Estrategias cognitivas o métodos heurísticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Formular el problema. • Explorar problemas similares. • Dibujar figuras. 	<p>En los episodios 01, 02 y 03, se observan estrategias para resolver las situaciones problema específicamente cuando la docente realiza preguntas que apoyan y encaminan el descubrimiento de los estudiantes para encontrar la solución. Preguntas como: “¿ya sabían cuánta comida habían traído?”, “¿Cuál sería la pregunta que tendríamos que resolver?”, “¿qué tendríamos que hacer?”, al realizar estas preguntas, los niños encuentran estrategias para resolver la situación problema. Así mismo, la profesora está en continua observación de las actividades para identificar los procedimientos que los estudiantes usan y las estrategias que usan en la resolución. Los estudiantes al identificar situaciones cotidianas, relacionan lo aprendido en clase y lo ponen en práctica. En el episodio 03, el estudiante al hacer compras en el supermercado, identifica los precios y reconoce la necesidad de adicionar para encontrar el total que debe pagar, otro estudiante identifica la importancia de los días de la semana y realiza conteo sumando o restando para reconocer la cantidad de días según la situación que necesite resolver como “cuántos días faltan” o “cuántos días han pasado”, así mismo otro estudiante cuenta la cantidad de productos, adiciona el valor de cada uno para conocer el valor total de la compra y resta esa cantidad al dinero con el que va a pagar para saber cuánto recibe en vueltas.</p>
<p>Estrategias metacognitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>Proceso de solución: fase de entendimiento del problema, fase de diseño, fase de implementación y visión retrospectiva.</p> <p>En los episodios 01, 02 y 03, los niños identifican las instrucciones de inicio para crear o solucionar una situación, por lo cual se evidencia que entienden el problema planteado. Los estudiantes se guían de acuerdo a las preguntas que la profesora va realizando para explorar el desarrollo. Las preguntas y aclaraciones que constantemente propone la profesora durante los episodios, hacen que los niños se autoevalúen durante el proceso de solución, al reflexionar sobre sus acciones. La profesora realiza preguntas para planear y monitorear el proceso algorítmico que usan los niños al solucionar el problema, en este caso ellos identifican los datos y realizan la operación matemática.</p> <p>En el episodio 03, cada situación que identificó cada estudiante, necesita reconocer el proceso matemático que se utiliza para resolver la situación. Esta actividad demuestra la aplicabilidad que tiene las matemáticas en la vida cotidiana y las familias evaluaron los procesos que los niños usaron para resolver cada situación, de esta forma se demuestra la comprensión del conocimiento adquirido, al ponerlo en práctica en algo habitual.</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>En los episodios 01, 02 y 03, se evidencian las emociones frente a las matemáticas observando las actitudes, los gestos y la participación frente la actividad. Los niños identifican que ellos mismos pueden crear una situación problema y no solo se resuelven los enunciados formulados por la profesora o el texto guía, aquí se reconocen las percepciones y las creencias frente a las matemáticas.</p>

<p>En los videos de los episodios, se pueden observar algunos puntos clave para identificar las percepciones, las creencias y las emociones de los niños hacia las matemáticas, como sus gestos, su participación, el entusiasmo, entre otros.</p> <p>La profesora acompaña y orienta el proceso haciendo preguntas y comunicando expresiones que afirman y dan seguridad en el aprendizaje de los niños, como “muy bien”, “excelente”, “felicitaciones”, “perfecto”, entre otras.</p>
--

Tabla 8: Resumen del análisis realizado a los Episodios 01, 02, 03. Institución No.2

Al observar los 3 episodios y teniendo en cuenta en detalle las manifestaciones de cada categoría de la investigación, se pueden identificar varias acciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La docente investigadora de la Institución No. 2 realiza constantemente preguntas e intervenciones que van guiando a los estudiantes a la resolución de las situaciones, así mismo, hace que los niños identifiquen posibles caminos, procedimientos, decisiones y estrategias para encontrar respuestas; estas pueden ser acertadas o erróneas, y de aquí depende que la profesora haga pausas, para que los estudiantes identifiquen conscientemente el desarrollo de las actividades y así realicen cambios sí lo creen necesario, tales como ¿cuáles son los datos del problema? ¿Qué debemos resolver? ¿Cómo lo vamos a hacer? ¿Qué estrategia se puede usar?, entre otras.

En el actuar de los estudiantes, se observa según el análisis, una participación constante, un ambiente de reto en el cual todos quieren intervenir. Los estudiantes hacen uso de sus conocimientos y al mismo tiempo aprenden nuevos conceptos, al tener como medio una situación problema para resolver, en la cual buscan diferentes estrategias, recursos y procedimientos para llegar al resultado; como conteo con sus dedos, cálculo mental, operaciones algorítmicas, entre otros.

Por otro lado, también se evidencian algunas faltas, por ejemplo, como se dijo anteriormente, la docente realiza preguntas e interviene constantemente, pero al observar esta acción desde el aprendizaje y la comprensión, no da independencia en el actuar de los estudiantes; así mismo, cuando los niños responden las preguntas de la profesora, no se profundiza frente a las decisiones, simplemente

se acepta la respuesta y se finaliza el problema, lo cual hace que no se ahonde en lo meta-cognitivo, pues las respuestas tienden a ser mecánicas y sin buscar la reflexión y el análisis de las mismas. Es así como mencionan Perkins y Blythe (1994) que los estudiantes logran comprensión cuando pueden explicar sus procesos y respuestas, encontrar evidencias, dar ejemplos, presentar analogías y reformular la situación; aunque es necesario que la docente guíe la situación cabe resaltar que también tiene como tarea el permitir el aumento del conocimiento de un determinado tema u objeto matemático, en otras palabras, “ir más allá”.

Finalmente, en las sesiones de clase observadas, transcritas y analizadas en las dos instituciones, se llevan al aula algunas situaciones problema como experiencia para identificar y confirmar que se puede enseñar las matemáticas a través de la resolución de problemas y de esta forma se fomenta la comprensión en los niños, pero en estas clases, no se tuvo en cuenta el modelo EpC, en el cual tiene gran importancia el diseño de metas, hilos conductores y desempeños que encaminen todas las actividades y prácticas para generar manifestaciones de comprensión; así mismo, tampoco se tuvo en cuenta el análisis detallado de los dos procesos educativos, como lo son las acciones de las docentes (enseñanza) y las manifestaciones de comprensión de los estudiantes (aprendizaje), ya que se observaron de forma conjunta, pero no se realizó una indagación minuciosa.

Es por ello, que de aquí se realiza una transición al tercer ciclo, en el cual las docentes investigadoras toman la decisión de diseñar, implementar y evaluar una estrategia didáctica para favorecer la comprensión de las matemáticas en educación infantil, usando como medio la resolución de problemas.

4.3 Tercer ciclo

En aras de encaminar la investigación hacia el cumplimiento de los objetivos y así poder dar respuesta a la pregunta, las docentes investigadoras tomaron la decisión de re-diseñar el instrumento de análisis de los episodios, en el cual se detallaron, por separado, las acciones de enseñanza y las manifestaciones de comprensión. Las video-grabaciones realizadas, la elección de episodios significativos y los análisis efectuados ayudaron a visibilizar los

elementos que se debían tener en cuenta en la estrategia de resolución de problemas como medio para favorecer la comprensión de las matemáticas en educación infantil.

En el diseño de dicho instrumento, para identificar cambios en la práctica pedagógica, se involucraron de manera rigurosa las categorías y subcategorías, como elementos importantes y necesarios para tener en cuenta durante la resolución de problemas. Para ello, se analizaron y valoraron las manifestaciones que se dan en los dos procesos (enseñanza y aprendizaje) y se realizaron ajustes en busca de promover la comprensión de las matemáticas, e idear estrategias y recursos para promover la resolución autónoma y flexible de diferentes situaciones problema.

Cabe aclarar que este formato se diseñó para poder analizar las transcripciones de los episodios realizados en la práctica pedagógica, lo cual permitió interpretar, con cierto grado de objetividad, cada uno de los elementos que se evidencian y así mismo, reflexionar sobre el quehacer docente dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (ver anexo 7. Instrumento Análisis de Episodios versión 2).

Con el fin de llevar un registro de las acciones de enseñanza en la resolución de problemas y a pesar de tener el instrumento de análisis de episodios, en el cual se analizaban las diferentes perspectivas de enseñanza y aprendizaje, se vio la necesidad de crear otro instrumento: una lista de chequeo, teniendo en cuenta las categorías de investigación según Schoenfeld (1987) y así se pudo evaluar de manera detallada las acciones de enseñanza (ver anexo 8. Instrumento Lista de Chequeo).

Para ello, se realizó un estudio a profundidad del artículo “Learning to think mathematically” de Schoenfeld (1992:2016), en donde se expresa la importancia de estimular el pensamiento y la creatividad para buscar diferentes estrategias, técnicas, métodos y heurísticas que ayuden en la búsqueda de la solución de problemas. Así mismo, se menciona la necesidad de desarrollar un pensamiento crítico y flexible que los ayude a comprender las diferentes situaciones problema, creando un punto de vista matemático, que los lleve de manera autónoma a tomar decisiones en contexto.

En relación con la pregunta de investigación, al registrar las diferentes acciones de enseñanza en este instrumento, se pudo evidenciar cambios en la práctica pedagógica que se generaron durante las fases de planificación, implementación y evaluación de la estrategia didáctica, en razón a la auto-reflexión que se realizó al iniciar la investigación en la que se descubrió la necesidad de mejorar las acciones de enseñanza centradas en la resolución de problemas como medio para promover la comprensión de las matemáticas en educación infantil. Al hacer el análisis de la frecuencia con la que se realizaron o no las acciones de enseñanza, se reflexionó sobre la gestión del profesor en el proceso de enseñanza y aprendizaje, con miras a lograr una mayor claridad de la información del problema, participación en la generación de estrategias, motivación, uso de lenguaje matemático, entre otros, lo cual produce manifestaciones de comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, que se evidenciaron por medio de las rúbricas diseñadas en las unidades didácticas de cada institución.

Finalmente, la creación y uso de este instrumento hace parte del plan para cumplir los objetivos planteados en la investigación, ya que se analizan los cambios en la práctica pedagógica y se identifican los elementos que se deben tener en cuenta en la estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas para lograr comprensión de las matemáticas.

Para dar cumplimiento al objetivo general de la investigación, se planeó, implementó y evaluó una unidad didáctica bajo el modelo EpC para cada institución y así se identificaron cambios en la práctica pedagógica para promover la comprensión de las matemáticas en los niños y niñas.

Es así como, con la unidad didáctica diseñada para el grado kínder en la Institución No.1, titulada “**USANDO LAS MATEMÁTICAS PARA TOMAR DECISIONES EN EL SUPERMERCADO**” y la unidad didáctica para el grado primero en la Institución No.2 titulada “**APLICANDO LAS MATEMÁTICAS MIENTRAS JUGAMOS**”, se buscó contextualizar en marcos reales los conceptos numéricos y habilidades relacionadas con los mismos, así como situaciones que implican el desarrollo de problemas verbales de

estructura aditiva que involucran los conceptos de adición y sustracción, para que los estudiantes apliquen de manera vivencial y sistemática sus conocimientos en situaciones en las que se requieran habilidades para resolver problemas matemáticos, tomar decisiones y demostrar sus comprensiones.

Para desarrollar este tipo de comprensiones en los estudiantes, el MEN (2006) establece que las matemáticas no se deben referir únicamente al aprendizaje de aspectos meramente mecánicos y cognitivos, sino que se debe hacer énfasis en que las actividades estén relacionadas con el entorno inmediato. En ambas unidades didácticas, estructuradas desde el marco de la EpC, las actividades estuvieron enfocadas en una situación que los estudiantes vivenciaron en repetidas ocasiones, en la cual se impactaron aspectos de carácter emocional y social y en las que se pudieron gestionar conocimientos numéricos y habilidades tales como el conteo, el comparar precios entre un producto y otro, hacer estimaciones y operaciones de adición y sustracción entre otros, para tomar decisiones acertadas dentro de un contexto de juego.

Así mismo el MEN (2006) menciona la importancia de lograr que los estudiantes comprendan lo aprendido a través de diferentes dimensiones de comprensión:

En las dimensiones de la comprensión se incluye no sólo la más usual de los contenidos y sus redes conceptuales, sino que se proponen los aspectos relacionados con los métodos y técnicas y con las formas de expresar y comunicar lo comprendido en relación con la praxis cotidiana, profesional o científico-técnica en que se despliegue dicha comprensión (2006).

En relación con dichas dimensiones, las unidades didácticas buscaron que los estudiantes del grado kínder y primero, expresaran sus comprensiones de los conceptos y habilidades anteriormente mencionados. Estas unidades estuvieron enfocadas a la resolución de problemas de estructura aditiva (PVEA) en los cuales se necesita un cierto nivel de reflexión para encontrar su solución.

En la dimensión de método se buscó que los estudiantes denotaran, describieran o definieran su comprensión de los objetos matemáticos planteados, haciendo uso de representaciones y registros semióticos como lengua natural, barras, figuras, escritura simbólica entre otros, los cuales contribuyen a expresar y verificar comprensiones. Es así como mencionan Oviedo, et. al (2011) en relación con el artífice de estos a Raymond Duval:

Los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión...En matemática las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática (2011).

A su vez, en el diseño de las Unidades, como parte de la dimensión de propósito, se buscó que los estudiantes comprendieran cómo formular, representar y resolver diferentes situaciones problema que se les plantearon en el desarrollo de las 3 fases incluidas dentro del marco de la EpC: exploratoria, de investigación guiada y síntesis.

Y en relación con las dimensiones, en concordancia con el marco pedagógico de EpC que se propuso para dichas unidades, estimulando las habilidades comunicativas, se buscó que los estudiantes desarrollaran comprensiones sobre la importancia de escuchar a sus compañeros con una actitud abierta y respetuosa para poder contemplar diferentes perspectivas y caminos en el desarrollo de los problemas matemáticos planteados. También se buscó que logaran comunicar los procesos y estrategias que los llevaron a resolver las situaciones planteadas y argumentar las decisiones tomadas a través del uso de un lenguaje matemático adecuado.

Todo lo anterior, está íntimamente ligado a lo que significa “ser matemáticamente competente” lo cual resulta no sólo de “hacer” sino también de “comprender lo que se

hace”, pues cuando el estudiante comprende algo es porque sabe qué, sabe qué hacer y sabe cómo, cuándo y por qué hacerlo, según lo establecido por en MEN (2006).

En una línea similar, Perkins y Blythe (1994) como se ha señalado en el marco teórico, definen la comprensión como la capacidad de llevar a cabo una serie de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un tema, por ejemplo, explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una manera nueva donde no solamente se evidencia el conocimiento de un tema, sino que de alguna u otra manera aumentan el conocimiento del mismo y profundizan en su comprensión.

Agrega además el MEN (2006), la importancia de la resolución de problemas en el desarrollo de la actividad matemática al mencionar la importancia de saber formular, plantear, transformar y resolver problemas que hagan alusión a situaciones de la vida cotidiana donde se desarrollen procesos tales como: “Analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Lo anterior contribuyó a identificar elementos importantes a tener en cuenta para la estrategia en cuanto al diseño de las unidades didácticas.

Es fundamental desarrollar la habilidad de la resolución de problemas debido a que ésta forma parte de la actividad cotidiana; los estudiantes necesitan que desarrollen estas capacidades desde edades tempranas, para enfrentar y resolver múltiples situaciones problemáticas; alcanzar esta competencia requiere del desarrollo de diferentes habilidades y procesos de la actividad matemática, para ello en el desarrollo de las unidades didácticas se plantearon actividades secuenciadas y relacionadas que les permitieron tomar decisiones para solucionar la problemática planteada. De esta forma, las matemáticas se constituyen como un aprendizaje sobre la manera de desenvolverse, interpretar y comunicarse con el mundo.

Siguiendo las ideas de Espona (2014), dichas acciones necesitan tener una retroalimentación y una reflexión, que les permita un mejor desempeño, donde el maestro realiza intervenciones periódicas, crea un clima agradable y ayuda a guiar y plantear diversas situaciones, hipótesis, resuelve dudas y propone sugerencias pero sin imponerlas para poder ayudar a los estudiantes a encontrar soluciones significativas en el proceso de aprendizaje.

Para esto se hace necesario monitorear los aprendizajes a través de un proceso de evaluación y meta-cognición continua en el que el docente asume un papel de guía y mediador a través de preguntas que buscan orientar, ahondar, desbloquear, mostrar otras perspectivas, observando qué conocimientos previos traen los estudiantes, cómo van aplicando y profundizando en los mismos o adquiriendo nuevos. Dichas preguntas pueden ser: ¿Qué te hace pensar eso o qué te hace decir eso? ¿Cómo puedes explicar eso que dices? ¿Hay otra forma de hacerlo? ¿Puedes dar un ejemplo sobre ello? ¿Qué te llevó a tomar esa decisión? etc. Así mismo, dichas retroalimentaciones que se hacen en el proceso buscan impactar las emociones y sentimientos de los estudiantes frente a su desempeño y rol en las matemáticas.

Las unidades didácticas planteadas no solamente se estructuraron sobre los fundamentos anteriormente mencionados como MEN (2006), EpC (Tópico generativo, hilos conductores, metas de comprensión, desempeños de comprensión, fase de exploración, fase de investigación guiada y fase de síntesis), teorías y referentes del marco teórico, sino además sobre los requerimientos del Currículo, Plan de Estudios y Plan General de Área del año 2017-2018 diseñado para el grado kínder y primero (ver anexo 9. Unidad Didáctica Institución No. 1 y anexo 10. Unidad Didáctica Institución No. 2).

En base a lo anterior, luego del diseño, se implementaron las unidades didácticas y se utilizó como registro las audio-grabaciones, en las cuales se eligieron los episodios más significativos que dieron cuenta de las transformaciones en el proceso de enseñanza y las comprensiones de los objetos matemáticos, lo cual se transcribió y se analizó verificando cada una de las categorías de resolución de problemas. Posteriormente se evaluaron las

implementaciones realizadas en cada institución y sus efectos en el proceso de enseñanza y aprendizaje para fomentar la comprensión de las matemáticas.

A continuación, se muestra un ejemplo de la transcripción de uno de los episodios más significativos de la unidad didáctica de la Institución No. 1

Código T-17 SGS

Asignatura matemáticas

Unidad Didáctica

Fecha: Mayo 29 2018

EPISODIO: AYUDANDO A CARLITOS EN EL

SUPERMERCADO

FASE GUIADA



Los estudiantes deben resolver diferentes situaciones alrededor de la visita de Carlitos al supermercado. Necesitan establecer el precio de la caja de leche, saber si con el dinero que tienen les alcanza, cuánto dinero necesita para poder comprar la caja de leche, atender la queja del supermercado respecto a las manzanas, resolviendo problemas de estructura verbal aditiva.

La imagen muestra a los estudiantes identificando las características del producto (caja de leche) para obtener su precio.

Lo siguiente hace parte del desarrollo de la situación problema:

- Carlitos desea comprar una caja de leche grande para el desayuno de mañana y desea saber cuál sería el valor de la misma.
- Dice que tiene 10 pesos, desea saber si con este dinero le alcanzaría para hacer la compra
- Si no le alcanza este dinero, ¿cuánto más necesitaría?
- Además necesita realizar una queja pues el día de ayer compró en el supermercado unas manzanas para realizar una torta de manzana para el cumpleaños de su abuelita. Cinco le salieron dañadas y se quedó con 8 manzanas. ¿Cuántas manzanas compró?
- Si necesita 14 manzanas para hacer la torta, ¿qué debe hacer?

103	P	Vamos a leer el problema y a identificar datos importantes o palabras desconocidas. Tengo siempre que identificar esas palabras, para poder comprender. Dice que tiene 10 georgies y desea saber si con ese dinero le alcanzaría para hacer la compra.
104	E 4	Son catorce pero el solo tiene...
105	P	¿Cuáles son los datos importantes?
106	E 1	Que tiene diez georgies.
107	P	¿Habría otro?
108	E 4	Que vale catorce pero el solo tiene diez georgies.
109	E 3	Necesitaría 4 mas (muestra los 4 dedos) porque catorce se puede hacer de 10 y 4.
110	E 3	Es así. (Toma la hoja)
111	P	Uds. también me van a explicar. Dice que tiene 10 georgies y quiere saber si le alcanza para comprar ese producto, ¿Uds. qué dicen?
112	E 8	No, porque le faltarán cuatro.
113	E 7	Cuatro georgies más.
114	P	¿Qué te hace decir que le hacen falta cuatro?
115	E 7	Porque en la anterior foto decían que era 14 entonces necesitamos como diez más manzanas.
116	P	No, todavía no estamos hablando de manzanas. Estamos diciendo que él tiene un billete de 10 georgies.
117	E 7	10 georgies y un billete de cuatro más.
118	P	Me lo pueden representar acá, ¿cómo la harían?
119	P	¿Uds. qué piensan ya lo discutieron entre todos?
120	P	¿Me pueden explicar o contar su respuesta? Dice que tiene 10 georgies y desea saber ¿si con ese dinero puede hacer la compra de la leche?
121	E 3	Diez, no puede porque más cuatro es catorce. Escribe en la hoja ($10 + 4 = 14$).

122	P	¿Hay alguna otra forma de la cual lo podrían hacer?
123	E 3	Si digamos $16 - 2$
124	P	Bueno, ¿Por qué hicieron eso?
125	E 3	Porque dieciséis menos dos es catorce.
126	E 3	Y lo podemos hacer en la number line.
127	P	Es otra forma de representar el catorce, pero miremos, 16 ¿será un dato del problema?, ¿dos es un dato del problema?
128	Varios	No.

Tabla 9: Extracto de la Transcripción del Episodio 17. Institución No.1

A continuación se expone un ejemplo de la transcripción de uno de los episodios de la unidad didáctica de la Institución No. 2

Asignatura: Matemáticas

Curso: 1E

Fecha: Jueves 10 de mayo de 2018

Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de síntesis:

Actividad #1: La profesora pidió a las niñas que trajeran de su casa un juguete para usar en clase. El aula se transforma en una “Tienda de Juguetes”, donde las niñas viven la experiencia real de compra y venta. Se usan billetes de juguete, hay 10 niñas vendiendo ubicadas por parejas y 10 niñas comprando también en parejas, a cada juguete se le pone un precio, teniendo en cuenta la cantidad de dinero que hay en el juego.

La docente entrega a cada pareja de compradoras una tarjeta en donde están las indicaciones de compra:

Pareja 1: comprar 3 juguetes con 75 pesos. Registrar la estrategia de compra.

Pareja 2: comprar 4 juguetes con 95 pesos. Registrar la estrategia de compra.

Pareja 3: comprar 2 juguetes con 38 pesos. Registrar la estrategia de compra.

Pareja 4: comprar 3 juguetes con 64 pesos. Registrar la estrategia de compra.

Pareja 5: comprar 2 juguetes con 83 pesos. Registrar la estrategia de compra.



En la imagen se muestra la ambientación del aula para el desarrollo de la actividad “La Tienda de Juguetes”.

25	P	¿Cuánto dinero tienen?
26	E5	64 pesos.
27	P	¿Cuántos juguetes deben comprar?
28	E6	3
29	P	Ok, y ¿cuáles quieren comprar?
30	E6	El gato de 2 pesos.
31	E5	El Mickey Mouse de 4 pesos.
32	E6	La bolita de 3 pesos (anota los precios en la hoja).
33	P	Muy bien. ¿Les alcanza con el dinero? ¿Qué deben hacer?
34	E5	$2 + 4 + 3$
35	P	Muy bien, y ¿cuánto es el total?
36	E6	$2 + 4$ es 6 y $+ 3$ es 7, 8 y 9 (contando con los dedos).
37	P	¿Por qué decidieron hacer esa estrategia de suma?
38	E5	Para saber cuánto debemos pagar en total.
39	P	Muy bien. Ahora paguen. ¿Cómo van a pagar?
40	E5	Con 10 pesos.
41	P	¿Dejamos así o deben dar vueltas?
42	E6	Dar vueltas.

43	P	¿Por qué deben dar vueltas?
44	E6	Porque yo di 10 y es solo 9 me tienen que dar 1.
45	P	Y ahí ¿qué estás haciendo para saber que te deben dar 1 peso de vuelta?
46	E5	Restar.
47	P	¿Y por qué necesitamos restar?
48	E5	Para mirar si nos dan un billete de 1 o si nos dan más.
49	P	Muy bien. Entonces paguen, den las vueltas y entreguen los juguetes vendidos.

Tabla 10: Extracto de la Transcripción del episodio 07. Institución No.2

Las unidades didácticas tuvieron tres fases, tanto en la planificación como en la implementación: exploración, investigación guiada y síntesis. Para las dos primeras fases las docentes investigadoras realizaron video-grabaciones, de las cuales se escogieron tres episodios significativos, que se transcribieron usando el instrumento diseñado para tal fin. Seguidamente se analizaron cada uno de ellos a la luz de las categorías de investigación y desde dos perspectivas: acciones de enseñanza y manifestaciones de comprensión. Con miras a realizar un análisis detallado de los resultados de la investigación, se decidió hacer un compendio de los tres análisis de cada fase y de esta forma identificar los aspectos que se evidenciaban con relativa frecuencia.

Para la tercera fase, también se realizó una video-grabación, transcripción y análisis haciendo uso de los instrumentos de recolección y evaluación de la información. Finalmente para poder hacer una triangulación de la información, se tuvieron en cuenta en el proceso de enseñanza, las acciones de las profesoras, haciendo una relación entre los análisis de episodios y las listas de chequeo. En relación con las acciones de enseñanza se contrastaron los análisis de episodios con las rúbricas implementadas en las unidades didácticas evaluando el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

4.3.1 Institución No. 1. Resumen de resultados de la investigación

Fase de exploración

Se analizan los episodios **T-05** (Visitando el supermercado) **T-15** y **T-16** (Clasificando productos en el supermercado. En varios de los episodios de esta fase, los estudiantes del grado kínder exponen sus carteleras sobre la visita realizada al supermercado más cercano de su vecindad. Se escogieron los anteriores episodios, en razón a que son los más ejemplarizantes de la fase exploratoria.

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>En los episodios 5, 15 y 16 la profesora busca validar los conocimientos previos sobre el supermercado. De esta forma en el episodio 5 como ¿qué viste en el supermercado? Así mismo en el episodio 15, en las líneas 1, 3, 5, 11, 13 y 15 la profesora realiza preguntas para verificar pre-conceptos sobre producto, forma, material. De igual manera en el episodio 16 En las líneas 1, 3, 9, 15 la profesora a través de preguntas busca validar los pre-conceptos sobre las características de los productos para poder clasificarlos en el supermercado.</p>	<p>En los episodios 5, 15 y 16 los estudiantes manifiestan <i>comprensión sobre la organización y funcionamiento del supermercado</i>. Así en el episodio 5 en las líneas 3 y 6 el estudiante manifiesta que en el supermercado no solamente se consiguen diferentes productos comestibles sino que hay una organización, unas personas que allí trabajan y un precio para los productos. De igual manera en el episodio 15 En las líneas 63,64 y 66 el estudiante manifiesta comprensión al corregir la idea de su compañero y manifestar que los productos no podrían estar organizados por material o si no todos se volverían locos al buscarlo. Comprende que hay una relación entre la organización y clasificación y la facilidad en la búsqueda del producto. También se observa dicha comprensión en las líneas 70, 74, 76 y 78 sobre la organización de los productos al ubicarlos en las categorías correspondientes de acuerdo con sus características. De igual forma en el episodio 16 las líneas 2, 4 y 6, 14 14, 30 los estudiantes manifiestan comprensión sobre la clasificación y caracterización de los productos al manifestar que van organizados por categorías (aseo, bebidas etc.) y por marca y por precios</p>
		<p>En el episodio 15 En la línea 21 la profesora busca que los demás compañeros verifiquen el error dicho por su compañero sobre el bonyourth el cual tiene forma de cilindro que “se ve más pequeño y se vuelve a engordar.” Manifiesta que el término es angosto en vez de pequeño; ello con el fin de fortalecer su conocimiento informal e intuitivo.</p>	<p>En las líneas 70, 74, 76 y 78 sobre la organización de los productos al ubicarlos en las categorías correspondientes de acuerdo con sus características. De igual forma en el episodio 16 las líneas 2, 4 y 6, 14 14, 30 los estudiantes manifiestan comprensión sobre la clasificación y caracterización de los productos al manifestar que van organizados por categorías (aseo, bebidas etc.) y por marca y por precios</p>
		<p>En el episodio 5 y en el episodio 16 la profesora busca verificar el conocimiento acerca del discurso del dominio sobre cómo se usan las matemáticas y las relaciones que tienen las variables de tamaño, material del empaque y clase de producto y que influyen en el precio del mismo. Para ello realiza preguntas tales como: ¿Cuántos productos compraste? ¿Cuándo me dices dos en total qué estás haciendo? Así mismo en el episodio 16 en la línea 74 la pregunta ¿cómo funcionan los precios?, se busca que los estudiantes hagan</p>	<p>En los episodios 15 y 16 se observa comprensión en <i>la organización y clasificación de los productos haciendo uso de categorías, habilidades de conteo, estimación y comparación de magnitudes y cantidades</i>. Así en el episodio 15 En las líneas 8 y 10 el estudiante manifiesta comprensión sobre el prisma rectangular expresando que la caja no es un rectángulo porque no es plano y además lo relaciona</p>

una relación entre este y variables como material del empaque, tamaño etc. para que los estudiantes demuestren su comprensión.

En el **episodio 16** en las líneas 144 y 150 la profesora recuerda los datos del problema para lograr un mejor desarrollo del mismo.

con el volumen, pues dice que si prisma rectangular “ahí si cabe algo”. Así mismo en las líneas 29, 30, 31, 37, 39 los estudiantes manifiestan comprensión al relacionar las características del producto con el precio y expresar que el jugo es el más caro de los productos “porque es el más grande, alto y le cabe más; es el más pequeño y el que menos líquido tiene. En las líneas 41, 42, 43 también manifiestan comprensión pues como procedimiento rutinario los estudiantes para medir productos, hacen uso de otro como referencia y hacer una estimación del tamaño. Así mismo en el **episodio 16** En la líneas 39, 46, 50 y 52, 65 y 67 los estudiantes manifiestan comprensión al hacer una adecuada categorización del producto según sus características para determinar el precio y en la línea 75 y 77 los estudiantes manifiestan comprensión al relacionar el precio con el material del producto. De igual forma en las líneas 85, 86, 87, 88 el estudiante manifiesta comprensión frente al precio al expresar que depende del material del que está hecho el producto y que el precio de los materiales depende de su durabilidad y resistencia de este. También en las líneas 39, 46, 50 y 52 , 65 y 67 los estudiantes manifiestan comprensión al hacer una adecuada categorización del producto según sus características para determinar el precio

En los episodios 15 y 16 los estudiantes desarrollan *comprensión sobre el valor y significado de los números en contextos de conteo* ya que en el **episodio 15** en las líneas 81, 82, 84 al realizar un conteo de las tres categorías y expresar que gana la que más productos tiene. Así mismo, en la línea 99 el estudiante expresa comprensión sobre el proceso de igualar cantidades” ya que para que el 7 sea igual al 6 hay que quitarle uno”.

En el episodio 16 los estudiantes *comprenden la importancia del conteo, habilidades de estimación y comparación para tomar decisiones acertadas en el supermercado* en las líneas 121, 123, 125 y 127 los estudiantes manifiestan comprensión al determinar un número mayor de uno menor y concluir que esto los lleva a ser más costoso o más económico. Así mismo lo expresan al decir que hay un número más alto y uno más bajo

En los episodios **5, 15 y 16** *el estudiante desarrolla comprensión sobre el desarrollo y procedimiento de operaciones de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio)*. Así en el **episodio 5** en la línea 40 al hacer referencia a la sustracción

	<p>la estudiante manifiesta que si fuera una resta le tendrías que quitar” con lo que demuestra su conocimiento sobre el proceso que se realiza al sustraer. En el episodio 15 En las línea 99 el estudiante expresa comprensión sobre el concepto de sustracción cantidades ya que para que el 7 sea igual al 6 hay que quitarle uno. En el episodio 16 En la línea 153 154 y 159 los estudiantes manifiestan comprensión al expresar que deben realizar una sustracción en el problema planteado dando la respuesta correcta de 3. Así mismo en la línea 162 se observa comprensión del concepto de adición y sustracción al dibujar unos cuadrados en el tablero para explicar la situación planteada, dibujando doce cuadrados primero y después tres más porque expresa que “nos dan quince nuestros papás”. En la línea 167 expresa que le va quitar doce y los borra. En la línea 169 expresa que le quita doce cuadrados porque tenía que pagar.</p>
<p>Estrategias cognitivas o métodos heurísticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En el episodio 15 En la línea 86 la profesora reformula el problema pidiéndoles a los estudiantes que encuentren cuantos productos le hacen falta a la categoría de aseo para ser igual a las bebidas. Así mismo, en la línea 92 la profesora les reformula el problema a los estudiantes cuando les dice que cuantos productos tendrían que quitarle a la categoría de las bebidas para que sea igual a la de aseo</p> <p>En el episodio 16 en las líneas 78, 80 y 82 la profesora busca que los estudiantes verifiquen los valores de los materiales para que comprendan que cada uno tiene un valor diferente que va aumentando. En la línea 134 la profesora explora el problema con una situación hipotética: “Supongamos que sus papás les dan 15 georgies” para verificar relaciones y conceptos de adición y sustracción</p> <p>En el episodio 16 la línea 97 la profesora busca que los estudiantes vayan atrás y den cuenta del proceso realizado para obtener el precio de la caja de cereal grande hasta el momento.</p>
<p>Estrategias meta-cognitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En los episodios 5, 15 y 16 la profesora busca evaluar los conocimientos adquiridos con preguntas tales como ¿cómo estaban organizados los productos?</p> <p>Así mismo en el episodio 5 realiza preguntas abiertas como ¿cómo crees que usaste las matemáticas en el supermercado? Así en el episodio 15 en la línea 38 busca a través de la pregunta por qué? Que el estudiante de cuenta de la comprensión sobre por qué ese producto será más económico. En la línea 49 la profesora busca verificar comprensión entre la relación que hay entre la capacidad y el precio.</p> <p>En el episodio 5 el estudiante demuestra comprensión sobre como los conceptos de adición y sustracción desarrollados en los problemas verbales de estructura aditiva (cambio) lo llevan a ser más reflexivo y explorar diversos caminos que influyen las decisiones que toma en el supermercado, pues en las en la línea 44 el estudiante realiza su propio proceso de evaluación al mencionar que cuando hizo el conteo de los productos que llevaría del supermercado no realizó una sustracción, por lo que manifiesta: “No porque si compramos los dos productos no le quitaríamos nada sería dos productos y no le quitamos nada porque ya lo compramos el</p>

	<p>En las líneas 54 y 55 la profesora al pedir que organicen los productos en las categorías busca monitorear el proceso de comprensión sobre la clasificación de los productos. En la línea 79 la profesora busca que los estudiantes realicen un proceso de conteo y comparación de cantidades al pedirles que comparen los productos de tres categorías para verificar su conocimiento y procesos. En el episodio 16 en las líneas 106, 108 y 111 la profesora monitorea con preguntas el proceso de obtención de los datos para sacar el precio de la caja mediana.</p> <p>En el episodio 15 en la línea 35 la profesora al obtener una respuesta errada del estudiante que compró dos productos y que dice que al contarlos estaba multiplicando busca involucrar a los demás pidiendo sus opiniones o respuestas.</p> <p>En el episodio 16 en la línea 65 y 68 la profesora pregunta lo que va a ocurrir con el precio (hipótesis) al clasificar las dos cajas que hasta ahora valen igual, según su tamaño para monitorear la comprensión en la valoración y comparación de los números que están observando.</p>	<p>producto”.</p> <p>En el episodio 15 el estudiante comprende cómo aplicar diferentes estrategias de conteo para desarrollar estructuras aditivas (conteo total, conteo parcial, abreviación) pues en la línea 117 el estudiante planea su conteo organizando los productos en grupos de dos y realizar el conteo de manera más eficiente.</p> <p>En la línea 121 y 123 hay comprensión al realizar un monitoreo de la situación y organización de los productos de dos en dos para el conteo y expresar que sobre un producto (uno queda solo). Así mismo en las línea 121 y 123 hay comprensión al realizar un monitoreo de la situación y organización de los productos de dos en dos para el conteo y expresar que sobre un producto(uno queda solo)</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>En el episodio 5 en las líneas 21, 23, 25, 27 la profesora busca llevar al estudiante a descubrir sobre el uso que le hizo de las matemáticas en el supermercado y los procesos matemáticos que realizó.</p> <p>En los episodios 15 y 16 la profesora invita a los estudiantes a tomar decisiones en el supermercado haciendo uso de las matemáticas. Así en el episodio 15 en la línea 45 a través de la pregunta ¿Tú comprarías ese producto? Invita al estudiante a tomar decisiones en el supermercado haciendo uso de las matemáticas con los conceptos mencionados (tamaño, capacidad, cantidad).</p> <p>En el episodio 15 y 16 el papel del profesor es hacer preguntas para llevar a los estudiantes a lograr una adecuada clasificación de los productos, verificar comprensiones, explicar procesos (línea 97,124, 131,142). Así mismo. En el episodio 16 en las líneas 94 y 98 la profesora a través de preguntas les pide que expresen porque están realizando esa resta y porque le quitaron uno.</p> <p>En los episodios 5, 15, 16 la profesora hace expresiones para motivar a los estudiantes sobre los procesos y las decisiones tales como “muy bien Maty, no le estamos quitando nada”. En el episodio 15 “muy bien” cuando el estudiante da su idea sobre la debida organización de los productos en el supermercado.</p>	<p>En el episodio 5 línea 16 se observa que hay una creencia inadecuada sobre las matemáticas cuando el estudiante en la línea 16 responde que él le preguntó al cajero como usaba las matemáticas esto lo reitera en la línea 20 cuando manifiesta que no usó las matemáticas en el supermercado) el estudiante tiene una noción limitada de todos los procesos matemáticos que se llevan a cabo incluso antes de pagar (clasificación, conteo, comparar cantidades, precios entre otros).</p> <p>En el episodio 15 en las líneas 52 y 53 los estudiantes expresan su opinión e ideas de manera crítica sobre los beneficios de comprar un producto que es más costoso que el otro. Así desarrollaron comprensión sobre el aprender a escuchar abiertamente al otro y valorar y contemplar las ideas, opiniones e intervenciones de los demás. Así en el episodio 5 mismo desarrollaron comprensión sobre como en diversas situaciones hace uso de las matemáticas en el supermercado ya que la línea 18 el estudiante al responder por el uso de las matemáticas en el supermercado: contar el dinero, cuánto dinero tenemos que dar y cuanto nos da por si damos mucho de lo que debíamos relaciona las matemáticas con procesos de conteo, conocimiento de los números y billetes y la sustracción.</p>

<p>En el episodio 15 y en el episodio 15 la profesora hace mención e invita a los estudiantes a buscar diferentes estrategias de conteo. Así en el episodio 15 en la línea 115 la profesora invita a los estudiantes a idear otra estrategia para contar de dos en dos, diferente a usar los dedos y en el episodio 16 en la línea 185 la profesora hace alusión a que se pueden usar diferentes estrategias para encontrar las soluciones en matemáticas.</p> <p>En el episodio 15 las líneas 7 y 17 la profesora busca participación de los estudiantes del grupo al someter a su consideración las ideas que expresan sus compañeros. ¿Qué opinan los demás?</p>	<p>En el episodio 16 el papel del estudiante es resolver las situaciones problema que se le presentan haciendo uso de diferentes registros (dibujos, bloques, conteo mental, verbal etc.) por lo que desarrolla comprensión sobre <i>como representar o registrar situaciones usando estrategias que impliquen el uso de los conceptos de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio)</i>.</p> <p>En general se percibe en los videos que los estudiantes están muy motivados, el encontrar respuestas y usar diferentes estrategias en la resolución de las situaciones los hace sentirse empoderados frente a los demás y encontrarle sentido a las matemáticas.</p>
--	--

Tabla 11: Análisis episodio 5, 15 y 16. Fase exploratoria. Institución No.1

En esta fase se pudieron reconocer en las diferentes actividades planteadas acciones de enseñanza realizadas por la docente, que llevaron a los estudiantes a realizar una mejor exploración y comprensión de los objetos matemáticos. Es así, que en la siguiente tabla se exponen las acciones detalladas tomadas de los episodios significativos referentes a cada categoría dentro de la fase exploratoria de la Unidad Didáctica: “Tomando decisiones en el supermercado”, desarrollada en el grado kínder (pre-escolar):

FASE	CATEGORIAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
Exploratoria	Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación y validación de conocimientos previos sobre el supermercado y productos (tamaño, forma, material, capacidad y forma de organización de los mismos) • Identificación de errores • Buscar que los estudiantes corrijan el error a través de un proceso de meta-cognición • Validación de lenguaje matemático adecuado • Realizar preguntas • Observación y verificación de procedimientos matemáticos • Preguntas que invitan a la reflexión y análisis ¿ • Verificación de los datos del problema
	Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Reformulación del problema • Validación de la información del problema • Preguntas que invitan al análisis y reflexión • Verificación de los procesos matemáticos realizados.
	Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Monitoreo del procedimiento • Preguntas abiertas que invitan a la reflexión y meta-cognición

	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas para verificar procedimientos matemáticos realizados • Preguntas para establecer relaciones entre variables • Preguntas para verificar y corregir errores en el procedimiento • Generación de hipótesis
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Invitación a los estudiantes a través de preguntas a descubrir el uso de las matemáticas. • Expresiones de motivación y aliento • Pedir explicación a los estudiantes sobre los procesos matemáticos realizados y su justificación • Preguntas que invitan a la reflexión • Motivar el uso de diferentes estrategias para realizar procedimientos matemáticos. • Involucrar a los integrantes del grupo a validar las respuestas de sus compañeros.

Tabla 12: Acciones de enseñanza (episodio 5, 15 y 16). Fase exploratoria. Institución No.1

Al terminar la primera fase, se identificaron los conocimientos previos de los estudiantes frente a los objetos matemáticos desarrollados. Así mismo, realizaron relaciones numéricas y ejercicios de categorización y clasificación. Para dar continuidad al desarrollo de situaciones problema se hace conexión con la segunda fase.

Fase de investigación guiada

En esta fase se eligieron, dentro de varios episodios, los más significativos y ejemplarizantes en razón que son los que más evidencian comprensiones en los estudiantes y cambios en la práctica de la docente.

Se analizan los episodios **T-10** (Estableciendo precios en el supermercado) **T-17** y **T-18** (Ayudando a Carlitos en el supermercado)

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimient 	En el episodio 17 la profesora a En las líneas 6, 11, 13, 19, 22, 24, 26, través de preguntas verifica pre-conceptos y conocimientos respecto a las características a tener en cuenta y que influyen en el precio. Ello con el fin de logra comprensiones sobre la organización y clasificación de los productos en el supermercado.	En el episodio 17 los estudiantes manifiestan comprensión <i>al organizar y clasificar productos haciendo uso de categorías y habilidades de conteo, estimación y comparación de magnitudes o cantidades.</i> Así en las líneas 7, 9, 10, 12, 14, 15, 17, 18, 21 los estudiantes manifiestan comprensión de los pre-conceptos al nombrar los datos

os rutinarios.

- Conocimiento acerca del discurso del dominio.
- Errores consistentes o recursos débiles.

En el **episodio 10** en la línea 85 la profesora les pide a los estudiantes quienes de manera intuitiva han expresado que la caja es grande, que utilicen la medición para descubrir. Ello con el fin de evaluar la comprensión respecto a la estimación y comparación de magnitudes.

En el **episodio 18** en la línea 113 observa como recurso débil que los estudiantes no organizan las manzanas ni el espacio para realizar el conteo de manera ordenada y donde pueda haber clara correspondencia uno a uno, por tal razón en la línea 114 les expresa la importancia de organizarlas para contarlas bien para lograr comprensiones sobre la habilidad y estrategias de conteo

En los **episodios 17 y 18** la profesora realiza una lectura del problema, verifica su comprensión y datos del problema. Así en el **episodio 17** en las líneas 103, 105, 107 la profesora lee el problema y hace preguntas para llevar a los estudiantes a identificar la información relevante. En las líneas 111, 116, 120 como procedimiento rutinario la profesora está recordando los datos y la pregunta del problema de manera constante; y en el **episodio 18** en las líneas 1, 2, 4 la profesora lee el problema, preguntado por palabras desconocidas y datos importantes a tener en cuenta.

En el **episodio 17** en las líneas 57, 58, 59 el estudiante manifiesta un conocimiento intuitivo al expresar que llegaron al precio de 14, porque usaron la resta de 15-14, o sumaron $10 + 4$ o $10 + 2 + 2$. La profesora en las líneas 64 y 65 y 70 les expresa que esa es una forma de expresar el 14 pero les recuerda sobre el proceso para obtener el precio inicial. Así mismo en las líneas 123 y 125 los estudiantes expresan conocimiento informal e intuitivo al expresar que también obtienen 14 de restar $16 - 2$ por lo que aunque la profesora valida que es una forma de expresar el 14, les pide trabajar con los datos del problema en la línea 128 y 129.

que deben tenerse en cuenta (como clasificarlo) sobre un producto para encontrar el precio y desarrollar el problema,

En el **episodio 10 y 18** los estudiantes demuestran comprensión al *aplicar diferentes estrategias de conteo para desarrollar estructuras aditivas (conteo total, conteo parcial, abreviación)* (conteo total, conteo parcial, abreviación ya que en el **episodio 10** En la línea 4 el estudiante expresa que para contar más rápidamente los georgies, armó visualmente 2 grupos de 3 imágenes, lo que le da seis dragones y luego suma dos. Con ello comprende que la suma le ayuda a contar más rápido. Así mismo en el **episodio 18** En las líneas 31 y 34 el estudiante manifiesta comprensión en los procesos de conteo al buscar formas de conteo rápido (cuatro en cuatro).

En los episodios **10, 17 y 18** los estudiantes demuestran comprensión *sobre el concepto desarrollo y procedimiento de operaciones de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio)*. Así en el **episodio 1** En las líneas 24 y 26 los estudiantes hacen uso de representaciones algorítmicas para llegar a la respuesta, así mismo utilizan la recta numérica para realizar adiciones (líneas 28 y 29

En el **episodio 17** En las líneas 30, 31, 33, 44 los estudiantes manifiestan comprensión sobre la operación a realizar (adición) para obtener el precio del producto realizándola de manera mental, comprendiendo que para obtenerlo deben sumar. En el **episodio 18** En la líneas los 64, 65, 67 los estudiantes demuestran comprensión al verificar el proceso, comprendiendo que ocho más tres es 11. En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión sobre el proceso a realizar, adición para resolver el problema "ponerlas juntitas". En las líneas 44, 45 y 47, 51 los estudiantes manifiestan comprensión al formar dos grupos de manzanas y expresar que se tienen que sumar para encontrar la totalidad y respuesta.

En el **episodio 18** el estudiante manifiesta *comprensión al representar situaciones usando estrategias para el conteo y habilidades de comparación de magnitudes y cantidades* pues en las líneas 19 y 27 el estudiante manifiesta comprensión sobre los datos del problema y agrupa las manzanas en dos grupos de 4 (las buenas y las que salieron dañadas)

En los **episodios 10 y 17** El estudiante muestra comprensión al *representar o registrar situaciones usando estrategias que impliquen*

	<p><i>el uso de los conceptos de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio) así en las líneas 24 y 26 los estudiantes hacen uso de representaciones algorítmicas para llegar a la respuesta, también utilizan la recta numérica para realizar adiciones (líneas 28 y 29). En el episodio 17 en las líneas 140 y 155 el estudiante manifiesta comprensión de la estructura aditiva pues realiza una sustracción $14 - 10$ para obtener cuatro para resolver el problema usando otra estrategia diferente a la adición.</i></p> <p>En el episodio 17 En la línea 109, 117, 132 el estudiante manifiesta <i>comprensión sobre cómo los conceptos de adición y sustracción desarrollados en los problemas verbales de estructura aditiva (cambio) lo llevan a ser más reflexivo y explorar diversos caminos que influyen las decisiones que toma en el supermercado</i> pues en las líneas 109, 117, 132 el estudiante manifiesta comprensión en el concepto de adición expresando que le faltan 4, pues catorce se puede hacer de diez y cuatro y expresando que necesita diez georgies y cuatro más, o que tiene 10 y si le agrega 4 da catorce. También en las líneas 140 y 155 el estudiante manifiesta comprensión de la estructura aditiva al resolver la situación con una sustracción $14 - 10$ para obtener cuatro.</p>
<p>Estrategias cognitivas o métodos heurísticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas), 	<p>En los episodios 10, 17 y 18 la profesora invita a los estudiantes a verificar sus respuestas y procesos de adición y conteo. Así en el episodio 10 en la línea 77 la profesora invita a los estudiantes a verificar su proceso matemático de clasificación del producto y adición de las tres cifras en razón a que ellos descubren que hay una falla en su clasificación lo que hace que el precio varíe. En el episodio 17 en la línea 90 para que los estudiantes verifiquen la respuesta obtenida del proceso de adición la profesora les pide que utilicen la recta numérica. En el episodio 18 en la línea 62 los estudiantes expresan que hicieron ocho más tres da 13 por lo que la profesora en la línea 63 les pide verificar ello con el fin de lograr comprensiones verificando las habilidades de conteo, concepto de adición y estrategias para hacerlos.</p> <p>En el episodio 10 en las líneas 27 y 67 la profesora invita a los estudiantes a usar diferentes registros para realizar las adiciones (con la recta numérica, mentalmente y de manera algorítmica). Ello con el fin de lograr comprensiones frente al uso de diferentes registros para representar situaciones de adición o sustracción.</p> <p>En el episodio 17 la profesora en la líneas 65, 67, 69, 71, 73 y 75</p> <p>En los episodios 10, 17 y 18 los estudiantes manifiestan comprensión <i>al representar o registrar situaciones usando estrategias que impliquen el uso de los conceptos de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio). En el episodio 10</i> en las líneas 24 y 26 los estudiantes hacen uso de representaciones algorítmicas para llegar a la respuesta, así mismo utilizan la recta numérica para realizar adiciones (líneas 28 y 29). En el episodio 17 en la líneas 36, 37, 38 y 39 los estudiantes manifiestan comprensión al verificar el proceso de adición por el cual obtuvieron el precio, usando registro algorítmico (representación gráfica). También en las líneas 91, 92, 93 los estudiantes manifiestan comprensión en la realización correcta del proceso de adición haciendo uso de la recta numérica para verificar su respuesta. En el episodio 18 en la línea 71 el estudiante demuestra comprensión al resolver el problema con una sustracción expresando: “Acá hicimos los mismo pero $13 - 5 = 8$”. Así mismo en las líneas 19, 27, 31, 34 el estudiante manifiesta comprensión en el uso de material concreto para representar la situación con dos grupos de manzanas (de papel), las que le salieron buenas y las que le salieron malas</p> <p>En el episodio 10 en la línea 101 la estudiante para responder a la</p>

les pide a los estudiantes volver atrás, recordando el proceso por el cual se obtiene el precio para ayudarlos a resolver el problema y que al hacerlo lo hagan mediante alguna representación, los estudiantes lo realizan de manera algorítmica, ello para verificar comprensión respecto a la clasificación del producto, concepto y procedimiento de adición, búsqueda de estrategias comunicar y expresar situaciones que impliquen el uso de habilidades de conteo, estimación y comparación y que lo llevan a tomar decisiones en el supermercado.

En el **episodio 17** en las líneas 72 y 75 la profesora le pide al estudiante que explique con sus palabras el proceso por el cual formuló a la resta. Ello con el fin de evaluar comprensión para explicar y argumentar situaciones y comprensión sobre el concepto desarrollo y procedimiento de operaciones de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio)

En el **episodio 18** en las líneas 57 y 59 el estudiante manifiesta que tiene otra estrategia para realizar el problema y expresa $15 - 2 = 13$. La profesora busca que verifique si esos datos corresponden al problema dado. Le dice que es una forma de representar trece pero que no corresponde con los datos del problema, con los que debe trabajar.

