

**CONSTRUCCIÓN Y APLICACIÓN DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA  
PARA OPTIMIZAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE  
EN ESTUDIANTES CON EXTRAEDAD**

**DOLLY MAGALY TORRES SANABRIA**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA E INVESTIGACIÓN EN EL AULA  
AGOSTO DE 2018**

**CONSTRUCCIÓN Y APLICACIÓN DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA  
PARA OPTIMIZAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE  
EN ESTUDIANTES CON EXTRAEDAD**

**DOLLY MAGALY TORRES SANABRIA**

**ASESOR**

**IVÁN DARÍO MORENO ACERO**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA E INVESTIGACIÓN EN EL AULA**

**AGOSTO DE 2018**

## Tabla de contenido

<b>Resumen</b> .....	1
<b>Introducción</b> .....	2
<b>Capítulo 1. Aspectos generales de la investigación</b> .....	<b>6</b>
1.1.Contexto del problema .....	6
1.2.Problema .....	9
1.2.1. Definición del problema .....	9
1.2.2. Descripción del problema .....	9
1.2.3. Manifestación del problema .....	12
1.3.Justificación.....	14
1.4.Pregunta de investigación.....	15
1.5.Objetivos.....	15
1.5.1. Objetivo general.....	15
1.5.2. Objetivos específicos .....	15
<b>Capítulo 2. Marco teórico</b> .....	<b>16</b>
2.1.Estado del arte .....	16
2.2.Marco de referencia.....	19
2.2.1. Enseñanza y aprendizaje de la matemática en Colombia: dificultades y expectativas.....	19
2.2.2. Enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de estrategias educativas flexibles .....	23
2.2.3. La enseñanza y el aprendizaje a través de secuencias didácticas .....	26
2.2.4. Enseñanza y aprendizaje de la función lineal: principios .....	28
2.2.5. La función lineal: aspectos conceptuales.....	34
2.2.6. Enseñanza y aprendizaje de la función lineal: dificultades y retos .....	38
2.2.7. Sobre la enseñanza y el aprendizaje en contextos de aceleración: una idea sobre las adaptaciones curriculares.....	41
2.3.Marco conceptual .....	44
2.4.Principales aprendizajes de los antecedentes teóricos .....	47
<b>Capítulo 3. Marco metodológico</b> .....	<b>50</b>
3.1.Paradigma .....	50
3.2.Investigación cualitativa .....	51
3.3.Investigación acción .....	52
3.4.Contexto general.....	54
3.5.Muestra .....	59
3.6.Técnica de muestreo .....	60
3.7.Instrumentos de investigación .....	61
3.8.Categorías de análisis .....	63
3.9.Diseño de los instrumentos.....	64
3.10.Validación de los instrumentos .....	67
3.11.Aplicación de los instrumentos .....	68
3.12.Paradigma de análisis .....	69

3.13. Triangulación .....	70
3.14. Aspectos éticos de la investigación.....	72
<b>Capítulo 4. Primer ciclo de la investigación acción: la reflexión .....</b>	<b>74</b>
4.1. Reflexión persona sobre el problema .....	74
4.2. Reflexión del problema desde la perspectiva de los estudiantes .....	76
4.3. Reflexión del problema desde la perspectiva del docente .....	80
4.4. Cruce de perspectivas .....	83
4.5. Reiterando el problema.....	84
<b>Capítulo 5. Segundo ciclo de la investigación acción: la acción reflexiva .....</b>	<b>85</b>
5.1. Justificación de la propuesta didáctica .....	85
5.2. Diseño general de la propuesta didáctica .....	86
5.3. Diseño específico de la propuesta didáctica .....	88
5.3.1. Actividad No 01 .....	89
5.3.2. Actividad No 02.....	91
5.3.3. Actividad No 03.....	96
5.3.4. Actividad No 04.....	104
5.3.5. Actividad No 05.....	107
<b>Capítulo 6. Tercer ciclo de la investigación acción: la reflexión.....</b>	<b>112</b>
6.1. Reflexión sobre la implementación de la propuesta didáctica desde la perspectiva de los autores.....	112
6.1.1. Actividad No 01: y me pregunto qué será .....	112
6.1.2. Actividad No 02: las relaciones de familia .....	118
6.1.3. Actividad No 03: rumbo al plano .....	124
6.1.4. Actividad No 04: la lotería lineal.....	129
6.1.5. Actividad No 05: revisando el recibo de la luz.....	133
6.2. Cruce de perspectivas: análisis general de los datos que se reportan en las actividades ...	136
6.3. Principal aprendizaje de la propuesta didáctica.....	138
<b>Capítulo 7. Discusión, conclusiones y reflexiones finales .....</b>	<b>140</b>
7.1. Discusión .....	140
7.2. Conclusiones.....	145
7.3. Recomendaciones .....	147
7.4. Preguntas .....	147
7.5. Limitaciones .....	149
7.6. Retos de la cotidianidad.....	150
<b>Referencias Bibliográficas .....</b>	<b>152</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>157</b>

## Índice de figuras y tablas

<b>Figura 1.</b> Afirmaciones de algunos estudiantes frente a las manifestaciones del problema .....	<b>10</b>
<b>Figura 2.</b> Afirmación de un(a) estudiante sobre la clase de matemáticas .....	<b>11</b>
<b>Figura 3.</b> Representación de una función.....	<b>31</b>
<b>Figura 4.</b> Gráfica de una función .....	<b>32</b>
<b>Figura 5.</b> Gráfica de una función .....	<b>32</b>
<b>Figura 6.</b> Representación gráfica de lo que no es una función .....	<b>32</b>
<b>Figura 7.</b> Representación gráfica de una función lineal.....	<b>33</b>
<b>Figura 8.</b> Función identidad .....	<b>34</b>
<b>Figura 9.</b> Ubicación geográfica de la localidad de barrios unidos .....	<b>56</b>
<b>Figura 10.</b> Vista satelital IED Francisco Primero S.S.....	<b>56</b>
<b>Figura 11.</b> Esquema de triangulación. Construcción propia .....	<b>71</b>
<b>Figura 12.</b> Árbol genealógico de una familia .....	<b>93</b>
<b>Figura 13.</b> Diagrama sagital “ser padre de” .....	<b>95</b>
<b>Figura 14.</b> Diagrama sagital conjuntos A y B.....	<b>98</b>
<b>Figura 15.</b> Representación cartesiana .....	<b>99</b>
<b>Figura 16.</b> Grafica cartesiana de la relación S .....	<b>100</b>
<b>Figura 17.</b> Representación sagital de la relación S .....	<b>100</b>
<b>Figura 18.</b> Grafica cartesiana de la relación T .....	<b>101</b>
<b>Figura 19.</b> Representación sagital de la relación T .....	<b>101</b>
<b>Figura 20.</b> Graficas de relaciones.....	<b>103</b>
<b>Figura 21.</b> Graficas de relaciones.....	<b>103</b>
<b>Figura 22.</b> Diagramas sagitales .....	<b>104</b>
<b>Figura 23.</b> Cartones de lotería .....	<b>105</b>
<b>Figura 24.</b> Tarjetas para lotería .....	<b>106</b>
<b>Figura 25.</b> Recibos de la luz.....	<b>109</b>
<b>Figura 26.</b> Estudiantes en el desarrollo de la actividad No 01 .....	<b>113</b>
<b>Figura 27.</b> Docente y estudiantes en el desarrollo de la actividad No 01 .....	<b>117</b>
<b>Figura 28.</b> Solución de ejercicios planteados en la actividad No 02 .....	<b>121</b>
<b>Figura 29.</b> Estudiantes durante el desarrollo de la actividad No 02 .....	<b>123</b>
<b>Figura 30.</b> Desarrollo de la actividad No 03 .....	<b>126</b>

<b>Figura 31.</b> Sustituciones de las actividad No 05 .....	<b>131</b>
<b>Tabla 1.</b> Estrategias y modelo de atención del programa Volver a la Escuela .....	<b>7</b>
<b>Tabla 2.</b> Distribución de la atención educativa por sedes .....	<b>57</b>
<b>Tabla 3.</b> Matrícula Volver a la Escuela año 2017 en la Institución Educativa Francisco Primero S.S. ....	<b>57</b>
<b>Tabla 4.</b> Instrumentos de recolección de información .....	<b>61</b>
<b>Tabla 5.</b> Equipo de trabajo en la investigación .....	<b>72</b>
<b>Tabla 6.</b> Elementos generales de la propuesta didáctica .....	<b>89</b>

## Resumen

El trabajo de investigación presentado a continuación pone en evidencia la dificultad que tenía el docente de matemáticas de Aceleración IV de la IED Francisco Primero S.S de Bogotá, para elaborar y aplicar propuestas didácticas que facilitaran la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos en estudiantes con extraedad. Identificado y documentado el problema, se propuso la formulación y aplicación de una secuencia didáctica denominada “De lo concreto a lo abstracto: un camino para la comprensión de la función lineal”, la cual, durante su construcción consideró el entorno de los estudiantes y el docente, las necesidades y dificultades de los mismos, el clima escolar vigente y un objeto matemático en concordancia con el plan de estudios, para conjugarlas y formular una secuencia de cinco actividades que posibilitaran superar la dificultad. El mecanismo para validar la pertinencia de la propuesta fue la práctica de aula, la cual implicó la relación docente-estudiantes alrededor del objeto matemático seleccionado.

**Palabras Claves:** extraedad, aceleración, secuencia didáctica, comprensión, flexibilidad, función lineal.

## **Introducción**

Los modelos educativos flexibles son estrategias de cobertura, calidad, pertinencia y equidad del servicio educativo, así como de permanencia, los cuales asumen los procesos de enseñanza- aprendizaje dentro de la educación formal con alternativas escolarizadas y semi-escolarizadas que se ajustan a las necesidades de los estudiantes en términos de tiempo, ubicación geográfica y atención en condiciones de vulnerabilidad.

Desde el año 2003, la Secretaría de Educación del Distrito, ofrece para el sector educativo público el Programa Volver a la Escuela, como una estrategia de carácter transitoria, que busca garantizar la atención a jóvenes en condición de extraedad. El Programa promueve la restitución del derecho a la educación para los niños, niñas, adolescentes; en la actualidad es implementado por 75 colegios oficiales y lo acompaña desde el nivel central, la Subsecretaria de Calidad y Pertinencia, específicamente la Dirección de Inclusión e Integración de Poblaciones bajo el componente de estrategias educativas flexibles.

En este programa o en el aula regular, la misionalidad de los docentes está centrada en formar a los estudiantes como sujetos activos de la sociedad, como personas responsables de su propia vida, participativos capaces de relacionarse con otras personas, en entornos de interés, con amigos y, con otros ciudadanos. De manera paralela los docentes también han tenido la tarea de educar a los estudiantes para la vida, para vivir y sobrevivir en esta sociedad, y es en estas instancias que la obra del docente toma vida, pues desde cualquier disciplina de estudio, hay que acompañar a las niñas, niños y jóvenes para que aprendan a conocerse y educarlos para que desde ahí se construyan.

El sistema educativo colombiano parte de la premisa de promover una buena educación, completa, eficaz, pertinente, pero no obstante, no siempre ocurre lo anterior; en ocasiones, el andamiaje escolar no siempre se ajusta a las necesidades, intereses y expectativas de los estudiantes; se les pretende encajar en una talla única, en la que todos aprenden lo mismo, de la misma manera, desconociendo la diversidad propia del contexto, restándole importancia a las dificultades, los vacíos y los motivos que muchos han tenido para desertar del sistema escolar.



El programa Volver a la Escuela es una oportunidad para que, tanto docentes como estudiantes, reivindiquen el verdadero sentido del colegio, como el espacio más importante para consolidar el proceso de desarrollo humano, la realización personal y manifestación de potencialidades y talentos de los estudiantes.

Desde hace algunos años se realiza acompañamiento pedagógico a la implementación del Programa, y una de las actividades específicas, es que con el consentimiento de las directivas de los colegios y en especial de los docentes, se dispone a involucrarse en la clase de matemáticas a través de observaciones no participante, no hay intervenciones, no se ofrecen orientaciones u explicaciones a los estudiantes, solo se intenta comprender lo que sucede en el aula para posteriormente realizar las respectivas retroalimentaciones con los docentes, si da a lugar, eso sí, todo bajo el marco del respeto y la autonomía profesional.

Es desde este espacio, que se detecta una falencia, específicamente en la clase de matemáticas de Aceleración Secundaria IV del colegio Francisco Primero S.S.: el docente tiene dificultad para elaborar y aplicar propuestas didácticas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos, para estudiantes en extraedad, centradas en estrategias educativas flexibles. Trabajarle a esta situación se convirtió en una posibilidad para que a través del acompañamiento que se realiza, el docente y los estudiantes estudien de manera cercana y significativa algunos contenidos propios de la matemática y desarrollen algunas habilidades alrededor del estudio de esta disciplina, en el tiempo propuesto para el Programa, que en sí, es menor que el del aula regular.

En ese sentido, se implementó la investigación-acción con el propósito de fundamentar la existencia concreta del problema, analizar sus causas y consecuencias y buscar una posible solución. Para validar las diferentes posturas, se necesitó comprobar que aquella percepción era también una evidente dificultad en el docente y en los estudiantes; en este sentido se desplegó la búsqueda activa de información que permitiera gracias a esos insumos de entrada, formular una propuesta de intervención que ayudara y le aportara a los dos actores principales de la investigación: docente y estudiantes; actores cuyos roles son estrictamente dependientes.

Para esta tarea se inició con una observación detallada de las sesiones de estudio en el aula, incluyendo lo directamente observable y las reflexiones al respecto; se recolectaron registros que al igual que con el instrumento anterior, permitieron visualizar y confirmar la existencia del problema. A continuación se construyó una propuesta didáctica que tuvo como propósito optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje y que tomó como medio de estudio un objeto matemático denominado función lineal. La estrategia contó con cinco actividades que permitieron abordar el objeto matemático desde formas no convencionales en el aula regular (definición, ejemplos, ejercicios) y cuyo desarrollo requería una disposición específica de los actores, es decir, enmarcada en el trabajo participativo, colaborativo, promoviendo la relación bidireccional entre los implicados. En todo el proceso se emplearon instrumentos de recolección de información para verificar el avance de la investigación, además siempre estuvo presente la evaluación y la reflexión de lo que sucedió alrededor de la implementación.

La propuesta, involucró a los estudiantes desde sus intereses y alcances, desde su contexto, sin que su implementación distorsionará los elementos “rigurosos” del objeto matemático en sí; además le concedió la posibilidad al docente de presentar recursos didácticos que hasta la fecha no había empleado con estudiantes, el desarrollo de las actividades le dio confianza y seguridad para trabajar desde otros estilos, con un enfoque incluyente, que le diera fluidez a las clases. La disponibilidad de los integrantes del equipo, la buena actitud del docente y de los estudiantes y la necesidad de vencer la dificultad en el aula sirvieron de motivadores permanentes. Aunque el tiempo fue una amenaza latente, pues se disponía de menos de 10 jornadas de trabajo para desarrollar la propuesta, se convirtió en una fortaleza, pues existía el compromiso de lograr lo máximo en las sesiones de estudio, a realizar lo planeado, a observar detalladamente los acontecimientos y a realizar los ajustes necesarios.

La riqueza de la investigación no es sólo para el docente y para los estudiantes, es una nueva construcción sobre la orientación y el enfoque que se le da a los acompañamientos, es la apertura de nuevas formas de combatir con pequeñas y constantes dificultades, es una manera de darle más sentido al arte de educar.

Se aclara que está no es una estrategia cerrada, es un aporte pedagógico para la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de secundaria en contextos de Aceleración, entendiendo así que superó una dificultad específica en un aula, cuyo docente y estudiantes son únicos, y cuyas acciones seguramente son irrepetibles. De esta manera, puede ser el punto de partida para futuras investigaciones.

## **Capítulo 1**

### **Aspectos Generales de la Investigación**

#### **1.1.Contexto del Problema**

De acuerdo con la Ley General de Educación vigente, Ley 115 de 1994 y el Decreto Único Reglamentario del Sector Educativo, Decreto 1075 de 2015, la educación formal de niñas, niños y jóvenes se encuentra organizada para los establecimientos educativos por niveles: educación preescolar, educación básica y educación media. Cada nivel agrupa unos grados escolares, y según el calendario escolar, cada grado debe ser estudiado en un año académico. En este mismo sentido, para cada grado existe un rango de edad ideal permitido según sea el caso.

En la ciudad de Bogotá, en el sector oficial, durante el año 2017 se reportaron según el Sistema Integrado de Matrícula (SIMAT) alrededor de 7500 niños y jóvenes cuyo rango de edad no se equiparaba con el grado correspondiente al cual debían ser matriculados; casos particulares de niñas, niños y jóvenes de 9 y 10 años que solicitaron acceso al sistema educativo oficial para ser ubicados en preescolar o grado primero, puesto que no sabían leer ni escribir; o jóvenes de 16 años quienes sólo hasta la fecha habían logrado cursar y aprobar la básica primaria.

Con el propósito de atender la anterior necesidad, la Secretaría de Educación del Distrito, desde el año 2003, implementa el Programa Volver a la Escuela con el siguiente lema: “Incluyendo en la escuela a las niñas, niños y jóvenes en extraedad escolar”. El Programa Volver a la Escuela está conformado por dos estrategias educativas flexibles formuladas por la Secretaría de Educación del Distrito y un modelo de atención propio del Ministerio de Educación Nacional; en ese orden de ideas el esquema de atención del Programa está conformado por: Procesos Básicos, Aceleración del Aprendizaje y Aceleración Secundaria. El propósito del Programa es atender las necesidades académicas particulares de esta población, permitiendo garantizar el acceso y continuidad de niñas, niños y adolescentes en el sistema educativo y nivelar el desfase edad-grado existente.

A continuación se muestra el detalle de estas las dos estrategias y del modelo:

Tabla 1

*Estrategias y modelo de atención del programa Volver a la Escuela*

	<b>Procesos Básicos</b>	<b>Aceleración Del Aprendizaje</b>	<b>Aceleración Secundaria</b>
<b>Categoría</b>	Estrategia	Modelo	Estrategia
<b>Rango de Edad</b>	Dirigido a niñas, niños y adolescentes entre los 9 y 14 años.	Dirigido a niñas, niños y adolescentes entre los 10 y 17 años	Dirigido a adolescentes y jóvenes, entre los 14 y 17 años.
<b>Propósito General</b>	Etapa en la que los estudiantes aprenden a leer y escribir, o en su defecto refuerzan el proceso. Se adquieren las habilidades matemáticas básicas al efectuar las operaciones matemáticas básicas.	Etapa en la que los estudiantes cursan la básica primaria. Al ser un modelo propio del Ministerio de Educación Nacional, en los establecimientos oficiales de Bogotá se implementa bajo sus lineamientos pedagógicos y técnicos.	Etapa en la que los estudiantes cursan la básica secundaria. Está dividida en dos niveles: aceleración secundaria 3, la cual se homologa con los grados 6° y 7° y aceleración secundaria 4, la cual se homologa con los grados 8° y 9°.

Conforme con el Ministerio de Educación Nacional (2010), el Modelo Aceleración del Aprendizaje está diseñado para niños, niñas y jóvenes que no han podido culminar la básica primaria y que están entre los 10 y los 15 años de edad, pero la Secretaría de Educación del Distrito, propuso ajustar el rango de edad siempre y cuando el establecimiento educativo al que accede el estudiante no cuente con otra metodología flexible que se adapte en mayor medida a sus intereses y necesidades de formación.

Sobre la estrategia educativa flexible denominada Aceleración Secundaria, la Secretaría de Educación del Distrito formuló en el año 2013 un documento denominado “Lineamientos de atención a población en extraedad para la nivelación de la Educación Básica Secundaria – Aceleración Secundaria”, con orientaciones generales sobre la estructura pedagógica del modelo

y la articulación del mismo al currículo institucional. El documento, en gran medida, recopila la propuesta del Distrito para la Reorganización Curricular por Ciclos (RECO) de la educación formal regular presentada ese mismo año; los lineamientos presentan ideas fuerza sobre la flexibilización curricular sin que estas aterricen en el Programa, específicamente en el enfoque metodológico que debe llevar el docente de cada área. Hasta la fecha, la estrategia no cuenta con material de aprendizaje (libros, módulos, guías) de apoyo para los beneficiarios, elemento fundamental en los modelos educativos flexibles, además los lineamientos tampoco brindan herramientas para la construcción de los mismos.

En los citados lineamientos, se define la flexibilidad como la posibilidad de modificar aspectos curriculares y procedimientos de gestión institucional para generar soluciones a las necesidades específicas de los estudiantes (Secretaría de Educación del Distrito, 2013). Así las cosas, la estrategia para secundaria propone ser coherente con el currículo y la organización institucional, atendiendo a la capacidad de proporcionar respuestas a las diferentes situaciones de la población objetivo, entre las cuales puede estar la estructura curricular (planes de estudio, metodologías de aprendizaje y evaluación), tiempos en los aprendizajes (horarios e intensidades de las áreas), entre otros.

Los insumos de los modelos educativos flexibles están centrados en las propuestas del Ministerio de Educación Nacional (Aceleración del Aprendizaje, Secundaria Activa, Caminar en Secundaria, Telesecundaria), es necesario que para la lectura del presente documento, se comprenda la adaptación realizada por la Secretaría de Educación del Distrito y se situé la propuesta de investigación en la estrategia flexible para secundaria: Aceleración Secundaria; reiterando que esta estrategia no es un modelo y tampoco corresponde a una adaptación de los modelos del Ministerio de Educación Nacional.

En el año 2017, setenta y cinco establecimientos educativos oficiales implementaron el Programa Volver a la Escuela, algunos con la oferta completa, otros con alguna(s) estrategias y/o con el modelo propio del MEN. Así las cosas, el desarrollo de esta investigación se realizó en la localidad de Barrios Unidos, en la Institución Educativa Francisco Primero S.S., con el docente de matemáticas y con el grupo de estudiantes de Aceleración Secundaria IV.

## **1.2.Problema**

### **1.2.1. Definición del Problema**

Atendiendo a la formación profesional como Licenciada en Matemáticas, y a las actividades desarrolladas en la Secretaría de Educación del Distrito como referente pedagógica, técnica y operativa en la implementación de la estrategia educativa flexible denominada “Atención a Estudiantes en Extraedad”, liderada por la Dirección de Inclusión e Integración de Poblaciones, y frente al acompañamiento que se realiza a la implementación del Programa Volver a la Escuela en la IED Francisco Primero S.S específicamente al área de matemáticas, se plantea el siguiente problema: el docente de matemáticas de Aceleración Secundaria IV tiene dificultad para elaborar y aplicar propuestas didácticas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos para estudiantes en extraedad, centradas en estrategias educativas flexibles.

### **1.2.2. Descripción del Problema**

Con el propósito que los estudiantes en extraedad inicien o continúen con sus estudios a través de las estrategias dispuestas por el Programa Volver a la Escuela, en Aceleración Secundaria, el proceso de enseñanza-aprendizaje debe llevarse en menos tiempo comparado con el dispuesto en aula regular; con esta estrategia se pretende que los estudiantes cursen dos grados en un año así: 6° y 7° en aceleración secundaria III y 8° y 9° en aceleración secundaria IV.

La misión de la estrategia es lograr que los beneficiarios estudien tal cual lo establecido institucionalmente para el aula regular, pero en menos tiempo, garantizando al máximo la inmersión y la continuidad de los estudiantes en la educación media.

El asunto del cómo lograrlo lo define la Institución Educativa y específicamente cada docente. Aunque existen lineamientos y orientaciones generales para la implementación, ya se mencionó que la estrategia educativa no cuenta con materiales de apoyo que sirvan de guía y que den cuenta del cómo hacerlo.

Las políticas locales y específicamente las que regulan la educación oficial en el distrito resultan no ser tan favorables cuando de implementar estrategias educativas flexibles se trata. Los docentes asignados a las Instituciones Educativas para el Programa Volver a la Escuela son docentes provisionales, licenciados en las áreas fundamentales (lengua castellana, matemática, ciencias sociales o ciencias naturales) o licenciados en educación básica con énfasis en las mencionadas áreas. En el proceso de selección no existe un prerrequisito base que especifique el manejo en estrategias educativas flexibles. De otro lado, las jornadas de capacitación, actualización y extensión ofrecidas desde la Secretaría de Educación del Distrito se encuentran restringidas para docentes provisionales, excepto las convocadas y desarrolladas por la Dirección de Formación, que para el año 2017, no contempló en sus proyecciones a los docentes que implementan este tipo de metodologías.

Frente a un docente que trabaja con el esquema formal y tradicional de enseñanza-aprendizaje, es decir, el de la clase magistral, donde la interacción es unidireccional, en la que el docente entrega y los estudiantes reciben (según la información de la figura 1), y dadas las políticas sectoriales ya mencionadas, las consecuencias que conlleva no contar con apoyos mínimos para realizar actividades de flexibilización curricular, que se documenten en propuestas didácticas para la clase de matemáticas del aula de Aceleración Secundaria IV, pueden ser de distinta índole.

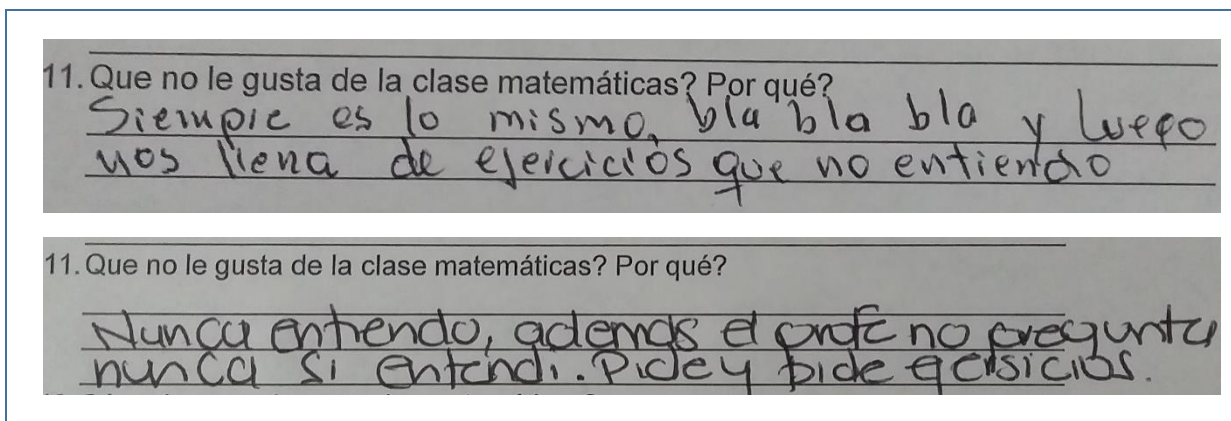


Figura 1. Afirmaciones de algunos estudiantes frente a las manifestaciones del problema



Primero, dada la variable tiempo, no se logra estudiar todo lo propuesto en el plan de estudios institucional, y la forma práctica de afrontar esa realidad es la reducción de temas de estudio o la poca profundidad en los mismos, y de esta manera lo manifestó el docente “en aceleración así se hace un micro currículo, se seleccionan los temas más importantes”.

Segundo, tomando como insumos algunos diarios de observación y algunas manifestaciones de los estudiantes (ver figura 2) las clases pueden tornarse rutinarias y en algunas ocasiones puede verse desarticulado y descontextualizado el estudio de algunos temas o contenidos, dado que se realizó una priorización pedagógica en el “qué” y no el “cómo”.

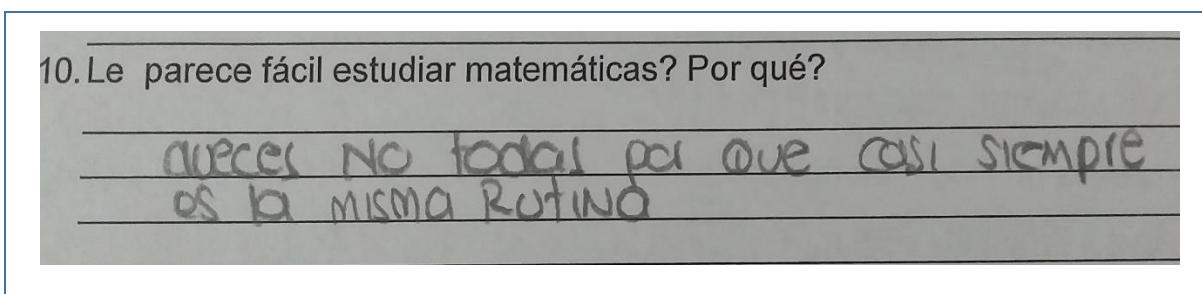


Figura 2. Afirmaciones un(a) estudiante sobre la clase de matemáticas

Tercero, se limita el uso de recursos para desarrollar la clase, puesto que los apoyos son los dos libros de texto titulados “Matemática Progresiva 4” y “Álgebra de Baldor”, que tal como quedaron reportados en los diarios de observación, son para el docente el insumo para extraer los ejercicios modelo que le permita ofrecer la explicación, o para formular las actividades para desarrollar en clase. En los diarios de observación elaborados durante los acompañamientos, no existe reporte del uso de otro tipo de recursos para el estudio de los objetos matemáticos.

Cuarto y último, según lo extraído de los diálogos solidarios con el equipo de trabajo, un docente manifestó: “llegan los chicos a décimo con menos de la básico y se totean”, lo que implica que, como los estudiantes no cuentan con los aprendizajes mínimos requeridos para cursar el grado décimo, cuando son promovidos a ese grado en aula regular, se encuentran académicamente en desventaja, y si no superan ese obstáculo y se nivelan con demás, pueden tomar la decisión de desertar del sistema escolar.

Es importante aclarar que el asunto de la flexibilización o la adecuación curricular y las dificultades existentes y presentes en el aula no son solo competencia del docente; es un engranaje en el que el estudiante también es partícipe. Algunos de los jóvenes que llegan al programa, en algún momento decidieron abandonar la escuela, tal vez el colegio no les ofreció aquel atractivo para quedarse, para luchar, para retarse y reconocer que sí podían, o quizás, no se pudieron controlar las situaciones externas que conllevan a que un estudiante deserte. Así las cosas, el estudio y el abordaje del problema no sólo se refiere a las dificultades que pueda tener el docente para elaborar y aplicar propuestas didácticas flexibles, que le permitan reformular y desarrollar las clases, también aborda el cómo aprenden los jóvenes del Aceleración Secundaria IV, qué les gusta, qué les motiva a aprender .

### **1.2.3. Manifestaciones del Problema**

Durante el total de las observaciones realizadas al grupo, todas las sesiones se desarrollaron bajo el esquema de la clase magistral: el docente registro una buena cantidad de información en el tablero, apoyándose de una extensa explicación y de algunos apartados de los textos escolares “Matemática Progresiva 3” y “Álgebra de Baldor”, la mayoría de estudiantes se dedicaron a transcribirla en los cuadernos. Después de cada explicación, se registraban en el tablero un par de ejercicios para desarrollar bajo el mismo esquema de solución. Era evidente la dificultad que tenían los estudiantes para desarrollarlos, afirmaciones como “no entiendo” o “aquí que hago”, fueron verbalizadas por algunos de ellos. Las ausentes fueron las preguntas, específicamente durante la explicación del docente; frente a la retroalimentación entre clase y clase, la información aportada era casi nula, a los estudiantes se les dificultaba recordar y relacionar lo enseñado entre una clase y otra. Las sesiones de estudio siempre se dirigieron para trabajar de manera individual.

Las intervenciones de los estudiantes y sus conversaciones no tenían como núcleo los temas o las actividades que se encontraban desarrollando en la clase. Entre las sesiones de estudio hubo un notable ausentismo de algunos de ellos, bien fuera porque no asistían a la Institución Educativa o porque no entraban a la clase. Algunos de los asistentes, en algunas clases preguntaron “¿eso para qué sirve?”, y frente a las aclaraciones realizadas por el docente,

seguían comentarios como “no entiendo”, “quede igual”, mostrando en alguna medida un desconocimiento sobre el tema de estudio. Era observable que en varios de los estudiantes no había interés por aprender, por ir más allá de la información que ofrecía el docente, pues en paralelo a la explicación, realizaban otro tipo de actividades que no tenían relación con la clase. En los ejercicios que se resolvían atendiendo a un patrón o secuencia, había ciertos vacíos en cómo continuar con el algoritmo, la dificultad reincidente en algunos, hacía que abandonaran en desarrollo de la actividad. Despertó la atención ver como un par de chicos, entre sesiones de estudio, registraban la información en cuadernos diferentes, es decir, que para ellos no existía esa bitácora de matemáticas.

La dificultad que tenía el profesor para enlazar a los estudiantes en la actividad fue evidente. Reducida a su mínima expresión la participación de los estudiantes sobre los temas relacionados en clase. Los recursos didácticos que empleó el docente durante las sesiones observadas siempre fueron los textos, sus apuntes, el tablero y el marcador. En repetidas ocasiones insistió: “en este programa el tiempo no es aliado, el activismo institucional y el complejo mundo del que vienen o en el que viven los chicos”, “no hacen en clase y tampoco trabajan en la casa”, fueron expresiones del docente en conversaciones posteriores.

Fue notorio la falta de comprensión de los estudiantes, y era igual de visible la falta de empatía académica entre el docente, lo estudiado y los estudiantes. “Hay un paradigma en la clase: la matemática es difícil, para enseñarla y para aprenderla”, palabras explícitas del docente.

Frente a los índices de permanencia de los estudiantes que se promovieron de las aulas de Aceleración Secundaria a las aulas de décimo de la modalidad regular para el 2017, para inicios del segundo semestre académico del mismo año, solo continuaban en grado décimo el 65% de los promovidos. Aquel 35% de estudiantes que no continuaron y reincidieron en el abandono escolar, correspondía a aquellos que desde el primer bimestre escolar presentaron bajos niveles académicos en la mayoría de asignaturas.

### 1.3. Justificación

Con la intención de significar el acompañamiento externo que se realiza, se propone de cara al cotidiano vivir del docente de matemáticas y el grupo de estudiantes en extraedad de Aceleración Secundaria IV, formular y aplicar una propuesta didáctica flexible, compuesta por una serie de actividades que le permitan gestionar el aprendizaje de un contenido matemático de una forma más dinámica para los estudiantes, real y contextualizada para los actores.

La estrategia surgió después de realizar un cruce de perspectivas sobre información suministrada por quienes realmente intervienen en el aula: el docente y los estudiantes. Existían puntos en común entre estos, sus dificultades no parecían ser ajenas a las del otro, es por esto que frente a la lectura realizada en la fase inicial, existía esa prioridad sentida y expresada de querer presentar y recibir información matemática de manera distinta; este encuentro de necesidades se constituyeron en la columna vertebral de esta investigación.

Es una propuesta que de base, se presenta para que el docente la tenga como referencia para su práctica día a día, con elementos didácticos los cuales reflejan adaptaciones curriculares que le sirven de insumo para reinvertir aquellas situaciones desfavorables en la clase de matemáticas de Aceleración Secundaria IV en oportunidades de mejora. Así mismo, es una opción para que los estudiantes en extraedad, conozcan que existen otras formas de aprender, en lo posible situadas y comprensibles según las realidades en las que viven.

El objeto de estudio de la investigación se centró en diseñar y aplicar una propuesta didáctica en el marco de las estrategias educativas flexibles, tomando como medio la matemática pero desde un tema específico. Dicho contenido fue seleccionado por el docente, en común acuerdo con el jefe de área después de la revisión realizada al plan de estudios que la Institución Educativa Francisco Primero S.S. adoptó para Aceleración Secundaria IV, seleccionando así, la “función lineal” como el insumo para la formulación de la propuesta.

Y para concluir, se pretende validar la pertinencia de las adaptaciones curriculares realizadas en cuanto al estudio del objeto matemático, los recursos empleados y las adecuaciones didácticas formuladas de cara a las necesidades y solicitudes expresadas por los actores titulares del proceso: el docente y los estudiantes.

#### **1.4.Pregunta de Investigación**

¿Cómo elaborar y aplicar una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de un objeto matemático para estudiantes en extraedad de la Institución Educativa Francisco Primero S.S., centrada en una estrategia educativa flexible?

#### **1.5.Objetivos**

##### **1.5.1. Objetivo General**

Construir y aplicar una propuesta didáctica con el objeto matemático denominado función lineal, que optimice el proceso de enseñanza-aprendizaje en el marco de las estrategias educativas flexibles, en el aula Aceleración Secundaria IV de la IED Francisco Primero S.S.

##### **1.5.2. Objetivos específicos**

1. Analizar pedagógicamente las prácticas de aula del docente y de los estudiantes de Aceleración Secundaria IV en la clase de matemáticas, para formular una propuesta didáctica que facilite la enseñanza y el aprendizaje de algún contenido matemático.
2. Construir una propuesta didáctica de aula sobre el objeto matemático denominado función lineal, que involucre elementos metodológicos y didácticos flexibles que faciliten la comprensión en el estudiante.
3. Analizar y comprender los alcances logrados por el docente y los estudiantes durante la aplicación de la propuesta, que corroboren la transformación en el conjunto de prácticas cotidianas a favor de la comprensión en la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal.

## Capítulo 2

### Marco Teórico

#### 2.1. Estado del Arte

El estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática ha inquietado a un buen número de docentes investigadores, quienes en un ejercicio de enriquecer su práctica y lograr que los estudiantes adquieran los aprendizajes esperados, han decidido estudiar, analizar y replantear técnicas, estilos, herramientas y hasta recursos que se sumen a tal fin.

Todos los objetos matemáticos son susceptibles de ser estudiados para ser mejor enseñados y mejor aprendidos, pero no cabe duda que la función y en especial la función lineal logra inquietar a más de un docente. Diferentes investigaciones se han centrado específicamente en la conceptualización y las diferentes representaciones que esta puede tener (Ospina, D., 2012), (Sánchez, D., 2016), (Posada, F. y Villa, J., 2006), (Guzmán, R. 2006), la documentación que han publicado al respecto deja manifiesto que existe una dificultad de comprensión y manejo del concepto en los estudiantes de secundaria.

A modo de síntesis se presentará el aporte de algunas investigaciones en cuanto a la naturaleza de la enseñanza y aprendizaje de la función lineal.

Ospina D., (2012) considera imprescindible todo lo relacionado con la función lineal, dado la importancia que tendrá en el estudio del cálculo. Insiste en la dificultad que existe en transitar entre las diferentes representaciones, afirma,

Las representaciones semióticas de este concepto matemático se han presentado a los estudiantes de forma desarticulada, lo cual ha generado dificultades en la comprensión del concepto matemático, ya que posteriormente le es difícil al estudiante unificar sus diferentes representaciones para darles un significado integral, es así como el estudiante observa diversos objetos matemáticos donde solo hay uno. (p. 10)

Su propuesta tiene como eje central abordar el estudio de la función lineal de la misma forma como se dio epistemológicamente, desde el lenguaje natural y posteriormente, realizar la conversión hacia otros registros de representación.

Sánchez D., (2016), en su investigación afirma que la educación matemática debe guardar relación con la realidad tomando como referente teórico el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), movimiento que nace en Holanda a comienzos de la década de 1970. Sánchez (2016) asegura que “el uso de contextos realistas se convirtió en una de las características determinantes de este enfoque de la educación matemática” (p.12). Reconoce la evidente complejidad que viven los estudiantes al darle una interpretación acertada al concepto de función, además de la dificultad para reconocer y articular las diferentes representaciones. Su propuesta formula la estimulación a los estudiantes para desarrollar habilidades que les permiten realizar “actividades matimatizadoras” (p.94), como bien lo ha denominado.

Los siguientes autores coinciden con Ospina D., (2012) en mantener un interés por mostrar cómo los registros de representación semióticos permiten el estudio, la sistematización, la objetivación y la comprensión del concepto de función. Posada F y Villa J., (2006) proponen la modelación matemática como recurso indispensable para aprender las diferentes representaciones de la función lineal. Reconocen que la modelación no es un elemento usual en las clases de matemáticas, pero que su incorporación y uso recurrente permitirá mejorar los resultados obtenidos por los estudiantes en diferentes pruebas externas como lo son las pruebas SABER 11.

Otros autores como Guzmán R. (2006), asegura en sus estudios que la dificultad predominante en el estudio de la función lineal es la mecanización, afirma así:

Los estudiantes muestran deficiencias conceptuales, de interpretación y falta de coordinación entre los registros algebraico, gráfico y tabular, tienen diferentes dificultades al pasar de la expresión algebraica a la gráfica, por ejemplo, creen que los valores de los parámetros  $m$  y  $b$  de las funciones pueden ubicarse directamente en el plano cartesiano, realizan una representación incorrecta de estos valores y muy pocos estudiantes justifican sus respuestas, lo que indica que no están acostumbrados a repetir sin comunicar sus resultados. (p.61)

De otro lado Torres C.,(2013) en su investigación menciona la incorporación de “recursos mediadores” como elementos que facilitan el estudio de la función lineal, ampliando con lo siguiente: “los recursos mediadores permiten manejar situaciones contextualizadas cercanas a la experiencia de los alumnos” (p.1), su propuesta sugiere potencializar otras habilidades comunicativas, que suelen por lo general no ser tan relevantes en el estudio de la matemática, “ Se debe potenciar la inteligencia verbal y su capacidad de argumentación mediante el método inductivo-deductivo” (p.136)

Calderón R., (2017), en su investigación distingue que el uso de herramientas tradicionales de aula impide avanzar en tiempos modernos en la comprensión del concepto de función; propone el uso de recursos web como el programa GeoGebra, como eje motivador en los estudiantes que a su vez permitan aprendizajes significativos en cuanto al estudio de la función lineal.

La dificultad para asignar variables o incógnitas, para realizar operaciones con polinomios y con expresiones algebraicas, falencias para interpretar el gráfico de una función lineal son consideraciones citadas en las investigación de Muñoz, O. (2012); en su investigación, este autor propone incluir al igual que Calderón R., (2017) las TICS como una estrategia didáctica para estudiar el mencionado tema, asegurando que: “las nuevas tecnologías, especialmente la calculadora y el computador, son instrumentos valiosos para un aprendizaje significativo” (p.9); así mismo reconoce que el Ministerio de Educación Nacional Colombiano ha permitido la flexibilización en la construcción de planes que le permitan a los establecimientos educativos facilitar los procesos de aprendizaje significativos e incluir la modelación.

En los documentos presentados por estos autores, coinciden específicamente en centrarse en las dificultades que atraviesan los estudiantes para lograr la comprensión de la función lineal, encauzan sus propuestas en llevarlos a un estado de conocimiento y manejo absoluto de aquel objeto matemático. Ninguno revela algún análisis sobre lo que pueda estar sucediendo en la práctica docente.

Es evidente la importancia y el reconocimiento que tiene el objeto matemático en sí, como si fuera inaceptable que los estudiantes no se apropiaran del concepto y todas las formas de



representación, palabras más o palabras menos, el estudiante debe conocer “todo” lo que hay sobre función lineal. Zúñiga M (2009) agregó en su escrito refiriéndose a los estudiantes: “su noción es tan pobre” (p.121), cuando en palabras de él, aquel joven muestra una concepción deficiente del concepto de función.

En todos hay algunas líneas refiriéndose al contexto en el que se desarrolló la investigación, a la población a la que se le aplicaron los talleres (estudiantes de educación básica secundaria), las actividades, las secuencias didácticas, pero en ningún documento se cita a población en extraedad. Salas, G. (2010), a diferencia de los demás, hace una introducción a su investigación con un enfoque humanístico, agregando: “la educación tiene como finalidad el desarrollo de las capacidades del ser humano para producir y transformar el medio al cual pertenece: familia, comunidad e instituciones políticas y sociales” (p.3) , y en su propuesta aborda la importancia del ambiente colaborativo en los proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por consiguiente, esta investigación conlleva a que a través de la flexibilización curricular pertinente para la población objetivo, se construya una estrategia de aprendizaje que permita en menos tiempo del propuesto para aula regular, promover en los estudiantes en extraedad la posibilidad de comprender con sentido y apropiación un objeto matemático, que para el caso específico es el de la función lineal. Como consecuencia de lo anterior, es posible reconocer que los estudiantes realizan un tránsito informal entre las diferentes representaciones sin restarle jerarquía al concepto de función.

## **2.2. Marco de Referencia**

### **2.2.1. Enseñanza y aprendizaje de la matemática en Colombia, dificultades y expectativas**

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática, ha sido históricamente tema de interés, preocupación y discusión constante en el campo educativo. Hoy, en pleno siglo XXI atendiendo a la multiplicidad de necesidades inmersas en los diferentes contextos, se sigue reflexionando sobre cuáles deben ser las mejores formas de enseñanza que promuevan aprendizajes efectivos y significativos en los estudiantes, a saber que sin lugar a duda esta disciplina es fundamental para la comprensión de entorno vivo del cual somos parte.

Según el Ministerio de Educación Nacional MEN (2006), en el país, desde el año 1900 hasta la década de los setenta, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática se ceñía por un carácter rígido, el cual contemplaba la disciplina como un cuerpo inamóvil, de verdades únicas e incuestionables. En este orden de ideas, las prácticas de aula estaban orientadas a que el estudiante memorizara, recordara y recitara axiomas, definiciones, teoremas y procedimientos algorítmicos relacionados con algunos contenidos; asumiendo así que eran las formas adecuadas de garantizar razonamiento lógico y abstracción que sirvieran de preparación para todo lo relacionado con ciencia y la tecnología.

Para la misma entidad, la educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos.

Después de la llegada de la Ley General de Educación en el año 1994, la cual aterriza un poco más la idea de un servicio educativo ajustado a las necesidades e intereses de la familia, personas y sociedad, el Ministerio de Educación Nacional publica en el año 1998 los Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Ese documento le imprime a la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar un sentido más amplio que invita y posibilita a los maestros y estudiantes a llevar los aprendizajes fuera del marco escolar. De esta manera, el MEN (1998), postula “la necesidad de relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista” (p.35). En este sentido, la entidad ratifica que uno de los propósitos del estudio de la matemática escolar es el desarrollo del pensamiento matemático y, por tanto, son la modelación y la resolución de problemas dos elementos fundamentales para alcanzar la mencionada meta, además, pretende con estas nuevas perspectivas fracturar la idea de la enseñanza “transmisionista” y el aprendizaje “mecanicista”, muy presentes hasta la fecha en el estudio de la matemática.

De acuerdo con el MEN (2006), en el conocimiento matemático se distinguen dos tipos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. Al respecto enuncia:

El primero está más cercano a la reflexión, y se caracteriza por un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus

componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo, y se asocia con el saber qué y saber por qué. El procedimental es más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y estrategias para representar conceptos y transformar dichas representaciones, por tanto está asociado con el saber cómo. (p.50)

Estos dos tipos de conocimiento, perfilan lo que podría llegar a significar “ser matemáticamente competente”; es por eso que el MEN también propone la existencia y permanencia de una articulación entre el formular y resolver problemas y la modelación de fenómenos de la realidad, con el desarrollo de habilidades para comunicarse matemáticamente: expresar ideas, interpretar y representar la información de diferentes maneras, usar consistentemente los diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones.

Ahora, para la apropiación de estos dos tipos de conocimiento, el MEN (2006, p.76,77) también plantea que durante la enseñanza y el aprendizaje de la matemática esté presente el desarrollo de procesos de pensamiento matemático que permitan: la manipulación (exploración de ejemplos, casos particulares); la formulación de conjeturas (núcleo del razonamiento matemático, proponer sistemáticamente afirmaciones que parecen ser razonables, someterlas a prueba y estructurar argumentos sobre su validez); la generalización (descubrir una ley y reflexionar sistemáticamente sobre ella); la argumentación (explicar el por qué, estructurar argumentos para sustentar generalización, someter a prueba, explorar nuevos caminos).

Siguiendo esta misma línea, hay otros autores como Obando y Múnera (2003), quienes extrapolan lo presentado en los Lineamientos Curriculares y proponen la modelación y la resolución de problemas cotidianos como el pretexto para lograr la participación activa de los estudiantes, ya que en el ejercicio comprensivo y resolutivo del problema están en permanente interacción con el docente y con ellos mismos; así es el objeto matemático un pretexto para la autoconstrucción de conocimiento matemático.

Es evidente que durante las tres últimas décadas, Colombia ha avanzado en el mejoramiento del acceso a la educación y ha realizado algunos progresos en la eficiencia interna, esfuerzos aunados en lo que a temas de calidad se refiere. La comunidad de educadores matemáticos continúan investigando, analizando, reflexionando y proponiendo herramientas para

que la enseñanza de la matemática siga contribuyendo y sume a las metas y propósitos de toda la educación nacional.

Aun cuando se han dado tan innumerables esfuerzos de las entidades de orden estatal y de los mismos maestros por mejorar la calidad educativa, específicamente en lo que se refiere a garantizar que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática cumplan su cometido, hay elementos que siguen siendo imprecisos en el contexto escolar.

Socas (1997) hace una presentación sobre las posibles dificultades, obstáculos y errores en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, sin que sus afirmaciones se alejen un poco de la realidad presente. Al respecto, él afirma que existen dificultades asociadas con:

- La complejidad de los objetos matemáticos. Resulta para algunos estudiantes casi imposible relacionar elementos propios de la disciplina, con el lenguaje cotidiano.
- La complejidad en desarrollar pensamiento matemático. Hay una carencia en la modelación, los ejemplos cotidianos resultan incomprensibles.
- Los métodos de enseñanza. Existe incoherencia entre la propuesta curricular, los métodos y las estrategias empleadas en el aula.
- Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática. Puede existir una carga de creencias, actitudes y emociones, que actúan como fuerza impulsadora o de resistencia al aprendizaje de la matemática.

Aunque puede parecer irrelevante, existe un elemento recurrente en el ambiente escolar, García, G., Camelo, F., (s.f) afirman: “Uno de los problemas en el aprendizaje de la matemática, que cobra cada día más fuerza es el desinterés y la falta de motivación de los estudiantes” (p.1); estos autores retoman y también proponen como necesario “conformar un proyecto que posibilite que el proceso de enseñanza y aprendizaje ofrezca las posibilidades a estudiantes y docentes de encontrar las razones del por qué y para qué del proceso educativo” (p.2).

Frente a estos obstáculos, no basta tan solo fijar la atención en propuestas como la de Vasco (2006) quien afirma que uno de sus siete retos educativos para Colombia entre el 2006 al 2019, es pasar de la enseñanza y evaluación a través de logros y objetivos específicos, a la enseñanza y aprendizaje por competencias. Hay otros elementos, que será necesario dejar documentados, y son

los relacionados con la educación matemática crítica. Según García, G., Camelo, F., (s.f) las expectativas educativas deberán centrarse en construir escenarios de aprendizajes a partir de las relaciones entre la espacialidad, la identidad y la territorialidad. Estas relaciones, según las autoras, permitirán identificar problemas que tienen contenidos relevantes desde el aprendizaje y que permiten enseñar y aprender según la posición y la realidad vivida por los estudiantes.

Para continuar con la revisión documental, será necesario atomizar el estudio de la matemática y centrarlo en una población, en un objeto matemático preciso y/o en una práctica metodológica específica. El estudio de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en cada escenario le dará valor y sustento a la propuesta planteada durante la investigación.

### **2.2.2. Enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de estrategias educativas flexibles**

Tal como se ha mencionado en el capítulo 1, el Programa Volver a la Escuela está conformado por dos estrategias y un modelo educativo de atención catalogados como flexibles, que permiten atender las necesidades particulares de la población objetivo, garantizando el acceso y continuidad de niñas, niños y adolescentes en el sistema educativo.

Sin definir explícitamente la palabra flexibilidad, Salinas, J. (2013), sostiene que en educación “hay que considerar que la flexibilidad es una de las cualidades de los nuevos entornos de aprendizaje” (p.60), podría considerarse la flexibilidad como un valor agregado para el sistema educativo en los términos de ratificar al estudiante como eje central en el proceso.

En el mismo sentido, Salinas, J. (2013) habla de distintos tipos de flexibilidad relacionados con educación:

Flexibilidad relativa al tiempo: Tiempo de comienzo y finalización del curso, tiempo para los momentos de estudio del curso, tiempo/ritmo de estudio, momentos de evaluación.

Flexibilidad relativa al contenido: Tópicos del curso, secuencia de diferentes partes del curso, tamaño del curso.

Flexibilidad relativa a los requerimientos: Condiciones para la participación.

Flexibilidad relativa al enfoque instruccional y a los recursos: organización social del aprendizaje (gran grupo, medio grupo, pequeño grupo, aprendizaje individual).

Flexibilidad relativa a la distribución y a la logística: Tiempo y lugar donde el apoyo está disponible, lugar para estudiar, canales de distribución. (p.60)

De la misma forma, para Salinas, J. (2013) el ideal de aprendizaje flexible descansaría en enfoques de enseñanza y aprendizaje que están centrados en el estudiante, con grados de libertad en el tiempo, lugar y métodos de enseñanza y aprendizaje, y que utilizan las tecnologías o los recursos apropiados.

Salinas, J. (2013) cataloga como un buen sistema de educación flexible el que permite:

Acomodarse directamente a las formas en que la gente aprende naturalmente, apertura a diferentes necesidades y lugares de aprendizaje, abrir varias opciones y grados de control al usuario, basarse en materiales de aprendizaje centrados en el alumno, ayudar a que los usuarios se atribuyan el mérito de su aprendizaje y desarrollar un sentimiento positivo sobre su consecución. (p.62)

De alguna manera, la flexibilización podría habilitar la opción de seleccionar información de acuerdo con la pertinencia y la necesidad que tenga el estudiante. Al respecto Díez (2000), afirma:

Ya no se requieren personas capaces de desarrollar actividades mecánicas con soltura y rapidez: esas tareas cada vez más las están asumiendo las máquinas controladas por los ordenadores. Ahora se requieren otro tipo de habilidades, tales como la capacidad de seleccionar información, el trabajo en red, la flexibilidad, la versatilidad, la adaptabilidad, la gestión del cambio, entre otras muchas habilidades más.(p.24)

Con lo anterior, hay un llamado de muchas voces a replantear el horizonte de la educación; será importante cuestionar de manera permanente el cómo se está enseñando, será necesario reconocer a los estudiantes como sujetos activos en el proceso, valorar cada aporte o indicio que permita reorientar el *qué* les estamos enseñando, es decir, abrir el capítulo de la educación matemática crítica.

Díez (2000) afirma:

El aprendizaje de las matemáticas es la capacidad de un individuo de identificar y de entender el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo, para hacer

juicios matemáticos fundamentados y para manejarse con las matemáticas, con la finalidad de hacer de estos individuos, en el futuro, unos ciudadanos constructivos, preocupados y reflexivos (p.25).

De acuerdo a lo anterior, es importante reconocer que la propuesta educativa presente en este documento no pretende educar alrededor de los conceptos matemáticos especializados, profundos y académicos. Díez (2000) propone que en ese marco de flexibilidad, la matemática como medio de estudio sea la que él mismo ha denominado “matemáticas de la vida real”. Insiste, al igual que otros actores en no abordar el estudio disciplinario a partir de un conjunto de axiomas, principios, reglas, etc. que se utilizan para describir el mundo que nos rodea (sea desde el punto de vista analítico, geométrico, diferencial, algebraico o de cualquier otra índole); el autor plantea aterrizar la formalización de la educación matemática a través de la vida práctica, cotidiana y cercana al estudiante, los contenidos matemáticos deben partir y llegar de la experiencia, eso hará más amigable el estudio de la disciplina y es muy probable que se signifique más para el estudiante.

Díez (2000) amplía su argumento con lo siguiente:

El concepto de matemáticas de la vida real es mucho más amplio que el concepto de matemáticas académicas. Las matemáticas de la vida real son una construcción social del saber matemático aplicado a todas las esferas de la vida cotidiana. Por ello, incluyen tanto el conjunto de símbolos y reglas que rigen su uso, como las diferentes maneras que existen para utilizar esos símbolos y esas reglas que implican formas de representación, razonamiento o comunicación diferentes. Matemáticas de la vida real es saber hacer una suma, pero también saber entender una representación gráfica o utilizar un esquema para explicar una relación de causalidad. Matemáticas de la vida real es utilizar la regla de tres, pero también ser capaz de predecir el dinero que vamos a necesitar en un viaje de vacaciones, haciendo un modelo de gastos previstos. Saber matemáticas de la vida real es saber cuánta agua cabe en un cubo, pero también saber calcular la integral del volumen de un cubo (p.41)

El enfoque y la metodología de enseñanza y aprendizaje a través de los modelos o estrategias educativas flexibles, debe tener como otro gran objetivo la reintegración al sistema escolar de aquellos posibles desertores, los que según afirma Roman (2013) la escuela tradicional ha logrado convencer de que son flojos, que no estudian ni se esfuerzan lo suficientes, que no están motivados, que siempre faltan, que tienen problemas de conducta.

Por consiguiente, la apuesta a estudiar la matemática de la vida real, no se desprende de la necesidad de revisar la rigurosidad del área; es por eso que será necesario hacer una exploración sobre los aspectos conceptuales específicos para la propuesta, dado que permitirá comprenderla y llevarla a ese punto de aplicación y contextualización cercano que requieren los estudiantes.

### **2.2.3. La enseñanza y el aprendizaje a través de secuencias didácticas**

Desde hace años, un buen número de investigadores dedicados al estudio de la didáctica de la matemática, han desarrollado métodos para la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia. Al respecto, existen diferentes teorías y modelos para el aprendizaje de las matemáticas, los cuales han sido estudiados, divulgados y establecidos como tal en los procesos de enseñanza aprendizaje; algunos de estos son: el conductismo, y el constructivismo.

Según Gómez, G. (2011), “La esencia del conductismo, es modificar la conducta por medio del estímulo respuesta” (p.41), en sí, hay aprendizaje si hay cambios de conducta, mientras que “la esencia del constructivismo, es la modificación de estructuras cognitivas internas” (p.41), en otras palabras, es la modificación de los conocimientos previos. En cuanto al constructivismo, este resulta ser esencial cuando en el proceso de aprendizaje se pretende prevalecer, reforzar, exaltar el trabajo colaborativo; con esa mirada, esta teoría reconoce la enseñanza-aprendizaje como un acto social y cultural.

Un gran reto para todas las instituciones educativas y especialmente para los docentes, es encontrar estrategias que permitan organizar y enseñar los contenidos de los planes de estudio, de tal forma, que los aprendizajes sean los esperados de acuerdo con lo formulado en los Estándares Básicos de Competencia, pero que en simultaneo promuevan personas capaces de trabajar en grupo y establecer buenas y mejores relaciones humanas. Aunque las teorías conductistas y constructivista, pueden ser el punto de referencia, las nuevas dinámicas sociales y en especial las referidas al ámbito educativo, exigen cambios en los modelos y estrategias educativas que permitan establecer aprendizajes significativos.

En consecuencia, el MEN (2013), establece que las secuencias didácticas son un ejercicio y un posible modelo que se le propone a los docentes interesado en hacer uso de nuevas formas



de enseñar las matemáticas. Estas presentan un orden en las actividades llevadas a cabo en los procesos de enseñanza-aprendizaje, es decir, muestra una cadena planificada de actividades relacionadas y enlazadas con los temas que establece el plan de estudios.

Otros autores como Pérez, A. (2005), establecen la secuencia didáctica como “una estructura e acciones e interacciones relacionadas entre sí, intencionales, que se organizan para alcanzar un aprendizaje” (p.52). Feo (2010) define las estrategias didácticas como “los procedimientos por los cuales el docente y los estudiantes, organizan las acciones de manera consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso enseñanza y aprendizaje” (p. 222). Para el mismo autor, las secuencias didácticas corresponden a “todos aquellos procedimientos instruccionales y deliberados realizados por el docente y el estudiante dentro de la estrategia didáctica, divididos en momentos y eventos instruccionales” (p.229).

Para Díaz, A (2013), las secuencias didácticas se constituyen en “una organización de las actividades de aprendizaje que se realizarán con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo” (p.1); bajo esa mirada, los docentes deben planear actividades centradas en el aprendizaje, lo que implica no solo conocer a profundidad la asignatura, también requiere conocer las características, habilidades y necesidades que tienen los estudiantes, pues la secuencia debe dar cuenta de la atención a las mencionadas variables.

Peng Yee, L., (2014), pese a que reconoce el rol del docente y de los estudiantes, explicita la importancia de la tarea que cumple el docente cuando se trata de generar ambientes de aprendizaje que desarrollen en los estudiantes cierto tipo de habilidades, ya que es una intención de la secuencia didáctica comprender que la matemática es más que una aplicación automática de una cantidad finita de procedimientos.

Las secuencias didácticas en matemáticas colocan las competencias comunicativas como un componente transversal necesario para la construcción y perfeccionamiento de las competencias matemáticas. (MEN, 2013). Las actividades que se propongan en las secuencias deben promover los diálogos en el aula, estimulando el compartir y validar conocimientos para lograr

comprensiones. En consecuencia, dan a los estudiantes la oportunidad de expresarse en sus propias palabras, de escribir sus propias opiniones, hipótesis y conclusiones, a través de un proceso colaborativo y libre que les aumente la confianza en sí mismos y su autonomía como aprendices.

En el marco de esta investigación, se trata entonces de un material que facilitará al docente abordar las prácticas pedagógicas desde una postura reflexiva y crítica, que fortalezca sus conocimientos didácticos del contenido matemático; y en la misma proporción facilitará en el estudiante los medios para hallarle el sentido y el significado a lo que está aprendiendo, una tarea que involucra tanto los contenidos a enseñar como la didáctica para hacerlo.

#### **2.2.4. La función lineal: aspectos conceptuales**

Antes de presentar los elementos conceptuales de la función lineal, abordados específicamente en la básica secundaria, es importante hacer un barrido sobre la evolución histórica de la función, reconociendo los aportes dados en tres grandes etapas. Al respecto, Sastre (2005) afirma:

Todo profesor de matemática debiera tener un conocimiento aceptable de la historia de esta ciencia, no con el objetivo de organizar un curso con contenidos históricos, sino para poder utilizar, en el plano del acercamiento del objeto de estudio al alumno, las consideraciones más relevantes de su desarrollo y, sobre todo, para favorecer la comprensión de que esta ciencia evoluciona en el marco del desarrollo socio-cultural de la humanidad (p.142)

La decisión de presentarlo en tres periodos: época antigua, edad media y período moderno, atiende a la propuesta de Sastre (2005):

**Época antigua.** No existía una idea abstracta de variable, y las cantidades se describían verbalmente o por medio de gráficos. El conteo implicaba una correspondencia entre un conjunto dado de objetos y una secuencia de números para contar, es así que las cuatro operaciones aritméticas elementales son funciones de dos variables. Los babilonios tenían un manejo algebraico muy desarrollado, caracterizado por la sustitución, el cambio de variables, y hasta el uso de la ley exponencial, aunque no definieron el concepto de función. Los griegos trataron con problemas que tenían implícita la noción de función, pero no fueron capaces de reconocerla y,

menos aún, de simbolizarla. Sin embargo, ellos calcularon áreas, volúmenes, longitudes y centros de gravedad.

**Edad media.** Es el comienzo de la caída de Roma (año 476). Los árabes van a proporcionar a Occidente un gran tesoro que desarrollará de forma increíble la Aritmética, sentando, además, las bases de una nueva rama de las Matemáticas: el Álgebra. Durante este periodo se estudiaron fenómenos naturales como: calor, luz, color, densidad, distancia y velocidad media de un movimiento uniformemente acelerado. Las ideas se desarrollaron alrededor de cantidades variables independientes y dependientes, pero sin dar definiciones específicas. El estudio del cambio se inicia con la representación gráfico-geométrica, construida por Nicolás Oresme como método para representar las propiedades cambiantes de los objetos.

**Periodo Moderno.** Sastre (2005) cita a Kleiner (1989), refiriéndose a los sucesos fundamentales para el desarrollo del concepto de función: 1) La extensión del concepto de número al de números reales, e incluso a números complejos (Bombelli, Stifel), 2) La creación del Álgebra simbólica (Vieta, Descartes), 3) El estudio del movimiento como un problema central de la ciencia (Kepler, Galileo) y 4) La unión entre el Álgebra y la Geometría (Fermat, Descartes).

Galileo (1564 - 1642) introdujo lo numérico en las representaciones gráficas y expresó las leyes del movimiento, a las que incorporó el lenguaje de la teoría de las proporciones, dando un sentido de variación directa o indirectamente proporcional.

Con la llegada de la obra de Descartes, (1596 - 1650) se produce un enorme avance. Descartes buscaba liberar a la Geometría del exceso de figuras, pero también buscaba darle sentido o significado al Álgebra por medio de la Geometría. Fue revolucionario al establecer que una curva se construye con solamente ofrecer una ecuación algebraica. Así es que Descartes fue quien desarrolló la idea de introducir una función en forma analítica. La aparición del Cálculo, significa hacer referencia a Newton y a Leibniz, a la creación de una de las herramientas matemáticas más potentes y al nacimiento de un nuevo paradigma científico: la Naturaleza puede ser explicada a partir de ecuaciones diferenciales. Leibniz (1646 - 1716) fue el primer matemático en utilizar la palabra función en 1692. Usó esta palabra para referirse a cualquier cantidad que varía de un punto

a otro de una curva, tal como la longitud de la tangente, de la normal, de la subtangente y de la ordenada. En 1665, Newton utilizó la palabra *fluent* para representar cualquier relación entre variables. Euler (1707 - 1783) continúa el camino para precisar la noción de función comenzando a definir nociones iniciales como son: constante y cantidad variable y, en 1755, define función como una expresión analítica. Fourier (1768 - 1830), estudiando el flujo de calor en cuerpos materiales, contribuyó a la evolución del concepto de función al considerar la temperatura como función de dos variables: tiempo y espacio. En 1829 Dirichlet (1805 - 1859) definió función de la siguiente forma: “y es una función de la variable  $x$ , definida en el intervalo  $a < x$  si para todo valor de la variable  $x$  en ese intervalo, le corresponde un valor determinado de la variable  $y$ . Además, es irrelevante como se establece esa correspondencia”. (Sastre, 2005, p.150)

La Teoría de Conjuntos iniciada por Cantor (1845 - 1918) produce una nueva evolución del concepto de función, extendiéndose la noción para incluir: “toda correspondencia arbitraria que satisfaga la condición de unicidad entre conjuntos numéricos o no numéricos” (Sastre, 2005, p.151)

La ciencia sigue un curso evolutivo que la práctica docente probablemente no puede seguir estrictamente el desarrollo de sus clases. Durante el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, tanto el maestro como el estudiante abordan resultados matemáticos producto de la evolución del conocimiento, (Sastre, 2005). Aunque el estudio escolar de un objeto matemático como el de la función, se haga de manera gradual, y busque abordarse con la mejor didáctica posible que garantice el desarrollo de una serie de habilidades en los estudiantes, el docente no debe ser ajeno y olvidar el conocimiento riguroso del objeto, presentado en conceptos, leyes y procedimientos.

Enseguida se sintetizará a la luz de un texto de cálculo avanzado, los conceptos relevantes para los grados escolares de la investigación.

Según el texto El Cálculo de Leithold, L, (1999), “Una función puede considerarse como una correspondencia de un conjunto  $X$  de números reales  $x$  a un conjunto  $Y$  de números reales  $y$ , donde el número  $y$ , es único para cada valor específico de  $x$ . Figura 1” (p. 20)

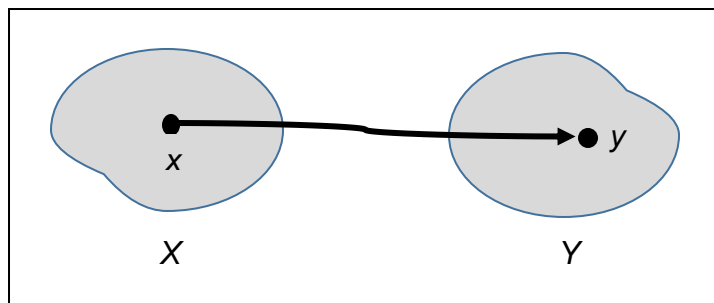


Figura 3. Representación de una función

Definición de función: Una función es un conjunto de pares ordenados de números  $(x, y)$  en los que no existe dos pares ordenados diferentes con el mismo primer número. El conjunto de todos los valores admisibles de  $x$  se denomina dominio de la función, y el conjunto de todos los valores resultantes de  $y$  recibe el nombre de contradominio de la función.

Frente a la palabra contradominio, el autor aclara:

La palabra inglesa **range** se ha traducido generalmente como rango, y corresponde al número de valores asignados a la variable dependiente de una función. Otros nombres para este conjunto son: recorrido (poco empleado en el cálculo); ámbito (termino muy reciente para este concepto); imagen (muy empleado en algebra y teoría de conjuntos); rango (muy empleado en el cálculo) (Leithold, 1999, p.24)

En esta definición, la restricción de que dos pares ordenados no pueden tener el mismo primer número asegura que  $y$  es único para cada valor específico de  $x$ . Los símbolos  $x, y$  denotan variables. Debido a que el valor de  $y$  depende de la elección de  $x$ ,  $x$  denota a la variable independiente, mientras que  $y$  representa a la variable dependiente.

Si  $f$  es la función tal que los elementos de su dominio se representan por  $x$  y los elementos de su contradominio se representan por  $y$ , entonces el símbolo  $f(x)$  (léase  $f$  de  $x$ ) denota el valor particular de  $y$  que corresponde al valor de la  $x$ .

El concepto de función como un conjunto de pares ordenados, permite enunciar la siguiente definición de grafica de una función.

Definición de la gráfica de una función: si  $f$  es una función, entonces la gráfica de  $f$  es el conjunto de todos los puntos  $(x, y)$  del plano  $\mathbb{R}^2$ , para los cuales  $(x, y)$  es un par ordenado de  $f$ .

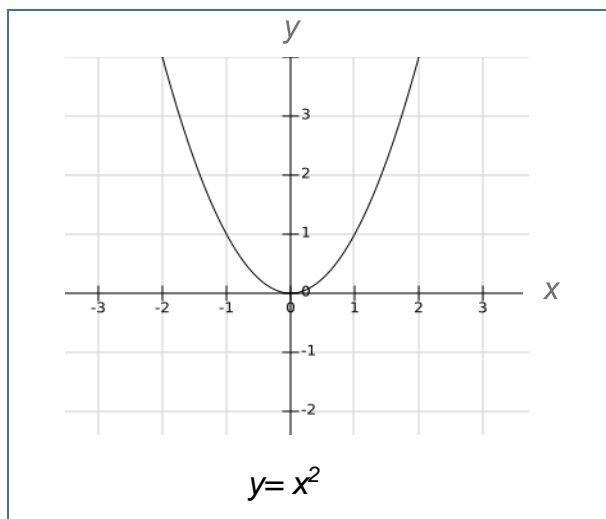


Figura 4. Gráfica de una función

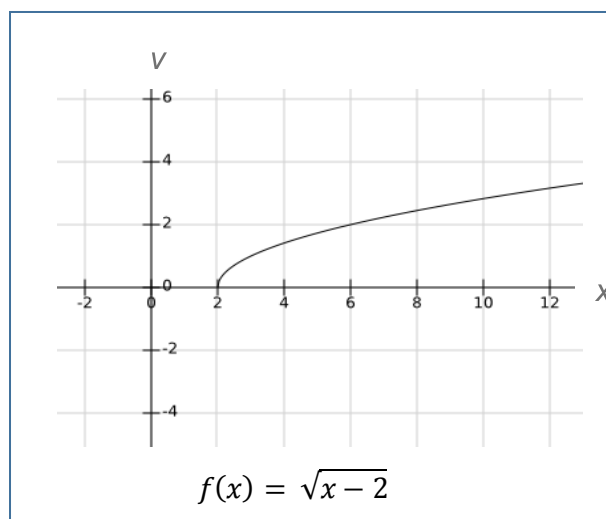


Figura 5. Gráfica de una función

Una recta vertical intersecta la gráfica de una función a lo más en un punto.

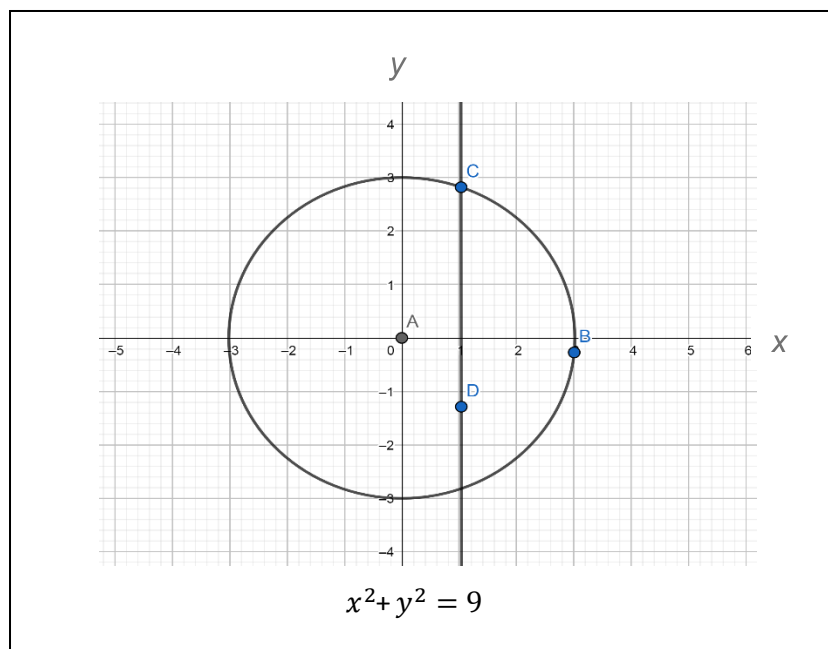


Figura 5. Representación gráfica de lo que no es una función

Según los tipos de función, la función lineal se define por:

$$f(x) = mx + b$$

Donde  $m$  y  $b$  son constantes y  $m \neq 0$ . Su gráfica es una recta cuya pendiente es  $m$  y su intercepción y u ordenada al origen es  $b$ .

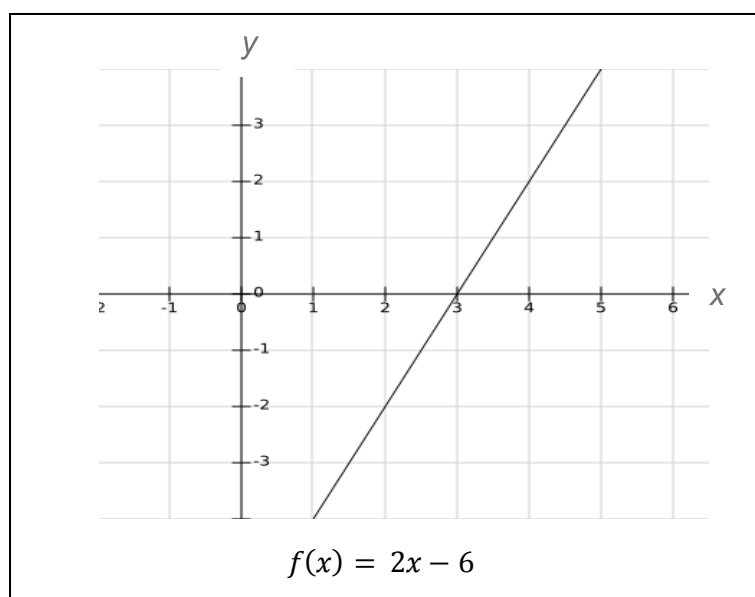


Figura 7. Representación gráfica de una función lineal

La función lineal particular definida por

$$f(x) = x$$

Se denomina por función identidad. Su gráfica, dibujada a continuación, es la recta que biseca los cuadrantes primero y tercero.

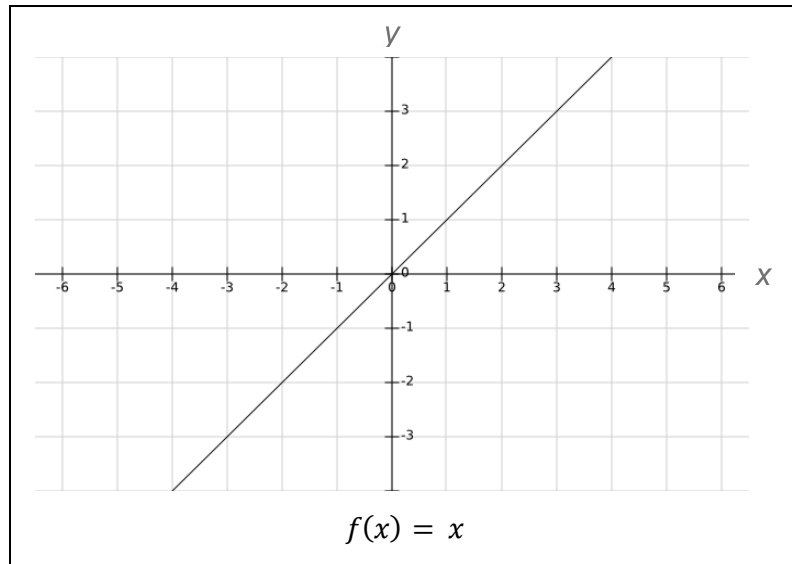


Figura 8. Función identidad

En el escenario de la matemática, los elementos presentados hasta el momento, permiten expresar o modelar situaciones vividas en el cotidiano, es decir, es posible expresar una situación del mundo real en términos de una relación funcional lineal. Aunque no existe un método fijo para que esto suceda, se requiere la comprensión de los elementos conceptuales mínimos. Será el docente, a través de la riqueza de la didáctica, el que conducirá a los estudiantes al mundo de la modelación.

La revisión teórica presentada a continuación, proyecta abordar algunos apartados, indispensables de ser revisados cuando se pretende comprender el mundo real con ayuda de los objetos matemáticos, sobre todo en contextos cercanos para los estudiantes.

### **2.2.5. Enseñanza y aprendizaje de la función lineal: principios**

El estudio del concepto de función, su enseñanza y aprendizaje está propuesto en el currículo de secundaria y sigue siendo desarrollado en la educación superior, por lo que no debería presentar ningún obstáculo durante su enseñanza y aprendizaje en este último nivel. Numerosas



investigaciones han evidenciado ausentismo en el planteamiento de situaciones didácticas orientadas al acercamiento a algunos conceptos relacionados con la función.

Ahora, frente a la función lineal, investigaciones sobre este objeto matemático han dejado en primer plano, la incorporación sistemática de diversas representaciones, pero tales estudios no han logrado una profundidad sobre cómo un estudiante puede enfrentar el tránsito por las diferentes representaciones. Zuñiga, M., (2009) menciona a esa operación conversión, la cual involucra un cambio de registro, el autor afirma:

Es una actividad cognitiva fundamentalmente necesaria para lograr una aprehensión conceptual de los objetos matemáticos” (p.15), además agrega: “La dificultad que tienen los alumnos y algunos profesores de enseñanza media para desarrollar un entendimiento profundo del concepto de función es que generalmente se restringen a una manipulación algebraica que produce una limitación en su comprensión (p.20).

En la matemática escolar algunos autores argumentan que en esencia se debe *cómo se aprende*, pues teniendo lo anterior claro, los docentes pueden pensar en estrategias que propicien el aprendizaje. Ausubel (2002) considera que, la condición más importante para que el aprendizaje sea significativo es que pueda relacionarse, de modo no arbitrario y sustancial, con lo que el estudiante ya sabe.