En el **episodio 18** En la línea 87 la profesora expone ante los estudiantes las ideas y respuestas dadas para que expresen sus ideas. Ello con el fin de lograr comprensión sobre aprender a escuchar abiertamente al otro y valorar y contemplar las ideas, opiniones e intervenciones de los demás. Así mismo

pregunta de la profesora sobre si se suma en el supermercado crea una situación vivida en el supermercado con adición de tomates, explorando un problema similar demostrando comprensión *sobre como en diversas situaciones hace uso de las matemáticas en el supermercado.*

En el **episodio 10** en la línea 76 el estudiante descubre que deben verificar el resultado pues el producto está mal clasificado en su tamaño. Expresa que falta un número más porque el producto es grande y al cambiar de tamaño se adiciona uno más, demostrando así su comprensión sobre *sobre el valor y significado de los números en contextos de conteo.*

En el **episodio 18** los estudiantes manifiestan comprensión al *explicar y argumentar situaciones que impliquen el uso de estructura conceptual aditiva en problemas de cambio y que lo llevan a tomar una u otra decisión en el supermercado.* Pues en las líneas 76, 77 y 79 los estudiantes demuestran comprensión al explicar de manera verbal y en relación con la situación el proceso por el cual llegaron a la resta. Así mismo, en la línea 89 el estudiante manifiesta comprensión al explicar y verificar la información que necesita de la situación anterior y realizar la operación de adición correctamente para encontrar cuantas manzanas de más debe comprar para completar diez.

En el **episodio 18** en las líneas 19, 27, 31, 34 el estudiante manifiesta comprensión en el uso de material concreto para representar la situación con dos grupos de manzanas al expresar cómo lo hace con las manzanas (de papel) *el estudiante comprende cómo comunicar y expresar situaciones que impliquen el uso de habilidades de conteo, estimación y comparación y que lo llevan a tomar decisiones en el supermercado.*

En el **episodio 18** en las líneas los 64, 65, 67 los estudiantes demuestran comprensión sobre el *concepto desarrollo y procedimiento de operaciones de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio)* al verificar el proceso, comprendiendo que ocho más tres es 11 y que escribieron mal un número.

Estrategias meta-cognitivas

- Planeación.
- Monitoreo y evaluación.

En el **episodio 10 y 17** la profesora busca evaluar el proceso de conteo; concepto y proceso de adición, concepto y proceso de sustracción y estrategias usadas realizado por los estudiantes para obtener las respuestas. Así en el **episodio 10** en las líneas 27 y 67

En el **episodio 10** en la línea 12 el estudiante expresa que realizó una adición de manera mental, dando el resultado correctamente 13 (sumando 3 números). Demuestra que hizo un proceso de planeación mental para llegar a la respuesta. Así demuestra comprensión sobre

la profesora busca evaluar a través de diferentes recursos y registro que pide a los estudiantes, el proceso de la adición. En el **episodio 17** en las líneas 65, 67, 69, 71, 73 y 75 la profesora hace un proceso de monitoreo sobre el proceso de adición para obtener el precio del producto. En las líneas 141, 145, 146, 148, 154 la profesora realiza un proceso de monitoreo y evaluación sobre la comprensión en la pertinencia del uso de la sustracción en el problema y en la realización del proceso como tal.

En el **episodio 17** en las líneas 1, 2, 3, 4, 6, 11, 13, 16 la profesora hace una lectura del problema para monitorear la comprensión de palabras desconocidas y datos importantes que se necesitarán. Así mismo en el **episodio 18** en las líneas 92, 95 y 97 la profesora a través de preguntas hace un proceso de monitoreo de la comprensión de los datos a usar para resolver el problema después de evidenciar una falencia en los datos y en el proceso expresado en las líneas 91, 93, 95,99, así mismo pide que verifiquen el proceso.

En el **episodio 18** en las líneas 18 y 26 la profesora pregunta por la forma como agruparon las manzanas (8 y 5) para verificar la comprensión del problema. Así está verificando comprensión sobre *el cómo comunicar, explicar y argumentar situaciones que impliquen el uso de estructura conceptual aditiva en problemas de cambio y que lo llevan a tomar una u otra decisión en el supermercado.*

En el **episodio 18** en la línea 35 y 37 la profesora busca evaluar la comprensión sobre la utilidad de formas de conteo rápido que expresó el estudiante en la línea 34 y con lo cual buscaba evaluar la comprensión *para comunicar y expresar situaciones que impliquen el uso de habilidades de conteo, estimación y comparación y que lo llevan a tomar decisiones en el supermercado.*

En el episodio 18 en las líneas 120, 122, 127 y 129 la profesora les pide a los estudiantes que realicen un proceso de evaluación sobre el proceso de conteo realizado y que evalúen que hicieron mal y que opinan de la respuesta de su compañero con ello busca evaluar comprensiones sobre *aplicar diferentes estrategias de conteo para desarrollar estructuras aditivas (conteo total, conteo parcial, abreviación).*

cómo los conceptos de adición y sustracción desarrollados en los problemas verbales de estructura aditiva (cambio) lo llevan a ser más reflexivo y explorar diversos caminos que influyen las decisiones que toma en el supermercado

En el **episodio 17** Epi 17 en las líneas 5, 7, 8 y 9,10, 12, 14, 15, 17 y 18 los estudiantes manifiestan comprensión al descubrir y verificar los datos a tener en cuenta para obtener el precio del producto y poder desarrollar el problema. Con ello muestran *comprensión sobre la categorización del producto, el concepto y proceso de la adición para obtener el precio. Así mismo sobre cómo comunicar y expresar situaciones que impliquen el uso de habilidades de conteo, estimación y comparación y que lo llevan a tomar decisiones en el supermercado y por último sobre el valor de los números en contextos de conteo.*

En el **episodio 18** en las líneas 36 y 38 el estudiante manifiesta comprensión sobre comunicar y expresar situaciones que impliquen el uso de habilidades de conteo, estimación y comparación y que lo llevan a tomar decisiones en el supermercado pues frente a las preguntas realizadas sobre conteo más rápido expresa que se cuenta en grupos y que sirve para “no tardarse tanto”

En el **episodio 18** en las líneas 130 y 131 los estudiantes muestran comprensión al realizar un proceso de meta-cognición y encontrar el error en el proceso de conteo y en el número a sumar para completar catorce manzanas. Con ello muestran comprensión sobre la importancia del conteo, habilidades de estimación y comparación para tomar decisiones acertadas en el supermercado. Así mismo demuestran comprensión sobre el concepto y proceso de adición y estrategias a usar para resolver el problema.

Así mismo en las líneas 146,148, 149 los estudiantes realizan un proceso de meta-cognición evaluando la falencia que tuvo un compañero en el proceso de conteo de dos en dos (saltándose el 9 y 10 con lo que demuestran comprensión sobre las habilidades de conteo, valorar las ideas y respuestas de los demás, realizar diferentes estrategias para el conteo

Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>En los episodios 10, 17 y 18 el papel del profesor es guiar a los estudiantes a través de preguntas para que expliquen los diferentes procesos que están realizando para encontrar las respuestas (qué hiciste, explícalo, de dónde te salió el trece?</p>	<p>En los episodios 10, 17 y 18 El papel del estudiante es buscar las respuestas a las preguntas que realiza la profesora, verificar sus procesos, buscar otras estrategias para realizar los procesos, realizar los procesos de manera conjunta, lanzar hipótesis, explicar sus respuestas haciendo uso de material concreto o representaciones gráficas. Así mismo, exponer sus ideas al grupo y a la profesora y verificar los procesos que hacen sus compañeros del grupo.</p>
	<p>En los episodios 17 y 18 anima a los estudiantes a crear otras estrategias para hacer conteos más rápidos o resolver el problema de otra manera. En el episodio 18 en la línea 13 la profesora les pide que usen material concreto y representaciones gráficas para explicar sus respuestas y expresarlas en diferentes registros. En la línea 90 el profesor motiva a los estudiantes a usar diferentes estrategias para hacerlo.</p>	<p>En el episodio 10 se observan dos manifestaciones positivas sobre la utilidad de las matemáticas en el supermercado. El estudiante en la línea 12 manifiesta la utilidad de hacer procesos de manera mental para encontrar respuestas. En la línea 38 el estudiante manifiesta que las adiciones le hacen más fácil la compra de productos, con lo que manifiesta una relación positiva hacia las matemáticas. Así mismo en la línea 101 el estudiante percibe que sumar le es útil en el supermercado cuando le ayuda a su mamá coger tomates.</p>	
	<p>En el episodio 17 el papel del profesor es verificar pre-conceptos, lograr claridad en la identificación de los datos del problema. Así mismo en la línea 34 la profesora felicita a los estudiantes por haber realizado el proceso de manera mental e invita a los estudiantes a representar el proceso de adición por el cual obtuvieron el precio de manera gráfica, usando diferente registro semiótico.</p>		
	<p>En el episodio 17 En la línea 119 la profesora invita a trabajar y discutir las respuestas de manera conjunta.</p>		
	<p>En los episodios 17 y 18 la profesora motiva y felicita a los estudiantes por los procesos realizados. Así en el episodio 17 en las línea 96 la profesora felicita a los estudiantes al haber encontrado la respuesta correcta en el proceso de adición para la obtención del producto. En la línea 156 felicita a los estudiantes por haber comprendido que con una sustracción también se podía resolver la situación. En el episodio 18 En las líneas 80, al profesora felicita a los niños con la expresión muy bien, por el resultado logrado al explicar el proceso mediante el cual llegaron a la resta.</p>		

Tabla 13: Análisis episodio 10, 17 y 18. Fase de investigación guiada. Institución No.1

En esta fase se pudieron reconocer en las diferentes actividades planteadas, acciones de enseñanza realizadas por la docente, que llevaron a los estudiantes a realizar una mejor exploración y comprensión de los objetos matemáticos. Es así, que en la siguiente tabla se exponen las acciones específicas tomadas de los episodios significativos referentes a cada una de las categorías de la fase guiada de la Unidad Didáctica: “Tomando decisiones en el supermercado”, desarrollada en el grado kínder (pre-escolar):

FASE	CATEGORIAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
Investigación Guiada	Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de conocimientos previos • Uso de estrategias para realizar procedimientos • Identificación de errores • Verificación de procedimientos. • Retro-alimentación sobre errores • Lectura del problema e identificación de palabras desconocidas y datos del mismo • Preguntas para verificar la comprensión sobre los datos del problema • Promueve el uso de estrategias para resolver el problema
	Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Observación de procesos matemáticos • Invitar a los estudiantes a verificar sus procedimientos y respuestas • Dar estrategias para verificar respuestas y procedimientos. • Verificación de los procesos matemáticos realizados. • Llevar a los estudiantes a realizar procesos de meta-cognición. • Verificación de los datos del problema • Exposición de respuestas para recibir retro-alimentación por parte de los demás.
	Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Monitoreo del procedimiento y estrategias usadas para encontrar las respuestas. • Lectura del problema para monitorear comprensión de palabras desconocidas y datos del mismo. • Preguntas abiertas para verificar realización y comprensión de procedimientos y uso de estrategias. • Preguntas para reconocer los errores • Dar pistas para corregir los errores • Exposición de respuestas para ser verificadas en grupo.
	Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas para guiar los procedimientos • Invitaciones motivantes para hacer uso de diferentes estrategias y caminos para encontrar respuestas • Verificar pre-conceptos • Verificar comprensión de la información y datos del problema • Motivar para encontrar respuestas de manera conjunta • Expresiones motivantes y alentadoras al realizar adecuadamente los procesos y usar diversas estrategias.

Tabla 14: Acciones de enseñanza (episodio 10, 17 y 18). Fase de investigación guiada. Institución No.1

Al terminar la segunda fase, se hizo aplicación de la tercera en la que se buscó continuar llevando a los estudiantes a resolver situaciones problema y tomar decisiones acertadas en el supermercado.

Fase de síntesis

T-20 (Miss Paloma en el supermercado). En esta fase los estudiantes ayudaron a Miss Paloma a tomar decisiones en el supermercado en base a la siguiente información:

Miss Paloma necesita ir al supermercado a comprar algunos productos para su hogar:

- A) Tiene 20 georgies y necesita comprar al menos dos productos de aseo. ¿Qué productos puede comprar con ese dinero?
 B) ¿Puede comprar algún otro producto con el dinero que le sobra?

Tiene que decidir entre dos opciones:

Puede comprar 7 botellas de agua. Por la compra de estas 7 botellas de agua el supermercado Tomaticos le regaló algunas.

Ahora tiene 18. ¿Cuántas botellas le regaló el supermercado?

Puede comprar 9 cajas de jugo de naranja. Por la compra de estas cajas el supermercado le regala algunas. Entonces tendría 13.

¿Cuál será la mejor opción de compra? ¿Qué le aconsejarías a Miss Paloma? ¿Por qué?

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	• Conocimiento informal e intuitivo.	En la línea 22 la profesora con una pregunta busca verificar pre-conceptos y conocimiento sobre la clasificación y adición.	En la línea 17 el estudiante manifiesta comprensión de los conceptos de mayor que al decir que Paloma no se puede llevar los productos porque valen uno más (ella tiene 20 y los productos valen 21)
	• Hechos y definiciones.	En la línea 37 con la pregunta: ¿Ahora qué hacemos? la profesora busca verificar procedimientos rutinarios de conteo y	En la línea 19 el estudiante manifiesta comprensión al hacer una

	<ul style="list-style-type: none"> • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>conocimiento sobre conteo y adición.</p> <p>En la línea 45 la profesora detecta un error en el conteo de los palitos que dibuja el estudiante para representar la situación y pide una idea para no confundirse en el conteo y hacerlo adecuadamente.</p> <p>En las líneas 63 y 65 la profesora busca verificar comprensión de conteo y adición con preguntas como: ¿Cuántos llevas y cuántos te faltarían para completar 14?</p> <p>En las líneas 71 y 73 la profesora busca verificar las habilidades de conteo y comprensión del concepto de adición, con preguntas como ¿Cuánto llevas? ¿Cuántos te hacen falta?</p> <p>En la línea 75 la profesora con la pregunta ¿qué van a hacer ahora? busca evidenciar un proceso rutinario que realizan los estudiantes de conteo (uno en uno) y propone en la línea 83 buscar una forma más rápida de conteo.</p>	<p>adecuada clasificación de los productos según su categoría, material y tamaño.</p> <p>En la línea 19 el estudiante manifiesta comprensión sobre el concepto de adición al expresar que debe sumar esos valores para obtener el precio del producto.</p> <p>En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión al aplicar el concepto de adición para resolver la situación.</p> <p>En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión al usar la recta numérica para resolver la adición.</p> <p>En la línea 48 los estudiantes manifiestan comprensión sobre el proceso de la adición al dar el resultado del valor de los dos productos $13 + 11 = 24$.</p> <p>En la línea 52 el estudiante manifiesta comprensión sobre el concepto de adición al expresar que le faltan 4 pues tiene 20 y si le suma 4 llegaría a 24.</p> <p>En la línea 66 el estudiante manifiesta comprensión al hacer el proceso de la suma poniendo uno de los sumandos en la mente y contando desde ahí para completar 14.</p> <p>En las líneas 84 y 90 los estudiantes manifiestan comprensión en sus habilidades de conteo al expresar que se puede contar de dos en dos y realizarlo correctamente.</p> <p>En las líneas 113 y 114 el estudiante manifiesta comprensión del concepto sustracción al expresar que debe quitar o borrar.</p> <p>En la línea 121 y 145 el estudiante manifiesta comprensión sobre la sustracción y el problema porque expresa que a 24 le quita los 20 y le quedan los cuatro que le hacen falta a Miss Paloma para poder comprar los dos productos de aseo.</p> <p>En la línea 134 el estudiante manifiesta comprensión al expresar que el símbolo de la sustracción es una rayita.</p>
Estrategias cognitivas o métodos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y 	<p>En la línea 32 la profesora a través de la pregunta que hicieron para obtener el valor del mismo busca que el estudiante reformule o verifique su proceso por el cual obtuvo el precio.</p>	<p>En la línea 19 el estudiante manifiesta comprensión al expresar la adición de manera algorítmica.</p>

heurísticos	<p>verificar procedimientos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En la línea 98 la profesora hace énfasis al grupo para que observen la estrategia utilizada por uno de los grupos para encontrar el valor total de los dos productos.</p> <p>En la línea 110 y en la línea 120 la profesora al expresar la pregunta ¿cuánto le falta? Busca que los estudiantes reformulen el problema haciendo otra interpretación del mismo.</p>	<p>En las líneas 24, 25 y 26 el estudiante manifiesta comprensión al verificar el proceso por el cual se obtuvieron los valores para obtener el precio y al realizar adecuadamente la adición de manera algorítmica.</p> <p>En la línea 101 el estudiante manifiesta comprensión al reformular el problema haciendo uso de palitos en el tablero.</p> <p>En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión al expresar el concepto de suma como números que faltarían para llegar a...”</p> <p>En la línea 34 y 36 el estudiante manifiesta comprensión al expresar la adición del problema haciendo la representación con palitos de dos grupos que se unen (13 y 11).</p> <p>En la línea 46 el estudiante manifiesta más comprensión en el conteo adecuado al crear una estrategia de marcar con puntitos los palitos que ya ha contado.</p> <p>En las líneas 55, 57 y 59 los estudiantes manifiestan comprensión sobre el concepto de adición al expresar que hacen dos torres de bloques lógicos de 14 (lo que vale cada producto) y que después la unen con otra torre de 14 para obtener el valor de los dos productos.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En la línea 27 la profesora a través de “vamos a recordar el problema de Miss Paloma busca verificar la comprensión de este.</p> <p>En la línea 54 la profesora les sugiere hacer uso de algún material concreto para verificar su respuesta.</p>	<p>En la línea 28 el estudiante manifiesta comprensión de la situación al poder narrar el problema con sus propias palabras resaltando los datos importantes del mismo.</p> <p>En la línea 101 el estudiante realiza un proceso de meta-cognición al explicar a sus demás compañeros cual fue la falla al contar y que estrategia utilizó para verificarla y corregirla.</p>
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>El papel del profesor es hacer preguntas para verificar los procesos por los cuales obtuvieron el precio, pedirles a los estudiantes que expliquen sus respuestas, recordar los datos importantes. Verificar los conocimientos sobre la adición y habilidades de conteo. Motivar a los estudiantes a buscar diferentes estrategias de solución y a representarlo a través de diferentes registros y materiales.</p>	<p>Los estudiantes están muy motivados durante la clase. Les alegra encontrar las respuestas y quieren ser los primeros en buscarla. Además los hace sentir felices e importantes el idear diferentes estrategias para encontrar la solución.</p>

Tabla 15: Análisis episodio 20. Fase de síntesis. Institución No.1

En esta fase de la unidad didáctica “Tomando decisiones en el supermercado” aplicada en el grado kínder (pre-escolar) se pudieron reconocer, en el desarrollo de las diferentes actividades planteadas, acciones de enseñanza realizadas por la docente, que llevaron a los estudiantes a realizar un mejor manejo y comprensión de los objetos matemáticos; en la siguiente tabla se exponen de manera específica las acciones realizadas por la docente, tomadas de los episodios significativos referentes a cada una de las categorías de la fase de síntesis:

FASE	CATEGORIAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
Síntesis	Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de conocimientos previos • Preguntas para verificar procedimientos • Identificación de errores • Incentivar el uso de estrategias para realizar procedimientos. • Incentivar el uso de estrategias para verificar errores. • Preguntas para verificar procedimientos rutinarios.
	Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Verificación de procedimientos y respuestas • Incentivar el uso de estrategias de manera conjunta para resolver la situación. • Reformulación de la pregunta y procedimiento del problema
	Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura del problema para monitorear comprensión de palabras desconocidas y datos del mismo. • Preguntas abiertas para verificar realización y comprensión de procedimientos y uso de estrategias. • Dar pistas para la resolución del problema • Incentivar el uso de material concreto para encontrar la solución.
	Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas para guiar los procedimientos • Recordar datos importantes del problema • Verificar procedimientos y respuestas dadas • Expresiones motivantes y alentadoras al realizar adecuadamente los procesos • Motivar el uso de diferentes estrategias para resolver las situaciones.

Tabla 16: Acciones de enseñanza (episodio 20). Fase de síntesis. Institución No.1

A continuación, se muestra el compendio de lista de chequeo de los siete episodios analizados durante las tres fases de la unidad didáctica.

LISTA DE CHEQUEO
ACCIONES DE ENSEÑANZA EN RESOLUCION DE PROBLEMAS
UNIDAD DIDÁCTICA
EPL. 5, 15, 16, 10, 17, 18, 20

ACCION DE ENSEÑANZA	SI	NO	DESCRIPCIÓN
Leer el problema y aclarar palabras desconocidas	3	4	En algunas oportunidades los estudiantes tuvieron que exponer sus trabajos de la visita al supermercado. En otras situaciones los problemas se planteaban dentro del desarrollo de las actividades y se expresaban de manera oral.
Identificar información y/o datos importantes del problema	6	1	En la ejecución de los problemas, fueran estos expresados de manera oral por la profesora o proyectados en el tablero de manera escrita se buscaba que los estudiantes tuvieran claridad de la información y datos realizando preguntas sobre los mismos para validar comprensión.
Realizar preguntas abiertas que estimulen la expresión de los estudiantes y/o la resolución de problemas.	7	0	Durante los episodios la profesora hizo uso de preguntas abiertas para estimular la exposición de ideas explicaciones, argumentaciones y procesos de metacognición sobre los conceptos y procesos matemáticos.
Generar oportunidades de interacción directa entre los estudiantes y los recursos (manipulación).	7	0	Las actividades estuvieron diseñadas de manera tal que los estudiantes pudieran resolverlas de manera conjunta. La profesora invitaba a la participación con preguntas: ¿Qué opinan los demás?
Propiciar el diálogo entre los estudiantes y la búsqueda de respuestas o hipótesis de manera colectiva.	5	2	Las situaciones problema se planearon para ser discutidas y resueltas de manera conjunta logrando que los estudiantes expresaran sus ideas, buscaran estrategias de manera grupal y escucharan las ideas de los demás. Sin embargo, durante la fase de exploración si hubo momentos de trabajo individual
Dar pistas para encaminar el proceso de resolución del problema	6	1	Se guiaba el proceso a través de preguntas. Así mismo, en ocasiones se recordaban los datos importantes del problema.
Realizar preguntas de control de avance que permitan evidenciar el proceso de aprendizaje y de ser necesario, hacer los ajustes	7	0	Durante las actividades la profesora realizaba un monitoreo de la situación a través de intervenciones con preguntas tales como: por qué? Podrías explicarlo? Que te hace decir eso? Verifica. Estás seguro? Puedes pensar en otra estrategia?
Flexibilizar y adaptar las actividades e interacciones planificadas de acuerdo con las necesidades educativas de los estudiantes.	4	3	La unidad didáctica se planeó teniendo en cuenta las características de aprendizaje de la edad infantil. En algunas oportunidades cuando se observaba alguna dificultad en algún proceso o comprensión, la profesora daba luces sobre los datos. Ponían ejemplos, reformulaba la situación y acompañaba el desarrollo de la actividad.
Expresiones de motivación	7	0	Durante la ejecución de unidad didáctica la profesora expresó frases de motivación como muy bien, bravo, que bueno que encontraste esa estrategia, para motivar a los estudiantes en el desarrollo de sus capacidades y procesos matemáticos.
Registro de las principales ideas, hipótesis y/o conclusiones generadas por los estudiantes.	1	6	La profesora solo en una oportunidad tomó registros de las principales ideas y las anotó en el tablero.
Socializar las estrategias y soluciones	7	0	Al realizarse el trabajo en grupo, las estrategias y soluciones encontradas eran siempre socializadas y compartidas para todos los miembros del grupo.

Recolectar evidencias de los trabajos o productos de los estudiantes	7	0	Durante todos los episodios se realizaron audio-grabaciones y transcripciones de las actividades. Así mismo se recolectaron trabajos escritos.
	67	17	

Tabla 17: Lista de chequeo, resumen de episodios analizados. Institución No.1

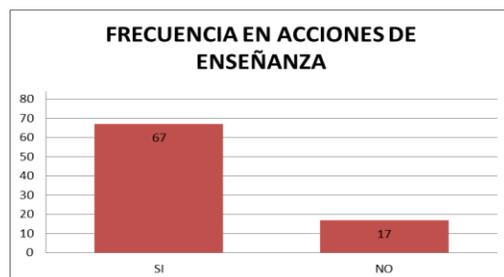


Figura 11: Resultados de frecuencia de acciones de enseñanza. Institución No. 1

Al analizar los siete episodios de la unidad didáctica se identificaron las acciones de enseñanza que favorecerían la comprensión en los estudiantes y a partir del compendio en la lista de chequeo se observó la frecuencia con que la profesora aplicaba las 12 acciones. En la gráfica de barras se muestra que para un total de 84 acciones (12 para cada episodio), 67 de las mismas sí se llevaron a cabo, mientras que 17 de ellas no se registraron. En el instrumento aparecen las interpretaciones sobre su aplicación o no.

A continuación, se exponen específicamente en cada una de las categorías de resolución de problemas las acciones de enseñanza que implementó la docente investigadora durante la ejecución de la Unidad Didáctica en la Institución No. 1:

CATEGORIAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
 dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de conocimientos previos • Preguntas para verificar procedimientos • Identificación de errores • Incentivar el uso de estrategias para realizar procedimientos. • Incentivar el uso de estrategias para verificar errores. • Retro-alimentación sobre errores • Invitar a los estudiantes a corregir el error a través de un proceso de meta-cognición • Validación de lenguaje matemático adecuado • Preguntas abiertas que invitan a la reflexión y análisis • Verificación de los datos del problema • Promover el uso de estrategias para realizar procedimientos y resolver el problema • Lectura del problema e identificación de palabras desconocidas y datos del mismo • Preguntas para verificar la comprensión sobre los datos del problema

Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Verificación de procedimientos y respuestas • Incentivar el uso de estrategias de manera conjunta para resolver la situación. • Reformulación de la pregunta y procedimiento del problema • Observación de procesos matemáticos • Invitar a los estudiantes a verificar sus procedimientos y respuestas • Dar estrategias para verificar respuestas y procedimientos. • Preguntas para llevar a los estudiantes a realizar procesos de meta-cognición • Verificación de los datos del problema • Exposición de respuestas para recibir retro-alimentación por parte de los demás. • Validación de la información del problema • Realizar preguntas que invitan al análisis y reflexión
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura del problema para monitorear comprensión de palabras desconocidas y datos del mismo. • Preguntas abiertas para verificar comprensión de procedimientos y uso de estrategias. • Dar pistas para la resolución del problema • Incentivar el uso de material concreto para encontrar la solución. • Monitoreo del procedimiento y estrategias usadas para encontrar las respuestas. • Preguntas para reconocer y verificar los errores • Dar pistas para corregir los errores • Exposición de respuestas para ser verificadas en grupo. • Monitoreo del procedimiento • Preguntas abiertas que invitan a la reflexión y meta-cognición • Preguntas para establecer relaciones entre variables • Generación de hipótesis
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas para guiar los procedimientos • Verificar procedimientos y respuestas dadas • Expresiones motivantes y alentadoras al realizar adecuadamente los procesos • Motivar el uso de diferentes estrategias para resolver las situaciones. • Invitaciones motivantes para hacer uso de diferentes estrategias y caminos para encontrar respuestas • Verificar pre-conceptos • Verificar comprensión de la información y datos del problema • Motivar para encontrar respuestas de manera conjunta • Invitación a los estudiantes a través de preguntas abiertas a descubrir el uso de las matemáticas. • Expresiones de motivación y aliento • Pedir explicación a los estudiantes sobre los procesos matemáticos realizados y su justificación • Preguntas que invitan a la reflexión y análisis. • Involucrar a los integrantes del grupo a validar las respuestas de sus compañeros.

Tabla 18: Acciones de enseñanza, resumen de episodios analizados. Institución No.1

Reflexión a partir de los resultados encontrados en la Institución No. 1

Partiendo de los análisis anteriores y después de recoger todos los aprendizajes en el proceso de enseñanza y aprendizaje con ocasión de la implementación de la unidad didáctica, se pudo encontrar que hubo cambios significativos al enseñar y aprender matemáticas a través de la resolución de problemas, al hacer una análisis detallado y reflexivo de algunas de las transcripciones de episodios significativos (ver anexo 11.

Transcripciones y Análisis de episodios Institución No. 1) que mostraron situaciones ejemplarizantes desde las ópticas de enseñanza y aprendizaje.

Al detenerse el diseño de la unidad didáctica, es importante mencionar que se tuvo como marco base el modelo EpC, en el cual se ideó un tópico motivante para enganchar a los estudiantes y poder lograr en ellos el desarrollo de diversas habilidades y capacidades que al final se tradujo en una comprensión adecuada de los objetos matemáticos.

Así mismo, las tres fases de la unidad se conectaron a través de unos hilos conductores como ¿Cómo funciona un supermercado y qué beneficios me aporta? ¿Cómo uso las matemáticas para organizar un supermercado y ayudar a los clientes? ¿Cómo uso las matemáticas para valorar opciones de compra? Ello ayudó a los estudiantes a encontrar sentido a las matemáticas en el contexto del supermercado; así mismo se desarrollaron de la mano de unos desempeños y metas con los cuales se logró fijar el horizonte y desarrollo del proceso de comprensión.

Para trazar el camino y buscar un destino hacia donde se quería llegar con relación a los conceptos, procesos y habilidades que iban desarrollar los estudiantes, se trazaron unas metas que fueron consistentes con los planes de estudio del colegio y se establecieron parámetros evaluables y medibles a través de una rúbrica.

Así mismo, en aras de lograr las metas, se estructuraron los desempeños de comprensión, como actividades que permitieron lograr que los estudiantes abarcaran más que simples procesos de mecanización y rutina y les permitieran ir más allá, haciendo relaciones, comparando, desarrollando sus capacidades, explorando rutinas de pensamiento y haciendo visible su pensamiento.

Al ejecutar las actividades correspondientes a cada una de las fases (exploración, investigación guiada y síntesis) y utilizar como fuente las audio-grabaciones e instrumento las transcripciones de los episodios más significativos, se pudo hacer una evaluación de las comprensiones logradas en los estudiantes a través del instrumento de análisis diseñado

teniendo en cuenta las categorías de investigación. Es así como en este apartado, se pretende en primera medida, dar cuenta de las comprensiones logradas por los estudiantes en relación con los desempeños y metas anteriormente descritos para posteriormente mencionar qué cambios se evidencian en la práctica de la docente investigadora a propósito de la implementación de dicha unidad didáctica.

Con relación a las comprensiones logradas por los estudiantes estas se pudieron analizar y evidenciar en función de las metas de comprensión trazadas para la unidad, “*Tomando decisiones en el supermercado*” las cuales se enfocaron 4 dimensiones: dimensión de contenido, dimensión de método, dimensión de propósito y por último la dimensión comunicativa. Cada una de estas dimensiones contenía las metas de comprensión que los estudiantes debían lograr. Así, para la dimensión de contenido las metas estaban encaminadas a lograr comprensiones respecto a la organización y clasificación de los productos en el supermercado, así como el uso de habilidades de conteo, estimación y comparación de magnitudes y cantidades; también necesitaban lograr comprensiones respecto al concepto desarrollo y procedimiento de operaciones de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio) y por último comprensiones sobre el valor y significado de los números en contextos de conteo.

Respecto a la dimensión de método, las comprensiones estaban enfocadas en lograr hacer uso de estrategias para el conteo, habilidades de comparación de magnitudes y cantidades como para el uso de conceptos de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (PVEA). Además de aplicar diferentes estrategias para el conteo (conteo total, conteo parcial, abreviación).

En cuanto a la dimensión de propósito las comprensiones hicieron énfasis en cómo el conteo, estimación, comparación y los conceptos de adición y sustracción desarrollados en PVEA, los llevaron a tomar decisiones en el supermercado, ser más reflexivos y explorar diversos caminos. Así mismo a reflexionar sobre cómo usaban las matemáticas en el supermercado.

Por último, en la dimensión comunicativa se buscó que los estudiantes logaran comprensión sobre el aprender a escuchar abiertamente al otro y valorar y contemplar las ideas, opiniones e intervenciones de los demás. Además de comunicar y expresar situaciones en relación con los conceptos de adición y sustracción en PVEA.

Para dichas dimensiones se establecieron cuatro niveles de comprensión y desarrollo de habilidades matemáticas, tal y como se muestra a continuación en la rúbrica diseñada dentro de la unidad didáctica “Tomando decisiones en el supermercado”:

RUBRICA PARA EVALUAR LAS MANIFESTACIONES DE COMPRENSIÓN

SUPERIOR 	ALTO 	BASICO 	BAJO 
Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes y cantidades haciendo de representaciones abstractas o el cálculo mental.	Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes y cantidades haciendo de representaciones gráficas (puntos, palos etc.)	Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes y cantidades haciendo cuantificación sobre representaciones concretas (usando sus dedos.)	Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes o cantidades haciendo cuantificación sobre los objetos mismos.
Al resolver operaciones de adición el estudiante usa el cálculo mental.	Al resolver operaciones de adición el estudiante hace conteo a partir de uno de los sumandos.	Al resolver operaciones de adición el estudiante hace el conteo a través de objetos.	Al resolver operaciones de adición hace conteo usando los dedos.
Hace uso de cálculo mental para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva.	Hace uso de operaciones algorítmicas para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva	Hace uso de representaciones concretas y gráficas para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva	Hace uso de material concreto para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva
Explica con gran asertividad, argumentación y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos.	La mayoría de las veces explica con asertividad, argumentación y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos	En algunas oportunidades explica con asertividad y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos.	En pocas oportunidades explica con asertividad y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos.
Demuestra alta flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción, y siempre persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos.	Demuestra flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción, y en la mayoría de las veces persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos.	Demuestra poca flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción y en pocas oportunidades persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos.	No demuestra flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción y no persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos.

Tabla 19: Rúbrica para evaluar manifestaciones de comprensión en el desarrollo de la Unidad Didáctica. Institución No. 1

Durante la primera fase se buscó enganchar y motivar a los estudiantes con el tópico generativo, por lo cual se les pidió que realizaran una visita al supermercado cercano a su

vecindad para dar cuenta de la organización y elementos importantes que identificaban (productos, organización, medio de pago, personas que allí trabajaban y uso de las matemáticas). Se observó gran expectativa y motivación en la realización y exposición de sus carteleras que contenían las fotografías evidenciando sus visitas y la información recogida; igualmente los emocionó el hecho de acompañar a sus padres a hacer las compras, vivenciar una experiencia matemática en el mismo y comprar los productos de su preferencia.

Descubrieron que en el supermercado no solamente se consiguen diferentes productos comestibles sino que hay una organización, unas personas que allí trabajan y un precio para los productos, como bien lo mencionaban en el episodio 5. Dicha situación los llevó a reflexionar y hacer críticas sobre la importancia de la organización de los productos en el supermercado tal y como lo manifiesta el estudiante en relación a que deben tener un orden lógico de organización “los productos no podrían estar organizados por material o si no todos se volverían locos al buscarlo” (episodio 15 líneas 63,64 y 66). Dicha situación es un ejemplo de la manera en cómo comprende que hay una relación en la organización y clasificación de los productos en el supermercado y se relaciona con la facilidad en la búsqueda del producto. Así mismo, se observan expresiones en el episodio 7 sobre la utilidad en la organización de los productos tales como: “para saber cuáles son y para encontrarlos más fácil”.

Así le encontraron sentido al uso de las matemáticas, no solamente en relación con los números, operaciones algorítmicas y mecanización de reglas, en contraste como se identificó al inicio de la investigación en las creencias y percepciones en los resultados y fotografías tomadas en el instrumento tipo test. De ello se puede mostrar evidencia en el registro de las fotografías que corresponden al primer ciclo de investigación.

Así mismo lo expresó un estudiante en el episodio 5 (línea 6) al decir que al ir al supermercado él no había hecho uso de las matemáticas, pero que le había preguntado al cajero cómo él hacía uso de las matemáticas. Se observa que el estudiante tiene una creencia limitada sobre la magnitud de los procesos matemáticos que se llevan a cabo en el

supermercado incluso antes de dirigirse al cajero: como estimar, comparar, clasificar etc. y se evidencia aún más, cómo relaciona las matemáticas con las operaciones mecánicas de adición y sustracción.

Sin embargo, a través del desarrollo de la unidad didáctica, algunas percepciones sobre las matemáticas pudieron cambiar y descubrieron que estas no solo consisten en sumar y restar, sino que les son útiles para ordenar y clasificar productos de acuerdo a sus atributos; en este caso mostraron comprensiones sobre formas, tamaño, capacidad, material, agrupación y clasificación de objetos de acuerdo a sus características, encontrando así un beneficio al buscar más fácilmente los productos en el supermercado y poder determinar y valorar el precio de los mismos. Al respecto Vilanova, Rocerau, Valdez, Oliver, Vecino, Medina, Astiz y Álvarez (2014) y Alsina (2014) sostienen que los estudiantes necesitan enfocarse más que en el contenido, en la forma o método a través del cual se enseña y que es fundamental que las actividades tengan sentido para los estudiantes.

Por ello se buscó dar aplicación de los objetos matemáticos en un contexto real, en el que normalmente se desenvuelven los niños y niñas lo que los llevó a abrirse más, generar relaciones y sentirse más cómodos para expresar sus ideas y opiniones al ser un lugar que constantemente visitan y con el cual se sienten identificados.

Es así que, en relación al marco teórico de la investigación, se hace mención a que en educación infantil se priorice el enfoque que hace relación al contexto, debido a que las matemáticas se comprenden cuando se relacionan con su entorno inmediato; así mismo las situaciones deben encuadrarse partiendo de lo concreto a lo simbólico (Alsina 2104). Ello resulta altamente necesario si se tienen en cuenta las recomendaciones del MEN (2006), también referente del marco teórico de esta investigación, que enfatiza en que es menester que las situaciones que se desarrollen en las clases estén ligadas a experiencias cotidianas donde cobre sentido el quehacer matemático. Por ello se pensó en diseñar escenarios que fueran cercanos para los estudiantes del grado kínder y que generaran motivación y entusiasmo en los mismos.

De otro lado, al trabajar en grupos para hacer la clasificación de los productos discutían sobre cómo y por qué clasificar un producto en tal o cual categoría (bebidas, productos congelados, snacks, aseo etc.); exponían sus ideas y argumentaban por qué debían ubicarse en dichas secciones y cuáles eran las razones que los llevaban a tomar esas decisiones. Así se observa que para los productos de aseo expresaban “este producto se pone en la zona donde no son para comer, son para echarse, son los de aseo”; (Episodio 15 líneas 76 y 78). También, respecto a los productos congelados se observa en el episodio 15 (línea 70) “El “bonyourth” aquí porque son los congelados y si no se congelan no saben rico calientes y además se dañan porque el líquido es de leche”. Así mismo expresan “Ese iría con los de la marca de él, en este lugar si quedan más cereales”. (Episodio 16 línea 16). “Los de arriba son cosas de aseo que te ayudan a limpiar tu casa y también digamos y si echas mucho te pueden servir para sacar de tu casa animalitos, el veneno de moscos lo podemos usar para moscas y a otros si le echas un poco pero harto matas las ratas” (Episodio 7, línea 133).

En lo anteriormente expuesto, se aprecian ejemplos de cómo los estudiantes hacen uso de su visión crítica para tomar decisiones respecto a la ubicación de un producto y concuerda con las ideas que diversos autores de esta investigación sustentan, al expresar que a través de la resolución de problemas se logra desarrollar un pensamiento crítico y estratégico que permite a los estudiantes desenvolverse e manera hábil en cualquier escenario (Santos-Trigo, 2014). Ello se traduce en un desempeño más flexible en diversas circunstancias.

Al realizar las clasificaciones de los productos según su categoría (sólido, líquido o de aseo) para establecer el precio de los mismos, se observó comprensión al usar recursos como bloques lógicos para medir y encontrar el tamaño de los productos y saber si eran pequeños, grandes o medianos; también utilizaban como instrumento de medición la regla o hacían comparaciones con otros productos para verificar su tamaño y capacidad. Episodio 14 (línea 20):“Podemos medirlo con éste (muestra una caja de pañitos kleenex) y saber cuánto mide. Acuestan la caja de manera horizontal sobre los spaguettis". El uso de este recurso y estrategia de medición se evidencia en el episodio 15, como se muestra en la transcripción:

40	P	Y cómo hacemos para saber que es el más pequeño?
41	Varios	Midiéndolo
42	A	Mira yo supero a Mia (pone su caja al lado de la otra y mide la altura)
43	A	El jugo es el más grande de todos (miden el Latti con el jugo)

Tabla 20: Transcripción episodio 15 (líneas 40-43). Institución No.1

Al respecto hubo discusiones respecto a la forma del producto, haciendo alusión a si tenía forma de figura plana o con volumen y ello los llevó a reflexionar sobre la capacidad de este. Es así como en el episodio 15 en el grupo de trabajo, uno de los estudiantes manifiesta que su caja de leche tiene forma de rectángulo, por lo que otro de sus compañeros corrige lo dicho por él y expresa que no es un rectángulo sino un prisma rectangular y agrega: “Porque no es plano, si fuera un rectángulo no cabría nada y si es un prisma rectangular ahí si cabe” (línea 10). Lo anterior es una muestra de cómo los estudiantes comparan conceptos aprendidos y dan argumentaciones a sus intervenciones. El trabajo en grupo les da la posibilidad de expresar sus ideas, contemplar nuevas, evaluar respuestas, hacer correcciones y dar explicaciones al corregir errores. Es así como en el episodio 18 en la transcripción que se muestra a continuación y a manera de ejemplo para evidenciar comprensión, los estudiantes realizan un proceso de meta-cognición evaluando la falencia que tuvo un compañero en el proceso de conteo de dos en dos, lo cual los lleva a re-planear la estrategia utilizada.

145	P	Que le pasó a Martin mientras contaba?
146	E1	Que se equivocó en una pero después la corrigió
147	P	En una?
148	E1	Si porque dijo estaba en ocho y dijo doce pero le faltó el 9 y el 10
149	E2	Me salté dos como si estas no existieran pero por lo que si existen entonces...

Tabla 21: Transcripción episodio 18 (líneas 145-149). Institución No.1

En las actividades de clasificación y categorización de los productos se evidenció como hacen relaciones entre la capacidad y el precio del producto al expresar: “No, porque como esta tiene menos cereal, no vale tanto como esa”. Es igualmente un ejemplo de cómo relacionan y hacen comparaciones entre el precio y otras variables tales como tamaño, altura y capacidad del producto.

28	P	De los productos que tienen en la mano cual creerían que es el más costoso?
29	Varios	Este (muestran la botella grande de jugo), porque es el más grande
30	E1	Y el más alto
31	E2	Y además tiene más líquido

Tabla 22: Transcripción episodio 18 (líneas 28-31). Institución No.1

Para evidenciar las comprensiones sobre las habilidades de conteo, estimación y comparación de magnitudes y cantidades y sobre estrategias que utilizaban para desarrollarlas, a manera de ejemplo, se observa cómo los estudiantes relacionaban las características del producto con el precio y expresaban que el jugo es el más caro de los productos “porque es el más grande, alto y le cabe más; y así mismo que el Latti es el más pequeño y el que menos líquido tiene, por lo tanto es el más económico episodio 15 (líneas 29, 30, 31, 37, 39). Así mismo, en el episodio 16 (líneas 39, 46, 50 y 52, 65 y 67) los estudiantes manifestaron comprensión al hacer una adecuada categorización del producto según sus características para determinar el precio y en las líneas 75 y 77, del mismo episodio, los estudiantes manifestaron comprensión al estimar el precio de acuerdo al material del producto. Así expresan: “los precios funcionan por tamaño y por material” (episodio 16, línea 75 y 77).

Los estudiantes además hicieron observaciones importantes en relación al precio de los productos, pues manifestaron en el episodio 16 (líneas 85, 86, 87, 88) que éste dependía del material del que estaba hecho el producto y que el precio de los materiales dependía de su durabilidad y resistencia; hicieron una comparación y relación entre el papel, cartón y aseo como variable que afecta el valor del producto. Se observa, a manera de ejemplo, cómo los estudiantes pudieron descubrir y reflexionar sobre los aspectos que influyen en que un producto sea más costoso o económico que otro, descubriendo que el más resistente era el más costoso y el menos resistente el más económico; pues pudieron comparar los valores que se daban para cada uno, comprendiendo el significado de los números en contextos de conteo. Así mismo, al realizar estos análisis, se les preguntaba qué producto llevarían y ellos hicieron uso de su pensamiento crítico y reflexivo para responder:

129	P	Uds. que producto llevarían, que decisión tomarían?
130	Varios	El mediano
131	P	Por qué Valentina?
132	E1	Porque vale menos
133	E2	Para no gastar un resto de plata

134	E3	El mediano porque vale menos, porque es más económico y si comprara uno grande gastaría más dinero y si compro mediano gastaría menos, teniendo más
-----	----	---

Tabla 23: Transcripción episodio 16 (líneas 129-134). Institución No.1

Continuando con algunas muestras de las comprensiones sobre el valor de los números en contextos de conteo se desarrollaron comprensiones en los episodios 15 y 16. Así en el episodio 15 (líneas 81, 82, 84) al realizar un conteo de las tres categorías y expresar que gana la que más productos tiene; en la línea 99, del mismo episodio, el estudiante expresa comprensión sobre el proceso de igualar cantidades “ya que para que el 7 sea igual al 6 hay que quitarle uno”. También apoyan a manera de ejemplo los aportes de los estudiantes hacen en el episodio 16 (líneas 121, 123, 125 y 127) en los que manifiestan comprensión al diferenciar un número mayor de uno menor y concluir que esto los lleva a establecer si un producto es más costoso o más económico; así mismo lo expresan al decir que hay un número más alto y uno más bajo.

Con relación a las habilidades de conteo y sus estrategias para lograr conteos más rápidos se observa como ejemplo, que los estudiantes hacen conteos apropiados de los productos del supermercado en el episodio 15 (línea 39) y 16 (línea 179) pues hace conteo uno a uno para llegar a los números trece y quince evidenciándose una correcta secuenciación de los números al contar, una correspondencia uno a uno (entre el objeto y el número) y hacen una relación entre el número y la cantidad. Para ello, utilizan estrategias como organizar los productos adecuadamente (en filas o grupos) para no confundirse en el conteo y además al trabajar en grupo y evidenciar que alguno de sus miembros no lo hizo bien, la profesora los ayuda a que hagan un monitoreo y evaluación del proceso y encuentren el error. Es así como en el episodio 18 a través de la siguiente transcripción se da cuenta de ello:

51	E1	Acá tenemos un grupo de cinco y otro grupo de ocho, entonces sumamos, unir (juntan las manzanas) y ahí forma trece
52	P	Muéstrenme que si hay trece
53	E2	Uno, dos, tres, cuatro, cinco
54	E1	Espérate (se le va más de una manzana al decir el número cuatro)
55	Varios	Uno, dos, tres, cuatro, cinco...hasta llegar a trece (forman una sola fila con las manzanas)

Tabla 24: Transcripción episodio 18 (líneas 51-55). Institución No.1

Así mismo, en el episodio 15 a través de la siguiente transcripción, se evidencia un ejemplo de una estrategia aplicada para realizar el conteo; así mismo, y como proceso meta-cognitivo y co-evaluativo en el grupo, uno de los miembros del grupo hace una sugerencia al planear este conteo uno a uno, en razón a que el estudiante descubre que su compañero realizó el conteo de manera errada y la profesora sugiere volver a realizarlo para verificarlo:

134	A	Entonces son catorce
135	P	Vuelvan a contar
136	J	Tocaría contar de uno en uno
137	Varios	Uno, dos, tres...once doce
138	A	No contaste mal
139	Varios	Cuentan desde el 1 al trece (uno a uno)

Tabla 25: Transcripción episodio 15 (líneas 134-139). Institución No.1

En el episodio 20 al realizar un conteo sobre el valor total de dos productos de aseo el estudiante encuentra que cada uno vale 13 y 11 “georgies” (billetes pedagógicos) y utilizó como recurso heurístico una representación gráfica con palitos dibujados en el tablero; para conocer el total del valor de los productos hace el conteo total de los palitos, los cuales ha dibujado en dos grupos. Así mismo, hicieron uso de la recta numérica para verificarlo. Como estrategia para realizar el conteo de manera adecuada y eficiente el estudiante se valió de una estrategia ideada por uno de los miembros de su grupo quien evidencia junto con la profesora un error en el conteo. Al preguntar la profesora sobre qué método se puede idear el estudiante para no equivocarse en el conteo, uno de los miembros del grupo expresa: “puntitos” (línea 46). Es así como a cada palito que va contando le pone un punto y cuenta uno, dos, tres, cuatro...hasta llegar a 24) de manera organizada, haciendo una adecuada correspondencia uno a uno.

De igual manera, se observan muestras de cómo los estudiantes continuaron aplicando diversas estrategias de conteo en el episodio 10 (línea 4) ya que expresa que para contar más rápidamente los “georgies” que representaban el valor de la categoría de los productos sólidos, armó visualmente 2 grupos de 3 imágenes (dibujos de georgies) lo que le da seis georgies y luego suma dos y ello le da 8. Con ello hace alusión al uso y a la utilidad que encuentra en las matemáticas pues al agrupar puede aplicar la adición y esto lo lleva a contar más rápidamente y ser más eficiente en el supermercado.

En la aplicación de dichas estrategias, el estudiante hizo una reflexión sobre cómo pudo contar más rápido y para ello decidió organizar los productos en grupos de a dos, con lo que igualmente aplicó estrategias para hacer el conteo más ágil y eficiente. De ello se puede dar cuenta, a manera de ejemplo, en la siguiente transcripción, tomando una muestra del episodio 15:

108	P	Como lo hiciste?
109	E1	Conté de dos en dos
110	P	Ay ok, muéstranos
111	Varios	Con su dedo va señalando de a dos productos y dice con jerónimo: dos, cuatro, seis, ocho, once (se equivoca Alejandro en el conteo)
112	P	Seguros?
113	E2	Diez, doce...
114	E2	El ultimo sería de uno
115	P	Alguien tiene otra estrategia para contar de dos en dos, ellos están señalando con sus dedos
116	P	Jerónimo que estás haciendo?
117	E2	Organizándolos por dos
118	P	Wow! Que buena estrategia

Tabla 26: Transcripción episodio 15 (líneas 108-118). Institución No.1

Es interesante ver, en esta misma situación, que el estudiante expresa que al organizar los objetos en grupos de a dos, le quedó un producto solo, sin agrupar. Ello llevó a que uno de los miembros del grupo pudiera idear otra estrategia de conteo la cual consistió en contar de tres en tres (línea 130).

En razón a lo anterior, se puede concluir que se visualizaron ejemplos que sirvieron de evidencia para configurar los elementos y actividades que propone Santos-Trigo (2007) en la actividad de resolver problemas: el estudiante necesita ser el protagonista de su propio aprendizaje, preguntando, cuestionando, indagando, representando y explorando el comportamiento de los objetos matemáticos en con los que pueda hacer uso de recursos, relaciones, caminos y estrategias que lo lleven constantemente a razonar sobre la actividad matemática.

Los estudiantes interactuaron constantemente, cuestionaron las ideas de otros, hicieron sugerencias y propusieron diferentes maneras para organizar, clasificar y contar los productos; al hacerlo idearon caminos para hacer estos procesos más eficientes. También representaron situaciones de conteo en las que hicieron uso de métodos heurísticos,

agrupaciones, material concreto (imágenes, bloques lógicos, manzanas) y representaciones gráficas (dibujar palitos, cuadrados) entre otros.

Sobre las comprensiones en el concepto y desarrollo y procedimiento de operaciones de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio) se observó el uso de diferentes estrategias, recursos y caminos para resolverlas. Es así que en los estudiantes hicieron alusión de manera verbal a la comprensión sobre los conceptos de adición y sustracción. En relación a la adición, en el episodio 18 (línea 30) manifestaron hay que “ponerlas juntitas” y en relación a la sustracción la estudiante manifestaron que “si fuera una resta le tendrías que quitar”. Así mismo se hace más claridad de la comprensión logrado en el concepto de adición y sustracción al hacer uso de recursos heurísticos como dibujar unos cuadrados en el tablero para explicar la situación planteada respecto a un PVEA planteado en la fase guiada, dibujando doce cuadrados primero y después tres más porque expresa que “nos dan quince nuestros papás”. En la línea 167, del mismo episodio, expresa que le va quitar doce y los borra y en línea 169 expresa que le quita doce cuadrados porque tenía que pagar esos doce en el supermercado.

Para evaluar las comprensiones sobre el concepto de adición, en el episodio 18 (líneas 44, 45 y 47, 51) los estudiantes manifestaron comprensión al reformular el problema, hacer uso de material concreto (manzanas de papel) y formar dos grupos de manzanas expresando que se tienen que unir y sumar para encontrar la totalidad. Se evidenció además que los niños y niñas, a manera de ejemplo, demostraron comprensión sobre el concepto y proceso de la operación en el episodio 20 al reformular el problema en el supermercado sobre si el dinero que tenía Miss Paloma le alcanzaba para comprar dos productos de aseo, haciendo uso de palitos en el tablero, valiéndose de representaciones gráficas, para expresar dos grupos que se unen (13 y 11) y expresar el concepto de la suma como números que tiene que agregar o le faltarían para llegar a otro. (línea30).

De la misma manera, en el episodio 20 (línea 52) el estudiante manifestó comprensión sobre dicho concepto, al expresar que le faltan 4 pues tiene 20 y si le suma 4 llegaría a 24. Por último, hicieron uso de material concreto en el episodio 20 (líneas 55, 57 y 59) al

mostrar que construyeron dos torres de bloques lógicos, una de 14 (lo que vale un producto) y que después la unen con otra torre de 14 (lo que valía en otro producto) para obtener el valor total de los dos productos. Como una de las estrategias para realizar la adición, se observó que tomaron uno de los sumandos en su cabeza y contaron de ahí en adelante para sumarlo y obtener el resultado, con lo cual se mostró un nivel alto de comprensión en relación a la rúbrica planteada.

Para resolver las operaciones de adición y sustracción, se pudo evidenciar el uso de sus dedos para contar, el uso de habilidades de cálculo mental en el episodio 17 (líneas 30, 31, 33 y 34) y uso de representaciones algorítmicas. También se pudo observar cómo utilizaron la recta numérica para encontrar las respuestas y/o verificarlas.

Es de anotar que desde la dimensión comunicativa, respecto a las metas trazadas, se evidencia que los procesos de meta-cognición que realizaban los estudiantes no sólo los realizaban respecto a los conceptos y procesos que ellos mismos realizaban, sino también a los conceptos, estrategias, procedimientos que realizaban sus demás compañeros. Es así como en el episodio 18 (líneas 146, 148, 149) se da cuenta de un ejemplo de ello, pues los estudiantes realizaron un proceso de meta-cognición evaluando la falencia que tuvo un compañero al contar de dos en dos (saltándose el 9 y 10) y el estudiante recibe la corrección y sugerencia hecha por su compañeros y la profesora de manera tranquila, abierta y la tiene en cuenta para corregir su error.

Así mismo, en el episodio 15 los niños y niñas exponen como sugerencias diversas estrategias para realizar el conteo, los estudiantes las tienen en cuenta y buscan aplicarlas; ello da una idea de cómo se dinamiza y flexibiliza el aprendizaje: Como ejemplo de ello aparece la siguiente transcripción:

127	P	¿Cómo van a contar?
128	varios	Señalando cada grupo: dos, cuatro, seis, ocho, diez, trece (pues hicieron un grupo de tres)
129	Varios	Catorce, catorce
130	E1	O sea significa, es de dos en dos pero después acá ponen tres o si no de tres en tres
131	P	¿Y qué hacemos?
132	E1	Quitarle uno (al grupo de tres), porque o si no sería de tres

133	P	¿Entonces como cuentan?
134	E2	Entonces son catorce
135	P	Vuelvan a contar
136	E3	Tocaría contar de uno en uno
137	Varios	Uno, dos, tres...once doce
138	E2	No contaste mal
139	Varios	Cuentan desde el 1 al trece (uno, dos, tres, cuatro....hasta trece)

Tabla 27: Transcripción episodio 15 (líneas 127-139). Institución No.1

Los estudiantes realizaron procesos de meta-cognición al explicar en qué se habían equivocado al contar y proponían estrategias para corregirlo. Así el estudiante expresa en el episodio 20 (línea 101) como muestra de ello: “Usamos puntos para saber cuál contamos porque a la primera nos dio 21 pero no era 21 era 24 pero para saber que era 24 hicimos uno, dos, tres etc.” (contando cada rallita y marcándola con un puntito); en este tipo de situaciones se pudo rescatar que los demás integrantes del grupo estuvieron abiertos y dispuestos a seguir las recomendaciones y poner en práctica y evaluar las estrategias dadas por los otros.

De la misma forma, en el episodio 18, y en relación con la dimensión comunicativa se registró que el estudiante pudo narrar con sus propias palabras la situación problema, ajustándola de manera tal que pudiera ser más comprensible para él, además de resaltar los datos importantes del problema para resolverla.

Con base a lo anterior se puede decir que al desarrollar las problemas verbales de estructura aditiva a lo largo de la unidad didáctica, especialmente durante las fases de investigación guiada y la fase de síntesis, se observó cómo los estudiantes hicieron uso y aplicación de múltiples conocimientos y objetos matemáticos en el contexto, tales como organizar y clasificar los productos de acuerdo a sus propiedades, establecer los precios de acuerdo a sus características, promover las habilidades de conteo y aplicación del concepto y operaciones de adición y sustracción para determinar el precio de los mismos; determinar cuál es más costoso y cuál es más económico (número mayor y menor que) y por qué; qué categoría del supermercado tiene más productos; cómo se puede igualar una categoría con la otra (cuántos más le faltan para llegar a otro número), concepto y operación de sustracción (cuántos tenemos que quitar para llegar a otro número) entre otros.

Con ello se reafirma que durante la unidad didáctica los estudiantes se vieron avocados a pensar matemáticamente haciendo uso de diversos conceptos y recursos, como propone Schoenfeld (1992). Además, según lo expone el mismo autor, durante la actividad es importante que los estudiantes expresen su flexibilidad en el manejo de los conceptos y uso de recursos. Ello se registró en repetidas oportunidades a través de cambios de estrategias, ideación de nuevas o en el uso de diferentes registros semióticos para representar las situaciones.

Los estudiantes expusieron su punto de vista matemático al hacer apreciaciones sobre los precios de los productos y las variables que el intervenían, el ¿por qué llevaban un producto o el otro?, ¿por qué era importante clasificar los productos, o ¿qué opinaban de las respuestas y procesos realizados por sus compañeros?

Con las participaciones e intervenciones realizadas por los estudiantes se puede decir que al observar los videos, escuchar las audio-grabaciones para registrar las expresiones y actitudes de los estudiantes, estos muestran una alta motivación para resolver los problemas y situaciones planteadas; quieren dar las respuestas y encontrar diversos caminos para resolverlas. Es más, según pudo leerse en las actitudes que desplegaban, aquel que ideaba o se valía de una estrategia diferente era quien se sentía más satisfecho y orgulloso en la actividad y generaba mayor empatía hacia las matemáticas. También lo estaba aquel que podía evidenciar un error y explicar dónde y por qué estaba errado el concepto o proceso.

Así mismo, desarrollaron una relación más cercana con las matemáticas, pues realizaron diversos procedimientos que consistían no solo en resolver operaciones de manera mecánica y repetitiva sino que hicieron relaciones, comparaciones, estimaciones, expresaron su punto de vista y tomaron decisiones. Se observa cómo de que los estudiantes usaron el conocimiento de manera dinámica, razonaron, pensaron, y actuaron de manera flexible frente a las temáticas de la unidad y manejo de los objetos matemáticos que la desarrollaron durante las tres fases; dichos aprendizajes lograron ser cada vez más profundos que el simple ejercicio de operaciones mecánicas y rutinarias, con lo cual según Perkins (1994) se evidencia comprensión

Respecto a los cambios en la práctica de la docente investigadora de la Institución No. 1, se observó como primera medida que trasladó el protagonismo a los estudiantes, quienes fueron los artífices de su propio aprendizaje. El papel que asumió la docente durante las actividades fue de observadora, espectadora y guía, quien permitió que los estudiantes hicieran, conjeturaran, manipularan, discutieran, reflexionaran, entre otros. Es así como dichas actuaciones se encaminaron como lo destaca Alsina (2014) a promover el papel decisivo del estudiante en el proceso de resolución de problemas, argumentando que no aprende asumiendo un rol pasivo como estar sentando o repitiendo o escuchando al maestro. Por el contrario, se hace necesario que el estudiante pueda realizar actividades tales como hacer, manipular, imaginar, observar, visualizar, etc.

Ello se logró gracias a que el trabajo no se enfocó en ejercicios donde se trabajara la mecanización en la aplicación de contenidos, fórmulas y algoritmos, por el contrario, se buscó estimular el desarrollo de habilidades y capacidades cognitivas a través de situaciones reto y problemas verbales de estructura aditiva (PVEA) donde tuvieron que poner en juego sus recursos cognitivos para lograr una verdadera comprensión de los contenidos.

En esta manipulación e imaginación de las situaciones la profesora dio libertad a los estudiantes para que hicieran uso del material concreto con el que más cómodos se sentían para explicar sus procesos y respuestas (productos del supermercado, bloques lógicos, manzanas, tableros, etc.). Es así, como en el episodio 20 (línea 54) la profesora sugirió hacer uso de algún material concreto para verificar su respuesta.

Así, no solamente pudieron hacer uso de diversos materiales concretos, sino que se promovió que expresaran y comunicaran sus respuestas haciendo uso de diversos registros semióticos (verbal, gráfico, simbólico), escogiendo no solo uno, sino diversos. Es importante mencionar que anteriormente el protagonismo en las clases lo asumía la docente, quien además decidía y limitaba los registros que se iban a usar para representar las situaciones u objetos matemáticos.

Es de anotar que la unidad didáctica se diseñó de manera que los estudiantes pudieran encontrar sentido al estudio de la temática y a las actividades, y que reconocieran las matemáticas subyacentes como atractivas y cercanas a su entorno real, para lograr engancharlos y generar un impacto no solamente en sus conocimientos, sino en el ámbito emocional, sobre sus creencias o percepciones.

Para hacer las actividades motivantes y gratificantes la profesora hizo uso de apoyos visuales para captar la atención de los niños y niñas, en especial en esta edad en la que las imágenes coloridas resultan atractivas; para ello se diseñaron carteleras con los precios de los productos, de acuerdo con su categoría, tamaño y material como se muestra en las imágenes. Así mismo, para atraer y mantener la atención de los estudiantes se escogió como moneda oficial del supermercado “los georgies” o billetes pedagógicos, que representan la imagen de la mascota del colegio, el dragón del San Jorge.



Figura 12, 13 y 14: Imágenes Unidad Didáctica. Que usaban los estudiantes para clasificar, categorizar y obtener el precio de los productos. Institución No. 1

Se buscó que las actividades para cada una de las fases fueran diferentes, y que para cada una de ellas siempre tuvieran siempre un apoyo visual y gráfico o bien la transmisión oral.

Además, a lo largo de las actividades, la profesora con sus actuaciones logró estimular las capacidades y habilidades matemáticas de los estudiantes con intervenciones que se traducían sugerencias, preguntas, comentarios y reflexiones para con que logró que explicaran sus respuestas, mostraran evidencias, argumentaran y reflexionaran sobre sus propios pensamientos y los de los demás compañeros. Algunas de las preguntas que utilizó

fueron: ¿Por qué? ¿Cuándo me dices dos en total qué estás haciendo? cómo funcionan los precios? ¿Qué te hace decir eso? ¿Puedes explicar cómo lo hiciste? ¿Por qué sumaron?

Durante el desarrollo de la unidad, la profesora en varias oportunidades invitó a los estudiantes a buscar o idear otras estrategias o caminos para realizar conteos o resolver las situaciones que involucraban habilidades de conteo: Es así como en el episodio 15 (línea 115) ella expresa “¿Alguien tiene otra estrategia para contar de dos en dos, ellos están señalando con sus dedos?”. Así mismo, en el episodio 16 después de plantear una situación problema respecto a qué producto de lo que tenían llevarían si sus padres les dieran 15 “georgies”, los estudiantes se valieron de algunos recursos semióticos para representar y comunicar la situación. Aun así, la docente invita al grupo a que lo expresen haciendo uso de otros recursos heurísticos y/o semióticos. Otrora, si alguno de los estudiantes encontraba la solución al problema, el reto culminaba ahí, limitando que los estudiantes pudieran explorar otras posibilidades.

Así mismo, se observó que la profesora invitaba a discutir las respuestas de manera conjunta, propiciando el diálogo entre los estudiantes, en donde se observaban las diversas manifestaciones e ideas sobre los objetos matemáticos. Para involucrarlos, utilizaba expresiones como: ¿qué opinan los demás? ¿Alguien tiene otra opinión?

Las preguntas realizadas estuvieron encaminadas a lograr desarrollar pensamiento crítico y reflexivo para tomar las decisiones en el supermercado; algunas de estas fueron: ¿cuál es el más costoso, y por qué o cual es el más económico? ¿Qué producto llevarían? ¿Les parece costoso? Como usaron las matemáticas? ¿Para saber el valor de la caja que datos necesito saber? ¿Puede llevar esos productos Miss Paloma? ¿Cuánto dinero le hace falta? ¿Será que puede llevar esos dos productos? ¿Por qué es importante organizar los productos en el supermercado?

Para finalizar, en la mayoría de sus intervenciones la profesora invitó a los estudiantes a que realizaran procesos de meta-cognición y evaluaran tanto sus respuestas como las de sus compañeros. Es así como en el episodio 15 respecto a la forma que tiene un bonyourth

invita a que el estudiante y los demás verifiquen la terminología empleada al describir el empaque “se ve más pequeño y se vuelve a engordar”, y hace alusión al uso del término angosto. Así mismo su papel principal es hacer preguntas para verificar los procesos por los cuales obtuvieron el precio, pedirles a los estudiantes que expliquen sus respuestas, recordar los datos importantes. Verificar los conocimientos sobre la adición, sustracción y habilidades de conteo, como también motivar a los estudiantes cada vez que realizan un proceso o aplican una estrategia de manera adecuada con expresiones como “muy bien”; “¡bravo!”; “que interesante lo que dices”, o “en matemáticas podemos hacer uso de diversas estrategias para buscar la solución”.

4.3.2 Institución No.2. Resumen de resultados de la investigación

Al implementar la Unidad Didáctica, se realizaron grabaciones de todas las sesiones en cada una de las fases (exploración, investigación guiada y síntesis), luego se observaron dichas grabaciones, se eligieron los episodios más significativos, se transcribieron y se analizaron detenidamente teniendo en cuenta las categorías de la investigación y se realizó análisis e interpretación tanto de las acciones de enseñanza y como de las manifestaciones de comprensión (ver anexo 12. Transcripciones y Análisis de episodios Institución No. 2)

Al encontrar resultados significativos en cada uno de los análisis de los episodios, se decidió hacer un compendio de dichos análisis y de esta forma, se evidenciaron claramente los resultados.

A continuación, se exponen los sumarios de análisis de episodios en cada fase:

Inicialmente, se implementó la fase de exploración con 3 actividades, en las cuales la docente observó los conocimientos previos de sus estudiantes y creó un ambiente pedagógico donde ellos exploraron los objetos matemáticos, en este caso el número y la adición, dentro de situaciones de juego. Todo lo anterior con el fin de atraer y motivar a los estudiantes frente al tópico generativo y ver las conexiones entre la temática y los intereses y experiencias de ellos.

Fase de exploración

Se analizaron los episodios **T-01** (Lluvia de ideas) **T-02** (El número y sus contextos) y **T-03** (Juego adivina el número y agrupa):

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	En los episodios 01, 02 y 03 la docente realiza preguntas para identificar los conocimientos previos de los estudiantes; estas preguntas van encaminadas hacia la búsqueda de definiciones, identificación del uso en situaciones cotidianas de los objetos matemáticos trabajados en la unidad didáctica, reconocimiento de errores y correcciones pertinentes y exploración de los procedimientos rutinarios.	En los episodios 01, 02 y 03 manifiestan diferentes definiciones acerca de los objetos matemáticos trabajados en la unidad didáctica, expresan conocimientos previos, reconocen la importancia y el uso de las matemáticas en situaciones cotidianas e identifican el conteo como procedimiento rutinario para solucionar los problemas.
Estrategias cognitivas o heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En el episodio 01 esta categoría no es evidente, ya que la situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.</p> <p>En los episodios 02 y 03, la profesora interviene propiciando ejemplos de situaciones cotidianas de compra y realiza preguntas para identificar cómo los estudiantes usan diferentes estrategias de solución y qué métodos, procedimientos y/o recursos utilizan.</p>	<p>En el episodio 01 esta categoría no es evidente, ya que la situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.</p> <p>En el episodio 02, los estudiantes manifiestan estrategias de solución usando como recurso sus dedos, donde expresan que sí se tiene más dinero al momento de pagar le deben devolver y usan los datos suministrados para realizar el cálculo, la manzana cuesta \$5 y tiene \$10 para pagar, realiza el conteo con sus dedos y concluye que le deben devolver dinero. Así mismo, identifican la noción de número mayor y menor dentro de la estrategia de solución y verifican el procedimiento.</p> <p>En el episodio 03, los estudiantes manifiestan comprensión al verificar sus procedimientos, exploran problemas similares y hacen uso de recursos como sus dedos y los colores (material concreto y representaciones), así mismo, realizan conteo y cálculo mental.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	En el episodio 01, esta categoría no es evidente, ya que la situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.	En el episodio 01, esta categoría no es evidente, ya que la situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.

	<p>En los episodios 02 y 03, la profesora realiza ejemplos de situaciones de compra y preguntas específicas para verificar las estrategias de solución que usan los estudiantes, observa el trabajo en equipo y la participación espontánea de los niños. La profesora observa la planeación que siguen los estudiantes para resolver, monitorea procedimientos y evalúa con retroalimentación y da espacios de corrección.</p>	<p>En los episodios 02 y 03, los estudiantes escuchan con atención las situaciones, identifican los datos o la información suministrada, usan como recurso sus dedos para realizar cálculos y expresan sus respuestas o soluciones.</p> <p>En el episodio 03, los estudiantes manifiestan comprensión de los números y la adición, al trabajar en equipo para encontrar dos números que al agruparse den como resultado el número adivinado. Cuando la profesora realiza preguntas, los niños se autoevalúan para identificar si la respuesta es correcta y expresan el procedimiento que siguieron para buscar la solución. Desde el inicio identifican lo que deben hacer y recordando lo que han aprendido y poniéndolo en uso, buscan diferentes estrategias de solución.</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>La profesora en los episodios 01, 02 y 03 utiliza expresiones que motivan la participación de los estudiantes y así mismo expresiones de alago y felicitación por las manifestaciones de comprensión. Ejemplo “muy bien” y “excelente idea”.</p>	<p>En los episodios 01, 02 y 03, los estudiantes manifiestan creencias, sentimientos y percepciones frente a las matemáticas cuando identifican la importancia y el uso que tienen los objetos matemáticos en situaciones cotidianas.</p> <p>Los estudiantes expresan pensamientos positivos.</p> <p>Al observar los videos de cada episodio, se evidencia que los estudiantes participan con entusiasmo, sus gestos son de motivación, alegría e interés por resolver las situaciones problema.</p>

Tabla 28: Resumen Análisis episodios 01, 02 y 03. Fase de exploración. Institución No.2

En esta fase, se pudo reconocer en las diferentes actividades planeadas, las acciones de enseñanza de la docente investigadora, las cuales promovieron exploración de los objetos matemáticos. A continuación se exponen las acciones de enseñanza que se observaron en los análisis de episodios significativos en cada categoría dentro de la primera fase de la Unidad Didáctica:

FASE	CATEGORÍAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
Exploración	Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas para identificar los conocimientos previos. • Búsqueda de definiciones. • Exploración de procedimientos. • Identificación de uso de objetos matemáticos en situaciones cotidianas. • Reconocimiento de errores. • Correcciones pertinentes.
	Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Dar ejemplos. • Preguntas para identificar estrategias de solución. • Reconocimiento de métodos, procedimientos y recursos.
	Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Dar ejemplos. • Preguntas para verificar estrategias. • Reconocimiento de planeación e implementación. • Monitorear procedimientos. • Retroalimentación del proceso. • Correcciones pertinentes.
	Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Expresiones verbales y gestuales de motivación, alago y felicitación. • Expresiones verbales de corrección en errores.

Tabla 29: Acciones de enseñanza (episodios 01, 02 y 03). Fase de exploración. Institución No.2

Luego, se implementó la fase de investigación guiada con 3 actividades, en las cuales la docente orientó en el uso o desarrollo de herramientas metodológicas y conceptuales para abordar situaciones que fortalecieron la comprensión de los conceptos. De esta forma, se desarrolló el tópico generativo, teniendo como guía los hilos conductores y como horizonte las metas, para hacer visible el pensamiento y evidenciar la comprensión.

Fase de investigación guiada

Se analizaron los episodios **T-04** (Dominó de adiciones sencillas) **T-05** (Tiro al blanco) y **T-06** (Situaciones problema):

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>La profesora en los episodios 04, 05 y 06, observa el proceso de cada estudiante o equipo mientras el desarrollo de las actividades, evalúa las estrategias de solución, la comprensión del concepto de número y adición y reconoce la participación individual y grupal.</p> <p>La profesora realiza preguntas para identificar los conocimientos previos de los estudiantes y los procedimientos rutinarios, como por ejemplo: “¿cómo realizaron el cálculo total?”, “¿cómo calcularon para saber que le faltaba 4 puntos?”.</p> <p>La profesora al observar errores o dificultades, realiza preguntas para que los estudiantes comprueben los resultados e identifiquen la equivocación y así aclaren que les hace falta y corrijan.</p>	<p>Los estudiantes en los episodios 04, 05 y 06, manifiestan el conocimiento de los números y el proceso de adición al calcular los resultados y dar respuesta a las actividades.</p> <p>Los estudiantes realizan cálculo mental o usan sus dedos para resolver las situaciones problema.</p> <p>Los estudiantes manifiestan la comprensión de los objetos matemáticos al exponer los procedimientos y las estrategias usadas, también identifican sus errores con ayuda de la profesora o sus compañeros y corrigen sus respuestas conscientes del cambio.</p>
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En los episodios 04, 05 y 06, la profesora indica las reglas de los juegos y da ejemplos para aclarar el proceso, verifica los procedimientos usados durante las actividades y realiza preguntas que llevan a sus estudiantes a verificarlos también, así mismo, pregunta y aclara para reformular los problemas y corregir los errores encontrados, utiliza también las preguntas para identificar el uso de recursos.</p> <p>Preguntas como: “¿cómo lo hicieron?”, “¿cuál es la primera pregunta?”, “¿cuál es la segunda pregunta?”, etc.</p>	<p>En los episodios 04, 05 y 06, los estudiantes realizan conteo mental, usan recursos como sus dedos y el ábaco y manifiestan comprensión al probar y verificar sus procedimientos cuando la profesora realiza preguntas como: “¿cómo lo hicieron?”, “¿por qué sumaron?” y los estudiantes responden “porque decía ¿cuántos dulces tienen entre las dos? Y si una tiene 6 y la otra tiene 6, entonces tienen 12”, “Diana, porque tenía 4 dulces y María tenía 6”, “el primer dato fue 4 dulces (muestra 4 fichas en el ábaco), y compra 2 más (muestra 2 fichas en el ábaco)”, “porque sumamos 6 + 6 y da 12”.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En los episodios 04, 05 y 06, la profesora monitorea el procedimiento de los juegos, observa las estrategias usadas y evalúa las respuestas.</p> <p>La profesora en algunas ocasiones lee la información o repite la respuesta dada por los estudiantes, como estrategia de atención y concentración.</p> <p>La profesora da ejemplos de situaciones para que los estudiantes procedan con más claridad.</p> <p>La profesora con ciertas preguntas encamina el proceso para que los estudiantes identifiquen posibles caminos de solución y corrijan errores, así mismo, realiza preguntas intencionadas que encaminan a la planeación, a la búsqueda de estrategias y a la evaluación de procedimientos y resultados, como “¿cuáles son los datos del problema?”, “¿qué estrategias usaron para resolver cada pregunta?”, “¿qué registros usaron?”.</p>	<p>En los episodios 04, 05 y 06, los estudiantes identifican el proceso de los juegos, respetan turnos de participación, escuchan las respuestas de sus compañeros y evalúan el procedimiento al realizar también el cálculo para identificar si la respuesta es correcta o no.</p> <p>En los episodios se observa cómo los estudiantes en cada equipo planean cómo realizar la solución a las situaciones.</p> <p>Los estudiantes manifiestan comprensión de las matemáticas al identificar los procedimientos que usan para resolver el problema y observan diferentes estrategias de sus compañeros para llegar al resultado.</p> <p>Los estudiantes se autoevalúan con la retroalimentación que realiza la profesora al hacer preguntas para que se identifique el proceso ya sea acertado o incorrecto.</p> <p>En general, los estudiantes manifiestan en su proceso de solución una fase de lectura y entendimiento del problema, una fase de</p>

	Las preguntas y aclaraciones que constantemente propone la profesora durante el episodio, hacen que los niños se autoevalúen durante el proceso de solución, al reflexionar sobre sus acciones, identificando una respuesta correcta o corrigiendo el error siendo conscientes del porqué del cambio.	diseño identificando qué procedimientos pueden seguir según los datos y la pregunta, una fase de implementación al usar las estrategias de resolución (conteo, suma, etc.) y una fase de visión retrospectiva cuando la docente realiza preguntas para verificar los procedimientos y comprobar las respuestas.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. <p>En los episodios 04, 05 y 06, la profesora usa expresiones de felicitación frente a las respuestas de las estudiantes, así mismo usa frases de motivación y llamado de atención para que todas estén interesadas y concentradas en los juegos. Como ejemplo: “muy bien”, “excelente”, “exacto”. La profesora al encontrar un error no manifiesta enojo ni impaciencia, al contrario, guía el proceso y de una forma cordial ayuda al estudiante a identificar nuevamente los datos del problema para que encuentre la dificultad y la corrija. En el episodio 06, la profesora realiza preguntas para conocer los sentimientos y percepciones de sus estudiantes como “¿cuál pregunta fue más difícil y por qué?”, “¿cómo se sintieron en la resolución de cada situación?”, “¿creen que las matemáticas son útiles en la resolución de situaciones cotidianas?”.</p>	En los episodios 04, 05 y 06, los estudiantes se observan en los videos muy interesados en los juegos, están atentos y se ayudan para buscar las respuestas correctas. En los videos se observan sonrisas y se escuchan expresiones de felicidad, así mismo, los estudiantes participan con entusiasmo, están a la expectativa de los resultados de los juegos y se evidencian sentimientos positivos en sus gestos. Los niños identifican que ellos pueden solucionar problemas gracias al conocimiento matemático que aplican.

Tabla 30: Resumen Análisis episodios 04, 05 y 06. Fase de investigación guiada. Institución No.2

En la fase de investigación guiada, la docente investigadora realizó acciones de enseñanza para orientar el uso de herramientas metodológicas y conceptuales al abordar situaciones problema en contexto; éstas acciones encaminan el proceso, fomentan análisis, argumentación y reflexión, para promover comprensión. A continuación se exponen las acciones de enseñanza específicas de cada categoría que se reconocieron en el análisis de episodios significativos dentro de la segunda fase de la Unidad Didáctica:

FASE	CATEGORÍAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
Investigación guiada	Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas para identificar los conocimientos previos. • Observación del proceso de solución. • Reconocimiento de los procedimientos rutinarios. • Identificación de errores. • Correcciones pertinentes.

Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Instrucciones para dar inicio. • Dar ejemplos para aclarar. • Verificación de procedimientos. • Reformulación de problemas para aclarar. • Identificación de recursos.
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Monitoreo de procedimientos. • Identificación de estrategias de solución. • Evaluación de respuestas. • Retroalimentación pertinente. • Lectura de información y datos. • Preguntas de reflexión en procedimientos.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Expresiones verbales y gestuales de motivación, alago y felicitación. • Expresiones verbales de corrección en errores. • Preguntas para identificar percepciones y emociones.

Tabla 31: Acciones de enseñanza (episodios 04, 05 y 06). Fase de investigación guiada. Institución No.2

Por último, se implementó la fase de síntesis con 1 actividad, en la cual se buscó la aplicación, el dominio y el uso de los números y la adición en situaciones cotidianas. Se demostró el alcance de las metas y se evidenció el pensamiento y la comprensión de los estudiantes.

Fase de síntesis

Se analizó el episodio **T-07** (Tienda de juguetes):

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>La profesora expone todas las instrucciones del juego de la tienda de juguetes, da un ejemplo para que las niñas identifiquen el proceso y aclaren dudas.</p> <p>La profesora observa durante el juego las acciones de las niñas, en las líneas 1, 3, 7, 11, 14, 16, 20, 25, 27, 29, 33, 39, 41, 52, 60 y 62, interviene haciendo preguntas para encaminar las estrategias de solución al problema, así mismo para aclarar dudas y ayudar a revisar los procedimientos, tales como: “¿cuánto dinero tienen?”, “¿cuántos juguetes deben comprar?”, “¿cuánto cuesta?”, “¿cuánto deben pagar?”, “¿les alcanza con el dinero?”.</p> <p>La profesora al observar y realizar preguntas, identifica conocimientos previos, procedimientos rutinarios y errores o dificultades.</p>	<p>Las niñas manifiestan comprensión al usar sus conocimientos previos en el momento de resolver el problema en la situación de compra y venta. Cuando las niñas responden las preguntas que realiza la profesora, están expresando su aprendizaje, así mismo la aplicación y uso de las matemáticas en los procedimientos y estrategias de solución.</p> <p>Todo lo anterior se puede observar en las líneas 2, 4, 16, 19, 21, 34, 36, 40, 42, 44, 46, 48, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 64, 66 y 68. Las niñas identifican los números, el proceso algorítmico y el uso de la adición y sustracción, entre otros, como ejemplo: “30 + 5 es 35”, “entrega 1 billete de 10, otro de 20 y otro 5”, “2 + 4 es 6 y + 3 es 7, 8 y 9 (contando con los dedos)”, “porque yo di 10 y es solo 9 me tienen que dar 1”, “una suma, 30 + 15 (lo anota en la hoja)”, “comenzamos por las unidades”, “sumamos las decenas, 3 + 1 que es 4”.</p>
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>La profesora realiza preguntas para explorar las estrategias que formulan las niñas en el momento de resolver la situación, de esta forma verifica los procedimientos y el uso de recursos como conteo con los dedos, cálculo mental, algoritmos escritos en la hoja, entre otros; lo anterior se evidencia en las líneas 14, 16, 33, 35, 43, 52 y 67, con preguntas como “¿cuánto deben pagar?”, “¿les alcanza con el dinero que tienen?”, “¿qué deben hacer?”, “¿cuánto es el total?”, “¿por qué deben dar vueltas?”, “¿qué estrategia utilizan?”, “¿cómo supiste eso?”.</p>	<p>Las niñas al responder las preguntas que realiza la profesora, identifican su propio proceso de resolución y reconocen el uso de recursos; en las líneas 15, 19, 36, 44, 53 y 68.</p> <p>Las estudiantes al identificar situaciones cotidianas como compra y venta, relacionan lo aprendido en clase y lo ponen en práctica.</p> <p>Las estudiantes al hacer compras en la tienda de juguetes, identifican los precios y reconocen la necesidad de adicionar para encontrar el total que debe pagar y las vendedoras reconocer que deben restar para dar vueltas.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>La profesora observa el proceso del juego y en algunos momentos realiza preguntas para aclarar dudas o guiar el procedimiento y las estrategias, tales como: ¿cuánto dinero tienen? ¿Qué pueden comprar con ese dinero? ¿Qué estrategia usan para saber qué juguetes comprar? ¿Qué estrategia usan para saber si el dinero les alcanza? ¿Cómo saben cuánto dinero deben recibir para la compra? ¿Cómo saben cuánto dinero deben devolver al comprador? ¿Cómo saben cuál es el precio total de dos, tres o más juguetes? ¿Cómo usan las matemáticas en esta situación de la tienda? Etc. De esta forma, se enfoca la atención de las niñas en cuanto a las estrategias y la toma de decisiones dentro de la</p>	<p>Durante todo el episodio, la profesora realiza preguntas para guiar la planeación y el monitoreo del proceso, las estudiantes al responder las preguntas eligen las estrategias y procedimientos oportunos para dar solución al problema, en este caso identificar los datos y realizar las operaciones matemáticas.</p> <p>Las estudiantes durante la solución de la situación, manifiestan comprensión al identificar los números, las unidades y las decenas, el proceso algorítmico y el uso de las adiciones y sustracciones; lo anterior en las líneas 15, 19, 36, 44, “30 + 5 es 35”, “entrega 1 billete de 10, otro de 20 y otro 5”, “2 + 4 es 6 y + 3 es 7, 8 y 9 (contando con los dedos)”, “porque yo di 10 y es solo 9 me tienen que dar 1”.</p>

		situación problema. Todo el acompañamiento que realiza la profesora encamina la planeación, el monitoreo y la evaluación dentro de la situación.	Desde la 53 hasta la 68 se observa el procedimiento “comenzamos por las unidades”, “sumamos las decenas, 3 + 1 que es 4”, “porque resté 50 menos 45”. Este juego demuestra la aplicabilidad que tiene las matemáticas en la vida cotidiana y las niñas evaluaron los procesos que usaron para resolver cada situación, de esta forma se demuestra la comprensión del conocimiento adquirido, al ponerlo en práctica en algo habitual.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	La profesora acompaña y orienta el proceso haciendo preguntas y comunicando expresiones que afirman y dan seguridad en el aprendizaje y comprensión de las niñas, tales como “muy bien”, “excelente” y con sus gestos demuestra aceptación y da confianza.	Al observar el video, las niñas participan y trabajan en equipo para resolver la situación problema. Las niñas demuestran el conocimiento al encontrar estrategias para resolver la situación de compra y venta, se evidencia que disfrutaban el juego y el trabajo en equipo. En el video se observan gestos de sentimientos y percepciones positivas frente a las matemáticas.

Tabla 32: Análisis episodios 07. Fase de síntesis. Institución No.2

En la fase de síntesis, se reconocieron acciones de enseñanza ligadas a la aplicación, dominio y uso de los objetos matemáticos enmarcados en una situación cotidiana de compra y venta. Las acciones de enseñanza que puso en práctica la docente investigadora fomentaron las manifestaciones de comprensión de los estudiantes al demostrar el saber y saber hacer en contexto. A continuación se exponen las acciones de enseñanza identificadas en la tercera fase de la Unidad Didáctica:

FASE	CATEGORÍAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
Síntesis	Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Instrucciones para dar inicio. • Dar ejemplos para aclarar. • Preguntas para encaminar el proceso. • Preguntas para identificar conocimientos previos. • Reconocimiento de procedimientos rutinarios. • Identificación de errores o dificultades y reflexión.
	Estrategias cognitivas o	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de estrategias de solución.

métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Verificación de procedimientos. • Reconocimiento de recursos.
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas aclaratorias. • Preguntas para encaminar el proceso. • Identificación de estrategias de solución. • Reconocimiento de toma de decisiones. • Evaluación a modo de reflexión.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Expresiones verbales y gestuales de motivación, alago y felicitación. • Expresiones verbales de corrección en errores. • Preguntas para identificar percepciones y emociones.

Tabla 33: Acciones de enseñanza (episodios 07). Fase de síntesis. Institución No.2

Después de observar los resultados en los análisis de los episodios seleccionados en las categorías de la investigación y teniendo en cuenta las acciones de enseñanza y las manifestaciones de la comprensión, se decidió realizar un instrumento de lista de chequeo para identificar la frecuencia y el manejo de las acciones de enseñanza.

De igual manera como se realizó con los análisis de episodios, se hizo un compendio de las listas de chequeo de los episodios seleccionados, se identificó la frecuencia de dichas acciones y se analizó de forma cuantitativa.

A continuación, se expone el resumen de lista de chequeo de los episodios analizados:

**LISTA DE CHEQUEO
ACCIONES DE ENSEÑANZA EN RESOLUCION DE PROBLEMAS
UNIDAD DIDÁCTICA
Epi. 01 al 07**

ACCION DE ENSEÑANZA	SI	NO	INTERPRETACIONES
Leer el problema y aclarar palabras desconocidas	1	6	La mayoría de las actividades de la unidad didáctica eran situaciones problema mediadas por el juego y no tenían un texto de lectura o un enunciado específico.
Identificar información y/o datos importantes del problema	6	1	La profesora durante las actividades de la unidad didáctica hacía enfocar la atención para identificar la información y los datos del problema con preguntas o intervenciones estratégicas.
Realizar preguntas abiertas que estimulen la expresión de los estudiantes y/o la resolución de problemas.	5	2	La profesora constantemente realizaba preguntas para que los estudiantes identificaran sus procedimientos, estrategias y recursos usados.
Generar oportunidades de interacción directa entre los estudiantes y los recursos (manipulación).	6	1	La profesora contantemente daba la oportunidad de usar todos los recursos que los niños consideraran necesarios para poder solucionar las situaciones problema.
Propiciar el diálogo entre los estudiantes y la búsqueda de respuestas o hipótesis de manera colectiva.	7	0	El trabajo de la unidad didáctica fue en su gran mayoría realizado en equipo para interactuar, conocer y apoyar las ideas y pensamientos de los otros.
Dar pistas para encaminar el proceso de resolución del problema	5	2	La profesora intervenía estratégicamente para encaminar el proceso.
Realizar preguntas de control de avance que permitan evidenciar el proceso de aprendizaje y de ser necesario, hacer los ajustes	5	2	La profesora realizaba preguntas de control para conocer el avance e identificar posibles errores, de esta forma los estudiantes reconocían sus equivocaciones, hacían cambios y generaban reflexión frente a esta situación.
Flexibilizar y adaptar las actividades e interacciones planificadas de acuerdo a las necesidades educativas de los estudiantes.	5	2	La unidad didáctica se diseñó e implementó teniendo en cuenta las particularidades de los estudiantes, las necesidades de los mismos y cuando se identificaba algún estudiante con dificultad en el desarrollo de sus desempeños, la profesora guiaba el proceso, ponía ejemplos y acompañaba el paso.
Expresiones de motivación	7	0	La profesora siempre expresaba frases de motivación, felicitación y aceptación, como ejemplo “muy bien”, “excelente”, “felicitaciones”, “excelente idea”, entre otras.
Registro de las principales ideas, hipótesis y/o conclusiones generadas por los estudiantes.	3	4	La profesora sólo algunas veces tomó registro de las ideas, hipótesis y conclusiones de los estudiantes.
Socializar las estrategias y soluciones	7	0	La profesora siempre hacía socialización de las estrategias, soluciones, reflexiones, respuestas, recursos, procedimientos y procesos de los estudiantes durante el desarrollo de la unidad didáctica.
Recolectar evidencias de los trabajos o productos de los estudiantes	7	0	La profesora en toda la unidad didáctica hizo audio-grabaciones y tomo fotos para recolectar evidencias de los desempeños de los estudiantes.

64 20

Tabla 34: Resumen Lista de chequeo, resumen de episodios analizados. Institución No.2

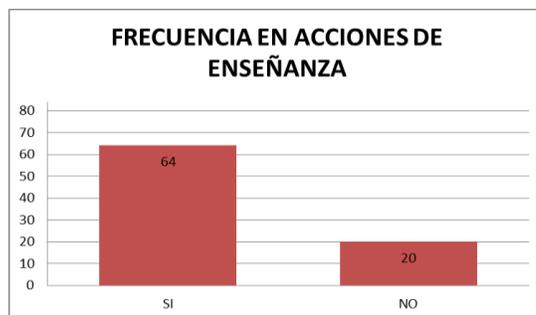


Figura 15: Resultados de frecuencia de acciones de enseñanza. Institución No. 2

Al observar la lista de chequeo y la frecuencia de las acciones de enseñanza durante las fases implementadas de la Unidad Didáctica, se pudo evidenciar que las 12 acciones se presentan continuamente en los episodios analizados y esto refleja que la docente de la Institución No. 2, en todas las sesiones de clase, implementa las acciones de enseñanza en busca de que los estudiantes hagan visible su pensamiento y manifiesten la comprensión a través de preguntas y respuestas que llevan a un pensamiento analítico, crítico, flexible y activo, dentro de la estrategia de resolución de problemas en contexto.

Lo anterior se identifica claramente teniendo en cuenta que en los 7 episodios analizados tenían un total de 84 acciones, 12 para cada episodio, y al realizar la gráfica de barras, se evidenció 64 acciones realizadas y solo 20 acciones que no se realizaron, las cuales tienen una interpretación en la lista de chequeo del por qué sí se implementaron o cual fue la causa para no hacer uso de ellas.

A continuación se exponen específicamente en cada una de las categorías de resolución de problemas las acciones de enseñanza que implementó la docente investigadora durante la ejecución de la Unidad Didáctica en la Institución No. 2:

CATEGORIAS	ACCIONES DE ENSEÑANZA
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas para identificar los conocimientos previos. • Búsqueda de definiciones. • Exploración de procedimientos. • Identificación de uso de objetos matemáticos en situaciones cotidianas. • Reconocimiento de errores. • Correcciones pertinentes. • Observación del proceso de solución. • Reconocimiento de los procedimientos rutinarios.

	<ul style="list-style-type: none"> • Instrucciones para dar inicio. • Dar ejemplos para aclarar. • Preguntas para encaminar el proceso.
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Dar ejemplos para aclarar. • Preguntas para identificar estrategias de solución. • Reconocimiento de métodos, procedimientos y recursos. • Instrucciones para dar inicio. • Reformulación de problemas para aclarar.
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Dar ejemplos. • Preguntas para verificar estrategias de solución. • Reconocimiento de planeación e implementación. • Monitorear procedimientos. • Retroalimentación del proceso. • Correcciones pertinentes. • Evaluación de respuestas. • Lectura de información y datos. • Preguntas de reflexión en procedimientos. • Preguntas aclaratorias. • Preguntas para encaminar el proceso. • Reconocimiento de toma de decisiones. • Evaluación a modo de reflexión.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Expresiones verbales y gestuales de motivación, alago y felicitación. • Expresiones verbales de corrección en errores. • Preguntas para identificar percepciones y emociones.

Tabla 35: Acciones de enseñanza, resumen de episodios analizados. Institución No.2

Reflexión a partir de los resultados encontrados en la Institución No. 2

Partiendo de lo anterior y luego de vivir todas las experiencias, actividades, reflexiones, opiniones y el proceso de enseñanza y aprendizaje en el diseño, implementación y análisis de la unidad didáctica, se puede resaltar el cambio significativo al enseñar las matemáticas a través de la resolución de problemas y la importancia de buscar el desarrollo de las habilidades y destrezas de los estudiantes para desenvolverse en cualquier ámbito de la vida.

Antes, las clases se desarrollaban de manera tradicional, la profesora planteaba ejercicios rutinarios del libro y los niños respondían procesos algorítmicos fuera de contexto y sin conocer el uso en situaciones cotidianas. Los niños tenían como percepción que las clases de matemáticas eran aburridas y solo las relacionaban con números, sumas, restas, entre otros.

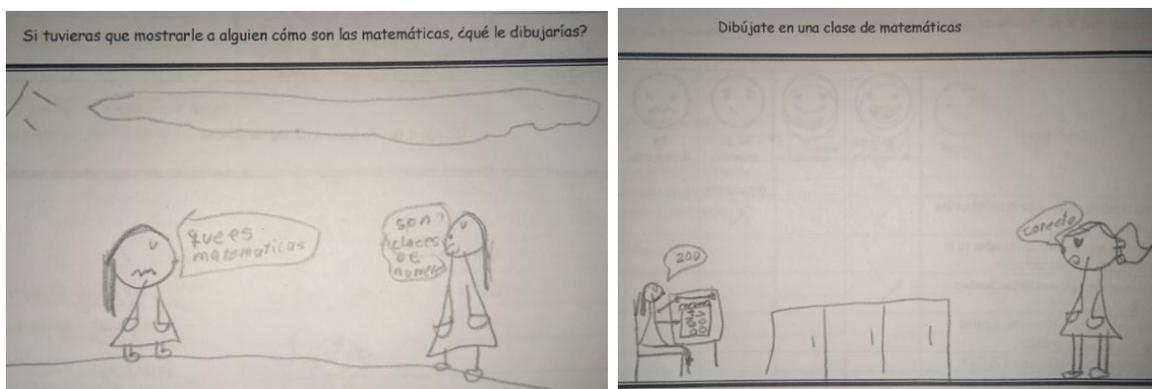


Figura 16 y 17: Fotografías de respuestas a las preguntas “si tuvieras que mostrarle a alguien cómo son las matemáticas, ¿qué le dibujarías?” y “dibújate en una clase de matemáticas”

Las fotografías que se muestran, corresponden a la exploración realizada en el ciclo 1 de la investigación, al implementar un instrumento tipo test para identificar la problemática.

En contraste, al diseñar e implementar la estrategia didáctica, se evidenciaron cambios significativos en el desarrollo de las sesiones de matemáticas. La profesora utilizó la resolución de problemas en contexto para enseñar los objetos matemáticos y de esta forma se manifestaron las comprensiones de los estudiantes, ya que se realizaron preguntas e intervenciones que desarrollaban pensamiento crítico, analítico, flexible y dinámico, para identificar la importancia y el uso de las matemáticas en la cotidianidad y así, pasar de clases aburridas a clases significativas, divertidas e interactivas. Como se expone en las imágenes a continuación:

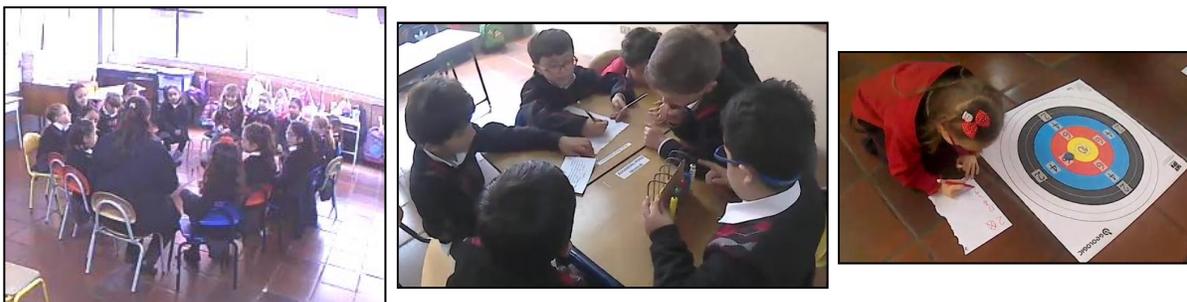


Figura 18, 19 y 20: Fotografías tomadas durante el desarrollo de la Unidad Didáctica. Institución No. 2.

Al observar el diseño de la unidad didáctica, se tuvo en cuenta el modelo EpC, en el cual se incorporó un tópico generativo llamativo “aplicando las matemáticas mientras jugamos”,

en el que los estudiantes emplearon su aprendizaje, demostrando diferentes habilidades y buscando distintas estrategias en la resolución de problemas en el contexto del juego y de esta forma, se evidenció la comprensión.

Para orientar el diseño y la gestión de la unidad, se tuvieron en cuenta los hilos conductores: ¿cómo identifico las cantidades que debo agrupar para hallar un número? ¿si necesito totalizar puntos para saber el ganador de un juego, qué debo hacer? ¿en qué situaciones cotidianas necesito agrupar, totalizar y/o juntar cantidades? ¿cómo uso los números y la adición en la tienda de juguetes? Estas preguntas fueron esenciales para la unidad, porque poco a poco iban desarrollando el tópico, daban pautas para valorar las metas, desplegar los desempeños de comprensión y evaluar el proceso.

Al dar un horizonte hacia donde se quería llegar con el desarrollo de la unidad didáctica, se tuvieron en cuenta las metas de comprensión, las cuales fueron afirmaciones observables, medibles y evaluables a través de los desempeños de comprensión y ayudaron a la exploración del tópico generativo.

Buscando promover el alcance de las metas, se diseñaron los desempeños de comprensión, los cuales estaban planeados secuencialmente para que los estudiantes construyeran su conocimiento, aplicaran su aprendizaje, hicieran visible su pensamiento y desarrollaran comprensión. Para ello, se organizaron en tres fases: exploración, investigación guiada y síntesis.

Las metas tenían en cuenta las dimensiones de la comprensión para llegar a la esencia de la disciplina. Al realizar la implementación de las actividades en cada fase, evaluar el proceso de los estudiantes con la rúbrica planteada, utilizar como fuente las audio-grabaciones y hacer uso del instrumento de análisis de episodios teniendo en cuenta las categorías de la investigación, se pudo corroborar a través de los desempeños, que en la dimensión de contenido los estudiantes manifestaron comprensión del concepto de número y de suma, agrupando, juntando y/o totalizando cantidades en diferentes situaciones; en la dimensión de método, los niños identificaron estrategias de resolución de problemas

aditivos en situaciones de juego; en la dimensión de propósito, los estudiantes manifestaron comprensión al usar las matemáticas en diferentes situaciones problema; y en la dimensión de comunicación, los niños manifestaron comprensión al identificar cómo representar situaciones usando las matemáticas y comunicar expresiones tales como agrupar, totalizar, más que, menos que, etc., al resolver situaciones problema.

Lo anterior se pudo identificar con la aplicación de la rúbrica diseñada en la Unidad Didáctica, la cual se implementó para evaluar el proceso de los estudiantes, tanto académico como actitudinal, teniendo en cuenta las categorías de la investigación al observar y analizar las manifestaciones de comprensión.

A continuación, se expone la rúbrica mencionada. Aquí se puede observar que se identificaron los criterios y tuvo una escala valorativa en palabra, número e imagen, teniendo en cuenta la edad de los niños; de esta forma la profesora pudo diligenciarla y así mismo, la explicó de una manera clara y fácil de entender para los estudiantes y sus familias.

RÚBRICA PARA EVALUAR LAS MANIFESTACIONES DE COMPRENSIÓN

CRITERIOS	SUPERIOR (4,5-5,0) 	ALTO (4,0-4,4) 	BASICO (3,5-3,9) 	BAJO (1,0-3,4) 
Comprender el concepto de número	Reconoce la grafía de los números hasta el 99, lee y escribe dichos números con precisión en el trazo. Forma series con esos números, los compara identificando los mayores y menores. Descompone en decenas y unidades y en forma de suma sin apoyo gráfico y lo representa.	Lee, escribe y forma series de números hasta el 99 y los descompone en decenas y unidades y en forma de suma sin necesidad de apoyo gráfico; compara números de dos cifras e identifica los mayores y menores.	Identifica los números y forma series hasta el 99, reconociendo su grafía y descomponiéndolos en decenas y unidades con apoyo gráfico y manipulativo.	Se le dificulta identificar los números hasta 99, descomponerlos en decenas y unidades y comparar los mayores y los menos; pese al apoyo gráfico y manipulativo.
Comprender el concepto de suma	Analiza e interpreta situaciones de suma y expresa matemáticamente dichas situaciones mediante sumas en horizontal y vertical; comprueba sus resultados sin necesidad de apoyo gráfico; calcula los números anterior y posterior sin necesidad de apoyos.	Reconoce e interpreta situaciones de suma contando desde el primer sumando, las expresa matemáticamente y las resuelve correctamente; comprueba sus resultados apoyándose en las ilustraciones; calcula los números anterior y posterior con expresiones de suma y resta según sea necesario.	Identifica distintas situaciones de suma contando desde un número, expresa las situaciones mediante sumas en horizontal y vertical y las resuelve correctamente con apoyo gráfico y manipulativo; utiliza la suma y la resta para calcular los números anterior y posterior con apoyo gráfico y manipulativo.	Se le dificulta identificar situaciones de suma y no las resuelve correctamente; pese al apoyo gráfico y manipulativo.
Resolver problemas	Analiza e interpreta	Analiza la información	Identifica distintas	Se le dificulta resolver

aditivos	distintos problemas de situaciones de adición, discrimina datos, hace conjeturas y anticipa soluciones basándose en sus conocimientos previos; establece analogías con situaciones cotidianas y desarrolla estrategias de resolución.	de distintos problemas de situaciones de suma e identifica la estrategia más adecuada para su resolución; establece analogías y las relaciona con conocimientos previos.	tipologías de problemas de suma e intenta elegir estrategias para su resolución.	problemas aditivos, no es consciente de la relación de datos y de las estrategias necesarias para su resolución.
Actitudinal	Demuestra una actitud positiva de responsabilidad, respeto y orden en la ejecución de las actividades.	Participa y realiza las actividades con buena actitud.	Realiza las actividades.	Demuestra una actitud negativa frente a las actividades.

Tabla 36: Rúbrica para evaluar manifestaciones de comprensión en el desarrollo de la Unidad Didáctica. Institución No. 2

Por otro lado, al implementar el instrumento de análisis de episodios y el instrumento de lista de chequeo, se identificaron las acciones de enseñanza de la docente de la Institución No. 2 y se puede afirmar que se realizó un cambio en la práctica pedagógica, el cual demuestra grandes avances en la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, la búsqueda de hacer visible el pensamiento para identificar realmente la comprensión en los estudiantes, la implementación de preguntas para desarrollar en los niños la argumentación, reflexión y análisis y la evaluación continua para mejorar el proceso constantemente.

Al observar los resultados de cada fase, se puede identificar el progreso y el paso a paso de las acciones de enseñanza, a través de los análisis de episodios y las listas de chequeo, y reconocer las manifestaciones de comprensión, por medio de los análisis de episodios y la rúbrica diseñada e implementada en la Unidad Didáctica; lo cual se reconoce en un ambiente didáctico, en el que los niños y las niñas se motivaron a construir conocimientos significativos que aplicaron en las diferentes situaciones problema, desarrollando un pensamiento analítico, reflexivo y argumentativo, que se pudo registrar en el momento en que la profesora hacía preguntas o intervenía en episodios estratégicos para hacer que los estudiantes autoevaluaran los procedimientos, las estrategias y los recursos usados, de esta forma se identificaba el por qué, el para qué y el cómo de cada decisión y se hacía visible el pensamiento. Según Ritchhart, Church y Morrison (2014), es importante “cuestionar, escuchar y documentar”, para hacer visible las ideas de los niños y así poder identificar la comprensión del aprendizaje en los estudiantes.