Díaz (2002), afirma lo siguiente:

La construcción del conocimiento escolar es un proceso de elaboración, en el sentido de que el alumno selecciona, organiza y transforma la información que recibe de muy diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos. Así, aprender un contenido quiere decir que el alumno le atribuye un significado, construye una representación mental por medio de imágenes o proposiciones verbales, o bien elabora una especie de teoría o modelo mental como marco explicativo de dicho conocimiento (p.32).

Este último autor también plantea: “el aprendizaje significativo es aquel que conduce la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes” (Díaz, 2002, p.32)

Así que no bastará en pensar a los estudiantes como cajas vacías, cada uno llevará unos pre saberes que le permitirán construir su propio concepto sobre el objeto matemático estudiado.

Por lo tanto, las ideas previas pueden ser un obstáculo o también pueden ser ideas precursoras. Los errores que aparecen sistemáticamente, y que si o si deben ser una alerta para el docente, son los que conocemos como los obstáculos cognitivos de Brousseau, citado por Zúñiga (2009); además pueden ser el resultado de diferentes causas y por ello se les diferencia según su origen de la siguiente manera:

Obstáculos ontogénicos: son aquellos que provienen de las limitaciones del sujeto en un momento dado del desarrollo.

Obstáculos didácticos: son aquellos que parecen depender de las decisiones del docente o del sistema educativo.

Obstáculos epistemológicos: están ligados al conocimiento mismo. Se pueden encontrar en la evolución histórica de los conceptos matemáticos. (Zúñiga, 2009, p.27)

En definitiva, para que un estudiante construya ideas y se aproxime al concepto de función, deberá a través de varios ejercicios y en diferentes contextos, realizar acercamientos al objeto matemático. Y así mismo será importante para el docente, tener en cuenta las apreciaciones de De la Rosa (2000), cuando asegura que un estudiante tiene integrado un concepto matemático cuando cuenta con las imágenes conceptuales de los diferentes registros de representación, y es capaz de utilizarlos o seleccionar el más pertinente cuando se enfrentan a la resolución de problemas

Zúñiga (2009), hace referencia a un estudio realizado sobre algunos problemas matemáticos presentados a los estudiantes donde el enunciado no indica de ninguna manera el sistema o los sistemas de representación requeridos para resolverlo; dicho estudio muestra la regularidad sobre los diferentes en cuanto a la aproximación del concepto de función:

Momento 1. Ideas imprecisas acerca de un concepto (mezcla incoherente de diferentes representaciones del concepto).

Momento 2. Identificación de diferentes representaciones de un concepto. Identificación de sistemas de representación.

Momento 3. Translación con preservación de significado desde un sistema de representación a otro.

Momento 4. Articulación coherente entre dos sistemas de representación.

Momento 5. Articulación coherente de diferentes sistemas de representación en la solución de un problema. (p.37)

Duval (1993) frente a la tarea de las representaciones agrega lo siguiente: *“jamás se deben confundir a los objetos con su representación...la distinción entre un objeto y su representación*

*es, pues, un punto estratégico para la comprensión de matemáticas”* (p.1). De cara a lo anterior, el mismo autor define dos tipos de representaciones:

- Representaciones mentales: cubren al conjunto de imágenes y globalmente a las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación o sobre lo que les está asociado, según él, es a la que se presta mayor atención.
- Representaciones semióticas: son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propios constreñimientos de significancia y de funcionamiento.

Sobre las representaciones semióticas, estas no solamente cumplen con la función de comunicación, sino que desempeñan un rol en el desarrollo de las representaciones mentales, en el cumplimiento de diferentes funciones cognitivas, y en la producción de conocimiento. No obstante, las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático son absolutamente necesarias, pues los objetos matemáticos no son directamente accesibles. Al respecto el mismo autor amplió la información especificando que las representaciones semióticas que son particularmente relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, pueden ser transformadas en representaciones equivalentes en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. Duval, (1999).

Al respecto, en estudios previos, Duval (1998) considera imprescindible las tareas de conversión entre representaciones para la formación de conceptos. Los problemas del aprendizaje, desde ese punto de vista pueden darse porque existe mayor énfasis en los procesos algebraicos, restringiendo su enseñanza al manejo amplio de esa representación. Es usual que en una práctica de aula, el profesor solicite la conversión de una función escrita algebraicamente a la representación gráfica. Poco usual que suceda al contrario. De la Rosa (2000) afirma que es altamente probable que un concepto matemático visto en sus diferentes representaciones, proporcione información específica, y por lo tanto el concepto estará más íntegro.

La coordinación entre las representaciones que provienen de sistemas semióticos diferentes no es espontánea. Su puesta en juego no resulta automáticamente de los aprendizajes clásicos centrados directamente en los contenidos de la enseñanza. Por tal razón será necesario

que se creen condiciones (ejercicios, actividades, situaciones) donde sea posible establecer una coordinación entre los diferentes registros de representación. Lo necesario para favorecer tal coordinación parece ser un trabajo de aprendizaje específico centrado en la diversidad de los sistemas de representación, en la utilización de sus posibilidades propias, en su comparación por la puesta en correspondencia y en sus “traducciones” mutuas (Duval, 2004).

Ahora, en vista de proponer actividades que promuevan comprensivamente el cambio de representación en la función lineal, es indispensable revisar las dificultades y retos que han experimentado tanto docentes y estudiantes en el estudio de la función lineal y su correlación con la vida real. De alguna manera servirá de derrotero para reorientar las estrategias propuestas en esta investigación.

#### **2.2.6. Enseñanza y aprendizaje de la función lineal: dificultades y retos**

Como ya lo he referido al inicio de este capítulo, en algunos casos el aprendizaje de la matemática se ha centrado en la repetición de algoritmos y en la memorización de procedimientos que nada garantiza la comprensión de los conceptos matemáticos. Y así lo afirma Dolores (2004) a quien parafraseándola, asegura que en el aula no se prioriza la comprensión de conceptos matemáticos y de sus significados, generando en los estudiantes concepciones divergentes con las aceptadas por la matemática.

Este asunto genera dificultades a largo plazo, y tal como lo menciona Artigue (1995), que sin bien un docente puede enseñar a los estudiantes a realizar de forma más o menos mecánica algunos cálculos y a resolver algunos problemas estándar, se encuentra posteriormente con grandes tropiezos para que los estudiantes ingresen al mundo del Cálculo y así mismo, para que alcancen una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento.

A diferencia del uso de algunas herramientas matemáticas, tal como sucede con la factorización, abordar la función lineal en el aula permite, que sea el estudiante quien se aproxime al concepto, lo materialice y lo signifique a partir de una construcción guiada por el docente, que en sí, es un poco el hilo conductor de esta propuesta.

La problemática que generalmente se presenta en el aprendizaje de funciones en el aula, responde a una serie de dificultades propias de la naturaleza misma del objeto matemático y de la forma en que comúnmente es enseñado, por ejemplo, se puede mencionar el hecho de que durante su enseñanza se suelen presentar diversas formas de representar al mismo objeto matemático (diagramas sagitales, conjuntos, gráficas, entre otros), pero estas representaciones se hacen de manera aislada, sin relacionar la una con la otra, y no siempre se dirigen hacia la conceptualización de función como relación de correspondencia entre los elementos de uno a otro conjunto ni como relación entre variables.

De la misma manera, existe una tendencia de estudiar la función en tres grandes bloques. Primero, se aborda la presentación del concepto función mediante conjuntos. Es muy frecuente que la entrada para definir “función” a los estudiantes sea por medio de la representación de dos conjuntos unidos por una flecha, la cual recibe el nombre de función y es denotada por la letra  $f$ , en la que el docente reescribe la definición dada por Dirichlet. En la enseñanza de la función, suele tratarse solamente su definición como correspondencia entre dos conjuntos, con poco énfasis en la regla mediante la cual se establece dicha relación de correspondencia entre los conjuntos dados; su definición como relación entre variables y las ideas de variación poco se desarrollan en el ámbito escolar, se presenta sin ahondar en la relación de las diferentes representaciones.

Segundo. Dada la primera entrada, se procede a presentar la expresión analítica de una función. Así, las cosas, se presenta la expresión algebraica de la forma “ $f(x) = mx + b$ ”. Al escribir la función de esta manera, por lo general se genera un vacío entre las letras estudiadas como partes literales de un término algebraico, y las letras entendidas como variables, bien sean dependientes o independientes. (Freudenthal, 1983, p.59).

Tercero. Gráfica de una función. La función es representada en el plano cartesiano, mediante Pares ordenados de puntos, obtenidos a partir de la tabulación de los valores de las Variables independiente y dependiente.

En ese sentido, Sánchez (2016) comparte,

He encontrado evidencias que sugieren que para algunos estudiantes cada representación corresponde a un objeto matemático diferente, no cuentan con herramientas conceptuales que les permitan reconocer y articular las diferentes representaciones que lo constituyen, resultando de la forma desarticulada y descontextualizada en la que este objeto matemático ha sido presentado a los estudiantes (p.13)

Es posible que la confusión descrita por Sánchez (2016), atienda estrictamente a las ejemplificaciones particulares y desligadas dadas para cada representación, o, por abordar el objeto matemático estrictamente con ejemplos numéricos y algebraicos, sin considerar situarlos en un contexto o a través de una modelación. En efecto, la comprensión de la función lineal por parte del estudiante también depende de las formas y herramientas que el docente emplee durante su estudio, la cadena de ejemplos y la concordancia entre unas situaciones y representaciones.

Sánchez (2016), en un marco general pero situado, sobre las implicaciones que existen por la falta de comprensión de la función lineal. Al respecto escribe:

Los estudiantes colombianos tienen un rendimiento deficiente cuando requieren la identificación de patrones en arreglos numéricos, presentados en tablas, parejas ordenadas o situaciones problema expresadas en forma verbal. Además resuelven problemas si el modelo de representación de éste sugiere la solución, pero su rendimiento es deficiente si la resolución del problema implica tanto la expresión de la información en un modelo algebraico, como un método de solución de éste. Esto quiere decir que tienen la dificultad al pasar de una situación problema expresada en forma verbal o en un tabla a un modo de representación, algebraica por ejemplo, y se agudiza la situación cuando la solución no es directa o involucra varias operaciones o relaciones (p.16).

Ahora, en cuanto a la subsanación de lo ya mencionado y frente a ese diálogo requerido entre los pensamientos: numérico, lo variacional y lo algebraico. Vergel (2014) plantea como meta:

Consideramos pertinente y necesario adelantar indagaciones sistemáticas que nos arrojen luces de respuesta sobre lo siguiente: Analizar sistemáticamente la incorporación del lenguaje natural en las formulaciones algebraicas de los estudiantes. Un estudio mucho más profundo debería visibilizar cómo se van orquestando estas formulaciones algebraicas, lo cual podría establecer un papel importante de los deícticos espaciales y temporales así como la coordinación de estos con la percepción y la ritmicidad. Este análisis quizás conduzca a comprender aún más el proceso de contracción semiótica de los estudiantes (p.187)

En resumen, es de considerar que para la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal, será necesario no sólo hablar de las representaciones y el tránsito entre unas y otras; es imprescindible en primer lugar, dejar de pensar que el estudiante adoptará y se apropiará del “todo” que pueda existir frente al estudio de la función lineal, es imperioso enfundar que ese aprendizaje se dará en términos de “aproximación”; segundo, será más que necesario y un deber académico, desarrollar habilidades que permitan que los estudiantes naveguen por los pensamientos propuestos por el MEN en los estándares curriculares del año 2006, articular los pensamientos en los primeros grados; y por último, situar los contenidos de acuerdo con los intereses, expectativas y necesidades de los estudiantes, esa identificación permitirá encauzar y aterrizar la enseñanza.

Parece casi natural, estandarizar los contenidos, las dificultades, los retos y las oportunidades de aprendizaje en estudiantes talla única, pero para el caso específico de esta investigación, es necesario presentar la enseñanza-aprendizaje de la función lineal desde la perspectiva de los requerimientos para la población en extraedad.

### **2.2.7. Sobre la enseñanza y el aprendizaje en contextos de aceleración: una idea sobre las adaptaciones curriculares**

Los estudiantes en extraedad son aquellos que no han aprendido los contenidos curriculares en el tiempo en que deberían haberlo hecho (según la edad y el grado correspondiente); es necesario o reducir los primeros o ampliar el segundo, y así lo plantea la Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica (2011) de Argentina.

Aunque puede ser un ejercicio bien intencionado, la reducción de contenidos o la ampliación del tiempo, puede tener varias aristas. Los estudiantes en extraedad son los primeros candidatos en ampliar la lista de desertores del sistema educativo; es por esto y por la característica propia de los estudiantes que deben suceder cosas distintas en las prácticas de aula.

La Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica (2011) plantea lo siguiente:

Ciertamente, ampliar el tiempo de escolar puede hacer que un alumno en extraedad aprenda lo que no ha aprendido y alcance a sus compañeros de grado, pero ¿de qué sirve esto, si la forma en que se le enseña es la misma que no favoreció su aprendizaje?”, además agrega: “en muy pocas propuestas estatales se ponen en práctica acciones didácticas distintas a las que habitualmente se realizan con los alumnos en edad reglamentaria. Es como si la enseñanza no influyera en los aprendizajes de los alumnos (p.27)

Al respecto, los mismos autores plantean: “¿qué currículo debe tener un programa de prevención de la reprobación y atención a la extraedad?” (p.27). El Ministerio de Educación Nacional, a través de los Estándares Básicos de Competencias (2006) propone los mínimos requeridos por área, no desagrega los diferentes grupos poblaciones que pueden estar inmersos en el sistema educativo. La misionalidad para el maestro debe ser la misma; además incorpora el trabajo por competencias.

Enseguida agregan:

Reorganización de contenidos, una de las opciones de reducción curricular es la que se centra en el desarrollo de competencias. La ventaja es que las competencias se vuelven las organizadoras del currículo, esto es, los contenidos se seleccionan, repiten o adaptan de acuerdo con las competencias que se busca promover. Además, ofrece una articulación vertical de lo que los niños deben aprender más claramente que la forma en que aparecen los contenidos en los planes y programas. Al presentar los contenidos de esta manera se facilita que los maestros los enseñen de forma integral, sin la segmentación que generalmente hacen entre un grado y otro (p.28).

Materializando la propuesta anterior, es de considerar que los estudiantes en condición de extraedad, se encuentran en una situación especial o diferencial en relación con sus compañeros de grado que tienen la edad escolar adecuada, razón por la cual se considera necesario realizar las adaptaciones curriculares para un proceso exitoso de aprendizaje.

Las adaptaciones curriculares son estrategias educativas para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje en algunos estudiantes, tal como lo plantean Díaz, Caneja y Ruíz de Apodaca (s.f.), pretenden a partir de modificaciones al currículo ordinario, dar respuesta a las



necesidades individuales diversas, sin importar el origen de las diferencias. En otras palabras, el concepto de adaptación curricular se refiere a las adecuaciones específicas que se realizan pensando en los estudiantes en extraedad.

Las adaptaciones curriculares se rigen por los principios de normalización e individualización, y se clasifican en adaptaciones de acceso al currículo y de acceso a la comunicación. En el caso de los estudiantes en extraedad, las adaptaciones curriculares se realizan para un grupo de estudiantes a los que se les pretende nivelar el desfase edad-grado existente y que de acuerdo con las características del programa Volver a la Escuela deben estudiar los contenidos y desarrollar las habilidades propuestas para octavo y noveno en tan solo un año escolar. De esta manera, la individualización para el grupo de Aceleración Secundaria IV, atiende a esas dos condiciones. Ahora, frente a la enseñanza y en aprendizaje del objeto matemático mediador, es decir, la función lineal, el propósito en las adaptaciones es transitar por todas las representaciones semióticas en un orden no convencional, valiéndose de la significación que los estudiantes le puedan dar a situaciones cercanas y cotidianas, y que permita concluir con la formalización matemática del objeto.

El punto de partida para realizar una adaptación curricular es tener presente que el aprendizaje es una acción que sólo puede ser realizada por el sujeto que aprende, Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica. (2011). Desde esta perspectiva, el estudiante como sujeto activo, para que desarrolle competencias ha de participar en un medio de aprendizaje que le permita interactuar con personas y actuar sobre los objetos, específicamente sobre los que se tratan en esta investigación. Saber esto ordena todo lo demás, y de manera central la acción del maestro, pues éste tendrá la tarea de propiciar que el estudiante piense, pregunte, cuestione, imagine, se equivoque, identifique y corrija su error, argumente y que lo haga en ambientes de cooperación. Recordarlo sólo es el punto de partida. En seguida, aparece el reto principal: cómo hacer para que el saber se traduzca en acciones. Cómo hacer para que los maestros, además de saber que su tarea es promover ambientes de trabajo colaborativos, modifiquen sus formas tradicionales de relacionarse con los estudiantes y con el aprendizaje. Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica (2011).

### 2.3. Marco Conceptual

Durante el presente documento, se enunciaron o se enunciarán algunos términos o expresiones que resulta necesario precisar en el contexto de la investigación. Algunas son de expresiones que corresponden al campo de la matemática, otras al campo de la educación. A continuación, se precisará su sentido:

En el campo de la matemática, su enseñanza aprendizaje:

- **Relación:** es la correspondencia que existe entre los elementos de dos conjuntos (conjunto de partida y conjunto de llegada). A cada elemento del primer conjunto le corresponde al menos un elemento del segundo conjunto.
- **Parejas ordenadas:** se refiere a la relación de dos números escritos de la forma  $(x, y)$ . Una pareja ordenada puede representar un punto en el plano cartesiano, o la solución para una ecuación con dos variables. Esta última representación no corresponde al uso dado a las parejas ordenadas durante a la investigación.
- **Diagrama Sagital:** Es un gráfico que sirve para representar relaciones. Consiste dos curvas cerradas (tipo óvalo) en las que se escriben elementos de un conjunto. Los elementos de los dos conjuntos se relacionan a partir de flechas.
- **Plano Cartesiano:** son 2 rectas numéricas perpendiculares, una horizontal y otro vertical, que se cortan en un punto llamado origen o cero del sistema. Está formado por 4 cuadrantes o áreas producto de la unión de 2 rectas perpendiculares y, 2 ejes conocidos como: el eje de las abscisas, ubicando de manera horizontal, identificado con la letra  $x$  y, el eje de las ordenadas identificado con la letra  $y$ .
- **Función matemática:** Una función es una relación en la cual NO existen dos o más parejas ordenadas distintas con la misma primera componente.  $f$  es una función, si y solo si  $f$  es una

relación y para todo  $x, y, z$ , si  $(x, y) \in f$  y  $(x, z) \in f$  entonces  $y = z$ . Su representación algebraica suele distinguirse por la forma  $f(x) = \dots$  o  $y = \dots$ .

- **Variable:** se llama variable a un símbolo que forma parte de una proposición, un algoritmo, una fórmula o una función y puede llegar a tener diferentes valores. En el estudio de las funciones, las variables pueden ser dependientes o independientes. En educación secundaria suelen simbolizarse con letras del abecedario y en letra cursiva.
- **Variable independiente:** una variable independiente es una variable cuyo valor puede variar indistintamente, sin depender de otras variables. En la función es determinada por el dominio.
- **Variable dependiente:** la variable dependiente es aquella cuyo valor depende del valor dado a la variable independiente. En la función, la variable dependiente determina el codominio.
- **Función lineal:** la función lineal, es una función cuya escritura polinómica corresponde a una expresión algebraica de primer grado, así  $f(x) = mx + b$ , es decir, el máximo exponente de la variable independiente es 1. La función lineal representada en el plano cartesiano corresponde a una recta, que por cierto puede estar inclinada con respecto a la abscisa, o se estrictamente paralela, pero nunca será perpendicular a la ordenada.
- **Gráfica:** en matemática, es una representación de información, casi siempre numérica que permite establecer relaciones entre la información dada. Para el caso de la función, puede darse en el como la unión de parejas ordenadas ubicadas en el plano cartesiano.
- **Representación semiótica:** actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, entre otros. Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente.

- **Modelación matemática:** estrategia didáctica para abordar la construcción de conceptos matemáticos en el aula de clase. Se entiende como un proceso de obtención de un objeto matemático a partir del estudio, el análisis un problema o fenómeno del mundo real. De acuerdo con el MEN (2006), la matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente.

Los relacionados con el campo de la educación son:

- **Modelos educativos flexibles:** son estrategias de cobertura, calidad, pertinencia, permanencia y equidad del servicio educativo, los cuales asumen los procesos de enseñanza aprendizaje dentro de la educación formal con alternativas escolarizadas y semi- escolarizadas que se ajustan a las necesidades de los estudiantes en términos de tiempo, ubicación geográfica y atención en condiciones de vulnerabilidad. Los modelos, para su implementación deben contar con: una filosofía, objetivos, características, enfoque pedagógico, estructura metodológica, proceso de evaluación y materiales de aprendizaje. MEN (2010)
- **Estrategias educativas flexibles:** son todas las prácticas institucionales, de gestión y de aula que asumen el proceso de enseñanza aprendizaje dentro de la educación formal con alternativas escolarizadas y/o semiescolarizadas que se ajustan a las necesidades de una población en específico. Se diferencian de los modelos, porque en lo particular no cuentan con todos los mínimos requeridos para su implementación, específicamente lo referido a los materiales de aprendizaje
- **Extraedad:** hace referencia al desfase existente, en por lo menos tres años, entre la edad del estudiante y la edad esperada para cursar determinado grado.
- **Flexibilidad:** posibilidad de modificar aspectos curriculares y procedimientos de gestión institucional para generar soluciones a las necesidades específicas de los estudiantes. Secretaría de Educación del Distrito (2013).

- **Adaptaciones curriculares:** son aquellos ajustes o modificaciones que se efectúan a los diferentes elementos del currículo (objetivos, contenidos, secuencias en el estudio de los contenidos, actividades metodológicas en el aula, materiales de apoyo, criterios de evaluación entre otros), con el propósito de ajustarse a las necesidades y características de los estudiantes.
- **Practica pedagógica:** se refiere al que hacer pedagógico en términos de la acciones que se realizan en un espacio institucional llamado escuela. Considera los saberes y los conocimientos culturales de quienes intervienen en ella. Según Chevallard Y. (1997), la practica pedagógica se define como la capacidad que tiene el docente de transformar el saber que posee (saber científico) al saber posible que puede ser enseñado.

#### **2.4.Principales aprendizajes de los antecedentes teóricos**

Resulta intuitivo establecer que el marco teórico en una investigación tiene diferentes propósitos, todos válidos, según el tipo y el carácter de la investigación. La revisión juiciosa de los antecedentes teóricos puede hacer las veces de lente para observar el objeto de estudio desde diferentes aristas, dado que éste no puede ser interpretado únicamente desde una posición determinada; la revisión documental permite ayudar a comprender o re-comprender el problema y en una muy buena proporción facilita a los investigadores a dimensionar las posibles estrategias de intervención en la investigación acción, y/o validar otras e propuestas previamente, coherentes con el problema y su propósito de solución.

En este sentido, el marco teórico en una investigación acción debe estar siendo reconstruido, evaluado y ajustado permanentemente, puede considerarse el punto de partida, pero también el punto de llegada.

Para esta investigación, y después de realizar el arqueo documental, de manera general, se concluye lo siguiente:

- Es recurrente la necesidad de buscar nuevas y mejores formas de enseñar y aprender las matemáticas y sobre todo las escolares.

- Hay una preocupación latente por lograr el aprendizaje significativo de la función lineal en diferentes niveles educativos (básica secundaria, media y universitaria), aunque la población objetivo puede ser diferente, es demandante la estandarización de algunos elementos, en particular los que refieren los vacíos conceptuales y procedimentales en los cambios de representación del objeto matemático.
- Hay un divorcio entre el estudio de la función lineal desde la rigurosidad de la disciplina la didáctica para gestionar la enseñanza y el aprendizaje de la misma.
- Hay pocos estudios sobre la enseñanza de la matemática a través de modelos educativos flexibles.
- Es casi nulo el estudio de la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal en población extraedad.

Y de manera específica,

En las consideraciones pedagógicas revisadas, se privilegian estrategias basadas en la resolución de problemas, gran contribución a la educación matemática en el mundo. Hay un planteamiento recurrente sobre la necesidad de educar para la vida, es así que en esta disciplina es común escuchar sobre la resolución de problemas y su importancia en las prácticas de aula.

Hay una invitación a que los docentes interioricen y apliquen lo que se ha denominado el listado de “mandamientos” in situ, estos son: aprender a leer las caras de los estudiantes; reconocer las expectativas y dificultades; permitir conjeturar; validar el error como un aprendizaje; permitir aprender a comprobar; de alguna manera es un llamado común a romper el esquema de aula donde el estudiante solo cumple el rol de receptor.

Ahora, también hay un común denominador en proponer al estudio de la matemática desde el diálogo, que apalanque la relación entre el docente y el estudiante. Es imperioso para ello desarrollar herramientas que permitan establecer relaciones empáticas con el otro; de allí que el proceso de enseñanza de las matemáticas debe ser un trabajo colaborativo, de reflexión, de su cuestionamiento. Para que todo ello sea posible, es necesario gestionar para que el estudiante sea capaz de ser el mismo, diferente al otro, que aprende con diferentes estilos y a diferentes ritmos.

En un ejercicio de extracción implícita a la literatura, hay provocación para formular una educación matemática que no sólo colabore en el desarrollo de la sociedad en la fabricación de modelos matemáticos, sino que vaya a la conformación del ciudadano desde dimensiones cognitivas, afectivas y tomando en cuenta todos los aspectos del desarrollo humano integral.

En suma, el legado de la educación, y de la educación matemática debe centrar al ser humano, al estudiante como su columna vertebral, y en el mismo sentido las prácticas de aula, el que hacer de los docentes debe tener siempre los siguientes elementos: múltiples formas de motivación, múltiples formas de presentación y múltiples formas de participación.

## **Capítulo 3**

### **Marco Metodológico**

El propósito de este capítulo es dar cuenta de los elementos metodológicos presentes durante el desarrollo de la investigación. Para empezar se realiza una presentación del paradigma, el enfoque y el método empleado durante la investigación; se continua con una caracterización de la población, y se detalla lo relacionado con el proceso de recolección de la información y además se incluyó un apartado sobre el diseño y aplicación de los instrumentos de recolección de información; concluyendo con el proceso de análisis de los datos obtenidos a través de la triangulación investigativa.

#### **3.1.Paradigma**

De acuerdo con la definición dada por la Real Academia de la Lengua Española, paradigma se entiende como la “teoría o conjunto de teorías cuyo núcleo central que se acepta sin cuestionar y que suministra la base o modelo para resolver problemas”, dicho de otra manera, el paradigma es aquella ruta y aquella acción mejor referenciados para seguir. En palabras de Rocoy (2006), “en investigación, se utilizan alternativamente los términos de paradigma, modelo o enfoque” (p. 12).

El paradigma empleado en esta investigación es el hermenéutico. La hermenéutica en la investigación educativa, interpreta y devela el sentido de los mensajes ofrecidos por los participantes, los actores, haciendo que su comprensión sea posible, evitando lo subjetivo, favoreciendo su adecuada función normativa, es así que la convierte en una disciplina de la interpretación. (Rocoy, 2006)

En investigación educativa, algunos de los instrumentos empleados para acceder al conocimiento y al sentir de los actores, permite que a partir del registro de las acciones de esas personas en el contexto de la investigación, con un cierto sentido de indagación, se reconstruya la dinámica de lo vivido, la dinámica de la acción, la dinámica de la situación, para ser así, plasmado a través de la narrativa en un texto. Por tanto, en el ejercicio de la investigación se debe ser consciente que la forma y el estilo particular de ver el mundo con las limitaciones propias de los



sentidos, exige de un método y una rigurosidad para manipular la información; de esta manera la hermenéutica resulta la ruta para no “subjetivizar” el objeto de estudio.

Teniendo en cuenta lo referenciado hasta el momento, se mantuvo latente que la relación documental aquí presente, recopilada, analizada y plasmada a la luz de un proceso investigativo, puede tener diversas interpretaciones y explicaciones según las concepciones de los lectores. El propósito con este paradigma fue reconstruir el objeto de investigación al natural, tal y como lo viven, lo expresan y lo verbalizan los actores; se pretendió reducir las interpretaciones fuera del alcance y de la pertinencia del propósito de investigación, es por eso que citas literales de cada uno de los actores.

### **3.2. Investigación Cualitativa**

La investigación cualitativa es el estudio de los fenómenos sociales en los que el ser humano es el actor principal. Katayama, R (2014) afirma que la investigación cualitativa se orienta a múltiples campos y temáticas, como lo son: el conocimiento de fenómenos complejos, el análisis de fenómenos subjetivos, el estudio de expresiones sociales poco accesibles, entre otros.

Esta investigación se enmarcó en un enfoque de investigación cualitativa dado que se desarrolló en una institución oficial de la ciudad de Bogotá; el lugar propicio para apoyar el trabajo de un docente a través de la investigación educativa, permitiéndole optar una postura de continua reflexión sobre su quehacer, pedagógico y sobre cómo mejorar y potencializar positivamente su práctica. Se resalta la precisión de Sverdliak, I (2007), quien afirma que la diferencia entre una reflexión profesional y la investigación se encuentra en el grado de intencionalidad y sistematización de dicha reflexión.

La investigación cualitativa busca por diferentes medios acceder a la información pública o privada de los fenómenos sociales que se estudian. Afirma Hernández, I (2015): “El punto de partida de la investigación cualitativa es el contacto directo del investigador con un acontecimiento social del que apenas se conoce el nombre” (p.61), que a diferencia de la investigación cuantitativa, toma como punto intermedio una muestra representativa de la población a estudiar.

Una vez se han observado constantemente los fenómenos sujetos de la investigación cualitativa, el investigador procede a explorar, organizar, analizar, interpretar y reflexionar sobre la información obtenida, y de esta manera se atreve a postular teorías o conceptos alrededor del objeto de estudio. Parafraseando a Rivas, M (2015), la investigación cualitativa entiende que la realidad es construida por los actores sociales a partir de sus historias particulares.

El valor que le imprime la investigación cualitativa a la educación, es que le permite la producción de conocimiento, pero un conocimiento que aunque no se puede generalizar, puede ser compartido y comprendido entre pares. Entonces, la consolidación de experiencias a través de la introspección, que en principio buscan desarrollar mejoras en el aula o en el entorno escolar, permitirá enriquecer los contenidos educativos que presentamos permanentemente en las Instituciones Educativas.

### **3.3. Investigación-acción**

La investigación-acción educativa es un método de investigación cualitativa que se orienta a convertir en centro de atención lo que ocurre en las actividades diarias de los docentes, con el fin de descubrir qué aspectos pueden ser mejorados o cambiados para conseguir planeaciones, procedimientos y resultados más satisfactorios en todas las actividades escolares.

Parafraseando a Restrepo, B. (s.f), se señala al psicólogo social Kurt Lewin como el creador de esta corriente de investigación, surgida de las ciencias sociales en la década de los 40. Las grandes etapas de la evolución de las prácticas de investigación-acción y sus concepciones se producen en el marco de la sociología de la intervención, donde se destaca a Paulo Freire.

En torno a la investigación-acción aplicada a la educación, la característica predominante es el uso de la práctica, es decir, del quehacer diario de los docentes. Se puede mencionar de manera especial el aporte de L. Stenhouse, quien introduce la concepción del maestro investigador, y su discípulo y colaborador, J. Elliot. Ellos afirman, que el docente pueda llevar a cabo una investigación sistemática sobre su propia acción educativa con el objetivo de mejorarla. Desde esta mirada, el docente articula los roles de investigador, observador y maestro, implicando siempre

una reflexión y reconstrucción continua sobre su práctica de enseñanza, todo con el propósito de transformarla en beneficio propio y de sus estudiantes.

Con base en el artículo “¿Qué significa aula investigativa?”, se puede determinar que la investigación acción cuenta con cuatro fases necesarias e importantes para aplicación, estas son:

**Observación.** Se realiza sobre un problema presentado en la institución educativa que afecta el normal desarrollo de las actividades, puede ser de carácter pedagógico o administrativo, además, siempre implica una constante reflexión.

En la investigación se inició con una observación al entorno o contexto. Luego se procedió a realizar observaciones más específicas en el aula y realizar indagaciones a los actores. Para ambos casos se utilizaron instrumentos que permitieron distinguir las acciones reales de las interpretaciones personales. Este mecanismo admitió la existencia del problema. Pero la observación fue un poco más allá, porque en detalle, seguir con el mismo ejercicio permitió sacar a la luz las manifestaciones del problema.

**Planificación.** Consiste en establecer el plan de acción, con estrategias y actividades que busquen disminuir los efectos del problema.

En la investigación, la planificación se estableció cuando se conocieron las manifestaciones del problema. Se pensó en una idea central de mejora que disminuyera considerablemente todas las manifestaciones detectadas en la observación. Para cumplir con este propósito, las estrategias se pensaron de forma concatenada.

**Aplicación.** Consiste en ejecutar las acciones de mejora para controlar o erradicar la situación problema observada.

En la investigación, la aplicación permitió que se retomaran una serie de actividades en el marco de las estrategias flexibles para optimizar el proceso la enseñanza y aprendizaje de un objeto matemático, específicamente el de la función lineal. En resumen, se involucraron docente y estudiantes como protagonistas de la idea central de mejora.

**Evaluación.** Consiste en analizar los resultados de las acciones efectuadas hasta el momento, con el fin de emprender un segundo ciclo que articule nuevamente las tres fases anteriores, si hay lugar.

En la investigación, la evaluación determinó si la idea central de mejora fue clara, oportuna y contundente. Sus resultados sirvieron para ajustar los contenidos y proyectar la elaboración de una propuesta versión 2, que incluyera las otras tareas del módulo.

La investigación acción se empleó como un método de trabajo, en el que cada respuesta aporta nuevos interrogantes, esto es, nuevos aspectos sobre los que hay que reflexionar. En este sentido, la investigación-acción es longitudinal, además, no se puede dar por acabada, ya que al aplicarse una vez, se convierte en una herramienta permanente y predilecta para los docentes.

La práctica docente, es así, el marco de referencia de todo el proceso de investigación; en otras palabras, la investigación contempla la acción y la reflexión como dos caras de una misma realidad. Es, sobre todo, una vía de formación permanente que permite a los docentes ejercer la investigación en el aula en busca de una mejora significativa de la calidad educativa.

Atendiendo a que la investigación promueve mejorar la practica educativa entre dos actores: docente y estudiantes, mediada por un objeto matemático específico, debo reconocer que no hubiese sido posible sin una observación intencionada y detallada a las acciones de los actores, sin una reflexión sobre los hallazgos, sin una formulación de las actividades para que en lo posible se redujera a cero el impacto de aquella dificultad; la investigación acción es el mecanismo para evitar dar veredictos finales sobre el que hacer en el aula, por el contrario, es el impulso para pensar y materializar siempre estrategias concretas de mejora.

### **3.4.Contexto General**

De acuerdo con la información suministrada por la Alcaldía de Bogotá, Barrios Unidos es la localidad número 12 de la ciudad de Bogotá, tiene una extensión total de 1.189,52 hectáreas, todas ellas en el área urbana y es la quinta localidad con menor extensión

del Distrito. Cuenta con una población de 254.162 habitantes. Se ubica en el noroccidente de la ciudad y limita, al occidente, con la Avenida carrera 68, que la separa de la localidad de Engativá; al sur, con la calle 63, que la separa de la localidad de Teusaquillo; al norte con la calle 100, que la separa de la localidad Suba y, al oriente, con la Avenida Caracas, que la separa de la localidad de Chapinero. La localidad está cruzada por el río El Salitre y el canal Río Negro, con un terreno relativamente plano que forma parte de la sabana de Bogotá.

La localidad está conformada por las Unidades de Planeamiento Zonal (UPZ): Los Andes, Doce de Octubre, Alcázares y Parque el Salitre, las cuales agrupan los 44 barrios de esta localidad.

Esta localidad cuenta con una gran oferta de bienes y servicios en zonas y barrios, tales como las zonas de servicios de autopartes y reparación de automotores en el Siete de Agosto; los talleres metalmecánicos en el barrio Río Negro, los de manufacturas de cuero en el Muequetá, las marqueterías en el barrio San Fernando o los talleres y almacenes de muebles de madera en el Doce de Octubre. Por otro lado goza de diversas manifestaciones de prácticas artísticas y culturales como las relacionadas con las fiestas tradicionales del Siete de Agosto, Doce de Octubre y Once de Noviembre entre otras. Esta diversidad y agrupamiento, de pequeño emprendimiento, que coopera y compite en el mismo territorio, es lo que distingue a la localidad y la define como un diverso clúster económico y cultural.

Asimismo la localidad se define por concentrar la mayor extensión de zona verde y arborizada en la UPZ El Salitre, dado que reúne espacios de alta representatividad y dinámica de nivel metropolitano, regional, nacional e internacional tales como el Parque Metropolitano Simón Bolívar, el Museo de Los Niños, el Parque Salitre Mágico y el Centro de Alto Rendimiento.



Figura 9. Ubicación Geográfica Localidad Barrios Unidos. Tomado de:  
<https://www.google.com.co/maps/place/Barrios+Unidos,+Bogot%C3%A1/@4.6697582,-74.0928956,14z/data=!3m1!4b1!4m5!3m4!1s0x8e3f9afe484261e9:0xf6b262f63cd9e822!8m2!3d4.>

La Institución Educativa Distrital (IED) Francisco Primero S.S., se consolida según resolución No 12001 del 13 de enero de 2016 con una nueva reorganización institucional, después de la fusión de las Instituciones Educativas Distritales Eduardo Carranza y Alemania Solidaria. Se encuentra ubicada en la localidad 12 de Barrios Unidos en la UPZ alcázares, y sus sedes están comprendidas entre la calle 63 y 71C y entre las carreras 28 a la 29C.

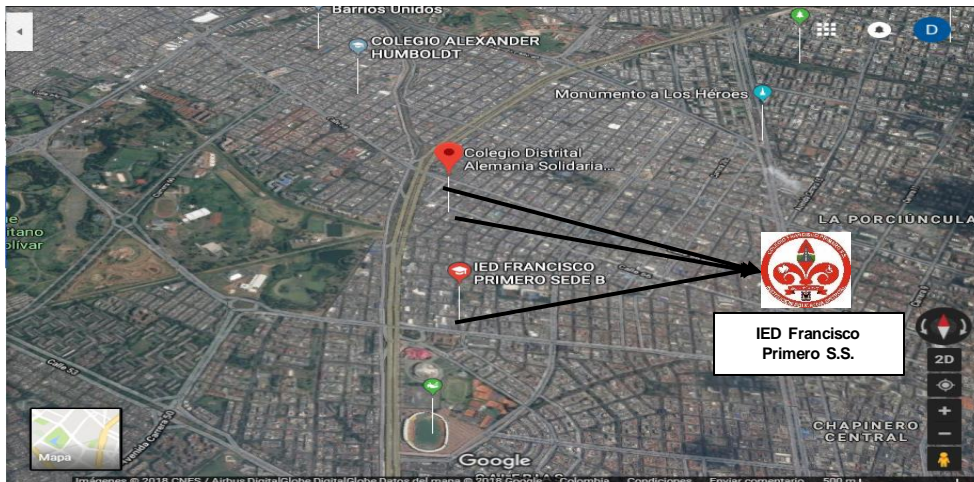


Figura 10. Vista Satelital IED Francisco Primero S.S. Tomad de:  
<https://www.google.com.co/maps/search/ied+francisco+primero/@4.649377,-74.111277,11453m/data=!3m1!1e3>

El establecimiento educativo cuenta con tres (03) sedes así: Sede (A) ubicada en la carrera No 28 No. 63-64, sede (B) en la Carrera 28 B No 65-80 y la sede (C) en la carrera 29 C No 71C-11. El servicio educativo, se ofrece de acuerdo a la siguiente distribución por sedes:

Tabla 2

*Distribución de la atención educativa por sedes.*

<b>Sede</b>	<b>Grados o Estrategias Flexibles</b>
<b>A</b>	3°, 4° y 5°. Procesos Básicos y Aceleración del Aprendizaje
<b>B</b>	De grado 6° al grado 11°. Aceleración Secundaria
<b>C</b>	Jardín, Transición, 1° y 2°

Los estudiantes de las sedes B y C cuentan con una sola jornada de estudio (jornada única), mientras que los de la sede A tienen doble jornada, en la mañana asisten estudiantes de 3°, 4° y 5°, y en la jornada de tarde los estudiantes de Procesos Básicos y Aclaración del Aprendizaje. La investigación la realice en la sede B, con estudiantes de Aceleración Secundaria.

Según corte de matrícula del Sistema Integrado de Matricula (SIMAT) al 30 de noviembre de 2017, finalizaron 1139 estudiantes debidamente registrados. La matrícula del Programa Volver a la Escuela cerró con 189 estudiantes, cuya distribución por estrategia fue la siguiente:

Tabla 3

*Matrícula programa Volver a la Escuela año 2017 en la IED Francisco Primero S.S.*

<b>Estrategia o Modelo</b>	<b>No. de estudiantes</b>
Procesos Básicos	27
Aceleración del Aprendizaje	74
Aceleración Secundaria III	62
Aceleración Secundaria IV	26

Las sedes cuentan con espacios administrativos, académicos, de bienestar y de higiene personal. Los administrativos contemplan la rectoría, la orientación, la coordinación escolar, la secretaria y la pagaduría. En los académicos están incluidos las aulas de clase, la biblioteca, las salas de ayuda, los laboratorios, la sala de informática, los espacios de recreación y deporte, el aula múltiple y los salones de talleres. Los espacios de bienestar corresponden a la cafetería, la sala de profesores, la sala de primeros auxilios y las zonas cubiertas y descubiertas para el consumo del desayuno y almuerzo. La rectoría y la pagaduría están ubicadas únicamente en la sede A; ninguna de las sedes cuenta con restaurante.

La planta de docentes y profesionales asignados al establecimiento educativo, son nombrados en propiedad por la Secretaría de Educación del Distrito, excepto los docentes del programa Volver a la Escuela, dado que por asignación de recursos, los proyectos locales deben ser cubiertos con docentes provisionales.

Según lo contempla el Proyecto Educativo Institucional, denominado “*por la formación de personas inteligentes para una sociedad incluyente y competente*”, la IED Francisco Primero S.S. I.E.D. como institución de carácter oficial ofrece de acuerdo al ciclo vital de niños, niñas y jóvenes una formación integral, incluyente y con enfoque diferencial, desarrollando seres humanos con valores, habilidades ciudadanas y un proyecto de vida. Garantiza el derecho a la educación con metodologías flexibles al ritmo de los cambios, las necesidades sociales y los procesos de las y los estudiantes, vigorizando las dimensiones del ser como principal apuesta con el hacer, como seres que impacten positivamente en la sociedad.

Según la visión del establecimiento educativo, para el año 2020 la IED Francisco Primero S.S. será reconocida por su formación integral en sus competencias básicas generales y laborales que responderán a los estándares de calidad, fortaleciendo la individualidad y la autonomía del estudiante.

La orientación filosófica de la Institución se enmarca en una corriente humanista, en la que se contempla al individuo, desde el enfoque transpersonal, como un ser global que debe ser considerado como un todo en el que figuran y convergen sentimientos, pensamientos, conductas y



acciones en el marco de una educación más humana caracterizada por el respeto a la diferencia y la sana convivencia entre los miembros de la comunidad.

La IED Francisco Primero S.S. incorporó desde el año 2012 el programa Volver a la Escuela como la única alternativa de atención para la población en extraedad de la localidad y los sectores aledaños.

### **3.5.Muestra**

Los estudiantes en extraedad vinculados al Programa Volver a la Escuela, relacionados como grupo poblacional de esta investigación, corresponden a la estrategia de Aceleración Secundaria 4, que según la homologación con los grados escolares corresponden a los grados 8° y 9°.

El grupo estaba compuesto por 26 estudiantes entre los 14 y los 17 años. Según el indicador género, 16 son hombres y 10 son mujeres. De acuerdo con la información suministrada en la ficha de matrícula institucional, 15 de los 26 estudiantes ya habían estudiado en el establecimiento y en el Programa Volver a la Escuela, es decir, 15 fueron promovidos de Aceleración Secundaria III a Aceleración Secundaria IV. Los restantes ingresaron como estudiantes nuevos en el 2017. Ningún estudiante fue trasladado de la atención denominada regular al Programa.

De los 26 estudiantes, 9 de ellos fueron matriculados por la “Fundación Amor por Colombia”, quien tiene la custodia por una determinación del Instituto Colombiano del Bienestar Familiar.

La llegada de los estudiantes al Programa atiende a múltiples factores:

- Repitencia continúa de grados anteriores. Aunque técnicamente los lineamientos del Programa Volver a la Escuela recomiendan que los estudiantes beneficiarios de las diferentes estrategias no tengan discapacidad cognitiva, en este grupo habían 2 estudiantes con un diagnóstico asociado a esta condición. Atendiendo a la política de cobertura y atención, y dado que los

jóvenes tenían una extraedad considerable (17 años) continuaron en el Programa. Sin entrar a detallar el tipo de discapacidad, es muy posible que haya sido esta la que generó el desfase edad-grado.

- Cambio permanente de domicilio. La extraedad de algunos de los estudiantes, atiende a la movilidad frecuente de los padres o acudientes de localidad a localidad, o hasta de ciudad, lo que de alguna manera genera que el estudiante no finalice su proceso escolar en los tiempos establecidos.
- Desinterés por los estilos y contenidos de aprendizaje en el aula regular.
- Poco acompañamiento de la familia o quien haga sus veces en el proceso escolar.

Los estudiantes de este ciclo, comparten en simultáneo algunos espacios recreativos con los estudiantes de la regular (deportes y artes), pues es una entidad externa (Instituto de Recreación y Deporte –IDRD), quién desarrolla actividades para la ampliación de la jornada regular.

En general, fue un grupo ampliamente dispuesto a participar de las actividades. Son jóvenes en su gran mayoría abiertos y espontáneos. Con gran habilidad para verbalizar lo que les gusta, les interesa, les distrae y lo que no los inmuta.

### **3.6. Técnica de Muestreo**

De acuerdo con Salinas, A. (2004) “Una muestra está constituida por sujetos o unidades de observación, a las cuales se hará inferencia al resto de la población estudiada” (p.121), según la misma autora, es importante la selección de la muestra, para que durante la investigación, sea precisa y certera su representación.

Parafraseando a la misma autora, existen dos métodos muestrales: el probabilístico y el no probabilístico. Por el enfoque y el método de esta investigación, se tomó como método muestral el no probabilístico o también llamado método no aleatorio; aquí los sujetos o unidades de investigación son el docente y el total de estudiantes del grupo de Aceleración Secundaria IV.

Aunque este método suele ser cuestionado e invalidado en algunas investigaciones cualitativas, dado que la heterogeneidad de la que provienen los sujetos puede desencadenar en hallazgos disyuntos de las muestras y conducir a conclusiones erróneas, en esta investigación, y en aquellas que referencian el fenómeno de la extraedad, contar con el total de la población, permite hacer mediciones, comparaciones y análisis sobre la información que aportan los sujetos con coincidencias y disidencias particulares.

### 3.7. Instrumentos de Investigación

Detectado en un primer momento el problema, se inició con la documentación, es decir, la recolección de información que dio cuenta sobre la existencia real del mismo.

Fue necesario pensar en instrumentos útiles para la descripción, el análisis y la valoración de la realidad en el aula de matemáticas de Aceleración Secundaria IV. Pensar en instrumentos que permitieran pasar de lo general a lo particular, que permitieran dejar de ver los sucesos del aula como hechos aislados, sino como acontecimientos con más elementos en común de lo que podría pensarse.

En este sentido y retomando la postura de Porlan R, y Martin J. (2000), en la que reiteran que todo problema es un proceso continuo, que se va desarrollando, reformulando y diversificando según el manejo y la orientación dada por el investigador, algunos de los instrumentos también se aplicaron para el análisis y reflexión sobre las nuevas prácticas y las nuevas experiencias a la luz de la implementación de las estrategias.

Tabla 4

*Instrumentos de recolección de información*

Instrumento	Justificación
<b>Diario de Campo</b>	El diario de campo permite en un nivel más profundo la descripción de la dinámica del aula a través del relato sistemático y pormenorizado de los distintos acontecimientos y situaciones cotidianas. Favorece el desarrollo de capacidades y habilidades para la observación y categorización de la realidad, promoviendo avanzar sobre la

---

percepción intuitiva que puede llegar a tener el investigador. Blandes (1996).

En la investigación, permitió registrar el mayor número de acontecimientos en cuanto al comportamiento general del grupo de estudiantes frente a la clase de matemáticas, de manera anticipada a la construcción de la propuesta didáctica, así como durante la aplicación de las actividades. De la misma manera se registraron las rutinas y el comportamiento del docente frente al grupo de estudio. Se empleó durante toda la investigación.

### **Encuesta**

Las encuestas son una serie de preguntas escritas que intentan obtener información sobre lo que opinan el grupo poblacional de interés (muestra) a cerca de un tema. Las preguntas pueden ser, cerradas, en las que se ofrecen varias opciones como respuestas o abiertas, en la que la respuesta ha de elaborarla libremente la persona que contesta. Blandes (1996).

En la investigación se aplicaron dos tipos de encuestas. La encuesta de entrada se centró en obtener información sobre el programa Volver a la Escuela, los materiales con los que cuenta el mismo y las prácticas de aula. La segunda encuesta se denominó encuesta de cierre y se aplicó con el propósito de recopilar información sobre las impresiones de los estudiantes después de implementadas las estrategias.

### **Entrevista**

La entrevista es una conversación que se mantiene entre dos o más personas (entrevista individual o grupal), una de las cuales es el/la entrevistador/a que intenta recoger información verbalizada por el entrevistado. Las preguntas deber ser en lo posible estructuradas. Blandes (1996).

En la investigación, se realizaron entrevistas de entrada, tanto para el docente como para los estudiantes. Las preguntas indagaban sobre el conocimiento del Programa Volver a la Escuela, los materiales con los que cuenta el mismo y las prácticas de aula.

### **Díálogos Solidarios**

Son aquellas conversaciones sostenidas de manera espontánea e informal con los implicados en la investigación; suelen no desarrollarse bajo un esquema definido.

Dado el carácter de la investigación y la dinámica de aplicación de los instrumentos, estos diálogos estuvieron presentes durante toda la

---

investigación. La evidencia y el análisis de los diálogos solidarios se sustentaron en los diarios de observación.

---

### 3.8. Categorías de análisis

Para esta investigación, el proceso de análisis, organización y sistematización de la información representa un aspecto fundamental que debe ser pensado, organizado e interpretado no solo por la pregunta y objetivo de la investigación, sino también a través del abordaje teórico realizado hasta el momento. De acuerdo Monje (2011), “la investigación cualitativa se mueve un volumen de datos muy amplio, por lo que se hace necesario categorizarlos” (p.194), lo que implica una revisión desde pilares propuestos a partir del ejercicio investigativo.

La formulación de las categorías de análisis se han desarrollado teniendo en cuenta el propósito de construcción de una estrategia educativa flexible, que en un inicio tuvo un carácter predictivo, pues se anticipó a las respuestas de los estudiantes y el docente. Pero conforme avanzó la investigación, se propusieron subcategorías de acuerdo con el nivel de respuesta de los actores, permitieran contrastar y corroborar la superación del problema.

Tabla 5

*Categorías de análisis en la investigación*

Categoría	Subcategoría
<b>Categoría 1</b> Relación pedagógica con el programa y con la estrategia de Aceleración Secundaria.	Reconoce el sentido de lo que se hace, la pertinencia y la trascendencia de lo que se enseña y se aprende.
<b>Categoría 2</b> Relación didáctica con la estrategia de Aceleración Secundaria.	Reconoce las técnicas, los métodos las estrategias de enseñanza- aprendizaje pertinentes para la población.

<b>Categoría 3</b>	Clima escolar en el aula de Aceleración Secundaria IV.	<p>Reconoce las expectativas, valores y creencias compartidas sobre la misión y sentido dado a la clase.</p> <p>Reconoce las actitudes de cooperación y reciprocidad en el grupo.</p> <p>Reconoce su rol en la clase y actúa en coherencia con el mismo.</p> <p>Reconoce la importancia de la participación activa y positiva para el desarrollo de la clase.</p> <p>Reconoce en una escala valorativa el avance del docente y de los estudiantes</p>
--------------------	--	---

---

### 3.9. Diseño de los Instrumentos

Una vez determinados los instrumentos de recolección de información que se emplearan durante la investigación, se procedió al diseño de los mismos.

- **Diario de Campo**

Este instrumento se diseñó con el propósito de recoger, describir interpretar, analizar y reflexionar alrededor de la secuencia de eventos que suceden en el aula frente al problema de la investigación y sus manifestaciones; se registran de manera literal, los hechos y las afirmaciones realizadas por los actores (registro descriptivo); luego desde la perspectiva del investigador, se analiza, se interpreta y se reflexiona sobre lo registrado en la fase descriptiva. Permite registrar información alrededor de las tres categorías de análisis. Es un insumo que permite recoger la mirada del investigador y promover en la investigación el paradigma hermenéutico. (Anexo 1)

- **Encuestas**

Las encuestas aplicadas a los diferentes actores, tenían el propósito de recoger información suministrada de manera directa, es decir, el registro no dependió de la observación del

investigador, ya que son el docente y los estudiantes, los que a través del lenguaje escrito, responden lo que se les pregunta. Los cuestionarios recogen información en cuanto a la concepción que tienen del programa Volver a la Escuela, el interés frente a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, el desarrollo didáctico de las clases, los materiales y recursos empleados, los intereses y necesidades que tienen los actores frente a la clase y el estudio de los objetos matemáticos. Es un instrumento que permite analizar las dificultades didácticas en clase, que sirven de punto de partida para determinar los elementos requeridos para construir y aplicar una propuesta didáctica flexible

La encuesta de entrada formulada con 16 preguntas, se centró en obtener información sobre la finalidad del programa Volver a la Escuela (categoría 1), los materiales con los que cuenta (categoría 2), y las prácticas de aula desde la perspectiva de cada implicado (categoría 2 y 3). Las preguntas se dejaron abiertas para permitir que las respuestas fueran dadas de manera espontánea. (Anexo 2)

La encuesta de cierre se centró en recopilar información de los estudiantes sobre la experiencia que tuvieron durante el desarrollo de la propuesta. El propósito fue recoger información sobre el uso de nuevas técnicas de estudio (trabajo colaborativo) en el aula, sobre el cambio en la forma de estudiar objetos matemáticos, además del cambio en el clima escolar, específicamente durante la clase. Las preguntas se formularon cerradas para contestar con un SI o un NO, pero con opción de ampliar la respuesta. (Anexo 3)

- **Entrevistas**

Las entrevistas aplicadas se formularon para dos actores: los estudiantes y el docente. En el caso de los estudiantes, fue presentada por un subgrupo del mismo, dado que el grupo completo no se encontraba en clase; se convirtió en un insumo para recoger información que pudo no ser visible en la encuestas, posiblemente por la facilidad que tienen los actores, en especial los estudiantes de expresar información en forma verbal sobre la información escrita. Las entrevistas, permiten observar expresiones gestuales y corporales de quienes las

responden, lo que ayuda a afianzar o refutar alguna interpretación que no es visible en la recolección de información a través de la encuesta.

Se formuló para un tiempo máximo de 10 minutos. La entrevista para el docente se estimó para ser desarrollada entre 30 y 40 minutos.

En cuanto a las preguntas de la entrevista para los estudiantes, éstas tienen el mismo objetivo que las formuladas en la encuesta de entrada, es decir, indagar sobre el nivel de conocimiento acerca de programa Volver a la Escuela, cuestionar alrededor de las prácticas de aula en la clase, los materiales de aprendizaje empleados y conocer las dificultades, los intereses y las necesidades frente al estudio de la misma. Las respuestas fueron un insumo para reflexionar en torno a la dificultad que tienen para aprender significativamente en un escenario de enseñanza acelerada, la oportunidad en el uso de ayudas didácticas, además los, intereses y necesidades que tienen para aprender matemáticas, que empata en el comprender cómo conciben el estudio de objetos matemáticos en la vida.

Sobre las preguntas formuladas para el docente, se indaga sobre el nivel de conocimiento que este tiene frente a las características del programa; hay un fuerte énfasis en conocer cuál es su postura sobre el rol de los estudiantes frente al aprendizaje de la matemática; hay preguntas que lo involucran en la metodología de la clase, conduciéndolo de alguna manera a reflexionar sobre las dificultades a las que se enfrenta durante el desarrollo de las mismas (categorías 1, 2 y 3 respectivamente) y se plantean preguntas sobre la necesidad que tiene para mejorar sus prácticas de aula. Todas las repuestas, pueden validar o invalidar la existencia del problema, además, a través de la interpretación de las respuestas, surgen los indicios para pensar en construir y aplicar una estrategia educativa flexible que le sirvan de punto de partida para reorientar la planeación y desarrollo de sus clases. (Anexos 4 y 5)



- **Diálogos solidarios**

En cuanto a la información aportada en los diálogos solidarios sostenidos con los actores de la investigación, ésta se reportó en el diario de campo según la sesión de estudio correspondiente.

Es importante reconocer que durante la aplicación de las estrategias, los estudiantes y el docente constantemente verbalizaban expresiones que validaban o invalidaban las actividades. En algunos casos, estos diálogos permitieron reorientar la práctica de aula del docente, sin que esta estuviera contemplada en el plan de acción inicial.

### **3.10. Validación de los Instrumentos**

Dando alcance al cumplimiento de los acuerdos institucionales para realizar la investigación, era imprescindible que todos los instrumentos de recolección de información, así como las demás actividades propuestas para el desarrollo de la misma, contaran con el aval de la coordinadora académica de la sede donde se desarrolló la investigación, así como del jefe de área, en este caso el de matemáticas.

Frente a esta solicitud se procedió a socializar la encuesta y las preguntas de la entrevista al equipo institucional; en cuanto al sentido de las preguntas no hubo objeción alguna; el único comentario al respecto a título de sugerencia fue renombrar en los instrumentos el Programa Volver a la Escuela, por Programa de Aceleración, pues según afirmaron, así es conocido por los estudiantes. Frente a tal solicitud, se negoció el dejar el nombre del programa “Volver a la Escuela” debido a que así aparece en los lineamiento emitidos desde la Secretaría de Educación del Distrito; además se justificó que al rol de investigadora se sumaba el de referente del Programa para la Secretaría de Educación del Distrito y frente a esas modificaciones, resultaría inapropiado el cambio.

Efectivamente, durante la aplicación de la entrevista fue recurrente escuchar en los estudiantes expresiones como: “estudio en la modalidad de aceleración”, “soy de aceleración”, “llegue para estudiar acelerado”.

Frente a la aplicación de los instrumentos, el establecimiento educativo también solicitó realizar las entrevistas en presencia de otra docente del Programa, de tal manera que ella fuera la indicada para contextualizar a los estudiantes, y en su defecto, evitar posibles modificaciones al instrumento. Las entrevistas se cumplieron, según lo esperado sin mayor contratiempo.

### **3.11. Aplicación de los Instrumentos**

Como ya se mencionó en líneas anteriores, los instrumentos de recolección de información se construyeron de acuerdo con el rol de los actores implicados en la investigación con la intención de obtener información relevante para confirmar la existencia real del problema.

En cuanto a la encuesta a los estudiantes, del grupo total de Aceleración Secundaria IV, veintiséis asistentes en aula, se seleccionó catorce de ellos para la aplicación del instrumento; según la ubicación, se seleccionaron algunos que se encontraban en la parte trasera del salón, en las esquinas del mismo, en la parte intermedia y el restante en la parte de adelante. Una vez se ubicaron en otro espacio, tres de ellos se rehusaron a participar del ejercicio, las razones serán detalladas en el capítulo 4 del presente documento. Conformado el grupo final de encuestados, se procedió a explicar el propósito del ejercicio, insistiendo en que podían contestar con libertad, dado que no debían marcar la hoja. Durante el diligenciamiento, algunos estudiantes pidieron que se les precisara frente a qué materiales se refería la pregunta. No hubo contratiempos, se tomaron el tiempo necesario para contestar, es así que el tiempo total para realizar el ejercicio fue de 20 minutos.

Después de terminar con las encuestas, la docente acompañante, tomó nota de los nombres de seis de los estudiantes que serían entrevistados, dado que se determinó no aplicar dos instrumentos diferentes a un mismo estudiante. La selección se realizó de manera silenciosa para que no entraran en prevención.

Los seleccionados atendieron al llamado y decidieron participar del ejercicio. Algunos mostraron una actitud tímida al saber que estaban siendo grabados (solo audio), con dos de ellos fue necesario reiniciar la entrevista debido a un silencio prolongado, posteriormente voz tenue, enrojecimiento al responder, afirmaron que les daba pena que los grabaran. Igual, el ejercicio concluyó satisfactoriamente y los estudiantes se mostraron atentos a dar las respuestas con naturalidad y sin prevención. El escuchar las respuestas de los estudiantes, acompañados de sus gestos y movimientos corporales, puede ampliar, o modificar la lectura que pueda hacer tan solo a través de las encuestas. El tiempo destinado para la seis entrevista fue de 1 hora y 10 minutos.

Igual de valiosa y aportante para la investigación, está la entrevista con el docente. Para este ejercicio, se buscó una franja donde él contará con la disponibilidad de tiempo para responder tranquilamente las preguntas y en lo posible sin interrupción. Pidió que antes de iniciar con la grabación, le permitiera leer las preguntas, a lo se accedió. El ejercicio duro treinta y cinco minutos, tiempo en el cual, el docente no sólo se limitó a responder las preguntas, sino que se tomó el tiempo para ampliar información sobre lo que él consideraba relevante para justificar sus respuestas. La actitud del docente fue favorable, pues sabe, reconoce y siente que las preguntas no tienen un carácter acusatorio. Fue generoso en compartir su información, incluso la que compete con sus dificultades.

### **3.12. Paradigma de Análisis**

Tal como se mencionó en líneas anteriores, el paradigma empleado en esta investigación es el hermenéutico- interpretativo. Para el estudio de la información, fue necesario acudir al análisis crítico. Arráez, C., Calle, J., y otros (2006).

En el marco de interpretar y comprender la realidad del aula, la realidad del docente y la de los estudiantes, y entender que el problema propuesto en esta investigación era asunto de todos, el análisis y la comprensión de la información suministrada por los actores, desde las diferentes perspectivas tuvo el mismo valor y aportó al análisis investigativo en la misma proporción. Lo instrumentos empleados fueron aplicados simultáneamente a los participantes.

Fue igual de relevante lo que pensó, dijo o hizo el docente como lo que pensaron, dijeron o hicieron los estudiantes. Las intervenciones se interpretaron con un carácter humanista, pero delimitando el sentido de las intervenciones o de la información suministrada según el contexto. En esta investigación el diálogo sostenido entre los actores fue decisivo para reconstruir el sentido de la enseñanza y el aprendizaje de un objeto matemático. Con el estilo de análisis empleado, el docente resignificó su quehacer en el aula, de tal manera que éste impactará favorablemente en los estudiantes.

### **3.13. Triangulación**

En términos generales, la triangulación en investigación está estrictamente relacionada con el cotejar, comparar y confrontar tres puntos de referencia distintos para el conocimiento real de una situación problema en sus diferentes estados. Se puede usar triangulación entre datos de diferentes fuentes de información obtenidos en un mismo momento o en diferentes momentos de la investigación.

De acuerdo con Blandes (1996), la triangulación admite en una misma investigación establecer relación entre diferentes fuentes de datos, para no inclinarse por una misma tendencia, aprueba confrontar diferentes momentos, ópticas, observadores y técnicas. Así los investigadores pueden tener una comprensión más clara y profunda del medio y grupo de trabajo.

Esta triple mirada es un poderoso instrumento de validez, de contrastación en diferentes momentos, entre los datos, las técnicas y las personas involucradas en la investigación. No sólo sirve para validar la información, sino que se utiliza para ampliar y profundizar su comprensión. (Benavides, M y Gómez, C. 2005).

Durante lo transcurrido en el proceso de la investigación, se recurrió a dos tipos de triangulación: por instrumentos y por actores.

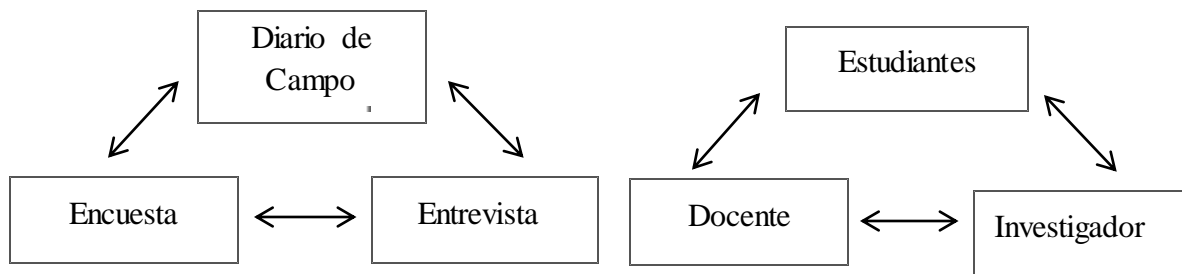


Figura 11. Esquema de Triangulación. Construcción propia

En la fase inicial de la investigación, la triangulación por instrumentos permitió corroborar que el problema no era tan solo una percepción propia del ejercicio de la investigadora; que aquel problema también existía para el docente y para los estudiantes. Ese cruce de información inicial se convirtió en el motor y la justificación de mayor peso para intentar que, a través de una par de estrategias, se modificara la realidad coincidente de los actores.

En cuanto a la triangulación por actores, fue posible afirmar que fue el mayor mecanismo empleado para evaluar la pertinencia de las actividades; permitió analizar el encuentro y desencuentro de los actores frente a las mismas, retomando puntos de diferencia, permitiendo así, replantear acciones y alternativas de mejora que permitieran cumplir con los objetivos de la investigación.

En general, y tal como se presenta en capítulos posteriores, la triangulación fue constante en toda la investigación; ya que al intentar dar solución al problema, involucraba en la misma proporción al docente de matemáticas, como al grupo de estudiantes de Aceleración Secundaria IV; existe y existirá una relación de dependencia total entre estos dos actores; fijar la atención en el actuar de uno sólo hubiese sido impreciso, observar y reflexionar sobre un solo actor, es desconocer lo que el otro realizó para que se llegara a tal momento.

### 3.14. Aspectos éticos de la investigación

El equipo de trabajo para llevar a cabo la investigación estuvo conformado por: estudiantes, docente de matemáticas del programa Volver a la Escuela, jefe de área, coordinadora académica y rector del establecimiento educativo.

Para involucrarlos en el proceso, las negociaciones sobre el alcance de la propuesta y su intervención en la misma concluyeron así:

Tabla 6

*Equipo de trabajo en la investigación*

<b>Persona</b>	<b>Objetivo de la Negociación</b>
Estudiantes	Permitir el acceso a las actividades desarrolladas, desde las encuestas y entrevistas hasta las intervenciones verbales y escritas que daban cuenta de la aplicación de las estrategias. Permitir el registro fotográfico para fines exclusivos en el marco de la investigación.
Docente de Matemáticas	Aportar toda la información necesaria y pertinente en pro del desarrollo la investigación. Revisar las actividades de las estrategias con su respectiva retroalimentación. Desarrollar las estrategias con los estudiantes. Retroalimentar con el equipo de trabajo los avances, dificultades, oportunidades en el marco de la investigación.
Jefe de Área	Revisar propuesta de intervención en aula, además de los insumos que se requieran para el desarrollo de las mismas.
Coordinadora Académica	Permitir los espacios académicos para desarrollar la investigación. Revisar propuesta de intervención en aula.
Rector	Permitir los espacios académicos para desarrollar la investigación.

Con respecto a las negociaciones, todos los involucrados se mostraron receptivos y dispuestos a participar, respetando la autonomía y el nivel de incidencia según el rol.

Aunque durante la investigación no hubo un encuentro sincrónico entre todos los participantes del equipo, la articulación se hizo evidente en el desarrollo de la misma. El cese de actividades a cuenta del paro nacional de educadores, además de las actividades extracurriculares propias de la Institución Educativa no impidieron el desarrollo de la investigación, se ajustaron fechas de acuerdo con el nuevo cronograma escolar.

Sobre el equipo de investigación, y en especial, refiriéndose al docente y los estudiantes, se tuvieron todos los consentimientos éticos informados y verbalmente y aceptados frente al acceso y manejo de la información suministrada, así como los registros fotográficos obtenidos. Les garantice el derecho que tienen a la privacidad, al ser los autores de la información, salvaguardando su nombre y su reputación durante la formulación del presente documento.

## Capítulo 4

### Primer ciclo de la investigación acción: reflexión

#### 4.1. Reflexión personal sobre el problema

El aprendizaje de las matemática ha sido un reto en el aula regular, con el tiempo dispuesto para la enseñanza de la disciplina y con un equipo de docentes preparados y prestos a realizar la tarea, los estudiantes siguen con vacíos, no hay comprensión de conceptos, hay deficiencia en el manejo de los procedimientos, hay una carencia en determinar para qué se estudia la matemática; aún existe la creencia que todo gira en torno a la solución de ejercicios mecánicos, sin encontrarle sentido a las actividades que se realizan en el aula y su aplicabilidad en la cotidianidad.

Es posible que en el aula, se sigan empleando los esquemas y rutinas de enseñanza tradicional en la que el docente presenta un tema, en muchas ocasiones parado desde las definiciones, teoremas y demás, luego despliega una serie de explicaciones para la comprensión de ese teorema, lema, definición, para posteriormente proponer ejercicios resolutivos con el mismo esquema, y cuando el tiempo escolar o el tema lo da, hay posibilidad de estudiar aplicaciones. Socas (1997) lo confirma, agregando que uno de los obstáculos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática son los métodos empleados, ya que existe incoherencia entre la propuesta curricular, y las estrategias de aula empleadas. En definitiva, el estudiante es un receptor de información, recibe, recibe y en ocasiones no se le da el tiempo para la interiorización y significación de lo que ha estudiado.

Los aprendizajes se vuelven de momento, no hay una comprensión a largo plazo que le permita al estudiantes trasladar lo aprendido a otro contexto; un ejemplo cercano de esta situación es cuando los estudiantes al iniciar el año escolar, deben recordar un tema abordado en el año anterior, y en algunos casos la mente parece estar en blanco.



El docente, igual de protagonista que los estudiantes, convocado a desarrollar todos los contenidos, temas, actividades propuestos en las mallas curriculares y con el tiempo y los ritmos propios que caracterizan a los colegios, termina dosificando contenidos en proporción de esas variables, eso sí sin el propósito de desmejorar la calidad, además esos mismos docentes tienen la exigencia de garantizar en los estudiantes unos mínimos que nos los deje por el suelo en las pruebas nacionales e internacionales. En otros casos hablar de calidad, pertinencia y oportunidad de enseñanza y aprendizaje se reduce a los índices sintéticos de la calidad.

Al mismo tiempo en Bogotá, hay otro enfoque de atención educativa en algunos colegios oficiales, con una concepción de enseñanza aprendizaje distinta a la propuesta desarrollada en el aula regular, se habla de la educación formal para estudiantes con extraedad, a través de estrategias educativas flexibles.

Las estrategias educativas flexibles promueven formas de aprender distinta a la propuesta educativa tradicional, en algunos casos proponen metodologías basadas en el aprender a aprender, con materiales y recursos que facilitan su desarrollo y con unas didácticas que garanticen los mínimos requeridos para los estudiantes según los estándares de calidad. Pese a la buena intención de tener ambientes escolares distintos, la implementación de esas estrategias también tiene un duelo con la matemática.

Existe por un lado, la idea que sólo es posible flexibilizar los tiempos de permanencia en el aula, el número de estudiantes por grupo o los ritmos de aprendizaje; no es recurrente escuchar sobre las adaptaciones curriculares, sobre el cómo aprender lo mismo de maneras distintas. Se desconoce los diferentes tipos de flexibilidad que cita Salinas, J. (2013): flexibilidad relativa al contenido, flexibilidad relativa al enfoque instruccional y flexibilidad en cuanto a los recursos.

Algunos docentes flexibilizan el currículo haciendo omisión de algunos contenidos propuestos en su plan de estudio, dan mayor importancia a algunos temas, propician el desarrollo de ciertas habilidades y/o se centran en algún campo de pensamiento. Otros deciden abordar todo lo proyectado en los planes de estudio, pero con orientaciones generales, sin entrar estudiar de

manera profunda algún tema; otros trabajan con algún material que le permite modificar la práctica de aula.

En consecuencia, también en su legítima participación, los estudiantes que aprenden a través de estas estrategias educativas pueden sentirse absolutamente satisfechos por las adaptaciones que realizan los colegios para ofrecer una educación flexible; pero habrán otros que se sentirán en desventaja porque la supresión de temas o la poca profundidad en el estudio de los mismos, puede reducir sus conocimientos o habilidades y ponerlos en desventaja frente al estudiante promedio que estudia en el aula regular.

En la IED Francisco Primero S.S, existen una necesidad en común entre docentes y estudiantes del programa, ambos requieren de una estrategia metodológica flexible, con unos recursos específicos que permitan acelerar el proceso de formación para nivelar el desfase edad grado. El punto de encuentro que atiende a esa necesidad, está en la reformulación de secuencias didácticas que permitan enseñar lo mismo pero de manera diferente, es decir, actividades que por un lado garanticen el aprendizaje de lo mínimo requerido según los estándares, que desarrolle habilidades en los estudiantes y los ratifique como ejes centrales del proceso Salinas, J. (2013), y además le brinde herramientas al docente para que no contemple la opción de supresión de contenidos.

De alguna manera se pretende reducir el problema que ha generado la mala interpretación de lo que significa flexibilizar, brindándole una herramienta de aula al docente de matemáticas de secundaria del programa Volver a la Escuela y a los estudiantes de Aceleración Secundaria IV.

#### **4.2. Reflexión del problema desde la perspectiva de los estudiantes**

Con el propósito de validar la existencia real de un problema en la clase de matemáticas, se propuso emplear con algunos estudiantes del programa de la Institución Educativa Francisco Primero S.S. dos instrumentos que permitieran recoger información al respecto; es así que empleó la entrevista con un grupo de seis estudiantes de aceleración secundaria IV y una encuesta abierta con once estudiantes del mismo nivel.

La aplicación de los instrumentos contó con la aprobación de las directivas del establecimiento educativo, así como del único docente titular de matemáticas con el que cuenta el programa. Seleccionados los primeros catorce estudiantes y reubicados en otro espacio se presentó el propósito de la aplicación de los instrumentos. Tres de ellos se resisten a participar y uno de ellos afirmó lo siguiente: “las encuestas son para averiguarle a uno la vida y no sirven para nada”; inmediatamente se amplió la información dada inicialmente, reiterándoles que no deben escribir su nombre y que las preguntas planteadas tenían el propósito de indagar sobre la clase de matemáticas. Pese a ello, los estudiantes se rehusaron a participar y se retiraron del salón.

Para el desarrollo de la entrevista, se seleccionó cuatro estudiantes mientras estaban en la clase de deportes. Ninguno se rehusó y tampoco mostró resistencia al acompañamiento de la docente mientras respondían las preguntas.

Se inició la aplicación de los instrumentos, los cuales de manera general pretendían indagar sobre tres aspectos: relación pedagógica con el programa y de manera puntual con Aceleración Secundaria IV, preferencias sobre áreas específicas de estudio; relación didáctica con la clase de matemáticas, métodos de estudio preferidos y materiales empleados, prácticas de aula, además del clima escolar en la clase.

Sobre el primer aspecto, todos los estudiantes encuestados refieren que el Programa Volver a la Escuela es una oportunidad para estudiar y recuperar tiempo perdido; un(a) estudiante escribió lo siguiente: “volver a la escuela es un programa para aquellos niños como nosotros, que necesitamos una oportunidad de volver al colegio y ser alguien en la vida”. En las entrevistas ninguno manifestó conocer el nombre del programa, pero se rotularon como estudiantes de aceleración.

En cuanto a las razones dadas sobre el por qué llegaron al Programa, fue recurrente en las respuestas el asunto de la repitencia continua y el cambio de domicilio; un(a) estudiante afirma: “porque sinceramente he perdido dos años de seguido y vine aquí para darme una segunda oportunidad a mí y a mi futuro”.

Sobre el tema de las áreas y su preferencia, ninguno contestó que su clase favorita fuera matemáticas, ya que entre las respuestas se encuentran: biología, sociales, artes y danzas.

Fue persistente la respuesta “nada” cuando se les preguntó por la diferencia entre la clase de matemáticas de la jornada regular y la clase en Aceleración Secundaria IV; un(a) estudiante escribió: “allá ven más cosas, nosotros no porque hacemos dos años en un año”, refiriéndose a la flexibilización del tiempo y otro(a) menciona lo siguiente: “aquí vemos menos cosas que allá donde yo estudie, y mejor porque terminamos rápido”. Sus respuestas conducen a reflexionar que la flexibilidad es entendida tan sólo en la variable tiempo.

Sobre el gusto por estudiar matemáticas, algunos explícitamente escriben o dicen que no, y amplían sus respuestas con los siguientes comentarios: “no la entiendo”, “me parece aburrida”, “es difícil”, “no es lo mío pero hago mi mayor esfuerzo”, “no la entiendo y por eso no me llama la atención”; solo un estudiante escribió que “sí”, pero agregó lo siguiente: “la verdad si me gusta matemáticas pero ahora no me llama la atención tanto porque el profesor no explica y se la pasa gritando”. El grueso de las respuestas pone en evidencia las dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática. Tal como lo reafirmó Socas (1997), puede existir una carga de creencias, actitudes y emociones, que actúan como fuerza impulsadora o de resistencia al aprendizaje de la matemática.

En cuanto a la pregunta, ¿cómo le gustaría aprender matemáticas?, hay una pausa y brevedad en sus respuestas, algunos contestaron: “con más lúdicas”, “con otras actividades, con dinámicas”, “con juegos”, “con retos matemáticos”, “con ejemplos de cosas reales”, lo que de alguna manera refuerza el pedido del MEN (2003) al proponer en el aula de clase la articulación entre el formular y resolver ejercicios y problemas con la modelación de fenómenos de la realidad; un(a) estudiante escribió: “la verdad no sé, pues que la clase todos entendiéramos y que el profesor no fuera algo cansón con las mesas, pues no podemos ni mirarnos... una clase movida”. Al respecto de los materiales, citan en sus respuestas, guías, calculadoras, juegos, con retos matemáticos. Uno(a) de ellas responde: “no lo sé, algo que me ayude a abrir mejor la mente y aprender mejor”. Por las manifestaciones de los estudiantes, hay elementos, recursos, que podrían

ayudar al desarrollo de la clase; un mediador entre el propósito del docente y los intereses de los estudiantes.