Como ejemplo, en cada fase se pudo identificar y analizar episodios significativos que daban muestra de lo mencionado anteriormente. En la fase de investigación guiada, los niños participaron en el juego de tiro al blanco como contexto para comprender los objetos matemáticos en situaciones problema. La actividad se desarrolló en equipo para compartir diferentes ideas, pensamientos y reflexiones.

1	Profesora	¿Cuántos puntos tiene cada equipo?
2	Alexandra	48
3	Laura	46
4	Silvana	52
5	Profesora	¿Cómo realizaron el cálculo total?
6	Alexandra	Contando de uno en uno.
7	Laura	Contando con los dedos.
8	Silvana	Sumando con los dedos.
9	Profesora	¿Quién es el equipo ganador?
10	Algunas	El equipo 3.
11	Profesora	¿Por qué el equipo 3 es el ganador?
12	Alexandra	Porque tiene mayor número.
13	Profesora	Muy bien. ¿Cuántos puntos le faltaron al equipo 1 para empatar con el ganador?
14	Mariana J.	4.
15	Profesora	Muy bien. ¿Cómo calcularon para saber que le faltaba 4 puntos?
16	Mariana J.	Le sumamos 4, contamos desde el 48 hasta el 52.

Tabla 37: Ejemplo de transcripción de episodio 05, Fase de Investigación Guiada. Institución No.2

En esta muestra, se evidencian los cuestionamientos que plantea la profesora y las respuestas que producen las estudiantes frente a sus procesos, procedimientos, estrategias y comprensiones de los objetos matemáticos. Aquí se puede identificar las acciones de enseñanza y las manifestaciones de comprensión que se consideraron en el instrumento de análisis del episodio, para evidenciar resultados frente a la implementación de la estrategia didáctica.

Así mismo, en la fase de síntesis, se toma como ejemplo el siguiente apartado de la transcripción:

25	Profesora	¿Cuánto dinero tienen?
26	Mariana	64 pesos.
27	Profesora	¿Cuántos juguetes deben comprar?
28	Zamantha	3
29	Profesora	Ok, y ¿cuáles quieren comprar?
30	Zamantha	El gato de 2 pesos.
31	Mariana	El Mickey Mouse de 4 pesos.
32	Zamantha	La bolita de 3 pesos (anota los precios en la hoja).
33	Profesora	Muy bien. ¿Les alcanza con el dinero? ¿Qué deben hacer?
34	Mariana	$2 + 4 + 3$
35	Profesora	Muy bien, y ¿cuánto es el total?
36	Zamantha	$2 + 4$ es 6 y $+ 3$ es 7, 8 y 9 (contando con los dedos).
37	Profesora	¿Por qué decidieron hacer esa estrategia de suma?
38	Mariana	Para saber cuánto debemos pagar en total.
39	Profesora	Muy bien. Ahora paguen. ¿Cómo van a pagar?
40	Mariana	Con 10 pesos.
41	Profesora	¿Dejamos así o deben dar vueltas?
42	Zamantha	Dar vueltas.
43	Profesora	¿Por qué deben dar vueltas?
44	Zamantha	Porque yo di 10 y es solo 9 me tienen que dar 1.
45	Profesora	Y ahí ¿qué estás haciendo para saber que te deben dar 1 peso de vuelta?
46	Mariana	Restar.
47	Profesora	¿Y por qué necesitamos restar?
48	Mariana	Para mirar si nos dan un billete de 1 o si nos dan más.
49	Profesora	Muy bien. Entonces paguen, den las vueltas y entreguen los juguetes vendidos.

Tabla 38: Ejemplo de transcripción de episodio 07, Fase de Síntesis. Institución No.2

En el cual también se evidenciaron las diferentes intervenciones que realizó la profesora en busca de hacer visible el pensamiento de los estudiantes y así pudo identificar manifestaciones de comprensión frente a los objetos matemáticos abordados durante la Unidad Didáctica, ya que en esta última fase, se reconoció el uso de los conceptos en una situación problema cotidiana como es el proceso de compra y venta en “la tienda de juguetes”.

Partiendo de lo anterior y al incorporar en la práctica pedagógica esta estrategia didáctica, se puede afirmar que enseñar matemáticas es cambiar la visión de una disciplina aburrida, difícil e intangible por una experiencia divertida, diferente y atractiva que se convierte en una construcción significativa, donde la comprensión de un concepto se ve reflejada en la habilidad que se tenga para realizar o evocar las distintas formas de

representar, expresar y comunicar y donde la evaluación es constante, teniendo en cuenta el proceso y la individualidad; así mismo, el docente es guía y apoyo y el estudiante es protagonista de su propia comprensión, para generar una interacción constructiva de enseñanza y aprendizaje.

En otras palabras, según Kaplún (1993), dejar atrás al educando oyente para convertirlo en educando hablante, donde encuentre la necesidad de acceder a la información, la necesidad de pensar y expresarse con claridad, la necesidad de resolver situaciones y problemas y la de vincularse con los demás, con el entorno, con los medios y los recursos; interactuando y construyendo de una forma intrapersonal, interpersonal, grupal y cultural.

4.3.3. Reflexión conjunta de las docentes investigadoras

Teniendo en cuenta los anteriores análisis, se puede evidenciar que en las dos instituciones se generaron cambios en la práctica pedagógica en las docentes investigadoras, los cuales se fortalecieron durante la planificación, implementación y evaluación de una estrategia didáctica centrada en la resolución de problemas como medio para promover la comprensión de las matemáticas en educación infantil.

A continuación, se exponen los cambios en las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras a través de las acciones de enseñanza identificadas en las dos instituciones, teniendo en cuenta las categorías de investigación frente a la resolución de problemas:

Categorías	Acciones de Enseñanza	
	Institución No. 1	Institución No. 2
Dominio del conocimiento o recursos	Validación de lenguaje matemático adecuado.	Identificación de uso de objetos matemáticos en situaciones cotidianas.
	Preguntas abiertas que invitan a la reflexión y análisis.	Búsqueda de definiciones.
	Promover el uso de estrategias para realizar procedimientos y resolver el problema.	Observación del proceso de solución.
	Incentivar el uso de estrategias para realizar procedimientos.	Reconocimiento de los procedimientos rutinarios.
	Verificación de los datos del problema.	Instrucciones para dar inicio.
	Lectura del problema e identificación de palabras desconocidas y datos del mismo.	Dar ejemplos para aclarar.
	Preguntas para verificar la comprensión sobre	Preguntas para encaminar el proceso.

	los datos del problema.	
	Preguntas para identificar los conocimientos previos.	
	Reconocimiento de errores.	
	Exploración de procedimientos.	
	Correcciones pertinentes.	
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	Reformulación de problemas para aclarar.	Dar ejemplos para aclarar.
	Incentivar el uso de estrategias de manera conjunta para resolver la situación.	Preguntas para identificar estrategias de solución.
	Verificación de procedimientos y respuestas.	Reconocimiento de métodos, procedimientos y recursos.
	Verificación de los datos del problema.	Instrucciones para dar inicio.
		Observación de procesos matemáticos.
		Invitar a los estudiantes a verificar sus procedimientos y respuestas.
		Exposición de respuestas para recibir retro-alimentación por parte de los demás.
	Realizar preguntas que invitan al análisis y reflexión.	
Estrategias meta-cognitivas	Preguntas abiertas que invitan a la reflexión y meta-cognición.	Preguntas para verificar estrategias de solución.
	Preguntas para establecer relaciones entre variables.	Reconocimiento de planeación e implementación.
	Monitoreo del procedimiento.	Retroalimentación del proceso.
	Exposición de respuestas para ser verificadas en grupo.	Evaluación de respuestas.
	Preguntas para reconocer y verificar los errores.	Preguntas de reflexión en procedimientos.
	Preguntas abiertas para verificar comprensión de procedimientos y uso de estrategias.	Preguntas aclaratorias.
	Dar pistas para la resolución del problema.	Preguntas para encaminar el proceso.
	Generación de hipótesis.	Reconocimiento de toma de decisiones.
	Dar pistas para corregir los errores.	Evaluación a modo de reflexión.
		Dar ejemplos.
		Correcciones pertinentes.
		Lectura del problema para monitorear comprensión de palabras desconocidas y datos del mismo.
		Incentivar el uso de material concreto para encontrar la solución.
	Monitoreo del procedimiento y estrategias usadas para encontrar las respuestas.	
Sistema de creencias	Pedir explicación a los estudiantes sobre los procesos matemáticos realizados y su justificación.	Expresiones verbales de corrección en errores.
	Preguntas que invitan a la reflexión y análisis.	Preguntas para identificar percepciones y emociones.
		Preguntas para guiar los procedimientos.
		Motivar el uso de diferentes estrategias para resolver las situaciones.
		Expresiones verbales y gestuales de motivación, alago y felicitación.
		Verificar comprensión de la información y datos del problema.
	Invitación a los estudiantes a través de preguntas abiertas a descubrir el uso de las matemáticas.	
	Involucrar a los integrantes del grupo a validar las respuestas de sus compañeros.	

Tabla 39: Acciones de enseñanza. Institución No.1 y No.2

Ello se puede evidenciar en los análisis de resultados que aparecen en las listas de chequeo para cada institución, en las cuales se muestran la frecuencia en las acciones de enseñanza con las interpretaciones para cada una. Se observa que el número de veces que se aplica cada una de ellas, es mayor y esto favorece el ambiente de aprendizaje en el aula, en

el cual los estudiantes demuestran la aplicación de sus conocimientos de manera más crítica y flexible, manifestando así comprensiones de los objetos matemáticos en situaciones cotidianas que involucran la resolución de problemas.

De esta forma, las docentes investigadoras ahora usan situaciones cotidianas para contextualizar la enseñanza de los objetos matemáticos, realizan más preguntas direccionadas a desarrollar habilidades de argumentación y análisis, propician el diálogo en los estudiantes de manera tal que se generen hipótesis y nuevas ideas, hacen constantes procesos de meta-cognición en los cuales se evalúan procesos y estrategias, permiten la socialización de las respuestas y caminos usados para retroalimentar y verificar conocimientos, y comunican de forma gestual y verbal expresiones que retroalimentan el proceso.

CAPÍTULO V

5. Conclusiones

En aras de dar cuenta de cada uno de los objetivos planteados para la investigación, se exponen a continuación algunas conclusiones que emergen de los análisis y resultados evidenciados. Además, se esgrimen aportes para la construcción de conocimiento pedagógico por parte de las docentes investigadoras

Teniendo en cuenta los antecedentes y la inmersión inicial en el problema, las clases de matemáticas se basaban en enseñar los conceptos intentando crear actividades lúdicas para motivar y generar aprendizaje; los estudiantes pensaban que las matemáticas solo tenían un enfoque a partir de los números y por lo tanto, en las clases particularmente se hacía énfasis en resolver las operaciones (algoritmos), en evaluar el resultado de los procedimientos e intentaban contextualizar los conceptos, pero no encontraban con facilidad la asociación de los temas con la realidad y usaban muy poco situaciones para resolver problemas. Las clases algunas veces las realizaban de forma tradicional, donde simplemente los niños y las niñas debían seguir las instrucciones y llenar las páginas del libro y otras veces intentaban direccionar las sesiones con dinámicas diferentes para construir conocimiento significativo.

Cuando el docente se convierte en un transmisor de conocimiento, resultan espacios de simples explicaciones de teorías basadas en la realidad de entornos ajenos, la repetición mecánica de contenidos, el temor a la curiosidad y cuestionamiento, la falta de construcción de conocimiento, entre otros; a esto se le llama parálisis paradigmática, como lo menciona Quiñones (2009). Pero, cuando el docente interioriza su disciplina académica y crea un ambiente de construcción de conocimiento, está abriendo un camino de aprendizaje no como posesión de datos sino como posesión de saberes, en donde el conocimiento se comprende, se analiza, se argumenta, se reflexiona y se comprueba, activando un pensamiento crítico, innovador, creativo e investigativo.

Partiendo de lo anterior y luego de vivir todas las experiencias de aprendizaje en los 4 semestres de la Maestría en Pedagogía y la indagación realizada en el marco teórico de esta investigación, se fueron transformando los pensamientos, ideas, creencias, concepciones y la forma de enseñar las matemáticas.

A partir del diseño e implementación de la estrategia didáctica en las dos instituciones, se pudo responder la pregunta de investigación y dar cumplimiento al objetivo general y a los específicos. Se evidenciaron cambios en la práctica de las docentes investigadoras, como se mostró en la tabla de acciones de enseñanza, ya que se observan diferentes acciones que impactaron en la comprensión de las matemáticas en los estudiantes, teniendo en cuenta las categorías de análisis en la resolución de problemas que a continuación se exponen una a una:

Es así como desde el *dominio del conocimiento o recursos*, las docentes investigadoras, en el desarrollo de las situaciones problema, intervenían con preguntas para verificar pre-conceptos, uso de recursos, hechos y definiciones, procedimientos rutinarios y errores consistentes o recursos débiles, tales como “¿cuánto dinero tienen?”, “¿cuántos productos deben comprar?”, “¿cuánto cuesta?”, “¿cuánto deben pagar?”, “¿les alcanza con el dinero? ¿para saber el valor del producto qué datos importantes deben saber? ¿creen que entienden todas las palabras del enunciado? ¿cuáles son los datos importantes del problema?”, entre otras.

Al realizar dichas preguntas, los estudiantes manifestaban su comprensión al expresar sus conocimientos previos frente a los objetos matemáticos implementados en las situaciones problema; allí mismo, ellos hacían uso de diferentes procedimientos rutinarios: como conteo mental, conteo usando sus dedos, conteo usando la recta numérica, procesos algorítmicos haciendo uso de material concreto. Si se presentaban errores se realizaba una retroalimentación pertinente, dando pistas o ejemplos y se motivaba a los demás compañeros a través de procesos meta-cognitivos a reflexionar sobre el procedimiento o estrategia usada.

Los análisis realizados en relación con la categoría *estrategias cognitivas y métodos heurísticos*, permitieron concluir que las docentes investigadoras realizaron preguntas para explorar las estrategias que formulaban los estudiantes en el momento de resolver la situación; así mismo dieron pistas para verificar los datos y procesos del problema para que los estudiantes volvieran atrás y rectificaran los procedimientos. Como ejemplo de ello: “¿cuánto deben pagar?”, “¿les alcanza con el dinero que tienen?”, “¿qué deben hacer?”, “¿cuánto es el total?”, “¿por qué deben dar vueltas?”, “¿qué estrategia utilizan?”, “¿cómo supiste eso?”, “¿recuerdan cómo sacaron el precio inicial?”, “¿recuerdan los datos del problema?”, entre otros. Así mismo, en ocasiones se reformulaba la pregunta y el procedimiento a seguir para resolver el problema y se buscó socializar las respuestas, procedimientos y estrategias para interactuar y enriquecer su aprendizaje al hacerse más flexible.

Los resultados en la categoría *estrategias meta-cognitivas* dan cuenta de que las docentes investigadoras en las diferentes situaciones problema actuaban como observadoras de los procesos que iban realizando los estudiantes, y en algunos momentos intervenían para evaluar los conocimientos aplicados y guiar o encaminar las estrategias de solución. Es así como Santos Trigo (2014), apoya la idea de la necesidad de realizar un monitoreo constante y activo y una consecuente regulación y organización de las decisiones y procesos que se utilizan en la resolución de problemas, para favorecer la comprensión.

De este modo las profesoras hicieron una lectura del problema, para monitorear la comprensión del mismo a través de preguntas abiertas, aclaración de palabras desconocidas y datos importantes que se necesitaban; hicieron un seguimiento en el proceso de adición y sustracción para obtener los resultados, también realizaron un proceso de evaluación sobre la comprensión en la pertinencia del uso de las operaciones matemáticas en la solución de los problemas.

Todo lo anterior con preguntas tales como: ¿cuánto dinero tienen? ¿qué pueden comprar con ese dinero? ¿qué estrategia usan para saber qué comprar? ¿qué estrategia usan para saber si el dinero les alcanza? ¿cómo saben cuánto dinero deben recibir para la compra?

¿cómo saben cuánto dinero deben devolver al comprador? ¿cómo saben cuál es el precio total de dos, tres o más productos? ¿cómo usan las matemáticas en esta situación? etc. De esta forma, se enfocó la atención de los estudiantes en cuanto a las estrategias y la toma de decisiones dentro de la situación problema. Se buscó a través de preguntas establecer relaciones entre variables y generar hipótesis de manera conjunta. El acompañamiento que realizaron las profesoras encaminó la planeación, el monitoreo y la evaluación dentro de la situación.

Finalmente, los análisis realizados desde la categoría *sistemas de creencias y los resultados* que se obtuvieron en las video-grabaciones, transcripciones y análisis de episodios significativos, permitieron evidenciar que las profesoras acompañaron y orientaron el proceso, haciendo preguntas y comunicando expresiones que afirmaron y dieron seguridad en el aprendizaje y comprensión de los estudiantes, tales como “muy bien”, “excelente”, “bravo” y con sus gestos demostraron aceptación y dieron confianza y seguridad. Así mismo, a través de preguntas abiertas se buscó relacionar el uso de las matemáticas con las situaciones particulares planteadas en las unidades didácticas. Se animó a los niños a buscar diversas estrategias y caminos para resolver los problemas con lo cual se cambió la percepción que tenían sobre las matemáticas basadas en ejercicios repetitivos, descontextualizados y con una única manera de resolver. El trabajo en equipo fomentó la capacidad de escucha y apertura, para contemplar y valorar las ideas de los demás. Los estudiantes descubrieron que pueden ser protagonistas de su propio aprendizaje y a reconocer el papel del docente como un guía y mediador. Como las actividades fueron contextualizadas y cercanas para ellos, se observó una participación espontánea y tranquila por parte de los estudiantes, quienes se lanzaron a plantear ideas, formular hipótesis y encontrar respuestas sin temor a equivocarse.

El papel de las profesoras fue verificar pre-conceptos, lograr claridad en la identificación de los datos del problema, motivar a los estudiantes en el uso de diferentes representaciones semióticas y estrategias para encontrar las soluciones, invitar a trabajar y discutir las respuestas de manera conjunta y pedir a los estudiantes que explicaran sus respuestas como un procedimiento para desarrollar pensamiento crítico y flexible, lo cual se pudo observar

en las transcripciones de los episodios significativos. Es importante anotar que también se destacó la relación de las matemáticas con la cotidianidad para que los estudiantes encontraran un sentido más práctico de su aprendizaje. De este modo afirma Schoenfeld (1985) que lo anterior, configura la conducta de los estudiantes al resolver un problema, lo cual concluyó que las experiencias de las personas frente a las matemáticas y sus prácticas juegan un papel importante.

Los estudiantes participaron y trabajaron en equipo para resolver las situaciones problema, se evidenció que disfrutaron las actividades y la resolución de los problemas y esto se convirtió en un reto para ellos. Se observaron gestos de sentimientos y percepciones positivas frente a las matemáticas. También verificaron sus procesos, lanzaron hipótesis y explicaron sus respuestas haciendo uso de material concreto y/o representaciones gráficas.

En razón a lo anterior, y teniendo en cuenta los análisis de resultados de los ciclos uno, dos y tres, se concluye que en las clases de matemáticas desarrolladas en el grado kínder y primero, se ha dejado de tener el protagonismo como docentes.

Así, se ha encontrado que logran comprensiones más profundas y flexibles de los contenidos, pues hay más discusión entre ellos, se cuestionan unos con otros sus respuestas, buscan maneras y estrategias de probar sus ideas y respuestas; ello ha permitido desarrollar un pensamiento más estratégico, ser más flexibles en su pensamiento al entender que pueden buscar diversos caminos y puntos de vista para resolver un problema y estimular procesos de meta-cognición, ya que cuando encuentran algún obstáculo, no es solamente el docente quien a través de preguntas invita a la reflexión o a la re-orientación de sus procesos, sino que los estudiantes buscan brindar su punto de vista y expresar diferentes estrategias y maneras para encontrar un nuevo camino en la solución de algún desafío.

Poco a poco se ejercitan las habilidades para resolver problemas y ganan más confianza y seguridad a la hora de expresar sus pensamientos y buscar soluciones. Ello ha generado un ambiente donde los estudiantes cada vez se sienten más tranquilos para comunicar sus ideas y hacer visible su pensamiento. Así se busca fortalecer las percepciones de sí mismos

y especialmente de sus habilidades de manera positiva, pues como se lee en las transcripciones, cuando un estudiante encuentra una respuesta, quiere comunicarla con gran entusiasmo, ya que de esta manera impacta positivamente su auto-estima en la medida en que se siente más capaz y habilidoso para las matemáticas. Es importante reforzar positiva y continuamente estas actitudes con palabras y expresiones alentadoras que los lleven a seguir avanzando.

En conclusión, se puede dar respuesta a la pregunta de investigación, pues es evidente que se desarrolló un proceso a través del cual se lograron cambios en la práctica pedagógica con el diseño, implementación y evaluación de una estrategia didáctica, centrada en la resolución de problemas como medio para promover la comprensión de las matemáticas en educación infantil, como se dio cuenta de hecho en el capítulo de resultados y que aportó cambios en los procesos de aprendizaje de los estudiantes de grado kínder (prescolar) y primero de primaria de las dos instituciones privadas de Bogotá.

Por tal razón, al implementar la resolución de problemas se favorece la comprensión de las matemáticas, teniendo en cuenta los fundamentos teóricos y el diseño, implementación y evaluación de la estrategia didáctica, siempre y cuando se tengan en cuenta los siguientes elementos, los cuales fueron usados para generar cambios en la práctica pedagógica de las docentes investigadoras:

- Idear situaciones problema relacionadas con la cotidianidad de los estudiantes, que generen reto en el despliegue de sus capacidades y habilidades de pensamiento matemático.
- Hacer uso de conocimientos e ideas previas para lograr que los estudiantes establezcan conexiones significativas con los nuevos aprendizajes.
- El diseño y la implementación de dichas actividades debe estar estructurado bajo el modelo EpC, en el cual se establezcan tópicos llamativos, coherentemente desarrollados a través de los hilos conductores que marquen relación entre las fases.

Además, plantear metas a través de las cuales se orienten los desempeños a lograr, los cuales puedan ser evidentes y medibles durante un proceso de evaluación y reflexión continúa, que permita hacer los ajustes necesarios.

- El papel del docente debe ser el de guía y mediador del aprendizaje, enfocándose hacia la formulación constante de preguntas, que lleven a los estudiantes a analizar sus procesos, procedimientos, estrategias y respuestas.
- Otra característica importante es siempre tener presentes las categorías en resolución de problemas (dominio del conocimiento y recursos, estrategias cognitivas y métodos heurísticos, estrategias meta-cognitivas y sistemas de creencias) para evidenciar detalladamente acciones de enseñanza y manifestaciones de comprensión.
- En el desarrollo de dichas actividades se evidencia la necesidad de utilizar como ambiente el juego y el uso de material concreto, teniendo en cuenta la edad infantil en la que se promueve esta investigación.

5.1 Recomendaciones y prospectiva del estudio

Vale la pena resaltar que las docentes investigadoras tienen una experiencia en el campo de la educación aproximadamente de 12 años en las secciones de pre-escolar y primaria en colegios privados de Bogotá, pero no son profesionales en la disciplina matemática y siempre han tenido el cuestionamiento ¿cómo ejercer como docentes de matemáticas sin ser un obstáculo en el aprendizaje o tergiversar ese aprendizaje?

Al observar y detallar el paso a paso de la investigación, se sugiere para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:

- Preparar a los estudiantes para enfrentarse a nuevos retos, resignificando el rol como docentes, siendo promotores y diseñadores de experiencias donde no sean los dadores del conocimiento, sino donde puedan asumir el rol de guías valiéndose de diferentes estrategias para llevar a los estudiantes a encontrar procedimientos, procesos y respuestas por sus propios medios. Por ello, es importante hacer cada vez más preguntas en las clases, permitiendo que entre los estudiantes haya más interacción, que se cuestionen sus respuestas; esto logra que se pueda hacer un monitoreo del aprendizaje de los estudiantes, avalar sus avances, comprensiones y estimular el desarrollo de sus habilidades de pensamiento.
- De igual forma, es importante brindar contextos didácticos donde se comprendan las matemáticas a través de la resolución de situaciones problema, para innovar y permitir un desarrollo óptimo en la comunidad y en el mundo globalizado en el que se desenvuelven.
- Así mismo, es significativo realizar una evaluación continua del proceso, tanto de profesores como de estudiantes, para generar reflexiones, cambios positivos y transformaciones que beneficien las acciones de enseñanza y las manifestaciones de comprensión.

Como prospectiva del estudio, se prevé realizar una nueva aplicación del instrumento tipo de test, que se empleó en el primer ciclo de esta investigación, como medio para rastrear las creencias, sentimientos, percepciones o emociones de los estudiantes hacia las matemáticas. Ello podría arrojar nuevos resultados concluyentes sobre el impacto de esta investigación y así continuar con el desarrollo de la estrategia didáctica.

De igual manera, a futuro se podrían integrar asignaturas (sociales, ciencias naturales, español, educación física, entre otras) que trabajaran esta misma estrategia didáctica de resolución de problemas involucrando las temáticas de cada una y haciendo aún más significativo el aprendizaje en situaciones cotidianas.

Finalmente, se quiere continuar con la implementación de esta estrategia didáctica de resolución de problemas bajo el modelo EpC, teniendo en cuenta las categorías de la investigación, para fomentar comprensión de las matemáticas y seguir mejorando las acciones de enseñanza.

Por lo cual, más adelante se centraría la atención en ampliar la indagación frente a la segunda y tercera categoría (estrategias cognitivas o métodos heurísticos y estrategias meta-cognitivas), ya que se podría plantear nuevas preguntas de investigación para prolongar los cambios positivos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, tales como:

¿Cuáles son las dificultades y los errores estratégicos que presentan los estudiantes al resolver situaciones problema?

¿Cuáles son las estrategias cognitivas y metacognitivas que utilizan los estudiantes al momento de resolver situaciones problema?

¿Qué características debe tener una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas para favorecer el uso de estrategias cognitivas y metacognitivas?

¿Qué cambios se generan en la práctica pedagógica al diseñar, implementar y evaluar una Unidad Didáctica basada en la ejecución de estrategias cognitivas y metacognitivas en la resolución de situaciones problema?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, pp. 7-24
- Alsina, A. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, 86, 5-28.
- Angulo, A., y Herrera, L. (2009). *El aprendizaje de nociones matemáticas básicas por parte de personas con discapacidad intelectual: Una propuesta para la enseñanza del núcleo temático “estructura aditiva” haciendo uso de software*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Benítez, S. B., y Benítez, L. M. (2014). La enseñanza a través de la resolución de problemas. Una experiencia de clase.
- Blanco Nieto, L. J., Cárdenas Lizarazo, J. A., & Caballero Carrasco, A. (2015). La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria. Cáceres, España.
- Blasco, J. E., Pérez, J. A. (2007): “Metodologías de investigación en las ciencias de la actividad física y el deporte: ampliando horizontes”. Editorial Club Universitario. España.
- Blythe, T. (1999). *La enseñanza para la comprensión: guía para el docente*. Paidós. Buenos Aires.
- Bruner, J. (1978) *El proceso mental en el aprendizaje*, Madrid: Ed. Narcea
- Bruno, A. (1997). La enseñanza de los números negativos: aportaciones de una investigación. *Números*, 29, 5-18.

- Cai, J. (2010). Commentary on problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics: a representational discussion. In: Sriraman, B., English, L. (eds.) *Theories of Mathematics Education*, pp. 252–257. Springer, New York.
- Callejo, M. (1998). Un club matemático para la diversidad. Madrid: Narcea.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in Mathematics Education*, 179-202.
- Castro, E. (2006). Competencia matemática desde la infancia. *Revista Pensamiento Educativo*, 39(2), 119- 135.
- Castro Martínez, E., Rico Romero, L., & Gil Cuadra, F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las Ciencias*, 10(3), 243-253.
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. México: Una empresa Docente y Grupo Editorial Iberoamericana.
- Chevallard, Yves (1998). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado, Claudia Gilman (trad.), ed" Argentina, Aique (Psicología cognitiva y educación), pp. 45-66.
- Copley, J. V. (2000). *The young child and mathematics*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.
- D'Amore, B., Godino, J. D., & Fandiño, M. I. (2008). *Competencias y matemática*. Editorial Magisterio.

- de Castro Hernández, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *UNIÓN: Revista iberoamericana de educación matemática*, (11), 59-77.
- de Castro Hernández, C., & Escorial González, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación*, (Monografía IX), 23-48.
- de Corte, E. (1993). La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos: hacia un modelo de intervención basado en la investigación. *Beltrán, JA, Bermejo, V. Prieto, MD y Vence, D. Intervención psicopedagógica*, 146-168.
- Edo i Basté, M., & Artés Juvanteny, M. (2016). Juego y aprendizaje matemático en educación infantil. Investigación en didáctica de las matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 33-44.
- Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*. 47, 37-53.
- Elliott, J. (1993). El cambio educativo desde la investigación-acción, Madrid: Morata
- Engelbrecht, J. (2010). Adding structure to the transition process to advanced mathematical activity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(2), 143-154.
- English, L., Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21st century. In: Sriraman, B., English, L. (eds.) *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers*, pp. 263–290. Springer, New York.

- Espona, M. B. (2014). El juego con materiales manipulativos para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil: Una propuesta para niños y niñas de 3 a 4 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 63-93.
- Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática: evaluar e intervenir en forma mirada y específica*. Editorial Magisterio. Bogotá.
- Fernández, J. L. C., & Rodríguez, M. M. (2001). *La educación matemática en el 2000: actas del Ier Congreso Regional de Educación Matemática* (Vol. 33). Univ de Castilla La Mancha.
- Fuson, K. C. (1992). Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*, 53-187.
- García Martínez, S. R. (2010). *Resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. México: Trillas.
- Gardner, H. (2000). *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas: lo que todos los estudiantes deberían comprender*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Ginsburg, H. P. (2009). Early Mathematics Education and How to Do It. In O. A. Barbarin, & B. H. Wasik (Eds.) *Handbook of Child Development and Early Education. Research to Practice* (pp. 403–427). New York, London: The Guilford Press.
- Goldin, G. A., Epstein, Y. M., Schorr, R. Y., & Warner, L. B. (2011). Beliefs and engagement structures: Behind the affective dimension of mathematical learning. *ZDM*, 43(4), 547.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 43(2), 149-168.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Editorial Mc Graw Hill.

ICFES Interactivo (2015). Resultados Prueba Saber. Recuperado de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359>

Jaramillo, R. (1997). Pequeños aprendices, Grandes comprensiones. *Ministerio de Educación*.

Kamii, C. (1986). *El niño reinventa la aritmética: implicaciones de la teoría de Piaget*. Visor.

Kaplún, M. (1993). Del educando oyente al educando hablante. *Diálogos de la Comunicación*, (37), 2.

Lewin, K. (1973). Action research and minority problems. En K. Lewin (201 – 216): *Resolving Social Conflicts: Selected Papers on Group Dynamics* (ed. G. Lewin). London: Souvenir Press.

Martínez Ramírez, E. M., & Quiroga Verano, Y. E. (2016). *Desarrollo del concepto de número a partir de la resolución de problemas verbales de estructura aditiva en estudiantes de grado primero* (Tesis de Maestría, Universidad de La Sabana).

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá.

NCTM, Curriculum and evaluation standards for school mathematics, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, 1989.

- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M., & Gorrochategui, M. (2011). Los registros semióticos de representación en matemática. *Aula Universitaria*, 1(13), 29-36.
- Parra-Zapata, Mónica Marcela (2015). *Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática*. Maestría tesis, Universidad de Antioquia.
- Perkins, D., & Blythe, T. (1994). Putting understanding up front. *Educational Leadership*, 51, 4-4.
- Perkins, D., & Unger, C. (1997). Enseñanza para la comprensión. De la teoría y su práctica. Harvard Graduate School of Education.
- Piaget, (1985). Seis estudios en psicología. Editorial Planeta. Barcelona.
- Pineda Quintero, J. D. (2013). *Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria* (Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales).
- Polya, G. (1945). How to solve it. New York: Dou bleday.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Polya, G. (2014). How to solve it: A new aspect of mathematical method. Princeton university press.
- Pozo, J. I. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Ediciones Morata.
- Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes, PISA. (2009). Extraído el 2 de mayo de 2009 en http://hydra.icfes.gov.co/pisa/html/P2009_PruebaMatematica.html

- Puig, L y Cerdán, F. (1995) *Problemas Aritméticos Escolares*. Colección: Matemáticas: cultura y aprendizaje. España.
- Quintero Tobón, A. L. (2015). *Diseño, implementación y evaluación de una unidad didáctica desde el marco de la EPC, para potenciar estrategias de conteo, utilizadas en la solución de problemas de tipo aditivo* (Tesis de Maestría, Universidad de La Sabana).
- Quiñones Rodríguez, M. A. (2009). Parálisis paradigmáticas y su incidencia en el fluir de la creatividad en contextos educativos. Educación y futuro digital.
- Ramírez García, M. (2016). *Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de resoluciones de problemas aritméticos verbales en primer curso de educación primaria* (Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid).
- Ritchhart, R., Church, M., & Morrison, K. (2014). *Hacer visible el pensamiento*. Grupo Planeta. España.
- Rodríguez, P., Lago, M. O., Caballero, S., Dopico, C., & Jiménez, L. (2008). El desarrollo de las estrategias infantiles. Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo. *Anales de psicología*, 24(2), 240.
- Romero, S. (2011). La resolución de problemas como herramienta para la modelización matemática. *Modelling in Science Education and Learning*, 4, 35-70.
- Santos-Trigo, M. (2014). Problem solving in mathematics education. In *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 496-501). Springer Netherlands.
- Schiller, P., & Rossano, J. (1993). *500 actividades para el currículo de educación infantil* (Vol. 23). Narcea Ediciones.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1987). Confessions of an accidental theorist. *For the Learning of Mathematics*, 7(1), 30-38.

Schoenfeld, A. (1988). Mathematics, Technology, and higher order thinking. *Technology in Education*. Looking toward 2020.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334-370.

Schoenfeld, A. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. *Colección Digital Eudoxus*, (7).

Schoenfeld, A. H., Sriraman, B. y English, L. (2010). Theories of mathematics education: seeking new frontiers. *Springer series: advances in mathematics education*.

Schuler, S. (2011). Playing and learning in early mathematics education – modelling a complex relationship. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1912-1922). Poland: University of Rzeszów and European Society for Research in Mathematics.

Schuler, S., & Wittmann, G. (2009). How can games contribute to early mathematics education? A video-based study. In *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2647-2656).

- Stephanou, G. (2011). Students' classroom emotions: Socio-cognitive antecedents and school performance. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 9(1), 5-48.
- Svensson, C. (2015). Preschool teachers' understanding of playing as a mathematical activity. Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education Prague: Charles University in Prague, Faculty of Education.
- Taylor, S. J., & Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (Vol. 1). Barcelona: Paidós.
- Thompson, C. S., & Hendrickson, A. D. (1986). Verbal addition and subtraction problems: Some difficulties and some solutions. *The Arithmetic Teacher*, 33(7), 21-25.
- Trigo, L. M. S. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. Trillas.
- Tubach, D. (2015). "If she had rolled five, she'd have two more": Children focusing on differences between numbers in the context of a playing environment. In *CERME 9- Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2017-2024).
- Vasco, C. E. (2012). Pedagogías para la comprensión en las disciplinas académicas'. *Unipluriversidad*, 1(3), 19-28.
- Vergnaud, G. (1991). *El Niño, Las Matemáticas y la Realidad: Problemas de la Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria*. México: Trillas.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1993). A decade of research on word problem solving in Leuven: Theoretical, methodological, and practical outcomes. *Educational Psychology Review*, 5(3), 239-256.

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., & Álvarez, E. (2014). La educación matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *OEI. Revista Iberoamericana de Educación*.

ANEXOS

Anexo 1. Diario de Campo Institución No. 1

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

DIARIO DE CAMPO

FECHA: abril 5 de 2016

LUGAR: Colegio San Jorge de Inglaterra

GRUPO OBJETO DE OBSERVACIÓN: kínder C

HORA DE INICIO DE LA OBSERVACIÓN: 8: 15 AM

HORA DE FINALIZACIÓN DE LA OBSERVACIÓN: 9: 00 AM

TIEMPO (Duración de la observación en minutos): 45 minutos

NOMBRE DEL OBSERVADOR: María Claudia Hoyos Anzola

REGISTRO No.: 1

NOTAS DESCRIPTIVAS	PRE- CATEGORÍAS
<p>La clase observada está relacionada con la introducción del tema de la resta en el nivel de kínder. El inicio de la clase comienza con un saludo, se recuerdan las reglas, se hace un canto y una marcha. Se cuenta una historia del “Señor Menos”. Los niños hacen diferentes preguntas sobre lo que hace y significa el “Señor Menos” y también quieren explicar a su profesora y otros compañeros lo que conocen del señor Menos. La profesora explica mediante un ejemplo con bolitas y a través de una historia, luego se proponen unas restas que se escriben en el tablero para que los estudiantes las hagan de manera independiente haciendo uso de sus colores. Posteriormente se llama a 5 estudiantes para que den sus respuestas frente al público. Para terminar se remite a los estudiantes al libro de Matemáticas para realizar un ejercicio de resta. La profesora verifica el adecuado entendimiento pasando por cada una de las puestas para calificar el ejercicio del libro.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interés del grupo en la actividad 2. Uso de manipulativos 3. Desarrollo de retos matemáticos 4. Conocimientos previos 5. Capacidad para explicar sus resultados 6. Trabajo en equipo 7. Estimulación del pensamiento lógico matemático 8. Curiosidad por el tema 9. Organización del ambiente 10. Organización del tiempo 11. Metodología usada por la profesora 12. Estrategias didácticas para la enseñanza del objeto matemático.
<p>NOTAS INTERPRETATIVAS</p> <p>Al comienzo de la clase la mayoría de las actividades trabajadas son estructuradas y en gran parte controladas por la profesora, quien es quien más habla, al dar instrucciones, explicaciones, otorgar turnos de palabra, etc.</p> <p>1. Interés del grupo: Los niños están a la expectativa por saber quién es el Sr. Menos Preguntan quién es, cuando viene, y si es bueno o malo. Se sienten intrigados por un “señor” que viene y se lleva las cosas. La canción los motiva a iniciar la clase de una manera organizada.</p> <p>2. Conocimientos previos: Los niños y niñas conocen que al restar se quitan objetos. Ellos lo relacionan con quitar lápices, colores, borradores. Que el signo que lo identifica es una raya. La mayoría utiliza sus dos manos y al restar esconde los dedos.</p> <p>4. Curiosidad por el tema: Tienen una gran curiosidad por conocer la manera como se expresa la resta y cómo se pueden utilizar diferentes elementos para restar. Sienten que saber restar es un reto mayor a sumar.</p> <p>5. Trabajo en equipo: Para esta clase no se observa trabajo en equipo, se plantean unos retos pero cada uno lo resuelve de</p>	<p>NOTAS METODOLÓGICAS</p> <p>Se utilizó la observación de clase para analizar la planeación de la clase por parte de la profesora y el desempeño de los estudiantes y motivación de los estudiantes frente al desarrollo del pensamiento lógico-matemático y frente a las estrategias planteadas.</p> <p>Observación de los estudiantes y de la profesora: Se realiza una observación directa de los estudiantes y de la metodología de la clase en donde se analizan actitud hacia la clase, interés, motivación, conocimientos previos, uso de manipulativos, estimulación del pensamiento lógico-matemático, curiosidad por el tema, capacidad para explicar sus conceptos, trabajo en equipo, organización del tiempo, organización del ambiente, estrategias lúdicas.</p>

manera individual

6. Capacidad para explicar resultados:

Los niños utilizan sus dedos, colores y el tablero y sus palabras para explicar los resultados. Al restar y explicar más que expresar verbalmente su resultado o proceso esconden los dedos, objetos etc. Considero que es importante que los estudiantes verbalicen su pensamiento y lo hagan visible en aras de fomentar la comunicación y estructuración de procesos.

7. Estimulación del pensamiento lógico-matemático: Los estudiantes realizan acciones como contar, agrupar y separar

8. Organización del ambiente: Las mesas estaban dispuestas de una manera muy tradicional, organizadas en líneas con la visibilidad hacia el tablero

9. Organización del tiempo: No se dispone, ni se da a conocer una estrategia para manejo del tiempo.

10. Estrategias lúdicas: Se utiliza la canción del Sr. Menos se hace una marcha, uso de colores y bloques.

11. Metodología: Se sigue una metodología en la que la profesora modela sin llevar a los estudiantes a otros niveles más complejos de pensamiento que les generen encontrar sus propias respuestas. La profesora siempre está cerca para corregirlos. No se invita a reflexionar sobre sus errores, solo les dice si está bien o mal, sin que el estudiante explique el por qué. De igual manera como las actividades no son tan novedosas y utilizan material que con frecuencia utilizan o están acostumbrados, en ocasiones se pierde un poco la atención.

12. Estrategias didácticas para la enseñanza del objeto matemático: Se observa que aunque la profesora utiliza material manipulable, se necesita material más llamativo para la realización de las actividades.

-La canción los motiva para iniciar la clase de una manera organizada y animada. Los niños y niñas tienen gran inquietud motora y necesitan este tipo de estimulación..

-La mayoría de los niños y niñas se encuentran, con una disponibilidad para recibir su clase correspondiente, son niños con muchas habilidades para entender la temática.

-El uso de manipulativos, en este caso las bolitas y los colores

-Muchos estudiantes desean compartir sus conocimientos previos sobre el tema y tratan de explicar a otros el significado de la substracción.

-El uso de manipulativos hace que los estudiantes generen más motivación y expectativa. De igual manera la clase se desarrolla de manera más dinámica lo cual hace que la participación de los estudiantes sea más activa y cada uno quiera realizar una intervención y aporte a su grupo.

-Los estudiantes trabajan más de manera individual haciendo sus restas y en ocasiones quieren compartir su experiencia con el vecino pero su profesora les llama la atención para que vuelvan al puesto y sigan trabajando de manera individual. Ellos se ven más animados a trabajar en parejas

-La organización del tiempo será otro elemento a tener en cuenta. En Educación Infantil la organización de las actividades requiere flexibilidad y posibilidades de adecuación al ritmo de los niños/as. Aunque se había planeado una clase más larga, la motivación de los estudiantes sobre el tema y el interés que generó el material hizo que la clase se alargara y que los estudiantes desearan más ejercicios.

-Algunos estudiantes presentaron dificultad debido a que se confundían y no separaban adecuadamente los objetos en grupos

-Es importante tener en cuenta las necesidades y debilidades que tiene el grupo para reforzarlas y lograr una mejor interiorización

del tema.

-Se observa que se mecaniza el tema de manera muy rápida sin darle tiempo al estudiante que por sí solo descubre situaciones que le impliquen un reto.

Debe destacarse que hubo momentos en los cuales los niños y niñas expresaron sus intereses y necesidades, en relación a aspectos del pensamiento lógico matemático, que debieron ser abordados por la docente a fin de promover su desarrollo o reforzarlo; sin embargo no fueron tomados en cuenta.

Otro aspecto que viene a reunirse con el primero, es la excesiva rutina que se despliega a lo largo de la jornada. En las observaciones se determinó que la mayoría de los docentes trabajan esta área de manera simplista, esto es, las actividades que fundamentan la práctica pedagógica están referidas a la introducción de símbolos sin referencia a sus significados.

PREGUNTAS QUE HACEN LOS ESTUDIANTES

1. Puedo usar mis dedos?
2. Debo contar hacia atrás o hacia adelante?
3. El señor menos es malo?
4. Puedo mostrarte mi respuesta?

RELATO

La profesora saluda a los estudiantes “Buenos días, hoy vamos a invitar al salón a un amigo con el que hay que tener mucho cuidado pues le gusta esconder las cosas, les canta una canción de marcha. Luego Recuerda las reglas del salón a través de imágenes que dibuja en el tablero (hacer silencio, levantar la mano para participar, respetar al otro, organizar etc.). El tema de la clase es la introducción a la resta, toma unas bolitas y hace una representación de la resta para que los niños y niñas observen: $6-2$. Tomo 6 bolitas y El ser, menos se llevó 2; imitando al señor menos esconde las bolitas, y posteriormente pregunta Cuantas me quedaron? Los estudiantes cuentan el número de bolitas que quedaron sobre la mesa y dan la respuesta al unísono. Posteriormente hace otro ejercicio tomando 8 bolitas, les dice que el señor menos se ha llevado 4 y les pregunta Cuantas quedarán? Los niños y niñas cuentan junto con la profesora y responden todos al unísono 4. Posteriormente escoge a 1 niño para que pase al frente. Y le dice Juan tenía 9 bolitas y el señor menos se ha llevado 5 cuantas le quedaron? El niño inicialmente cuenta 10 bolitas pero al intentar separarlas se le juntan con otras, por lo que la profesora le facilita una canasta. Luego va contando de a una en una bolita poniéndola en la canasta por sugerencia de la profesora hasta llegar a 9. La profesora hace las veces del señor menos y le quita 5, invita al niño a que exprese cuantas bolitas le han quedado. Luego pasan otros 3 niños a hacer el ejercicio.

Para el momento de trabajo individual, la profesora les dibuja a los estudiantes un algoritmo de suma en el tablero, mostrándoles cómo se respresenta. Así escribe $6-2$; y les pide a cada uno de los estudiantes que usando sus colores busquen el resultado. Los niños y niñas sacan sus cartucheras y empiezan a hacer el ejercicio pero esta vez muchos tienen dificultad porque se les mezclan los colores y no forman grupos de manera adecuada.; algunos niños y niñas no se sienten a gusto, incluso una niña llora. La profesora la invita a calmarse y le muestra como lo debe hacer. Posteriormente la profesora los invita a desarrollar el algoritmo $7-5=$; cada niño y niña intenta buscar su respuesta contando los colores. Muchos de los niños que logran encontrar la respuesta buscan a

la profesora para mostrarle su respuesta. Luego la profesora les da el algoritmo 10-5. Esta vez les pide que usen sus dedos y pasa una niña al frente para que explique cómo lo realizó; la niña les muestra a los demás escondiendo algunos de sus deditos. Luego invita a un niño a pasar al frente y realizar 8-6. El niño realizó la misma operación haciendo uso de sus dedos. Como actividad de cierre la profesora invita a los estudiantes a sacar el libro de matemáticas y abrirlo en la página 15 para realizar unos ejercicios de bombitas; son 5 ejercicios. La profesora hace previamente un ejercicio en el tablero. Luego los invita a realizarlo de manera individual. Al calificar la evaluación se observa que de 30 estudiantes 23 han interiorizado bien el tema y los 7 restantes tuvieron dificultades.

NOTAS DE INTERÉS

Acosta, y. M. estrategias para la enseñanza de la pre-matemáticas en preescolar.

i Pastells, À. A. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 1(1), 1-14.

Anexo 2. Instrumento tipo test

Universidad de La Sabana
Maestría en Pedagogía
Semestre 2-2016
Proyecto de Investigación (Trabajo de Grado)

Estudiantes: Diana Carolina Galeano Vera
 María Claudia Hoyos Anzola

Este test forma parte de un trabajo de grado en la Maestría en Pedagogía de La Universidad de La Sabana, su propósito es indagar sobre las emociones y sentimientos que tienen los estudiantes frente a las matemáticas; y así mismo, conocer la autopercepción que tienen de sus habilidades en ésta área.

Las respuestas que se obtengan de este cuestionario serán confidenciales y sólo tendrán fines de investigación.

Institución Educativa _____

ID estudiante _____ Edad _____ Género F ___ M ___ Grado _____

Marca con una X la emoción o sentimiento que te genera la clase de matemáticas:

Emoción						Emoción
Tranquilidad						Ansiedad
Seguridad						Inseguridad
Alegría						Tristeza
Interés						Desinterés
Curiosidad						Indiferencia
Calma						Enojo
Motivación						Pereza
Confianza						Temor
Pasión						Aburrimiento
Comprensión						Confusión

Marca con una X tu respuesta:

Pienso que para ... soy ...	 Excelente	 Bueno	 Regular	 Malo	 Muy malo
Realizar ejercicios matemáticos					
Entender problemas matemáticos					
Buscar la solución a problemas matemáticos					
Comunicar a otros cómo doy respuesta a los ejercicios matemáticos					
Leer símbolos matemáticos					
Crear ejercicios matemáticos					

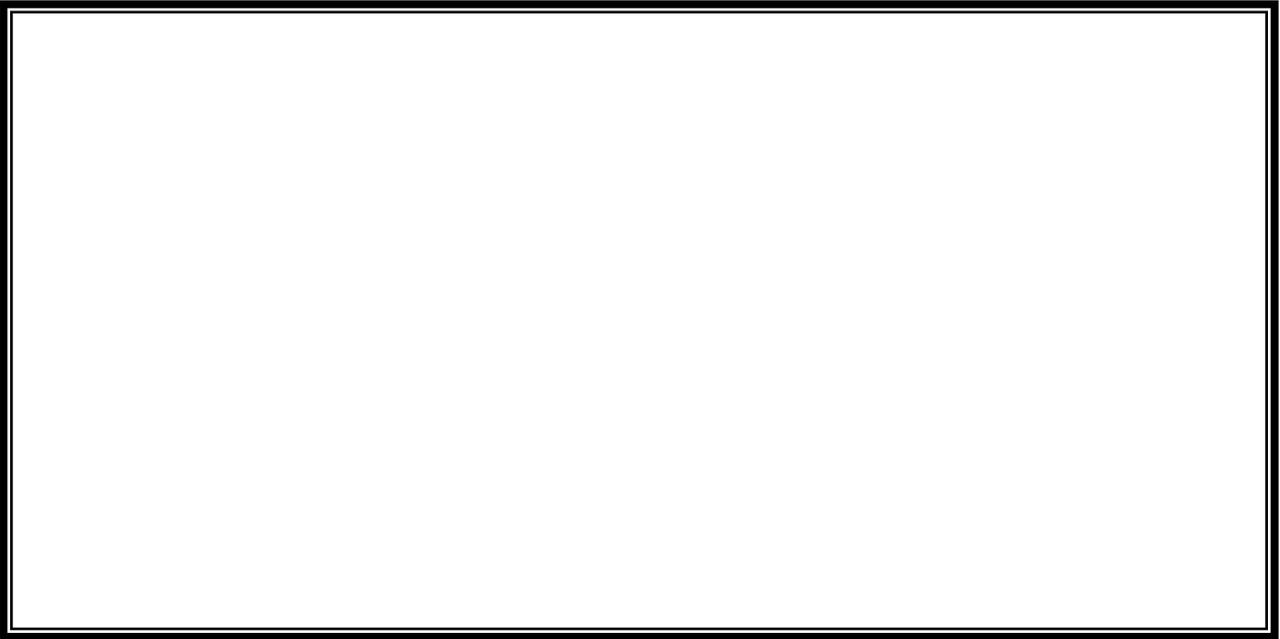
Preguntas orientadoras	 Excelente	 Bueno	 Regular	 Malo	 Muy malo
¿Cuál carita te representa mejor en la clase de matemáticas?					
¿Por qué escogiste esa carita?	<hr/>				
¿Qué te hace decir eso?					