Sobre un posible cambio que le pudieran realizar a la clase de matemáticas, varios respondieron: “cambió de profesor”, tal como lo hizo la un(a) estudiante, quien escribió: “Nada, o bueno si que llegue un profesor que nos entienda más y mejor”, otros contestaron con el monosilabo “no.”. Durante una entrevista, cuando se preguntó si había una sugerencia para el docente, un estudiante respondió, “que el profesor cambie los métodos, tiene que entender que nosotros aprendemos diferentes, más despacio” y otro(a) respondió “que nos deje trabajar en mesas con los compañeros”, refiriéndose a un trabajo en grupo o colaborativo. En estas respuestas, los estudiantes también presentan una interpretación de la flexibilidad en términos del tiempo, pero con la expresión “aprendemos diferente”, están dando cabida a reflexionar que las modificaciones al currículo deben dar respuesta a unas necesidades individuales y que las adecuaciones que se hagan deben ser pensadas para estudiantes en extraedad. Díaz, Caneja y Ruíz de Apodaca (s.f.),

En general, el contenido de las respuestas en cuanto al programa están orientadas hacia el mismo sentido, reconociendo que es un proceso de nivelación que busca promover el acceso y la permanencia de los estudiantes en el sistema educativo. Tanto en la encuesta como en la entrevista, los estudiantes manifestaron poco interés por el área de matemáticas. Hacen un llamado al cambio, requieren clases diferentes, en las que exista un equilibrio en la comunicación, tal vez con un diálogo bidireccional estudiantes-docente, mediado por unos recursos, materiales de aprendizaje que promuevan calidad en los aprendizajes; requieren otro nivel en la explicación y se debe tener en cuenta en la programación escolar y de clase dado la repitencia continua y/o la salida intermitente del sistema.

Finalmente, se resalta que los estudiantes no hacen distinción entre las prácticas de aula del programa frente a las de la jornada regular, de esta manera se concluye que no hay un cambio en la metodología de enseñanza-aprendizaje, posiblemente se desconocen las necesidades de los estudiantes y no se atiende a brindar atención específica y diferencial según las necesidades y el contexto.

### **4.3. Reflexión del problema desde la perspectiva del docente**

Con el propósito de reconocer y confirmar la posible dificultad que existe en la implementación metodológica de la estrategia, se plantearon algunas preguntas para el docente de matemáticas del programa Volver a la Escuela de la IED Francisco Primero S.S, las cuales pretendieron abordar aspectos relacionados con: conocimiento del programa y su relación pedagógica con el mismo, elementos didácticos del área de matemáticas y algunos asuntos de su práctica en el aula y el clima escolar.

Sobre el primer aspecto, el docente refiere un conocimiento teórico sobre las características del programa, específicamente las que generan e implican el fenómeno de la extraedad, “es un programa para niños mayores que no han aprendido a leer y escribir, que no han terminado la primaria y el bachillerato y necesitan recibir educación, puede ser porque no han estudiado, que es el ideal, o porque han repetido muchos años”.

Refiere en su misión como docente la importancia de comprender que el programa convoca a pensar en “un proceso de enseñanza personalizado, porque los estudiantes tienen unas características diferentes y unas necesidades diferentes, algunos están más avanzaditos que otros, pero todos están en el mismo salón”; haciendo hincapié con el siguiente comentario: “aunque tienen esos problemas, hay que llevarlos rapidito porque el proceso es acelerado”.

Menciona que la población atendida en su gran mayoría proviene de “familias disfuncionales”, en la que es visible la carencia de acompañamiento, además afirma que algunos estudiantes hicieron a hacen parte del conflicto armado: “algunos chicos vienen de fundaciones porque se los han quitados a los padres o acudientes”, “algunos son hijos de madres que viven en casa refugio, donde se ubican las mujeres amenazadas por sus esposos o compañeros” y “otros están porque pierden mucho”. Asegura que en el marco de esas circunstancias algunos de los estudiantes “no reconocen normas, no reconocen la autoridad y así lo observo y lo confirmo en el salón, cuando les doy una indicación y ellos deciden no hacer caso”.

En cuanto a las diferencias entre el aula regular y un aula del programa, el docente se refiere al tema curricular, afirmando lo siguiente: “aquí ven algunas cosas menos, en la parte académica, uno coge el plan de estudios que tiene el colegio y le hace un ajuste para mirar los temas más relevantes que le sirvan a los chicos y que este enlazado con el plan de estudios del colegio, mejor dicho se hace un micro currículo”, además agregó, “como el programa tiene unos lineamientos para secundaria, aquí el colegio en las reuniones de área y en el consejo académico aprobaron nuestra malla”. En este orden de ideas se confirma que no tiene presente la posible flexibilización curricular a través de la implementación de otras estrategias metodológicas que permitan enseñar y aprender los mismos temas o contenidos del aula regular con una didáctica diferente.

Asegura que durante el ejercicio de la enseñanza aprendizaje, el mayor reto para él se concentra en “lograr que los estudiantes vean la aplicabilidad en el área de matemáticas”; reconoce la misionalidad, afirmando lo siguiente: “la idea y el propósito de acelerarlos es que los estudiantes logren continuar con el proceso educativo, pasen a décimo y se sostengan”.

Sobre el gusto de los estudiantes por aprender matemáticas, el docente mencionó lo siguiente: “es relativo, a los estudiantes si les gusta estudiar matemáticas, pero influye la personalidad de ellos y del docente, y hay que tener en cuenta que algunos contenidos son digeribles otros no”.

A la pregunta ¿Le gustaría mejorar el desarrollo de sus clases?, el profesor respondió con un “sí”, y complementó: “sobre todo la parte metodológica, pues me gustaría cambiar, hacer algo nuevo, utilizar guías, otras ayudas, además agregó, “yo creo que los estudiantes lo recibían bien, ya que en ocasiones ellos mismo le han pedido que haga cosas diferentes en las clases”.

En los diálogos solidarios sostenidos con el docente, él verbalizó “yo solo trabajo con la Baldor y con este libro –señalando el texto Matemática Progresiva 9- porque hay ejercicios prácticos, como por ejemplo, los casos de factorización, que esos ejercicios no se pueden inventar y pues practicando ellos –refiriéndose a los estudiantes- aprenden”. La reflexión suscitada frente a la anterior afirmación, justifica las modificaciones propuestas por el MEN (2006) en cuanto a

las formas de estudiar los objetos matemáticos, pues interpretado la intervención, el docente continúa con las prácticas de aula orientadas a que los estudiantes memoricen, recuerde y practiquen solo procedimientos algorítmicos relacionados con algunos contenidos.

En otra conversación, el docente le socializó a la investigadora el cómo desarrollaba las clases con los estudiantes. Parte del diálogo fue el siguiente:

“Docente: yo les traigo unos pasatiempos y unos sudokus para que los estudiantes salgan de vez en cuando de la monotonía y los trabajamos unos 20 o 30 minutos no más.

Referente: ¿y cuándo fue la última vez se los trajiste

Docente: hace ya rato, en el primer periodo, pero no les he vuelto a traer, porque algunos lo hacen y otros no.

Referente: ¿pero diseñas y aplicas algo más, algo diferente, algún taller o propuesta de trabajo en aula o para trabajo en casa?

Docente: sí, a veces saco ejercicios de la Baldor o los busco en internet para que ellos no se cansen escribiendo y pueda avanzar más.

Referente: pero diferente a los ejercicios de la Baldor o a los Sudokus, en alguna ocasión, has elaborado algún taller, secuencia didáctica, o proyecto para que los jóvenes estudien algún tema.

Docente: no; lo hice hace muchos años cuando trabaja en Santander, pero aquí en el programa no

Referente: Y en Santander, era con modelos flexibles.

Docente: no, era con primaria.

Referente: ¿Y por qué no lo vuelves a hacer’?

Docente: no sé, siempre me costó trabajar por proyectos, trabajo mejor explicando, y pues como aquí hay que ver dos grados en uno solo, es más fácil con ejercicios prácticos, más rápido avanzamos, menos tiempo perdemos.

Referente: ¿y por qué menos tiempo perdemos?, ¿a qué te refieres?

Docente: porque tras de que no sé hacerlo tan bien, cuando uno propone trabajar con por proyectos y con guías y lo desarrolla en la clase, no sale como uno quería, los chicos quedan con la idea que no se hizo nada.

Referente: ¿y qué tal que si sirva?

Docente: pues no sé, estos chicos son dispersos y hay que estar encima de ellos todo el tiempo?

Referente: ¿y si lo intentamos?

Docente: mmm pues usted me ayuda, porque yo no sé cómo hacerlo” (Docente, comunicación personal, 12 de junio de 2017)

En efecto, existe la necesidad de implementar nuevas formas de enseñar las matemáticas, y por tal razón se considera la propuesta del MEN (2013), quien establece que las secuencias



didácticas son un ejercicio y un posible modelo que se le propone a los docentes interesado en tener otras prácticas pedagógicas en el aula.

Descrito lo anterior, se confirma la existencia de una idea fragmentada sobre lo que significa flexibilización curricular, además es comprensible dado que el programa Volver a la Escuela y en especial la estrategia para el nivel de secundaria cuenta con unos lineamientos generales que carecen de orientaciones didácticas para los docentes; de esta manera también se confirma que existe una relación entre acelerar el proceso de aprendizaje y la priorización y reducción de contenidos. Frente a lo anterior, es valioso y necesario reconocer que durante y después de la entrevista, el docente abiertamente se encontró en disposición de recibir ayuda para cambiar algunas de sus prácticas, reiterando lo siguiente: “me gustaría aprender a enseñar diferente, nos servirá a todos, porque la verdad no sé cómo hacerlo”.

#### **4.4.Cruce de perspectivas**

Al reflexionar sobre la información aportada por los directos implicados en el proceso, es relevante encontrar que tanto estudiantes como docente reconocen que el propósito del programa es garantizar que los estudiantes que no han estado escolarizados, o que son repitentes continuos o que son desertores, vuelvan a estudiar. Saben que es un proceso acelerado, en el que podrían homologar dos grados escolares en un año. La postura sobre la idea de “aceleración” es diferente; los estudiantes manifestaron que en aceleración ven menos contenidos que los estudiantes de aula regular, mientras que el docente menciona que la enseñanza y aprendizaje en aceleración deben darse “rapidito”.

Hay una representación mayor de los estudiantes que no les gusta la matemática, las razones están atribuidas a la complejidad de la disciplina y la dificultad que tienen para comprenderla. El docente no categoriza el gusto de los estudiantes en un “sí” o en un “no”, pero reconoce que su no gusto puede estar dado por su falta de comprensión y aplicación.

Sobre la flexibilización, el docente la relaciona con los ajustes realizados a los planes de estudio, la eliminación de algunos contenidos o la reducción en la intensidad horaria de estudio,

que coincide con la postura de los estudiantes frente a este aspecto, pues los últimos afirman que en el programa estudian menos temas, contenidos que en aula regular. Ni docente ni estudiantes relacionan la flexibilización con otras formas de estudiar y aprender, tampoco hacen mención de otros recursos empleados en las sesiones de estudio.

Por otra parte, tanto el docente como los estudiantes desean enseñar y aprender de una manera distinta; los estudiantes solicitan un cambio en la enseñanza, desean que se reconozcan sus dificultades y se enseñe a partir de ellas, desean aprender con otras ayudas, con otros recursos que en parte los motive y les facilite la comprensión. El docente, también alude querer tener otro tipo de práctica pedagógica en el aula, reconoce que no cuenta con los elementos didácticos para hacerlos, pero aun así, se encuentra con la mayor disponibilidad para hacerlo.

#### **4.5.Reiterando el problema**

En conclusión, el docente de matemáticas de Aceleración Secundaria IV tiene dificultad para elaborar y aplicar propuestas didácticas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos para estudiantes en extraedad, centradas en estrategias educativas flexibles.

## Capítulo 5

### Segundo ciclo de la investigación acción: la acción reflexiva

#### 5.1. Justificación de la propuesta didáctica

Después de identificado el problema en el aula de Aceleración IV durante la clase de matemáticas, y teniendo en cuenta el alcance de la investigadora como referente-acompañante a la implementación del programa en la IED Francisco Primero S.S y el rol de los integrantes del equipo de trabajo, se define elaborar, aplicar y analizar una de una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de un objeto matemático denominado función lineal. Tal como se mencionó en un apartado anterior, el objeto matemático seleccionado corresponde al tema que continuaba para ser estudiado según el plan de estudio de la institución educativa.

A la pregunta de por qué escoger una secuencia didáctica para abordar el problema, es importante formular las siguientes precisiones:

En primer lugar, aunque el enunciado del problema atañe específicamente a una dificultad que presenta el docente, esta repercute en el aprendizaje de los estudiantes. Entonces, no solo basta con formular y analizar una estrategia para que él mejore su práctica pedagógica, pues también debe incidir en las necesidades y solicitudes que realizan los estudiantes.

Tal como lo refirieron Pérez, A. (2005), Feo (2010) y Díaz, A (2013), la secuencia didáctica atiende a la planificación de una serie de procedimientos y actividades relacionadas y enlazadas que un orden que pretenden desarrollar habilidades en los estudiantes y alcanzar metas en términos del aprendizaje.

Para justificar la propuesta, se retoma la idea de MEN (2013), quien establece que las secuencias didácticas son un ejercicio y un posible modelo para hacer uso de nuevas formas de enseñar las matemáticas, lo que responde a la solicitud del docente en cuanto a “querer hacer algo nuevo”, con respecto al planeamiento y desarrollo que ha llevado de las clases. Además, las

secuencias didácticas promueven el diálogo en el aula, el trabajo colaborativo estimulando el compartir y validando conocimientos para lograr comprensiones; solicitudes reiteradas por algunos estudiantes en durante el diagnóstico.

Otros aspecto importante tiene su fundamento en las afirmaciones de Díaz, A (2013), quien afirma que la elaboración de la secuencia va más allá de seleccionar repuestas o repetir procedimientos, pues “demanda el conocimiento de la asignatura, la comprensión del programa y del plan de estudio, la experiencia y visión pedagógica del docente” (p.1), además activa la creatividad del docente, para que la formulación de las actividades están pensadas y plasmadas en función del aprendizaje significativo de los estudiantes, lo que implica para él un cambio frente a la transcripción de ejercicios del Algebra de Baldor y del libro de texto.

Tal como lo refirieron xxx la secuencia didáctica atiende a la planificación de una serie de procedimientos y actividades relacionadas y enlazadas que un orden que pretenden desarrollar habilidades en los estudiantes y alcanzar metas en términos del aprendizaje.

## **5.2. Diseño general de propuesta didáctica**

Antes de iniciar con el diseño de la propuesta didáctica denominada “**De lo concreto a lo abstracto: un camino para la comprensión de la función lineal**”, se reflexionó alrededor de las apreciaciones de los siguientes referentes teóricos:

Ospina D., (2012), quien propone abordar el estudio de la función lineal de la misma forma como se dio epistemológicamente, desde el lenguaje natural y posteriormente, realizar la conversión hacia otros registros de representación. Sánchez D., (2016) quien asegura que “el uso de contextos realistas se convirtió en una de las características determinantes de este enfoque de la educación matemática” (p.12). Además de Torres C.,(2013) quien propone “los recursos mediadores permiten manejar situaciones contextualizadas cercanas a la experiencia de los alumnos” (p.1), y sostiene que “ se debe potenciar la inteligencia verbal y su capacidad de argumentación mediante el método inductivo-deductivo” (p.136)

Para darle horizonte a la propuesta se consideró tener presente los siguientes objetivos durante la construcción:

- Planificar cada actividad considerando las características y los intereses particulares de los estudiantes.
- Proponer actividades que se centren en el quehacer del estudiante, cuidando que despierten interés, que les implique un reto, pero que no sean frustrantes e imposibles de realizar.
- Usar el conocimiento intuitivo o previo con el que cuentan los estudiantes
- Fomentar la participación de los estudiantes en clase, dando oportunidades para la reflexión y expresión de opiniones e ideas.
- Gestionar espacios en donde los estudiantes puedan verbalizar sus modelos mentales y contrastarlos con los de los demás.
- Relacionar el contenido con situaciones cotidianas y significativas para los estudiantes.
- Generar climas de confianza para que los estudiantes no teman dar una respuesta errónea.
- Ayudar a solucionar las dificultades que entranpan el desarrollo de las actividades propuestas, sin dar las respuestas, sino que entregando las herramientas u orientaciones para continuar.
- Brindar espacios para la experimentación y la creatividad.

Según el tiempo institucional para abordar la función lineal con estudiantes de Aceleración Secundaria IV, se determinó la formulación de cinco actividades, las cuales iniciaron con una lectura en la que los estudiantes indagarían y asimilarían algunas expresiones y términos del lenguaje matemático, luego pasarían por la representación de cierta información familiar de los estudiantes a diagramas sagitales, luego transformarían la información de una representación a otra, realizarían el análisis de correspondencia entre variables y terminarían con la formulación de expresiones algebraica a través de la indagación, la manipulación y el análisis de una situación de la vida real.

Lo propuesta pretendió abordar la función lineal evitando el abordaje exclusivo desde la manipulación algebraica, tal como lo referencio Zuñiga, M., (2009); además contempló la flexibilidad relativa al enfoque instruccional y a los recursos citada por Salinas, J. (2013).

### **5.3. Diseño específico de la propuesta didáctica**

Para el diseño de la propuesta didáctica, se tomó como referencia el esquema de Feo (2010), la cual cuenta con los siguientes elementos:

- Nombre de la propuesta didáctica.
- Tema central de la propuesta.
- Duración total.
- Objetivo general de la propuesta.
- Actividades específicas a desarrollar.

Las actividades específicas se desglosa la siguiente información: nombre de la actividad, tema, objetivo, sustentación teórica, contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales), planeación de clase, que para el caso específico, corresponden a las orientaciones dadas al docente, incluyendo las actividades que deben realizar los estudiantes, recursos, medios y estrategia de evaluación, que incluye la actividad evaluativa y el instrumento de evaluación.

Como insumo para la estrategia, se recopilaron algunos apartados propuestos por Roldan, E., (2013).

Tabla 7

*Elementos generales de la propuesta didáctica*

<b>Nombre de la propuesta didáctica</b>	<b>De lo concreto a lo abstracto: un camino para la comprensión de la función lineal</b>
<b>Tema central</b>	Función lineal
<b>Duración total estimada</b>	350 minutos
<b>Objetivo general</b>	<p>Construir y aplicar una propuesta didáctica con el objeto matemático denominado función lineal, que optimice el proceso de enseñanza-aprendizaje en el marco de las estrategias educativas flexibles, en el aula Aceleración Secundaria IV de la IED Francisco Primero S.S</p>
<b>Actividades específicas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad No 01: y me pregunto qué será.</li> <li>• Actividad No 02: Rumbo al plano</li> <li>• Actividad No 03: Las relaciones de familia</li> <li>• Actividad No 04: La lotería lineal</li> <li>• Actividad No 05: Revisando el recibo de la luz</li> </ul>

**5.3.1. Actividad No 01.**

- **Nombre de la actividad:** Y me pregunto qué será.
- **Tema:** Exploración de ideas, expresiones, términos y/o conceptos alrededor de las funciones matemáticas.
- **Duración estimada:** 60 minutos.
- **Objetivo:** indagar sobre el significado de palabras, expresiones, ideas, términos que generan curiosidad y sobre los que los estudiantes desearían conocer su significado a partir de una lectura dada.
- **Sustentación teórica:** para el diseño de esta actividad, se consideró pertinente la propuesta de Vergel (2014) en cuanto a la incorporación del lenguaje natural de los estudiantes en la formulación de nociones matemáticas.

El desarrollo de la actividad pretende que cada estudiante reconozca la necesidad de relacionar los contenidos de aprendizaje, es decir, los términos y las expresiones asociadas a la función, con la experiencia cotidiana de los mismos. MEN (1998, p. 35), además permite el intercambio de diferentes puntos de vista, lo que activa el desarrollo de habilidades sociales.

- **Contenidos:**

**Conceptuales:** Requiere que los estudiantes indaguen sobre términos como: función, dominio, rango, variables, independencia, dependencia, incógnitas, contraejemplo, gráfica, tópico.

**Procedimentales:** Requiere que los estudiantes realicen una lectura cuidadosa, continua y comprensiva. Requiere que los estudiantes relacionen las palabras con su contexto cercano. Requiere que los estudiantes subrayen y reconstruyan el texto.

**Actitudinales:** Requiere que los estudiantes estén dispuestos a indagar sobre las palabras y expresiones presentadas en la lectura y sobre las cuales no tienen conocimiento.

- **Planeación de clase:** las siguientes son las orientaciones para el docente.

1. Organizará a los estudiantes en subgrupos de dos o máximo tres estudiantes.
2. Entregará el documento “Cuentos Matemáticos. El club de la Señora Matemática” de Hitos Javier Rodrigo (2011) (Ver: recursos y medios)
3. Solicitará a los estudiantes que realicen la lectura grupal, la cual podrá darse así:
  - Un estudiante lee en voz alta y los demás le siguen con una lectura silenciosa.
  - Todos leen en voz alta pero con participación intercalada.
  - Todos leen en silencio.
  - Un estudiante lee y los demás escuchan sin seguir la lectura.

El tiempo estimado de lectura debe ser de máximo diez minutos.



4. Una vez los estudiantes finalicen la lectura o se cumpla el tiempo pactado para la misma, el docente le solicitará a los estudiantes que señalen, resalten o subrayen de la lectura al menos siete palabras que consideren que tiene relación con la matemática.
  5. Seleccionara aleatoriamente al menos cinco (5) estudiantes para que compartan en el grupo las palabras señaladas. El docente, a medida que el estudiante enuncié las palabras, explicará con un lenguaje cotidiano lo que cada una de ellas significa. El docente le preguntará al grupo si algún estudiante está interesado en conocer el significado de otra(s) palabras.
  6. Para finalizar la actividad, el docente le pedirá a algunos de los estudiantes que socialice(n) lo comprendido en la lectura.
- **Recursos – medios:** lectura en link:  
[http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/maticas/revistapm/revista\\_impresa/numero\\_1/sra\\_mate.pdf](http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/maticas/revistapm/revista_impresa/numero_1/sra_mate.pdf). (Anexo 6)

- **Estrategia de evaluación:**

**Actividad evaluativa:** Numeral 6 de las orientaciones para el docente.

**Instrumento de evaluación:** Prueba oral a través de la socialización en público de lo entendido.

### 5.3.2. Actividad No 02

- **Nombre de la actividad:** Relaciones de familia.
- **Tema:** Relaciones. **Subtema:** Representación sagital de las relaciones. Parejas ordenadas.
- **Duración estimada:** 90 minutos.
- **Objetivo:** Establecer relaciones entre la información suministrada y realizar la conversión a la representación en diagrama sagital.

- **Sustentación teórica:** para el diseño de esta actividad se consideró la postura de Diez (2000) quien plantea aterrizar la formalización de matemática a través de la vida práctica, cotidiana y cercana al estudiante, es por lo anterior que el contenido matemático es abordado desde una relación de familia; y tal como lo afirma el mismo autor, es muy probable que se signifique más para el estudiante.

La información presentada en la fase inicial de la actividad pretende activar la motivación de los estudiantes por aprender matemáticas, García, G., y Valero P (2007) y frente al desarrollo de la actividad, puede existir una carga de creencias, actitudes y emociones, que actúan como fuerza impulsadora al aprendizaje del objeto matemático. Socas (2007)

- **Contenidos:**

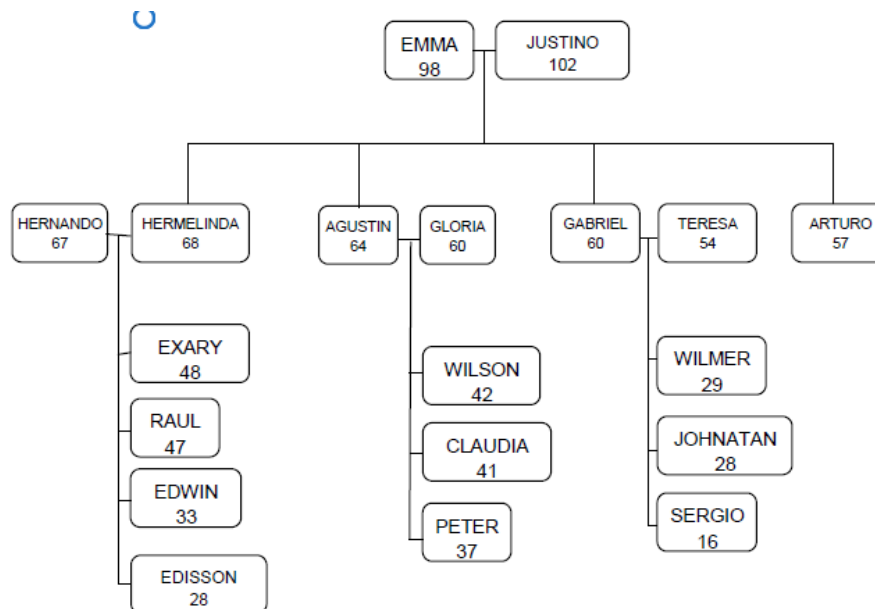
**Conceptuales:** Requiere que los estudiantes comprendan la información suministrada y establezcan diferentes formas de relacionar la información. Requiere que los estudiantes estén en capacidad de realizar diferentes representaciones matemáticas a partir de la información suministrada. Requiere que los estudiantes caractericen el tipo de información registrada en los conjuntos de partida, así como en los conjuntos de llegada a partir una determinada relación.

**Procedimentales:** Requiere que los estudiantes escriban correctamente la información en los diagramas sagitales a partir de la relaciones establecidas (la organización de la información en los conjuntos de salida, así como en los conjuntos de llegada)

**Actitudinales:** Requiere que los valore la necesidad de la escritura extendida y eviten abreviaciones de información para una correcta representación de la información.

- **Planeación de clase:** las siguientes son las orientaciones para el docente.
  1. Se deben conservar los grupos conformados para la actividad No 01.
  2. El docente entregará a los estudiantes el siguiente texto:

“El siguiente es el árbol genealógico de una familia, en este aparecen los nombres de los miembros así como la edad de cada uno actualmente. Las líneas horizontales indican las parejas de esposos y las verticales los hijos de cada una de las diferentes parejas. Emma y Justino tuvieron 4 hijos Hermelinda, Agustín, Gabriel y Arturo, los tres primeros se casaron y tuvieron hijos.



Grafica 12. Árbol genealógico de una familia

El docente realizará para todo el grupo la lectura del esquema, preferiblemente buscando la intervención de los estudiantes.

3. De acuerdo con la lectura realizada al árbol genealógico, el docente solicitará que los estudiantes respondan las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos hijos tienen Gabriel y Teresa?
- ¿Quién es el menor integrante de la familia?
- ¿Quiénes son los padres de Claudia?
- ¿Quiénes son los hermanos de Raúl?
- ¿Cómo es el nombre del esposo de Gloria?

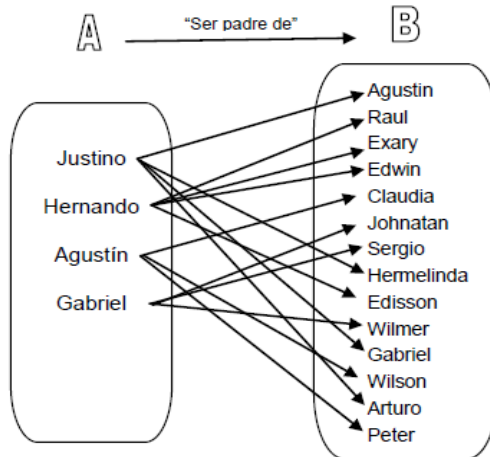
- ¿Quiénes son primos de Edwin?
- ¿Quiénes son los sobrinos de Agustín?
- ¿Quiénes son mayores que Exary?
- ¿Quiénes son menores que Claudia?
- ¿Entre Hermelinda y Gabriel qué relación hay?
- ¿Entre Arturo y Gloria qué relación hay?
- ¿Entre Johnatan y Peter qué relación hay?
- ¿Quiénes son tíos de Wilson?
- ¿Quién es tía de Claudia y Sergio?
- ¿Quién es mayor Edisson o Wilmer?
- ¿Cuántos años de diferencia hay entre el integrante mayor y el menor?
- ¿Cuántos nietos tienen Emma y Justino?

Para contar con la participación de todos los estudiantes, el docente preguntará qué estudiante voluntariamente desea compartir su respuesta; pero también seleccionará los estudiantes que él o ella consideré que debe dar respuesta al cuestionamiento.

4. El docente continuará con una retroalimentación sobre el ejercicio, presentando la representación de la información del árbol genealógico en un diagrama de ven. (De la representación verbal a la representación sagital)

Se sugiere iniciar así:

(...) Es posible establecer múltiples relaciones entre los miembros de la familia. Por ejemplo en el siguiente diagrama sagital se muestra la relación ser padre de que se escribe  $P = \{ (x,y), \text{ tal que } x \text{ es padre de } y \}$ . Y continua presentando el siguiente diagrama:



Grafica 13. Diagrama sagital “ser padre de”

De acuerdo con el ejemplo en la relación “ser padre de” denotada por  $P = \{(x, y) : x \text{ es padre de } y\}$  al conjunto A pertenecen los que son padres. A hace las veces de conjunto de salida y se denomina dominio. El conjunto B hace de conjunto de llegada, está formado por los que son hijos y en este caso el rango de P es igual al conjunto de llegada. (...)

5. El docente presentará los siguientes ejercicios para que con su orientación, realicen en clase al menos dos de ellos, mientras que los restantes, deberán ser resueltos de manera individual.
  - Determine el dominio y rango de la relación “ser tío de” notada por  $T = \{(x, y) : x \text{ es tío de } y\}$ . Luego elabore la representación sagital de la relación vinculando las parejas que la cumplen entre los dos conjuntos.
  - Determine el dominio y rango de las parejas que cumplen la relación “ser primo de” notada por  $R = \{(x, y) : x \text{ es primo de } y\}$ . Luego elabore la representación sagital de la relación.

- Determine el dominio y rango de las parejas que cumplen la relación “ser nieto de” notada por  $N = \{(x, y) : x \text{ es nieto de } y\}$ . Luego elabore la representación sagital de la relación.
- Determinar las parejas que cumplen la relación “ser mayor que” notada por  $M = \{(x, y) : x \text{ es mayor que } y\}$ . Luego elabore la representación sagital determine el dominio y el rango.

Para el cierre de la actividad, los estudiantes deberán reescribir la información representada en los diagramas sagitales como parejas ordenadas  $(x, y)$ . El docente deberá presentar la similitud entre pares ordenado, parejas ordenadas.

- **Recursos – medios:** Esquema del árbol genealógico, cuaderno, colores.
- **Estrategia de evaluación:**

**Actividad evaluativa:** representación de las relaciones del numeral 5 no trabajadas en clase. Retroalimentación en la siguiente sesión de estudio sobre lo aprendido en con la activada No 01.

**Instrumento de evaluación:** comprobación escrita y si el docente lo considera, prueba oral.

### 5.3.3. Actividad No 03

- **Nombre de la actividad:** Rumbo al plano.
- **Tema:** Relaciones y funciones. **Subtemas:** Representación sagital de las relaciones, representación de las relaciones en el plano cartesiano. Definición de función a partir de representaciones en el plano cartesiano.
- **Duración estimada:** 120 minutos.

- **Objetivos:** realizar la representación de diferentes relaciones dadas en el plano cartesiano y concluir si la información corresponde a la representación de una función. Establecer características de las funciones a partir de sus diferentes.
- **Sustentación teórica:** para el diseño de esta actividad, se consideró imprescindible las tareas de conversión que realizaran los estudiantes entre representaciones, Duval (1998). La formulación de la actividad reduce la posibilidad de que los estudiantes tengan dificultad con la aproximación hacia el concepto dado que no hace énfasis de manera exclusiva en los procesos algebraicos.

La actividad crea unas condiciones donde al estudiante le es posible establecer una coordinación entre los diferentes registros de representación, lo necesario para favorecer tal coordinación parece ser un trabajo de aprendizaje específico centrado en la diversidad de los sistemas de representación, en la utilización de sus posibilidades propias, en su comparación por la puesta en correspondencia y en sus “traducciones” (Duval, 2004)

Los ejercicios propuestos en la actividad, pretenden superar lo descrito por Sánchez (2016) quien manifiesta que ha encontrado evidencias que sugieren que para algunos estudiantes cada representación corresponde a un objeto matemático diferente, dado que no cuentan con herramientas conceptuales que les permitan reconocer y articular las diferentes representaciones.

- **Contenidos:**

**Conceptuales:** requiere que los estudiantes representen en diagrama sagital, como parejas ordenadas y en el plano cartesiano la información obtenida a la partir de las relaciones. Requiere que el estudiante realice conjeturas a partir de las diferentes formas de representar la información. Requiere que los estudiantes establezcan cuando la información representada en diagramas sagitales y/o en el plano cartesiano corresponde a una función.

**Procedimentales:** requiere que los estudiantes escriban correctamente la información en los diferentes sistemas de representación.

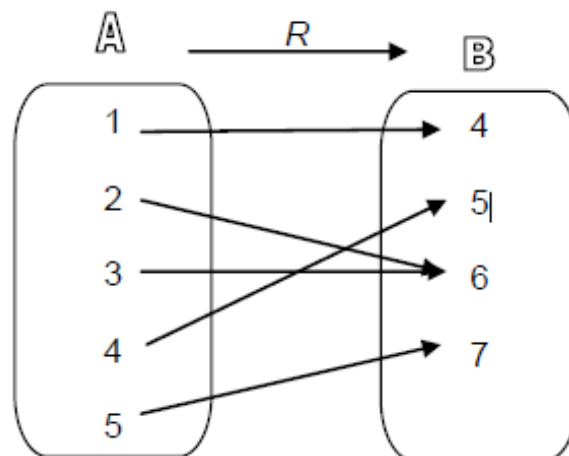
**Actitudinales:** requiere concentración para no omitir o modificar elementos durante los cambios de representación que requiere la actividad. Requiere aplicar la intuición para establecer conjeturas.

- **Planeación de clase:** las siguientes son las orientaciones para el docente.

1. El docente entregará la siguiente información a los estudiantes

(...) De manera informal es posible decir que la gráfica cartesiana de una relación consiste en la disposición de los pares ordenados que la componen y que relacionan los dos conjuntos en un plano de coordenadas ortogonal  $x$  y. Por ejemplo:

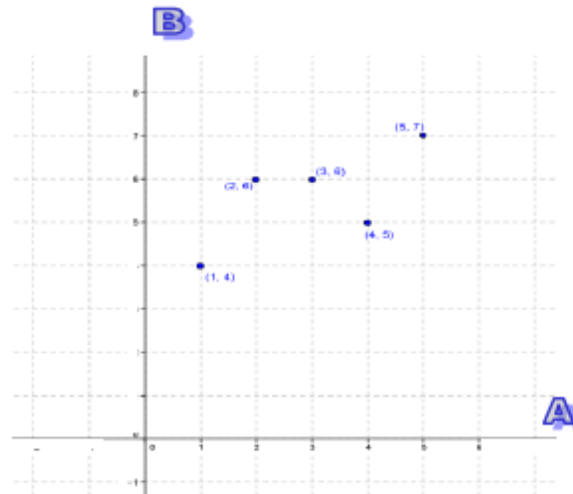
Dados los conjuntos  $A=\{1,2,3,4,5\}$  y  $B=\{4,5,6,7\}$  y la relación  $R$  de  $A$  en  $B$  dada por  $R=\{(1,4)(2,6)(3,6)(4,5)(5,7)\}$  su representación sagital es:



Grafica 14. Diagrama sagital conjuntos A y B

La representación cartesiana llamada plano cartesiano se elabora colocando los valores del conjunto  $A$  en el eje horizontal y los del  $B$  en el eje vertical, y cada pareja ordenada determinada por la relación se hace corresponder con un punto del plano cartesiano así:

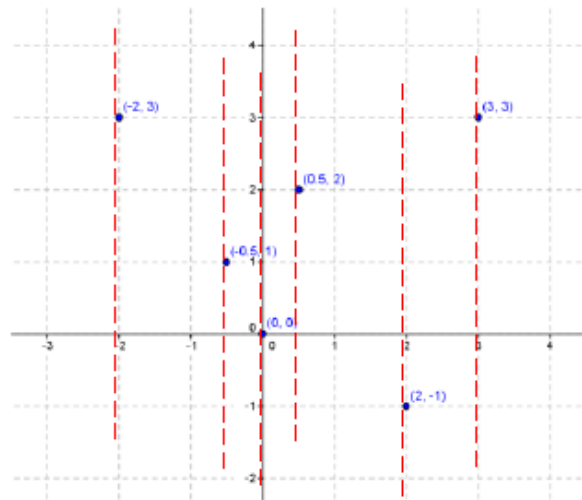




Grafica 15. Representación cartesiana

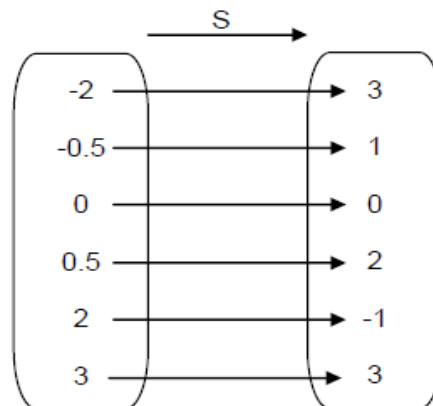
En una función cada valor del conjunto A, denominado de salida y denotado usualmente como X debe “corresponder” a uno y solo un valor de conjunto B, denominado de llegada y usualmente denotado como Y. Esto implica que en la gráfica cartesiana de una FUNCIÓN al trazar una recta vertical esta solo interseca un punto de dicha gráfica; es decir, si es posible trazar una recta vertical sobre la gráfica cartesiana de una relación que intercepte dos o más puntos entonces la relación NO ES FUNCIÓN, por el contrario, si al trazar cualquier recta vertical sobre la gráfica cartesiana de una relación ésta solamente la intercepta en un solo punto entonces dicha relación ES UNA FUNCIÓN.

Por ejemplo, la siguiente gráfica cartesiana representa otra relación S diferente entre dos conjuntos, en ella es posible trazar cualquier recta vertical sin que intercepte más de un punto de la gráfica cartesiana de la relación; por lo tanto esta gráfica representa una función.



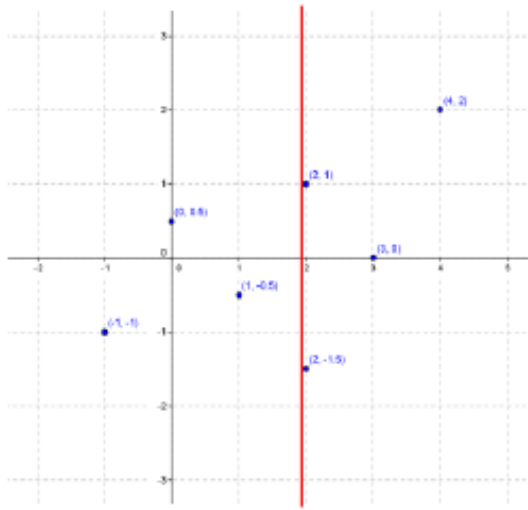
Grafica 16. Grafica cartesiana de la relación S

La gráfica sagital es:



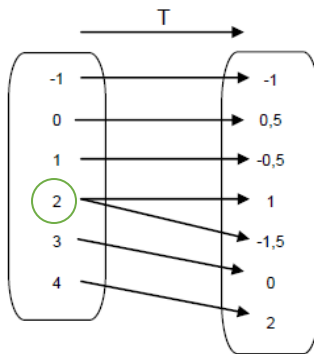
Grafica 17. Representación sagital de la relación S

En cambio en la siguiente gráfica que también representa otra relación T entre dos conjuntos, se observa que existe una recta que intercepta a dos puntos de la relación. Por lo tanto esta gráfica NO representa una función ni la relación determinada e una función.