Marca con una X tu opinión de cada afirmación:

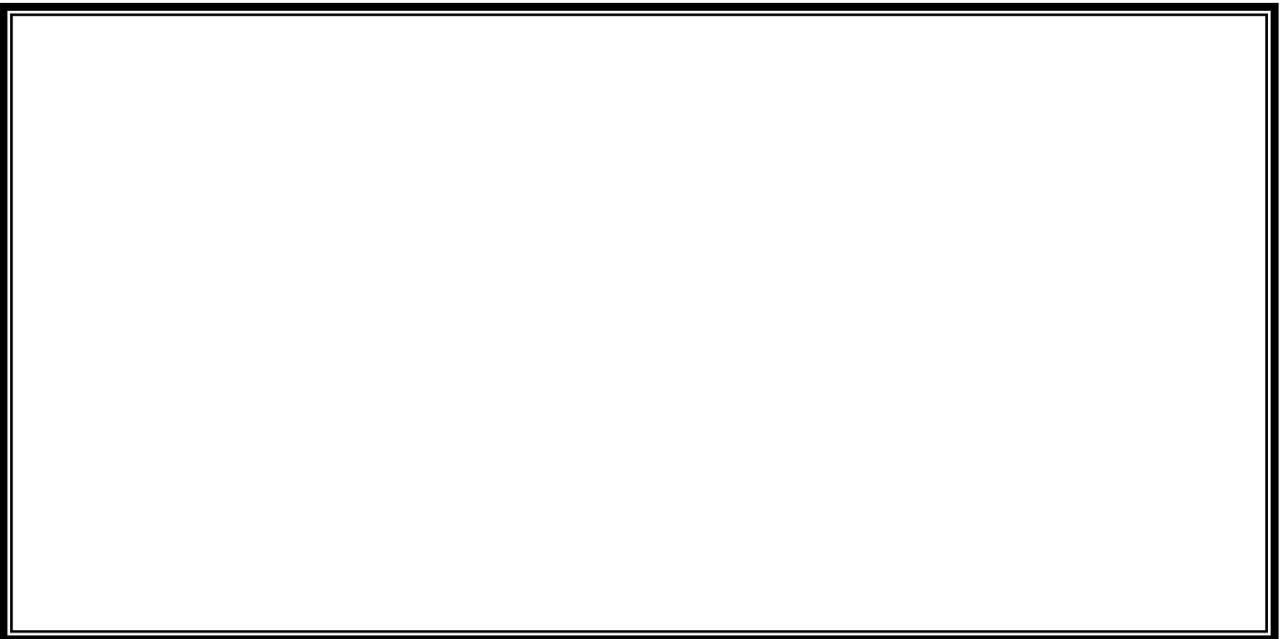
Creo que ...	 Totalmente de acuerdo	 De acuerdo	 Ni de acuerdo, ni en desacuerdo	 En desacuerdo	 Totalmente en desacuerdo
En matemáticas solo se aprenden los números.					
Aprender matemáticas no aporta a mi formación como persona.					
Las matemáticas son importantes para la vida.					
Aprender matemáticas no es útil para cuando sea grande.					
Aprender matemáticas es difícil.					
Todas las personas deben saber matemáticas.					
Los matemáticos son genios.					
Todos los trabajos (profesiones) necesitan matemáticas.					

Dibuja a tu profesora de matemáticas

Dibújate en una clase de matemáticas



Si tuvieras que mostrarle a alguien cómo son las matemáticas, ¿qué le dibujarías?



Gracias por tus respuestas



Anexo 3. Estructura Diario de Campo

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

DIARIO DE CAMPO

FECHA:
LUGAR:
GRUPO OBJETO DE OBSERVACIÓN:
HORA DE INICIO DE LA OBSERVACIÓN:
HORA DE FINALIZACIÓN DE LA OBSERVACIÓN:
TIEMPO (Duración de la observación en minutos):
NOMBRE DEL OBSERVADOR:
REGISTRO No.:

NOTAS DESCRIPTIVAS	PRE- CATEGORÍAS
NOTAS INTERPRETATIVAS	NOTAS METODOLÓGICAS
PREGUNTAS QUE HACEN LOS ESTUDIANTES	RELATO
NOTAS DE INTERÉS	

Anexo 4. Diario de campo Institución No. 2

UNIVERSIDAD DE LA SABANA FACULTAD DE EDUCACIÓN MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

DIARIO DE CAMPO

FECHA: Jueves 10 de marzo de 2016

LUGAR: Colegio Emilio Valenzuela

GRUPO OBJETO DE OBSERVACIÓN: Curso 2C (24 niños entre 7 y 8 años). Clase de matemáticas.

HORA DE INICIO DE LA OBSERVACIÓN: 9:20 a.m.

HORA DE FINALIZACIÓN DE LA OBSERVACIÓN: 10:10 a.m.

TIEMPO (Duración de la observación en minutos): 50 minutos

NOMBRE DEL OBSERVADOR: Diana Carolina Galeano Vera

REGISTRO No.: #2

<p>NOTAS DESCRIPTIVAS</p> <p>La docente ingresa al salón saludando y dando la instrucción de 5 momentos para organizar el salón (salón limpio y organizado, mesas desocupadas, buena postura, brazos cruzados y silencio). Escribe en el tablero la fecha, el día y el ciclo, el tema, el objetivo y la agenda de la clase.</p> <p>Mientras realiza todo lo anterior, los niños observan un video animado sobre la responsabilidad.</p> <p>Inicia la clase haciendo corrección de la actividad de la clase anterior en el libro pág. 67 sobre el tema enunciados matemáticos con adiciones reagrupando. En esta parte de la clase los niños participan comunicando los resultados que obtuvieron, cuando encuentran algún error en los resultados corrigen el proceso.</p> <p>Luego realizan en la pág. 69 ejercicios de adiciones reagrupando, donde cambian el orden de los sumandos para entender que no se altera el producto, el primer ejercicio lo explica la docente y luego el segundo ejercicio lo realizan los niños en grupo. La docente observa el desarrollo de la actividad y la interacción entre los niños, esto lo realiza caminando por el salón y pasando por los diferentes equipos. La docente responde preguntas, califica el proceso de cada equipo e interactúa con los niños. Luego hay puesta en común del ejercicio y se aclaran dudas. La docente constantemente realiza preguntas de análisis. Promueve que los niños utilicen el vocabulario técnico del tema. El último ejercicio es individual y resume el tema de la clase.</p> <p>Al finalizar, la docente pasa puesto por puesto observando la ejecución de los niños y califica.</p> <p>Realiza un cierre haciendo resumen de lo visto en clase e indica que el niño que guarde el libro y deje organizado puede ir saliendo a descanso.</p>	<p>PRE- CATEGORÍAS</p> <ul style="list-style-type: none"> • Didáctica en una clase de matemáticas. • Motivación de los estudiantes. • Aprendizaje de conceptos. • El aprendizaje de las matemáticas con diversión.
<p>NOTAS INTERPRETATIVAS</p> <p>La clase es organizada, es un grupo de niños disciplinado, conocen los acuerdos de clase y demuestran conocimiento del tema. La docente interactúa constantemente con los niños y ellos participan activamente. Se observa trabajo individual y trabajo grupal. Los niños muestran interés por la temática, la interacción ayuda a que los niños que tienen dudas o dificultades las puedan solucionar o corregir. La docente continuamente hace preguntas de análisis y reflexión para interiorizar el tema e insiste en usar el vocabulario técnico de matemáticas. La clase no tenía juegos ni lúdicas pero fue dinámica y los niños estaban motivados participando y ejecutando los ejercicios.</p>	<p>NOTAS METODOLÓGICAS</p> <p>Observación de clase y registro de la misma.</p>
<p>PREGUNTAS QUE HACEN LOS ESTUDIANTES</p> <p>¿Puedo pasar al tablero?</p> <p>¿Le puedo ayudar a mi amigo?</p> <p>¿Si pongo los números al revés cambia la respuesta?</p> <p>¿Si tengo mal la respuesta, puedo borrar y corregir?</p>	<p>NOTAS DE INTERÉS</p> <p>Curso disciplinado</p> <p>Manejo del tiempo</p> <p>Vocabulario técnico</p> <p>Preguntas de análisis (desarrollo del pensamiento)</p>

Anexo 5. Instrumento de transcripción

Código:

Asignatura:

Fecha:

Episodio:

Unidad didáctica

1	P
2	E1
3	E2
4	E3
5	P
6	P

Anexo 6. Instrumento Análisis de Episodios versión 1

ANÁLISIS Epi-#

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	

Anexo 7. Instrumento Análisis de Episodios versión 2

ANÁLISIS Epi-#

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 		
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 		
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 		
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 		

Anexo 8. Instrumento Lista de Chequeo

**LISTA DE CHEQUEO
ACCIONES DE ENSEÑANZA
EN RESOLUCION DE PROBLEMAS
Epi-#**

ACCION DE ENSEÑANZA	SI	NO	INTERPRETACIONES
Leer el problema y aclarar palabras desconocidas			
Identificar información y/o datos importantes del problema			
Realizar preguntas abiertas que estimulen la expresión de los estudiantes y/o la resolución de problemas.			
Generar oportunidades de interacción directa entre los estudiantes y los recursos (manipulación).			
Propiciar el diálogo entre los estudiantes y la búsqueda de respuestas o hipótesis de manera colectiva.			
Dar pistas para encaminar el proceso de resolución del problema			
Realizar preguntas de control de avance que permitan evidenciar el proceso de aprendizaje y de ser necesario, hacer los ajustes			
Flexibilizar y adaptar las actividades e interacciones planificadas de acuerdo a las necesidades educativas de los estudiantes.			
Expresiones de motivación			
Registro de las principales ideas, hipótesis y/o conclusiones generadas por los estudiantes.			
Socializar las estrategias y soluciones			
Recolectar evidencias de los trabajos o productos de los estudiantes			

Anexo 9. Unidad Didáctica Institución No. 1

UNIDAD DIDACTICA
MATEMATICAS
GRADO KINDER

TOPICO GENERATIVO

“Usando las matemáticas para tomar decisiones en el supermercado”

HILOS CONDUCTORES

Cómo funciona el supermercado de mi casa

Cómo uso las matemáticas para organizar un supermercado en mi salón y ayudar a los clientes?

Como las matemáticas me ayudan a valorar opciones de compra?

METAS DE COMPRESIÓN

DIMENSIÓN DE CONTENIDO	DIMENSIÓN DE MÉTODO	DIMENSIÓN DE PROPÓSITO	DIMENSION COMUNICATIVA
El estudiante comprenderá como es la organización y funcionamiento e importancia del supermercado.	El estudiante comprenderá como representar situaciones usando estrategias para el conteo y habilidades de comparación de magnitudes y cantidades	El estudiante comprenderá la importancia del conteo, habilidades de estimación y comparación para tomar decisiones acertadas en el supermercado.	El estudiante desarrollará comprensión sobre el aprender a escuchar abiertamente al otro y valorar y contemplar las ideas, opiniones e intervenciones de los demás.
El estudiante comprenderá cómo organizar y clasificar productos haciendo uso de categorías y habilidades de conteo, estimación y comparación de magnitudes o cantidades.	El estudiante comprenderá como representar o registrar situaciones usando estrategias que impliquen el uso de los conceptos de adición y sustracción en problemas verbales de estructura aditiva (cambio).	El estudiante comprenderá como los conceptos de adición y sustracción desarrollados en los problemas verbales de estructura aditiva (cambio) lo llevan a ser más reflexivo y explorar diversos caminos que influyen las decisiones que toma en el supermercado.	El estudiante comprenderá como comunicar y expresar situaciones que impliquen el uso de habilidades de conteo, estimación y comparación y que lo llevan a tomar decisiones en el supermercado.
El estudiante desarrollará comprensiones sobre el valor y significado de los números en contextos de conteo	El estudiante comprenderá cómo aplicar diferentes estrategias de conteo para desarrollar estructuras aditivas (conteo total, conteo parcial, abreviación)	El estudiante comprenderá como en diversas situaciones hace uso de las matemáticas en el supermercado.	El estudiante comprenderá como explicar y argumentar situaciones que impliquen el uso de estructura conceptual aditiva en problemas de cambio y que lo llevan a tomar una u otra decisión en el supermercado.
El estudiante desarrollará comprensiones sobre el valor y significado de los números en contextos de conteo			

FASE EXPLORATORIA

Hilo Conductor: Cómo funciona un supermercado y que beneficios me aporta?

Desempeños

Lluvia de ideas

La docente realizará preguntas a los estudiantes sobre su conocimiento del supermercado 1. Qué es un supermercado? Qué encontramos en el supermercado? Cómo nos beneficiamos de un supermercado? Cómo están organizados los productos? Quienes trabajan en el supermercado? Que necesitamos para ir al supermercado? En qué momentos has usado las matemáticas cuando has visitado el supermercado? Por qué visitamos el supermercado? Qué pasaría si no existieran los supermercados?

La docente realiza intervenciones constantes para ampliar las respuestas y hacerlas más reflexivas con palabras como Por qué crees que es así? Para qué? Explica con más detalle una situación en la que usaste las matemáticas.

El estudiante socializa ideas sobre el conocimiento que tiene sobre el supermercado, como se beneficia del mismo y como al visitarlo ha hecho uso de las matemáticas

Valoración continua: La docente estará evaluando los conocimientos previos de los estudiantes sobre el supermercado de manera informal y oral. Verificará qué tipo de conocimiento y experiencias tienen sobre este. Realizará preguntas para llevarlos a alcanzar la meta de comprensión.

Las preguntas que se realizan están encaminadas a expresar ideas y ahondar en temas relacionados con la organización, funcionamiento, utilidad del supermercado y uso de las matemáticas en el supermercado. Dicha actividad se realizará con la participación de los estudiantes para que puedan expresar mayoritariamente sus experiencias, sentires y emociones frente a las situaciones vivenciadas en el supermercado. Así mismo, para ayudarlos a aprender a escuchar al otro, escuchar otras ideas y opiniones y generar una actitud abierta de escucha hacia los demás.

“Visitando el supermercado de mi barrio”

2. Los estudiantes realizan una visita al supermercado más cercano de su barrio para conocer sobre su estructuración, utilidad, organización, manejo, personas que allí trabajan y funcionamiento y uso de las matemáticas en el mismo. Para ello se explicará a los estudiantes y enviará una circular a los padres de familia donde se explicarán bajo el modelo GRASP, las tareas de desempeño a realizar por los estudiantes. Tomarán fotografías de su visita y las pegarán en una cartulina la cual llevarán a la clase para compartirla. La docente organizará grupos de 4 y 5 estudiantes para que socialicen sus investigaciones. Al final, a cada grupo se le entregará un octavo de cartulina con un título que describa la rutina de pensamiento a realizar “*Antes pensaba y ahora pienso* “. Los estudiantes en sus mismos grupos, recogerán experiencias e información compartida y realizarán dibujos para expresar sus ideas en la rutina que estén relacionadas sobre la organización, utilidad y aplicación de las matemáticas en el supermercado haciendo una comparación entre lo recogido entre la lluvia de ideas inicial y lo que han indagado acerca el supermercado. Al finalizar se recogerán retomarán y recordarán las ideas más importantes expresadas por los grupos.

Indicador de desempeño (logro): El estudiante investiga y registra aspectos importantes sobre el funcionamiento, organización y utilidad del supermercado y del uso de las matemáticas en el mismo.

Valoración continua

La docente escuchando a los estudiantes en sus presentaciones de las rutinas de pensamiento “*Antes pensaba..ahora pienso*” evaluará los nuevos de conocimientos adquiridos, la expresión organizada y secuenciada de ideas a través de imágenes que realizarán los estudiantes en donde se muestre una ampliación de las ideas recogidas en la sesión anterior sobre el funcionamiento/organización, utilidad del supermercado y el uso de las matemáticas en el mismo a partir de la investigación realizada. Al escuchar a los estudiantes la docente buscará llevar a los estudiantes a estadios más reflexivos como: ¿Qué te hace pensar que eso es así? ¿Por qué crees que es así? ¿Puedes darnos un ejemplo? ¿Puedes recordar alguna situación y explicarla? ¿Qué opinas de eso?

La actividad realizada está encaminada a ampliar el conocimiento del supermercado y a escuchar las vivencias de otros, para flexibilizar sus ideas sobre la utilidad del mismo. Se busca que los estudiantes compartan por ello sus ideas en grupo y que al final logren identificar que nuevas ideas que ellos traen u otras personas les han aportado. Así mismo, es importante trabajar en ellos, el que puedan ponerse de acuerdo y concertar sus ideas pues se observa que en ocasiones por la edad buscan ser egocéntricos y querer ser los protagonistas de la actividad. En términos de actitud y valores les ayudará

a aprender a escuchar al otro, a respetar su turno para hablar, a dar y recibir su punto de vista de manera respetuosa etc. La profesora estará constantemente recordando y retroalimentando a los estudiantes sobre las reglas: respetar el turno para hablar, escuchar al otro, dar su opinión o sugerencia de manera asertiva y respetuosa, entre otras. Al finalizar, se realizará una reflexión sobre esto y se recogerán las ideas escribiéndolas y leyéndolas en el tablero

“Clasifico, cuento y comparo cantidades”

Desempeños de comprensión

3.) Con los productos traídos de sus casas (empaques vacíos solicitados con anterioridad) los estudiantes, trabajando en grupos, crearán categorías (Ej: lácteos, aseo, cereales granos, frutas etc) en las cuales imaginan se podrían clasificar los productos que fueron asignados. Después de ello se hablará y recordará sobre cómo están organizados los productos en el supermercado y se les entregará unas tarjetas con imágenes previamente diseñadas y alusivas a las categorías de los supermercados que ellos tendrán que interpretar para ubicar los productos. De esta manera se les pedirá que saquen organicen y clasifiquen sus productos. Así mismo, se les propondrá hacer un conteo e inventario de los productos que tienen, se les pedirá que determinen qué categoría tiene más productos y cual menos.

La profesora recogerá los empaques de productos vacíos que los estudiantes han traído de casa. Les propondrá a los estudiantes organizarse en grupos de 4 estudiantes, reuniendo los productos traídos para clasificarlos por categorías en el supermercado “Tomáticos”. Cuales hay más y cuales hay menos.

Valoración continúa

La docente recorrerá los 7 grupos (cada grupo estará compuesto por 4 estudiantes) para escuchar como comparten sus ideas y se establecen roles. Hará las retroalimentaciones pertinentes con preguntas como 1. Qué imagen observas? Que te hace decir que ese producto pertenece a esa categoría? Donde ubicarías este producto? Por qué? Cuando visitaste el supermercado donde estaba ubicado este producto? Por qué es importante clasificar los productos? Por qué es importante que el supermercado este ordenado? Cómo nos sirven las matemáticas para ordenar un supermercado? Qué pasa si no se clasifican los productos en el supermercado? Que otra estrategia podemos usar para clasificar los productos?

Con ello se busca recordar el tópico generador “Usando las matemáticas para tomar decisiones en el mercado”, ya que las clasificaciones nos llevan a ordenar colecciones, poder describirlas, compararlas y ubicarlas en un espacio determinado. Así se busca que los estudiantes relacionen otras nociones matemáticas vistas con anterioridad como son tamaño, capacidad y peso, las cuales les sirven para realizar clasificaciones y seriaciones entre otras pues estas consisten en operaciones lógicas para establecer relaciones entre elementos que son diferentes en algún aspecto y ordenar esas diferencias. Así mismo, se busca hacer conexión con uno de los desempeños que se establecen para el nivel de kínder en el plan de estudios de maths y sobre el que previamente se ha trabajado en el periodo anterior. “**KMEN-Gs1** Representar gráficamente colecciones de objetos, además de nombrarlas, describirlas, contarlas y compararlas”.

La profesora hará rondas por cada grupo para discutir con los estudiantes sobre de los diferentes métodos heurísticos utilizados para el conteo y realización del inventario, el cual realizarán los estudiantes de manera concreta, gráfica o pictórica. Se hará reflexión con preguntas relacionadas con el uso de representaciones, estrategias heurísticas, y se buscará la necesidad de discutir diversos métodos de resolución; que además buscan empoderar al estudiante sobre la importancia que reformule o diseñe sus propios problemas. Con estas rondas y preguntas donde se buscará constante comunicación, participación abierta y visibilización del pensamiento.

Para finalizar los grupos se intercambiarán sus papeles y se recibirán retroalimentaciones de los mismos estudiantes (hetero-evaluación) sobre el proceso utilizado para realizar el conteo. Ello permite que los estudiantes se empoderen en su rol en el aprendizaje y sientan que sus ideas y conocimientos son muy valiosas y pueden ser tenidas en cuenta para los demás. Además les permite modelar a otros sus respuestas y descubrir nuevas estrategias, lo cual los lleva a abrir y flexibilizar su pensamiento.

FUNDAMENTACIÓN DE LA ETAPA EXPLORATORIA

Sensibilizar a los estudiantes sobre la importancia de los supermercados, como un lugar que nos permite el abastecimiento de productos necesarios. Se busca de igual manera que los estudiantes conozcan sobre su organización, funcionamiento, como funciona proceso de compra y venta de productos, además de los roles de las personas que allí trabajan. Con ello se busca enganchar de manera activa a los estudiantes, convirtiéndolos desde el comienzo de la unidad en partícipes y protagonistas de su propio aprendizaje motivarlos hacia el aprendizaje de las matemáticas para que encuentren en ellas utilidad y aplicación en un lugar que frecuentemente visitan y logren concebirlas como algo cercano a su realidad.

Gómez-Chacón (2000) manifiesta que los afectos ejercen una influencia decisiva en el aprendizaje y en cómo los alumnos perciben y consideran las matemáticas, así como en la visión de sí mismos como aprendices y en su conducta. Al ser ellos, los protagonistas de su propio aprendizaje, en el conocimiento, organización y montaje del supermercado, se logra cambiar y la idea de que es el docente quien juega un rol activo en la trasmisión del conocimiento. Así mismo, señala la autora que en aras de conseguir un desarrollo óptimo del aspecto afectivo en los estudiantes se hace indispensable realizar actividades que logren liberar las ideas y creencias limitantes de los estudiantes incluyendo experiencias vitales que estimulen la emoción y el afecto como vehículos del conocimiento matemático.

De Castro (2007) señala que uno de los principios fundamentales para enseñar matemáticas en edad infantil debe ser promover las interacciones entre los niños, donde el estudiante sea participe y protagonista de su aprendizaje en compañía y relación con sus pares, haciendo preguntas, indagando, ensayando y probando. Es así como dicha actividad permite la interacción constante de los estudiantes y el trabajo colaborativo, donde se visibiliza el pensamiento de los estudiantes, no solo por parte del profesor sino de sus mismos pares.

Al permitirles a los estudiantes organizar y clasificar los empaques de productos traídos de sus casas, pueden ellos percibir su tamaño, forma, material, capacidad entre otras. En edad infantil es importante que el estudiante pueda tener contacto cercano con los objetos. Así Fernández (2001) en sus investigaciones sobre desarrollo del pensamiento matemático en edad infantil, rescata la necesidad de la interacción con objetos reales para desarrollar acciones y estructurar procesos de pensamiento en los niños y niñas:

“En lo que se refiere a la forma de representación matemática, hay que tener en cuenta que el origen del conocimiento lógico-matemático está en la actuación del niño con los objetos y, más concretamente, en las relaciones que a partir de esta actividad establece con ellos. A través de sus manipulaciones descubre las características de los objetos, pero aprende también las relaciones entre objetos. Estas relaciones, que permiten organizar, agrupar, comparar, etc., no están en los objetos como tales, sino que son una construcción del niño sobre la base de las relaciones que encuentra y detecta”. (p. 3).

FASE DE INVESTIGACIÓN GUIADA

Hilo Conductor:

Cómo uso las matemáticas para organizar un supermercado y ayudar a los clientes?

Desempeños de comprensión

Lluvia de ideas

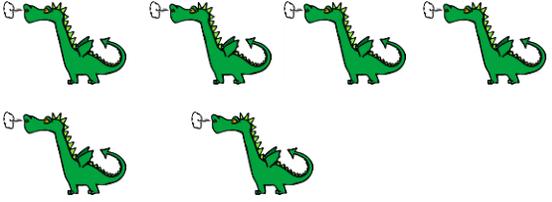
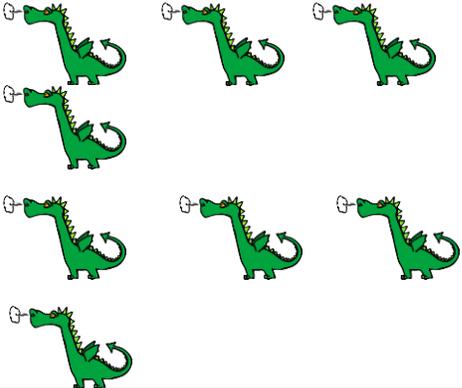
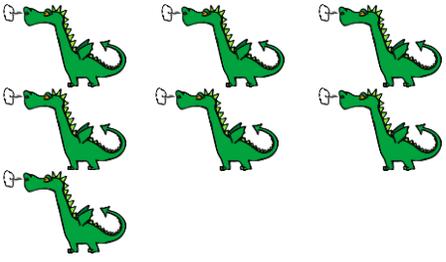
La profesora mediante preguntas buscará recordar ideas de la actividad anterior tales como: Qué productos que compramos en el supermercado trajimos a la clase? Cómo los puedes clasificar? Por qué los estás clasificando de esa manera? Por qué se crees que se deben clasificar los productos en el supermercado? Cuando visitaste el supermercado como observaste que estaban clasificados los productos? Ello te ayudó en algo? Alguna vez has clasificado objetos en la clase de matemáticas? Cómo lo has hecho? Por qué lo has hecho? Qué ventajas has encontrado al clasificar?

Posteriormente y siguiendo una tabla elaborada por la profesora con unos parámetros de clasificación en tipo de producto, tamaño y empaque los estudiantes establecerán los precios de los productos a vender en el supermercado y los marcarán con lápices y cartulina. Para ello tendrán que recurrir a una tabla previamente diseñada por la profesora e interpretar la información para decidir el precio de los productos que se asignen a cada grupo. Se asignarán productos de las tres categorías y trabajarán en grupos de 4 formando así 7 grupos. Se les preguntará:

1. Cuál es el producto más económico?
2. Cuál es el más costoso?
3. Cuál es el producto más llamativo para ti?
4. Cuál llevarías y por qué?

La tabla estará diseñada de la siguiente manera a través de palabras e imágenes y moneda de cambio que se usará, se llamarán georgies, los cuales serán billetes con la imagen de la mascota del colegio que se diseñarán para la actividad.

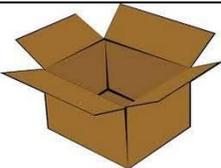
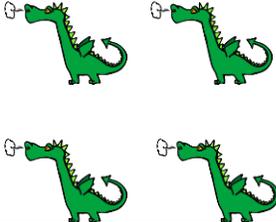
PRODUCTS

<p>Food</p>		<p>GEORGIES</p> 
<p>Drinks</p>		<p>GEORGIES</p> 
<p>Toiletries</p>		<p>GEORGIES</p> 

SIZES

<p>BIG</p>		<p>3 GEORGIES</p>
<p>MEDIUM</p>		<p>2 GEORGIES</p>
<p>SMALL</p>		<p>1 GEORGIE</p>

PACKAGE

CARTON		3 georgies
PLASTIC		
GLASS		5 GEORGIES

VALORACIÓN CONTINUA

La profesora escogerá dos respuestas de dos grupos diferentes y las modelará en el tablero, pidiendo a los estudiantes que expresen sus ideas sobre el proceso y resultado realizado. Los demás compañeros podrán participar y dar sus opiniones, sugerencias sobre el proceso realizado. La profesora irá realizando preguntas como: Que hiciste? Por qué creen que los estudiantes realizaron este paso? Que harían ustedes acá? Podrías pensar en otra forma de resolverlo? Si utilizas otra manera crees que llegarás a una respuesta igual o diferente?

Adicionalmente recogerá las respuestas (hojas) de cada grupo, para evaluar proceso de conteo, concepto de adición realizado donde ellos registraron sus respuestas. Para ello deben realizar los dibujos de sus productos y debajo de cada uno registrarán el proceso usado para obtener el valor de cada uno de ellos. Se evaluará el proceso utilizado u operación realizada, registro utilizado y el resultado obtenido. La profesora dará la retroalimentación a cada grupo.

“Ayudando a Carlitos en el supermercado”



2) La profesora formará grupos de 4 estudiantes y les pedirá que resuelvan una inquietud que tiene un cliente que visita frecuentemente el supermercado y se llama Carlitos. El expresa que se siente a gusto comprando sus productos en el supermercado pues siempre encuentra productos frescos y a muy buen precio. Quisiera que lo asesorarán en las siguientes preguntas: La profesora leerá el problema en voz alta, preguntará por palabras desconocidas y buscará discusión para corroborar que se entienden las preguntas del problema:

- a) Carlitos desea comprar una caja de leche grande para el desayuno de mañana y desea saber cuál sería el valor de la misma.
- b) Dice que tiene 10 pesos, desea saber si con este dinero le alcanzaría para hacer la compra
- c) Si no le alcanza este dinero, cuanto más necesitaría?



- d) Además necesita realizar una queja pues el día de ayer compró en el supermercado unas manzanas para realizar una torta de manzana para el cumpleaños de su abuelita. Cinco le salieron dañadas y se quedó con 8 manzanas. Cuantas manzanas compró?**
- e) Si necesita 14 manzanas para hacer la torta, que debe hacer?**

Para ello la profesora dará la opción a los estudiantes de utilizar diferentes materiales: bloques lógicos, hojas, lápices, tableritos, marcadores, manzanas previamente realizadas en cartulina.

VALORACIÓN CONTINUA

La profesora pasará por cada grupo observando y tomando nota de fortalezas y debilidades en los procesos realizados para responder a las preguntas de Carlitos. Hará preguntas cómo: ? Crees que a Carlitos le alcanza su dinero? Por qué si o por que no (Para que los estudiantes hagan predicciones, observando y comparando números. Qué estas haciendo? Por qué crees que lo que estás haciendo te acerca a la respuesta? Puedes explicar lo que hiciste? Hay otra manera de realizarlo? Con estas preguntas permite que los estudiantes visibilicen su pensamiento, desarrollen procesos de meta-cognición y les puede ayudar a pasar bloqueos. Pedirá a los estudiantes que ya terminaron que busquen otra estrategia para resolverlo y que analicen su respuesta tiene sentido.

Posteriormente la profesora modelará respuestas haciendo uso de diferentes registros semióticos como lengua natural, barras, figuras, escritura simbólica entre otros que le han dado a Carlitos, un trabajador del supermercado. La idea es que los estudiantes den sus ideas, opiniones y sugerencias sobre los procesos realizados y respuestas que van dando su profesora.

Así mismo, recogerá las hojas en donde previamente se ha diseñado la situación y evaluará los procesos y respuestas entregados.

FUNDAMENTACIÓN ETAPA DE INVESTIGACIÓN GUÍADA

Las actividades planteadas por la profesora permiten lo que se conoce como modelación e instrucción. Aunque es importante dar libertad a los estudiantes en el uso de estrategias para desarrollar los procesos y encontrar las respuestas a las situaciones problema donde puedan hacer uso de su creatividad, explorando métodos por si solos y no tengan que adaptarse o seguir siempre las mismas estrategias planteadas por la profesora, también es cierto como lo menciona Schoenfeld (1992) en su artículo “Learning to Think mathematically “Hay que crear un ambiente de instrucción adecuado, con unos casos de modelación por el profesor pues esto permite enseñar a los estudiantes el desarrollo de habilidades de auto-control y monitoreo”

De esta forma, al modelar la situación problema la profesora se busca mostrar a los estudiantes que siempre se debe estar haciendo una planeación, auto-monitoreo, un auto-juicio de los pasos que voy realizando para poder tomar decisiones acertadas en la marcha. A menudo se observa que los niños pequeños hay menos planeación a la hora de lanzarse a realizar una tarea, sin que piensen de manera detenida en un camino o estrategia a seguir; por ello como esta habilidad de planificar se va desarrollando a través del tiempo, es importante brindarles espacios para que la vayan desarrollando. Por ello nos dice Lesh (1983) No se trata solamente de lo que tú sabes, se trata de cómo, cuándo y si lo usas o no”

FASE DE SÍNTESIS O APLICACIÓN

Hilo Conductor: ¿Cómo uso las matemáticas para valorar opciones de compra?

DESEMPEÑOS



La profesora organizará los estudiantes por grupos de 4 estudiantes. Se formarán 7 grupos. A cada grupo se le entregará una canasta y una misión escrita para realizar en el supermercado. Cada grupo tendrá que ir al supermercado que estará previamente dispuesto en el salón para cumplir su misión. Se leerán la misión en voz alta, se preguntará por palabras desconocidas y se indagará sobre la comprensión de la misma.

Miss Paloma necesita ir al supermercado a comprar algunos productos para su hogar.

- A) Tiene 20 georgies y necesita comprar al menos dos productos de aseo. Que productos puede comprar con ese dinero?
- B) Puede comprar algún otro producto con el dinero que le sobra?
- C) Su abuelita le regaló 9 georgies, cuánto dinero tendría?
- D) Que podría comprar con ese dinero?

Tiene que decidir entre dos opciones:

Puede comprar 7 botellas de agua. Por la compra de estas 7 cajas de agua el supermercado Tomaticos le regaló algunas. Ahora tiene 18. Cuantas botellas le regaló el supermercado? (problema de cambio 3)

Puede comprar 9 cajas de jugo de naranja. Por la compra de estas cajas el supermercado le regala algunas. Entonces tendría tiene 13. (Problema de cambio 3)

Cuál será la mejor opción de compra?
 Qué le aconsejarías a Miss Paloma?
 Por qué?

VALORACIÓN CONTINUA

La profesora estará recorriendo los diferentes grupos para evaluar las habilidades y dificultades que surgen en el proceso. Realizará preguntas para verificar el proceso de meta-cognición: Qué estás haciendo? Puedes describir lo que estás haciendo? Por qué estás haciendo ese proceso? Cómo te ayuda a encontrar la solución? Hay otra manera de hacerlo? Has resuelto alguna otra situación similar alguna vez? Podrías proponer una situación similar?

Con ello se busca que los estudiantes aprendan a explicar el proceso y adquieran habilidades y hábitos de meta-cognición, interiorizando dichas preguntas cada vez que resuelven un problema para monitorear sus procesos resolutorios. Se busca servir como un monitor externo y promover discusiones en los grupos. Así mismo, se busca llevarlos a utilizar diferentes estrategias heurísticas (analogías, descomponer, re-combinar, variar etc) Polya (1980) para lograr que los estudiantes cada vez sean más creativos, reflexivos y flexibles frente a la aplicación del conocimiento y en el desarrollo de habilidades para resolver problemas.

Al finalizar la profesora recogerá todas las misiones escritas para verificar los procesos y respuestas y hará las retroalimentación a cada grupo.

Al finalizar la profesora pedirá a dos grupos que modelen sus respuestas al público y se sacarán reflexiones finales con la pregunta: Cómo usaste las matemáticas en el supermercado para tomar decisiones? Qué decisiones tomaste? Cómo llegaste a esas decisiones?

RUBRICA

<p>SUPERIOR</p> 	<p>ALTO</p> 	<p>BASICO</p> 	<p>BAJO</p> 
<p>Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes y cantidades haciendo de representaciones abstractas o el cálculo mental.</p>	<p>Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes y cantidades haciendo de representaciones gráficas (puntos, palos etc.)</p>	<p>Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes y cantidades haciendo cuantificación sobre representaciones concretas (material concreto y usando sus dedos.)</p>	<p>Desarrolla situaciones y operaciones de conteo y estimación de magnitudes o cantidades haciendo cuantificación sobre los objetos mismos.</p>
<p>Al resolver operaciones de adición el estudiante hace conteo a partir del sumando mayor.</p>	<p>Al resolver operaciones de adición el estudiante hace conteo a partir de un sumando.</p>	<p>Al resolver operaciones de adición el estudiante hace conteo a partir del primer sumando.</p>	<p>Al resolver operaciones de adición hace conteo total y usando los dedos.</p>
<p>Hace uso de cálculo mental para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva.</p>	<p>Hace uso de operaciones algorítmicas para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva</p>	<p>Hace uso de representaciones concretas y gráficas para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva</p>	<p>Hace uso de material concreto para resolver y explicar problemas verbales de estructura aditiva</p>
<p>Explica con gran asertividad, argumentación y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos.</p>	<p>La mayoría de las veces explica con asertividad, argumentación y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos</p>	<p>En algunas oportunidades explica con asertividad y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos.</p>	<p>En pocas oportunidades explica con asertividad y claridad los procesos y pasos que realiza en el desarrollo de problemas matemáticos.</p>
<p>Demuestra alta flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción, y siempre persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos.</p>	<p>Demuestra flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción, y en la mayoría de las veces persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos</p>	<p>Demuestra poca flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción y en pocas oportunidades persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos.</p>	<p>No demuestra flexibilidad en la aplicación de conceptos de adición y sustracción y no persevera en la búsqueda de estrategias y soluciones a los problemas matemáticos.</p>

Anexo 10. Unidad Didáctica Institución No. 2

UNIDAD DIDÁCTICA EPC

“APLICANDO LAS MATEMÁTICAS MIENTRAS JUGAMOS”

Al indagar el contexto de la institución, realizar diarios de campo, encuestas y observación directa de la población; se identificó la problemática y se realizó una ardua investigación teórica, para abordar las dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Dentro de esta investigación, se examinaron y analizaron algunas propuestas metodológicas y modelos pedagógicos, los cuales se tuvieron en cuenta para efectuar cambios en la práctica pedagógica; tales como, enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, problemas verbales de estructura aditiva y enseñanza para la comprensión.

Partiendo de lo anterior, se diseña un plan de acción bajo el modelo de EpC, cuyo eje es la resolución de problemas verbales de estructura aditiva, como una estrategia didáctica para estimular la comprensión, problematizar las situaciones y buscar diversas estrategias de resolución.

Es por ello que, la siguiente Unidad Didáctica ha sido diseñada para el grado primero de primaria del Colegio Emilio Valenzuela, con el propósito de contextualizar las nociones de número y adición en situaciones cotidianas de juego.

El **Tópico Generativo** es “aplicando las matemáticas mientras jugamos”, donde los estudiantes emplean su aprendizaje demostrando diferentes habilidades y buscando distintas estrategias en la resolución de problemas en el contexto del juego, de esta forma, se evidencia la comprensión.

Para orientar el diseño y la gestión de la unidad, se tienen en cuenta los siguientes **Hilos Conductores**: ¿cómo identifico las cantidades que debo agrupar para hallar un número? ¿si necesito totalizar puntos para saber el ganador de un juego, qué debo hacer? ¿en qué situaciones cotidianas necesito agrupar, totalizar y/o juntar cantidades? ¿cómo uso los números y la adición en la tienda de juguetes? Estas preguntas son esenciales para la unidad, porque poco a poco van desarrollando el tópico, dan pauta para valorar las metas, desplegar los desempeños de comprensión y evaluar el proceso.

Para dar un horizonte hacia donde se quiere llegar con el desarrollo de la unidad didáctica, se tienen en cuenta las siguientes **Metas de Comprensión**, las cuales son afirmaciones observables, medibles y evaluables a través de los desempeños de comprensión y ayudan a la exploración del tópico generativo. Las metas tienen en cuenta las dimensiones de la comprensión para ir a la esencia de la disciplina.

DIMENSIÓN DE CONTENIDO	DIMENSIÓN DE MÉTODO	DIMENSIÓN DE PROPÓSITO	DIMENSIÓN DE COMUNICACIÓN
Los estudiantes comprenderán el concepto de número en diferentes situaciones.	Los estudiantes identificarán estrategias de resolución de problemas.	Los estudiantes comprenderán la utilidad de las matemáticas en diferentes situaciones problema.	Los estudiantes comprenderán cómo representar y comunicar situaciones usando las matemáticas.
Los estudiantes comprenderán el concepto de suma, agrupando, juntando y/o totalizando cantidades en diferentes situaciones.	Los estudiantes resolverán problemas aditivos en situaciones de juego.		Los estudiantes usarán expresiones tales como agrupar, totalizar, más que, menos que, etc., al resolver situaciones problema.

Para promover el alcance de las metas, se diseñan los **Desempeños de Comprensión**, los cuales están planeados secuencialmente para que los estudiantes construyan su conocimiento, apliquen su aprendizaje, hagan visible su pensamiento y desarrollen comprensión. Para ello, están organizados en tres fases:

• FASE DE EXPLORACIÓN

Durante el desarrollo de esta fase, la docente observará los conocimientos previos de sus estudiantes y creará un ambiente pedagógico donde ellos explorarán los objetos matemáticos, en este caso el número y la adición, dentro de situaciones de juego. Todo lo anterior con el fin de atraer y motivar a los estudiantes frente al tópico generativo y ver las conexiones entre la temática y los intereses y experiencias de ellos.

1. La docente realizará preguntas sobre los conocimientos previos frente a los objetos matemáticos ¿para qué sirven los números? ¿en qué situaciones cotidianas encontramos números? ¿crees que es importante conocer los números, por qué? ¿qué es sumar? ¿para qué sirve sumar? ¿en qué situaciones has sumado? ¿crees que es importante aprender a sumar, por qué? ¿qué pasaría si los adultos no saben sumar? ¿en los juegos usamos los números y la adición? ¿en qué juegos?

La docente intervendrá para ampliar las respuestas y hacerlas más reflexivas con preguntas como ¿qué te hace pensar eso? ¿por qué lo dices? ¿qué opinas sobre la respuesta del otro? ¿estás de acuerdo con el pensamiento del otro? ¿por qué? Etc.

*Valoración continua: la docente identificará los conocimientos previos mediante las respuestas de sus estudiantes. Reconocerá la participación individual y grupal.

2. Se observará un video Huevo Kids “El número y sus contextos”, este video es animado y sus personajes muestran los diferentes contextos donde se identifican los números, por tal motivo, los niños al observar el video, podrán encontrar varias situaciones cotidianas donde se usan los números y a partir de lo anterior, la docente pedirá a los estudiantes que expresen más ejemplos de situaciones cotidianas con los números, la participación será espontánea y la docente irá anotando en el tablero para luego hacer una lectura general de las respuestas. De esta forma, los estudiantes identificarán la utilidad e importancia de los números en la vida cotidiana, así mismo la docente hará preguntas de reflexión y desarrollo del pensamiento crítico como ¿qué pasaría si no existieran los números? ¿qué podríamos usar para contar cantidades? ¿cómo podríamos agrupar, unir, juntar y/o totalizar? ¿en qué situaciones se necesita agrupar, unir, juntar o totalizar?



*Valoración continua: la docente hará visible el pensamiento de los estudiantes con las preguntas e identificará la comprensión del concepto de número y adición en situaciones cotidianas, la importancia y utilidad del objeto matemático.

3. La docente expondrá las reglas del juego “Adivinanzas de números”: Un participante se pondrá en la frente un papel que tendrá un número escrito, los demás niños no pueden decir cuál es el número, el participante debe hacer preguntas para poder adivinar cuál es y los demás niños solo pueden responder “sí” y “no”. Las preguntas pueden ser ¿el número es de una cifra? ¿el número es mayor que...? ¿el número es menor que...? ¿el número está entre tal número y tal número?

Cuando el participante adivine el número, cada equipo debe buscar dos números que al agruparse den como total el número adivinado. Por ejemplo: si el número de la adivinanza es 10, los equipos deben buscar $2+8$ o $5+5$ o $3+7$ o $4+6$ o $9+1$, etc. El juego se realizará varias veces para que pasen a participar varios niños.



*Valoración continua: este juego tendrá como propósito identificar en los estudiantes la comprensión del concepto de número y adición, teniendo en cuenta las preguntas que hacen los participantes para adivinar el número, las respuestas que dan los demás niños para ayudar a adivinar y la búsqueda de números que agrupan para dar el resultado de la adivinanza.

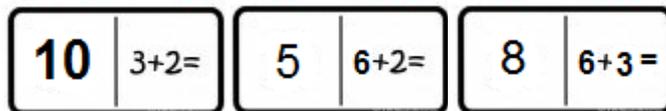
La docente en el transcurso del juego realizará preguntas como: ¿cómo supiste que ese era el número? ¿por qué agruparon esas cantidades para hallar el número? ¿cómo identificaron esas cantidades? ¿qué ejercicio mental o qué registro usaron para hallar las cantidades que debían agrupar? Etc.

Si durante el desarrollo del juego hay estudiantes con dificultades, se hará un acompañamiento uno a uno para mostrar diferentes estrategias de solución en la actividad. Así mismo, los estudiantes se podrán apoyar de compañeros que los ayuden a desarrollar habilidades para participar y desenvolverse fácilmente en el juego.

• FASE DE INVESTIGACIÓN GUIADA

Durante el desarrollo de esta fase, la docente orientará en el uso o desarrollo de herramientas metodológicas y conceptuales para abordar situaciones que fortalezcan la comprensión de los conceptos. De esta forma, se irá desarrollando el tópic generativo, teniendo como guía los hilos conductores y como horizonte las metas, para hacer visible el pensamiento y evidenciar la comprensión.

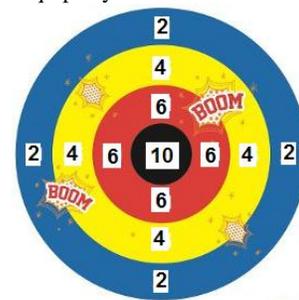
1. Se realizará un juego de mesa “Domino de adiciones sencillas”. La docente expondrá las reglas del juego: se entregarán las fichas del domino por equipos, en el centro se pondrá la primera ficha para iniciar el juego, los participantes deben ubicar una ficha que tenga el número de la sumatoria y así sucesivamente se van poniendo las fichas.



*Valoración continua: la docente observará el proceso de cada equipo mientras el desarrollo del juego, se evaluará la estrategia de solución, la comprensión del concepto de adición y reconocerá la participación individual y grupal. Realizará retroalimentación a cada equipo para crear un ambiente de reflexión, haciendo preguntas como: ¿qué ejercicio mental o qué registro usaste para encontrar el número de la sumatoria? ¿cómo se sintieron en el juego? Etc.

2. La docente llevará al aula la siguiente situación: Un grupo de amigos se dividieron en 3 equipos para jugar tiro al blanco, cada jugador solo podía lanzar 2 tiros e iban anotando los puntos. Al final, cada equipo contó el total de puntos y compartieron las siguientes preguntas ¿quién es el equipo ganador? ¿cuántos puntos le faltaron a cada equipo para empatar con el ganador? ¿si el puntaje ganador fuera 22, en qué lugares del tablero debieron caer los tiros? Luego de contar la situación, los niños van a representarla, el curso se va a dividir en 3 equipos y van a vivir la misma situación y responder las preguntas.

*Valoración continua: la docente observará el proceso de cada equipo en la situación, se evaluará la estrategia de solución, la comprensión del concepto dentro de una situación aditiva y la participación individual y grupal. Se realizará retroalimentación a cada equipo para crear un ambiente de reflexión y oportunidad de mejora o cambio frente a las decisiones tomadas, haciendo preguntas como ¿cómo saben cuál es el equipo ganador? ¿qué ejercicio mental o registro se usó para calcular cuántos puntos le faltaron a cada equipo para ganar? ¿qué estrategia usaron para ubicar los tiros en el tablero y tener el puntaje 22? ¿qué ejercicio les pareció difícil y por qué? ¿cómo se sintieron en el juego?



3. La docente repartirá por equipos una hoja con una situación escrita para resolver, así mismo entregará ábacos y una hoja en blanco, de esta forma los niños usarán el material concreto, realizarán dibujos y/u operaciones para resolver la situación. Al final se socializarán las situaciones y las respuestas.

Equipo 1:

Los niños de 1A y 1B jugaron fútbol. 1A hizo 3 goles y 1B hizo 1 gol.
¿Cuántos goles se hicieron en el juego?
¿Quién fue el curso ganador?
¿Cuántos goles le faltaron a 1B para empatar?

Equipo 2:

Juan tiene 5 carros y Mateo tiene 2 carros más que Juan.
¿Cuántos carros tiene Mateo?
¿Cuántos carros tienen en total?
¿Quién tiene más carros?

Equipo 3:

Diana tiene 4 dulces y compra 2 dulces para tener la misma cantidad que María.
¿Cuántos dulces tiene María?
¿Cuántos dulces tienen entre las dos?
¿Quién tenía menos dulces?

*Valoración continua: la docente evaluará la comprensión en la resolución de situaciones aditivas, observará las estrategias de solución abordadas por cada equipo, reconocerá la participación individual y grupal, realizará retroalimentación a cada situación problema para crear un ambiente de reflexión con preguntas como: ¿cuáles son los datos del problema? ¿qué estrategias usaron para resolver cada pregunta? ¿qué registros usaron? ¿cuál pregunta fue más difícil y por qué? ¿cómo se sintieron en la resolución de cada situación? ¿creen que las matemáticas son útiles en la resolución de situaciones cotidianas? Etc.

• **FASE DE SÍNTESIS**

Durante el desarrollo de esta fase, se buscará la aplicación, el dominio y el uso de los números y la adición en situaciones cotidianas. Se demostrará el alcance de las metas y se evidenciará el pensamiento y comprensión de los estudiantes.

- La docente pedirá a los niños que traigan de su casa un juguete para usar en clase.
El aula se transformará en una “Tienda de Juguetes”, donde los niños podrán vivir la experiencia real de compra y venta. Se usarán billetes de juguete, habrá 10 niños vendiendo ubicados por parejas y 10 niños comprando también en parejas, a cada juguete se le pondrá un precio, teniendo en cuenta la cantidad de dinero que hay en el juego.
La docente entregará a cada pareja de compradores una tarjeta en donde estarán las indicaciones de compra:
Pareja 1: comprar 3 juguetes con \$75. Registrar la estrategia de compra.
Pareja 2: comprar 4 juguetes con \$95. Registrar la estrategia de compra.
Pareja 3: comprar 2 juguetes con \$38. Registrar la estrategia de compra.
Pareja 4: comprar 3 juguetes con \$64. Registrar la estrategia de compra.
Pareja 5: comprar 2 juguetes con \$83. Registrar la estrategia de compra.

*Valoración continua: la docente estará como observadora y en algunos momentos podrá interrumpir para retroalimentar, haciendo preguntas como: ¿cuánto dinero tienen? ¿qué pueden comprar con ese dinero? ¿qué estrategia usan para saber qué juguetes comprar? ¿qué estrategia usan para saber si el dinero les alcanza? ¿cómo saben cuánto dinero deben recibir para la compra? ¿cómo saben cuánto dinero deben devolver al comprador? ¿cómo saben cuál es el precio total de dos, tres o más juguetes? ¿cómo usan las matemáticas en esta situación de la tienda? Etc. De esta forma, se enfocará la atención de los niños en cuanto a las estrategias y la toma de decisiones.
Al final de la actividad, se hará una coevaluación y autoevaluación de forma oral.

- La docente calificará el proceso de aprendizaje y el comportamiento de sus estudiantes, con la siguiente rúbrica (heteroevaluación).

CRITERIOS	SUPERIOR (4.5-5.0) 	ALTO (4.0-4.4) 	BASICO (3.5-3.9) 	BAJO (1.0-3.4) 
Comprender el concepto de número	Reconoce la grafía de los números hasta el 99, lee y escribe dichos números con precisión en el trazo. Forma series con esos números, los compara identificando los mayores y menores. Descompone en decenas y unidades y en forma de suma sin apoyo gráfico y lo representa.	Lee, escribe y forma series de números hasta el 99 y los descompone en decenas y unidades y en forma de suma sin necesidad de apoyo gráfico; compara números de dos cifras e identifica los mayores y menores.	Identifica los números y forma series hasta el 99, reconociendo su grafía y descomponiéndolos en decenas y unidades con apoyo gráfico y manipulativo.	Se le dificulta identificar los números hasta 99, descomponerlos en decenas y unidades y comparar los mayores y los menos; pese al apoyo gráfico y manipulativo.
Comprender el concepto de suma	Analiza e interpreta situaciones de suma y expresa matemáticamente dichas situaciones mediante sumas en horizontal y vertical; comprueba sus resultados sin necesidad de apoyo gráfico; calcula los números anterior y posterior sin necesidad de apoyos.	Reconoce e interpreta situaciones de suma contando desde el primer sumando, las expresa matemáticamente y las resuelve correctamente; comprueba sus resultados apoyándose en las ilustraciones; calcula los números anterior y posterior con expresiones de	Identifica distintas situaciones de suma contando desde un número, expresa las situaciones mediante sumas en horizontal y vertical y las resuelve correctamente con apoyo gráfico y manipulativo; utiliza la suma y la resta para calcular los números anterior y posterior con apoyo gráfico y	Se le dificulta identificar situaciones de suma y no las resuelve correctamente; pese al apoyo gráfico y manipulativo.

		suma y resta según sea necesario.	manipulativo.	
Resolver problemas aditivos	Analiza e interpreta distintos problemas de situaciones de suma, discrimina datos, hace conjeturas y anticipa soluciones basándose en sus conocimientos previos; establece analogías con situaciones cotidianas y desarrolla estrategias de resolución.	Analiza la información de distintos problemas de situaciones de suma e identifica la estrategia más adecuada para su resolución; establece analogías y las relaciona con conocimientos previos.	Identifica distintas tipologías de problemas de suma e intenta elegir estrategias para su resolución.	Se le dificulta resolver problemas aditivos, no es consciente de la relación de datos y de las estrategias necesarias para su resolución.
Actitudinal	Demuestra una actitud positiva de responsabilidad, respeto y orden en la ejecución de las actividades.	Participa y realiza las actividades con buena actitud.	Realiza las actividades.	Demuestra una actitud negativa frente a las actividades.

Anexo 11. Transcripciones y Análisis de Episodios Institución No. 1

Código T-05

Asignatura matemáticas

Unidad Didáctica

Fecha: Mayo 16 2018

EPISODIO VISITANDO EL SUPERMERCADO

FASE EXPLORATORIA

1	P	What supermarket did you visit?
2	M	Éxito
3	P	Éxito ok. What did you see in the supermarket?
4	M	Yogurth, carrot, chocolate, zanahoria and eggs
5	P	ok
6	M	Y acá es como hacen la fila para comprar los productos, aquí está la lista de los precios y aquí fue el que me atendió
7	P	What is the name of that person, who is that person?
8	M	No se no le pregunté
9	P	What person is that one, what is his job?
10	M	mmmmm
11	P	How are the products organize?
12	M	Por la marca que estaban. Los yogures están en la misma marca, las alquerías están en la misma marca, acá los yogo yogos están en la misma marca y los yogures de Éxito están en la misma marca
13	P	Matías nos dice que los yogurths estaban todos en el mismo sitio y estaban organizados por la...
14	M y todos	marca
15	P	Ok. Matías cuéntanos cómo usaste las matemáticas en el supermercado? Cómo te ayudaron para tomar decisiones?
16	M	Yo le pregunté al cajero cómo usaba las matemáticas
17	P	Que interesante
18	M	El me dijo... contar el dinero, ¿cuánto dinero tenemos que dar? y cuanto nos dan por si damos mucho de lo que debíamos
19	P	Tu usaste las matemáticas en algún momento?
20	M	No
21	P	Compraste algo en el supermercado?
22	M	Si compre algo en el supermercado
23	P	¿Qué compraste?
24	M	Unos marcadores para mi hermana, la copa fifa de este año... la del mundial si obvio!
25	P	¿Cuántos productos compraste?
26	M	Compré dos en total
27	P	Y ahí ¿qué estás haciendo?
28	M	Estoy....
29	P	Cuanto me dices dos en total ¿Qué estás haciendo?
30	J	Dando un aproximado
31	P	¿Qué hiciste para decirme que estabas comprando dos productos?
32	M	Es que mi abuelita me debía unos pesos y me iba a comprar unas monas del mundial no estaba el señor al que siempre le compramos y entonces le dije que me comprara la copa, no estaba el señor que vendía la copa y entonces mi hermana dijo que debíamos comprar algo bonito en Unicentro
33	P	Cuando tú me dices ¿qué tienes dos productos que estás haciendo?
34	M	mmmm... multiplicando
35	P	¿Multiplicando? ¿Alguien tiene otra respuesta?
36	Varios	Sumando
37	P	Y ¿Qué más estás haciendo?
38	M	Restando
39	P	¿Restando?
40	J	No porque si no le tendrías que quitar
41	P	Uy Juanita ¿Qué dijiste?
42	P	O si no le tendrías que quitar

43	P	¿Y le quitamos algo?
44	M	No porque si compramos los dos productos no le quitaríamos nada sería dos productos y no le quitamos nada porque ya lo compramos el producto
45	P	Ok. Muy bien. No estamos quitando nada.
46	P	Ok. Maty de tu experiencia en el supermercado, antes que pensabas del supermercado
47	M	Antes pensaba que no tenían ese mecanismo de filas y ahora ya sé que hay filas en el supermercado.
48	P	Y ¿por qué se hacen filas en el supermercado?
49	M	Para que las personas en vez de estar desorganizadas hagan la fila así tranquilos y esperen su turno por eso le tomé la foto.

ANÁLISIS

Epi-# 5- “Visitando el supermercado” Colegio SGS

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>En las línea 3 la profesora realiza una pregunta abierta ¿Qué viste en el supermercado? Como pregunta abierta y punto de partida para dar vía libre a todas las ideas que el estudiante quisiera expresar.</p> <p>En la línea 35 al hablar sobre el uso de las matemáticas en el supermercado, después de que la profesora pregunta que proceso usó el estudiante para saber que tenía dos productos y el estudiante responde “multiplicar” (como respuesta que lanza el estudiante de manera a priori sin verificar o analizar), la profesora con preguntas busca lograr que los mismos compañeros verifiquen la veracidad de lo dicho.</p>	<p>En las líneas 3 y 6 el estudiante manifiesta que en el supermercado no solamente se consiguen diferentes productos comestibles sino que hay una organización, unas personas que allí trabajan y un precio para los productos. Se observa comprensión al expresar cómo avanza desde lo concreto a encontrar elementos importantes en el funcionamiento del supermercado.</p> <p>En la línea 40 al hacer referencia a la sustracción la estudiante manifiesta: le tendrías que quitar” con lo que demuestra su conocimiento sobre el proceso que se realiza al sustraer.</p>
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En las líneas 21, 23, 25, 27 la profesora busca llevar al estudiante a descubrir sobre el uso que le hizo de las matemáticas en el supermercado y los procesos matemáticos que realizó. Por ello ante la respuesta que da el estudiante en la línea 20 cuando expresa que no las usó, la profesora busca trabajar hacia atrás o verificar con preguntas como: ¿Compraste algo en el supermercado? ¿Qué compraste? ¿Cuántos productos compraste? ¿Qué estás haciendo ahí? ¿Cuándo me dices que dos en total que estás haciendo?</p>	
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>La profesora en línea 11 busca a través de la pregunta ¿cómo estaban organizados los productos? Evaluar los conocimientos adquiridos en la visita y preparar a los estudiantes para la siguiente actividad exploratoria sobre clasificación de los productos.</p> <p>Para monitorear el proceso de escucha y comprensión la profesora</p>	<p>El estudiante en la línea 12 al responder a la pregunta de la profesora muestra comprensión en la organización al mencionar que los productos estaban ordenados y clasificados por la marca. En especial se refiere a bebidas lácteas que están en el mismo lugar pero agrupadas por marca.</p>

en la línea 13 dice que los productos estaban categorizados y organizados por su...pidiendo a los demás que completen la afirmación.

En la línea 21, 23 y 25 la profesora le pregunta al estudiante que cree que no usó las matemáticas en el supermercado por los que compró y cuantos productos compró. Al estudiante darle la respuesta de los productos en la línea 24 en la línea 25 le pregunta cuántos productos compraste a lo que el estudiante en la línea 26 responde dos en total. Con una pregunta en la línea 27 para llevarlo a comprender por si solo que estaba usando las matemáticas.

En la línea 35 la profesora al obtener una respuesta errada del estudiante que compró dos productos y que dice que al contarlos estaba multiplicando busca involucrar a los demás pidiendo sus opiniones o respuestas.

Le pregunta en la línea 21 sobre si compró algo en el supermercado busca llevarlo a comprender por si solo (un proceso de auto-monitoreo) y reflexionar sobre el uso y aplicación que el mismo estudiante le dió a las matemáticas en el supermercado.

En la línea 44 el estudiante realiza su propio proceso de evaluación al mencionar que cuando hizo el conteo de los productos que llevaría del supermercado no realizó una sustracción, por lo que manifiesta: “No porque si compramos los dos productos no le quitaríamos nada sería dos productos y no le quitamos nada porque ya lo compramos el producto” en donde manifiesta su comprensión al proceso matemático que implica la sustracción el cual es quitar.

Código T-15 SGS

Asignatura matemáticas

Unidad Didáctica

EPISODIO: CLASIFICANDO LOS PRODUCTOS EN EL SUPERMERCADO

FASE GUIADA

Los estudiantes describen los productos a ubicar en el supermercado, los clasifican en las diferentes categorías, resuelven preguntas donde deciden sobre el tamaño, las variables que pueden afectar el precio del mismo, sus preferencias y hacen relaciones entre las diferentes categorías.

1	P	Vamos a mirar los productos que tienen y que recibieron para clasificar en el supermercado. Mía ¿cuéntanos que producto tienes?
2	M	Mi producto es leche
3	P	Muy bien. ¿De qué material está hecho?
4	M	De cartón.
5	P	Muy bien. ¿Qué forma tiene?
6	M	Forma de rectángulo
7	P	Mía dice que tiene forma de rectángulo. Que dicen los demás?
8	A	No, no es un rectángulo sino un prisma rectangular
9	P	Ay y ¿por qué dices eso?
10	A	Porque no es plano, si fuera un rectángulo no cabría nada y si es un prisma rectangular ahí si cabe.
11	P	Alejandro cuéntanos ¿qué producto tienes?
12	J	Un jugo de naranja
13	P	De ¿qué material está hecho?
14	J	De plástico
15	P	¿Qué forma tiene?
16	J	Un prisma

17	P	Uds. ¿qué opinan?
18	A	No es un prisma, es un cilindro.
18	P	¿Qué te hace decir eso?
20	A	Porque mira tiene forma de cilindro lo que pasa es que aquí es un poco más pequeño y se vuelve a engordar.
21	P	Se vuelve pequeño o como se diría?
22	A	Se vuelve un poco más flaco
23	P	Ok, angosto es
24	P	Alejo tu ¿qué producto tienes?
25	A	bonyourth
26	P	¿Qué forma tiene?
27	A	cilindro
28	P	De los productos que tienen en la mano ¿cuál creerían que es el más costoso?
29	Varios	Este (muestran la botella grande de jugo), porque es el más grande
30	J	Y el más alto
31	A	Y además tiene más líquido
32	P	¿Cuál sería el más económico
33	A	¿El que más vale?
34	p	El más barato
35	M	El mio.
36	P	¿Cuál es el tuyo?
37	M	El Latti
38	P	¿Por qué?
39	M	Porque es el más pequeño, tiene menos líquido.
40	P	Y como hacemos para saber que es el más pequeño?
41	Varios	mediéndolo
42	A	Mira yo supero a Mia (pone su caja al lado de la otra y mide la altura)
43	A	El jugo es el más grande de todos (miden el Latti con el jugo)
44	J	Más baja cantidad de leche
45	P	¿Tu comprarías ese producto Juanita?
46	J	Si
47	P	¿Por qué?
48	J	Porque tiene poquita cantidad de leche, porque tiene hasta acá (mide con su mano)
49	P	Y ¿qué pasa cuando tiene poca cantidad?
50	Varios	Vale menos
51	P	Ok, muy bien! Jero tu ¿cuál comprarías?
52	J	Este (muestra la botella más grande de jugo), porque tiene mucho jugo y nos duraría mucho para alimentarnos bien y tomar casi todos los días
53	A	Yo también compraría el jugo, porque tiene demasiado jugo y te duraría para muchos días y podrías disfrutarlo con toda tu familia
54	P	Vamos a ir a clasificar los productos, vamos a ir todos
55	P	Ok. What category is this one?
56	J	Cereal
57	A	No porque el cereal es allá
58	P	Alejo, what product do you have? What is that?
59	A	A juice
60	A	This one,,, oh no no
61	J	Si porque esta es de cartón
62	P	¿Será que las categorías están organizadas por el material del producto?
63	M	No está mal, por ejemplo si este producto va acá es porque debe mantenerse en una nevera congelado
64	A	Si los pusiéramos por material en vez de diferente marca, si fuera por material nos quedaríamos todos como locos
65	p	Muy bien, lo que estás diciendo!
66	A	Y tendrías que hacer un desorden, quitar todos los cereales y después encontrarlo de ultimo
67	P	Que interesante lo que dices! Ok Jerónimo tu ¿qué producto tienes?
68	J	Un jugo de naranja y un bonyourth
69	P	Where do you put he products?
70	J	El bonyourth aquí porque son los congelados (categoría de los congelados) y si no se congelan no saben rico calientes y además se dañan porque el líquido es de leche
71	P	What else?

72	P	El jugo de naranja
73	P	Where do you put it?
74	J	En las bebidas
75	M	¿And this products?
76	P	Este producto se pone en la zona donde no son para comer, son para echarse
77	P	¿Cómo se llama esta categoría?
78	A	Los de aseo
79	P	Vamos a mirar estas tres categorías, productos de snack, bebidas y aseo y me van a decir cual tiene más productos
80	P	¿Ya hicieron el proceso?
81	J	Esta tiene cuatro (congelados), esta tiene siete (bebidas) y esta tiene 6 (aseo)
82	Varios	Esta es la que gana (bebidas)
83	P	¿Por qué dicen que esa?
84	M	Porque tiene más productos
85	A	Y esa tiene 5 y esa tiene 4
86	P	Que le hace falta a los productos de aseo para ser igual a las bebidas
87	M	Uno mas
88	P	¿Cómo hicieron para saberlo?
89	A	(usando tablero) escribe $6 + 1$ (sus compañeros le corrigen que escribió el número seis al raves) lo corrige y escribe $6 + 1 = 7$
90	P	¿Me podrían explicar?
91	A	Porque el uno, solo da una cosa más, y cuando le sumas uno más al seis es siete
92	P	Y cuantos productos tendría que quitarle a la categoría de líquido entonces para que sea igual a la de aseo?
93	Varios	uno
94	P	¿Qué operación están haciendo ahí?
95	Varios	restando
96	A	Ahora tú haces el resultado Jero
97	P	Jerónimo toma el tablero y escribe diciendo sería $7 - 1 = 6$
98	P	Y ¿por qué le quistaste uno?
99	M	Porque acá hay seis (muestra los productos de aseo) y acá hay siete (muestra las bebidas), entonces hay que quitarle uno para que sean seis, porque los números son así
100	P	Muy bien! Bravo!
101	P	Bueno y entre las dos categorías bebidas y productos de aseo, ¿cuántos productos hay?
102	P	Acá hay siete y allá hay...
103	Varios	seis
104	J	Hubiera 13
105	J	Porque seis más seis sería 12 y le sumas uno. A no sería 14 porque , porque siete más siete catorce, entonces sería quince
106	P	¿Qué dicen los demás? Jerónimo dice que habría 15
107	A	No hay trece, los acabo de contar
108	P	¿Cómo lo hiciste?
109	A	Conté de dos en dos
110	P	Ay ok, muéstranos
111	A y J	Con su dedo va señalando de a dos productos y dice con jerónimo: dos, cuatro, seis, ocho
112	P	¿Seguros?
113	Varios	Diez, doce...
114	J	El ultimo sería de uno
115	P	Alguien tiene otra estrategia para contar de dos en dos, ellos están señalando con sus dedos
116	P	Jero ¿qué estás haciendo?
117	J	Organizándolos por dos
118	p	Wow! Que buena estrategia
119	J	Pero uno tendría que ir solo porque no hay con que ponerlo
120	P	Ahora si contémoslo
121	A	Espera...hay una cosa que falla aquí!
122	P	¿Qué crees que es?
123	A	Porque le sobre un producto
124	P	Y entonces ¿qué se te ocurre?
125	A	Ponemos la final

126	P	Ok, bien!
127	P	¿Cómo van a contar?
128	Varios	Señalando cada grupo: dos, cuatro, seis, ocho, diez, trece (pues hicieron un grupo de tres)
129	P	Catorce, catorce
130	J	O se significa, es de dos en dos pero después acá ponen tres o si no de tres en tres
131	P	Y ¿qué hacemos?
132	J	Quitarle uno (al grupo de tres), porque o si no sería de tres
133	P	Entonces ¿cómo cuentan?
134	A	Entonces son catorce
135	P	Vuelvan a contar
136	J	Tocaría contar de uno en uno
137	Varios	Uno, dos, tres....once doce
138	A	No contaste mal
139	Varios	Cuentan desde el 1 al trece

ANÁLISIS

Epi-# 15- “Clasificando productos en el supermercado” Colegio SGS

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>En las líneas 1, 3, 5, 11, 13 y 15 la profesora realiza preguntas para verificar pre-conceptos sobre producto, forma, material.</p> <p>En la línea 21 la profesora busca que los demás compañeros verifiquen lo dicho por su compañero sobre el bonyourth el cual tiene forma de cilindro que “se ve más pequeño y se vuelve a engordar.” Manifiesta que el término es angosto en vez de pequeño.</p>	<p>.En las líneas 8 y 10 el estudiante manifiesta comprensión sobre el prisma rectangular expresando que la caja no es un rectángulo porque no es plano y además lo relaciona con el volumen, pues dice que si prisma rectangular “ahí si cabe algo”.</p> <p>En las líneas 29, 30, 31,37, 39 los estudiantes manifiestan comprensión al relacionar las características del producto con el precio y expresar que el jugo es el más caro de los productos “porque es el más grande, alto y le cabe más; es el más pequeño y el que menos líquido tiene.</p> <p>En las líneas 41, 42, 43 como procedimiento rutinario los estudiantes para medir productos, hacen uso de otro como referencia.</p> <p>En la línea 48 y 50 el estudiante demuestra comprensión sobre el concepto de precio al hacer una relación entre la cantidad que trae el producto y el precio.</p> <p>En las líneas 63,64 y 66 el estudiante manifiesta comprensión al corregir la idea de su compañero y manifestar que los productos no podrían estar organizados por material o si no todos se volverían locos al buscarlo. Comprende que hay una relación entre la</p>

		<p>organización y clasificación y la facilidad en la búsqueda del producto.</p> <p>En las líneas 70, 74, 76 y 78 los estudiantes manifiestan comprensión sobre la organización de los productos al ubicarlos en las categorías correspondientes de acuerdo a sus características.</p> <p>En las líneas 81, 82, 84 los estudiantes manifiestan comprensión en sus procesos de conteo y comparación al realizar un conteo de las tres categorías y expresar que gana la que más productos tiene.</p> <p>En las línea 99 el estudiante expresa comprensión sobre el proceso de igualar cantidades ya que para que el 7 sea igual al 6 hay que quitarle uno. Así mismo demuestra comprensión sobre el concepto de la resta.</p>
<p>Estrategias cognitivas o métodos heurísticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En la línea 86 la profesora explora un problema similar al dado pidiéndoles a los estudiantes que encuentren cuantos productos le hacen falta a la categoría de aseo para ser igual a las bebidas.</p> <p>En la línea 92 la profesora le pide a los estudiantes que trabajen hacia atrás cuando les dice que cuantos productos tendrían que quitarle a la categoría de las bebidas para que sea igual a la de aseo</p>	<p>.En las líneas 41, 42, 43 los estudiantes hacen uso de otro producto (caja) para probar que un producto es más grande que el otro.</p> <p>En la línea 89 los estudiantes expresan comprensión al verificar el proceso mental realizado usando un tablero y escribiendo el algoritmo. ($6 + 1 = 7$)</p> <p>En la línea 91 el estudiante expresa comprensión explicando el proceso de adición que realizó para encontrar el resultado sobre la cantidad de productos que le faltan a la categoría de aseo para ser igual a la de las bebidas.</p> <p>En la línea 107 el estudiante manifiesta que hace una verificación del proceso de conteo realizado por su compañero y que lo hace contando de dos en dos los productos de las dos categorías.</p>
<p>Estrategias meta-cognitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>La profesora en las línea 38 busca a través de la pregunta por qué? Que el estudiante de cuenta de la comprensión sobre por qué ese producto será más económico.</p> <p>En la línea 49 la profesora busca verificar comprensión entre la relación que hay entre la capacidad y el precio.</p>	<p>En la línea 117 el estudiante demuestra comprensión al planear su conteo organizando los productos en grupos de dos y realizar el conteo de manera más eficiente.</p> <p>En la línea 121 y 123 hay comprensión al realizar un monitoreo de la situación y organización de los productos de</p>

	<p>En las líneas 54 y 55 la profesora al pedir que organicen los productos en las categorías busca monitorear el proceso de comprensión sobre la clasificación de los productos.</p> <p>En la línea 79 la profesora busca que los estudiantes realicen un proceso de conteo y comparación de cantidades al pedirles que comparen los productos de tres categorías para verificar su conocimiento y procesos</p>	<p>dos en dos para el conteo y expresar que sobre un producto(uno queda solo)</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>En la línea 7 y 17 la profesora busca participación de los estudiantes del grupo al someter a su consideración las ideas que expresan sus compañeros. ¿Qué opinan los demás?</p> <p>En la línea 45 a través de la pregunta ¿Tú comprarías ese producto? Invita al estudiante a tomar decisiones haciendo uso de los conceptos mencionados (tamaño, capacidad, cantidad).</p> <p>Con la expresión, muy bien en las línea 51 y en la línea 118 que buena estrategia la profesora busca valorar las diferentes opiniones que se dan en la toma de decisiones en el supermercado y valorar otras estrategias que dan los estudiantes.</p> <p>En la línea 62 la profesora busca que entre todos verifiquen los estudiantes determinen si las categorías están determinadas por el material del producto.</p> <p>En la línea 65 la profesora motiva con la expresión “muy bien” cuando el estudiante da su idea sobre la debida organización de los productos en el supermercado.</p> <p>En la línea 86 la profesora busca crear situaciones que reten a los estudiantes a lograr procesos matemáticas más complejos.</p> <p>En las líneas 94 y 98 la profesora a través de preguntas les pide que expresen porque están realizando esa resta y porque le quitaron uno.</p> <p>En la línea 115 la profesora invita a los estudiantes a idear otra estrategia para contar de dos en dos, diferente a usar los dedos.</p>	<p>En las líneas 52 y 53 los estudiantes expresan sus ideas sobre los beneficios de comprar un producto que es más costoso que el otro</p>

Código T-16 SGS

Asignatura matemáticas

Unidad Didáctica

EPISODIO: CLASIFICANDO LOS PRODUCTOS EN EL SUPERMERCADO**FASE GUIADA**

Los estudiantes describen los productos a ubicar en el supermercado, los ubican en las diferentes categorías, resuelven preguntas donde deciden sobre el tamaño (largo y ancho), las variables que pueden afectar el precio del mismo, sus preferencias y resuelven problemas verbales de estructura aditiva.

1	P	¿Cómo están organizados los productos en el supermercado?
2	S	Por comida, por marcas y por las bebidas
3	P	¿Alguien tiene otra idea?
4	V	También por las cosas de aseo y por los cereales
5	P	Sofía dice que están organizados por marca, ¿me puedes mostrar?
6	S	Digamos los cereales tienen una marca, cada uno es de cualquier sabor y por detrás está la marca
7	P	Grupo ¿le pueden ayudar?
8	Varios	Trix
9	P	Ese es el nombre, pero y ¿la marca?
10	Varios	Nestlé
11	P	¿Hay otro producto con esa marca?
12	Varios	Si
13	P	¿Cómo los ubicamos?
14	S	Por fila
15	P	¿Y ese otro producto?
16	M	Ese iría con los de la marca de él, en este lugar si quedan más cereales
17	P	Vamos hacia las bebidas, como están organizados los productos en las bebidas
18	M	Por ejemplo aquí están los jugos de caja
19	P	Mirarlos bien. ¿Todos son jugos?
20	M	No
21	P	Miremos las marcas ¿todas son iguales?
22	Varios	No
23	V	Estos dos (frutto)
24	P	¿Por qué? ¿Qué tienen en común?
25	P	La misma marca
26	M	Pero hay uno que no tiene la misma marca
27	P	Y ¿dónde lo ponemos?
28	Varios	Pues solo
29	P	Como nos facilita esto la visita al supermercado
30	V	Porque si uno quiere comprar una marca baja para que no se confunda, están por precios iguales (pues las cajas son iguales en marca y tamaño)
31	P	Que pasa acá
32	S	Las botellas también van organizadas por marca
33	P	Esas botellas ¿de qué producto son?
34	P	Agua y te
35	P	Vamos a venir a la categoría de los cereales y vamos a coger una caja que sea grande y una más pequeña que esa
36	P	Valentina, en ¿qué lugar ubicarías la caja de cereal?
37	V	En esta
38	P	¿Cómo se llama?
39	V	Alimentos solidos
40	P	¿Cuántos georgies vale?
41	Varios	Seis
42	P	Mía donde ubicaríamos la caja que tienes? (la más pequeña)
43	J	Yo también acá (alimentos sólidos)
44	P	¿Cuántos georgies valdría?
45	M	Seis
46	P	¿Qué pasa con esos valores? ¿Cómo son?
47	V	iguales

48	P	Muy bien, estamos partiendo de valores iguales
49	P	Vamos a ir a la cartelera del centro donde nos hablan del material, vamos a comparar, ¿de que material es la tuya?
50	Varios	cartón
51	P	¿Y la de mía?
52	Varios	También cartón
53	Varios	¿Cuántos georgies?
54	V	Nueve
55	P	Nueve dice Vale para la caja de cereal grande, que dice el grupo
56	Varios	Si
57	P	¿Por qué, como hicieron?
58	S	Porque sumamos seis más tres (muestran sus dedos) y da nueve
59	P	Ahora me vas a decir hasta acá, ¿cuánto vale tu producto?
60	M	Nueve
61	M	Por que como esto vale lo mismo, hay que sumar lo mismo
62	P	Porque están hechas del mismo material
63	P	Pero ¿será que esos dos productos deberían valer lo mismo? ¿Uds. que opinan?
64	Varios	No
65	Varios	Porque uno es grande y el otro es pequeño
66	P	¿Qué va a pasar con el precio?
67	V	Le ponemos tres
68	P	Pero antes de hacer ese proceso, quiero que me digan que va a pasar con el precio, íbamos en que estaba todo igual, alimento sólido, están hechas de cartón
69	Varios	Doce
70	P	Va a valer ¿cuánto la caja grande?
71	varios	Doce
72	P	Que va a pasar Mia
73	M	No, porque como esta tiene menos cereal, no vale tanto como esa
74	P	¿Cómo funcionan los precios en el supermercado?
75	S	Los precios funcionan por tamaño
76	P	Muy bien tienen que ver con el tamaño
77	J	Y por material
78	P	El material del producto también influye, porque miren como va variando. Acá vemos que si es de cartón vale
79	Varios	Tres
80	P	Si es de plástico vale
81	Varios	cuatro
82	P	¿Y si es de vidrio?
83	Varios	Cinco
84	P	Y ¿por qué creen que esto cambia?
85	S	Porque el cartón no dura mucho
86	P	No dura mucho, no es tan resistente
87	V	Esto dura un poco más que el cartón (plástico)
88	Varios	Y este dura más
89	P	¿Cuál es el material más costoso?
90	Varios	Este (señalan vidrio)
91	P	El glass, el vidrio
92	P	Y ¿cuál es el más económico?
93	Varios	Este (señalan cartón)
94	P	Bueno
95	P	Entonces ¿cuánto va a valer esta caja de cereal?
96	varios	Doce
97	P	¿Cómo hicieron eso?
98	V	Sumando seis más tres
99	P	Y ¿el seis corresponde a?
100	J	Alimento sólido
101	V	Mas tres que vale el cartón
102	Varios	Mas tres, da igual 12 (6+ 3+3= 12) en tablerito
103	P	Ahora vamos a sacar el valor a la caja más pequeña
104	M	Como este vale menos

105	M	Sería seis
106	P	De donde sale el seis
107	Varios	De material solido
108	P	¿Y el tres?
109	Varios	De cartón
110	Mia	Más uno
111	P	¿Uno?
112	P	Vayan y miren grupo
113	Varios	pequeño
114	P	¿Les parece pequeño?
115	Varios	Mediano
116	P	Yo en el supermercado he visto unas cajitas pequeñas de cereal.
117	V	Le sumamos dos,
118	Varios	No tres
119	Varios	Nos da once
120	P	¿Cuál es más costoso? ¿Qué caja de cereal?
121	Varios	La más grande
122	P	¿Cuál es más económica?
123	Varios	La mediana
124	P	¿Cómo hacen para saber?
125	Varios	Por el precio
126	P	Y que ven en el precio
127	V	Un número más alto y otro más bajo
128	P	Muy bien!
129	P	Uds. ¿Qué producto llevarían, que decisión tomarían?
130	Varios	El mediano
131	P	¿Por qué Valentina?
132	V	Porque vale menos
133	S	Para no gastar un resto de plata
134	M	El mediano porque vale menos, porque es más económico y si comprara uno grande gastaría más dinero y si compro mediano gastaría menos, teniendo más
134	P	Supongamos que sus papás les dieron 15 georgies, miremos cuál comprarían
135	p	Si van a comprar el producto grande
136	V	Bueno si van a comprar el grande les sobraría muy poquito
137	P	Me podrían decir ¿cuánto les sobraría?
138	V	Gastan 12, entonces como les dieron quince pesos, gastan 12
139	M	Les quedarían 3000
140	P	3000?
141	M	3
142	P	Quiero que me expliquen, como lo hicieron
143	V	sumamos
144	p	Sus papitos les dieron quince y el grande vale 12
145	Valentina	Sumamos. Del 6 más tres y otro más tres da 12 (escribe la suma en el tablero $6+3+3=12$)
146	p	Aja
147	V	Y como pagaron 12
148	p	Ayúdenle equipo
149	V	Da 12
150	P	Listo, ese es el valor del producto y sus papitos les dieron 15 pesos
151	Varios	Gastamos doce
152	V	Teníamos 12
153	J	menos
154	V	Si menos
155	P	Alguien está llamando a alguien por ahí!
156	J	Mr. Minus
157	J	Menos que
158	M	Menos 15
159	J	Quince un uno y un cinco
160	J	Daría tres
161	P	Pero que pasa, este número frente a este como es (mostrando $12-15=3$)

162	V	Dibuja unos cuadrados en el tablero
163	P	¿Qué estás haciendo ahí?
164	V	Sumando. (Dibuja y cuenta doce cuadrados en un tablerito)
165	V	Y entonces nos dan quince... (dibuja tres mas)
166	P	Si
167	V	Entonces nos dieron 15 y quitamos doce (borra doce cuadrados del tablero-)
168	P	Y ¿por qué vas a quitar doce?
169	V	Porque teníamos que pagar 12 para comprar
170	V	Uno, dos, tres, cuatro....doce (va borrando cuadraditos) y quedan tres
171	p	Vamos pensando en otra estrategia
172	P	¿Cuántos georgies nos sobraron?
173	V	Three
174	P	¿Les parece costoso el producto?
175	P	Costoso, porque nos gastamos más plata y ahora solo quedan tres
176	P	Grupo muéstrenme otra estrategia
177	M	Acá tenemos quince (muestra quince bloques)
178	p	Muéstrenme
179	Varios	One, two, three....fifteen
180	p	¿How much is the cereal?
181	M	Doce, nos toca quitarle doce
182	P	Y ¿cuando quito que operación estoy haciendo?
183	M	restando
184	P	Ya le quitamos doce
185	P	Ok, podemos usar muchas estrategias en matemáticas para encontrar soluciones
186	M	Y nos quedarían tres. Porque como teníamos quince y le quitamos doce, quince es tres números mas

ANÁLISIS

Epi-# 16- “Clasificando productos en el supermercado” Colegio SGS

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>.En las líneas 1, 3, 9, 15 la profesora a través de preguntas busca validar los pre-conceptos sobre las características de los productos para poder clasificarlos en el supermercado.</p>	<p>En las líneas 2, 4 y 6, 14 14, 30 los estudiantes manifiestan comprensión sobre la clasificación y caracterización de los productos al manifestar que van organizados por categorías (aseo, bebidas etc.) y por marca y por precios</p>
		<p>En la línea 74 al preguntar cómo funcionan los precios, se busca que los estudiantes hagan una relación entre este y variables como material del empaque, tamaño etc. para que los estudiantes demuestren su comprensión.</p>	<p>En la líneas 39, 46, 50 y 52., 65 y 67 los estudiantes manifiestan comprensión al hacer una adecuada categorización del producto según sus características para determinar el precio.</p>
		<p>En la línea 144 y 150 la profesora recuerda los datos del problema para lograr un mejor desarrollo del mismo.</p>	<p>En la línea 75 y 77 los estudiantes manifiestan comprensión al relacionar el precio con el material del producto.</p>
			<p>En las líneas 121, 123, 125 y 127 los estudiantes manifiestan comprensión al determinar un número mayor de uno menor y concluir que esto los lleva a ser más costoso o más económico. Así mismo lo expresan al decir que hay un número más alto y uno más</p>

		bajo.
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En las líneas 78, 80 y 82 la profesora busca que los estudiantes verifiquen los valores de los materiales para que comprendan que cada uno tiene un valor diferente que va aumentando.</p> <p>En la línea 97 la profesora busca que los estudiantes vayan atrás y den cuenta del proceso realizado para obtener el precio de la caja de cereal grande hasta el momento.</p> <p>En la línea 134 la profesora reformula el problema con una situación hipotética: “Supongamos que sus papás les dan 15 georgies” para verificar relaciones y conceptos de adición y sustracción.</p> <p>En la línea 161 la profesora les pide a las estudiantes que observen que sucede en la ecuación $12-15 = 3$ para verificar el orden.</p> <p>En las líneas 98, 100 y 101 los estudiantes van hacia atrás para explicar el proceso realizado de adición para obtener el valor de la caja grande de cereal.</p> <p>En las líneas 85, 86, 87, 88 el estudiante manifiesta comprensión frente al precio al expresar que depende del material del que está hecho el producto y que el precio de los materiales depende de su durabilidad y resistencia del mismo.</p> <p>En la línea 145 el estudiante trabaja hacia atrás para verificar la adición realizada para llegar al precio del producto 12.</p> <p>En la línea 153 154 y 159 los estudiantes manifiestan comprensión al expresar que deben realizar una sustracción en el problema planteado dando la respuesta correcta de 3.</p> <p>En la línea 162 se observa comprensión al dibujar unos cuadrados en el tablero para explicar la situación planteada, dibujando doce cuadrados primero y después tres más porque expresa que “nos dan quince nuestros papás”. En la línea 167 expresa que le va quitar doce y los borra. En la línea 169 expresa que le quita doce cuadrados porque tenía que pagar.</p> <p>En las líneas 177, 179, 180, 181, 183, 184, 186 los estudiantes manifiestan comprensión sobre el proceso a realizar de sustracción, en razón a que usan unos bloques lógicos y partiendo de 15, quitan doce para llegar a tres bloques.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En la línea 65 y 68 la profesora pregunta lo que va a ocurrir con el precio al clasificar las dos cajas que hasta ahora valen igual, según su tamaño para monitorear la</p>

	<p>comprensión en la valoración y comparación de los números que están observando.</p> <p>En la línea 89 después de que los estudiantes han verificado los precios de cada material, les pregunta cuál es el más costoso para evaluar la comprensión entre mayor y menor.</p> <p>En las líneas 106, 108 y 111 la profesora monitorea con preguntas el proceso de obtención de los datos para sacar el precio de la caja mediana.</p>	
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>La profesora motiva con expresiones: muy bien al recibir la explicación sobre como saben que un producto es más costoso que el otro. (línea 76)</p> <p>El papel del profesor es hacer preguntas para llevar a los estudiantes a lograr una adecuada clasificación de los productos, verificar comprensiones, explicar procesos. (línea 97,124, 131,142)</p> <p>En la línea 129 la profesora invita a las estudiantes a tomar decisiones frente a dos cajas de cereales. (grande y mediana) para verificar las relaciones que hacen frente al precio, tamaño, utilidad etc.</p> <p>En la línea 185 la profesora hace alusión a que se pueden usar diferentes estrategias para encontrar las soluciones en matemáticas.</p>	<p>El papel del estudiante es resolver las situaciones problema que se le presentan haciendo uso de diferentes registros (dibujos, bloques, conteo mental, verbal etc.)</p>

Código T-10 SGS

Asignatura Matemáticas

Unidad Didáctica

FASE EXPLORATORIA

PONIENDO PRECIOS A LOS PRODUCTOS EN EL SUPERMERCADO

1	P	Cuánto vale esa coca-cola, cuantos georgies?
2	M	Eight, six (mostrando un grupo de seis dragones) seven, eight
3	P	Por qué partes de six? Como hiciste para hacer eso?
4	P	Por qué aquí hay three y three (señalando los dos grupos de three) y three plus three equal six
5	Varios	Plus two
6	M	Plus two eight
7	P	OK. Muy bien. Qque más, como hacemos para sacar le precio de ese producto del supermercado?
8	M	(Señala la cartelera de los materiales de los que están hechos los productos y señala el glass) is glass que valdría 5 georgies
9	P	Y entonces? Cómo hacemos?
10	M	Vale 13

11	P	Como hicieron para saberlo?
12	P	Yo ahorita mentalmente estaba contando así (muestra cinco dedos) y va mostrando cada uno al contar: nueve, diez, once, doce y trece
13	P	Ok. Llevamos trece pesos muy bien. Nos falta algo?
14	M	Si es small, médium or big
15	P	Como creen que es ese producto?
16	Varios	Big, medium
17	P	Big?
18	Varios	medium
19	M	Small
20	P	Y entonces? Que precio les da?
21	M	Vale 14, porque trece, catorce
22	P	Quien nos explica cómo hicieron para calcular ese precio
23	P	Buscan un tablero y marcador y escriben
24	M	Primero eight (lo escribe) plus five equal thirteen
25	P	Muy bien
26	Varios	Plus one equal 14
27	P	Ok. Alguien podría mostrarme ese proceso in the number line? Julia!
28	J	Eight (pone la ranita en el eight), plus five (mueve la ranita 5 saltitos)
29	Varios	Cuentan one, two, three, four, five mientras Julia mueve la rana de la recta numérica
30	P	A donde llegaste?
31	M	A trece
32	P	Que sumaste?
33	P	Deja a Julia
34	J	Eight, plus five equal 13
35	P	Que falta?
36	J	Plus one, equal 14
37	P	Muy bien grupo!
38	M	Asi puedes usar las sumas en el supermercado para ayudar a ser más fácil comprar más productos pero nosotros hicimos solo un producto pero podemos hacer con más
39	P	Cuanto vale ese producto
40	M	Escriben 14 georgies
41	P	Donde lo van a ubicar en el supermercado?
42	P	Muy bien! Como se llama esa categoría?
43	M	La categoría de las bebidas
44	P	Que producto tienen ustedes?
45	Varios	Una caja de cereal
46	P	Vamos a ponerle el precio a la caja de cereales
47	P	Como lo haríamos?
48	J	Alimentos sólidos vale 6 georgies
49	P	Que escogerían ahí, muéstrenme con sus deditos
50	Varios	Alimentos sólidos
51	P	Cuantos georgies?
52	Varios	Six
53	P	Six, very good
54	P	What material?
55	Varios	carton
56	J	Nueve
57	P	Como hiciste para saber que era nueve?
58	J	Por que seis más tres es nueve
59	P	Que estás haciendo ahí?
60	J	sumando
61	P	Addition ok! Falta algo? Is it big, médium or small?
62	Varios	Big...
63	J	Medium!! vale two así que eleven
64	P	De donde salió eleven?
65	J	Porque seis mas tres es nueve
66	J	Nueve más dos da eleven
67	P	Alguien me lo podría representar con las barras? Como sería Juanita?

68	J	Coge los bloques y cuenta one, two, three...
69	P	Cuantos hay?
70	J	Seis
71	P	Coge otros con sus manos. Cuantos le vas a agregar?
72	J	Tres..
73	P	Plus three y cuantos faltan?
74	Varios	Two
75	P	Ok. Can you count?
76	Varios	One, two, three, four, five,six, seven. Eight, nine ten. Le falta uno mas, porque era big, da twelve!
77	P	Vamos a revisar, cuantos eran inicialmente?
78	P	Seis
79	Varios	Six
80	Varios	Plus three
81	P	Cuanto llevamos ahí?
82	Varios	Nine
83	P	Y es big, médium or small?
84	Varios	Big
85	P	Vamos a mirar que tamaño tiene esta caja?
86	Varios	Big, big, big. (miden con los bloques lógicos?)
87	P	Les parece big?
88	Varios	Yes
89	P	Entonces cuanto vale?
90	Varios	twelve
91	P	Muy bien! Alguien me lo puede respresentar in the number line?
92	A	Coge la ranita en sus manos y dice en el six, tres
93	P	Porque la llevaste hasta alla?
94	A	Porque es carton y el carton vale three. Como es big vale otros tres y da twelve
95	P	Que hiciste?
96	J	Sumó, o sea saltó dos numeros
97	P	Uds suman en el supermercado?
98	Varios	Yo si
99	J	Yo sumo los tomates.
100	P	Como haces para sumarlos?
101	J	Una vez mi mamá me dijo cuatro tomates, cogí dos, cogí otros dos y conté cuatro
102	P	Donde ubicamos el producto?
103	Varios	Acá
104	P	Como se llama esa categoría?
105	Varios	cereals

ANÁLISIS

Epi-# 10- “Estableciendo precios en el supermercado” Colegio SGS

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	En la línea 85 la profesora les pide a los estudiantes quienes de manera intuitiva han expresado que la caja es grande, que utilicen la medición para descubrir.	En la línea 4 el estudiante muestra comprensión al expresar que para contar más rápidamente los georgies, armó visualmente 2 grupos de 3 imágenes, lo que le da seis dragones y luego suma dos. Con ello comprende que la suma le ayuda a contar más rápido.
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. 	En las líneas 27 y 67 la profesora invita a los estudiantes a usar diferentes registros para realizar las adiciones (con la recta numérica,	En las líneas 24 y 26 los estudiantes hacen uso de representaciones algorítmicas para llegar a la respuesta, así mismo

<ul style="list-style-type: none"> • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>mentalmente y de manera algorítmica).</p> <p>En la línea 77 la profesora invita a los estudiantes a verificar su proceso matemático de clasificación del producto y adición de las tres cifras en razón a que ellos descubren que hay una falla en su clasificación lo que hace que el precio varíe.</p>	<p>utilizan la recta numérica para realizar adiciones (líneas 28 y 29)</p> <p>En la línea 76 el estudiante descubre que deben verificar el resultado pues el producto está mal clasificado en su tamaño. Expresa que falta un número más porque el producto es grande y al cambiar de tamaño se adiciona uno más.</p> <p>En la línea 101 la estudiante para responder a la pregunta de la profesora sobre si se suma en el supermercado crea una situación vivida en el supermercado con adición de tomates.</p>
<p>Estrategias meta-cognitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En las líneas 27 y 67 la profesora busca evaluar a través de diferentes recursos y registro que pide a los estudiantes, el proceso de la adición.</p>	<p>En la línea 12 el estudiante expresa que realizó una adición de manera mental, dando el resultado correctamente 13 (sumando 3 números). Demuestra que hizo un proceso de planeación mental para llegar a la respuesta.</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>El papel del profesor es guiar a los estudiantes a través de preguntas y a través de ellas pedirles que expresen los diferentes procesos mentales y matemáticos usan cuando encuentran una respuesta.</p>	<p>El estudiante en la línea 12 manifiesta la utilidad de hacer procesos de manera mental para encontrar respuestas.</p> <p>En la línea 38 el estudiante manifiesta que las adiciones le hacen más fácil la compra de productos, con lo que manifiesta una relación positiva hacia las matemáticas.</p> <p>En la línea 101 el estudiante percibe que sumar le es útil en el supermercado cuando le ayuda a su mamá coger tomates.</p>

Código T-17 SGS

Asignatura Matemáticas

Unidad Didáctica

EPISODIO: AYUDANDO A CARLITOS EN EL SUPERMERCADO

FASE GUIADA

Los estudiantes deben resolver diferentes situaciones alrededor de la visita de Carlitos al supermercado. Necesitan establecer el precio de la caja de leche, saber si con el dinero que tiene le alcanza, cuánto dinero necesita para poder comprar la Caja de Leche, atender la queja del supermercado respecto a las manzanas, resolviendo problemas de estructura verbal aditiva.

1	P	Vamos a mirar la siguiente situación, dice, todos por favor muy atentos escuchando. Estamos en el supermercado y Carlitos tiene que tomar una decisión muy importante, recuerden que en el supermercado tomamos decisiones usando las matemáticas. Carlitos desea comprar una caja de leche grande para el desayuno de mañana y desea saber cuál sería el valor de la misma
2	P	Ok. Vamos a identificar las palabras desconocidas y los datos del problema, hay alguna palabra que no entiendan?
3	P	Crean que entienden todas las palabras?
4	P	Cuáles son los datos importantes del problema?

5	Varios	Leen: Carlitos desea comprar una caja de leche grande para el desayuno de mañana y desea saber cuál sería el valor de la misma
6	P	Para saber el valor de la Caja que datos importantes debo saber?
7	M	Grande y necesitas saber el valor
8	P	Grande, muy bien
9	I	Y que vale dinero
10	M	Unos georgies que dicen por si vale diez, catorce
11	P	Y qué características tenemos en cuenta?
12	M	Que sea líquido, aseó o que se pueda morder
13	P	Que más tenemos en cuenta para sacar el precio?
14	A	Tenemos cartón...
15	M	También el tamaño si es de cartón, plástico o vidrio
16	P	Eso no es el tamaño
17	M	El tamaño es si es grande, mediano o pequeño
18	S	Como el cartón puede ser el precio o también el vidrio y esas cosas
19	P	Y si es de cartón? Recuerdan cuánto vale?
20	A	Siiii catorce
21	J	Tres
22	P	El cartón cuánto vale?
23	Varios	Tres
24	P	Y si es de plástico cuánto vale
25	A	cuatro
26	P	Y si es de vidrio?
27	A	Cinco
28	P	Muy bien, van a sacar el precio de la Caja de leche
29	P	Interactuando varios
30	M	Primero que todo es líquido y el líquido vale 8, segundo que todo es cartón, es 8 más 3
31	A	Once
32	M	Once es ocho más tres y por lo que es mediano más 2
33	A	Es grande, es grande. Le agregas otros 3 y da catorce
34	P	Muy bien, ya lo hicieron mentalmente, como lo harían en sus hojas? Como sería grupo?
35	P	Entre todos buscamos la estrategia! Qué bueno las matemáticas nos sirven para muchas cosas
36	M	Primero 8 (lo escribe en la hoja) más que era
37	Varios	Mas tres igual 11 (escribe $8+3=11$) en la hoja. Mas
38	A	Otros tres
39	M	Dos, no tres. Tres es catorce
40	M	Me falto poner igual
41	P	Que operación hicieron ahí?
42	A	sumando
43	P	Y por qué sumaron?
44	A	Para saber cuánto da el precio
45	P	Ok.
46	P	Grupo muéstrenme su hoja
47	P	Como van a sacar el precio?
48	J	Sumando ocho más tres
49	A	Nueve, diez, once (usa sus dedos)
50	J	O también doce menos uno
51	A	No debería ser quince menos uno
52	P	Por qué?
53	A	Porque le quitas un numero al quince y se vuelve catorce
54	P	Bueno, escríbanme, como hicieron para obtener el precio?
55	A	Restando y sumando
56	P	Primero que hicieron
57	A	Primero sumar, diez más cuatro. No
58	A	Diez más dos más dos
59	J	Escribe ($15-14$).
60	A	Borra porque mira ahí dice setenta y cinco y setenta y cuatro
61	J	Tienes que poner ahí uno
62	A	No un siete

63	J	Escribe (15- 1= 14) en la hoja
64	P	Por qué hicieron esa operación? Por qué hicieron ese proceso?
65	P	Cómo hicieron para sacar el precio inicial, veo que acá me están mostrando una forma cómo podemos obtener catorce, pero como hago para sacar el precio inicial?
66	J	sumando
67	p	Muy bien, y que sumaron?
68	J	Ocho
69	P	Muy bien, escribálo
70	P	Esta es una forma de expresar 14
71	P	Ocho de que era?
72	J	DE la bebida
73	P	Muy bien, luego que sigue?
74	J	Tres
75	P	Tres, de qué era?
76	J	Del cartón
77	P	Es la caja de cartón del empaque de la leche
78	P	Mas tres?
79	Varios	Tres
80	J	Igual 11
81	J	Igual 11 mas
82	P	Ok, porque siguen sumando?
83	J	Porque nos faltó un tres
84	P	Y ese tres es de qué?
85	J	Del cartón
86	A	De catorce
87	J	De... del tamaño
88	P	Del tamaño muy bien!
89	A	Entonces si tenemos un trece
90	P	Me lo pueden hacer acá? Podemos usar la recta numérica
91	J	Ponen el dedo en el 8 y dice ocho
92	A	Sumas ocho
93	Varios	Más tres...once, más tres (uno, dos, tres). catorce
94	P	¿ dónde llegaron?
95	Varios	Catorce
96	P	Muy bien, ok!
97	P	Y esto que hicieron que es?
98	J	Una resta
99	P	Por qué hicieron esta resta?
100	J	Quince menos uno igual a catorce
101	J	Porque si cuentas el catorce está antes del 15
102	A	Si, entonces te guías por el número más grande que viste en el comienzo que estabas contando
103	P	Vamos a leer el problema y a identificar datos importantes o palabras desconocidas. Tengo siempre que identificar esas palabras, para poder comprender. Dice que tiene 10 georgies y desea saber si con ese dinero le alcanzaría para hacer la compra
104	A	Son catorce pero el solo tiene..
105	P	Cuáles son los datos importantes
106	M	Que tiene diez georgies
107	P	Habrá otro?
108	A	Que vale catorce pero el solo tiene diez georgies.
109	M	Necesitaría 4 mas (muestra los 4 dedos) porque catorce se puede hacer de 10 y 4
110	M	Es así.(Toma la hoja)
111	P	Uds. también me van a explicar. Dice que tiene 10 georgies y quiere saber si le alcanza para comprar ese producto, Uds. que dicen?
112	J	No, porque le faltarán cuatro
113	A	Cuatro georgies más
114	P	Que te hace decir que le hacen falta cuatro?
115	A	Porque en la anterior foto decían que era 14 entonces necesitamos como diez más manzanas
116	p	No, todavía no estamos hablando de manzanas. Estamos diciendo que él tiene un billete de 10 georgies
117	A	10 georgies y un billete de cuatro mas

118	P	Me lo pueden representar acá, como la harían
119	P	Uds., que piensan ya lo discutieron entre todos?
120	P	Me pueden explicar o contar su respuesta? Dice que tiene 10 georgies y desea saber si con ese dinero puede hacer la compra de la leche
121	M	Diez, no puede porque más cuatro es catorce. Escribe en la hoja ($10 + 4 = 14$)
122	P	Hay alguna otra forma de la cual lo podrían hacer?
123	M	Si digamos $16 - 2$
124	P	Bueno, porque hicieron eso?
125	M	Por qué dieciséis menos dos es catorce
126	M	Y lo podemos hacer en la number line
127	P	Es otra forma de representar el catorce pero miremos, 16 será un dato del problema, dos es un dato del problema?
128	varios	no
129	P	Necesitamos usar los mismos datos del problema
130	P	Vayan pensando, que se les ocurre
131	P	Grupo y Uds. cuéntenme a ver como lo hicieron?
132	A y varios	No le alcanza, le faltan cuatro georgies más. Porque teníamos diez y le agregamos cuatro igual catorce
133	P	Habría otra forma?
134	Varios	Si hay
135	J	Cuatro menos diez, porque sería lo mismo solo que restando
136	A	Ven yo lo hago
137	P	Estas seguro?
138	A	No, cuatro menos diez daría 10. Porque le quitas cuatro al catorce y le das diez
139	J	Puedes sumar trece más uno
140	A	si hay catorce menos diez
141	P	Que le van a quitar a catorce
142	J	diez
143	A	Los cuatro que sumamos
144	A	Y le daría diez
145	P	Están seguros? Catorce menos diez igual a diez
146	P	Quien me lo puede verificar in the number line?
147	A	Mira catorce menos cuatro
148	P	Cuatro?
149	varios	diez
150	P	Todos al tiempo y voy de numero en numero
151	Varios	Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez
152	P	A donde llegaron?
153	Varios	Al cuatro
154	P	Y ese cuatro que es?
155	J	El cuatro que le faltaba al diez para llegar al catorce
156	P	Súper bien! Bravo!