Grafica 18. Grafica cartesiana de la relación T

La gráfica sagital de esta relación es:



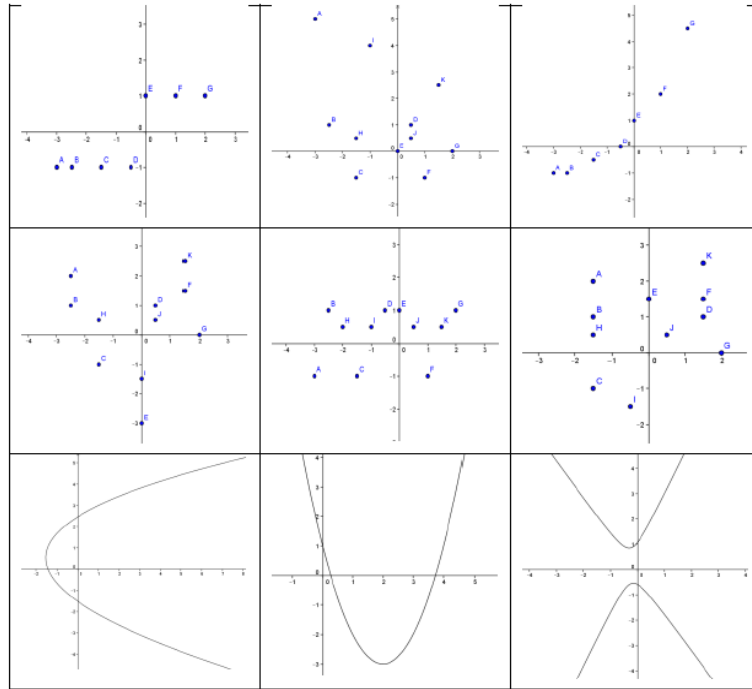
Grafica 19. Representación sagital de la relación T

Hay un asunto interesante en diagrama sagital en la relación T, si se observa el conjunto de salida, se encontrará que para un elemento hay la salida de dos flechas que se dirigen dos valores diferentes en el conjunto de llegada. Lo anterior no debe suceder en las funciones, es decir, que si encontramos dos parejas ordenadas con el mismo primer elemento, así:

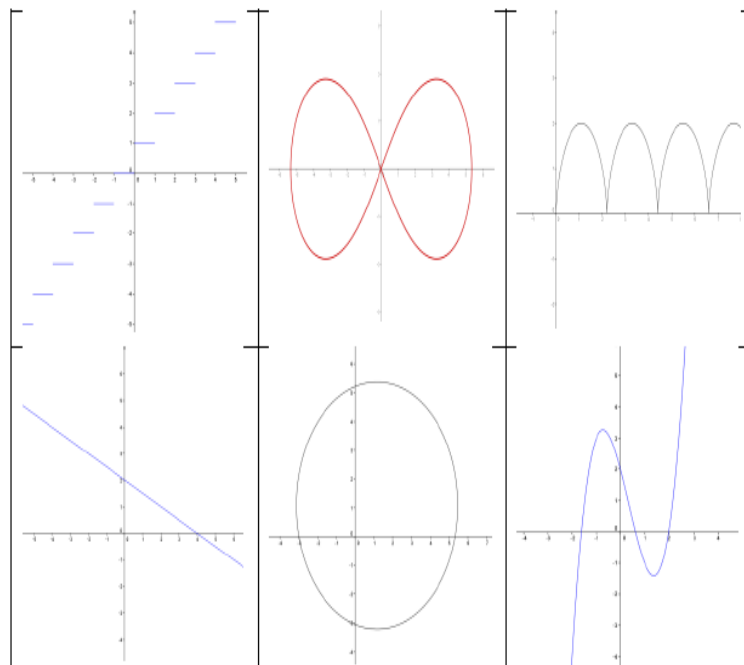
$(2, 1)$  y  $(2, -1.5)$

Entonces nos confirma que esa relación NO es una función (...)

2. Solicitará al total de los estudiantes que sigan la lectura que éste realiza del texto. Deberá hacerse una lectura pausada del documento, y por cada párrafo, y en cada grafico el docente realice la explicación necesaria para que los estudiantes lleguen a la comprensión del mismo.
3. El docente solicitará a los estudiantes retroalimentación de los leído. Podrá emplear la siguiente indicación: “expresen con sus palabras, qué sucede en una gráfica cuando la relación no es una función”, “qué se podría decir de las parejas ordenadas que corresponden a una función. Se debe lograr extraer de los estudiantes información que permita evidenciar la comprensión del documento.
4. El docente seleccionará y dibujará en el tablero algunas de las gráficas de relaciones que se presentan a continuación. Solicitará a los estudiantes (voluntarios o asignados) que establezcan si las gráficas corresponden o no a una función, deberán realizar la correspondiente justificación. El docente podrá dibujarlas en cartulina o en papel periódico, en un tamaño que permita que los estudiantes las observen claramente desde sus pupitres y pegarlas en el tablero. Una vez finalice la actividad las podrá retirar y reutilizar para otra sesión.



Grafica 20. Graficas de relaciones



Grafica 21. Graficas de relaciones

5. El docente les entregará a los estudiantes el restante de las gráficas en un documento o papel y les pedirá que determinen si corresponden o no a una función.
6. De la misma manera, el docente entregará a los estudiantes los gráficos correspondientes a los siguientes diagramas sagitales y les solicitarán que determinen si corresponden o no a funciones, justificando su respuesta.

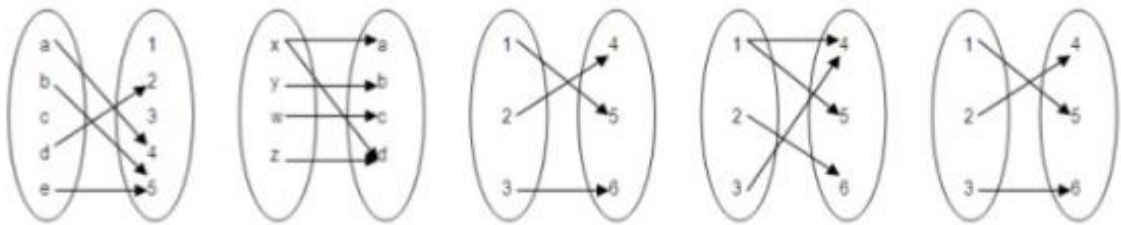


Figura 22. Diagramas sagitales

- **Recursos – medios:** Visuales: carteleros con los planos cartesianos de los ejemplos  
Impresos: Planos cartesianos en hojas sueltas.
- **Estrategia de evaluación:**  
**Actividad evaluativa:** numerales 05 y 06 de la actividad.  
**Instrumento de evaluación:** Comprobación escrita. Recuento oral si el docente lo considera.

#### 5.3.4. Actividad No 04

- **Nombre de la actividad:** la lotería lineal.
- **Tema:** Función. Subtema: Variables dependiente e independiente en la función lineal
- **Duración estimada:** 50 minutos.

- **Objetivo:** Realizar cálculos aritméticos básicos para obtener los valores correspondientes a las variables independientes y variables dependientes de acuerdo con la expresión algebraica de una en la función lineal.
- **Sustentación teórica:** para el diseño de esta actividad se consideró la postura de Salinas, J. (2013) y su propuesta de promover un aprendizaje flexible, centrado en el estudiante, que utiliza recursos apropiados, según la necesidad del estudiante. De acuerdo con lo anterior, se propone para cumplir el objetivo el uso de un material didáctico, que ayudara a reducir el obstáculo cognitivo que presentan para algunos estudiantes durante la sustitución numérica en expresiones algebraicas. (**obstáculos cognitivos** de Brousseau)
- **Contenidos:**

**Conceptuales:** requiere que el estudiante reconozca la correspondencia entre la variable independiente y la variable dependiente en una expresión algebraica.

**Procedimentales:** requiere que los estudiantes realicen sustituciones aritméticas. Requiere que obtengan valores específicos de la variable dependiente a partir de valores establecidos en la variable independiente.

**Actitudinales:** requiere que los estudiantes manejen la precisión en los cálculos realizados.
- **Planeación de clase:** las siguientes son las orientaciones para el docente.

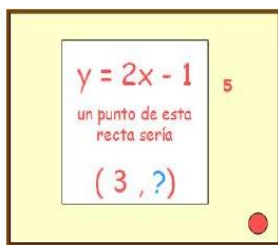
Para el desarrollo de esta actividad, será necesario la construcción del siguiente material:

Cartones de lotería: como cartones se utilizarán tablas vacías 3 x 3 en la que los estudiantes deberán escribir (por su cuenta) nueve valores del 1 al 24 sin repetir ninguno.

1	24	5
7	8	9
12	11	21

Figura 23. Cartones de lotería

24 tarjetas como



Cada tarjeta tiene un número por hallar, el cual se escribirá en la expresión con un signo de interrogación. Estos números van de 1 a 24.

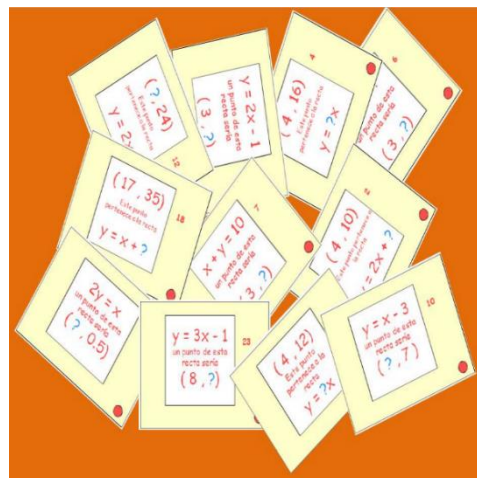


Figura 24. Cartones de lotería

El docente solicitará a los estudiantes que se ubiquen en mesa redonda. Deberán tener disponible un lapicero y el cuaderno u hojas para realizar las operaciones. Les entregará un cartón de bingo por estudiante.

Procederá a explicar las reglas del juego:

- Juego para todo el grupo de clase.
- Cada estudiante deberá llenar un cartón del bingo indistintamente con nueve números comprendidos entre el 1 y el 24.
- El docente o un estudiante serán las personas asignadas para liderar el desarrollo del juego. Podrá iniciar el docente y después los estudiantes.
- La persona que lidera el desarrollo del juego hará sacar sucesivamente y sin reposición tarjetas por diversos estudiantes.
- Cada vez que se saca una tarjeta, los estudiantes deberán efectuar las operaciones correspondientes allí indicadas en su cuaderno o en una hoja de apoyo.
- Si el resultado obtenido después de los cálculos se encuentra en su cartón deberá hacer una marcación en el número con una “x” o colorearla o taparla con una ficha blanca). Es importante que quien lidera el juego, escriba la operación a efectuar en el tablero, distinguiéndola con el número respectivo de cada tarjeta.



- El ganador será el estudiante que primero obtenga las nueve marcaciones de su cartón.

Se dará inicio al juego, insistiendo en la necesidad de retroalimentar por parte del docente cuando observe en los estudiantes dificultad para realizar los cálculos solicitados en las tarjetas.

Una vez realizadas dos rondas grupales, el docente conformará subgrupos de 4 estudiantes y pedirá que jueguen de por mesa. Esta actividad le permitirá detectar y trabajar sobre dificultades particulares en los estudiantes cuando están realizando los respectivos cálculos.

- **Recursos – medios:** Impresos: Cartones de Lotería (\*\* de acuerdo con las características citadas)
- **Estrategia de evaluación:**

**Actividad evaluativa:** Participación activa y constructiva en la actividad.

**Instrumento de evaluación:** Tableros de las loterías con sus respectivas marcaciones.

### 5.3.5. Actividad No 05.

- **Nombre de la actividad:** Revisando el recibo de la luz.
- **Tema:** Funciones. Subtemas: representación algebraica de la función lineal.
- **Duración estimada:** 60 minutos.
- **Objetivo:** formular la representación algebraica de una función lineal a partir del análisis de una situación real.
- **Sustentación teórica:** para el diseño de esta actividad se consideró materializar la propuesta del MEN (1998), quien afirma la necesidad de relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista, lo que justificó buscar una situación, que permitiera a través del análisis y las conjeturas, formular una expresión algebraica.

Se retoma a Posada F y Villa J., (2006) quienes proponen empelar la modelación, resaltando la importancia de incorporarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, ya que permite mejorar los resultados de los estudiantes.

Por otro lado, el análisis de la situación permite que los estudiantes determinen que significan los parámetros  $m$  y  $b$  de las funciones lineales y comprendan que nos son valores ubicables en el plano cartesiano. Guzmán R. (2006).

- **Contenidos:**

**Conceptuales:** requiere que los estudiantes consoliden los saberes adquiridos alrededor de las expresiones: función, dominio, rango, variables, independencia, dependencia.

**Procedimentales:** requiere que los estudiantes realicen: lectura cuidadosa, continua y comprensiva de la situación presentada.

**Actitudinales:** requiere que los estudiantes tengan una mente abierta y capacidad para establecer conjeturas. Se requiere que los estudiantes validen el ensayo-error para la formulación de la expresión algebraica.

- **Planeación de clase:** las siguientes son las orientaciones para el docente.

1. El docente organizará a los estudiantes en subgrupos de trabajo (3 estudiantes)
2. Les entregará el siguiente documento y les pedirá que realicen una lectura comprensiva:

(...) Todos los meses los hogares colombianos, debemos pagar el recibo de la luz. La familia Quiroga Almanza nos comparte el resumen de las tres últimas facturas que han tenido que pagar

<i>Período:</i> Septiembre				
Básico	Consumo en Kw			Total
	Precio por Kw	Kw consumidos	Subtotal	
12	0.23	120	27.6	39.6
<i>Período:</i> Octubre				
Básico	Consumo en Kw			Total
	Precio por Kw	Kw consumidos	Subtotal	
12	0.23	145	33.35	45.35
<i>Período:</i> Noviembre				
Básico	Consumo en Kw			Total
	Precio por Kw	Kw consumidos	Subtotal	
12	0.23	133	30.59	42.59

Figura 25. Recibo de la luz

Analizando las tres facturas vemos que existe un valor que se repite: **el básico**.

Éste es el que tenemos que pagar sin importar si consumimos o no energía. Sería el mantenimiento de la línea.

También podemos observar que hay un valor que cambia con la cantidad de Kw. consumidos, el subtotal de consumo de energía.

Finalmente el total depende como la suma del básico más el consumo de energía depende de estos dos valores.

**Antes de continuar con la lectura de esta página intenta hallar una fórmula que te permita calcular el total de la factura de un período cualquiera, teniendo en cuenta que puede variar la cantidad de Kw. consumidos.**

La fórmula. No es muy complicado entender que el total se calcula haciendo la siguiente cuenta:

$$(\text{precio de un Kw}) \times (\text{Cantidad de Kw. consumidos en un período}) + \text{básico} \\ = \text{total de la factura}$$

Sabemos que:

- Precio de un Kw. es \$0,23.
- Básico es \$12.
- Cantidad de Kw. consumidos es una variable, porque puede cambiar según el período facturado. Entonces podemos ponerle una letra a fin de identificar esta variable. Nosotros elegimos la letra  $x$ , entonces tenemos que:

$x =$  cantidad de Kw. consumidos en un período

El valor total de la factura depende de la cantidad de Kw. consumidos, porque el básico permanece constante en todos los períodos. Entonces es la variable dependiente, mientras que los Kw. consumidos en el período es la variable independiente. Escribiremos el total de la factura como  $f(x)$ . Recuerda que poner la variable independiente entre paréntesis indica que  $f$  depende de  $x$ .

Así que:

$$f(x) = 0,23(x) + 12$$

La fórmula anterior nos indica que hay una relación entre el total a pagar y las constantes y la variable  $x$ . Además si pensamos un poco veremos que la relación es una función, porque a una cantidad de Kw. consumidos le corresponde uno y sólo un total, no puede haber dos precios a pagar distintos si la cantidad consumida es la misma. Entonces la fórmula anterior nos dice que estamos en presencia de una función. (...)

3. Una vez finalicen con la lectura, el docente les pedirá que en grupo den respuestas a las siguientes preguntas:

¿Qué sucede con el valor de la factura si mes a mes la familia Quiroga consume más y más Kw?

¿Cuánto deberán pagar a condensa si su consumo es de 220 Kw, 100 kw, 0 Kw, 229?

¿Por qué deben realizar un pago aun cuando no han consumido Kw?

¿En qué ocasión a la familia Quiroga le llegará la factura con un valor a pagar de \$0?  
¿Por qué?

4. El docente promoverá la socialización de las respuestas a las inquietudes planteadas en el ejercicio anterior. Podrá solicitar que un integrante de cada grupo de respuesta a cada uno de los interrogantes y que los demás grupos validen y confronten sus respuestas. O podrá solicitar conformar grupos nuevos, en los que no coincidan con ningún integrante del equipo anterior, y en equipo darán lectura a las respuestas y solicitaran apoyo del docente cuando así se requiera.
  5. La actividad deberá concluir con la presentación de ejercicios para que los estudiantes los desarrollen en la casa.
- **Recursos – medios:** Hojas impresa con el recibo de la luz.
  - **Estrategia de evaluación:**

**Actividad evaluativa:** participación activa y constructiva en la actividad.

**Instrumento de evaluación:** registro de notas del análisis del ejercicio y solución a los cuestionamientos planteados.

En conclusión, el principal aprendizaje después de haber diseñado la propuesta, fue conseguir postular las actividades desde las necesidades de los estudiantes, pues es así que se prioriza el aprendizaje sobre la enseñanza. Y, en cuanto al objeto matemático de estudio, ha sido una ganancia el haber podido modificar el estilo tradicional de enseñanza de la función lineal, es decir, el que va de la representación algebraica a la representación gráfica, lo que indica que se ha atendido a la sugerencia reiterada de algunas investigaciones.

## Capítulo 6

### Tercer ciclo de la investigación acción: la reflexión

#### 6.1. Reflexión sobre la implementación de la propuesta didáctica desde la perspectiva de los actores

##### 6.1.1. Actividad No 01: Y me pregunto qué será

###### *Estudiantes:*

Durante el desarrollo de la actividad No 01 y específicamente al inicio de la clase, fueron recurrentes preguntas como: “¿profe por qué el salón está así?, profesor, ¿cómo vamos a trabajar hoy?”; frente a estas intervenciones se percibió inquietud de algunos estudiantes de cara a los posibles cambios que pudiera llegar a tener la clase, pero también, el comportamiento de otros reflejaba poco interés por lo que estaba sucediendo en ese momento; es posible que estos últimos fueran los estudiantes más apáticos a desarrollar las actividades, lo que implicaría inducirlos a participar e incrementar el acompañamiento tutorial durante el proceso.

En los primeros pasos propuestos en la planeación de clase, algunos estudiantes dejaron ver su interés en saber si lo que se estaba realizando correspondía a la clase de matemáticas; es así que preguntaron: “¿por qué estamos haciendo esto?”, “¿qué tiene que ver esto con el álgebra?”, “profe, a mí me gusta los números”; las respuestas a los cuestionamientos y la réplica a los comentarios de los estudiantes permitió involucrarlos gradualmente en la dinámica de aula; pero aun así continuaba el desinterés de parte de algunos, ya que estrictamente se limitan a seguir las indicaciones del docente; era claro que para este último grupo, la actividad hasta el momento no había generado ninguna expectativa.

En la implementación de la secuencia didáctica paulatinamente fue aumentando la participación de los estudiantes; la actividad que lo permitió fue la lectura de las palabras cuyo significado era desconocido, o el aporte o idea que tuviera frente a una palabra mencionada por

algún compañero. Llegaron al salón una diversidad de concepciones que los estudiantes tenían sobre una palabra, tal es el caso de la expresión “**integrable**”, sobre la cual dijeron: “que esta con todos”, “que participa”, “es una operación que sirve para todo en matemática”, “que no se desintegra”, “es lo que sirve para unir una cosa con la otra”; y así con la palabra “**contraejemplo**”, la cual relacionaron con “no es ejemplo”, “es un error”, “un ejemplo que no sirve, por ejemplo:  $10 + 2=10$ ”. Todos los estudiantes tuvieron la posibilidad de participar, todos leyeron palabras desconocidas para ellos, algunos más que otros lograron intervenir durante la lluvia de ideas; la mayoría logró realizar el ejercicio abiertamente y con libertad, la mayoría expresó con sus palabras eventos o situaciones relacionadas con sus contextos, así como sucedió con la palabra “**tangente**”, sobre la cual un estudiante agregó: “es la manera fácil de no hacer las cosas, mi mamá me dice: se salió por la tangente”.



Figura 26. Estudiantes en el desarrollo de la actividad No 01

Durante la fase final de la actividad, en la que los estudiantes debían socializar lo comprendido en la lectura, la euforia de participación disminuyó; un par de estudiantes intentaron resumir la lectura, pero fue necesario volver a realizarla para retomar lo aprendido hasta el momento, pues algunos llegaban hasta un punto del texto y no continuaban. Aunque sintetizarla y expresarla con sus palabras no era un ejercicio fácil por la forma y extensión del documento, se logró una reconstrucción que contó con la intervención de algunos.

El trabajo colaborativo permitió la inmersión de los estudiantes en la actividad aunque de manera gradual; logró nivelar positivamente la actitud de aquellos que se mostraron apáticos, con

aquellos que cuestionaron la actividad y con los que la realizaban estrictamente dando cumplimiento a las indicaciones del docente. La intervención que cada estudiante realizó fue respetada por los compañeros y por los estudiantes. Ante los gestos o expresiones de subvaloración, el docente intervino para subsanar la situación.

El cierre que el docente le dió a la clase, en el que reitero que estudiarían las funciones, permitió que algunos estudiantes aterrizaran la actividad realizada, tal así que uno de ellos agregó: “ahhh la vez pasada el profé dijo que veríamos funciones, pero pensamos que todas eran con números y letras”, otra agregó: “por eso hoy vimos las palabras de las funciones”.

Al conversar con los estudiantes sobre cómo les había parecido la actividad, los comentarios que escuchamos fueron: “profé, gracias, si así fueran todas sus clases, no me daría sueño”, “me gusta cuando no hacemos siempre lo mismo”, “hoy me reí en la clase, mucho”, “yo nunca había escuchado esas palabras y aprendí algo nuevo”, lo que en general invita al docente a reflexionar sobre la necesidad de relacionar los términos, las expresiones o lo que los estudiantes aprenden con situaciones cotidianas; si las clases cumplen con ese propósito es probable que promuevan la participación activa y faciliten la comprensión.

En general, los estudiantes, con sus variadas preguntas e intervenciones, manifestaron que hubo un cambio de actitud frente a las actividades que habitualmente se han desarrollado en la clase de matemáticas, lo que positivamente abre otras posibilidades, formas e intereses por aprender.

### ***Docente:***

Durante la conversación que se sostuvo con el docente, previa al ingreso de los estudiantes al salón, él manifestó sentirse nervioso, ansioso y verbalizó lo siguiente: “me gusta lo que tenemos pensado, lo podemos hacer, pero hay que tenerles paciencia por si los chicos no entienden, pues nunca trabajamos así” ; con lo anterior, el docente reconoció que las actividades de la secuencia didáctica, plantean formas diferentes de trabajar en el aula y podían ser exitosas según la actitud



y disposición de los estudiantes, además es posible que su afirmación haya activado la motivación para aprender a enseñar de acuerdo al ritmo de aprendizaje de los mismos.

Inicio la clase, el profesor reorganizó el salón, atendió las sugerencias que respetuosamente se le dieron para iniciar la sesión; presentó el propósito de la misma y agregó: “hoy en matemáticas haremos la clase con una metodología diferente”. Se esforzó para que la apatía de algunos chicos se convirtiera en una oportunidad, empleando expresiones como la siguiente: “bueno, pues hoy si o si debemos participar, pues la actividad de hoy tiene lectura, comprensión de lectura así que tiene todo que ver con la clase de lengua castellana que a muchos les gusta”. Frente a los cuestionamientos de algunos estudiantes sobre lo que aprenderían, la siguiente respuesta: “el tema tiene una aplicabilidad en la vida real que es necesario que lo estudiemos así,” generó en los estudiantes otras curiosidades, lo que permitió que gradualmente se involucraran en el desarrollo de la secuencia.

Mientras los estudiantes realizaban la lectura del texto, él comentó: “me siento tranquilo, los chicos están respondiendo, ellos son juiciosos”, lo que le reactivó la confianza en seguir adelante con la modificación de su práctica pedagógica.

Durante el desarrollo de toda la actividad, estuvo con la disposición de escuchar y otorgarles el espacio de participación a todos los estudiantes, pero por los estilos de comunicación que estos mismos han construido, el profesor en varias ocasiones exclamó: “escuchémonos por favor”, “es importante lo que todos dicen”. Durante explicación de cada palabra desconocida gestionó la participación de los estudiantes, constantemente preguntó: “qué creen que significa esta palabra”, “qué otro significado le pueden dar”, “quién tiene otra idea”, “señorita o señor (nombre del estudiante) cree que ese puede ser un significado para esa palabra”, “les suena ese significado”, “alguien sabe algún sinónimo de esa palabra”, lo que impidió la desconexión del propósito de la actividad con las respuestas y actitudes de algunos de los estudiantes.

La reconstrucción de la lectura, fue el espacio en el que el docente reflexionó sobre el nivel de conexión entre los estudiantes y el estudio del tema. Fue el momento en que él reconoció que algunos tenían una capacidad de síntesis que no conocía, y concluyó: “hoy, aprendieron ustedes y

aprendí yo”, “La imaginación que ustedes tienen me sorprendió”, además agregó: “me parece que siempre debo comenzar con un momento de lectura participativa”.

Una vez finalizada la actividad, hay complacencia en el profesor por los comentarios que realizan los estudiantes; él afirmó: “con estas actividades se cansa uno más, porque los chicos participan abiertamente”; “reconozco que algunos tímidos vencieron la pena”, “funciona ponerlos a trabajar en grupo, aunque no faltó el que quiso ponerse la actividad de ruana”.

Evaluó positivamente el alcance de la actividad, “en algún momento pensé que no estaba explicando matemáticas, pues en este colegio y con los chicos de aceleración veía difícil hacer algo fuera de lo tradicional, los tiempo y los temas me limitan, pero nos fue bien entendieron y quedaron motivados”; con la anterior información es posible que el docente asociara el estudio escolar de la matemática con los esquemas formales del área (teorema-demostración), y puede eso justifique el no uso de otras estrategias en el aula; además el docente agregó: “debo estar preparado muy bien para la próxima, además manejar el tiempo, porque casi que no podemos cerrar” y ante la pregunta que se le hizo: ¿es posible que participen así en las demás actividades?, el docente respondió: “yo creo, pero debemos traerles cosas diferentes, y seguro sí, además voy a preparar la clase así con los otros grupos”.

Para concluir, la actividad movilizó al docente y sirvió de detonante para que él pensará en otras formas de enseñar y de aprender; el docente quedó curioso y expectante, además transformó la idea de pensar en que él no es el único sujeto activo en el aula, reconociendo la importancia de la participación de los estudiantes en el proceso.



Figura 27. Docente y estudiantes en el desarrollo de la actividad No. 01

**Investigadora:**

El escenario de la clase parecía ser el de todos los días, los estudiantes llegaron con la idea de recibir una explicación por parte del docente y proceder con la resolución de un par de ejercicios, como solía ser, la mayoría repetitivos. Pero la primera actividad fue la circunstancia para despertar en los estudiantes y en el docente el interés por lo nuevo, lo diferente.

Los dos protagonistas en el aula, aunque con intereses distintos, mostraron en diferentes escalas querer saber qué cambiaría en la clase y cuál sería el nivel de su participación. El docente, frente a la afirmación “me gusta lo que tenemos pensado, lo podemos hacer, pero hay que tenerles paciencia por si los chicos no entienden, pues nunca trabajamos así” deja percibir esa necesidad de comprobar si él puede lograr orientar una clase de matemáticas fuera del esquema común y con las herramientas tradicionales. Así mismo sucede con los estudiantes, cuando decidieron preguntar: “¿por qué estamos haciendo esto?”, “¿qué tiene que ver esto con el álgebra?”, en ultimas, están deseando validar si es posible aprender matemáticas sin hacer ejercicios repetitivos y mecánicos.

Durante el desarrollo de la sesión, sucedió lo esperado: la participación progresiva y activa de los estudiantes mediada por las orientaciones del docente, teniendo como eje central un tema específico del área de matemáticas. Todos hicieron la lectura, todos subrayaron palabras y todos, en diferente proporción aportaron ideas sobre los significados que podían llegar a tener las mismas

palabras. Por momentos olvidaron que los términos se estaban refiriendo a expresiones matemáticas y lograron extrapolarlas a situaciones de la vida cotidiana.

En el mismo sentido, el docente se sintió empoderado de la actividad, la significo, la reconoció como relevante en la enseñanza de las matemáticas y la encauzo para que la participación e intervención de los estudiantes fuera en pro de cumplir con el objetivo de la actividad. Se ratifica que la actividad No. 01 pudo ser la motivación para modificar la práctica, y el sustento está en la siguiente afirmación: “se pudo, estuvieron motivados y participativos, me gusto y si o si debo proponer las clases así”. Par finalizar, la ganadora de la clase fue la palabra “cambio”, promovió en los actores la idea de aprender y enseñar de forma diferente.

### **6.1.2. Actividad No 02: Las relaciones de Familia**

#### ***Estudiantes:***

Dada la extensión de la actividad No 02, esta se desarrolló en tres sesiones. En la primera parte, el docente le comentó a los estudiantes lo siguiente: “empezaremos con diagrama sagital y parejas ordenas”, y de inmediato un estudiante cuestionó: “¿no veremos algebra?”; el profesor replicó: “si, esto es algebra, pero lo vamos a estudiar desde una caso de la vida real”; un estudiante dijo: “pero ¿por qué?” y el profesor le contesto: “porque así se aprenden mejor las cosas, así no se olvidan”. Aunque la actividad anterior había despertado esa curiosidad por el cambio, es posible que algunos quisieran volver a la rutina tradicional de clase. En paralelo otro estudiante agregó: “el árbol genealógico luego no se estudia en sociales o ciencias?”, lo que le dio paso al docente para hablar sobre la relación de la matemática con otras disciplinas. El resto de estudiantes siguieron las indicaciones del profesor sin objeción alguna.

Durante la primera sesión se desarrollaron los numerales 1, 2 y 3 tal como se propuso en la secuencia didáctica; la participación de los estudiantes fue menos efusiva que la actividad número 1, tal vez porque la clase inmediatamente anterior fue la de educación física. El docente, respetando el ritmo que llevaban los estudiantes, pero impulsando un trabajo continuo, logró que leyeran de maneras distintas el árbol genealógico, hubo espacio para bromear en torno a algunos

nombres escritos en el diagrama; ese tipo de actitudes son una muestra de que el contenido ganó confianza y aceptación de querer ser aprendido. Algunos fueron críticos frente a la información presentada agregando preguntas como las siguientes: “¿Justino y Emma, tendrán bisnietos?”, “¿por qué no pensaron en que uno de los hijos de Justino y Emma tuvieron gemelos?”, “¿por qué no representaron parejas homosexuales?”.

El desarrollo de esos numerales no presentó mayor dificultad, respondieron las preguntas sin requerir ampliar la información; los dos estudiantes que manifestaron no entender, fueron acogidos por sus compañeros de grupo, quienes ampliaron la información.

Los numerales 4, 5 y 6 desarrollados en las siguientes sesiones exigieron mayor precisión y acompañamiento por parte del docente. Durante la representación de la información en diagrama sagital, algunos obviaron el diagrama y realizaron listas de parejas según la información dada; aunque las relaciones podían estar bien establecidas, no estaban representadas según lo solicitado; después de recibir la retroalimentación del docente, algunos reescribieron los ejercicios; otros optaron por encerrar la lista en un diagrama.

La lectura de expresiones como: “ $T = \{(x, y) : x \text{ es tío de } y\}$ .” no fue fácil para algunos; un estudiante lo leyó así: “te igual a abre paréntesis equis y ye, dos puntos, equis en tío de y” lo que dejó en evidencia que no tenía una lectura comprensiva de la información, lo que en consecuencia le generó frustración, pero la explicación que el docente le dio al grupo, relacionando cada elemento de la expresión con el diagrama sagital, facilitó la lectura y comprensión del resto de ejercicios. Un estudiante una vez terminó los ejercicios verbalizó: “que ganas de complicarle a uno al existencia, se lee de una manera, se escribe de otra y quiere decir otra, qué enredo”. Su comentario refleja que durante su proceso educativo previo posiblemente hubo carencias en el reconocimiento y uso de diferentes formas de representación de la información, pero ese mismo estudiante superó su dificultad y celebró haber realizado los ejercicios correctamente.

El docente, para evaluar de manera simultánea la actividad, decidió asignar puntos positivos a los estudiantes que presentaran los ejercicios propuestos para desarrollar en clase;

mientras el profesor evaluó, fue evidente el aumento de participación de algunos, además unos estudiantes agregaron: “eso está fácil”, “profe, pónganos más, que así si trabajamos”.

El balance de la sesión fue satisfactorio, lo estudiantes lograron leer el árbol genealógico, representarlo en diagrama sagital, responder y hacerse preguntas alrededor de la información suministrada. En los estudiantes en los que hubo baja receptividad de la información, el docente se apoyó de algunos estudiantes del grupo y en otros casos les ofreció explicaciones personalizadas.

En los estudiantes fue notable el buen recibimiento que le dieron a las actividades propuestas hasta el momento. En mayor proporción valoran los ajustes que el profesor le ha hecho a las clases, algunos comentarios son: “ahora si estamos trabajando”, “profe ponga más ejercicios”, “profe, otro ejemplo que ese ya lo entendí”, “por qué no nos inventamos un juego con las parejas ordenadas”.

Otro indicador de aceptación y avance con las actividades propuestas hasta el momento, son los registros que los estudiantes han dejado en los cuadernos; pese a que algunos siguieron escribiendo en hojas sueltas, que después terminan abandonas en las gavetas de los pupitres, otro grupo que consideró apuntar y trabajar en el cuaderno, y mostrar los puntos positivos dados por el docente durante la realización de ejercicios bien resueltos en el aula. Durante las revisiones realizadas a los cuadernos, fue visible el uso de colores para distinguir y categorizar información; al respecto una estudiante agregó: “ya no traigo a pasear mis colores”.

En conclusión, los estudiantes lograron anular algunas barreras actitudinales negativas entre sus capacidades y el estudio del contenido del area. Progresivamente aumentaron la frecuencia participación en el grupo, el interés por realizar ejercicios, agregando comentarios como “profe, este tema me gustó”, “vamos bien en matemáticas”.

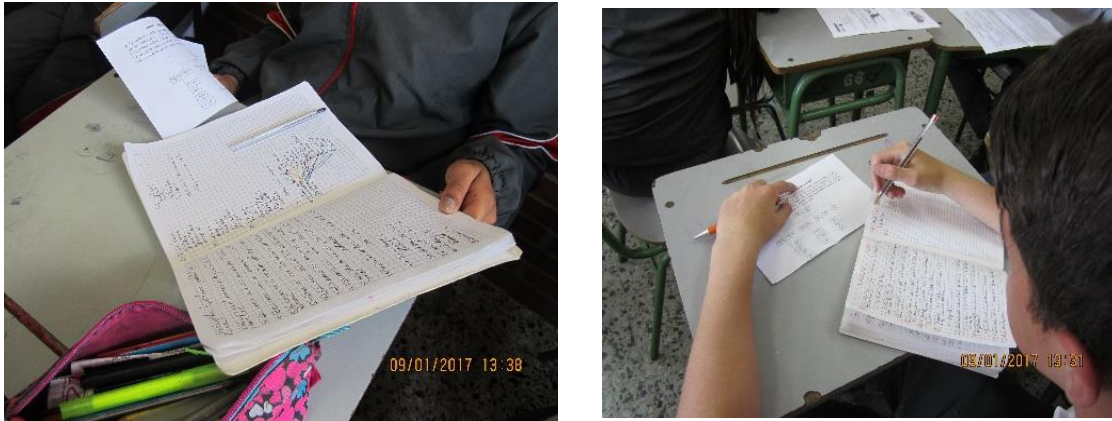


Figura 28. Solución a ejercicios planteados en la actividad No. 02

***Docente:***

Para esta actividad, el docente ha reformulado posibles preguntas que puedan tener los estudiantes, “decidí pensar como estudiante para que, si tiene preguntas, se las pueda explicar más fácil”; frente a la anterior afirmación, es posible que le esté dando relevancia al aprendizaje.

Se muestra preocupado por la situación de convivencia por la que atraviesa el grupo y lo que esto implica, “el tiempo de aplicación de la actividad se extiende porque le encontraron cosas a algunos chicos y pueden estar implicados en otros asuntos y ahora mismo no están en clase”, agrega que lograr la motivación y concertación en esta circunstancia puede ser difícil y agrega “algunos están de cuerpo aquí, pero pensando en los que están allá”.

Aun así y sin darle mayor trascendencia comienza la sesión, realiza una presentación de lo que estudiarán con la actividad y entrega el material. Las inquietudes que tuvieron algunos estudiantes las contestó en el marco de aprender matemáticas aplicadas es una camino para enseñar y aprender con estrategias educativas flexibles.

Organizó las sesiones de estudio proponiendo un trabajo colaborativo el cual fue aceptado por los estudiantes. “la idea es que se apoyen unos a otros” Orientó a los estudiantes para que hicieran la lectura del diagrama sagital de diferentes formas, dio paso a la retroalimentación de lo

aprendido, validó el nivel de comprensión ofrecido en el diagrama sagital, “quién me puede leer de otra manera e diagrama”, “es correcto determinada información (según fuera el caso)”, “Fausto y Emma, son hermanos, por qué”, sus intervenciones siempre estuvieron en pro de aclarar o ampliar la información requerida en el grupo, dado que algunos no lograron comprender la explicación de sus pares en el trabajo en grupo. El docente resalta la ganancia que deja para todos el trabajo colaborativo orientado, pues le facilita detectar en los pequeños grupos las dificultades que puede tener un estudiante en específico y trabajarlas según sus necesidades, agregó además, “entre ellos se entiende, algunos se tienen más confianza y pueden trabajar”, igual, “hay que estar pendientes y pasar constantemente por los grupos, porque de lo contrario se dedican a charlas y no hacen lo que deben hacer”.

Durante el desarrollo de todas las actividades, reformuló las técnicas de trabajo en grupo y el criterio de evaluación, “los puntos por trabajo en clase no se darán por trabajo individual, se presentará todo el grupo y a uno de los integrantes le pediré la explicación de la actividad”, aunque en principio no fue tomado por los estudiantes con mucho entusiasmo, poco a poco el reconocimiento por los avances permitió que algunos potencializaran su participación.

Sobre las actividades desarrolladas, manifestó sentirse de alguna manera inconforme, agregando “hemos tenido que repetir los temas por cuestiones disciplinarias”, pero así mismo dijo, “los chicos han tenido un progreso, hemos generado inquietud, mira que Barrera, el estudiante monito armó su propio árbol genealógico”.

Conversando sobre lo que será la aplicación de las actividades restantes y las actividades que tiene programada la institución, el profesor me comenta: “voy a trabajar con aceleración 3, matemática aplicada, como aquí, esos chicos no quieren hacer nada y creo que allá también me puede funcionar”



### ***Investigadora:***

Después de la aplicación de las dos primeras actividades se encontró que hay un buen número de estudiantes dispuestos a aprender y un docente reafirmando la necesidad de modificar su práctica para que lo primero sea posible.

El nivel de confianza y credibilidad que adquirió el docente sobre la pertinencia de las actividades que se desarrollaron hasta el momento, le ha permitido encauzar las expectativas que los estudiantes; convencerse que ellos quieren aprender siempre y cuando se le reconozcan sus fortalezas y se les apoye en las debilidades.

Los protagonistas en el aula reconocen que los cambios les han favorecido a todos, pues las distintas técnicas de trabajo en grupo, les pueden servir para aprender matemáticas sin restringirlo a un asunto mecánico, en el que el docente da y el estudiante se limita a recibir. Es visible que una sesión organizada, plenamente preparada, claramente orientada y copiosamente asumida reduce el riesgo de tener situaciones convivenciales desfavorables que frustren los propósitos de aprender y enseñar.

Las afirmaciones del docente, permiten concluir que los avances en las formas de respuesta de los estudiantes ante las diferentes actividades superan los avances que pudieran lograr bajo un esquema de enseñanza tradicional y mecánico, lo que de alguna manera le quita la preocupación de abordar contenidos estrictamente bajo tiempo establecidos.