ANÁLISIS

Epi-# 17- "Problema Carlitos" Colegio SGS

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> Conocimiento informal e intuitivo. Hechos y definiciones. Procedimientos rutinarios. Conocimiento acerca del discurso del dominio. 	En las líneas 6, 11, 13, 19, 22, 24, 26, la profesora a través de preguntas verifica pre-conceptos y conocimientos respecto a las características a tener en cuenta y que influyen en el precio.	En las líneas 7, 9, 10, 12, 14, 15, 17, 18, 21 los estudiantes manifiestan comprensión de los pre-conceptos al nombrar los datos que deben tenerse en cuenta sobre un producto para encontrar el precio y desarrollar el problema,
	<ul style="list-style-type: none"> Errores consistentes o recursos débiles. 	En la línea 103, 105.107 la profesora lee el problema y hace preguntas para llevar a los estudiantes a identificar la	En las líneas 30, 31, 33, 44 los estudiantes manifiestan

	<p>información relevante.</p> <p>En la línea 57, 58, 59 el estudiante manifiesta un conocimiento intuitivo al expresar que llegaron al precio de 14, porque usaron la resta de 15-14, o sumaron $10 + 4$ o $10+2+2$. La profesora en las líneas 64 y 65 y 70 les expresa que esa es una forma de expresar el 14 pero les recuerda sobre el proceso para obtener el precio inicial.</p> <p>Así mismo en las líneas 123 y 125 los estudiantes expresan conocimiento informal e intuitivo al expresar que también obtienen 14 de restar $16-2$ por lo que aunque la profesora valida que es una forma de expresar el 14, les pide trabajar con los datos del problema en la línea 128 y 129.</p> <p>En las líneas 111, 116, 120 como procedimiento rutinario la profesora está recordando los datos y la pregunta del problema de manera constante.</p>	<p>comprensión sobre la operación a realizar (adición) para obtener el precio del producto realizándola de manera mental, comprendiendo que para obtenerlo deben sumar.</p> <p>En la línea 109, 117, 132 el estudiante manifiesta comprensión en el concepto de adición expresando que le faltan 4, pues catorce se puede hacer de diez y cuatro y expresando que necesita diez georgies y cuatro más, o que tiene 10 y si le agrega 4 da catorce.</p>
<p>Estrategias cognitivas o métodos heurísticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas), 	<p>La profesora en las líneas 65, 67, 69, 71, 73 y 75 les pide a los estudiantes volver atrás, recordando el proceso por el cual se obtiene el precio para ayudarlos a resolver el problema y que al hacerlo lo hagan mediante alguna representación, los estudiantes lo realizan de manera algorítmica.</p> <p>En la línea 90 para que los estudiantes verifiquen la respuesta obtenida del proceso de adición la profesora les pide que utilicen la recta numérica.</p>	<p>En la líneas 36, 37, 38 y 39 los estudiantes manifiestan comprensión al volver atrás para verificar el proceso de adición por el cual obtuvieron el precio, usando registro algorítmico (representación gráfica).</p> <p>En las líneas 91, 92, 93 los estudiantes manifiestan comprensión en la realización correcta del proceso de adición haciendo uso de la recta numérica para verificar su respuesta.</p> <p>En la línea 140 y 155 el estudiante manifiesta comprensión de la estructura aditiva al trabajar hacia atrás, pues realiza una sustracción $14-10$ para obtener cuatro</p>
<p>Estrategias meta-cognitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En la línea 1, 2, 3, 4, 6, 11, 13, 16 la profesora hace una lectura del problema para monitorear la comprensión de palabras desconocidas y datos importantes que se necesitarán.</p> <p>En las líneas 65, 67, 69, 71, 73 y 75 la profesora hace un proceso de monitoreo sobre el proceso de adición para obtener el precio del producto.</p> <p>En las líneas 141, 145, 146, 148, 154 la profesora realiza un proceso de monitoreo y evaluación sobre la</p>	<p>En las líneas 5, 7, 8 y 9, 10, 12, 14, 15, 17 y 18 los estudiantes manifiestan comprensión al descubrir cuáles son los datos a tener en cuenta para obtener el precio del producto y poder desarrollar el problema.</p>

		comprensión en la pertinencia del uso de la sustracción en el problema y en la realización del proceso como tal.	
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>El papel del profesor es verificar pre-conceptos, lograr claridad en la identificación de los datos del problema.</p> <p>En la línea 34 la profesora felicita a los estudiantes por haber realizado el proceso de manera mental e invita a los estudiantes a representar el proceso de adición por el cual obtuvieron el precio de manera gráfica, usando diferente registro semiótico.</p> <p>En la línea 119 la profesora invita a trabajar y discutir las respuestas de manera conjunta.</p> <p>En las línea 96 la profesora felicita a los estudiantes al haber encontrado la respuesta correcta en el proceso de adición para la obtención del producto. En la línea 156 felicita a los estudiantes por haber comprendido que con una sustracción también se podía resolver la situación.</p> <p>En las líneas 114,120, 122, 131 la profesora les pide a los estudiantes que expliquen sus respuestas como un procedimiento rutinario</p>	El papel del estudiante es buscar las respuestas a las preguntas que realiza la profesora, verificar sus procesos, realizar los procesos de manera conjunta, lanzar hipótesis, explicar sus respuestas haciendo uso de material concreto o representaciones gráficas.

Código T-18 SGS

Asignatura Matemáticas

Unidad Didáctica

EPISODIO: AYUDANDO A CARLITOS EN EL SUPERMERCADO**FASE GUIADA**

Los estudiantes deben resolver situaciones alrededor de la visita de Carlitos al supermercado. Necesitan resolver una situación alrededor de unas manzanas: Carlitos necesita realizar una queja pues el día de ayer compró en el supermercado unas manzanas para realizar una torta para el cumpleaños de su abuelita, cinco le salieron dañadas y se quedó con ocho, cuántas manzanas compró? Además necesita completar 14 manzanas para hacer la torta de su abuelita. Trabajaran en grupo y realizarán conteos, operaciones de adición y sustracción.

1	P	Carlitos necesita realizar una queja pues el día de ayer compró en el supermercado unas manzanas para realizar una torta para el cumpleaños de su abuelita, cinco le salieron dañadas y se quedó con ocho, cuántas manzanas compró? Es que el no se acuerda
2	P	Vamos a mirar primero los datos del problema? Hay alguna palabra que no entiendas?
3	Varios	no
4	P	Que será una queja?
5	Varios	Una queja es digamos
6	P	Uno por uno por favor
7	A	Uno queja es que manda a decir que cinco le salieron dañadas
8	M	Una queja de golpe es que te pegaron y tienes que decirle a alguien o a ese mismo niño. Una queja del supermercado es que algo te salió mal y tienes que realizar una queja
9	P	Cuáles son los datos importantes del problema?
10	M	Ocho más cinco es trece

11	P	Ocho manzanas que le salieron bien y cinco manzanas que le salieron mal. Es que el no se acuerda cuantas compró..
12	Varios	Tenía trece
13	P	Bueno me van a explicar usando las manzanas y escribiendo. Como lo representarías?
14	M	Yo primero pongo ocho
15	M	trece
16	M	Ocho primero
17	P	Vamos a ponernos de acuerdo
18	P	Por qué pones primero ocho manzanas?
19	M	Por qué ocho es como unas ocho que le salieron bien, entonces ocho mas
20	I	cinco
21	A	Ahí está cinco, ahí está cinco
22	P	Oh como hiciste para saber que ahí había cinco?
23	M	Por qué cuatro y uno
24	A	Porque yo he sabido mucho de los cinco, porque aquí tiene cuatro y le pone una en la mitad da cinco
25	I	Yo conté así (con sus dedos muestra un círculo)
26	P	Por qué pusieron cinco solitas?
27	M	Pusimos cinco porque fueron las que le salieron dañadas
28	A	Pero tenemos que contar primero para ver si está trece
29	P	Que van a hacer entonces?
30	M	Contarlas juntas
31	M	Uno, dos, tres, cuatro. O mejor cuatro (junta cuatro), ocho, siete, ocho nueve, diez (va contando de uno en uno)
32	M	no
33	P	Creen que el conteo de Martín está bien?
34	M	No, cuatro, ocho (junta cuatro y cuatro), nueve, diez, once, doce y trece
35	P	Que hizo Martín ahorita cuando contó, alguien me cuenta?
36	I	Contó de a grupos
37	P	Muy bien, y será que eso nos ayuda?
38	I	Sí, porque no te tardas tanto
39	M	Si porque cuatro y cuatro y solo tienes que contar las cinco que es fácil
40	P	Cuántas manzanas compró que no se acuerda?
41	A	trece
42	P	Me lo pueden mostrar en la hoja?
43	P	Grupo, Uds. cuéntenme, es que el no se acuerda cuantas manzanas compró, me cuentan que hicieron?
44	J	Ahí las rojas son las buenas
45	Varios	Y las verdes las dañadas
46	P	Y como creen que eso los va a acercar a la respuesta?
47	J	Porque podemos sumar
48	J	Y también contar
49	J	Y también podemos restar
50	P	Bueno, cuéntenme
51	S	Acá tenemos un grupo de cinco y otro grupo de ocho, entonces sumamos, unir (juntan las manzanas) y ahí forma trece
52	P	Muéstrenme que si hay trece
53	J	Uno, dos, tres, cuatro, cinco
54	S	Espérate (se le va más de una manzana al decir el número cuatro)
55	Varios	Uno, dos, tres, cuatro, cinco...hasta llegar a trece (forman una sola fila con las manzanas)
56	P	Ok. Alguien tiene otra estrategia para contar?
57	A	Restando, si tienes catorce, tienes quince pero le diste un poquito más del precio, te vaciaste un poquito más de precio antes de entregar la plata puedes restarle los quince
58	P	Quince?
59	A	Puedes restarle dos mas
60	P	Uds. creen que están trabajando con los datos del problema? Cuando me dicen 15-2; recuerden que los datos del problema son 5 le salieron dañadas y se quedó con 8. Es una forma de representar trece, pero recuerden que estamos usando los datos del problema
61	P	Grupo me cuentan que hicieron?
62	M	Hicimos primero ocho más tres igual a trece
63	P	Creo que tienen que verificar

64	M	Ocho más cinco..
65	I	Ocho más tres da once (cuenta con sus dedos)
66	P	Que pasó ahí?
67	M	Que pusimos tres. Ocho más cinco igual trece
68	P	Que representa el ocho?
69	M	Las manzanas que le salieron buenas y estas son las dañadas, pero antes de mirarlas el tenía trece
70	P	Y me cuentan porque hicieron esta operación?
71	M	Aquí trece menos cinco es ocho, hicimos lo mismo pero al revés
72	P	explícalo
73	M	Porque aquí creamos trece con ocho y cinco
74	M	Y aquí trece
75	P	De donde salió este trece?
76	M	Estas son las buenas (coge las manzanas) y estas son las malas, las verdes son las malas y las rojas son las buenas. Entonces uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce
77	M	Entonces trece menos cinco
78	P	Porque se van esas cinco?
79	M	Porque fueron las que le salieron dañadas entonces las tiene que botar y cuando las bota le quedan ocho
80	P	Muy bien, ese el resultado que tienen ahí!
81	P	Vamos a recordar con cuantas manzanas se quedó entonces?
82	Varios	Con ocho
83	P	Por qué perdió cuantas
84	Varios	cinco
85	P	Ojo, miren lo que pasa. Si Carlitos necesita catorce manzanas para hacer la torta, entonces que debe hacer? Él se quedó con ocho pero necesita catorce manzanas para hacer la torta
86	N	Comprar cuatro más porque además le faltaba uno porque compró trece
87	P	Por acá me dicen comprar cuatro más, Uds. que opinan?
88	J	No. Ir al mercado y comprar otras cinco
89	M	No comprar 8, compró trece y cinco le salieron malas eso es ocho. Pero ocho más seis ya es catorce
90	P	Hay muchas estrategias, me lo pueden mostrar de diferentes maneras, como va a tomar decisiones Carlitos?
91	J	Entonces tendría que comprar cinco
92	P	Que dice el grupo?
93	J	No, porque tenía trece y le quedaron cinco entonces tiene que comprar
94	Varios	Otras cinco
95	P	Con cuantas se quedó?
96	Varios	Con ocho
97	P	Pero necesita catorce
98	J	Tiene que comprar otras cinco
99	P	Háganlo y verifiquen
100	J	Tendríamos que hacer un grupo de ocho, un grupo de cinco y otro grupo de cinco
101	P	Muéstrenme con las manzanas, donde están los ochos
102	Varios	Las cuentan ..tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho
103	P	Es importante organizar le espacio para contar
104	Varios	ocho
105	P	Como saben?
106	J	Porque si contamos cuatro más cuatro igual ocho
107	A	Cinco mas
108	Varios	Uno, dos, tres, cuatro, cinco
109	P	Y ahora que van a hacer?
110	J	Hacer un grupo de cinco
111	P	El necesita catorce
112	J	contando
113	J	Uno, dos (señala varias)
114	P	Tienen que organizarlas para poder contarlas, si no las organizo no las puedo contar y voy señalando la manzana que voy contando
115	Varios	Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis (cuentan descoordinadamente)
116	P	Uno, solo uno con su dedito. Solo un dedo
117	varios	Uno, dos, tres, cuatro...hasta el trece

118	P	Y son catorce?
119	Varios	Le faltaría una. La ponen y dice catorce
120	P	Que hicieron mal ahorita?
121	A	Que se nos olvidó una manzana
122	P	Y entonces que numero era el que le iban a sumar
123	S	catorce
124	A	trece
125	J	Él tenía trece y se le olvidó comprar una porque eran catorce
126	S	Yo tengo una suma. Trece más uno es igual a catorce porque le falta un numero mas
127	P	Alejandro dijo es que necesita cinco manzanas más, será que está bien?
128	A	No, porque le faltaba una mas
129	P	Y entonces?
130	Varios	seis
131	J	Ocho más seis
132	P	Lo podemos hacer acá?
133	P	Y Uds. como lo hicieron
134	M	O sea ocho más seis si es catorce porque aquí tenemos (una, dos, tres, cuatro, cinco, seis
135	P	Y esas seis que representan?
136	M	Las que va a comprar
137	P	Y estas (grupo de 8)
138	Varios	Son las que ya tenía
139	M	O sea uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho pero si las unimos fuero esto
140	P	Porque las unen?
141	M	Porque si las compra tendría las suficientes (uno, dos tres, cuatro...hasta catorce)
142	P	Alguien tiene una estrategia para contar más rápido?
143	A	De cuatro en cuatro
144	M	De cuatro en cuatro o sea cuatro, ocho, o de dos en dos, dos, cuatro, seis, ocho, doce. ah diez, doce , catorce (haciendo grupos de dos manzanas)
145	P	Que le pasó a Martin mientras contaba?
146	A	Que se equivocó en una pero después la corrigió
147	P	En una?
148	A	Si porque dijo estaba en ocho y dijo doce pero le faltó el 9 y el 10
149	M	Me salté dos como si estas no existieran pero por lo que si existen entonces...
150	P	Bueno, muy bien y ustedes ya escribieron?
151	J	Ocho más seis igual catorce
152	P	Por qué escribieron esos números
153	J	Porque nos dimos cuenta que ocho más seis daba catorce
154	P	Y cuantas manzanas necesita comprar para completar catorce para la torta?
155	Varios	seis
156	p	Ok. Muy bien!

ANÁLISIS

Epi-# 18- “Problema Carlitos” Colegio SGS

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	En la líneas 1, 2, 4 la profesora lee el problema, preguntado por palabras desconocidas y datos importantes a tener en cuenta.	En la línea10 se observa como procedimiento rutinario que el estudiante confunde la expresión datos importantes con respuesta.
		La profesora no verifica que los estudiantes hayan comprendido los datos del problema.	En la línea 23 el estudiante manifiesta comprensión en el conteo al realizarlo de manera más eficiente agrupando 5 es igual a 4 más 1.
		En la línea 113 observa como recurso débil que los estudiantes no organizan las manzanas ni el espacio para realizar el conteo de manera ordenada	En las líneas 19 y 27 el estudiante manifiesta comprensión sobre los

	<p>y donde pueda haber clara correspondencia uno a uno, por tal razón en la línea 114 les expresa la importancia de organizarlas para contarlas bien</p>	<p>datos del problema y agrupa las manzanas en dos grupos. (las buenas y las que salieron dañadas) En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión sobre el proceso a realizar, adición para resolver el problema” ponerlas juntitas”.</p> <p>En las líneas 31 y 34 el estudiante manifiesta comprensión en los procesos de conteo al buscar formas de conteo rápido (cuatro en cuatro).</p> <p>En las líneas 44, 45 y 47, 51 los estudiantes manifiestan comprensión al formar dos grupos de manzanas y expresar que se tienen que sumar para encontrar la totalidad y respuesta.</p>
<p>Estrategias cognitivas o métodos heurísticos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas), 	<p>En las líneas 57 y 59 el estudiante manifiesta que tiene otra estrategia para realizar el problema y expresa $15 - 2 = 13$. La profesora busca que verifique si esos datos corresponden al problema dado. Le dice que es una forma de representar trece pero que no corresponde con los datos del problema, con los que debe trabajar.</p> <p>En la línea 62 los estudiantes expresan que hicieron ocho más tres da 13 por lo que la profesora en la línea 63 les pide verificar.</p> <p>En las líneas 72 y 75 la profesora le pide al estudiante que explique con sus palabras el proceso por el cual formuló a la resta.</p> <p>En la línea 87 la profesora expone ante los estudiantes las ideas y respuestas dadas para que expresen sus ideas.</p>	<p>En las líneas 19 y 27 el estudiante manifiesta comprensión en el uso de material concreto para representar la situación con dos grupos de manzanas.</p> <p>En las líneas los 64, 65, 67 los estudiantes demuestran comprensión al verificar el proceso, comprendiendo que ocho más tres es 11 y que escribieron mal un número.</p> <p>En la línea 71 el estudiante demuestra comprensión al trabajar hacia atrás expresando: Acá hicimos los mismo pero $13 - 5 = 8$</p> <p>En las líneas 76, 77 y 79 los estudiantes demuestran comprensión al explicar de manera verbal y en relación con la situación el proceso por el cual llegaron a la resta.</p> <p>En la línea 89 el estudiante manifiesta comprensión al verificar la información que necesita de la situación anterior y realizar la operación de adición correctamente para encontrar cuantas manzanas de más debe comprar para completar diez.</p>
<p>Estrategias meta-cognitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En las líneas 18 y 26 la profesora pregunta por la forma como agruparon las manzanas (8 y 5) para verificar la comprensión del problema.</p> <p>En la línea 35 y 37 la profesora busca evaluar la comprensión sobre la</p>	<p>En las líneas 36 y 38 el estudiante manifiesta comprensión frente a las preguntas realizadas sobre conteo más rápido al expresar que se cuenta en grupos y que sirve para “no tardarse tanto”</p> <p>En las líneas 130 y 131 los</p>

	<p>utilidad de formas de conteo rápido.</p> <p>En las líneas 92, 95 y 97 la profesora a través de preguntas hace un proceso de monitoreo de la comprensión de los datos a usar para resolver el problema después de evidenciar una falencia en los datos y en el proceso expresado en las líneas 91, 93 y 95.</p> <p>En la líneas 120, 122 , 127 y 129 la profesora les pide a los estudiantes que realicen un proceso de evaluación sobre el proceso de conteo realizado y que evalúen que hicieron mal y que opinan de la respuesta de su compañero.</p>	<p>estudiantes muestran comprensión al realizar un proceso de meta-cognición y encontrar el error en el proceso de conteo y en el número a sumar para completar catorce manzanas.</p> <p>En la línea 146,148, 149 los estudiantes manifiestan comprensión al realizar un proceso de meta-cognición evaluando la falencia que tuvo un compañero en el proceso de conteo de dos en dos (saltándose el 9 y 10)</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>En la línea 13 la profesora les pide que usen material concreto y representaciones gráficas para explicar sus respuestas y expresarlas en diferentes registros.</p> <p>En las líneas 80, al profesora felicita a los niños con la expresión muy bien, por el resultado logrado al explicar el proceso mediante el cual llegaron a la resta.</p> <p>En la línea 90 el profesor motiva a los estudiantes a usar diferentes estrategias para hacerlo.</p> <p>El profesor monitorea los procesos, hace preguntas mientras los estudiantes van realizando conteos, adicione o sustracciones para que expliquen con sus palabras por qué lo están haciendo así. (qué hiciste, explícalo, de donde salió el trece?, de donde salió el cinco?. También anima a los estudiantes a crear otras estrategias para hacer conteos más rápidos o resolver el problema de otra manera.</p>	<p>El papel de los estudiantes es resolver de manera grupal las preguntas, escuchar las preguntas que realiza la profesora, explicar sus procesos, buscar otras estrategias para realizar los procesos y encontrar las respuestas; usar material concreto y representaciones gráficas para encontrar las respuestas. Así mismo, exponer sus ideas y verificar los procesos que hacen sus compañeros del grupo.</p>

Código T-20 SGS

Asignatura Matemáticas

Unidad Didáctica

EPISODIO: AYUDANDO A MISS PALOMA A TOMAR DECISIONES EN EL SUPERMERCADO

FASE SINTESIS

Los estudiantes deben resolver problemas de estructura verbal en relación a situaciones que se presentan en el supermercado

Miss Paloma necesita ir al supermercado a comprar algunos productos para su hogar.

- A) Tiene 20 georgies y necesita comprar al menos dos productos de aseo. Que productos puede comprar con ese dinero?

Una vez calculados los precios de los dos productos, van a decidir si Miss Paloma puede comprar esos dos productos de aseo y si el dinero de 20 georgies le alcanza.

1	P	Cuánto valen los kleenex?
2	I	seven
3	P	No, cuanto les dio?
4	Varios	catorce
5	P	Y cuánto vale la crema?
6	P	Miss paloma tiene 20 georgies será que los puede comprar?
7	A	No, porque 14 más 14 da
8	A	14 más catorce que da
9	P	Resuélvanlo
10	A	Escribe catorce más... cruz
11	I	Cuenta con sus dedos y dice 24
12	P	Va a otro grupo
13	V	No se lo podría llevar porque vale mas
14	P	Cuanto tiene Miss Paloma
15	V	veinte
16	P	Y cuanto le faltaría para poder comprar el producto?
17	V	Uno más (ello sumaron los dos productos y les dio 21 a través de una operación algorítmica)
18	P	Va a otro grupo. Cuánto vale cada producto?
19	M	Este producto vale 13, porque es de aseo y el aseo vale 7 más 4 que es de plástico es 11 más dos que es lo mediano, es trece
20	P	Que producto es este Juana?
21	Varios	Una crema dental
22	P	Y cuánto vale?
23	Varios	once Ese once fue creado así: los siete de aseo
24	Varios	Mas tres del cartón
25	M	Entonces eso ya es 10, pero más uno que es lo que pequeño es 11
26	p	Vamos a recordar el problema de Miss Paloma
27	M	Miss Paloma iba al supermercado porque necesitaba dos productos de aseo y tiene 20 georgies
28	P	Será que se puede llevar esos dos productos?
29	M	Intentemos aquí (usa la recta numérica) trece más once. (Empieza a contar desde el trece pero la recta numérica solo va hasta 20), cuando llega a siete. Dice faltaría porque aquí solo vamos en siete y faltaría ocho, nueve, diez, once
30	P	bien
31	P	Que hicieron para saber el valor de los productos?
32	M	Trece y once
33	M	(pintando palitos) uno, dos , tres , cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece
34	P	Solo trece?
35	M	Pero más once es (pinta 11 palitos) y dice uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once
36	P	Ahora que hacemos?
37	M	Contar para ver cuantos le sobran
38	M	Y cuánto valen
39	P	Cuánto valen los dos
40	M	(Cuenta la totalidad de los palitos) y dice 22
41	P	Seguro?
42	M	no
43	P	Matías puedes ayudar a verificar
44	P	Que nos inventamos para que Martin no se confunda
45	M	puntitos (a cada palito que va contando le pone un punto) cuenta uno, dos, tres, cuatro...hasta llegar a 24.
46	P	Cuánto valen los dos productos?
47	Varios	24
48	P	Puede llevarlos Miss Paloma?
49	Varios	No
50	P	Cuánto dinero le hace falta?
51	M	cuatro
52	P	Ok grupo me van a contar cuánto valen los dos productos?
53	P	Que podemos usar para verificar
54	A	Usar los bloques haciendo así (muestra que los une)

55	P	Isaac que estás haciendo?
56	I	Una torre de 14
57	P	Muy bien
58	A	Y después le ponemos otros catorce
59	P	Quien hace la otra torre?
60	M	yooo
61	A	Yo le voy pasando
62	P	Cuantos llevas Mia?
63	M	siete
64	P	Bien y cuantos faltarían?
65	M	Siete más (cuenta desde 7 hasta 14 con sus dedos)
66	P	Muy bien
67	A	Y acá están los siete más
68	P	Cuantos llevas Isaac
69	I	catorce
70	P	Mía cuantas llevas?
71	M	diez
72	P	Y cuantas le faltan?
73	A	Once, doce, trece, catorce
74	P	Que van a hacer ahora con las barras?
75	Varios	contar
76	I	Contar las dos barras. Entonces uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis..hasta 28
77	P	Cuanto te dio?
78	I	28
79	P	Que numero habían puesto en la hoja?
80	M	Yo había puesto 28 y él me puso 24
81	P	Ok, lo pueden borrar
82	P	Alguien tiene una forma más rápida de conteo?
83	I	Podemos contar de a dos
	P	Como sería
84	I	O se te saltas uno
85	A	O se uno cuatro
86	I	Nooo uno dos
87	A	Ay no...uno tres
88	M	No, dos cuatro, seis, ocho, diez, doce, catorce
89	P	Bravo! Muy bien!
90	P	Organiza a todos los grupos. Los grupos nos van a contar como resolvieron la situación
91	M	La crema valía trece
92	P	Y cuánto vale la caja de dientes?
93	M	once
94	P	Como hicieron para saber si le alcanzaba a Miss Paloma o no?
95	M	Porque hicimos rallitas, sumando trece más once (pinta las rallitas en el tablero)
96	P	Miren la estrategia que utilizaron ellos
97	M	Pinta trece rallitas y va contando uno, dos, tres, cuatro, cinco...hasta trece. Mas once (pinta once rallitas y cuenta) uno, dos hasta once
98	P	Y que hicieron después?
99	M	Usamos puntos para saber cuál contamos porque a la primera nos dio 21 pero no era 21 era 24 pero para saber que era 24 hicimos uno, dos, tres etc. (va contando cada rallita y marcándola con un puntito)
100	P	Cuanto costaron los productos grupo?
101	M	24 y Miss Paloma tenía 20 entonces le faltaban cuatro para comprar los productos así que descubrimos que Miss Paloma no podía comprar los productos
102	P	Y que operación hicieron?
103	M	Hicimos grupos literal, luego los unimos, hicimos dos grupos y luego los unimos y nos dio 24 pero 24 valían los productos
104	M	Pero por lo que Miss Paloma tiene 20 entonces 24 menos no más 4 es 24
105	P	Que operación hiciste?
106	M	Sume 20 más 4 igual 24
107	P	Y cuanto le falta

108	M	cuatro
109	P	Será que hay otra estrategia para saber que a Miss Paloma le hacen falta cuatro?
110	M	Si quitando
111	A	Le tienes que quitar los cuatro borrándolos (borras de 24 cuatro palitos) o sea le quitas para que queden los veinte
112	P	Como lo escribirías, tienes 24
113	P	Andreina escribe 24
114	I	Y le quitas cuatro
115	P	Andreina borra el 24 y escribe 20
116	P	bien
117	P	Habrà otra estrategia, cuánto valen los productos?
118	A	(con los 24 palitos) dice le quito veinte acá (empieza a borrar 2° palitos) uno, dos, tres, cuatro...veinte
119	M	Solo tienes que dejar cuatro.
120	M	Una forma más rápido de hacerlo es borrar todos y asegurase de que solo quedan cuatro
121	P	Bueno, esa estrategia también sirve
122	M	Cuatro los dejamos y todos estos los borraríamos
123	P	Que operación hicimos ahí?
124	M	Una que es mucho más rápido de contar porque solo teníamos que asegurarnos que los cuatro queden haciéndole con el dedo una separación, como hacer un escudito
125	P	Que operación hicimos cuando le quitamos?
126	A	Escribe 24
127	P	Muy bien, cuanto le quitaste? (escribe mas)
128	P	Más o menos?
129	Varios	menos
130	P	Porque le borramos cierto?
131	I	Si, menos es una rayita, mas es una..
132	M	Ahora puso igual
133	I	Es una línea
134	P	Cuántas rayitas borraste?
135	A	una
136	I	twenty
137	A	Entonces hago el twenty?
138	P	si
139	A	Escribe 20
140	P	Y cuanto da eso?
141	P	Cuántas quedaron?
142	Varios	cuatro
143	P	Y ese cuatro que es?
144	A	Lo que le falta a Miss Paloma

ANÁLISIS

Epi-# 20- "Miss Paloma en el supermercado" Colegio SGS

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	En la línea 22 la profesora con una pregunta busca verificar pre-conceptos y conocimiento sobre la clasificación y adición.	En la línea 17 el estudiante manifiesta comprensión de los conceptos de mayor que al decir que Paloma no se puede llevar los productos porque valen uno más (ella tiene 20 y los productos valen 21)
		En la línea 37 con la pregunta: Ahora que hacemos? la profesora busca verificar procedimientos rutinarios de conteo y conocimiento sobre conteo y adición.	En la línea 19 el estudiante manifiesta comprensión al hacer una adecuada clasificación de los productos según su categoría, material y tamaño.
		En la línea 45 la profesora detecta un error en el conteo de los palitos que	

	<p>dibuja el estudiante para representar la situación y pide una idea para no confundirse en el conteo y hacerlo adecuadamente.</p> <p>En las líneas 63 y 65 la profesora busca verificar comprensión de conteo y adición con preguntas como: Cuantos llevas y cuantos te faltarían para completar 14?</p> <p>En la líneas 71 y 73 la profesora busca verificar las habilidades de conteo y comprensión del concepto de adición, con preguntas como Cuanto llevas? Cuantos te hacen falta?</p> <p>En la línea 75 la profesora con al pregunta que van a hacer ahora busca evidenciar un proceso rutinario que realizan los estudiantes de conteo (uno en uno) y propone en la línea 83 buscar una forma más rápida de conteo.</p>	<p>En la línea 19 el estudiante manifiesta comprensión sobre el concepto de adición al expresar que debe sumar esos valores para obtener el precio del producto.</p> <p>En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión al aplicar el concepto de adición para resolver la situación.</p> <p>En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión al usar la recta numérica para resolver la adición.</p> <p>En la línea 48 los estudiantes manifiestan comprensión sobre el proceso de la adición al dar el resultado del valor de los dos productos $13 + 11 = 24$.</p> <p>En la línea 52 el estudiante manifiesta comprensión sobre el concepto de adición al expresar que le faltan 4 pues tiene 20 y si le suma 4 llegaría a 24.</p> <p>En la línea 66 el estudiante manifiesta comprensión al hacer el proceso de la suma poniendo uno de los sumandos en la mente y contando desde ahí para completar 14.</p> <p>En las líneas 84 y 90 los estudiantes manifiestan comprensión en sus habilidades de conteo al expresar que se puede contar de dos en dos y realizarlo correctamente.</p> <p>En la líneas 113 y 114 el estudiante manifiesta comprensión del concepto sustracción al expresar que debe quitar o borrar.</p> <p>En la línea 121 y 145 el estudiante manifiesta comprensión sobre la sustracción y el problema porque expresa que a 24 le quita los 20 y le quedan los cuatro que le hacen falta a Miss Paloma para poder comprar los dos productos de aseo.</p> <p>En la línea 134 el estudiante manifiesta comprensión al expresar que el símbolo de la sustracción es una rayita.</p>
Estrategias cognitivas o	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar <p>En la línea 32 la profesora a través de la pregunta que hicieron para obtener</p>	En la línea 19 el estudiante manifiesta comprensión al expresar

<p>métodos heurísticos</p>	<p>procedimientos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>el valor del mismo busca que el estudiante reformule o verifique su proceso por el cual obtuvo el precio.</p> <p>En la línea 98 la profesora hace énfasis al grupo para que observen la estrategia utilizada por uno de los grupos para encontrar el valor total de los dos productos.</p> <p>En la línea 110 y en la línea 120 la profesora al expresar la pregunta cuánto le falta? Busca que los estudiantes reformulen el problema haciendo otra interpretación del mismo.</p>	<p>la adición de manera algorítmica.</p> <p>En las líneas 24, 25 y 26 el estudiante manifiesta comprensión al verificar el proceso por el cual se obtuvieron los valores para obtener el precio y al realizar adecuadamente la adición de manera algorítmica.</p> <p>En la línea 101 el estudiante manifiesta comprensión al reformular el problema haciendo uso de palitos en el tablero.</p> <p>En la línea 30 el estudiante manifiesta comprensión al expresar el concepto de suma como números que faltarían para llegar a..”</p> <p>En la línea 34 y 36 el estudiante manifiesta comprensión al expresar la adición del problema haciendo la representación con palitos de dos grupos que se unen (13 y 11).</p> <p>En la línea 46 el estudiante manifiesta más comprensión en el conteo adecuado al crear una estrategia de marcar con puntitos los palitos que ya ha contado.</p> <p>En la líneas 55, 57 y 59 los estudiantes manifiestan comprensión sobre el concepto de adición al expresar que hacen dos torres de bloques lógicos de 14 (lo que vale cada producto) y que después la unen con otra torre de 14 para obtener el valor de los dos productos.</p>
<p>Estrategias meta-cognitivas</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>En la línea 27 la profesora a través de “ vamos a recordar el problema de Miss Paloma busca verificar la comprensión del mismo.</p> <p>En la línea 54 la profesora les sugiere hacer uso de algún material concreto para verificar su respuesta.</p>	<p>En la línea 28 el estudiante manifiesta comprensión de la situación al poder narrar el problema con sus propias palabras resaltando los datos importantes del mismo.</p> <p>En la línea 101 el estudiante realiza un proceso de meta-cognición al explicar a sus demás compañeros cual fue la falla al contar y que estrategia utilizó para verificarla y corregirla.</p>
<p>Sistema de creencias</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>El papel del profesor es hacer preguntas para verificar los procesos por los cuales obtuvieron el precio, pedirles a los estudiantes que expliquen sus respuestas, recordar los datos importantes. Verificar los conocimientos sobre la adición y habilidades de conteo. Motivar a los</p>	<p>Los estudiantes están muy motivados durante la clase. Les alegra encontrar las respuestas y quieren ser los primeros en buscarla. Además los hace sentir felices e importantes el idear diferentes estrategias para encontrar la solución.</p>

estudiantes a buscar diferentes estrategias de solución y a representarlo a través de diferentes registros y materiales.

Anexo 12. Transcripciones y Análisis de Episodios Institución No. 2

Asignatura: Matemáticas

Curso: 1D

Fecha: Miércoles 2 de mayo de 2018

Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de exploración:

Actividad #1: Se inicia la sesión de clase en mesa redonda, para conversar sobre los objetos matemáticos y así identificar los conocimientos previos de las niñas.



Epi-01-CEV T-01-CEV

1	Profesora	¿Para qué sirven los números?
2	Salomé	Para contar.
3	Rocío	Para sumar.
4	Alexandra	Para restar.
5	Silvana	Para buscar el número del canal favorito.
6	Luciana	Para identificar el número de la casa.
7	Mariana	Para la cedula de nacimiento (registro).
8	Laura	Para saber en qué año nacimos.
9	Profesora	Muy bien, aquí mismo dijimos varias situaciones cotidianas en las que utilizamos los números, ¿alguien se dio cuenta? ¿en qué situaciones cotidianas utilizamos los números?
10	María Paz	Cuando identificamos nuestra edad.
11	Mariana M.	Cuando nos preguntan por nuestro canal favorito, el mío es el 53.
12	Alexandra	Pero es depende del canal que te guste, mi canal favorito es el 103.
13	Profesora	Muy bien, y ¿creen que es importante conocer los números? ¿por qué?
14	Laura	Sí, para saber los números y contarlos.
15	Profesora	Y ¿es importante que los adultos conozcan los números? ¿por qué? ¿qué pasaría si los adultos no conocieran los números?
16	Laura	Si es importante, porque si no los conocieran, no podrían ni sumar ni ayudarnos a hacer las tareas de sumas y restas.
17	Profesora	Y ¿qué pasaría si no existieran los números?
18	Luciana	No habría canales.
19	Profesora	¿No existirían los canales de televisión? ¿qué otro código podrían tener?
20	Laura	Podrían ser con letras.
21	Profesora	Que buena idea. Ahora, antes alguna dijo que los números servían para sumar ¿qué es sumar?
22	Mariana	Poner más números, por ejemplo uno más diez es igual a once.
23	Salomé	Cuando pones a una cantidad otra cantidad.
24	Profesora	Ok, y entonces ¿para qué sirve sumar?
25	Alexandra	Por si tú necesitas saber cuántos, por ejemplo globos o zapatos o lo que sea, y están separados, tú los puedes unir o sumar para saber cuántos tienes.

26	Profesora	Muy bien. Alexandra acaba de usar una palabra muy importante, ¿cuál fue?
27	Laura	Unir.
28	Profesora	Muy bien, cuando estamos uniendo estamos sumando. Cuando estamos sumando ¿qué más estamos haciendo?
29	Laura	Por ejemplo podemos sumar cuántos trozos de pizza hay para la fiesta.
30	Profesora	Y ahí ¿qué estamos haciendo?
31	Algunas	Uniendo.
32	Profesora	Estamos uniendo, estamos agrupando.
33	Mariana	Estamos mirando cuántos hay en total.
34	Profesora	Y para saber cuántos hay en total, ¿qué hago?
35	Laura	Sumar.
36	Profesora	Y al estar sumando, ¿qué estoy haciendo?
37	Mariana	Juntando y contando
38	Profesora	Muy bien.

ANÁLISIS Epi-#01-CEV

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	La docente en las líneas 1, 9, 15, 17, 19, 21, 24, 26, 28, 30, 34 y 36 realiza preguntas para identificar los conocimientos previos de las estudiantes, estas preguntas van encaminadas hacia la búsqueda de definiciones e identificación de la importancia y uso de los objetos matemáticos en situaciones cotidianas.	Las estudiantes en las líneas 2, 3, 4, 22, 23, 25, 29, 31, 33, 35 y 37 manifiestan diferentes definiciones acerca de los objetos matemáticos y expresan conocimientos previos. En las líneas 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, reconocen la importancia y el uso de los números en situaciones cotidianas.
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	No aplica. La situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.	No aplica. La situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	No aplica. La situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.	No aplica. La situación fue entorno a un conversatorio acerca de los números y las adiciones, no se formularon problemas para resolver.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	La docente en las líneas 9, 13, 21, 26, 28 y 38 utiliza expresiones que motivan la participación de las estudiantes y así mismo expresiones de alago y felicitación por las manifestaciones del conocimiento.	En las líneas 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 16 y 18 las estudiantes manifiestan creencias, sentimientos y percepciones frente a las matemáticas, ellas identifican la importancia y el uso que tienen los objetos matemáticos en situaciones cotidianas. Expresan pensamientos positivos.

Asignatura: Matemáticas

Curso: 1D

Fecha: Miércoles 2 de mayo de 2018

Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de exploración:

Actividad #2: Se inicia la sesión observando un video Huevo Kids “El número y sus contextos”, este video es animado y sus personajes muestran los diferentes contextos donde se identifican los números, por tal motivo, las niñas al observar el video, encuentran varias situaciones cotidianas donde se usan los números y a partir de lo anterior, la docente pide a las estudiantes que expresen más ejemplos de situaciones cotidianas con los números y va anotando en el tablero, para luego hacer una lectura general de las respuestas.



Epi-02-CEV
T-02-CEV

1	Profesora	Vamos a decir situaciones diferentes a las que vimos en el video.
2	Laura	Para identificar cuántos juguetes tenemos.
3	Silvana	Contar monedas para pagar.
4	Mariana M.	Para contar cuántos marcadores tenemos en el equipo y mirar si se nos perdió alguno.
5	María Paz	Para identificar nuestra edad.
6	María Alejandra	Para contar los cursos que hay en el colegio.
7	Profesora	Muy bien. Tenemos varias situaciones cotidianas donde usamos los números. Ahora, una de ustedes hablo sobre contar monedas, cuéntenme qué hacemos cuando vamos a una tienda y queremos comprar algo.
8	Alexandra	Para comprar necesitamos plata, que pueden ser monedas o billetes. Debemos mirar qué queremos comprar y mirar si nos alcanza la plata.
9	Profesora	Muy bien. Y ¿qué pasa si yo tengo más plata de lo que cuesta el producto que quiero comprar? Por ejemplo, quiero comprar una manzana que cuesta \$5 y yo tengo \$10 y pago con esa moneda.
10	Alexandra	Te tienen que devolver (realiza el cálculo con los dedos).
11	Profesora	Muy bien. Me sobra dinero y me tienen que devolver.
12	Alexandra	Y te sirve para ahorrar. Por ejemplo si te cuesta \$5 y tú pagas con una moneda de \$10, lo que te devuelven te sirve para llegar a la casa y poner en tu alcancía.
13	Profesora	Excelente idea.

ANÁLISIS Epi-#02-CEV

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>La profesora muestra un video en el que se puede observar diferentes situaciones cotidianas en que se usan los números y pide a las estudiantes que piensen en más situaciones en que ellas usen los números.</p> <p>Las acciones de enseñanza que se observan en este episodio en la categoría de dominio del conocimiento son cuando la profesora da ejemplos de situaciones con ayuda del video, para que las estudiantes tengan una idea e identifiquen otras situaciones cotidianas.</p>	<p>Las estudiantes en las líneas 2, 3, 4, 5 y 6 identifican situaciones cotidianas en que se usan los números, allí manifiestan su conocimiento frente al objeto matemático y relacionan actividades cotidianas en que usan los números para resolver situaciones. Manifiestan que usan el conteo como procedimiento rutinario.</p>
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>La profesora interviene en las líneas 7 y 9 propiciando un ejemplo de una situación cotidiana de compra para identificar cómo las estudiantes usan diferentes estrategias para solucionar el evento y qué métodos utilizan.</p>	<p>En las líneas 8 y 10 una estudiante manifiesta una estrategia de solución usando como recurso sus dedos, donde expresa que sí se tiene más dinero al momento de pagar le deben devolver y usa los datos suministrados para realizar el cálculo, la manzana cuesta \$5 y tiene \$10 para pagar, realiza el conteo con sus dedos y concluye que le deben devolver dinero. Así mismo, identifica la noción de número mayor y menor dentro de la estrategia de solución y verifica el procedimiento.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>La docente en la línea 9 realiza un ejemplo de una situación de compra para verificar las estrategias de solución que usan las estudiantes, allí se origina una situación problema por resolver.</p>	<p>La estudiante en las líneas 8 y 10 escucha con atención la situación, identifica los datos o la información suministrada, se imagina dentro de la situación en su vida cotidiana, usa como recurso sus dedos para realizar cálculo y manifiesta su respuesta o solución. Así mismo, en la línea 12 manifiesta la noción de ahorro, identificando el dinero que le sobra en la compra.</p>
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>La profesora en las líneas 7, 9, 11 y 13 usa expresiones de motivación y alago a las respuestas de sus estudiantes, como “muy bien”, “excelente idea”.</p>	<p>Las estudiantes participan con entusiasmo según se observa en el video.</p> <p>En la línea 12 la estudiante manifiesta una situación cotidiana de ahorro, allí se puede identificar creencias, sentimientos y percepciones frente al uso de las matemáticas en la vida cotidiana.</p>

Asignatura: Matemáticas

Curso: 1E y 1A

Fecha: Miércoles 2 de mayo de 2018

Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de exploración:

Actividad #3: la docente expone las reglas del juego “Adivinanzas de números”: Un participante se pondrá en la frente un papel que tendrá un número escrito, los demás niños no pueden decir cuál es el número, el participante debe hacer preguntas para poder adivinar cuál es y los demás niños solo pueden responder “sí” y “no”. Las preguntas pueden ser ¿el número es de una cifra? ¿el número es mayor que...? ¿el número es menor que...? ¿el número está entre tal número y tal número?

Cuando el participante adivine el número, cada equipo debe buscar dos números que al agruparse den como total el número adivinado. Por ejemplo: si el número de la adivinanza es 10, los equipos deben buscar $2+8$ o $5+5$ o $3+7$ o $4+6$ o $9+1$, etc.



Epi-03-CEV
T-03-CEV

1E	1	Nathalie	¿Es mayor de diez?
	2	Todas	No.
	3	Nathalie	¿Es menor de diez?
	4	Todas	Sí.
	5	Nathalie	¿Es de dos números?
	6	Todas	No.
	7	Nathalie	¿Es el uno?
	8	Todas	No.
	9	Nathalie	¿Es mayor del dos?
	10	Todas	Sí.
	11	Nathalie	¿Es menor de cinco?
	12	Todas	No
	13	Nathalie	¿Es el diez?
	14	Todas	No.
	15	Nathalie	¿Está entre el diez y el doce?
	16	Todas	No.
	17	Profesora	Ya te habían dicho que era menor de diez.
	18	Nathalie	¿Es el nueve?
	19	Todas	Sí.
	20	Profesora	Listo, ahora los equipos buscan dos números que al agruparse den como resultado el número nueve.
	21	Camila	Cinco y cuatro

22	Profesora	¿Cómo sabían que el cinco y el cuatro al agruparse daba como resultado el número nueve?
23	María José M.	Porque cinco más cinco nos da diez y le quitamos uno y formamos nueve (mostrando con sus dedos).
24	Ana María P.	Porque contamos de uno en uno y llegamos a nueve (mostrando con sus dedos).
25	Isabella	Porque contamos con colores.
26	Profesora	Muy bien.

1A	27	Tomás G.	¿Es mayor que cinco?
	28	Todos	Sí.
	29	Tomás G.	¿Es mayor que ocho?
	30	Todos	Sí.
	31	Tomás G.	¿Es el diez?
	32	Todos	No.
	33	Tomás G.	¿Es menor que trece?
	34	Todos	Sí.
	35	Tomás G.	¿Es el doce?
	36	Todos	Sí.
	37	Profesora	Listo, equipos ahora busquen dos números que al agruparse den como resultado el número doce.
	38	Isaac T.	Nueve más tres.
	39	Profesora	¿Cómo sabían que ocho y cuatro al agruparse tiene como resultado el número doce?
	40	Isaac T.	Porque conté y el nueve para llegar al doce necesita tres (con los dedos).
41	Lucas	Porque conté desde el nueve hasta el doce y me dio tres (con los dedos).	
42	Profesora	Muy bien.	

1A	43	Profesora	Listo, ahora busquen dos números que al agruparse den como resultado el número diez.
	44	Alejandro M.	Nueve más uno.
	45	Profesora	¿Cómo sabían que nueve y uno al agruparse tiene como resultado el número diez?
	46	Alejandro M.	Porque el nueve está primero que el diez y si le sumamos uno da diez.
	47	Carlos Mario	Ocho más dos
	48	Profesora	¿Cómo sabían que ocho y dos al agruparse tiene como resultado el número diez?
	49	Carlos Mario	Porque después del ocho sigue el nueve y después del nueve sigue el diez, osea que si tenemos ocho y dos formamos diez.
	50	Isaac T.	Porque al ocho le faltan dos números para llegar al diez.
	51	Profesora	Listo, muy bien.

ANÁLISIS Epi-#03-CEV

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>Con el juego la profesora identificó el dominio del conocimiento del concepto de número y adición.</p> <p>Al exponer las reglas del juego, la profesora hizo evidente las posibles preguntas que podían hacer para adivinar los números.</p> <p>En la línea 15 la niña pregunta si el número está entre el diez y el doce, la docente identifica que la estudiante no está atenta a las preguntas que está haciendo y a las respuestas que le han dado sus compañeras y recuerda que ya tenía como respuesta que el número era menor de diez, esto lo hace en forma de aclaración para que la estudiante se enfoque.</p> <p>Al dar la instrucción de buscar dos números para agrupar que den como resultado el número adivinado, la profesora puede identificar si los estudiantes identifican la noción de agrupar y sumar.</p>	<p>Los estudiantes en las líneas 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 27, 29, 31 y 33 manifiestan comprensión sobre los números al realizar preguntas para adivinar el número correcto del juego. En el video, se identifica que al poner atención a lo que van preguntando, adivinan el número con facilidad y realizan preguntas acertadas; pero si hacen preguntas sin estar atentos al juego, se demoran más tiempo en adivinar.</p> <p>Los estudiantes en las líneas 23, 24, 25, 40, 41, 46, 49 y 50 manifestaron procedimientos rutinarios de conteo para solucionar el problema.</p>
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>La profesora realiza preguntas en las líneas 22, 39, 45 y 48 para verificar procedimientos e identificar el uso de recursos y estrategias.</p>	<p>Los estudiantes en las líneas 23, 24, 25, 40, 41, 46, 49 y 50 verifican sus procedimientos, exploran problemas similares y hacen uso de recursos como sus dedos y los colores (material concreto y representaciones), así mismo realizan conteo y cálculo mental.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>La profesora realiza preguntas para identificar las estrategias que usan sus estudiantes en la resolución del problema, así mismo, observa el trabajo en equipo y la participación espontánea de los niños.</p>	<p>Los estudiantes manifiestan comprensión de los números y la adición al trabajar en equipo para encontrar dos números que al agruparse den como resultado el número adivinado. Cuando la profesora realiza preguntas, los niños se autoevalúan para identificar si la respuesta es correcta y expresan el procedimiento que siguieron para buscar la solución. Desde el inicio identifican lo que deben hacer y recordando lo que han aprendido y poniéndolo en uso, buscan diferentes estrategias de solución.</p>
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>La profesora en las líneas 26, 42 y 51 realiza expresiones de motivación para sus estudiantes, como “muy bien”.</p> <p>Las preguntas que realiza la profesora fomentan un espacio de retroalimentación para que los</p>	<p>Los estudiantes participan con entusiasmo en el juego y se observa motivación e interés por resolver los problemas. Los sentimientos y percepciones frente a las matemáticas son positivas.</p>

estudiantes identifiquen su proceso.
Al realizar un juego como base para el proceso de enseñanza y aprendizaje, los sentimientos y las percepciones son positivas.

Asignatura: Matemáticas

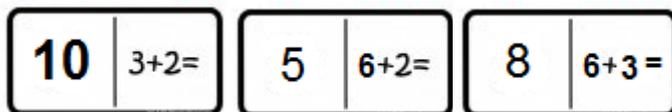
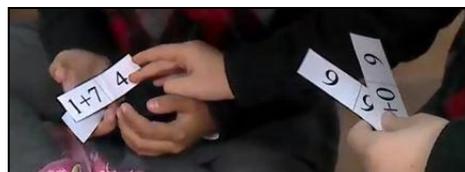
Curso: 1E

Fecha: Jueves 3 de mayo de 2018

Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de investigación guiada:

Actividad #1: Se realiza un juego de mesa “Domino de adiciones sencillas”. La docente expone las reglas del juego: se entregarán las fichas del domino por equipos, en el centro se pondrá la primera ficha para iniciar el juego, los participantes deben ubicar una ficha que tenga el número de la sumatoria y así sucesivamente se van poniendo las fichas.



Epi-04-CEV
T-04-CEV

1	Profesora	El salón está dividido en dos equipos, cada equipo tiene un juego de domino y cada participante tiene cuatro fichas. Muy bien. Ahora van a mirar en cada equipo la ficha que tenga el número tres y esa es la que inicia en el centro, luego el turno es para la niña que esté a mano derecha y así continúan, si no tienen la ficha con la respuesta dicen paso y continúa la siguiente. Listo, comiencen.
2	María José M.	Cinco más dos... es siete (conteo mental).
3	Profesora	Muy bien.
4	Paz	Uno más tres... cuatro (conteo mental).
5	Nathalie	Dos más tres... cinco (conteo con los dedos).
6	Isabella	Dos más cuatro... seis (conteo con los dedos).
7	Profesora	¿Cómo vamos?
8	Todas	Bien.
9	Camila	Cuatro más dos... seis (conteo con los dedos).
10	Ana María Z.	Dos más siete... nueve (conteo con los dedos).
11	Profesora	Gana la que se quede sin fichas.

ANÁLISIS Epi-#04-CEV

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	La profesora observa el proceso de cada equipo mientras el desarrollo del juego, evalúa la estrategia de solución, la comprensión del concepto de adición y reconoce la participación individual y grupal.	Las estudiantes manifiestan el conocimiento de los números y el proceso de adición al calcular los resultados del domino, se puede identificar en las líneas 2, 4, 5, 6, 9 y 10. Las estudiantes identifican la adición y realizan cálculo mental o usan sus dedos para resolver el problema, entre ellas mismas están atentas a los resultados para corregir, aceptar la respuesta y/o ayudar a las compañeras para continuar el juego.
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	La profesora indica las reglas del juego y da ejemplos para aclarar el proceso. La profesora verifica los procedimientos usados durante el juego.	Las estudiantes realizan conteo mental en las líneas 2 y 4. Las estudiantes usan recursos como sus dedos para realizar conteo en las líneas 5, 6, 9 y 10. En el video se observa que las participantes se ayudan a verificar los procedimientos y las respuestas.
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	La profesora monitorea el procedimiento del juego, observa las estrategias usadas y evalúa las respuestas. La profesora en algunas ocasiones lee la información de la ficha o repite la respuesta dada por las estudiantes, como estrategia de atención y concentración.	Las estudiantes identifican el proceso del juego, respetan turnos de participación, escuchan las respuestas de sus compañeras y evalúan el procedimiento al realizar también el cálculo para identificar si la respuesta es correcta o no.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	La profesora en las líneas 3 y 8 usa expresiones de felicitación frente a las respuestas de las estudiantes. La profesora en las líneas 7 y 11 usa frases de motivación y llamado de atención para que todas estén interesadas y concentradas en el juego.	Las estudiantes se observan en el video muy interesadas en el juego, están atentas y se ayudan para buscar la respuesta correcta. Las estudiantes identifican que en el transcurso del juego están repasando y aprendiendo matemáticas. En el video se observa sonrisas y se escuchan expresiones de felicidad.

Asignatura: Matemáticas

Curso: 1D

Fecha: Viernes 4 de mayo de 2018

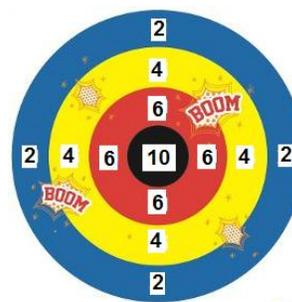
Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de investigación guiada:

Actividad #2: La docente lee la siguiente situación: Un grupo de amigos se dividieron en 3 equipos para jugar tiro al blanco, cada jugador solo podía

lanzar 2 tiros e iban anotando los puntos. Al final, cada equipo contó el total de puntos y compartieron las siguientes preguntas ¿quién es el equipo ganador? ¿cuántos puntos le faltaron a cada equipo para empatar con el ganador? ¿si el puntaje ganador fuera 22, en qué lugares del tablero debieron caer los tiros?