Figura 29. Estudiantes durante el desarrollo de la actividad No. 02

### 6.1.3. Actividad No 03: Rumbo al plano

#### *Estudiantes:*

La sesión de hoy no dejó de ser sorpresa para los estudiantes. Cuando llegaron a clase encontraron algunos planos cartesianos dibujados en papel y colgados en una parte del tablero. De inmediato se preguntaron, “¿y eso qué es?”, una estudiante le respondió: “es un plano pero no me acuerdo el otro nombre”, y otro menciona, “es como la línea del tiempo que trabajamos con Miguel, el profé de sociales”; el profesor asintió con la cabeza, no amplió la información compartida por los estudiantes, no hubo más preguntas y tampoco más aclaraciones.

Aunque la metodología del trabajo propuesta era individual, muchos llegaron al aula y se acomodaron en grupo junto con los compañeros que habían estudiado en las sesiones anteriores. El docente inició con una explicación general para todos los estudiantes sobre la transformación que hay entre diferentes representaciones: del diagrama sagital a las parejas ordenadas, de las parejas ordenadas al plano cartesiano, lo que luego determina ciertas gráficas que pueden o no pueden ser funciones. La explicación del docente fue continua y cuándo finalizó, varios estudiantes estaban distraídos, sin lograr mayor conexión entre lo que el docente decía y su interés por aprender. Ante la pregunta, ¿se entendió?, la lluvia de respuestas fue: “nada”, “cero”, “explique otra vez”, y una de ellas agregó “eso esta guacala”; hay una diferencia con respecto a lo que se había realizado hasta el momento, en las anteriores sesiones se introdujo el tema a estudiar con situaciones comunes y cotidianas; pero la sesión de hoy no tuvo esa introducción y es posible que a eso se deba la desconexión y el interés.

En la búsqueda de lograr captar el interés, el docente reacomoda el grupo y solicita que los estudiantes, de manera gradual hagan la lectura del texto. Uno de ellos propuso “subrayemos lo que no se entienda como hicimos en la clase anterior”; finalmente en esa dinámica, algunos distraídos comienzan a participar de la actividad. Si bien es cierto que esta actividad tiene una información rigurosa, algunos estudiantes lograron comprender el texto, relacionando aprendizajes previos con los nuevos, uno de ellos agregó: “las parejas son los números que salen de

diagrama sagital”, “si tengo parejas de números –numero 1 y número 2 en paréntesis puedo escribirlas en un diagrama sagital”, otro agregó, “las parejas son los puntos en el plano”. Escuchar esos comentarios, ratifico que se estaba dando la conexión entre lo ha aprendido y lo que está por aprender. Pero también hubo un grupo de estudiantes que su participación fue casi nula, frente a la retroalimentación pedida por el profesor, sus repuestas fueron: “no entendí”, por lo que optaron por quedarse en absoluto silencio. La razón puede ser el formalismo con el que se introdujo la actividad; venían de estudiar con situaciones reales y llegaron a la rigurosidad de la lectura y escritura matemática, lo que posiblemente generó una posible ruptura sobre el interés que habían construido.

En su necesidad de que todos los estudiantes le comprendan, el docente decidió hacer uso de los planos dibujados, decidió incorporar a la actividad, la representación de la relación “ser novio de”; frente al ejemplo, y así logró encauzar el interés de la mayoría de estudiantes, con la información dada por el docente – un listado de nombre de algunos estudiantes-, fácilmente los estudiantes realizaron el diagrama sagital y escribieron algunas parejas ordenadas, o pares ordenados. Uno de ellos, mientras realizaba la presentación dijo, “así sí, me estaba durmiendo encima de estas hojas”.

La forma, los ejemplos o las situaciones que sirven de apoyo para presentar la información incide en la respuesta que pueden tener los estudiantes frente a la clase, expresiones como, “es mejor con un ejemplo”, “eso así todo enredado da pereza”, es una pauta sobre lo que gusta y despierta interés en los estudiantes.

Dado que cada estudiante era libre de organizar las parejas, la representación de las parejas en los diagramas de papel colgados en el tablero por parte de los voluntarios, permitió tener la concentración y participación de todos los estudiantes.

Después de la explicación de la idea de función, un estudiante agregó: “en este caso la función es cuando el novio o la novia no tiene más novios” y después otro mencionó: “no es función cuando un mismo novio tiene varias novias” lo que evidencia una comprensión de la lectura de características de la función lineal.

El ejemplo se tornó comprensible y ajustable a la actividad. Aunque no estaba inicialmente propuesto, se justificó su articulación en la actividad. Los estudiantes lograron apaciguar el desinterés. El ejemplo les permitió relajarse hasta el punto que hubo la posibilidad de reírse frente a unas parejas propuestos por ellos. Finalizaron las actividades sin mayores contratiempos.

Vale rescatar que a medida que han participado de las actividades, los estudiantes gradualmente han retomado hábitos como: tomar apuntes, escribir ordenado, desarrollar la actividad en el cuaderno, emplear colores, traza líneas con regla, dejando de lado la informalidad.

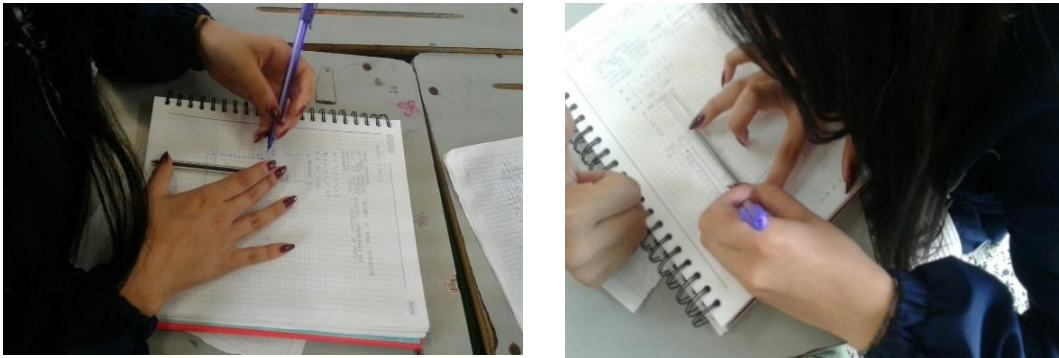


Figura 30. Desarrollo de la actividad No 03

### ***Docente:***

“Hoy fue duro”, fue la expresión con la que cerró el docente durante la primera sesión de clase en la que se desarrolló esta actividad. “Pensé que no podían ni ellos ni yo, había mucha dispersión, no estaban motivados”; la preocupación invadió la actuación del docente: “sentía que estaba leyendo sólo y claro, ellos no leen nunca este tipo de textos, todo se los doy muy general”, “no sé cómo se me ilumina el bombillo y ese ejercicio me salvo”. La reflexión que hace el docente vuelve a ser un llamado para no incurrir en las prácticas de aula que él tradicionalmente llevaba, “sentí que perdía el tiempo, me desgastaba mientras ellos estaban en la luna, solo el estudiante 1 y la estudiante 2 me seguían la idea”.

Era claro que la dinámica de trabajo con los estudiantes cambió con respecto a lo que se había desarrollado en los dos últimos meses, de un trabajo muy participativo se redujo a la clase tradicional en la que el docente da y el estudiante recibe, como si se llenara una caja vacía. Los comentarios tranquilos pero abiertos que hizo el docente, no son más que un reconocer de su parte que ya puede y sabe hacer diferentes las clases en el aula; que su preocupación ya no solo son los contenidos, ni que tan rápido puede enseñarlos, ahora lo que tiene importancia para él son las formas en las que aprenden los estudiantes y qué tanto le sirve para su vida; lo reconfirma con el siguiente comentario: “Sabes, no pensamos en que siempre los traíamos con ejemplos y pum le cambiamos las reglas”.

Esta actividad movilizó al docente, le dio la posibilidad de comparar su práctica pedagógica y la incidencia que esta tiene en el desarrollo de la clase. Se notó preocupado, pero al mismo tiempo victorioso, sabe que puede a través de ejemplos sencillos, de la naturaleza de sus chicos traerlos al tema que él quiere que ellos aprendan. “Me gusto cuando dieron la definición de función con el ejemplo, y viste lo fácil que les quedo señalar las funciones en los gráficos, entendieron, ningún la embarro”. Aunque unos de los propósitos con estos ejercicios era formalizar el tema que se había estudiado hasta el momento, con rigurosidad que exige la escritura en matemáticas, fue claro que el interés de los estudiantes no es ese, seguramente a medida que avancen en su preparación, tendrán mayores elementos para hacerlos. En esta sesión se sentían complacidos, participaron, el docente agregó, “hasta me hicieron reír con sus ejemplos, con las parejas que formaron, finalmente me doy por bien servido”.

Lo que parecía un retroceso se convirtió en una oportunidad, en conclusión, ninguna actividad planeada garantizar que en la práctica se lleve con la rigurosidad con la que se formula en el papel. La versatilidad debe ser un elemento siempre presente en el aula y en especial en aquellas en las que los estudiantes aprenden con ayuda de estrategias flexibles.

### ***Investigadora:***

Cuando se postuló, reviso y se aprobó la actividad No. 03, se pensó en seguir las secuencias tradicionales y rigurosas de la matemática (definición, representación), se supuso que con lo

aprendido por los estudiantes hasta el momento, ellos podían iniciarse en los caminos de la formalidad matemática. Se consideraron variables como: tiempo, recursos, condiciones mínimas para los estudiantes, pero en la práctica fue evidente que la actividad se proyectó pensando que era posible dar esos saltos; no se consideró las formas en las que los estudiantes habían aprendido hasta el momento, en lo que se había logrado con éxito en las actividades anteriores. Es posible que no se consideró que lo riguroso puede acompañarse de un ejemplo corto, un ejemplo concreto y llamativo. No obstante, con el choque y la resistencia de sus estudiantes, pero con las habilidades y confianza que había adquirido el docente, él logró traer a la sesión de estudio un elemento activador para los estudiantes; y estos, con un estilo de aprendizaje habituado hasta el momento, lograron participar, desarrollar y apropiarse de la actividad.

La lectura y escritura formal en matemáticas suele convertirse en un obstáculo para los estudiantes y para los docentes; los estudiantes, por lo general poco lectores desean leer contenidos de su interés, y precisamente algunos elementos de la matemática no logra cautivarlos; no obstante, los docentes desean desarrollar habilidades para que sus estudiantes comprendan textos matemáticos. Esta actividad deja claro que en el aprendizaje de las matemáticas, será necesario la introducción de situaciones cercanas a la realidad, que en esencia les permita introducir la rigurosidad de esta asignatura.

Hay una satisfacción por lo que sucedió en el aula y en específico durante esta actividad, cuando no todo se ejecutó al pie de la letra. Las estrategias educativas flexibles deben proponer prácticas de aula flexibles. Nada garantiza que replicar una definición, o seguir un patrón de manera mecánica, literal y memorística sea el objetivo de enseñanza y de aprendizaje. Es necesario respetar los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, los docentes deben desarrollar y emplear todas las ayudas para que sean ellos los que direccionen el qué aprender y el cómo lo quieren lograr.

#### 6.1.4. Actividad No. 4: La Lotería Lineal

##### *Estudiantes:*

“¿Vamos a jugar?, “profê, nunca jugamos” fue la primera expresión de un estudiante cuando vio escrita en el tablero la palabra “lotería”. Efectivamente confirmó que el juego no es el recurso más usado en la clase de matemáticas “y ¿apostamos?” pregunto otro; después de haber pasado por una actividad que dejó al descubierto que los estudiantes si o si son el condicionante más importante en la clase, aquella palabra escrita en el tablero, logró generar expectativa.

Todos los estudiantes siguieron al pie de la letra las primeras indicaciones dadas por el docente: construyeron los cartones, escribieron los números aleatoriamente del 1 al 24; ninguno cuestionó. Se podía pensar que el juego de la lotería ya era conocido por todos los estudiantes, pero una vez el docente explicó la dinámica de la actividad, varios estudiantes exclamaron: “¿cómo así?”, “repita profesor”, algunos con el ánimo de confirmar si habían entendido, le preguntaron a sus compañeros, finalmente alguien agregó: “bueno profê, todo bien, ensayemos”. Así que comenzó la actividad, una de las estudiantes fue la encargada de sacar las fichas con las operaciones; salió la primera ficha “ $y=4x +2$  para  $x= 2$ ”; algunos estudiantes se apuraron a realizar la operación: “ $y=44$ ”, “ $y= 8$ ”, “ $y=$  no se puede”, fueron algunas de las respuestas. Otros, se miraron y muy pocos llamaron al docente para pedir explicación. Conclusión, no todos los estudiantes comprendieron y están en condiciones de jugar. Frente a la pregunta que realizó el docente: “¿chicos, entendieron?”, el furor se apodero del salón, “venga, profê, no entendí”, “¿qué tengo que hacer con lo que Vanessa escribe en el tablero?” y “¿siempre van a hacer expresiones de matemáticas?”.

Con el ánimo de que los estudiantes continuaran motivados con la actividad, el docente realizó una explicación de lo que significa sustituir números en una función matemática y su relación con las parejas ordenadas. Todos los estudiantes, en el marco del juego, prestaron atención, realizaron preguntas según los ejemplos dados por el docente, así: “¿entonces cuando un numero está pegado de una letra se multiplica el uno y el otro?” refiriéndose a expresiones como “ $y=10x$ ”. Afirmaciones como las anteriores dan muestra de que hay comprensión de la

operación, aunque los términos que emplea el estudiante no son los técnicamente se usan en matemáticas. Hay un valor agregado para realizar la actividad, “¿profe, nos da puntos?” a lo que el docente respondió con un “sí”.

Estos temas, de sustituir en una expresión matemática o hallar parejas ordenadas en funciones, suelen desarrollarse en un par de clases cuando se emplea el método tradicional. Los ejercicios se vuelven mecánicos y el estudiante en sí debe aprender la “técnica” para hallar la pareja ordenada. En la sesión cambio el contexto, se propició a través de un recurso pedido por ellos, “el juego”, que le agrega algo de competitividad y reconocimiento por el desempeño.

Tomo más de cuatro rondas para que los estudiantes estuvieran sincronizados, la participación fue activa y masiva, sobre todo cuando se resolvía el ejercicio para confirmar el valor, “profe... noooo no se vale, sume y no reste”, “¿pero por qué dividimos’, no entiendo”, fueron preguntas que realizaron algunos; esos cuestionamientos dieron paso a la confrontación y a la retroalimentación; la actividad tenía más valor para los estudiantes por el juego en sí mismo, que realizarlos sin el nombre de “lotería”. El simple hecho de hacer el ejercicio sobrepasaba sus expectativas, querían llenar el cartón de 3x3 y estar exonerados de una evaluación, pues ese fue el punto de negociación al que llegaron con el docente.

No hubo ni un sólo estudiante que no se esforzará por resolver la expresión matemática que se escribió en el tablero. Ninguno manifestó abiertamente sentir fracasado, es más, para ellos el tiempo fue corto, “profe, el tiempo se pasó muy rápido”. “uy profe, que bacano, jugamos”, “en la próxima hacemos lo mismo”, fueron algunas de las manifestaciones verbales de los estudiantes. Se observa e ellos una sensación de complacencia.

El juego no es un asunto de niños y tampoco tiene un marco de referencia netamente recreativo; los estudiantes del grupo siguen confirmando que son y serán la variable más importante en el aula, son sus motivaciones las que permitirán lograr aprendizajes en el aula.



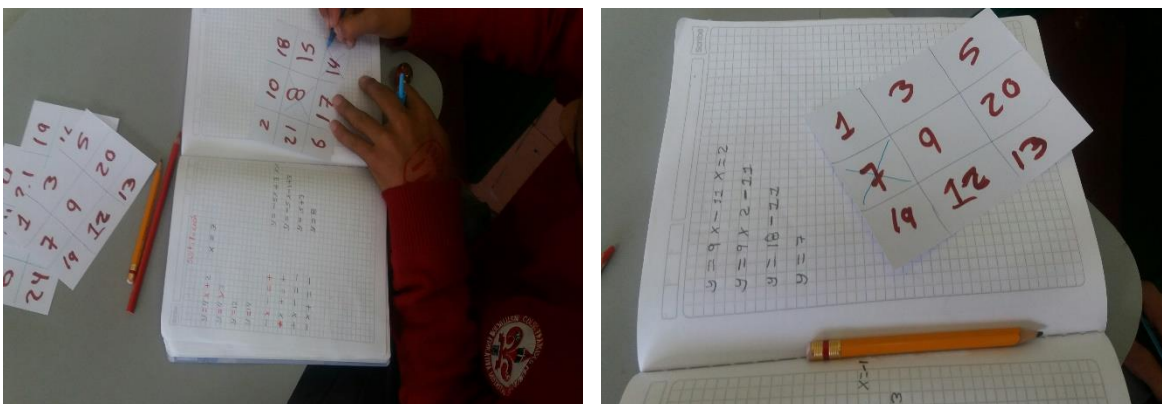


Figura 31. Sustituciones de la actividad No 04

**Docente:**

Hubo tranquilidad de parte del docente, “hoy jugaremos, y creo que a todos les gusta, pues nunca he realizado dinámicas con ellos”; tal expresión confirma que para esta sesión si existió el elemento faltante de la actividad anterior: la motivación.

Ya hay una secuencia construida entre docente-estudiantes; él está esperando que cuestionen la actividad, seguro lo reta para medir la motivación en sus estudiantes, expresiones como, “ellos ya saben que pueden preguntar” confirma tal afirmación.

Aunque puede parecer la sustitución un ejercicio rutinario en matemáticas, hoy en la clase no lo fue. Hubo elementos por conjugar, el juego, con sus reglas y condiciones y los ejercicios de matemáticas y sus operaciones; “chicos, es importante que todos sepan cómo sustituir, porque de lo contrario no entenderán el juego y perderá sentido”, es una manera amplia de generar confianza entre los unos y otros; no manifestó tener preocupación por lo el orden que pudiera tener la actividad, “quiero que disfruten jugar”.

La disposición al querer atender las dudas de los estudiantes es muestra de la correspondencia: “pregunten todo lo que no entiendan”, “no les de pena preguntar”, “¿entendió mijita?”, “eso, así es”, “pilas que la embarra porque confunde la suma con la resta”; no hubo un solo estudiante que no recibiera retroalimentación del docente.

La estrategia del juego simultáneo permitió que al instante el docente detectara la dificultad que podía llegar a tener un estudiante y trabajara sobre ella, “si uno no sabe lo que debe hacer, me distrae al otro y se daña la actividad”, además agregó: “puedo ver en tiempo real quien entiende y quien no”; lo que asegura según él es una de las ventajas del juego no colaborativo.

Aunque el docente reconoció que es un ejercicio mecánico, sabe que es mejor adecuarlo a una situación que no lo ponga tan en evidencia, “te aseguro que si hiciera el listado de todas las sustituciones en el tablero, los chicos no resolverían más de dos”. El docente cuestiona si es importante jugar en matemáticas, sobre todo para los grados superiores, “conversábamos con el jefe de área si se debe jugar en matemáticas y después de tener la esta experiencia, me sostengo que sí”, afirmando, “esta actividad fue un juego educativo, que tenía multipropósitos, aprender a sustituir, obtener parejas ordenadas, además trabajar temas de conducta, y me sirvió también de evaluación”.

### ***Investigadora:***

Con la aplicación de esta actividad, hay una gran evidencia que aprender matemática con el estilo tradicional puede promover el desinterés de los estudiantes. Para quienes no puedan tener afecto por la asignatura, el estudio de algunos temas, conceptos, herramientas pueden estar ausentes de sentido.

Las estrategias educativas flexibles deberán tener como herramienta aliada al juego y las razones pueden ser de distinta índole: es un motivador natural, produce espontaneidad, está libre de cualquier prejuicio, reduce tiempos para estudiar contenidos, buscar divertir, sirve para evaluar.

Para esta sesión, en la que ya hay unos lazos de correspondencia entre docente y estudiante, se comprobó la pertinencia de formular o adaptar este tipo de estrategias sin importar la disciplina de estudio, las edades o los grados a las que vayan dirigidas. El juego educativo permite: introducir un tema, ayudar comprender mejor un algoritmo, consolidar un contenido y promover una actitud positiva del estudiante frente al estudio de la disciplina.

En conclusión, la actividad atendió en gran medida a la solicitud que realizaron los estudiantes sobre “quiero aprender jugando”; nuevamente se confirma que son ellos, en su calidad de agentes activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los que determinan el cómo aprender; no se puede desconocer la importancia del área, ni el manejo didáctico, pedagógico y curricular que un docente puede tener sobre su asignatura, pero siempre son y serán los estudiantes los encargados de proponer el tipo de ayudas y recursos que necesitan para aprender.

### **6.1.5. Actividad No. 5. Revisando el recibo de la luz**

#### ***Estudiantes:***

Todos habían visto un recibo de la luz, ninguno dijo que no; algunos se habían limitado a verlo de lejos, mientras unos pocos sabían qué información es la que suministra un recibo de la luz: “profè, el recibo dice cuanto consumieron en la casa y cuanto deben pagar según el estrato”, “codensa – refiriéndose a la empresa de la luz- cobra más si uno tiene negocio, como mi papá, que no paga como en la casa”. Es claro que había un conocimiento previo sobre el insumo de trabajo de la actividad No. 6.

La lectura de la información fue relativamente comprensible, y más aún cuando los estudiantes pidieron explicación de la unidad de medida Kw. y la misma medida la comprensión; mientras los estudiantes leían el recibo, agregaron: “un cargo básico es lo que le cobran a uno así use o no el servicios”, “periodo es el mes en que se usó la luz y la están cobrando”, “subtotal no es el valor final, es una parte de lo que van a cobrar”; los que no sabían se limitaron a escuchar. No hubo mayores cuestionamientos a la lectura realizada.

Al contrario de lo que sucedió en la actividad No 3, la lectura dada a la formulación de la expresión “ $f(x) = 0,23(x) + 12$ ” no generó mayores traumatismos, de alguna manera los estudiantes ya se encontraban familiarizados con ese tipo de expresiones. Las dudas se concentraron frente a

la escritura, por ejemplo: “¿por qué  $x$  está encerrada en paréntesis?”, “¿ $f(x)$  qué es?”, “¿o sea que  $f(x)$  es igual a  $y$ ?” algunos tuvieron la disposición de hacer comentarios sobre las respuestas que daba el docente: “pero que mañita de complicar todo, si  $f(x)$  es igual a  $y$ , no deberían enredarnos”.

Ahora, frente a las preguntas formuladas en la actividad, cuando el docente dio la pista de la sustitución, el efecto fue inmediato, relacionaron el ejercicio con la lotería, “reemplazamos y sumamos, o multiplicamos según el  $y$ ”. La actitud de los estudiantes dio la idea de haber relacionado todo lo aprendido hasta el momento. Aunque no usaban un lenguaje técnico, verbalizaban según su nivel de comprensión, así como: “función es que varía, cambia, por eso se sustituye”.

En general, la secuencia didáctica concluyó con los siguientes comentarios: “había dicho que en aceleración estudiábamos menos, pero mentiras, con las nuevas clases de profe y la profe aprendí un montón”, “creo que los ejemplos nos abrió el entendimiento”, “las clases fueron menos aburridas, hicimos algo diferente”; es importante reconocer que los intereses y las necesidades siempre fueron el motor para pensar, proyectar y ejecutar una secuencia didáctica que permitiera aprender lo mismo del aula regular con estrategias y actividades distintas. El estudio de la matemática debe tener un propósito según el nivel y el tipo de población. Para el Programa Volver a la Escuela, es relevante acelerar su proceso, pero sin duda se requiere de unas estrategias educativas que se salgan del marco resolutivo y algorítmico, que lleven mejor a la comprensión de situaciones de la vida real.

### ***Docente:***

“Esta actividad es la de cierre y estoy muy seguro que mis estudiantes aprendieron”, ese fue el primer comentario del docente. “ellos no lo saben, pero me enseñaron a enseñar distinto”.

El docente inició la lectura del texto; acompañó el ejercicio con un par de preguntas sueltas que casi de manera inmediata fueron resueltas por los estudiantes. Ellos y él ya han materializado unos acuerdos para la clase, incluyendo el de mantener una participación respetuosa y activa. Se organizaron en grupos y con la explicación dada, iniciaron con los ejercicios propuestos. El docente

agregó: “ahora me toca pensar en cómo voy a trabajar el siguiente tema, he ganado mucho con ellos para perder esto- refiriéndose al clima en el aula”.

Aunque en los pequeños grupos los estudiantes trabajan más dispersos, todos están realizando la actividad. El docente reflexiona sobre la importancia de preparar clase para trabajar en las aulas de aceleración: “aceleración es flexible, yo creía que la flexibilización siempre se refería al número de estudiantes o al número de horas de trabajo, pensé que era muy difícil en lo pedagógico; claro, me exige más, pero después que ellos arrancan, van solos, míralos!”; con sus comentarios reitera que el énfasis del proceso radica no en lo que se aprende, si no en el cómo se aprende.

La socialización de los ejercicios fue a través de los voluntarios, el docente sólo hizo un par de aclaraciones. En general no hubo asombro de unos o de otros hasta cuando el docente les comunica: “creo que todos pasan el periodo y creo que todos hicieron un esfuerzo por aprender y eso debo valorárselos”, ¿qué si pueden ser mejores?, claro, seguro; pero lo iremos trabajando en el camino”.

Hay una sensación de satisfacción, “ahora tengo el reto de planear para el otro grupo algo así”; por su comentario y el de los estudiantes hay convencimiento que si se puede enseñar diferente y también se puede aprender diferente. Ante los halagos, Robinson cerro así: “con gusto mijitos”.

### ***Investigadora:***

Era evidente que en el aula ya habían otros estilos de trabajo, y se menciona trabajo porque para el docente ya no era tan necesario y prioritario la clase magistral, las sesiones anteriores le habían permitido comprobar que ese no era el único mecanismo de interacción con los estudiantes, además reconoció que el material de apoyo era fundamental si se pretendía enrolos en la dinámica de aula. Al igual le sucedió a los estudiantes, ellos ya se encontraban predispuestos a trabajar en grupo, sabían que la clase y lo que el profesor estaba presentando tenía un propósito ya

establecido. Había una disposición del docente a escuchar, colaborar a través de las aclaraciones, y en la misma proporción, los chicos correspondían con el participar, con el estudiar.

En cuanto al objeto matemático de estudio, el nivel de comprensión al que llegaron los estudiantes se pudo evidenciar; lograron reconocer la relación entre las variables independientes y dependientes, y expresiones como “si consumo más, pago más”, son conclusiones que se dieron con ayuda de la modelación; establecieron relaciones de igual como  $f(x) = y$  muy importantes cuando hay transformaciones entre la representación algebraica y la representación gráfica; y como si fuera poco, comprendieron en un contexto real lo que significa el valor de  $b$  en la expresión  $f(x) = mx + b$ ; lo asociaron con el cargo fijo, el que siempre está aun cuando se consume o no Kw. Frente a esa última afirmación, hay satisfacción cuando algunos estudiantes llevaron la comprensión de la letra  $b$  en la representación algebraica de la función a ejemplos como: el cargo fijo del celular, o la cuota moderadora que se paga en la EPS; se comprobó que la modelación permite llevar un buen número de objetos matemáticos a la vida real.

## **6.2.Cruce de perspectivas: análisis general de los datos que se reportaron en las actividades**

Sobre la información que aportaron los actores de la investigación, y la reflexión suscitada al respecto, es importante comenzar precisando que tanto docente como estudiantes, reconocen en este punto que, en el programa, hay que disponer y emplear de algún tipo de adaptaciones, de ayudas, para que el proceso de enseñanza y aprendizaje se acelere. Terminando la aplicación de las actividades hubo una sensación en los estudiantes de haber estudiado “mucho”, lo que de alguna manera supera la idea que tenían inicialmente: “en aceleración vemos menos contenidos que en el aula regular”; al igual le sucedió al docente, quien reconoció que debe apropiarse de un par de apoyos básicos por el tipo de población con el que trabaja, valoró más las actividades de motivación que deben conectar al estudiante con el objeto matemático de estudio, resaltó la importancia del material de apoyo (lecturas, gráficos, juegos) para el desarrollo de las sesiones de estudio, pues sabe que hay un tercer elemento con el que interactúan los estudiantes; además, supo que las actividades de clase planteadas a través de situaciones de la vida real, aunque al inicio

puedan verse dispersas y lentas, permiten abordar en otros tiempos los temas, los objetos matemáticos, con lo anterior, el docente superó la idea de que los temas hay que verlos “rapidito”.

No se puede asegurar que los estudiantes pasaron del “no gusto” al “gusto” incondicional por la matemática; pero se observó que a medida que fueron haciendo inmersión en la propuesta didáctica, mejoraron su actitud hacia la clase, interactuaron en mejores condiciones con el docente, participaron activamente a favor de lo presentado, realizaron los ejercicios propuestos; por lo anterior, es posible afirmar que mejoraron la disposición hacia el estudio de la matemática; aunque es importante reconocer que así como habían momentos de alta participación y concentración, también habían lapsos de dispersión, alboroto, sin que desorbitaran el rumbo al que se quería llegar con la propuesta.

En cuanto al estudio del objeto matemático, los ajustes razonables realizados para su presentación, abordan elementos que permiten la comprensión del mismo, pues como lo afirma Ausubel (2002), la condición más importante para que el aprendizaje sea significativo es que pueda relacionarse, de modo no arbitrario y sustancial, con lo que el estudiante ya sabe; según la experiencia es entender y materializar que no sólo se puede enseñar la función lineal partiendo desde la representación algebraica, es reconocer que es posible lograr que los estudiantes aprendan lo mismo pero de maneras distintas, y lo reconfirma De la Rosa (2000), quien sostiene que es altamente probable que un concepto matemático visto en sus diferentes representaciones, proporcione información específica, y por lo tanto el concepto estará más íntegro; es en igual proporción, valorar que no se puede y no se debe conducir a los estudiantes a que vivan las dificultades que históricamente han tenido otros frente al estudio de ese objeto, específicamente cuando lo abordan así: definición, representación algebraica, representación gráfica, y que en conclusión, ha dejado divorcios entre los estudiantes y la matemática.

Fue evidente en los estudiantes y así mismo lo sostuvo el docente, la aproximación que tuvieron al concepto de función lineal. Para el docente y para el propósito de la investigación, siempre hubo la intención de buscar los elementos comunes entre el objeto matemático y la realidad; los estudiantes lograron manipular información de su contexto en la segunda y la quinta

actividad, pero sostenida con un pensamiento lógico matemático, además alcanzaron a realizar asignación de variables a eventos cotidianos, sin que fuera un proceso forzado.

También es importante resaltar la importancia de los procesos de cálculo para el desarrollo del pensamiento numérico y estimación, pues estos garantizan la veracidad de la información cuando se soluciona un problema; pero tanto el docente como los estudiantes percibieron que el medio con el que lo realizaron, un juego de lotería, promovió el desarrollo ese tipo de ejercicios sin el traumatismo típico al que a veces son conducidos cuando deben obtenerlo exclusivamente bajo el estilo mecanicista. Nuevamente sale a colación la importancia de recursos didácticos en el aula.

Se finaliza sosteniendo que los actores de la investigación se mostraron complacidos por los cambios graduales que se introdujeron en el aula; por un lado el docente confirmó que puede valerse de otras estrategias didácticas para la presentación de algún contenido, y que el uso de situaciones cotidianas es una buena vía para el estudio de la matemática escolar; reconoció que debe fijarse en el cómo pueden aprender mejor, y replantea la idea de la representación rigurosa en el aula. En cuanto a los estudiantes, valoraron los recursos que les facilitó el docente, además de la forma como condujo las clases, reconocen que hay un cambio a favor de ellos, motivándolos a participar en las sesiones de estudio.

### **6.3.Principal aprendizaje de la propuesta didáctica**

Las actividades propuestas en el aula, deben tener siempre una intencionalidad pedagógica que favorezca el proceso de aprendizaje de los estudiantes. En ese orden de ideas, el objeto matemático no alcanza en sí mismo ese propósito; se requiere de una manipulación didáctica a ese objeto hecha por el docente, y la conjugación de estos elementos en un clima de aula agradable.

Para concluir, la formulación de la propuesta didáctica, en términos de lo necesario pero riguroso, de lo concreto pero abstracto y viceversa, de lo retador para el docente, logró transformar



el conjunto de prácticas pedagógicas cotidianas en favor de la comprensión en la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal.

## Capítulo 7

### Discusión, conclusiones y reflexiones finales

#### 7.1. Discusión

Esta investigación tuvo como eje principal la elaboración, la aplicación y el análisis de una propuesta didáctica para la enseñanza de la función lineal con estudiantes en extraedad, centrada en estrategias flexibles, que permitieran la comprensión del objeto matemático a través del tránsito por algunas representaciones. La propuesta partió del reconocimiento de los vacíos y las necesidades conceptuales que tienen los estudiantes, así como de las fortalezas, dificultades y motivaciones para aprender matemática, permitiendo trabajar desde esa línea base sobre lo que se podría potencializar favorablemente en ellos.

Pero el indagar sobre lo que acontece alrededor de los estudiantes en la clase de matemáticas, involucró de manera directa y circunstancial al docente, y específicamente a su práctica del día a día; era claro que si se pretendía mejorar la realidad escolar de los estudiantes, el primer paso que se determinó para que sucediera era apoyar y fortalecer al docente en la búsqueda y encuentro con ese objetivo.

Frente a ese panorama, era fundamental e imprescindible ver y escuchar en los actores, los protagonistas de la investigación, hasta qué punto era necesario la formulación de una propuesta pedagógica que respondiera y contrarrestara la existencia real de aquel problema, una carencia en la que los directos implicados y afectados eran ellos.

Respondiendo a lo anterior, un grupo de estudiantes en condición de extraedad, al iniciar la investigación verbalizaron que no contaban con las habilidades suficientes para comprender temas de matemática, trasladando automáticamente su gusto a otras áreas, y es posible que haya sucedido porque éstas pueden llegar a ser más cercanas y familiares a su contexto. Otros, aunque pueden tener dominio sobre algunos temas, no logran apasionarse por su estudio, y expresiones como “puedo, pero no me interesa”, también se escucharon en los primeros encuentros. Pero aun así, un buen número de ellos manifestó querer aprender de manera distinta, eso haría atractivo y

productivo su participación en clase. Ninguno presentó una actitud fatalista frente a las dificultades que vivían con el área, al menos no eran visibles los niveles de frustración por no realizar operaciones o resolver problemas, además no hubo un solo estudiante que le atribuyera su condición de extraedad a lo que le sucedió históricamente en la clase de matemáticas en años anteriores. Recogiendo las apreciaciones, se sentía esa apertura y bienvenida que le pudieran dar a lo diferente, a lo nuevo, a lo que los sacara de la rutina, y fue esto lo que ratificó la necesidad de formular otro tipo de abordajes en el aula.

El docente también vivía y reconocía su realidad, una realidad fijada en la homogeneidad, en la reducida recursividad didáctica, en los largos y monótonos ejercicios resueltos en el tablero, en el discurso unidireccional; frente a lo anterior, él siempre reconoció que le faltaba algo, aquello que le permitiera a él y a los estudiantes tener unos encuentros más cercanos en la clase; reconoció que necesita alguna orientación para enseñar desde lo práctico, es decir, desde la matemática para la vida, y desprenderse del discurso estrictamente teórico; para beneficio de todos, el docente, con su actitud constantemente dispuesta, siempre permitió dar tránsito y llevar a buen término el desarrollo de la investigación. En conversaciones previas al diseño e implementación de la propuesta, el equipo de docentes de matemática del aula regular también insistió en buscar estrategias de enseñanza-aprendizaje para que los estudiantes que eran promovidos de Aceleración Secundaria IV, transitaran en grado décimo sin mayor dificultad, pues los niveles de deserción, según ellos, eran atribuidos al desajuste entre los estilos, los tiempos y los aprendizajes entre las aulas de Volver a la Escuela y las aulas de la jornada regular.

Frente a las consideraciones anteriores, se corroboró que a través de los diferentes insumos, que el problema existía, y que no era una percepción individual, y que era ideal pensar y proponer alternativas concretas que permitieran convertir la dificultad en una oportunidad, potencializando no solo las habilidades para la comprensión del objeto matemático, también activando otras formas de interacción entre docente-estudiantes. Se fue consciente que mi rol de la investigadora no sobrepasaría de la formulación de la propuesta y el acompañamiento en la implementación de la misma, lo que de alguna manera permitiría ver en el mismo espectro a los directamente implicados, ponerlos en paralelo de cara a las experiencias previas.

En este sentido y atendiendo a todo lo anterior, se formuló una estrategia denominada “*De lo concreto a lo abstracto: un camino para la comprensión de la función lineal*”, compuesta por cinco actividades, las cuales tuvieron como pretexto el estudio de un objeto matemático, además del cambio en los roles tradicionales de los actores, es decir, los de emisores y receptores. Fueron actividades propuestas para que los estudiantes realizaran un estudio independiente, cuyos productos convergieran en el trabajo de grupo, en la participación abierta, continua, motivada y regulada en gran medida por el docente.

Durante la formulación de la estrategia, siempre se pensó en las intersecciones de los intereses y necesidades tanto del docente como de los estudiantes; era muy complicado inclinarse por centrar la atención específicamente en un actor y se dejara de lado al otro u otros, pues de alguna manera, fragmentaría la corresponsabilidad que existe en el aula; sin duda alguna, siempre estuvo presente que la idea era constituir una propuesta que, como lo afirmaron García, G., Camelo, F., (s.f) permitiera tanto en estudiantes como en docente encontrar las razones del por qué y para qué del proceso educativo.

El pensar que las actividades se desarrollarían de lo concreto a lo abstracto, pretendió responder a varios aspectos; primero, para el estudio de la función lineal, se partió de un tema con el que viven, conocen y del que fácilmente podían dar respuesta, esto con el fin de buscar cercanía entre estudiantes-objeto matemático-docente, además garantizaría los puntos de encuentro que, según los actores, no eran tan frecuentes en la clase de matemáticas. Este principio responde a lo propuesto por el MEN (1998) cuando postula “la necesidad de relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista” (p.35).

Segundo, la función lineal es un objeto matemático privilegiado para la presentación a través de situaciones reales, y abordarlo por esa vía, permitiría replantear la clásica presentación en el aula: definición, ejercicios, aplicación, modelación. En el desarrollo de la propuesta se dio gran preferencia a la transición por las diferentes representaciones del objeto matemático, previa a la presentación de cualquier definición, pues eso permitiría su manipulación práctica; en síntesis, se retoma la propuesta de De la Rosa (2000) cuando asegura que un estudiante tiene integrado un concepto matemático cuando cuenta con las imágenes conceptuales de los diferentes registros de

representación, y es capaz de utilizarlos o seleccionar el más pertinente cuando se enfrentan a la resolución de problemas

Tercero, las actividades dan cuenta de la flexibilidad con la que se deben postular estas nuevas formas de aprender, y estas no sólo se refieren a la presentación del objeto matemático, también atiende a los recursos que empleó el docente y a los mecanismos de participación que hábilmente activo en el aula. Esta flexibilidad referida en tiempo, contenidos, formas de instrucción y apropiación del conocimiento permite, como lo aseguro Salinas, J. (2013) “acomodarse directamente a las formas en que la gente aprende naturalmente” (p.60). Además, traemos a colación la necesidad que hubo de realizar las adecuaciones específicas, individuales, pensando en los estudiantes en extraedad, tal cual como lo sugiere Caneja y Ruíz de Apodaca (s.f.).

En efecto, participar activamente en la formulación de las actividades, atendiendo a estos tres grande enfoques, requirió de una mirada multimodal, pues se debía asumir el rol de docente, pero también el de estudiante, sin olvidar que a la investigadora le correspondía pensar a la luz de la cercanía que había logrado obtener con cada uno de ellos, cuáles podían ser sus posibles reacciones y respuestas frente a cada situación, frente a cada ejercicio planteado. Era casi innegociable que en el rol de investigadora, de acompañante externa, era indispensable justificar continuamente que la propuesta en curso, confrontaría las dificultades presente en la clase de matemáticas; aquí no solo se trata del objeto matemático como ya se ha reiterado, también se trataba de reconstruir y reforzar la confianza en enseñar y aprender que siempre debe existir entre los unos y los otros, en especial en este tipo de programas.

Durante la implementación de la propuesta, las reacciones no se hicieron esperar; para algunos estudiantes, no era normal que la clase de matemáticas no estuviera mediada por el desarrollo de ejercicios repetitivos a partir del patrón dado por el profesor; frente a estos argumentos, retomamos la afirmación de Díez (2000), quien asegura que “ya no se requieren personas capaces de desarrollar actividades mecánicas con soltura y rapidez: esas tareas cada vez más las están asumiendo las máquinas controladas por los ordenadores” (p.24), de esta manera el docente también reafirmó la necesidad de enseñar la matemática para la vida, aquella que fuera más práctica y que tuviera el mayor sentido para ellos. Otros, los que “entienden, pero no les

interesa la matemática”, se fueron involucrando activamente en el desarrollo de las actividades. El atractivo eran los ejemplos, los recursos que se emplearon, además de las formas de intervención que podían tener en la clase resultó atractivo y poco convencional.

El docente se permitió salir de la zona habitualmente transitada; se apropió de las actividades y reconoció como bondades de la estrategia, la posibilidad de desarrollar razonamiento matemático en los estudiantes, esto visto como el arte de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión, pues aseguró que durante el proceso, ellos deben explicar el paso a paso para llegar a las conclusiones, justificar los diferentes procedimientos y maniobras en la resolución de problemas, hacer conjeturas y usar conceptos previos para explicar los diferentes hechos, encontrar patrones de las variables, hacer inferencias al análisis de las situaciones de la vida diaria, además, casi todos mediados por la manipulación de diferentes recursos. Él reconoce y valora la necesidad de ofrecerle a los estudiantes en extraedad, otras alternativas de estudio, que los motive, que los involucre en el aula, que les permita tener aprendizajes duraderos y significativos para su vida. En sí, sus apreciaciones conducen a reafirmar la postura de Díaz (2002), quien afirma que “aprender un contenido quiere decir que el alumno le atribuye un significado” (p.32). Son matemáticas pensadas, presentadas y estudiadas para la vida.

Para la investigadora, el tiempo que transcurrió la aplicación de las actividades, permitió comprobar que las interacciones entre docente y estudiantes mejoraron significativamente frente a las observadas inicialmente, superando una de las dificultades formulada por Socas (1997), la que se refiere a las dificultades afectivas y emocionales; se validó las justificaciones sobre la estructura, el orden y la secuencia de cada una de las actividades; e igual de importante, se aceptó a través de los hechos que existen otras formas de abordar la función lineal en el aula, esas poco convencionales en la educación regular formal. Y no menos importante, se aceptó que el acompañamiento que se realiza al programa no puede tener exclusivamente la atención sobre un sólo actor, siempre será indispensable los aportes que tantos estudiantes y como docentes puedan dar.

En términos más generales, la investigación aporta elementos didácticos y metodológicos que permiten repensar los procesos de enseñanza y aprendizaje los objetos matemáticos, en tanto

ponen en el horizonte didáctico formas alternativas de intervención en el aula de matemáticas que necesariamente deberían considerar aspectos reales y concretos de los estudiantes.

## **7.2. Conclusiones**

En cuanto a la dificultad documentada en el presente informe, y sobre las acciones emprendidas para superarla, se concluye lo siguiente:

Una vez analizadas pedagógicamente las prácticas de aula del docente y de los estudiantes de Aceleración Secundaria IV en la clase de matemáticas, es importante reconocer la necesidad de realizar introspecciones y retroalimentaciones sobre los enfoques de enseñanza normalizados por algunos docentes, considerando como importante que el empleado priorice el aprendizaje sobre la enseñanza; para el caso de esta investigación, permitirle al docente la propia valoración de su ejercicio profesional, gestionó cambios alrededor de su misionalidad en el aula, pasando de ser un transmisor de conocimiento a un promotor en el desarrollo de habilidades y competencias en sus estudiantes, lo que en consecuencia implicó un cambio de medios, recursos y estilos de estudio con respecto a los empleados hasta el momento en la clase de matemáticas.

Teniendo en cuenta lo referenciado de manera preliminar por cada uno de los actores, la construcción de la propuesta didáctica priorizó al estudiante, y así lo comprendió y materializó el docente, pues cada actividad se formuló para que el estudiante reconociera activamente qué estaba aprendiendo, cómo lo estaba aprendiendo, cómo podía usar lo que aprendía, y el por qué y el para qué de ese aprendizaje. El docente continuamente reflexionó alrededor de las otras formas posibles en las que puede permitir la manipulación de los objetos matemáticos sin que estos pierdan la rigurosidad que a veces en sí mismos poseen como ciencia del conocimiento; además revaluó el plantear actividades educativas únicamente mediadas por el tiempo de desarrollo, consideró como indispensable en términos de la flexibilización, incluir categorías como: contenidos, instrucciones, recursos, requerimientos.

Se reconoce que tanto en la planeación de las actividades, así como el desarrollo de las mismas, el docente logró considerar las adecuaciones curriculares centradas en lo que de entrada

podían hacer los estudiantes, sin dejar de lado el estado al que les quería llevar con la implementación de la mismas, que para el caso específico era la comprensión significativa de un objeto matemático. Para la planeación de cada sesión se valió del contexto para la formulación de las actividades, lo que implicó que una situación cotidiana se convirtiera en el pretexto para dialogar, construir, cuestionar, refutar, validar y reafirmar. Aunque fue un ejercicio gradual, también logró sostener un clima de confianza, de organización, de control, de trabajo individual, colaborativo y participativo, que impactó positivamente en el ambiente de escolar, evidentemente reducido al inicio de la investigación.

El trabajo decidido y protagónico del docente por mejorar los encuentros pedagógicos con sus estudiantes, le permitió tener contacto con algunas otras formas de promover la comprensión y el aprendizaje, pero además le dio algunos elementos para saber comunicarse, para oír de manera activa y respetuosa las diferentes posturas, para incluir y valorar las diferencias, así como despertar curiosidad por el conocimiento en la gran mayoría de sus estudiantes. Fue la propuesta una herramienta para que él manejara sus emociones, las de los estudiantes y las encauza de manera constructiva en su práctica pedagógica.

La actividad prioritaria y central del acompañamiento pedagógico consistió en brindar apoyo al docente en el mismo momento del proceso de enseñanza aprendizaje, en las condiciones reales del aula, y considerando como relevantes a todos los actores del sistema educativo. En cuanto al ejercicio desarrollado en esta investigación, se logró dimensionar y materializar el carácter colaborativo que tiene esta estrategia específicamente para el Programa Volver a la Escuela, pues a través de la construcción colectiva de una propuesta didáctica, pensada para un docente de matemáticas y para estudiantes en extraedad, se alcanzó el reencuentro del sentido pedagógico de enseñar y aprender alrededor de un objeto matemático. De alguna manera, el acompañamiento superó la idea que existe en torno a de considerar que un externo se encuentra en el aula en calidad de acompañante tan solo para observar aspectos como la estructura de clase y el cumplimiento de las tareas administrativas que se le delegan a los docentes en los establecimiento educativos oficiales de Bogotá.



### **7.3. Recomendaciones**

La educación inclusiva, no sólo está referida para las niñas, niños, jóvenes y adultos con alguna discapacidad cognitiva o física, también incluye a todos grupos poblacionales diversos, sobre los cuales se identifican barreras de acceso, pedagógicas, de lenguaje y comunicación, socio culturales y físicas; es por eso que la gran sombrilla de la educación inclusiva incluye la población en extra edad.

Reconocer la necesidad de atender a esta población y trabajar para ello, es un proceso que toma tiempo, requiere de la comprensión y el acuerdo entre las partes, llámense: colegios, padres, estudiantes; además de la disposición de recursos de todo orden para materializar las acciones estratégicas que se formulan a la luz de atender aquella necesidad. Las instituciones educativas y las personas que las conforman, necesitan superar la exclusión y entender que las “barreras o dificultades” se convierten en potenciales posibilidades para aprender. Sería un ejercicio interesante que los docentes pensarán en realizar adaptaciones, o ajustes razonables a las preparaciones de clase, pensar y proyectarse en función de la diversidad.

Sobre el estudio de la matemática, de nada sirve repetir y repetir talleres, actividades y ejercicios, cuando todos estos caen al vacío. Es hora de trabajarle más a la comprensión y asimilación natural de la información.

Después de realizada esta investigación, se invita a trabajar por mejorar las prácticas pedagógicas en el aula; esto implica una continua introspección, que conlleva a asumir cada dificultad como una potencial oportunidad.

### **7.4. Preguntas**

Durante el tratamiento dado a la pregunta de la investigación: ¿Cómo elaborar y aplicar una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de un objeto matemático para estudiantes en extraedad de la Institución Educativa Francisco Primero S.S., centrada en una estrategia

educativa flexible?, y frente a las relaciones e interacciones emprendidas con todos los actores de la investigación, era casi inevitable que otros cuestionamientos no emergieran en el ejercicio de dar respuesta al cuestionamiento. A continuación se relacionan un par de inquietudes puestas por los actores durante el ejercicio de la investigación.

El propósito de los cuestionamientos no es invalidar posturas y propuestas, se dan a la luz de querer refinar la propuesta pedagógica presentada y aplicada en el marco de la investigación:

- ¿Los docentes están preparados para enseñar con estrategias pedagógicas distintas a las propuestas en la escuela tradicional?
- ¿Será inevitable que el estudio de algunos objetos matemáticos agote en los estudiantes su gusto por aprender?
- ¿Qué tan importante es recitar definiciones, conceptos, fórmulas, si frente a una situación cotidiana no somos tan hábiles para hallarles uso?
- ¿Qué se está haciendo en las instituciones educativas oficiales para que año tras año se eleven los casos de estudiantes en extraedad?
- ¿Toda la matemática que aprendan los estudiantes debe tener una aplicación, preferiblemente en la cotidianidad? En caso de serlo, ¿cómo abordar en el aula las excepciones?
- ¿Será feliz un docente catedrático que recita sus conocimientos en un tablero, o aquel que se sienta con sus estudiantes a construirlo?
- ¿Por qué todos deben aprender lo mismo?
- ¿La flexibilidad pueda ser entendida como mediocridad?, ¿cuál sería el mejor contraejemplo?
- ¿Qué hace a una práctica flexible?
- ¿Puede existir la relación matemática-flexibilidad?

Aunque no es motivo de esta investigación darle respuesta a cada uno de los cuestionamientos, es importante resaltar, que la constante preguntadora, permitió no perder el foco de la investigación, además sirvió para darle la importancia a cada una de las intervenciones de los actores, pues frente a una investigación, todo suma.

## 7.5. Limitaciones

En el sistema educativo colombiano oficial, específicamente en las actividades que se despliegan para dar cabal cumplimiento al propósito de enseñar y aprender, la variable tiempo no resulta no ser la mejor aliada; en el contexto del colegio Francisco Primero S.S., , por lo general, los estudiantes deben aprender siempre lo mismo y en la misma unidad de tiempo, llámense bimestres, semestres u años; las actividades fuera de las idealmente planeadas, como lo son los ceses o la suspensión de actividades por parte de los docentes, afectan considerablemente los propósitos y los alcances de los aprendizaje para los estudiantes; y la realidad es que frente a estas situaciones, el tiempo no se extiende, siempre se reduce y el perjudicado resulta ser el estudiante.

El desarrollo de la investigación no fue ajeno a esta situación; el tiempo en la aplicación de las estrategias se modificó, pues debido al cese de actividades del primer semestre del año 2017, tanto docentes como estudiantes ajustaron sus cronogramas de trabajo, priorizando en algunas actividades; aunque es una situación comprensible, también fue una limitación.

Las situaciones propias del aula tampoco se hicieron esperar; el conflicto interno entre algunos estudiantes y el manejo dado por el establecimiento educativo al respecto, también movilizó la aplicación de las estrategias; interrupciones en la clase, ausencia de algunos estudiantes, atención extratemporal a padres, generaron variaciones, aunque sin lograr un impacto negativo en el desarrollo de la investigación.

La actitud al inicio de algunos de los estudiantes frente al estudio de la matemática se convirtió en una limitación; algunos manifestaron abiertamente no querer aprender, se mostraron displicentes, pero gradualmente la aplicación de las estrategias permitió que ellos transformaran la mirada y su actitud hacia la clase. En cuanto a los conocimientos específicos, las ausencias en el manejo de algunos conceptos, objetos y procedimientos que debían aprenderse en grados anteriores, llegó a ser una real limitación, dado que los estudiantes podían estar motivados, entusiasmados y encaminados para desarrollar las actividades, pero se frenaban cuando emergían esos obstáculos conceptuales. El docente hizo frente a estas situaciones, aportándole las ayudas

posibles para que esta situación no fuera una posible causa abandono o desmotivación frente a la actividad.

Es comprensible que las anteriores situaciones no fueron previstas en la formulación de las estrategias, hay que reconocer que sus impactos fueron de corta duración y se les pudo dar un manejo que no afectara la consecución de las actividades; hubo flexibilización frente a los recursos y variables que se podían manejar, de esta manera el ambiente tanto para docentes como para estudiantes se tornó amigable. En general, las limitaciones existieron, pero ninguna impidió el buen desarrollo de la investigación.

## **7.6. Retos de la cotidianidad**

En la implementación de estrategias educativas flexibles, respetuosamente se cuestiona cuando las prácticas de los docentes suelen ser estandarizadas, cuando se enseña y se aprende de manera lineal, cuando no hay cambios en la didáctica, cuándo se desconoce que los estudiantes en extraedad tienen unas características diferentes frente a los estudiantes de aula regular.

Se logra con la total disposición y apersonamiento del docente, reconocer las dificultades presentes y latentes cuando en educación se hace siempre lo mismo; se logra contrastar los cambios que viven los unos de los otros, cuando tienen la posibilidad de aprender diferente.

Sin embargo, es un reto profesional lograr sostener en el profesor de matemática la iniciativa para seguir pensando, proyectando y materializando propuestas didácticas para que los estudiantes aprendan, formas en las que el tiempo no sea esa variable que desajusta cualquier intención de cambio. Si no se logra dejar capacidad instalada en el docente, es muy probable que la cotidianidad, los afanes por lo urgente y no lo importante, lo lancen a seguir la rutina fácil y muy practicada de “dictar matemática”, es decir, de “dictar clase”.

Ahora, será necesario lograr un diálogo de saberes institucional con los colegas del docente en el marco de la experiencia, aquellos que también acompañan de una u otra manera a

los estudiantes en extraedad, pues el intercambio de experiencias puede generar en los demás la curiosidad por realizar adaptaciones a sus prácticas.

## Referencias Bibliográficas

- Arráez, M., Calles, J. y Moreno de Tovar (2006) La Hermenéutica: una actividad interpretativa. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/comocitar.oa?id=41070212>
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y, Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación*.
- Ausubel, D. P. (2002). Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Ed. Paidós. Barcelona.
- Benavides, O., Gómez, Carlos. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*. Recuperado de: [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0034-74502005000100008](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-74502005000100008)
- Blandez, J. (1996). Guía práctica para desarrollar una investigación acción. Capítulo III. Publicaciones INDE. Zaragoza, España.
- Calderón, R. (2017). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del geogebra. Recuperado de: <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/27378/1/Tesis.pdf>
- De la Rosa, A. (2000). El Concepto de Función en Secundaria: Conocer el grado de visualización de función lineal en el alumno. En F. Hitt y A. Hernández (Editores), *Experimentaciones en Educación Matemática en los Niveles Medio Superior y Universitario*.
- Díaz, B., Angel. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de: <https://docs.google.com/file/d/0B1f1Bo0nFw4IUjlybWltZ3luMW8/edit?usp=sharing>
- Díaz, F. (2002) Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Mc Graw Hill. México. Recuperado de: <https://jeffreydiaz.files.wordpress.com/2008/08/estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo.pdf>
- Díaz, P. y Ruíz de A. (s.f). Adaptaciones curriculares. Recuperado en: [http://www.down21.org/educ\\_psc/educacion/curricular/adaptacion\\_curricular.htm](http://www.down21.org/educ_psc/educacion/curricular/adaptacion_curricular.htm)
- Díez, F. (2000). La enseñanza de las matemáticas en la educación de personas adultas. Tesis de Doctorado. Programa: Didáctica de las ciencias experimentales y la Matemática. Universidad de Barcelona. (p: 24, 25, 41) Recuperado de: [http://math.unipa.it/~grim/tesis\\_JDiez.pdf](http://math.unipa.it/~grim/tesis_JDiez.pdf)
- Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica. (2011). Criterios y orientaciones para atender a los alumnos de educación básica en situación de extraedad. Publicación realizada a través del Proyecto para atender a

la Población en Situación de Extraedad, por encargo a la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación la Ciencia y la Cultura (OEI).México. Recuperado en: <https://coleccion.siaeducacion.org/sites/default/files/files/criterios.pdf>

Dolores, C. y Valero, M. (2004).Estabilidad y cambio de concepciones alternativas acerca del análisis de funciones en la situación escolar. *Epsilon*. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/6304/1/DoloresEstabilidadAlme2004.pdf>

Duval R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Investigaciones en Matemática Educativa II (Editor F. Hitt). Grupo Editorial Iberoamérica. Traducción de: Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. 5 (1993)

Duval, R. (1993). Registros de Representación Semiótica y Funcionamiento Cognitivo del Pensamiento. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 5, págs. 37-65. Traducción para fines educativos (Hitt, F.; Ojeda A.M.) Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV-IPN, México. (p.1)

Duval, R. (1999). Los Problemas Fundamentales en el Aprendizaje de las Matemáticas y las Formas Superiores del Desarrollo Cognitivo. Curso del Doctorado en Educación con Énfasis en Educación Matemática. Universidad del Valle, Santiago de Cali.

Duval, R. (2004). Semiosis y Pensamiento Humano. Traducción de título original: Sémiotique et Pensée Humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. PeterLang. S.A. Santiago de Cali, Colombia. 2ª edición.

Chevellard, Y. (1998). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Francia. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/242760000\\_La\\_transposicion\\_didactica\\_Del\\_saber\\_sabio\\_al\\_saber\\_enseñado](https://www.researchgate.net/publication/242760000_La_transposicion_didactica_Del_saber_sabio_al_saber_enseñado)

Feo, R. (2010). Orientaciones básicas para el diseño de estrategias básicas. Publicación de Tendencias Pedagógicas. Miranda

García, G. y Camelo, F., (s/f). Reinventando el currículo y los escenarios del aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática. Bogotá, D.C. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/12341463.pdf>

Gómez, B., (s/f). Una variante pedagógica de la investigación-acción educativa. Colombia Recuperado de: <https://rieoei.org/historico/deloslectores/370Restrepo.PDF>

Gómez, G. (2011). La Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas en Secundaria con Base en Secuencias Didácticas y el Uso del Trabajo Colaborativo. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. México.

- Guzmán, Raquel (2006). Dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado de educación secundaria al trabajar con los diferentes registros de representación de la función lineal. (p.1). Recuperado de: <http://cimate.uaagro.mx/hermes/Tesis/tesis%20Raquel%20.pdf>
- Hans Freudenthal (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados*. México: CINVESTAV, 2001.
- Hernández, I. (2012). Investigación Cualitativa: Una Metodología en Marcha Sobre el Hecho Social. *Rastros Rostros*, vol. 14. núm. 27. (p.61) Recuperado de: <https://revistas.ucc.edu.co/index.php/ra/article/view/444/449>
- Katayama, R. (2014). *Introducción a la Investigación Cualitativa*. Fondo Editorial de la UIGV. Lima, Perú
- Leithold, L. (1999). *Cálculo séptima edición*. Oxford University Press. Traducción: Fidencio Mata González. Facultad de Ciencias UNAM. (p. 20, 24) *Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio. (p. 35)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio. (p. 50, 76, 77). Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2010). *Manual Operativo: Aceleración del Aprendizaje*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Primaria*. Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-329722\\_archivo\\_pdf\\_matematicas\\_primaria.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_primaria.pdf).
- Monje, C. (2011). *Metodología de la Investigación Cuantitativa y Cualitativa*. Universidad Sur Colombiana. Colombia.
- Muñoz, O. (2012). Título: Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor. (p.9). Recuperado de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/9132/1/9853117.2012.pdf.pdf>
- Obando, G., y Múnera, J. (2003). *Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática*. Educación y Pedagogía.
- Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal*. (p.10). Recuperado de:



[http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/245/1/Tesis\\_Las%20representaciones%20semi%20B3ticas%20en%20el%20aprendizaje%20del%20concepto%20de%20funci%C3%B3n%20lineal.pdf](http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/245/1/Tesis_Las%20representaciones%20semi%20B3ticas%20en%20el%20aprendizaje%20del%20concepto%20de%20funci%C3%B3n%20lineal.pdf)

Peng Yee, L. (2014). La enseñanza de la matemática en educación básica: un libro de recursos. Santiago, Chile: Academia Chilena de Ciencias.

Porlán, R. y Martín, J.. (2000) El Diario del Profesor. Un recurso para la investigación en el aula. Díada Editora: Sevilla, 2000.

Posada F. y Villa J. (2006). Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional. Recuperado de: [http://tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/7093/1/FabianPosada\\_2006\\_didacticafuncionlineal.pdf](http://tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/7093/1/FabianPosada_2006_didacticafuncionlineal.pdf)

Quintero J., Munevar, R. y Yepes, J. (s/f). Aula investigativa: un espacio para construir saber pedagógico. Recuperado de: [http://www.educra.cl/documentacion/articulos/aprendizaje/13\\_aula\\_investigativa\\_construir\\_saber\\_pedagogico.html](http://www.educra.cl/documentacion/articulos/aprendizaje/13_aula_investigativa_construir_saber_pedagogico.html)

Ricoy, C (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación Educação. Revista do Centro de Educação, vol. 31, núm. 1, 2006, pp. 16. Universidad Federal de Santa María Santa María, RS, Brasil. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/410/41070212.pdf>

Román, C. (2013). Factores asociados al abandono y la deserción escolar en América Latina: una mirada en conjunto. *Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en Educación*. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/551/55127024002.pdf>

Salas, G. (2010). Propuesta metodológica en pre cálculo y funciones. (p. 3). Recuperado de: <http://mwm.cimav.edu.mx/wp-content/uploads/2015/04/TESIS-Griselda-Salas-Santos.pdf>.

Salinas, A. (2004). Tema 4: Técnicas de Muestreo. Universidad Autona de Nuevo León. México. P. 121. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/402/40270120.pdf>

Salinas, J. (2013). Enseñanza Flexible y Aprendizaje Abierto, Fundamentos clave de los PLEs. En L. Castañeda y J. Adell (Eds.), *Entornos Personales de Aprendizaje: Claves para el ecosistema educativo en red* (p. 60, 62). Alcoy: Marfil. Recuperado de: <https://digitum.um.es/xmlui/bitstream/10201/30410/1/capitulo3.pdf>

Sánchez, D. (2016). Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula (p. 12, 94). Bogotá. Recuperado de: <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/4047/1/S%C3%A1nchezPe%C3%B1aMarcela2016.pdf>

Sastre, P., Boubée C., Rey, G., Maldonado, S. y Villacampa, Y. (2005). Evolución histórica de Las metáforas en el concepto de función. Comité Latinoamericano de Matemática

Educativa, Clame, México. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (p. 142, 150, 151)

Secretaría de Educación del Distrito. (2013). Lineamientos de Atención a población en extraedad para la nivelación de la Educación Básica Secundaria –Aceleración Secundaria. Bogotá.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria”, cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Ed. Horsori, Barcelona.

Sverdlick, I. (2007). *La investigación Educativa: una herramienta de conocimiento y de acción*.

Noveduc. Buenos Aires - México. Capítulo 1.

Torres, C., (2013) Aproximación al concepto de función lineal. El caso de una alumna invidente que cursa el segundo grado de secundaria. (p.1). Recuperado de: [http://www.repositoriocdpd.net:8080/bitstream/handle/123456789/91/Tes\\_TorresLeoCA\\_AproximacionConceptoFuncion\\_2013.pdf?sequence=1](http://www.repositoriocdpd.net:8080/bitstream/handle/123456789/91/Tes_TorresLeoCA_AproximacionConceptoFuncion_2013.pdf?sequence=1)


Vasco, C. (2006). *Siete Retos de la Educación Colombiana*. Medellín Colombia. Recuperado de <http://www.eduteka.org/RetosEducativos.php>

Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Doctorado Interinstitucional en Educación Facultad de Ciencias y Educación Universidad Distrital Francisco José de Caldas Bogotá. (p. 187). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4054/1/Verge2014Formas.pdf>

Zuñiga, M. (2009). Un estudio acerca de a construcción, visualización. del con concepto de función. (p. 12). Recuperado de: <http://www.cervantesvirtual.com/download/un-estudio-acerca-de-la-construccion-del-concepto-de-funcion-visualizacion-en-alumnos-de-un-curso-de-calculo-i/>

## Anexos

### Anexo 1: Diario de campo

 <b>INSTITUCION EDUCATIVA DISTRITAL FRANCISCO PRIMERO</b> <b>S.S.</b> <b>Programa Volver a la Escuela</b>	
<b>FECHA:</b>	<b>LUGAR:</b> (salón de clases, aula múltiple, ...)
<b>HORA DE OBSERVACION.:</b>	<b>OBSERVADOR:</b> Dolly Torres S. (referente línea extraedad para la Institución Educativa)
<b>GRUPO DE PERSONAS OBSERVADAS:</b> Participantes adultos que se encuentran en la sesión de estudio.	
<b>NÚMERO DE ESTUDIANTES ASISTENTES:</b>	
<b>TEMA O ACTIVIDAD CENTRAL DE LA SESIÓN DE ESTUDIO:</b>	
<b>OBJETIVO DE LA OBSERVACIÓN:</b>	
<b>1. REGISTRO DESCRIPTIVO</b>	<b>2. INTERPRETACION</b>
	<b>3. ANÁLISIS</b>
	<b>4. REFLEXIÓN</b>

Anexo 2: encuesta de entrada



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL FRANCISCO PRIMERO S.S.  
ÁREA DE MATEMÁTICAS  
ACELERACIÓN SECUNDARIA IV  
ENCUESTAS No 01 PARA ESTUDIANTES**

**Objetivo:** Indagar en los estudiantes el nivel del conocimiento sobre el programa Volver a la Escuela, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y su sentir en el aula.

POR FAVOR, CONTESTE LA SIGUIENTE ENCUESTA CON SINCERIDAD Y TRANQUILIDAD. NO INTENTE CAUSAR BUENA IMPRESIÓN O DISFRAZAR LA REALIDAD.

Por favor responda con toda tranquilidad. No necesita marcar la hoja.

1. ¿Sabe de qué se trata el Programa Volver a la Escuela? Por favor haga una corta explicación.

---

2. ¿Conoce el Programa en el que estudia?

---

3. ¿Cómo se llama?

---

4. ¿Hace cuánto tiempo llegó al Programa?

---

5. ¿Por qué llegó al Programa?

---

6. ¿Qué hay de diferente en el Programa sobre las clases de la jornada regular?

---

7. ¿Cuál es su clase favorita? ¿Por qué?

---

8. ¿Le gusta estudiar matemáticas? ¿Por qué si o por qué no?

---

9. ¿Qué le gusta de la clase de matemáticas? ¿Por qué?

---

10. ¿Le parece fácil estudiar matemáticas? ¿Por qué?

---

11. ¿Que no le gusta de la clase matemáticas? ¿Por qué?

---

12. ¿Cómo le gustaría aprender matemáticas?

---

13. ¿Con qué materiales le gustaría aprender matemáticas?

---

14. ¿Cómo le gustaría que fuera la clase de matemáticas?

---

15. ¿Qué le cambiaría a la clase de matemáticas?

---

16. ¿Tiene alguna sugerencia para el Profesor(a)?

---

### Anexo 3: encuesta de cierre



## INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL FRANCISCO PRIMERO S.S. ÁREA DE MATEMÁTICAS ACELERACIÓN SECUNDARIA IV ENCUESTA No 02 PARA ESTUDIANTES

**Objetivo:** recopilar información sobre las percepciones de los estudiantes durante y después de implementada la estrategia educativa flexible.

POR FAVOR, CONTESTE LA SIGUIENTE ENCUESTA CON SINCERIDAD Y TRANQUILIDAD. NO INTENTE CAUSAR BUENA IMPRESIÓN O DISFRAZAR LA REALIDAD.

Por favor responda con toda tranquilidad. No necesita marcar la hoja.

1. En la clase de matemáticas le gusta trabajar en grupo? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_ ¿Por qué? – Justifique su respuesta:  
\_\_\_\_\_
2. ¿En la clase de matemáticas le gusta trabajar de manera individual? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_ ¿Por qué? – Justifique su respuesta:  
\_\_\_\_\_
3. ¿Le gusta que le entregue material de trabajo, específicamente guías, hojas de trabajo? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_ ¿Por qué? – Justifique su respuesta:  
\_\_\_\_\_
4. ¿Le gusta aprender matemáticas aplicadas a situaciones reales? (ejemplo: ¿leer y comprender un recibo de servicio público? Si\_\_\_\_\_ NO\_\_ ¿Por qué? – Justifique su respuesta:  
\_\_\_\_\_
5. ¿Qué es lo que más le gusta cuando el profesor explica?  
\_\_\_\_\_

6. ¿Le gustaría jugar lotería en la clase? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_ ¿Por qué? – Justifique su respuesta:

---

7. ¿Le gusta aprender con el álgebra de baldor?. Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_ ¿Por qué? – Justifique su respuesta:

---

8. ¿Recuerda la clase de matemáticas en la que vieron el árbol genealógico? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_ ¿Le gusto la clase? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_ Justifique sus respuesta:

---

9. ¿Hay algo que le motive en la clase de matemáticas? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_ ¿qué le motiva o qué le desmotiva?

---

¿Siente que aprendió algo en la clase de matemáticas? Marque con una (x) Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_ ¿Qué aprendió?

---

10. ¿Qué siente por regresar al aula regular? (Ejemplo: susto, miedo, felicidad,...). Amplié su respuesta:

---

## Anexo 4: entrevista para estudiantes



### INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL FRANCISCO PRIMERO S.S. ÁREA DE MATEMÁTICAS ACELERACIÓN SECUNDARIA IV ENTREVISTA PARA ESTUDIANTES

**Objetivo:** Indagar sobre el significado y el significante el proceso de enseñanza y aprendizaje los estudiantes de Aceleración Secundaria IV del Programa Volver a la Escuela.

Por favor realice una corta presentación citando curso.

1. ¿Sabe de qué se trata el Programa Volver a la Escuela?
2. ¿Conoce el Programa en el que estudia?
3. ¿Cómo se llama?
4. ¿Hace cuánto tiempo llegó al Programa?
5. ¿Por qué llegó al Programa?
6. ¿Qué hay de diferente en el Programa sobre las clases de la jornada regular?
7. ¿Cuál es su clase favorita?, ¿Por qué?
8. ¿Le gusta estudiar matemáticas?, ¿Por qué?
9. ¿Qué le gusta de la clase de matemáticas?, ¿Por qué?
10. ¿Le parece fácil estudiar matemáticas?, ¿Por qué?
11. ¿Que no le gusta de la clase matemáticas?, ¿Por qué?
12. ¿Le parece difícil estudiar matemáticas?, ¿Por qué?
13. ¿Cómo le gustaría aprender matemáticas?
14. ¿Con qué materiales le gustaría aprender matemáticas?
15. ¿Cómo le gustaría que fuera la clase de matemáticas?
16. ¿Qué le cambiaría a la clase de matemáticas?
17. ¿Tiene alguna sugerencia para el profesor?



## Anexo 5: entrevista para docente



### INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL FRANCISCO PRIMERO S.S. ÁREA DE MATEMÁTICAS ACELERACIÓN SECUNDARIA IV ENTREVISTA PARA DOCENTE

**Objetivo:** Indagar cómo el docente de matemáticas interpreta el proceso de enseñanza y aprendizaje en el Programa Volver a la Escuela, según sus prácticas de aula.

Por favor realice una corta presentación (nombre completo, Institución Educativa en la que trabaja, Programa, área específica de trabajo, grados o niveles con los que trabaja)

1. ¿Sabe de qué se trata el Programa Volver a la Escuela?
2. ¿Podría describirme qué características tiene el Programa?
3. ¿Qué hace diferente al Programa con respecto a las clases de la jornada regular?
4. ¿Hace cuánto trabaja con el Programa?, ¿Cómo llegó al Programa?
5. ¿Qué características tiene la población que estudia en el Programa?
6. ¿Ha tenido capacitación del Programa? ¿Cuándo fue la última capacitación?
7. ¿Recuerda qué temas abordaron en la capacitación?
8. ¿El Programa le ha suministrado material (módulos) de estudio?, ¿Cuándo fue la última vez que recibió material)?
9. ¿La Institución Educativa le ha suministrado material de estudio?, ¿Qué material? Cuándo fue la última vez que lo recibió?
10. ¿Cuál es el mayor reto que tiene como docente al trabajar con la población del Programa?
11. ¿A los estudiantes del Programa les gusta aprender matemáticas? ¿Por qué?
12. ¿Con su experiencia, qué tema es el que más se les dificulta a los estudiantes aprender? Y ¿por qué?
13. ¿Tiene alguna dificultad con el desarrollo de la clase de matemáticas? (chicos dispersos, desmotivados,...) ¿Qué le podría estar generando esa dificultad?
14. ¿Bajo qué circunstancias los estudiantes están más dispuestos a aprender matemáticas? ¿Ocurre con frecuencia?
15. ¿Le gustaría mejorar el desarrollo de sus clases?

16. ¿Estaría dispuesto a cambiar en algo el desarrollo de su clase?

17. ¿Qué necesitaría para mejorar el desarrollo de sus clases?

18. ¿Con qué le gustaría contar?

19. ¿Tiene alguna sugerencia para el programa?

## Anexo 6. : Lectura: el club de la señora matemática

### Cuentos Matemáticos El Club de la Señora Matemática

Javier Rodrigo Hitos

Como de costumbre, el trajín en el club de la señora Matemática era infernal. Un sinfín de discípulos de la señora se hacinaba en las distintas salas concéntricas que conformaban el club, afanándose en modelar el material que les llegaba para fabricar ejemplos, crear teorías, demostrar conjeturas,...

La señora Matemática gestionaba el club desde tiempo inmemorial. Ni todos sus discípulos juntos hubieran podido calcular su edad. Aunque algunos de ellos llevaban mucho tiempo con ella, ninguno sabía cuál era su verdadero nombre. Casi todos la llamaban la señora Matemática, aunque para algunos era simplemente la señora. Los más cariñosos la llamaban “la mamma”, aunque nunca faltaba quien se refería a ella como “la gran putana”.

Aunque todos la consideraban como el auténtico motor del club, la señora Matemática no se dejaba ver mucho por él. Ella prefería delegar el trabajo sucio en su discípulo más fiel, aunque no el más aventajado: Sal.

Sal era el encargado de la puerta. Su misión era recibir a todas las funciones, conjuntos, espacios,... que se acercaban al club, y asignarles sala. No solía rechazar a nadie, su lema era: “Todo es aprovechable para la señora Matemática. Lo que no es suficientemente suave y armonioso para demostrar teoremas, es suficientemente patológico para buscar contraejemplos”. Ya se encargarán los discípulos de las salas, por desgracia con más talento que yo, de buscar utilidad a lo que les mando, solía añadir.

Ese día, el flujo en el club era particularmente intenso, lo que estaba llevando a Sal al borde del colapso. Aún así aguantaba a pie firme sin perder la compostura, haciendo gala de su gran profesionalidad. Observémosle trabajar:

- Identifíquese

- Función

- Describase - Tengo un salto en un punto, pero soy perfectamente integrable, no se vaya usted a creer. Eso ya lo valoraré yo, no me maree, señora. No concentrará toda la energía en un punto, ¿no? No será por casualidad doña Delta de Dirac...

- ¡No por favor, mi salto es finito! ¡No me confunda! He oído rumores de que la tal Delta ni siquiera es función. Yo soy una función integrable Lebesgue, Riemann y todo lo que me echen.

- Sí, pero no es continua. Anda, vaya a la segunda sala: funciones integrables pero no continuas. ¡Eh!, ahí no entre. Le he dicho la segunda. Con salto no se puede entrar en la tercera, no se empeñe. Reservada para las continuas, ya sabe. A ver, siguiente, identifíquese.

- Función

- Describase

- Yo soy absolutamente derivable en absolutamente todos mis puntos.

- Absolutamente, absolutamente... A ver si va a ser el valor absoluto. Vuélvase que le vea. Siempre me quieren engañar, tiene usted un pico en el cero. Pase a la tercera, funciones continuas pero no derivables. Ni se le ocurra pasar más adentro, ó suave, suave le echo a la calle. ¿Quién va ahora?

- Función. Yo tengo saltos en todos los puntos, ahora cero, ahora uno, ahora cero, ahora uno. Creo que no soy nada, ni siquiera integrable. No soy nadie, ahora cero, ahora uno, ahora cero, ahora uno.

- (Joder, qué cosas más raras me vienen hoy). Efectivamente, no es ni integrable Riemann, con lo fácil que es. Puede venir bien para contraejemplos, vaya a ese círculo aislado a la izquierda. Aunque yo de usted me pasaría antes por el discípulo psicoanalista. El que trata los problemas de identidad, ya sabe. ¿queda alguien más?

- Yo soy función, sin saltos, pero con muchos picos, picos en todos los puntos. Estoy muy mal. ¿No tendrá algo suelto?

- (Qué miedo...) Siga a la anterior, es usted un contraejemplo andante. Pá- sese antes por la unidad de toxicomanía. Vamos, si quiere, no se enfade.

-Yo soy una función muy suavcita, mira qué curvas. Y se repiten hasta el infinito...

- Oiga, no se acerque tanto, que corra el aire. (La verdad es que es un pibón de función. Qué pena que tenga el periodo...). Pase hasta el fondo, al círculo central. Usted tiene todas las condiciones para formar parte de un bello teorema. ¿Quiere pasar algo que no sea función?

- Yo soy un espacio, topológico para más señas. Pero tengo un problema en mi interior, una especie de almorranas sangrante. Tengo un subespacio de mayor dimensión que yo mismo. ¿Me lo podrían extirpar?

- Esto sí que no me lo creo. Tengo que consultar mis libros, esto no es posible. La verdad es que no entiendo mucho de teoría de la dimensión. No sé a quién puede interesar todas estas teorías inaplicables... ¡A sí, existes! Pero de extirpación nada, en el subespacio está tu gracia. Pasa a la sala de espacios topológicos raros para discípulos onanistas. Y no se te ocurra desviarte a la unidad quirúrgica. Parece que hoy no viene nadie más...

- Sí, estamos aquí, lo que pasa es que no nos ves porque somos fraccionarios. Saluda, curva de Koch. Di hola, triángulo de Sierpinski. Me presento, soy el conjunto de Cantor. Aquí mi marido, el conjunto de Julia. Traemos el caos. Déjanos entrar y verás cómo revolucionamos todo. ¡Abajo el orden, viva Mandelbrot!

Y así hasta el infinito. El club de la señora Matemática era lo más parecido al paraíso y lo más parecido al infierno. Porque la señora Matemática podía darte mucha belleza, pero te pedía también mucho a cambio. Eso lo sabía bien quien conseguía entrar en sus aposentos. Pero lo sabía aún mejor quien sólo podía quedarse a las puertas.