Luego de contar la situación, las niñas la representan, el curso se divide en 3 equipos y viven la misma situación.



Epi-05-CEV T-05-CEV

1	Profesora	¿Cuántos puntos tiene cada equipo?
2	Alexandra	48
3	Laura	46
4	Silvana	52
5	Profesora	¿Cómo realizaron el cálculo total?
6	Alexandra	Contando de uno en uno.
7	Laura	Contando con los dedos.
8	Silvana	Sumando con los dedos.
9	Profesora	¿Quién es el equipo ganador?
10	Algunas	El equipo 3.
11	Profesora	¿Por qué el equipo 3 es el ganador?
12	Alexandra	Porque tiene mayor número.
13	Profesora	Muy bien. ¿Cuántos puntos le faltaron al equipo 1 para empatar con el ganador?
14	Mariana J.	4.
15	Profesora	Muy bien. ¿Cómo calcularon para saber que le faltaba 4 puntos?
16	Mariana J.	Le sumamos 4, contamos desde el 48 hasta el 52.
17	Profesora	Muy bien. ¿Cuántos puntos le faltaron al equipo 2 para empatar con el ganador?
18	Laura	6.
19	Profesora	Muy bien. ¿Cómo supieron eso?
20	Alexandra	Conté 47, 48, 49, 50, 51 y 52.
21	Profesora	Muy bien. Ahora, ¿si el puntaje ganador fuera 22, en qué lugares del tablero debieron caer los tiros?

22	Alexandra	2 veces en el 10 y una vez en el 2
23	Profesora	Muy bien. Y ¿cómo hicieron la cuenta?
24	Mariana J.	Porque $10 + 10$ es 20 y $+ 2$ es 22.
25	Profesora	Muy bien. ¿en qué otros espacios del tablero podía caer para que de 22?
26	Rocío	En el 4 y en el 2.
27	Profesora	¿Cuánto es $4 + 2$?
28	Rocío	6.
29	Profesora	Exacto, pero debe dar 22.
30	María Alejandra	En el 10, 4 y 6.
31	Profesora	Listo, ¿cuánto nos da en total?
32	María Alejandra	$10 + 4$ es 14 y $+ 6$ es 15, 16, 17, 18, 19 y 20.
33	Profesora	Exacto, pero debe llegar a 22. ¿Cuánto falta?
34	María Alejandra	2.
35	Profesora	Muy bien. ¿les gusto el juego? ¿qué aprendieron hoy?
36	Algunas	Sí.
37	Rocio	A sumar.
38	Silvana	A no pelear y a escuchar.
39	Mariana M.	A contar.
40	Sara Sofía	Recordamos los números.
41	Profesora	Excelente, muy bien.

ANÁLISIS Epi-#05-CEV

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>La profesora observa el proceso de cada equipo en el conteo de puntos, pregunta por el total y pregunta cómo realizaron el cálculo para saber qué estrategia usaron.</p> <p>La profesora realiza preguntas en las líneas 1, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 23, 25 y 27 para identificar los conocimientos previos de las estudiantes.</p> <p>La profesora realiza preguntas en las líneas 5 y 15, como por ejemplo ¿cómo realizaron el cálculo total? o ¿cómo calcularon para saber que le faltaba 4 puntos? Para verificar los procedimientos rutinarios.</p> <p>La profesora al observar un error en las líneas 25 y 26 realiza una pregunta en la línea 27 para que la estudiante compruebe el resultado e identifique en las líneas 28 y 29 la equivocación y así aclare que le hace falta.</p>	<p>Las estudiantes manifiestan la comprensión de los números y la adición al realizar conteo de puntos en las líneas 2, 3 y 4, así mismo, al identificar el equipo ganador en las líneas 10 y 12, también cuando calculan que puntaje hace falta para empatar al ganador en las líneas 14 y 18.</p> <p>Las estudiantes manifiestan comprensión al exponer los procedimientos y las estrategias usadas para resolver el problema en las líneas 6, 7, 8, 16, 20 y 24.</p> <p>Las estudiantes identifican sus errores con ayuda de la profesora y corrigen sus respuestas desde la línea 25 hasta la línea 34.</p> <p>Las estudiantes manifiestan qué recordaron o aprendieron en las líneas 37, 38, 39 y 40.</p>
	Estrategias	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o 	La profesora realiza preguntas que

cognitivas o métodos heurísticos	probar y verificar procedimientos. <ul style="list-style-type: none"> • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	llevan a sus estudiantes a verificar los procedimientos en las líneas 5, 15, 19 y 23. La profesora pregunta y aclara para reformular el problema y corregir errores en las líneas 27, 29, 31 y 33. La profesora realiza preguntas para identificar el uso de recursos en las líneas 5, 15, 19 y 23.	comprensión al verificar sus procedimientos en las líneas 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24 y 32. Las estudiantes manifiestan comprensión al expresar qué recursos usan para resolver el problema en las líneas 6, 7, 8, 16, 20, 24 y 32, usan sus dedos, conteo de uno en uno y cálculo mental.
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	La profesora da un ejemplo de una situación para que las estudiantes procedan y expresa las instrucciones del juego. Durante el desarrollo del juego la profesora observa y monitorea la participación, con ciertas preguntas encamina el proceso para que las estudiantes identifiquen posibles caminos de solución y corrijan errores. La profesora evalúa al hacer preguntas para identificar procedimientos y estrategias de solución. La profesora realiza socialización de las respuestas.	En el video se observa cómo las estudiantes en cada equipo planean cómo realizar el conteo de puntos. Las estudiantes manifiestan comprensión de las matemáticas al identificar los procedimientos que usan para resolver el problema y observan diferentes estrategias para llegar al resultado. Las estudiantes se autoevalúan con la retroalimentación que realiza la profesora al hacer preguntas para que se identifique el proceso ya sea acertado o incorrecto. Después de realizar todo el proceso, los estudiantes manifiestan su aprendizaje y comprensión cuando responden “¿qué recordaron o aprendieron con la actividad?”.
Sistema de creencias	<ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	La profesora expresa frases de motivación y felicitación como “muy bien”, “excelente”, “exacto”.	En el video se observa que las estudiantes participan con entusiasmo, están a la expectativa de los resultados del juego y se evidencia sentimientos positivos en sus gestos. En las líneas 37, 38, 39 y 40 se identifican percepciones frente a las matemáticas, al responder qué recordaron o aprendieron a través del juego.

Asignatura: Matemáticas

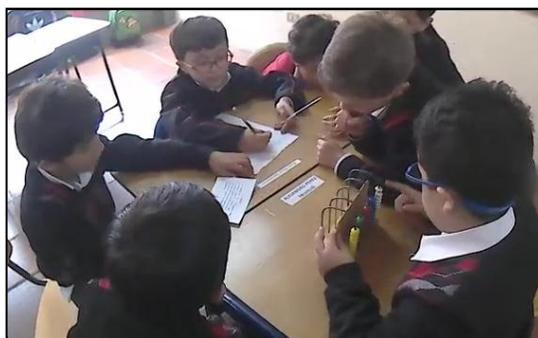
Curso: 1A

Fecha: Lunes 7 de mayo de 2018

Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de investigación guiada:

Actividad #3: La docente reparte por equipos una hoja con una situación escrita para resolver, así mismo entrega ábacos y una hoja en blanco, de esta forma los niños usan el material concreto, realizan dibujos y/u operaciones para resolver la situación. Al final se socializa las situaciones y las respuestas.



Equipo 1:

Los niños de 1A y 1B jugaron fútbol. 1A hizo 3 goles y 1B hizo 1 gol.
 ¿Cuántos goles se hicieron en el juego?
 ¿Quién fue el curso ganador?
 ¿Cuántos goles le faltaron a 1B para empatar?

Equipo 2:

Juan tiene 5 carros y Mateo tiene 2 carros más que Juan.
 ¿Cuántos carros tiene Mateo?
 ¿Cuántos carros tienen en total?
 ¿Quién tiene más carros?

Equipo 3:

Diana tiene 4 dulces y compra 2 dulces para tener la misma cantidad que María.
 ¿Cuántos dulces tiene María?
 ¿Cuántos dulces tienen entre las dos?
 ¿Quién tenía menos dulces?

Epi-06-CEV
T-06-CEV

1	Profesora	Lee la historia.
2	Agustín	Diana tiene 4 dulces y compra 2 dulces para tener la misma cantidad que María. ¿Cuántos dulces tiene María?
3	Profesora	Muy bien. ¿Cuántos dulces tiene María?
4	Carlos Mario	6.
5	Profesora	¿Cómo lo hicieron? Cuéntenme.
6	Carlos Mario	Sumando.
7	Profesora	Muy bien. Y, ¿cómo lo hicieron?
8	Carlos Mario	El primer dato fue 4 dulces (muestra 4 fichas en el ábaco), y compra 2 más (muestra 2 fichas en el ábaco).
9	Profesora	¿Y cuántos tiene ahora?
10	Carlos Mario	6.
11	Profesora	Entonces ¿cuál es la primera pregunta?
12	Agustín	¿Cuántos dulces tiene María?
13	Algunos	6.
14	Profesora	Entonces la respuesta completa es... María...
15	Algunos	María tiene 6 dulces.
16	Profesora	Muy bien. Ahora, ¿cuál es la segunda pregunta?
17	Agustín	¿Cuántos dulces tienen entre las dos?
18	Nicolás	12.
19	Profesora	¿Por qué 12?
20	Nicolás	Porque sumamos $6 + 6$ y da 12.
21	Profesora	Muy bien. Y, ¿por qué sumaste $6 + 6$?
22	Agustín	Porque decía ¿cuántos dulces tienen entre las dos? Y si una tiene 6 y la otra tiene 6, entonces tienen 12.
23	Profesora	Muy bien. Tercera pregunta.
24	Agustín	¿Quién tenía menos dulces?
25	Juan José	Diana.
26	José Manuel	María.
27	Profesora	¿Al fin quién, Diana o María? ¿Por qué Diana o por qué María?
28	Agustín	Diana, porque tenía 4 dulces y María tenía 6.
29	Carlos Mario	Pero Diana compró 2 dulces.
30	Profesora	Sí, muy bien, pero al inició ¿cuántos tenía Diana?
31	Carlos Mario	Tenía 4.

32	Profesora	Muy bien, entonces ¿quién tenía menos?
33	Carlos Mario	Ahhh, Diana.
34	Profesora	Excelente! Muy bien.

ANÁLISIS Epi-#06-CEV

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>La profesora acompaña la resolución del problema y realiza preguntas en las líneas 3, 5, 9, 11, 14, 16, 19, 21, 27, 30 y 32.</p> <p>Al realizar las preguntas identifica la comprensión en la resolución de situaciones aditivas y observa las estrategias y procedimientos, identifica conocimientos previos.</p> <p>La docente al encontrar una equivocación en el proceso y en la respuesta, interviene con preguntas de aclaración desde la línea 23 hasta la 33, para que los estudiantes recuerden los datos del problema, establezcan relación y corrijan.</p>	<p>Los estudiantes manifiestan la comprensión de la situación problema al leer e identificar los datos, en la línea 2.</p> <p>Los estudiantes usan el conocimiento previo para identificar la información importante, realizar los procedimientos adecuados y generar una respuesta, desde línea 3 hasta la 33.</p> <p>En el episodio se idéntica un error desde la línea 23 hasta la 33, cuando el estudiante está confundido con los datos del problema y la docente interviene recordando la información de la situación, el estudiante comprende donde está la equivocación y corrige su respuesta conscientemente.</p>
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>En el episodio se observan estrategias para resolver la situación problema específicamente cuando la docente realiza preguntas que apoyan y encaminan el descubrimiento de los estudiantes para encontrar la solución. Preguntas como: línea 7 “¿cómo lo hicieron?”, línea 11 “¿cuál es la primera pregunta?”, línea 16 “¿cuál es la segunda pregunta?”, etc., al realizar estas preguntas, los niños encuentran estrategias para resolver la situación problema.</p>	<p>Los estudiantes manifiestan comprensión al probar o verificar los procedimientos cuando la docente realiza preguntas en las líneas 7 y 21 “¿cómo lo hicieron?”, “¿por qué sumaron?” y los estudiantes responden en las líneas 22 y 28 “porque decía ¿cuántos dulces tienen entre las dos? Y si una tiene 6 y la otra tiene 6, entonces tienen 12”, “Diana, porque tenía 4 dulces y María tenía 6”.</p> <p>Los estudiantes manifiestan uso de recursos como ábaco y sus propios dedos en las líneas 8 y 20 “el primer dato fue 4 dulces (muestra 4 fichas en el ábaco), y compra 2 más (muestra 2 fichas en el ábaco)”, “porque sumamos 6 + 6 y da 12”.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>La docente realiza preguntas intencionadas que encaminan a la planeación, a la búsqueda de estrategias y a la evaluación de procedimientos y resultados, como “¿cuáles son los datos del problema?”, “¿qué estrategias</p>	<p>Los estudiantes manifiestan en su proceso de solución una fase de lectura y entendimiento del problema (línea 2), una fase de diseño identificando qué procedimiento pueden seguir según los datos y la pregunta, una</p>

	<p>usaron para resolver cada pregunta?”, “¿qué registros usaron?”.</p> <p>Las preguntas y aclaraciones que constantemente propone la profesora durante el episodio, hacen que los niños se autoevalúen durante el proceso de solución, al reflexionar sobre sus acciones, identificando una respuesta correcta o corrigiendo el error siendo conscientes del porqué del cambio.</p>	<p>fase de implementación al usar las estrategias de resolución (conteo, suma, etc.) y una fase de visión retrospectiva cuando la docente realiza preguntas para verificar los procedimientos y comprobar las respuestas (desde la línea 3 a la 34).</p> <p>Así mismo, cuando los estudiantes están confundidos en algún procedimiento o resultado, la docente realiza aclaración y nuevamente recuerda la información de la situación para que los estudiantes identifiquen el error y lo corrijan teniendo conocimiento del porqué se hace corrección (desde la línea 24 a la 24).</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>La docente expresa frases de elogio y motivación como “muy bien”, “excelente”.</p> <p>La docente al encontrar un error no manifiesta enojo ni impaciencia, al contrario guía el proceso y de una forma cordial ayuda al estudiante a identificar nuevamente los datos del problema para que encuentre la dificultad y la corrija.</p> <p>En el video, la docente realiza preguntas para conocer los sentimientos y percepciones de sus estudiantes como “¿cuál pregunta fue más difícil y por qué?”, “¿cómo se sintieron en la resolución de cada situación?”, “¿creen que las matemáticas son útiles en la resolución de situaciones cotidianas?”.</p>	<p>En el video se observa que los estudiantes participan con entusiasmo y alegría, se ayudan mutuamente y se dividen tareas como por ejemplo el niño que lee, el que usa el ábaco, el que escribe en la hoja, etc.</p> <p>Se evidencian las emociones frente a las matemáticas observando las actitudes, los gestos y la participación frente a la actividad.</p> <p>Los niños identifican que ellos pueden solucionar problemas gracias al conocimiento matemático que aplican.</p>

Asignatura: Matemáticas

Curso: 1E

Fecha: Jueves 10 de mayo de 2018

Implementación de Unidad Didáctica “aplicando las matemáticas mientras jugamos”.

Fase de síntesis:

Actividad #1: La profesora pidió a las niñas que trajeran de su casa un juguete para usar en clase. El aula se transforma en una “Tienda de Juguetes”, donde las niñas viven la experiencia real de compra y venta. Se usan billetes de juguete, hay 10 niñas vendiendo ubicadas por parejas y 10 niñas comprando también en parejas, a cada juguete se le pone un precio, teniendo en cuenta la cantidad de dinero que hay en el juego.

La docente entrega a cada pareja de compradoras una tarjeta en donde están las indicaciones de compra:



Pareja 1: comprar 3 juguetes con 75 pesos. Registrar la estrategia de compra.
 Pareja 2: comprar 4 juguetes con 95 pesos. Registrar la estrategia de compra.
 Pareja 3: comprar 2 juguetes con 38 pesos. Registrar la estrategia de compra.
 Pareja 4: comprar 3 juguetes con 64 pesos. Registrar la estrategia de compra.
 Pareja 5: comprar 2 juguetes con 83 pesos. Registrar la estrategia de compra.

Epi-07-CEV
T-07-CEV

1	Profesora	¿Cuánto dinero tienen?
2	Valeria	38 pesos.
3	Profesora	¿Cuántos juguetes deben comprar?
4	Catalina	2
5	Profesora	Muy bien.
6	Valeria y Catalina	Observan los juguetes y eligen el juguete rosado.
7	Profesora	¿Cuánto cuesta?
8	Ana María P.	5 pesos.
9	Valeria	Anota el valor del juguete en una hoja.
10	Catalina	Y el osito de corazón.
11	Profesora	¿Cuánto cuesta?
12	Paz	30 pesos.
13	Valeria	Anota el valor del juguete en la hoja.
14	Profesora	¿Cuánto deben pagar?
15	Valeria	$30 + 5$ es 35
16	Profesora	¿Les alcanza con el dinero que tienen?
17	Valeria	Sí.
18	Profesora	Listo, por favor paguen.
19	Catalina	Entrega 1 billete de 10, otro de 20 y otro 5.
20	Profesora	¿Deben dar vueltas?
21	Paz	No, está completo.
22	Profesora	Muy bien. Entreguen los juguetes vendidos a las compradoras. ¿Les sobró dinero?
23	Catalina	Sí, 3 pesos.
24	Profesora	Ok, para la siguiente compra.
Se realiza cambio de vendedoras y compradoras.		
25	Profesora	¿Cuánto dinero tienen?
26	Mariana	64 pesos.
27	Profesora	¿Cuántos juguetes deben comprar?
28	Zamantha	3
29	Profesora	Ok, y ¿cuáles quieren comprar?
30	Zamantha	El gato de 2 pesos.
31	Mariana	El Mickey Mouse de 4 pesos.
32	Zamantha	La bolita de 3 pesos (anota los precios en la hoja).
33	Profesora	Muy bien. ¿Les alcanza con el dinero? ¿Qué deben hacer?
34	Mariana	$2 + 4 + 3$
35	Profesora	Muy bien, y ¿cuánto es el total?

36	Zamantha	$2 + 4$ es 6 y $+ 3$ es 7, 8 y 9 (contando con los dedos).
37	Profesora	¿Por qué decidieron hacer esa estrategia de suma?
38	Mariana	Para saber cuánto debemos pagar en total.
39	Profesora	Muy bien. Ahora paguen. ¿Cómo van a pagar?
40	Mariana	Con 10 pesos.
41	Profesora	¿Dejamos así o deben dar vueltas?
42	Zamantha	Dar vueltas.
43	Profesora	¿Por qué deben dar vueltas?
44	Zamantha	Porque yo di 10 y es solo 9 me tienen que dar 1.
45	Profesora	Y ahí ¿qué estás haciendo para saber que te deben dar 1 peso de vuelta?
46	Mariana	Restar.
47	Profesora	¿Y por qué necesitamos restar?
48	Mariana	Para mirar si nos dan un billete de 1 o si nos dan más.
49	Profesora	Muy bien. Entonces paguen, den las vueltas y entreguen los juguetes vendidos.
Se realiza cambio de vendedoras y compradoras.		
50	Profesora	Deben comprar 2 juguetes con 83 pesos.
51	Silvana	El muñeco de 15 pesos y el delfín de 30 pesos.
52	Profesora	Listo. ¿Les alcanza el dinero? ¿Cuánto tienen que pagar? ¿Qué estrategia utilizan?
53	Luisa	Una suma, $30 + 15$ (lo anota en la hoja).
54	Profesora	Listo, ¿cómo lo hacemos?
55	Silvana	Comenzamos por las unidades.
56	Profesora	Muy bien y ¿cuánto nos da?
57	Silvana	5.
58	Profesora	Muy bien y ahora...
59	María José R.	Sumamos las decenas, $3 + 1$ que es 4.
60	Profesora	Excelente. ¿Cuál es el resultado? ¿Cuánto deben pagar?
61	Silvana	45 pesos.
62	Profesora	Muy bien. ¿Con cuánto van a pagar?
63	Silvana	Con un billete de 50 pesos.
64	María José R.	Y les debemos devolver.
65	Profesora	¿Cuánto?
66	María José R.	5.
67	Profesora	¿Cómo supiste eso?
68	María José R.	Porque resté 50 menos 45.
69	Profesora	Excelente. Ahora paguen, entreguen vueltas y los juguetes vendidos.

ANÁLISIS Epi-#07-CEV

Categoría	Subcategoría	Interpretaciones de las acciones de enseñanza	Interpretaciones de las manifestaciones de comprensión
Dominio del conocimiento o recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento informal e intuitivo. • Hechos y definiciones. • Procedimientos rutinarios. • Conocimiento acerca del discurso del dominio. • Errores consistentes o recursos débiles. 	<p>La profesora expone todas las instrucciones del juego de la tienda de juguetes, da un ejemplo para que las niñas identifiquen el proceso y aclaren dudas.</p> <p>La profesora observa durante el juego las acciones de las niñas, en las líneas 1, 3, 7, 11, 14, 16, 20, 25, 27, 29, 33, 39, 41, 52, 60 y 62, interviene haciendo preguntas para encaminar las estrategias de solución al problema, así mismo para aclarar dudas y ayudar a revisar los procedimientos, tales como: “¿cuánto dinero tienen?”, “¿cuántos juguetes deben comprar?”, “¿cuánto cuesta?”, “¿cuánto deben pagar?”, “¿les alcanza con el dinero?”.</p> <p>La profesora al observar y realizar preguntas, identifica conocimientos previos, procedimientos rutinarios y errores o dificultades.</p>	<p>Las niñas manifiestan comprensión al usar sus conocimientos previos en el momento de resolver el problema en la situación de compra y venta. Cuando las niñas responden las preguntas que realiza la profesora, están expresando su aprendizaje, así mismo la aplicación y uso de las matemáticas en los procedimientos y estrategias de solución. Todo lo anterior se puede observar en las líneas 2, 4, 16, 19, 21, 34, 36, 40, 42, 44, 46, 48, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 64, 66 y 68. Las niñas identifican los números, el proceso algorítmico y el uso de la adición y sustracción, entre otros, como ejemplo: “30 + 5 es 35”, “entrega 1 billete de 10, otro de 20 y otro 5”, “2 + 4 es 6 y + 3 es 7, 8 y 9 (contando con los dedos)”, “porque yo di 10 y es solo 9 me tienen que dar 1”, “una suma, 30 + 15 (lo anota en la hoja)”, “comenzamos por las unidades”, “sumamos las decenas, 3 + 1 que es 4”.</p>
Estrategias cognitivas o métodos heurísticos	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos. • Reformular el problema. • Explorar problemas similares. • Uso de recursos (material concreto, representaciones gráficas) 	<p>La profesora realiza preguntas para explorar las estrategias que formulan las niñas en el momento de resolver la situación, de esta forma verifica los procedimientos y el uso de recursos como conteo con los dedos, cálculo mental, algoritmos escritos en la hoja, entre otros; lo anterior se evidencia en las líneas 14, 16, 33, 35, 43, 52 y 67, con preguntas como “¿cuánto deben pagar?”, “¿les alcanza con el dinero que tienen?”, “¿qué deben hacer?”, “¿cuánto es el total?”, “¿por qué deben dar vueltas?”, “¿qué estrategia utilizan?”, “¿cómo supiste eso?”.</p>	<p>Las niñas al responder las preguntas que realiza la profesora, identifican su propio proceso de resolución y reconocen el uso de recursos; en las líneas 15, 19, 36, 44, 53 y 68.</p> <p>Las estudiantes al identificar situaciones cotidianas como compra y venta, relacionan lo aprendido en clase y lo ponen en práctica.</p> <p>Las estudiantes al hacer compras en la tienda de juguetes, identifican los precios y reconocen la necesidad de adicionar para encontrar el total que debe pagar y las vendedoras reconocer que deben restar para dar vueltas.</p>
Estrategias meta-cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • Planeación. • Monitoreo y evaluación. 	<p>La profesora observa el proceso del juego y en algunos momentos realiza preguntas para aclarar dudas o guiar el procedimiento y las estrategias, tales como: ¿cuánto dinero tienen? ¿qué pueden comprar con ese dinero? ¿qué estrategia usan para saber qué juguetes comprar? ¿qué estrategia usan para saber si el dinero les alcanza? ¿cómo saben cuánto dinero deben recibir para la compra? ¿cómo saben cuánto dinero deben devolver al</p>	<p>Durante todo el episodio, la profesora realiza preguntas para guiar la planeación y el monitoreo del proceso, las estudiantes al responder las preguntas eligen las estrategias y procedimientos oportunos para dar solución al problema, en este caso identificar los datos y realizar las operaciones matemáticas.</p> <p>Las estudiantes durante la solución de la situación, manifiestan comprensión al identificar los números, las unidades y las decenas, el proceso algorítmico y el uso de las adiciones y sustracciones; lo anterior en las líneas 15, 19, 36, 44, “30 +</p>

	<p>comprador? ¿cómo saben cuál es el precio total de dos, tres o más juguetes? ¿cómo usan las matemáticas en esta situación de la tienda? Etc. De esta forma, se enfoca la atención de las niñas en cuanto a las estrategias y la toma de decisiones dentro de la situación problema.</p> <p>Todo el acompañamiento que realiza la profesora encamina la planeación, el monitoreo y la evaluación dentro de la situación.</p>	<p>5 es 35”, “entrega 1 billete de 10, otro de 20 y otro 5”, “$2 + 4$ es 6 y $+ 3$ es 7, 8 y 9 (contando con los dedos)”, “porque yo di 10 y es solo 9 me tienen que dar 1”.</p> <p>Desde la 53 hasta la 68 se observa el procedimiento “comenzamos por las unidades”, “sumamos las decenas, $3 + 1$ que es 4”, “porque resté 50 menos 45”.</p> <p>Este juego demuestra la aplicabilidad que tiene las matemáticas en la vida cotidiana y las niñas evaluaron los procesos que usaron para resolver cada situación, de esta forma se demuestra la comprensión del conocimiento adquirido, al ponerlo en práctica en algo habitual.</p>
<p>Sistema de creencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creencias de los individuos. • El papel del profesor. • El papel del estudiante. • Sentimientos y percepciones. 	<p>La profesora acompaña y orienta el proceso haciendo preguntas y comunicando expresiones que afirman y dan seguridad en el aprendizaje y comprensión de las niñas, tales como “muy bien”, “excelente” y con sus gestos demuestra aceptación y da confianza.</p>	<p>Al observar el video, las niñas participan y trabajan en equipo para resolver la situación problema. Las niñas demuestran el conocimiento al encontrar estrategias para para resolver la situación de compra y venta, se evidencia que disfrutaron el juego y el trabajo en equipo.</p> <p>En el video se observan gestos de sentimientos y percepciones positivas frente a las matemáticas.</p>

Anexo 13. Reflexión de la práctica pedagógica. Institución No.1

**Universidad de La Sabana
Maestría en Pedagogía
Énfasis en docencia para el desarrollo del pensamiento matemático
Enseñabilidad de las matemáticas II
Semestre 2-2016**

Estudiante: María Claudia Hoyos Anzola

HACIA UNA PRÁCTICA MÁS CONSCIENTE E INTEGRAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Es importante empezar mi reflexión haciendo mención sobre la importancia de las matemáticas en el desarrollo intelectual de los niños y niñas, pues con ella adquieren habilidades para la vida ayudándolos a ser lógicos, a razonar ordenadamente y preparar su mente para el pensamiento, la abstracción y la crítica. Por ello es fundamental el papel que juegan los profesores de matemáticas quienes tenemos una responsabilidad inminente en el desarrollo cognitivo de la humanidad teniendo a cargo el deber de formar personas que más adelante puedan ser aquellos que integren competencias cognitivas, comunicativas e incluso emocionales para ser capaces de hacerle frente a los retos que enfrenta no solo nuestro país sino el mundo entero.

Surge entonces la necesidad de asumir nuevos paradigmas y métodos que sean aptos de re-construir el conocimiento a través de nuevos procesos didácticos y pedagógicos, traspasando el modelo tradicionalista caracterizado por una simple y llana transmisión y acumulación de conocimientos, en donde muchas veces la teoría se encuentra desligada a la práctica. Bajo el modelo de formar estudiantes competentes se debe partir de la base de construcción de procesos de pensamiento y la vinculación e interés mediante contenidos y secuencias didácticas pertinentes y contextualizadas a la realidad en la cual se desarrollan. Se ha observado que existen diversos autores intentando conceptualizar el término competencias, entre ellos Spencer y Spencer (1993), Morin y E. (1995-2000) entre otros, sin embargo y desde un enfoque socio-formativo podemos entender las competencias como:

“Procesos dados por el entretendido de múltiples relaciones entre conocimientos, habilidades y actitudes puestos en escena en el abordaje de tareas y resolución de problemas pertinentes, de manera efectiva y eficiente, con conciencia, autonomía y creatividad, aprovechando de manera adecuada los recursos disponibles y aportando tanto al bienestar propio como al de las organizaciones donde se desenvuelve la persona.”

Si analizamos la orientación de las matemáticas por competencias, tomando como referencia el enfoque socio-formativo, podríamos afirmar que es allí a donde necesitamos apuntar como profesores de matemáticas, a generar destrezas tales como la expresión escrita y oral del lenguaje matemático, resolver problemas, hacer

razonamientos lógicos y realizar cálculos entre otras. De esta manera lograremos entrenar habilidades tales como planear, analizar, formular y resolver problemas entre otras.

Una de las tareas fundamentales de los profesores es la de planear sus clases y contenidos y es allí donde podemos empezar a ejecutar cambios. Planificar es imperioso para los docentes, pues nos permite relacionar la teoría con la práctica intentando que los contenidos programáticos puedan ser asimilados por los estudiantes de la mejor manera. El pensar con anterioridad las clases, secuenciando y segmentando los contenidos, haciéndolos funcionales y coherentes repercute de manera directa en la forma como los estudiantes se apropian de los objetos matemáticos de manera global e integral y en esta tarea es clave preguntarse más que por los temas a enseñar, por los objetivos y procesos a desarrollar, por los desempeños que lograrán, pues de ésta manera se podrán evaluar y analizar resultados y analizar si se cumplen o no las metas. Una planeación basada en objetivos y desempeños claros, ejecutables y evaluables permitirá hacer los ajustes necesarios cuando así se requiera y encauzará las sesiones.

No hay que olvidar que la planeación no debe ser algo rígido, pues seguramente en algunas oportunidades nos encontraremos ciertas variantes que pueden escapar de nuestro control por circunstancias especiales. Sin embargo, hay que tener en cuenta que además de ligar y partir de los conocimientos previos para enlazar las temáticas en aras de generar competencias y aptitudes en nuestros estudiantes, hay varios aspectos fundamentales que debemos tener en cuenta a la hora de planificar nuestras secuencias didácticas matemáticas o la enseñanza de los objetos matemáticos los cuales son: la comunicación y el lenguaje, la resolución de problemas, la modelación, la formulación de hipótesis, la auto-regulación y monitoreo constante de los procesos y aprendizajes y la habilidad de resolución de algoritmos. De esta manera una planificación adecuada implica que los profesores tengan la posibilidad de recurrir a diversas herramientas y metodologías para un eficaz desarrollo del proceso aprendizaje-enseñanza.

Desde la óptica del lenguaje y la comunicación, hacemos referencia a la importancia de hacer uso de un lenguaje matemático propio y apto para el momento evolutivo de los estudiantes. Ello evita no solamente conflictos cognitivos posteriores, sino que además se debe enriquecer el léxico del estudiante respecto a la conceptualización de los objetos matemáticos a partir de la presentación del lenguaje de esta disciplina en cada uno de los constructos matemáticos: definiciones, demostraciones y propiedades, entre otros. Es importante no demeritar la capacidad de los estudiantes para la adquisición del lenguaje matemático y cómo también la apropiación de éste por parte de ellos permite un desarrollo del pensamiento y comunicación matemática. Se necesita introducir los términos matemáticos de manera natural en cada una de las clases y no trabajarlo como un tema específico. Reconocer que existen los llamados “dialectos matemáticos” como un paso transitorio entre el lenguaje cotidiano y el matemático y es determinante que culmine en la manipulación de los objetos matemáticos y no en una des-conceptualización de los mismos. Así Lee, C. (2009) nos menciona al respecto: “Los profesores incrementan la habilidad de sus alumnos para aprender

matemáticas al ayudarles a expresar sus ideas mediante el lenguaje apropiado y al reconocer que necesitan usarlo de modo diferente al lenguaje coloquial”.

La clave para una transferencia adecuada del mensaje entre docente-estudiante es la comunicación interpersonal efectiva. En ello, debe existir una transferencia consciente y correcta del mensaje de manera tal que se pueda asegurar la comprensión del contenido didáctico sobre lo que se pretende enseñar. El objetivo de lograr aprendizajes significativos, se debe a la interacción que se da no solamente vía profesor-estudiante donde haya un clima positivo en el aula, sino que además es vital esa interacción alumno-alumno en el que se propicia el enriquecimiento del aprendizaje como resultado de la interacción, colaboración, participación y exposición de experiencias previas y la ayuda de otros para lograr una construcción del conocimiento matemático, a través de la organización de debates.

De la mano de la comunicación adecuada, no solamente debe tenerse en cuenta el lenguaje adecuado y las relaciones que necesitan forjarse en el aula, sino además la importancia de saber comunicar los diferentes objetos matemáticos que pretenden enseñarse. Todos los conceptos matemáticos se ven en la necesidad de valerse de representaciones, debido que no se dispone de objetos para exhibir en su lugar; por lo que en su conceptualización debe necesariamente hacerse uso de registros representativos o semióticos. El aprendizaje de las matemáticas implica la inclusión en un mundo nuevo y real, no solamente de manera conceptual sino simbólico o representativo, y en la medida en que el mundo no es el producto de una construcción exclusiva y solitaria, es de vital importancia darle una adecuada gestión y tratamiento a los diferentes registros semióticos que comunican un objeto matemático, pues ello nos lleva a poder comprender las diferentes formas de comunicación matemática a través de los tiempos y representaciones mediante las cuales la sociedad se da a conocer. Así Duval (1993) nos menciona:

“La adquisición conceptual de un objeto matemático se basa en dos de sus características “fuertes” (Duval, 1993): 1. El uso de más registros de representación semiótica es típica del pensamiento humano 2. La creación y el desarrollo de sistemas semióticos es símbolo (histórico) de progreso del conocimiento.”

Otro aspecto a tener en cuenta a la hora de enseñar matemáticas está relacionado con la importancia del proceso de modelación matemática, entendiéndola como un proceso cognitivo que permite la construcción de modelos matemáticos. Encontramos como varios autores justifican su importancia, en especial por las competencias y habilidades que puede desarrollar en los estudiantes:

“La modelación matemática aumenta la motivación por el aprendizaje, que los estudiantes se vuelven corresponsables de su aprendizaje y el profesor un orientador, que el aprendizaje se vuelve más rico, considerando que el estudiante no sólo aprende matemática inserta en el contexto de otra área del conocimiento, sino que también despierta su sentido crítico y creativo; además, que se trata de una manera

altamente placentera de estudiar un tema y que es capaz de llevar a los estudiantes a construir conocimientos que tienen sentido para ellos”.

No hay que olvidar que dichos procesos deben ir de la mano con la modelación de fenómenos y circunstancias reales del entorno, interpretando la realidad a partir de la identificación de variables y la recolección de datos que se generen en situaciones reales modelando dichas situaciones. Una de las ventajas al realizar modelaciones con fenómenos y disciplinas de la vida real es que es entendida como una actividad para resolver problemas auténticos y no como el desarrollo de teorías, algoritmos y fórmulas matemáticas. Piaget, en 1937, se expresaba así: “... el conocimiento del mundo exterior comienza por una utilización inmediata de las cosas [...] la inteligencia no comienza así ni del conocimiento del yo ni de las cosas en cuanto tales sino de su interacción y, orientándose simultáneamente hacia los dos polos de esta interacción, la inteligencia organiza el mundo, organizándose a sí misma” (Piaget 1937).

Los modelos matemáticos son los que representan el objeto real mediante el lenguaje matemático, permiten llegar a resultados en términos cuantitativos y cualitativos, tomar decisiones y seleccionar alternativas más adecuadas para lograr una solución. De igual manera organizan y estructuran el pensamiento debido a que desarrollan fases o secuencias importantes en el desarrollo cognitivo.

Así mismo en las planeaciones, es de gran valor incluir el aprendizaje a través de la formulación de problemas desde un contexto real y cercano para los estudiantes, pues de esta manera los estudiantes ponen en práctica sus conocimientos, aprenden a aprender de manera independiente y generan habilidades para adoptar posturas críticas frente a un mundo tan diverso y cambiante. Es importante mencionar que ellos deben enlazarse con los conocimientos previos que se traen. Con ello, no solamente se da una adquisición de conocimientos sino además una incorporación de los mismos a competencias que les ayudarán a ejercer una actuación profesional y ciudadana más estructurada. Aprenden de igual manera a aplicar sus nuevos aprendizajes y conocimientos a la resolución de problemas similares con los cuales se podrán encontrar en su vida cotidiana, a lograr un trabajo en equipo y mejor aún, a identificar sus objetivos de aprendizaje, visualizando qué aspectos desconocen y sobre los cuales necesitan indagar más, a gestionar su tiempo de forma eficaz y a comunicar sus conceptos de diversas maneras. Este proceso debe darse tanto de manera individual como grupal lo cual ayuda a un contraste necesario de sus indagaciones y formas de percibir lo que están aprendiendo. Al respecto menciona Santos Trigo (2008):

“Particularmente en la resolución de problemas, lo que interesa es que los estudiantes desarrollen una forma de pensar y disposición hacia el estudio de las matemáticas donde exhiban distintas formas de representar fenómenos, identifiquen relaciones y patrones, formulen conjeturas, justifiquen y comuniquen resultados.”

Todo ello bajo un esquema inquisitivo, donde se desarrolle la comprensión del conocimiento matemático a partir de la identificación de dilemas y la formulación de preguntas y conjeturas que se representen en términos de recursos y estrategias matemáticas y en actividades grupales o de participación donde los estudiantes intervienen y valoran las contribuciones individuales y colectivas.

Por último y como cierre, no hay que olvidar que los niños y niñas se involucran cuando están relacionados a situaciones comprensibles para ellos; esto les impone un reto intelectual que despliega y moviliza sus capacidades de razonamiento y expresión, generando nuevos aprendizajes no sólo para la situación concreta sino para resolver situaciones de la vida diaria y volverlos más independientes y autónomos. Cuando los niños logran descubrir la solución por sí mismos, se generan en ellos sentimientos de confianza y seguridad, pues se dan cuenta de sus habilidades para enfrentar y solucionar retos. Debo partir de la manipulación de objetos como base para el razonamiento, pues ello lleva a realizar adecuadas representaciones mentales y adquisición de conceptos. Al respecto nos menciona Martha Fandiño(2010): “No debemos olvidar un hecho general, el aprendizaje está íntimamente relacionado con la capacidad de representación interna, es decir de manipular simbólicamente el ambiente externo”, de ahí la importancia de que los niños y niñas puedan absorber del entorno las características y propiedades de los objetos que los rodean y a partir de la manipulación física que hacen de esas con material concreto, sus ideas y representaciones mentales serán adecuadas. El material necesita estar disponible en las clases, pero no es el profesor quien dirá como usarlo, por el contrario ellos al explorarlo deben decidir cómo usarlo para resolver el problema dando la oportunidad de diferentes formas de representación tanto espontáneas como personales que den cuenta de su razonamiento y comprensión.

Las vivencias del seminario marcaron un sentido y rumbo a mi trayectoria docente pues actualmente me encuentro en la búsqueda de otra forma de enseñar, que permita aprendizajes no memorísticos, en los que los estudiantes comprendan los contenidos y que puedan usar ese conocimiento en el mundo real. Pretendo siempre favorecer la comprensión y la interrelación de los contenidos de las matemáticas para facilitar la construcción de conocimientos y su aplicación a nuevas situaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Angulo, Alejandro. (s.p.e) La modelación matemática. Un estado de arte desde la Didáctica de las Matemáticas (Documento elaborado en el marco del Seminario Enseñabilidad de la Matemática II del Énfasis en docencia para el desarrollo de Pensamiento Matemático, 2015).

Duval, R. (1993). Semiosis y noesis. *Lecturas en didáctica de la matemática: Escuela Francesa*, 118-144.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sbaragli, S. (2010). La didáctica y la dificultad en matemática.

Gallego, M. L. V. (2006). Evaluación del aprendizaje para promover el desarrollo de competencias. *Educatio siglo XXI*, 24.

Lee, C. (2009). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Morata.

Piaget, J. (1937). La construction du réel chez l'enfant.

Santos, L. M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica.

Anexo 14. Reflexión de la práctica pedagógica. Institución No.2

**Universidad de La Sabana
Maestría en Pedagogía
Énfasis en docencia para el desarrollo del pensamiento matemático
Enseñabilidad de las matemáticas II
Semestre 2-2016**

Estudiante: Diana Carolina Galeano Vera
Código: 201613441

REFLEXIÓN FINAL Antes pensaba... Ahora pienso...

Soy Pedagoga Infantil y tengo 10 años de experiencia como docente en aula de preescolar, primero y segundo de primaria; desde hace 3 años enseño la asignatura de matemáticas, pero no soy profesional en la disciplina y siempre he tenido el cuestionamiento ¿cómo ejercer como docente de matemática sin ser un obstáculo en el aprendizaje o tergiversar ese aprendizaje?

Antes, mis clases de matemáticas se basaban en enseñar los conceptos intentando crear actividades dinámicas para motivar y generar aprendizaje; pensaba que las matemáticas solo tenían un enfoque a partir de los números y por lo tanto, en mis clases hacía énfasis en resolver las operaciones, en evaluar el resultado de los procedimientos e intentaba contextualizar los conceptos, pero no encontraba con facilidad la asociación de los temas con la realidad y usaba muy pocas situaciones para resolver problemas. Las clases algunas veces las realizaba de forma tradicional, donde simplemente los niños y las niñas debían seguir las instrucciones y llenar las páginas del libro y otras veces intentaba direccionar las sesiones con dinámicas diferentes para construir conocimiento significativo.

Luego, durante el seminario de Enseñabilidad II y al leer documentos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se fueron transformando los pensamientos, las ideas, las creencias, las concepciones y la forma de enseñar la matemática.

Según el modelo del MKT adaptado de Ball (2008), el profesor de matemáticas necesita tener conocimiento de la asignatura y conocimiento pedagógico de contenido, donde se tenga conocimiento de contenido común y especializado, conocimiento de los estudiantes, del currículo y de enseñanza. Por tal motivo, es indispensable que los docentes estemos en continuo aprendizaje y actualización de acuerdo a la asignatura que estemos ejerciendo, debemos indagar e investigar para promover un proceso de enseñanza y aprendizaje de calidad, teniendo en cuenta el Ciclo PIER (planificar, implementar, evaluar, reflexionar, mejorar).

En muchas ocasiones, los estudiantes evidencian haber entendido y construido el concepto, realizan los cálculos, resuelven problemas, pero se les dificulta comunicar la matemática. Según Fandiño (2010), “saber comunicar la matemática es una meta cognitiva específica, no banalmente implícita en los otros aprendizajes” (p.133). Es por ello que el docente debe promover la interacción comunicativa, donde se involucre un vocabulario matemático y a través de diferentes representaciones y modelaciones se puedan dar a conocer los conceptos y así mismo se puedan argumentar y justificar los procedimientos y los resultados.

Teniendo en cuenta lo anterior, es importante reconocer que la comunicación de las matemáticas posee diferentes lenguajes y es necesario desarrollarlos, tales como: lenguaje natural, oral o escrito; lenguaje simbólico; lenguaje no verbal. Según Fandiño (2010), se debe elegir el tipo de lenguaje con el cual se va a comunicar la matemática para que el aprendizaje sea significativo y oportuno, así mismo con esta comunicación se evidencia la apropiación del conocimiento, la validez de la interpretación y la contextualización del aprendizaje y el grado de representación y transposición del conocimiento. Pero es indispensable tener en cuenta, que la comunicación no es en una sola dirección docente-estudiante, sino que debe ser en varias direcciones docente-estudiante, estudiante-compañeros, estudiante-docente, etc., para que realmente se evidencie la interacción constructiva en el aula.

Así mismo, D’Amore, Godino y Fandiño (2008) comentan que “conocer” las matemáticas no es suficiente, porque esa noción puede ser superficial, memorística y poco útil, por ello es necesario “comprender”, es importante aspirar a que los estudiantes comprendan las matemáticas, lo que quiere decir que sepan por qué se usa un procedimiento, cómo se relacionan entre sí los diferentes conocimientos y cómo se usan en la resolución de problemas contextualizándolos en situaciones cotidianas para aplicar en lo académico y en lo personal. Por tal motivo, es indispensable que los docentes tengamos la iniciativa y el objetivo de enseñar por competencias, donde se desarrolle en el estudiante la capacidad de afrontar un problema complejo o resolver una actividad compleja usando diferentes estrategias y aplicando distintos conceptos.

Según Fandiño (2010), “la actividad de resolución de problemas tiene todo el derecho de ser considerada como extensión del aprendizaje de reglas, de formas de actuar o como un conjunto de ejemplos de estrategias” (p.85). Al crear situaciones significativas de resolución de problemas, el estudiante está aprendiendo; identifica cómo pone en uso los conceptos matemáticos, por qué aplica ciertos procedimientos, cómo debe interactuar con sus pares al comunicarse, como modelar y representar los conceptos y para qué le sirve aprender matemática en su cotidianidad.

La resolución de problemas, según Santos Trigo (2014), “se basa en el desarrollo y empleo de un método de búsqueda y cuestionamiento donde el estudiante pregunta, cuestiona, indaga, representa y explora el comportamiento de objetos matemáticos a partir del uso de recursos, estrategias y formas de razonar con que son consistentes con el quehacer y desarrollo de la disciplina” (p.2). Es decir, aprender matemáticas va más allá de conocer conceptos, reglas y/o formulas; aprender matemáticas es desarrollar el pensamiento para poder

usar el conocimiento en diferentes situaciones, usando distintas maneras de comprensión y solución, para así comunicar resultados coherentes y demostrar la aplicación en el contexto.

Del mismo modo y modificando algunas de mis concepciones al enseñar matemáticas, así como se necesita crear situaciones de resolución de problemas, también se requiere el uso de diferentes algoritmos que no necesariamente son aritméticos y no representan una visión errónea o tradicional del proceso de enseñanza y aprendizaje; ya que al utilizar estos procedimientos, se está fortaleciendo el aprendizaje estratégico y la reflexión crítica y analítica; al identificar que paso o sucesión se debe seguir para resolver o dar solución a un problema, no siempre es de carácter ejecutivo, en varias ocasiones exige fuertes intervenciones que requieren interesantes razonamientos.

Partiendo de lo anterior, ahora pienso que enseñar matemáticas, es un proceso significativo si se crean situaciones de resolución de problemas para aplicar el conocimiento en la cotidianidad, buscando diferentes modelaciones y representaciones matemáticas, incentivando a la comunicación y creando estrategias para desarrollar el pensamiento.

Así mismo, pienso que mi ejercicio pedagógico como docente de matemáticas debe enfocarse en el desarrollo de habilidades y destrezas para que los estudiantes se desenvuelvan en cualquier ámbito de la vida, este proceso debe ser generado y fortalecido desde un ambiente didáctico y lúdico, donde los niños y las niñas se motiven a construir conocimientos significativos que puedan y sepan aplicar en cualquier contexto, desarrollando un pensamiento analítico, reflexivo y argumentativo.

Observando el proceso de mi aprendizaje, puedo afirmar que realicé y continúo realizando una transformación de mi quehacer como docente de matemáticas. Antes pensaba que resolver un problema era un enunciado matemático para solucionar algoritmos, ahora pienso que resolver un problema es un espacio para desarrollar el pensamiento, donde se adquieren habilidades de análisis, interpretación y argumentación para buscar estrategias que brinden solución a la situación; así mismo resolver un problema es un proceso de interacción y comunicación para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje; el resolver un problema crea escenarios no solo para mejorar en lo académico sino también en situaciones de la cotidianidad.

Ahora, mis objetivos diarios son y serán: generar agrado hacia el proceso de aprendizaje; crear un ambiente dinámico e interactivo; propiciar situaciones de resolución de problemas, uso de diferentes algoritmos, registros de representación y modelación para hacer visible la comprensión, mediante explicaciones, descripciones, interpretaciones, operaciones, argumentos, etc.; mantener una comunicación asertiva y un lenguaje técnico; hacer uso de la transposición didáctica y construir conocimiento significativo, educando niños y niñas competentes que puedan usarlo en diferentes situaciones de la vida tanto académica como personal.

Finalmente, es importante que los docentes mantengamos una actitud de reflexión y autoevaluación de nuestro ejercicio pedagógico para crecer, innovar y mejorar. Según Perry, Guacaneme, Andrade y Fernández (2003), sugieren realizar constantemente un ejercicio de observación de la práctica docente teniendo en cuenta cuatro focos principales: el esquema de la clase, el contenido matemático, la interacción y la validación de las producciones de los estudiantes. Lo anterior, buscando el bienestar de nuestros estudiantes y de nuestro propio bienestar a nivel académico y personal; y así, optimizar y perfeccionar el proceso y la interacción constructiva de enseñanza y aprendizaje.

Referencias

Angulo, Alejandro. (s.p.e) La modelación matemática. Un estado de arte desde la Didáctica de las Matemáticas (Documento elaborado en el marco del Seminario Enseñabilidad de la Matemática II del Énfasis en docencia para el desarrollo de Pensamiento Matemático, 2015).

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008) Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

D'Amore, Godino y Fandiño (2008). *Competencias y matemática*. Editorial Magisterio. Bogotá.

Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática: evaluar e intervenir en forma mirada y específica*. Editorial Magisterio. Bogotá.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá.

Perry, P., Guacaneme, E., Andrade, L., Fernández, F. (2003) La práctica del profesor de matemáticas en el aula, de cara al espejo. *Magazín Aula Urbana* N° 39.

Santos Trigo (2014). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Anexo 15. Consentimiento informado

ASUNTO: CONSENTIMIENTO INFORMADO INSTITUCIÓN No. 1

Cordial saludo.

Dentro del trabajo desarrollado en la institución se promueve el mejoramiento académico de los estudiantes. Es así, que durante 1 año y medio se realizó la implementación de un proyecto de investigación que se centró en la resolución de problemas como estrategia didáctica para favorecer la comprensión de las matemáticas en educación infantil en el grado Primero.

Dentro de este proceso se recogieron datos, escritos, experiencias orales y audio-grabaciones de manera anónima. Esta información es de uso académico únicamente y corresponde a un proyecto de investigación de la Maestría en Pedagogía de La Universidad de La Sabana; los resultados obtenidos serán sistematizados y publicados por la Universidad y en un Congreso Matemático (Relme32) en la ciudad de Medellín.

En todos los casos, se tratará la información que provenga de los estudiantes de manera confidencial y no se usará para otros propósitos fuera de los de la investigación.

Agradecemos su colaboración firmando ésta autorización.

Atentamente:

María Claudia Hoyos Anzola

DOCENTE INVESTIGADORA DE LA UNIVERSIDAD DE LA SABANA.

Nombre y Firma Representante de la Institución No. 1:

Nombre y Firma Docente Investigadora:

ASUNTO: CONSENTIMIENTO INFORMADO INSTITUCIÓN No. 2

Cordial saludo.

Dentro del trabajo desarrollado en la institución se promueve el mejoramiento académico de los estudiantes. Es así, que durante 1 año y medio se realizó la implementación de un proyecto de investigación que se centró en la resolución de problemas como estrategia didáctica para favorecer la comprensión de las matemáticas en educación infantil en el grado Primero.

Dentro de este proceso se recogieron datos, escritos, experiencias orales y audio-grabaciones de manera anónima. Esta información es de uso académico únicamente y corresponde a un proyecto de investigación de la Maestría en Pedagogía de La Universidad de La Sabana; los resultados obtenidos serán sistematizados y publicados por la Universidad y en un Congreso Matemático (Relme32) en la ciudad de Medellín.

En todos los casos, se tratará la información que provenga de los estudiantes de manera confidencial y no se usará para otros propósitos fuera de los de la investigación.

Agradecemos su colaboración firmando ésta autorización.

Atentamente:

Diana Carolina Galeano Vera

DOCENTE INVESTIGADORA DE LA UNIVERSIDAD DE LA SABANA.

Nombre y Firma Representante de la Institución No. 2:

Nombre y Firma Docente Investigadora:
