

**LA TRANSFORMACIÓN DE LAS PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS EN EL  
FAVORECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES  
DE GRADO SEXTO A DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN XXIII –  
MERCADERES CAUCA**



Universidad de  
**La Sabana**

**PEDRO PABLO DELGADO OJEDA**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
MAESTRIA EN PEDAGOGÍA E INVESTIGACIÓN EN EL AULA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
JUNIO DE 2018**

**LA TRANSFORMACIÓN DE LAS PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS EN EL  
FAVORECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES  
DE GRADO SEXTO A DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUAN XXIII –  
MERCADERES CAUCA**



Universidad de  
**La Sabana**

**PEDRO PABLO DELGADO OJEDA**

**ASESOR**

**YIMMY SECUNDINO TRIANA ESTRELLA**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
MAESTRIA EN PEDAGOGÍA E INVESTIGACIÓN EN EL AULA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
JUNIO DE 2018**

**Dedicatoria**

Esta valiosa investigación está dedicada primero a Dios, porque me concedió el don de la vida  
para poderla terminar exitosamente.

A mis padres, hermanos, hermana y mi novia por su constante apoyo incondicional.

A la Universidad de La Sabana por brindarme la oportunidad de crecer tanto en lo personal como  
en lo profesional.

A mi asesor, por sus oportunos aportes y reflexiones importantes que guiaron este trabajo.

A mis colegas de la Institución Educativa Juan XXIII, por sus valiosos consejos y reflexiones.

A mis estudiantes protagonistas de esta investigación.

## **Agradecimientos**

A Dios especialmente por concederme tantos dones en la vida, a mis padres, familiares, amigos y colegas por sus aportes consejos y valiosas reflexiones.

A mi asesor Yimmy Triana, por su constante apoyo y guía para realizar esta investigación.

A todos los estudiantes por su constante dedicación en la cada una de las actividades implementadas en el aula.

Infinitas gracias

## Tabla de Contenido

Introducción.....	15
Planteamiento del Problema .....	18
1.1 Antecedentes.....	18
1.2 Contexto.....	23
1.3 Justificación .....	23
1.4 Pregunta de investigación .....	26
1.5 Objetivos.....	26
1.5.1 Objetivo general.....	26
1.5.2 Objetivos específicos .....	26
Marco Teórico .....	28
2.1 Antecedentes De Investigación.....	28
2.2 Referentes Teóricos .....	30
2.2.1 <i>Practicas pedagógicas</i> .....	30
2.2.2 <i>Las concepciones de los docentes sobre la enseñanza de las matemáticas</i> . ....	32
2.2.3 <i>Papel del maestro constructivista</i> .....	35

2.2.4 Razonamiento. ....	36
2.2.5 Tipos de razonamiento. ....	37
2.2.6 Razonamiento matemático. ....	38
2.2.7 Razonamiento lógico matemático. ....	39
2.2.8 Desarrollo cognoscitivo de acuerdo con Piaget. ....	40
2.2.9 Aprendizaje significativo según Ausubel. ....	43
2.3 Resolución de problemas. ....	44
2.3.1 Calendario matemático. ....	46
2.3.2 Modelo de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas y Castro (2007). ....	46
Diseño Metodológico.....	49
3.1 Enfoque.....	49
3.2 Alcance .....	50
3.3 Diseño Investigación Acción.....	50
3.4 Población .....	52
3.5 Categorías De Análisis .....	53
3.6 Instrumentos de recolección de información.....	56

3.6.1 <i>Diario de campo</i> .....	57
3.6.2 <i>Recursos visuales (video y fotografía)</i> .....	57
3.6.3 <i>Producciones de los estudiantes</i> .....	58
3.6.4 <i>Encuesta</i> .....	59
3.7 Plan de Acción.....	59
3.8 Estrategias de solución al problema .....	60
3.8.1 <i>Estrategia 1. “Pienso, razono y argumento con el Calendario Matemático”</i> .....	60
3.8.2 <i>Estrategia 2. “Razono de lo particular a lo general”</i> .....	70
3.8.3 <i>Estrategia 3. “Comunicando mis ideas matemáticas”</i> .....	84
Análisis y Resultados.....	96
Conclusiones.....	114
Recomendaciones .....	119
Reflexión pedagógica .....	122
Preguntas para futuras investigaciones .....	124
Limitaciones del estudio .....	125
Bibliografía .....	126

Anexos .....	129
--------------	-----

### Índice de Figuras

Figura 1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, quinto.....	19
Figura 2. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, novenno .....	20
Figura 3. Pasos en el proceso de razonamiento inductivo .....	47
Figura 4. Sistemas de representación.....	48
Figura 5. Problema del Calendario Matemático relacionado con secuencias numéricas .....	62
Figura 6. Problema del Calendario Matemático relacionado con ordenamiento de números	63
Figura 7. Problema del Calendario Matemático relacionado con conteo de figuras .....	64
Figura 8. Problema del Calendario Matemático relacionado con rompecabezas .....	64
Figura 9. Problema del Calendario Matemático relacionado con perímetros y áreas .....	65
Figura 10. Problema del Calendario Matemático relacionado con caras ocultas .....	66
Figura 11. Problema del Calendario Matemático relacionado con discriminación visual .....	67



Figura 12. Resultados de la prueba inicial de los estudiantes de grado sexto A sobre los pasos en el razonamiento inductivo .....	72
Figura 13. Estudiantes socializando la actividad en parejas.....	75
Figura 14. Estudiantes realizando la actividad colaborativa .....	76
Figura 15. Evidencia del trabajo colaborativo realizado por un grupo de estudiantes .....	77
Figura 16. Registro de la actividad final (pregunta 1).....	78
Figura 17. Registro de la actividad final (pregunta 2).....	78
Figura 18. Registro de la actividad final (pregunta 3).....	79
Figura 19. Registro de la actividad final (pregunta 4).....	79
Figura 20. Registro de la actividad final (pregunta 5).....	80
Figura 21. Estudiante realizando la prueba final .....	80
Figura 22. Resultados de la prueba final de los estudiantes de grado sexto A sobre los pasos en el proceso de razonamiento inductivo .....	81
Figura 23. Registro de la actividad “comunicando mis razonamientos matemáticos”.....	86
Figura 24. Problema matemático el "rincón del juego" .....	87
Figura 25. Estudiante realizando la exposición de su problema a sus compañeros .....	88

Figura 26. Registro de la actividad “problema 3” .....	89
Figura 27. Registro de la actividad “problema 4” .....	89
Figura 28. Registro de la actividad “problema 5” .....	90
Figura 29. Una estudiante realizando la exposición de su problema a sus compañeros .....	91
Figura 30. Una estudiante realizando la exposición de su problema a sus compañeros .....	92
Figura 31. Observaciones de clase realizadas por el rector al docente investigador .....	99
Figura 32. Resultados de la encuesta para estudiantes sobre el docente investigador .....	104
Figura 33. Resultados de la encuesta para estudiantes del docente investigador sobre las clases .....	104
Figura 34. Resultados de la encuesta para estudiantes sobre los recursos que usa el docente investigador en el aula.....	105
Figura 35. Errores aritméticos de un estudiante .....	109

### Índice de Tablas

Tabla 1 Número de estudiantes evaluados por año en matemáticas, quinto grado .....	19
Tabla 2 Número de estudiantes evaluados por año en matemáticas, noveno grado .....	20
Tabla 3 Categorías y subcategorías de análisis.....	54
Tabla 4 Cronograma de planeación de la estrategia 1 .....	69
Tabla 5 Cronograma de planeación de la estrategia 2 .....	84
Tabla 6 Cronograma de planeación de la estrategia 3 .....	95

## Anexos

Anexo 1. Prueba Diagnóstica a estudiantes de Grado Sexto A .....	129
Anexo 2. Formulario De Inscripción a Colombia Aprendiendo “Calendario Matemático”	131
Anexo 3. Remisión De Calendario Matemático Del Mes De Marzo .....	132
Anexo 4. Autorización Colombia Aprendiendo S.A.S.....	133
Anexo 5. Prueba Inicial (Estrategia 2).....	134
Anexo 6. Actividad Introdutoria (Estrategia 2) .....	135
Anexo 7. Actividad Individual (Estrategia 2).....	136
Anexo 8. Actividad en parejas (Estrategia 2) .....	137
Anexo 9. Trabajo Colaborativo (Puzle De Sucesiones Numéricas) .....	138
Anexo 10. Prueba Final (Estrategia 2).....	139
Anexo 11. Registro foto de la intervención .....	140
Anexo 12. Modelo de encuesta para estudiantes .....	147
Anexo 13. Modelo de pauta de observación de clase .....	148

## Resumen

En la Institución Educativa Juan XXIII de Mercaderes Cauca, se evidenció un problema en los estudiantes de grado sexto A al momento de realizar razonamientos matemáticos en la solución de situaciones problemas; tales como explicar y justificar procedimientos aritméticos y estrategias en forma correcta, formular conjeturas, encontrar patrones y generalizar en la solución de situaciones problema. Para solucionar esta situación se analizó las prácticas pedagógicas del docente investigador en el ejercicio de planeación, implementación, evaluación y reflexión con relación a las estrategias implementadas en el aula. Estas estrategias de enseñanza fueron analizadas desde dos categorías, las practicas pedagógicas del docente investigador y las habilidades de razonamiento de los estudiantes. La metodología que se usa es la investigación acción porque es el apropiado para analizar las practicas pedagógicas y por ende busca brindar estrategias de enseñanza que favorezcan las habilidades de razonamiento matemático. El enfoque de la investigación es el cualitativo y el alcance de este proyecto es descriptivo. Los resultados muestran la importancia de analizar y reflexionar las propias prácticas pedagógicas con el fin de replantear procesos de enseñanza, transformarlos y mejorar las implementaciones en el aula que efectivamente favorezcan las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes.

**Palabras Claves:** Investigación acción, prácticas pedagógicas, razonamiento matemático, pedagogía.

### **Abstract**

In the secondary school Juan XXIII of Mercaderes Cauca, evidence a problem in the students of degree sixth to the moment to make mathematical reasoning's in the solution of situations problems; such as explain and justify arithmetical procedures and strategies in shape correct, formulate conjectures, find patterns and generalise in the solution of situations problem. To solve this situation analyzed the pedagogical practices of the educational researcher in the exercise of plantation, implementation, evaluation and reflection in regard to the strategies implemented in the classroom. These strategies of education were analyzed from two categories, practice them pedagogical of the educational researcher and the skills of reasoning of the students. The methodology that uses is the investigation action because it is the appropriate to analyzed practice them pedagogical and therefore it looks for to offer strategies of education that favour the skills of mathematical reasoning. The approach of the investigation is the qualitative and the scope of this project is descriptive. The results show the importance to analyzed and reflationary the own pedagogical practices with the end of replantear processes of education, transform them and improve the implementations in the classroom that sure enough favour the skills of mathematical reasoning of the students.

**Key words:** Investigation action, pedagogical practices, mathematical reasoning, pedagogy.

## **Introducción**

El problema de investigación emerge en el aula de clases, debido a las dificultades que tienen los estudiantes de grado sexto A de la Institución Educativa Juan XXIII para realizar razonamientos matemáticos, que les ayuden a encontrar soluciones a situaciones problema de las matemáticas escolares. Las dificultades detectadas en los estudiantes están relacionadas con la habilidad para utilizar y relacionar los números y sus operaciones, encontrar patrones y realizar generalizaciones, capacidad para justificar o refutar estrategias, procedimientos e interpretaciones al momento de solucionar una situación problema.

Las anteriores dificultades fueron observadas por el docente investigador a través de su ejercicio diario en el aula. Se aplicó una prueba a los estudiantes para diagnosticar dicha situación (Anexo 1). Para mejorar la problemática fue necesario analizar las prácticas pedagógicas del docente investigador, ya que como lo afirma Muñoz (2015), el educador es el eje fundamental para gestionar conocimientos en los estudiantes, de esta manera es necesario reflexionar sobre las acciones que se implementan en el aula.

El docente investigador llevó a cabo tres estrategias con diferentes actividades y metodologías, con el fin de determinar los cambios que se generaron en la práctica pedagógica del docente investigador y además determinar si estos cambios favorecen las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto A.

El primer capítulo está dedicado al planteamiento del problema, los antecedentes, la justificación y el objetivo general y específicos de la investigación. Este trabajo tiene como propósito analizar los cambios en las prácticas pedagógicas del docente investigador en el

ejercicio de planeación, implementación, evaluación y reflexión para favorecer las habilidades en el razonamiento matemático de los estudiantes.

En el segundo capítulo se encuentra el marco teórico, con dos apartados, los antecedentes de la investigación y los referentes teóricos. En el primer apartado se encuentran los estudios publicados con relación a la problemática evidenciada de este proyecto y en el otro apartado, se abordan algunos temas y conceptos relacionados con: las concepciones de los docentes sobre la enseñanza de las matemáticas, las prácticas pedagógicas del docente de matemáticas, el razonamiento matemático, tipos y niveles de razonamiento matemático, la resolución de problemas, desarrollo cognoscitivo, aprendizaje significativo y calendario matemático.

El tercer capítulo está dedicado a la metodología de la investigación. Aquí se describe el enfoque, el alcance, el diseño, la población, categorías de análisis, instrumentos de recolección de información y el plan de acción basado en tres estrategias utilizando como recurso educativo el Calendario Matemático diseñado por el proyecto de matemática recreativa dirigido por el profesor Carlos Zuluaga. También se utilizó el modelo de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007), para diseñar actividades con el fin de mejorar en los cinco pasos del proceso de razonamiento inductivo, hasta llegar a procesos más complejos como es la generalización.

En el capítulo cuatro, se describen detalladamente los resultados y análisis de la investigación teniendo en cuenta las diferentes actividades planeadas en cada una de las estrategias del plan de acción.



Finalmente, se muestran las conclusiones basadas en los resultados y análisis de la investigación, al igual que las recomendaciones para los interesados en este trabajo, la reflexión pedagógica de todo el proceso que se realizó, las referencias bibliográficas y por último los anexos de las actividades implementadas en el aula.

## Planteamiento del Problema

### 1.1 Antecedentes

Los conocimientos y habilidades de los estudiantes de primaria y básica secundaria de la Institución Educativa Juan XXIII durante los últimos tres años, según los resultados de las pruebas saber de grado quinto y noveno en los años 2014, 2015 y 2016, son bajos en el área de matemáticas (figura 1 y figura 2). El 80% de los 28 estudiantes de grado sexto A de la I.E Juan XXIII, objeto de estudio de esta investigación, en el año 2015 cursaban el grado quinto y presentaron las pruebas saber, los resultados muestran que solo el 55% de los estudiantes alcanzaron un nivel satisfactorio y avanzado, mientras que el 45% están en niveles mínimos e insuficientes (tabla 1 y figura 1). Los niveles de desempeño en matemáticas según el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) son cuatro:

- Nivel insuficiente: No supera las preguntas de menor complejidad en las pruebas
- Nivel mínimo: Supera las preguntas de menor complejidad en las pruebas
- Nivel satisfactorio: muestra un desempeño adecuado en las competencias exigibles para el área y grado. Este es el nivel esperado que todos o la gran mayoría de los estudiantes deberían alcanzar.
- Nivel avanzado: muestra un desempeño sobresaliente en las competencias esperadas para el área y grado.

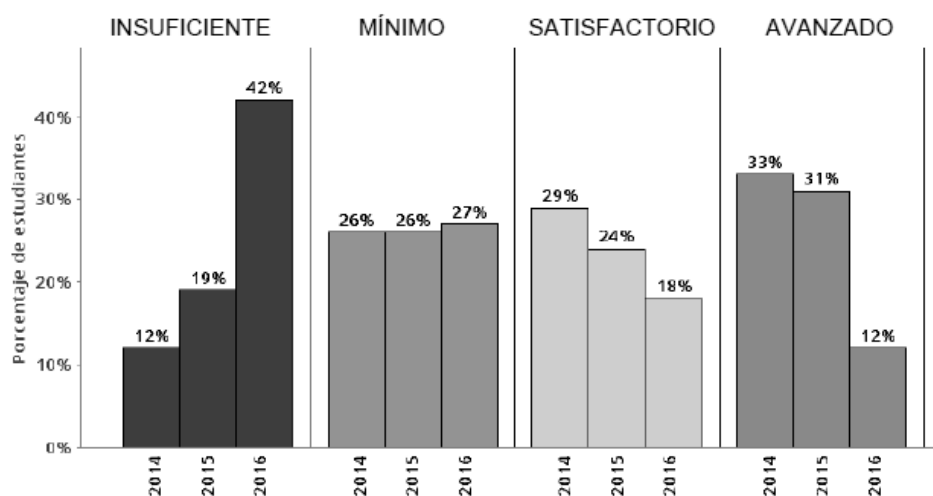
Tabla 1

*Número de estudiantes evaluados por año en matemáticas, quinto grado*

AÑO	NUMERO DE ESTUDIANTES EVALUADOS
2014	29
2015	26
2016	33

Tomado de [www.icfesinteractivo.gov.co](http://www.icfesinteractivo.gov.co)

*Figura 1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, quinto*



Teniendo en cuenta la figura 1, es posible afirmar que:

- Entre los años 2014, 2015 y 2016 aumenta el nivel insuficiente de los estudiantes de la I.E Juan XXIII grado quinto.
- Entre los años 2014, 2015 y 2016 disminuye considerablemente el nivel satisfactorio y el nivel avanzado de los estudiantes del I.E Juan XXIII, grado quinto.

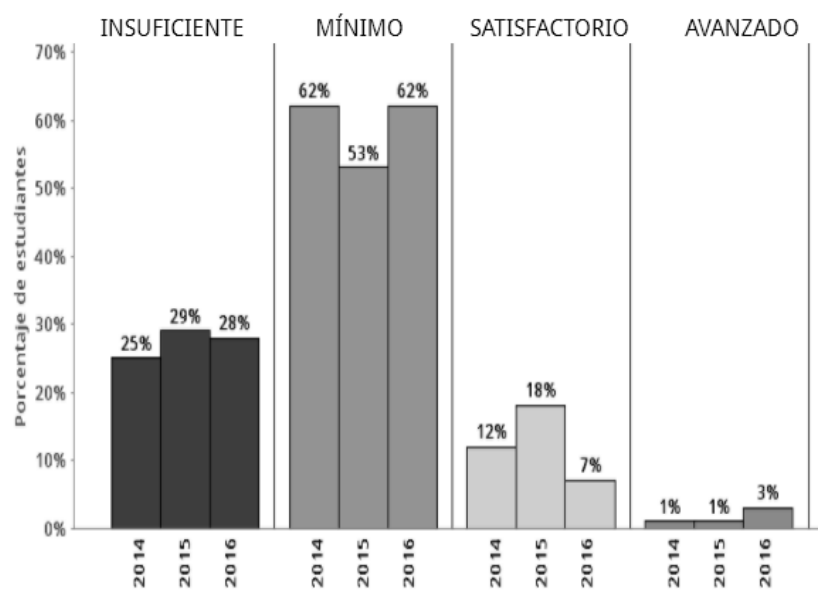
Tabla 2

*Número de estudiantes evaluados por año en matemáticas, noveno grado*

AÑO	NÚMERO DE ESTUDIANTES EVALUADOS
2014	50
2015	26
2016	29

Tomado de [www.icfesinteractivo.gov.co](http://www.icfesinteractivo.gov.co)

*Figura 2.* Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, noveno



Teniendo en cuenta la figura 2, es posible afirmar que:

- Entre el 80% y el 90% de los estudiantes de la Institución Educativa Juan XXIII, grado noveno se encuentran en el nivel insuficiente y el nivel mínimo en los años 2014, 2015 y 2016.
- El número de estudiantes que están en el nivel avanzado es muy bajo, no supera el 3% en los años 2014, 2015 y 2016.

A finales del año 2016, cuando se dio inicio a esta investigación, se realizó una prueba diagnóstica (Anexo 1) a los 28 estudiantes de grado sexto A del I.E Juan XXIII, con la intención de obtener mayor información sobre la habilidad en el razonamiento matemático a la hora de resolver situaciones problemáticas. Los resultados que se obtuvieron luego de revisar la prueba diagnóstica junto con el apoyo de la observación de aula por parte del docente investigador, fue posible determinar que existen dificultades, como las siguientes:

- Dificultad en encontrar regularidades y relaciones entre números
- Poca habilidad para utilizar y relacionar los números
- Poca habilidad para razonar con los números
- Dificultad para interpretar y expresar con claridad y precisión ideas matemáticas
- Escasa habilidad para detectar patrones numéricos
- Dificultad para realizar conjeturas
- Dificultad para justificar razonamientos matemáticos

Estas dificultades no dependen exclusivamente de los estudiantes; en gran medida dependen del docente, porque él es el encargado de planificar, ejecutar y evaluar procesos de enseñanza encaminados al favorecimiento de habilidades matemáticas, en este estudio, las del razonamiento matemático.

Las prácticas pedagógicas del docente investigador, son basadas en un modelo tradicionalista, porque el estudiante recibe una información en forma de discurso, luego se les propone una serie de ejercicios rutinarios y finalmente se hace evaluaciones escritas que permita verificar lo aprendido en la clase. Las actividades en el aula que propone el docente

investigador, no aportan al favorecimiento de las habilidades de razonamiento matemático, porque son actividades repetitivas y centradas en procedimientos algorítmicos engorrosos. Este tipo de clases tradicionalistas, en donde no se utilizan estrategias y recursos didácticos novedosos, hacen que los estudiantes sean poco participativos, pasivos y con poca habilidad y creatividad para resolver situaciones problemas y justificar sus razonamientos.

Las prácticas pedagógicas del docente investigador están relacionada con las dificultades que presentan los estudiantes del grado sexto A, porque los espacios de aprendizaje que se propician en clase no favorecen las habilidades de razonamiento matemático. La actividad pedagógica del docente investigador es magistral y predecible. Los talleres propuestos no brindan la oportunidad al estudiante de construir sus propios conceptos matemáticos, ni de aplicar estrategias de razonamiento en la solución de situaciones problema, las clases de matemáticas se centran en la apropiación de reglas y procedimientos algorítmicos, pocas veces se proponen situaciones problema para analizar y comunicar ideas.

Son muy pocas las estrategias didácticas que utiliza el docente investigador en el aula para facilitar el aprendizaje y además muy pocas para favorecer la habilidad de razonamiento matemático de los estudiantes. El trabajo en el aula es principalmente individual, muy pocas veces se hace trabajo en equipo, además no se generan situaciones problemas para debatir ideas o hacer conjeturas o razonamientos.

Por tanto, se hace imperativo que las prácticas pedagógicas del docente investigador sean analizadas, para transformar las prácticas pedagógicas y mejorar la situación actual de los estudiantes de grado sexto A. Como lo afirma Díaz (2006), el docente debe reflexionar sobre

su práctica pedagógica para mejorarla y fortalecerla, de esta manera elaborará nuevos conocimientos, enriqueciendo su saber pedagógico y su práctica pedagógica.

## **1.2 Contexto**

Esta investigación se desarrolló en la Institución Educativa Juan XXIII- Sede Principal, ubicada en el Municipio de Mercaderes al sur del Departamento del Cauca. La Institución Educativa es de carácter oficial, atiende a la población mercadereña de estratos socioeconómicos uno y dos y ofrece educación para los grados de preescolar, primaria, básica secundaria y media, en la jornada de la mañana y en la jornada de la tarde ofrece programas de educación para jóvenes en extraedad y adultos. La población objeto de investigación fueron 28 estudiantes pertenecientes al grado sexto A, de los cuales 17 fueron niñas y 11 niños con promedio de 12 años de edad.

## **1.3 Justificación**

Teniendo en cuenta los antecedentes presentados anteriormente, se hace imperativo que el docente investigador analice su práctica pedagógica, desde la planeación, la implementación, la evaluación y la reflexión, como procesos fundamentales para que las clases estén encaminadas a favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto A de la Institución Educativa Juan XXIII.

De esta manera se exige que para el mejoramiento y la transformación de las prácticas pedagógicas del docente investigador, realice un proceso de reflexión y de análisis, que permita detectar fortalezas pero también las oportunidades de mejora. En palabras de Dewey (1927)

citado en Restrepo, (2011) señala que “el maestro debe hacer permanente observación de su práctica, con miras a mejorarla...éste tiene que aprender a observarse y ser crítico con su práctica” (p. 106).

La reflexión de las prácticas pedagógicas le permite al docente planificar las actividades escolares teniendo en cuenta varios aspectos, entre ellos: lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional como los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), ritmos de aprendizaje, recursos, estrategias de enseñanza, metodología y evaluación. La reflexión posibilita el respectivo seguimiento a la implementación que el docente realiza en el aula. Al final del proceso de seguimiento se obtendrán las fortalezas de la enseñanza y las oportunidades de mejora.

Todas las decisiones que toma el docente en sus prácticas pedagógicas tienen su impacto en el aprendizaje esperado por los estudiantes, de ahí la importancia de que cada recurso, cada estrategia, cada material y cada actividad que se desarrolle en el aula, estén relacionados y que sigan una secuencia. Como afirma el profesor Vasco (1990), la práctica o praxis pedagógica empieza a transformarse en virtud de la reflexión, de ahí su importancia.

Perrenoud (2004) afirma que “en un momento u otro, todo el mundo reflexiona en la acción o bien sobre la acción, sin por ello convertirse en un practicante reflexivo” (p. 12). Es decir, no basta con solo reflexionar para que la práctica sea reflexiva, es necesario tener en cuenta la reflexión en todo el accionar educativo. Según Maciel (2003) concibe el ejercicio docente como profesionalidad, es decir, afirma que “las destrezas profesionales se adquieren a partir de la



reflexión entre la práctica y la teoría; las experiencias de aula son percibidas en relación con el contexto y con las metas planteadas” (p. 2).

El proceso de reflexión sobre las prácticas pedagógicas no es hábito que se desarrolla de manera espontánea en el ejercicio docente, se necesita de esfuerzo y dedicación continúa durante todo el proceso educativo para que cada día se consolide como un ejercicio que direcciona, fortalece y mejora el proceso de enseñanza. La praxis del educador es posible transformarla siempre y cuando su accionar está sujeta a la reflexión continua.

Uno de los campos de acción en donde el docente investigador realiza su praxis pedagógica son las matemáticas, y este estudio se centra particularmente en uno de los cinco procesos de toda actividad matemática, el razonamiento. El razonamiento en un sentido amplio es la facultad que tiene una persona para resolver problemas, extraer conclusiones, argumentar, justificar y verificar hechos. El estudiante todo el tiempo esta razonando, puesto que toma decisiones y resuelve problemas en su vida cotidiana. El razonamiento según Dewey (1989), citado por Saint (2010), es un producto del pensamiento y afirma que “razonar ayuda a ampliar el conocimiento, mientras que al mismo tiempo depende de lo ya conocido y de las facilidades existentes para comunicar conocimiento y convertirlo en un recurso público y abierto” (p. 45). Razonar matemáticamente implica un proceso mental y la habilidad para ordenar las ideas y darle solución a un problema. Razonar en matemáticas implica movilizar varias competencias para comprender la situación, justificar procedimientos y estrategias, establecer conjeturas, evaluar argumentos y comunicar las ideas matemáticas.

De esta manera es necesario analizar el ejercicio de planeación, implementación, evaluación y reflexión que realiza el docente investigador que permitan su transformación y además favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto A de la Institución Educativa Juan XXIII.

#### **1.4 Pregunta de investigación**

¿De qué manera el ejercicio de planeación, implementación, evaluación y reflexión (P.I.E.R) transforma las prácticas pedagógicas del docente investigador para favorecer las habilidades del razonamiento matemático en la solución de situaciones problema en estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Juan XXIII – Mercaderes Cauca?

#### **1.5 Objetivos**

##### **1.5.1 Objetivo general**

Analizar los cambios en las prácticas pedagógicas del docente investigador en un ejercicio de planeación, implementación, evaluación y reflexión para favorecer los razonamientos matemáticos en la solución de situaciones problemas en estudiantes del grado sexto 6A de la Institución Educativa Juan XXIII – Mercaderes Cauca

##### **1.5.2 Objetivos específicos**

- Analizar si los cambios en la práctica pedagógica del docente investigador favorecen las habilidades en el razonamiento matemático en la solución de situaciones problemáticas.

- Analizar la incidencia que tiene el ciclo P.I.E.R en la transformación de las prácticas pedagógicas del docente investigador para el favorecer las habilidades de razonamiento matemático del grado sexto A.
- Evaluar las transformaciones de la práctica pedagógica para favorecer las habilidades del razonamiento matemático en estudiantes de grado sexto A de la I.E. Juan XXIII.
- Determinar el progreso en los procesos de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto A de la I.E Juan XXIII a la hora de resolver situaciones problemáticas.

## Marco Teórico

### 2.1 Antecedentes De Investigación

En este apartado se mencionan algunos trabajos relacionados con el tema de investigación y se describe la manera en que ellos guiaron el rumbo de este estudio.

La investigación realizada por Cañadas (2002), sobre el uso que hacen los individuos del razonamiento inductivo cuando se enfrentan a la solución de tareas matemáticas no convencionales, ayudó al docente investigador a comprender que en sus clases de matemáticas debía implementar actividades matemáticas no rutinarias, para favorecer el desarrollo de los procesos de razonamiento en sus estudiantes. En este sentido, el calendario matemático usado como material didáctico, cobra relevancia, ya que ofrece una variedad de situaciones problema que para ser solucionadas demandan, por parte del estudiante, procesos de razonamiento de nivel superior para encontrar caminos de solución no convencionales.

Otra conclusión del trabajo de Cañadas (2002), consistió que el estudiante es capaz de llegar a la generalización, pasando por la formulación de conjeturas y trabajando en casos particulares. Una de las dificultades radica en que el estudiante le cuesta plantear una conjetura para el caso general, y aún más dificultad cuando tiene que pasarla de la expresión verbal a la forma escrita. También afirma que si se pueden establecer niveles o etapas en el proceso de razonamiento inductivo.

Otro estudio que se tuvo en cuenta en esta investigación fue realizado por Africano (2013), sobre la implementación del calendario matemático y su implicación frente a la resolución de

problemas en los estudiantes de grado sexto. Este estudio motivo a que se implementara el calendario matemático en este trabajo, ya que se probó que este, como herramienta basada en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, genera cambios positivos en los estudiantes. También se determinó que el buen uso de esta herramienta mejora la actitud de los estudiantes frente al estudio de las matemáticas.

Con relación a las prácticas pedagógicas del docente se consultó una investigación realizada por Amórtegui (2016). La investigación tuvo como objetivo transformar las concepciones de sus investigadores mediante el análisis de las prácticas pedagógicas en la enseñanza de la comprensión de la lectura. Los resultados de esta investigación guiaron a este trabajo en el sentido de que el proceso de reflexión pedagógica es una herramienta potente no solo para mejorar las prácticas en el aula, sino también el aprendizaje de los estudiantes.

Una investigación que se tomó como referencia fue la de D'Amore (2004) citados por Bohórquez (2014), la investigación de estos dos autores se centró en el cambio en las concepciones asociadas a las matemáticas principalmente. Sin embargo, estos investigadores aportan en su estudio una caracterización de los cambios logrados por profesores en condiciones de formación, en tres ámbitos principalmente: concepciones sobre la matemática, concepciones sobre la didáctica de la matemática y concepciones sobre el papel del docente de matemáticas, los cuales sin lugar a dudas influyen en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

Los anteriores trabajos permiten concebir como los cambios en las transformaciones de las prácticas pedagógicas de los docentes ayuda a solucionar problemas de enseñanza que se presentan en las aulas.

## **2.2 Referentes Teóricos**

En este apartado se abordarán algunos temas y conceptos relacionados con las prácticas pedagógicas y las concepciones de los docentes sobre la enseñanza de las matemáticas, el razonamiento matemático, tipos y niveles de razonamiento matemático y las teorías de aprendizaje relacionadas con el constructivismo.

### ***2.2.1 Prácticas pedagógicas.***

Antes de abordar las definiciones relacionadas con las prácticas pedagógicas, primero se señalan algunas concepciones que giran en torno a cada palabra, práctica y pedagogía. La práctica es un concepto con varios usos y significados, como ejecutar, hacer algo, llevar a cabo algo, repetir algo; sin embargo a nivel general se refiere a realizar una acción que se desarrolla con la aplicaciones de ciertos conocimientos. La pedagogía proviene del griego paidagogos, “Paidós” quiere decir niño y “gogia” quiere decir llevar o conducir. La pedagogía en sus inicios hacía referencia a la idea de conducir, guiar o acompañar al niño. A través del desarrollo de la humanidad, la pedagogía es reconocida como una ciencia y un arte en el campo educativo.

La práctica pedagógica es entonces, la acción que realiza el docente en el ejercicio de su profesión. Para Díaz (2004), la define como “la actividad diaria que desarrollamos en las aulas,

laboratorios u otros espacios, orientada por un currículo y que tiene como propósito la formación de nuestros alumnos” (p. 90).

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN), concibe las prácticas pedagógicas como un proceso de auto reflexión, que se convierte en el espacio de conceptualización, investigación y experimentación didáctica. El MEN (2006), sostiene que las prácticas pedagógicas no solo giran en torno a la aplicación de teorías, sino también es un escenario del cual también se propician aprendizajes teóricos, consolidación y confrontación del saber, conocimientos pedagógicos y didácticos fundamentales en la labor educativa.

Para Cárdenas (2015), la práctica que realiza el maestro en ejercicio de su pedagogía:

Es aquella acción dialéctica que realiza al relacionarse con el saber y los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje, que se puede convertir en un hábito y en una rutina como resultado de la homogenización que pretenden las políticas del gobierno. (p.71)

Para que las practicas pedagógicas favorezcan el aprendizaje significativo de los estudiantes y no se conviertan en hábitos perjudiciales tanto para la enseñanza del docente como para el aprendizaje de los estudiantes, es imperativo reflexionar constantemente sobre ellas; de tal manera que mantenga despierto las emociones positivas y el interés del estudiante por el superarse a sí mismo cada día.

La práctica pedagógica implica un escenario de enseñanza-aprendizaje en la labor cotidiana del docente. Es este escenario intervienen no solo el maestro, el estudiante y el conocimiento; sino además importantes componentes a tener en cuenta como los problemas emocionales, dificultades de aprendizaje, estrategias de enseñanza, los recursos o materiales didácticos, las tecnologías de información y comunicación, metodologías, los contextos social,

cultural, político y económico, ritmos de aprendizaje, entre otros; todos las anteriores variables que influyen unos más que otros, en la formación del estudiante.

Llevar a cabo buenas prácticas pedagógicas implica reflexionar constantemente sobre la labor que se está realizando en las aulas. El proceso de autoevaluación de las prácticas pedagógicas determinara si se están cumpliendo con los objetivos de enseñanza planteados con antelación. La tarea de reflexionar sobre las propias practicas pedagógicas no es sencilla, porque el docente no está acostumbrado a auto observarse, auto criticarse y menos a elaborar un plan de acción encaminado a mejorar sus prácticas pedagógicas. Los problemas que nacen en el aula, son analizados con bastante regularidad desde el proceso de aprendizaje de los estudiantes, pero es necesario que también se analice el proceso de enseñanza del docente.

### ***2.2.2 Las concepciones de los docentes sobre la enseñanza de las matemáticas.***

Según la Real Academia Española (R.A.E), el término concepción proviene del latín “conceptio” y significa el conjunto de ideas que sostienen alguien sobre un tema. En el ámbito educativo, las concepciones del docente condicionan la forma de alguna forma su accionar en el aula, sus expectativas frente a su labor de educar.

Azcárate (2006) citado por Bohórquez (2014), señala que “las concepciones de los docentes consisten en la estructura que cada docente de matemáticas da a sus conocimientos para posteriormente enseñarlos o transmitirlos a sus estudiantes” (p. 5). Por esta razón consideran que algunas características de las concepciones del profesor son:

- Forman parte del conocimiento



- Son producto del entendimiento
- Actúan como filtros en la toma de decisiones
- Influyen en los procesos de razonamiento

La forma en que el docente de matemáticas conciba el aprendizaje de su área, determinará en gran parte su forma de enseñar a sus estudiantes y los resultados que se obtienen. Kuhs (1986) citado por Bohórquez (2014), identifica cuatro modelos de enseñanza de las matemáticas asociadas a las concepciones de los profesores.

- Modelo constructivista.
- Modelo centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual.
- Modelo centrado en el contenido con énfasis en el desempeño.
- Modelo centrado en el aula.

En el modelo constructivista el profesor es visto como un facilitador del aprendizaje del estudiante, planteando interesantes preguntas, desafiando al estudiante a pensar y ayudándolo a construir sus ideas matemáticas. El segundo y tercer modelo como sus nombres lo indican están centrado es el contenido, donde el profesor promueve una enseñanza de las matemáticas de tipo memorístico y algorítmico. El último modelo concibe que saber matemáticas es equivalente a ser hábil en desarrollar procedimientos y entender los objetos matemáticos.

La historia de las matemáticas está íntimamente relacionada con la evolución en las prácticas pedagógicas. A medida que las matemáticas evolucionaban y fueron apareciendo teorías cognitivas, teorías de aprendizaje, las prácticas pedagógicas del docente de matemáticas también fueron evolucionando. Según el documento de Gascón (2000), la evolución empieza

desde el euclideanismo, pasando por modelos cuasi-empíricos y llegando hasta el constructivismo. Gascón afirma que “los tres tipos de modelos docentes son clásicos, modernistas y constructivistas” (p.152).

Las características de los tres tipos de modelos son los siguientes: los docentes clásicos mecánicos y se enfocan en la ejercitación de algoritmos, los docentes modernistas se preocupan por gestionar procesos inductivos y deductivos y finalmente los docentes constructivistas plantean actividades para que sus estudiantes construyan los conocimientos matemáticos teniendo en cuenta ciertas etapas en los procesos.

El docente de matemáticas constantemente se enfrenta a una multitud de tareas, relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según Gascón (2000), para enfrentarse a las tareas más específicas en la práctica en la enseñanza de las matemáticas el profesor debe utilizar técnicas didácticas. Estas técnicas están sujetas al objetivo que se quiere alcanzar y también al contexto educativo donde se las va a aplicar.

Tanto el docente de matemáticas como el docente de las otras áreas académicas, deben conocer y manejar cierto tipo de competencias que le permita facilitar el aprendizaje al estudiante. Una de las competencias es la comunicación y el saber disciplinar. Conocer tanto la teoría como la práctica. Las prácticas docentes del profesor de matemáticas como lo afirma Gascón (2000), tienen dos caras, una relacionada con la práctica (praxis) y la otra teórica que se materializa en un discurso (logos). En esta investigación se analiza la concepción que el docente investigador tiene sobre la enseñanza de las matemáticas, para fortalecerla, mejorarla y transformarla.

### *2.2.3 Papel del maestro constructivista*

El papel del maestro constructivista cambia considerablemente comparado con el rol de maestro tradicional. Su papel es de moderador, facilitador y mediador, que conoce el contexto de los estudiantes, sus necesidades y diferencias individuales. Para planear sus clases, tiene en cuenta las destrezas cognitivas de sus estudiantes y el ritmo de aprendizaje. Algunas características del papel del maestro en el modelo pedagógico constructivista son:

- Enseña a pensar, brinda espacios de aprendizaje para favorecer las habilidades de pensamiento matemático de los estudiantes.
- Enseña a reflexionar sobre el conocimiento, estimula a los estudiantes a ser conscientes de su propio conocimiento, a relacionarlos con el contexto y a proponerse mejorar cada vez más.
- Enseña sobre el pensar, conoce teorías de como aprende un estudiante, conoce los lineamientos del ministerio de educación, aplica estrategias didácticas que faciliten el aprendizaje, tiene en cuenta las habilidades cognitivas de los estudiantes.

Según Quiñones (2005), el modelo constructivista está centrado en el estudiante, en sus experiencias previas, de las que hace nuevas construcciones cognitivas y considera que las construcciones se produce cuando el sujeto interactúa con el conocimiento, con los otros y además es una actividad significativa para el estudiante.

#### ***2.2.4 Razonamiento.***

Según la real academia española define razonamiento de dos formas: la primera “acción y efecto de razonar” y segunda “serie de conceptos encaminados a demostrar algo o a persuadir o mover a oyentes o lectores”. El termino razonar, se define como “ordenar y relacionar ideas para llegar a una conclusión”. Cañadas (2002) afirma que el razonamiento está ligado al pensamiento humano, es decir, “la habilidad de razonar se relaciona con el pensamiento, es propia de los seres humanos” (p. 32).

Según Rico (1995), define razonamiento como la capacidad de establecer nuevas relaciones entre conceptos. Estas relaciones se expresan argumentos; un razonamiento es todo argumento suficientemente fundado que de razón o justifique una propiedad.

Cañadas (2002), le da dos sentidos al término razonamiento, el sentido psicológico y el sentido lógico. El primer sentido es estudiado desde el punto de vista de la teoría del pensamiento y el segundo, desde el punto de vista de un proceso formal. Además, afirma que “el razonamiento se aplica a toda clase de procesos formales y, por lo tanto, puede designar tanto las operaciones lógicas deductivas como las inductivas” (p. 32-34).

Debido a que el razonamiento, distingue dos tipos, el razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo González (1998); Santamaría (1995), citado por Cañadas (2002). En esta investigación se enfatizó por el razonamiento inductivo y se tuvo en cuenta cuatro pasos para comprender y desarrollar el razonamiento inductivo que son: trabajo con casos particulares, identificación de un patrón, formulación de conjeturas y generalización, estos

pasos son basados en el modelo de pasos en el proceso de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2002).

Para Duval (1998), el razonamiento lo considera como cualquier proceso que permita sacar nueva información de una información dada. También afirma que son procesos discursivos internos o externos para nombrar, discurrir o argumentar y a la organización deductiva de proposiciones, definiciones etc., a partir de una teoría.

#### ***2.2.5 Tipos de razonamiento.***

El razonamiento, distingue dos tipos, el razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo. González (1998) citado por Cañadas (2002). El razonamiento deductivo parte de unas premisas y llega a una conclusión que se sigue de las mismas “‘proceso hacia abajo”. Según Cañadas (2002), el razonamiento inductivo consiste en alcanzar una conclusión que está, en mayor o menor grado, apoyada por unas premisas “proceso hacia arriba” (p. 34).

Según Polya (1967), el razonamiento inductivo aparece como un tipo de razonamiento en el que se parte de hechos particulares y se busca la generalidad de los hechos que acontecen. Señala los pasos a seguir en un proceso de razonamiento inductivo mencionados por Cañadas (2002):

- Se observa alguna semejanza en los casos particulares.
- Se generaliza. Se establece una regla general esta es un juicio general claramente formulado pero que es meramente conjetural o tentativo, es sólo un intento de alcanzar la verdad.
- Se prueba la conjetura con nuevos ejemplos particulares. (p.35)

### ***2.2.6 Razonamiento matemático.***

De manera general el razonamiento se define como la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión. Según el MEN (1998), el razonamiento está asociado a la comunicación y resolución de problemas. Se entiende como los actos en los cuales el estudiante justifica, conjetura, explica y predice. Razonar en matemáticas tiene que ver con:

- Dar cuenta el cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a una conclusión.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar (MEN 1998).

Una de las competencias que evalúa las pruebas PISA es pensar y razonar. Tienen que ver con plantear y dar respuesta a cuestiones propias de la matemática, y conocer el tipo de respuestas que ofrecen las matemáticas. Esta competencia tiene que ver con:

- Conocer y comprender y ejemplificar conceptos.
- Identificar relaciones entre diferentes conceptos.
- Aplicar procedimientos, algoritmos y estrategias.

### ***2.2.7 Razonamiento lógico matemático.***

Algunos autores se refieren al razonamiento lógico matemático como pensamiento lógico matemático como un mismo constructo cognitivo. Según Soriano (2008) citado por Morales (2013), define razonamiento lógico matemático como “un conjunto de procesos mentales a través de los cuales se establecen relaciones entre objetos, situaciones y conceptos que permiten estructurar la realidad” (p. 9). Para el MEN (2006), el razonamiento es uno de los cinco procesos generales de la actividad matemática y se empieza a desarrollar desde los primeros grados de enseñanza. En los grados superiores, se puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones.

Según Canals (1992), citado por Alsina (2004), el razonamiento lógico matemático es importante porque aporta las bases necesarias para poder adquirir conocimientos matemáticos. Las competencias que permiten tener un pensamiento lógico matemático son:

- Conceptualizar, generalizar y utilizar información.
- Elaboración de modelos personales para resolver problemas complejos.
- “Habilidades para aplicar conocimientos y destrezas en conocimientos nuevos” (Leiva, 2016, p.211).

El pensamiento lógico matemático desde la perspectiva de Piaget, se construye desde niño al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de los objetos. El pensamiento lógico matemático comprende: clasificación, seriación y número, además brinda la capacidad de deducir, sintetizar, interpretar y analizar fenómenos y situaciones abstractas. En la educación secundaria los alumnos se encuentran en la etapa del pensamiento abstracto, de acuerdo a

Piaget, citado por Frigermann, (2011), cuya característica es que “podemos imaginar, extrapolar lo aprendido a nuevas situaciones, construir esquemas, ubicarnos en otros tiempos y lugares, deducir, sacar conclusiones y comparar” (p. 1). Según Leiva (2016), afirma que el tener la capacidad no da por hecho que el conocimiento lógico-matemático surja espontáneamente, se deben brindar situaciones para favorecer que tales capacidades se manifiesten.

### ***2.2.8 Desarrollo cognoscitivo de acuerdo con Piaget.***

El psicólogo, epistemólogo y biólogo suizo Jean Piaget (1896-1980), propuso su teoría en la Epistemología genética basada en los estudios del desarrollo de la Inteligencia. La teoría se basa en una relación muy estrecha entre el crecimiento físico y el desarrollo mental, el niño construye su cognición a medida que se desarrolla biológicamente, sin embargo la edad cronológica que presenta el infante no está estrechamente relacionada con la edad psicológica del mismo. Piaget afirma que no puede desarrollarse ningún crecimiento intelectual sin un ambiente que le preste apoyo al individuo.

En la teoría Piagetiana, se tiene en cuenta algunos factores que inciden en el desarrollo de los procesos cognitivos de los niños, estos son: rasgos biológicos heredados por un individuo, las experiencias vividas de su contexto, el medio social-afectivo y el equilibrio que consiste en ajustarse a las necesidades del medio.

Según la teoría Piagetiana, se distinguen cuatro estadios del desarrollo del razonamiento lógico-matemático.



- El sensoriomotor (0-2 años): Esta etapa se caracteriza por la capacidad para imitar las acciones de los otros, combinar acciones simples y producir otras nuevas.
- El preoperatorio (2-7 años): Se caracteriza por adquirir un sentido intuitivo de conceptos como el número o el de la causalidad, haciendo uso de ellos en una situación práctica, pero no puede utilizarlos de un modo sistemático o lógico.
- Operaciones Concretas (7-11 años): El niño o niña es capaz de utilizar las relaciones causales y cuantitativas. Puede estimar que el número de objetos de un conjunto permanece constante mientras no se le añada o quite nada. Es la reversibilidad del pensamiento la que permite manejar las nociones abstractas que exige la inteligencia lógico-matemática (Ferrándiz, 2008, p.213).
- Operaciones Formales (11-12 años): Aquí es cuando muestra capacidad para trabajar con conceptos abstractos, y por tanto emplea su pensamiento hipotético deductivo para formular y comprobar hipótesis.

En otras palabras Hernández (1993) citado por Cerda (2010) afirma que:

En las operaciones formales es donde el adolescente empieza con el periodo que coincide con una serie de avances en el desarrollo de las estrategias y capacidades cognitivas en relación con la capacidad de razonar tanto de forma deductiva como inductiva, y la habilidad para plantear y comprobar hipótesis y formular teorías. (p.68)

Según el MEN (1998), razonar en matemáticas tiene que ver con:

- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar.

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.

Lo anterior, se debe tener en cuenta en la planeación e implementación de actividades en el aula que apunten al desarrollo del razonamiento lógico matemático. El razonamiento lógico matemático comprende los siguientes procesos:

- a) Clasificación: Constituye una serie de relaciones mentales en función de las cuales los objetos se reúnen por semejanzas, se separan por diferencias, se define la pertenencia del objeto a una clase y se incluyen en ella subclases.
- b) Seriación: Es una operación lógica que a partir de unos sistemas de referencias, permite establecer relaciones comparativas entre los elementos de un conjunto, y ordenarlos según sus diferencias, ya sea en forma decreciente o creciente.
- c) Numero: Es un concepto lógico de naturaleza distinta al conocimiento físico o social, ya que no se extrae directamente de las propiedades física de los objetos ni de las convenciones sáciela, sino que se construye a través de un proceso de abstracción reflexiva de las relaciones entre los conjuntos que expresan número. Según Piaget, “la formación del concepto de número es el resultado de las operaciones lógicas como la clasificación y la seriación”, Santamaría (2004) citado por Hernández (2014, p. 33).

### ***2.2.9 Aprendizaje significativo según Ausubel.***

El psicólogo y pedagogo estadounidense Paul Ausubel, desarrolló la teoría del aprendizaje significativo, una de las principales aportaciones de la pedagogía constructivista. Las teorías y métodos de enseñanza han de estar relacionados con la actividad que se realiza en el aula y con los factores cognoscitivos, afectivos y sociales que en ella influyen.

Su teoría del aprendizaje significativo verbal supone la necesidad de tener en cuenta los conocimientos previos del alumno para construir desde esa base los nuevos conocimientos, respetando la relación lógica entre ellos. De este modo, el aprendizaje significativo enriquece la estructura cognitiva, que, en interacción, va a su vez modificándose. Tal aprendizaje se opone al puramente memorístico, en el que los conocimientos llegan a ser memorizados pero no a articularse en una estructura cognoscitiva que a su vez permita la recepción de otros nuevos; en el aprendizaje memorístico, la incorporación de conocimientos es arbitraria y débil, y por ello se pierden con facilidad.

Cerda (2010) comenta las siguientes orientaciones educativas importantes dentro de la teoría Ausubeliana.

- Partir del nivel de desarrollo del alumno.
- Crear las condiciones para construir aprendizajes significativos.
- Modificar los esquemas mentales del sujeto, como resultado del aprendizaje significativo logrado por los alumnos.

De este modo, el estudiante debe tener una predisposición hacia el aprendizaje, un sujeto activo y no pasivo. Además, en el aula se debe utilizar diferentes materiales didácticos con sentido, mapas conceptuales o mapas mentales, que sirven de refuerzo al aprendizaje del estudiante y contribuyan al aprendizaje significativo.

Good & Brophy (1995) citado por Cerda (2010), aseveran que para organizar el aprendizaje significativo en los alumnos, se debe tener en cuenta las siguientes directrices.

- Iniciar las lecciones con presentaciones previas que incluyan principios generales, introducciones o preguntas.
- Describir brevemente los objetivos de aprendizaje y los conceptos claves.
- Presentar el material nuevo en pequeños pasos organizado y secuenciado de manera lógica.
- Producir respuestas en el estudiante de manera regular para estimular el aprendizaje activo y asegurar de que cada paso este logrado.
- Terminar con una revisión de puntos principales.
- Dar seguimiento a la lección con preguntas o trabajos que requieran que los estudiantes codifiquen el material en sus propias palabras y lo apliquen en nuevos contextos (p. 76-77).

### ***2.3 Resolución de problemas.***

El matemático George Polya en uno de sus libros titulado “como plantear y resolver problemas”, proporciona heurísticas generales para resolver todo tipo de problemas, no solo los matemáticos. Polya (1981) afirma que:

Un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. (p.7)

George Polya propone unos pasos para resolver problemas, con algunos interrogantes citados por Alfaro (2006) y son los siguientes:

1. Comprender el plan

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuáles son las condiciones?
- ¿La información es suficiente?

2. Concebir un plan

- ¿El problema es semejante a otro?
- ¿Conoce un problema relacionado con este?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?

3. Ejecución del plan

- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

4. Examinar la solución

- ¿Puede verificar la solución?
- ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?

Se hace necesario que el docente orientador guie muy bien cada uno de los pasos para resolver problemas, detenerse en cada uno de los interrogantes para que los estudiantes se vayan familiarizando de forma correcta, hasta que pueden aplicar los pasos de forma más segura y autónoma en la solución de problemas matemáticos y no matemáticos.

### ***2.3.1 Calendario matemático.***

El calendario matemático es uno de los materiales que produce el proyecto de matemática recreativa realizado por un equipo de docentes, liderado por el profesor Carlos Zuluaga<sup>1</sup>. El calendario matemático tiene como objetivo contribuir a desarrollar el enfoque de planteamiento y resolución de problemas a través del trabajo de un problema cada día. De ahí que el lema del calendario sea “un problema para cada día y un día para cada problema”.

Los niveles del Calendario Matemático son: Semanario, Grandes pensadores, Primer Nivel, Segundo Nivel, Tercer Nivel, Cuarto Nivel y Quinto Nivel. Los niveles van de menor a mayor grado de dificultad y se tiene en cuenta el grado de escolaridad. Los Calendarios Matemáticos abarcan desde primaria hasta el bachillerato.

El material del calendario matemático está relacionado con el razonamiento matemático, porque brinda variados problemas llamativos y recreativos para el estudiante, con el fin de desarrollar las habilidades de razonamiento matemático, mencionadas anteriormente.

### ***2.3.2 Modelo de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas y Castro (2007).***

El razonamiento inductivo, equivalente a lo que Pólya (1945) denomina inducción, se considera un proceso cognitivo que da lugar al conocimiento científico, a través del descubrimiento de leyes generales obtenidas a partir de la observación de casos particulares, resaltado por Neubert (1992). Este tipo de razonamiento se caracteriza por el hecho de trabajar desde observaciones específicas y llegar a generalizaciones. Según Barrera (2009) afirma que

---

<sup>1</sup> Para mayor información sobre el Proyecto de Matemática Recreativa y sobre el calendario matemático puede consultar la página web <http://www.colombiaaprendiendo.edu.co/>

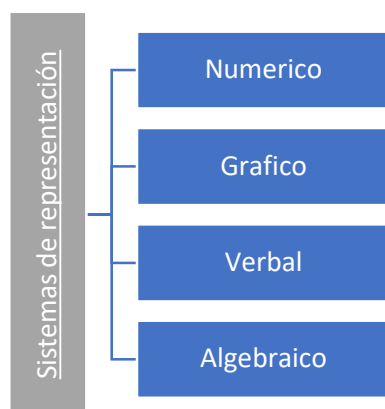
“desde las observaciones concretas se detectan patrones, regularidades, a partir de las cuales se formulan algunas conjeturas que habrá que demostrar para poder dar resultados de tipo general” (p.2). Gracias al trabajo de investigación realizado por Cañadas (2007), propone los pasos que se tienen en cuenta en el proceso de razonamiento inductivo y además los sistemas de representación que se emplean. (Figura 3 y 4).

*Figura 3.* Pasos en el proceso de razonamiento inductivo



Los sistemas de representación que se utilizan en los pasos en el proceso de razonamiento inductivo son cuatro y son los siguientes:

Figura 4. Sistemas de representación





## **Diseño Metodológico**

### **3.1 Enfoque**

La presente investigación acerca de cómo transformar las prácticas pedagógicas del docente investigador para favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Juan XXIII, se trabajó en el marco del enfoque cualitativo, ya que este enfoque como menciona Hernández (2010), apunta a “comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto, a partir de las descripciones de las situaciones observadas y escritas sobre la población estudiada”. (p. 358).

La investigación cualitativa es la más pertinente para este trabajo de investigación ya que es la adecuada para hacer un acercamiento, estudio, análisis y reflexión a la transformación de las practicas pedagógicas del docente investigador y su relación en la mejoría de las habilidades de razonamiento de los estudiantes, proporcionando profundidad en los datos, riqueza interpretativa y comprensión del problema con más objetividad.

En este sentido, la investigación cualitativa está orientada al estudio en profundidad de la compleja realidad social, por lo cual en el proceso de recolección de datos el investigador va acumulando numerosos textos provenientes de diferentes técnicas.

Por consiguiente, esta investigación consideró el enfoque cualitativo porque se trata de obtener de las prácticas pedagógicas del docente investigador y las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes, descripciones de las situaciones observadas y escritas sobre la

población estudiada y la comprensión e interpretación de las realidades subjetivas de los fenómenos encontrados en el contexto.

### **3.2 Alcance**

El alcance de la investigación es interpretar comprensivamente las prácticas pedagógicas del docente investigador y su relación con las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto.

Uno de los resultados de la investigación será que cambios se generaron en las prácticas pedagógicas del docente investigador, y cuál fue el impacto en el favorecimiento de las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto.

### **3.3 Diseño Investigación Acción**

El diseño del presente trabajo es la investigación acción, su finalidad es comprender y resolver situaciones problemáticas específicas en un contexto determinado, en este caso, se pretende comprender, intervenir y resolver el planteamiento de la investigación que gira en torno a la transformación de las prácticas pedagógicas del docente investigador y la mejora de las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto.

La investigación acción, conduce a cambiar al mismo tiempo en que interviene, es por ello que es la más apropiada para realizar transformaciones de las practicas pedagógicas del docente investigador como la mejora en las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto.

El proceso de investigación acción consta de tres momentos estrechamente relacionados. Lewin (1948), citado por Parra (2002) dice: “el proceso de investigación acción está constituido por tres etapas o momentos: la planificación, la ejecución y la observación o evaluación”. (p.116). En la planificación se hace una reflexión sobre la situación o la pregunta de investigación teniendo en cuenta todos los registros utilizados y se elabora un plan de acción. En la ejecución se pone en marcha el plan de acción que pretende mejorar la situación inicial. La observación y la evaluación permiten identificar los aciertos y dificultades tanto del plan de acción como de la planificación, para realizar los correctivos pertinentes. La relación entre estas tres etapas las explica Parra (2002):

La planificación se va modificando durante la acción, y la acción, a su vez, es guiada por la planificación de un modo flexible que se acomoda tanto a los objetivos generales como a las contingencias e imprevistos propios de todo proceso social. El elemento que hace posible esta interrelación es la evaluación permanente. (p. 117)

Teniendo en cuenta que el proceso de la investigación propuesta obedece a una serie de pasos continuos en espiral donde se parte de un diagnóstico, luego se realiza una propuesta de cambio que se implementa y evalúa para realizar un nuevo diagnóstico, dando origen a otro ciclo.

El docente investigador por estar inmerso en el aula, conoce de primera mano los problemas que se presentan y para darle solución a estos problemas, la investigación acción ofrece un modelo investigativo cíclico, combinando la teoría, práctica y la reflexión para proponer soluciones concretas y eficaces, con el fin de profesionalizar cada vez más la tarea docente.

Mediante la investigación acción es posible cualificar las prácticas pedagógicas del docente, las nuevas experiencias a las que se enfrenta el docente investigador, le permiten generar cambios actitudinales como también cambios en las concepciones para enseñar las matemáticas. Gracias a la investigación acción, el docente consolida unos nuevos saberes pedagógicos enriqueciendo cada día más su praxis pedagógica y además aportando un grano de área a la calidad de la educación de nuestro País. Como lo afirma Parra (2002), “las teorías que el profesor construye, a partir de su experiencia y sobre ella, cuando son compartidas y comunicadas, contribuyen a la creación de una cultura común de la práctica educativa” (p. 123).

### **3.4 Población**

Mercaderes es un municipio de Colombia, situado en el suroeste del país, en el departamento del Cauca. La población fue fundada en 1535, por Juan de Palomino. Disfruta de una temperatura de 22°C, su gente amable y acogedora suma una población de más de veinte mil habitantes.

La Institución Educativa Juan XXIII está ubicada en la zona urbana del municipio de Mercaderes Cauca, frente a la plaza Juan Montón Blasco por la vía principal. La Institución Educativa Juan XXIII fue fundada en el año en 1965 y es de carácter oficial. Presta el servicio educativo a nivel preescolar, primario y secundario.

La población con que se trabajó en esta investigación, fueron 28 estudiantes de grado sexto A de la Institución Educativa JUAN XXIII. Fueron 17 niñas y 11 niños. La edad promedio fue de 12 años de edad. Los estudiantes están en estratos socioeconómicos entre 1 y 2, todos son de la cabecera municipal.

En el grado sexto A, a nivel general presentan una buena convivencia entre estudiantes y demuestran respeto por el docente y la clase. En el ámbito académico en el área de matemáticas es básica, según escala valorativa de 1 a 5, el promedio general del curso en el primer, segundo y tercer periodo es de 3,91.

En el área de matemáticas la participación es regular, algunos estudiantes no participan porque se sienten inseguros de sus conocimientos, les cuesta mucho justificar sus respuestas con relación a la solución de un problema. Demuestran interés por superarse pero a la gran mayoría se les dificulta aplicar estrategias para resolver un problema matemático. En la parte aritmética, poseen buenas habilidades con los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división. Poseen dificultades para comprender un problema y tomar decisiones para encontrar su solución.

### **3.5 Categorías De Análisis**

Se establecieron dos categorías de análisis relacionados con el problema de investigación; las prácticas pedagógicas del docente investigador y las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto A.

Cada categoría se analizó bajo cuatro subcategorías. La planificación, disposición de los estudiantes, materiales y recursos y resultados alcanzados relacionados con las prácticas pedagógicas. La justificación, habilidad numérica, comunicación de ideas matemáticas e identificación y generalización de patrones, relacionadas con las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes.

Tabla 3  
*Categorías y subcategorías de análisis*

Categorías	Subcategorías
<b>Enseñanza de las habilidades de razonamiento matemático</b>	Planificación Metodología de clase Evaluación Resultados alcanzados
<b>Aprendizaje de las habilidades de razonamiento matemático</b>	Justificación de estrategias Habilidad numérica Comunicación de ideas matemáticas Identificación y generalización de patrones

### 3.5.1 Definiciones de las subcategorías

Para analizar la categoría de la enseñanza con relación a las prácticas pedagógicas del docente investigador, se tuvo en cuenta cuatro subcategorías. Estas subcategorías nacen de acuerdo al rol que desempeña el docente investigador basado en tres momentos; el antes, durante y después de clase. Se refiere a la planificación, esencial para crear y organizar todo lo que se va a desarrollar en el aula, la disposición de los estudiantes, el material y recursos y finalmente los resultados alcanzados.

**Planificación.** Se refiere a la capacidad de organizar y programar las actividades de aula de acuerdo a unos objetivos. El docente investigador planifica teniendo en cuenta tres momentos, antes, durante y después de clase. Es importante usar estrategias de enseñanza, como afirma Anijovich (2009), “son el conjunto de decisiones que toma el docente para orientar

la enseñanza con el fin de promover el aprendizaje de sus alumnos” (p. 4). Las decisiones en esta investigación son la secuenciación de las actividades de acuerdo a los objetivos de la investigación, el contexto sociocultural de los estudiantes, el trabajo colaborativo para favorecer la comunicación e intercambio de ideas matemáticas, el tiempo, los recursos, materiales y procesos de evaluación.

**Metodología de clase.** Se refiere al método o forma de enseñar al estudiante. Algunos aspectos que influyen en la metodología son la experiencia del docente, las concepciones propias sobre lo que es enseñar, los objetivos de aprendizaje, los contenidos temáticos y la actitud del estudiante frente a la enseñanza del docente investigador.

Dependiendo de los aspectos mencionados en el párrafo anterior, se elige un método que facilite la enseñanza y por tanto el aprendizaje de los estudiantes. Se diseña una clase para que los estudiantes estén activos en su aprendizaje y sean los actores principales. Una de las características de la disposición de los estudiantes frente a la enseñanza es la apropiación del desarrollo de las tareas, una buena participación y un clima de aula favorable para los procesos de enseñanza aprendizaje.

**Materiales y recursos.** Elementos que utiliza el docente para llevar a cabo su clase: material fotocopiado, calendario matemático, video beam, computador y video cámara.

**Resultados alcanzados.** Analizar si se alcanzaron los objetivos propuestos para la clase, y que dificultades se encontró en la enseñanza, mencionar algunos obstáculos.

La segunda categoría está enfocada en el estudiante, en el proceso de aprendizaje. Se analiza los avances en las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes, como la justificación de estrategias, la habilidad numérica, la comunicación de ideas matemáticas y la identificación y generalización de patrones. Las actividades implementadas en el aula, fueron diseñadas para favorecer estas habilidades de razonamiento matemático.

**Justificación de estrategias.** Se refiere a las diversas formas que el estudiante utiliza para justificar sus estrategias utilizadas en la solución de una situación matemática, pueden ser orales o escritas.

**Habilidad numérica.** Es la capacidad numérica que posee un estudiante para realizar operaciones básicas, como la suma, resta, multiplicación y división en forma ágil y correcta.

**Comunicación de ideas matemáticas.** Esta habilidad se refiere a la forma de comunicar las ideas matemáticas que se están trabajando en el aula.

**Identificación y generalización de patrones.** Se refiere a la habilidad para determinar sucesiones a partir de una regla dada y realizar expresiones generales a partir de sucesiones numéricas y figurativas.

### **3.6 Instrumentos de recolección de información**

Para recolectar la información que sustente y justifique la presente investigación, se aplicaron cuatro instrumentos que permite obtener datos proporcionados por estudiantes y las prácticas pedagógicas del docente investigador. Los instrumentos para la recolección de datos, que se utilizaron son.



### ***3.6.1 Diario de campo.***

Es una herramienta potente que permite describir lo que ocurre en el aula, desde el punto de vista desde el docente investigador. Su importancia radica en la interpretación objetiva se haga al analizar la información recolectada por este medio. El docente investigador anotó sus observaciones sobre lo que ocurría en el aula al momento de implementar las actividades. Hubo reflexiones fuera del aula realizadas con colegas docentes y con el asesor que fueron tenidas en cuenta en esta herramienta. La información recolectada a través del diario de campo, permitió detectar que la enseñanza del docente investigador era tradicionalista, es decir, enfatizada en la ejercitación de algoritmos y la memoria de conceptos. Luego, con el desarrollo de las actividades se brindó espacios de aprendizaje basados en la participación de los estudiantes, en la construcción de conceptos matemáticos, preguntas orientadoras y el fortalecimiento de habilidades de razonamiento matemático.

La relación del diario de campo con las categorías de análisis es muy estrecha, puesto que se tomó registros escritos de la práctica pedagógica del docente investigador en tres momentos, antes, durante y después de clase. Se tuvo en cuenta la planeación de las estrategias y sus respectivas actividades, la implementación de las acciones en la clase y finalmente los resultados alcanzados.

### ***3.6.2 Recursos visuales (video y fotografía).***

Soportado en material foto, video y audio. Se organizó la información realizando una clasificación de las fotos, los videos y las grabaciones de audio en cada una de las implementaciones en el aula. Estos registros de observación permitieron realizar el proceso de

reflexión de una manera más detallada de acuerdo a los objetivos del trabajo. Se realizaron registros fotográficos durante toda la investigación. Fue necesario grabar las clases del docente investigador para analizar sus prácticas pedagógicas, teniendo en cuenta las subcategorías de análisis con relación a la enseñanza.

Se tomaron fotografías de todas las actividades desarrolladas por los estudiantes y docente investigador, cada una de sus participaciones de los estudiantes y las explicaciones del docente registradas en el tablero, organización de los estudiantes en el aula en el trabajo individual y colaborativo, entre otras.

### ***3.6.3 Producciones de los estudiantes.***

Todos aquellos que hicieron parte de las actividades que se desarrollaron dentro de la estrategia planteada, incluyendo videos, exposiciones, talleres, guías, y apuntes. Estas producciones permitieron monitorear los avances de las habilidades de razonamiento matemático, retroalimentar las dudas de los estudiantes y observar el progreso en el aprendizaje. Se recolectó las estrategias de solución a los problemas del calendario matemático, el progreso en las habilidades numéricas, las habilidades comunicativas al exponer la solución de los problemas y la identificación de patrones y generalizaciones. Esta información permitió contribuir con los objetivos de la investigación.

Las producciones de los estudiantes guardan estrecha relación con las subcategorías de análisis del aprendizaje, porque el desarrollo de cada una de las actividades brinda espacios de aprendizaje para favorecer las habilidades del razonamiento matemático.

### **3.6.4 Encuesta.**

Se realizó una encuesta para estudiantes sobre como el docente investigador organiza, desarrolla y evalúa las clases. Se tomó un modelo de encuesta para estudiantes diseñado por el ministerio de educación nacional, aplicado para la evaluación anual de desempeño laboral de docentes y directivos docentes según decreto ley 1278 de 2002. (Ver anexo 12).

En la encuesta para estudiantes se presentan una serie de aspectos relevantes para valorar el desempeño del docente investigador con la mayor objetividad posible.

### **3.7 Plan de Acción**

Teniendo en cuenta la metodología de la investigación acción, se realizaron tres ciclos de planeación, implementación, evaluación y reflexión, sobre las prácticas pedagógicas del docente investigador para favorecer las habilidades de razonamiento matemático en la solución de situaciones problemáticas.

En el mes de septiembre de 2016 se da inicio a la investigación al detectar en el aula dificultades en los procesos de razonamiento matemático en la solución de situaciones problema en estudiantes de grado sexto A de la Institución Educativa Juan XXIII. En el transcurso del año 2017 se realiza el proceso formal de la investigación, con el diseño y la implementación de tres estrategias para solucionar el problema con varias actividades relacionadas con las habilidades de razonamiento matemático.

La primera estrategia se diseñó con el objetivo de favorecer principalmente habilidades de razonamiento matemático como el planteamiento de preguntas, la justificación de estrategias

de solución y la habilidad numérica. Se implementaron diferentes problemas en el aula relacionados con sucesiones numéricas, ordenamiento de números, discriminación visual, conteo de figuras, rompecabezas, caras ocultas y perímetros y áreas. Todos los problemas que se implementaron en el aula fueron basados en el Calendario Matemático.

La segunda estrategia se diseñó con el objetivo de favorecer principalmente la habilidad de razonamiento como es la identificación y generalización de patrones numéricos y la justificación de estrategias de solución. Se implementó una actividad diagnóstica para determinar el nivel de habilidad en la identificación y generalización de patrones, luego se realizó una serie de actividades para mejorar el nivel de habilidad y finalmente se implementó una prueba final para determinar el avance en los niveles de habilidad en la identificación y generalización de patrones numéricos.

La tercera estrategia se diseñó con el objetivo de favorecer principalmente la habilidad de razonamiento como es la comunicación de ideas matemáticas y la justificación de estrategias de solución. Cada estudiante se le brindó la oportunidad de resolver situaciones problema y luego comunicar su proceso de solución.

### **3.8 Estrategias de solución al problema**

#### ***3.8.1 Estrategia 1. “Pienso, razono y argumento con el Calendario Matemático”.***

Tiempo de ejecución.

Enero 27 – Mayo 15 de 2017.

**Objetivo de la estrategia.**

Favorecer las habilidades de razonamiento matemático como el planteamiento de preguntas, la justificación de estrategias y la habilidad numérica en la solución de problemas basados en el Calendario Matemático.

**Descripción general de la estrategia.**

Se aplicó el calendario matemático porque ofrece variados y recreativos problemas, relacionados con las sucesiones numéricas, ordenamiento de números, discriminación visual, conteo de figuras, rompecabezas, caras ocultas y perímetros y áreas. Estos problemas permiten un ambiente propicio para favorecer el aprendizaje de las habilidades en los razonamientos matemáticos.

**Aplicación de la estrategia.**

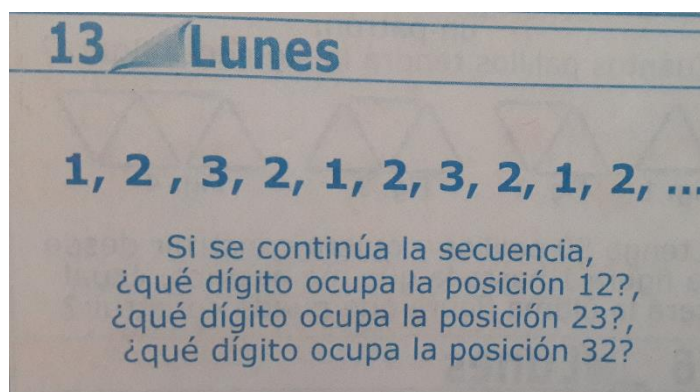
Los problemas del Calendario Matemático fueron agrupados en los siguientes temas: sucesiones numéricas, ordenamiento de números, discriminación visual, conteo de figuras, rompecabezas, perímetros y áreas. Cada estudiante realizaba de manera individual cada problema, luego se reunía con dos compañeros más al azar para comparar las estrategias de solución y finalmente consolidaban un solo trabajo para socializarlo al grupo. En la socialización del problema se tenía en cuenta: las preguntas, justificaciones y argumentos, las conjeturas y las habilidades numéricas.

### Sucesiones numéricas

Las sucesiones numéricas son una secuencia ordenada de números, dispuestos entre sí por una ley de formación, la cual se obtiene empleando las operaciones básicas de: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. El desarrollo de estos ejercicios le permite al estudiante observar y hallar la relación que existe entre los números y poder encontrar la ley de formación para poder encontrar cualquier término de la sucesión.

En este tipo de ejercicios el docente inicia con preguntas que le permitan al estudiante descubrir por sí solo cual es el patrón numérico. El docente pregunta ¿Qué número continúa en la secuencia? ¿Los números son iguales? ¿Cuál es la relación que existe entre la posición y el término de la secuencia? El docente les pide a los estudiantes que escriban los siguientes números de la secuencia que ellos piensan, para luego compararlas con los compañeros y justificar si sus respuestas estas correctas.

Figura 5. Problema del Calendario Matemático relacionado con secuencias numéricas



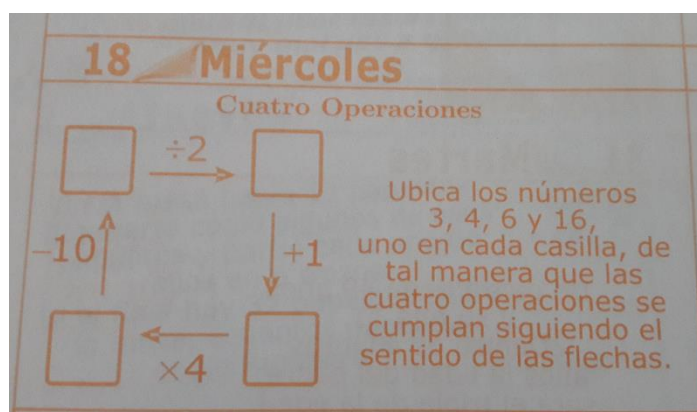
Fotografía, ejercicio propuesto por el Calendario Matemático 2017

### Ordenamiento de números

Para realizar este tipo de problemas, el estudiante tenía que buscar regularidades entre el conjunto de números dados e ir asignando su ubicación en la figura según las características pedidas. Este tipo de problemas le permite favorecer al estudiante la habilidad numérica, una de las habilidades del razonamiento matemático.

El docente les pide a los estudiantes que tengan en cuenta las condiciones del problema. Insiste en que verifiquen los resultados de las operaciones.

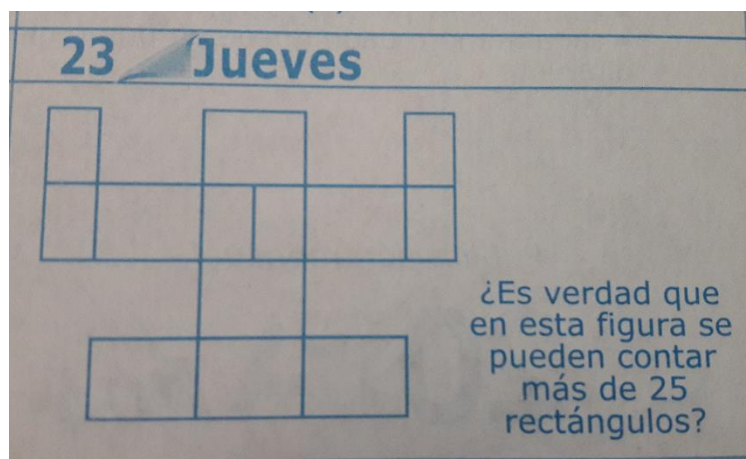
*Figura 6.* Problema del Calendario Matemático relacionado con ordenamiento de números



### Conteo de figuras

Este tipo de problemas consiste en hallar la máxima cantidad de figuras geométricas contenidas en otra figura. El desarrollo de este tipo de problemas le permiten al estudiante favorecer principalmente la habilidad para justificar las estrategias de solución en el conteo de figuras.

Figura 7. Problema del Calendario Matemático relacionado con conteo de figuras

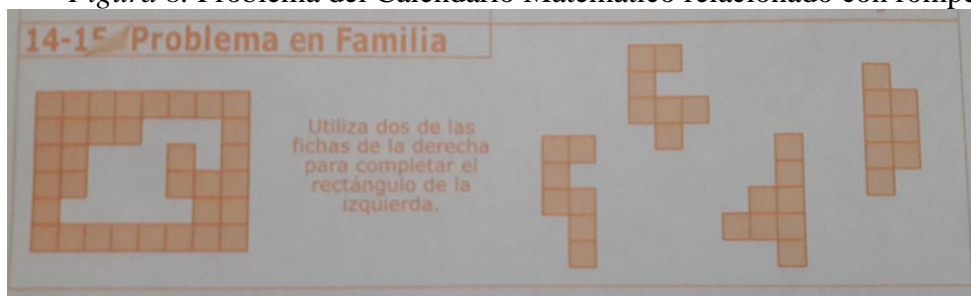


### Rompecabezas

Los rompecabezas con figuras geométricas son actividades llamativas para los estudiantes, ya que se divierten, se entretienen y aprenden. Este tipo de problemas favorecen varias habilidades matemáticas y entre ellas, estimulan la capacidad de planear y diseñar estrategias.

El docente les realizaba preguntas a los estudiantes para exigirles que justifiquen sus estrategias de solución. Estas preguntas muchas veces les permitían a los estudiantes buscar otras posibilidades para solucionar el problema.

Figura 8. Problema del Calendario Matemático relacionado con rompecabezas





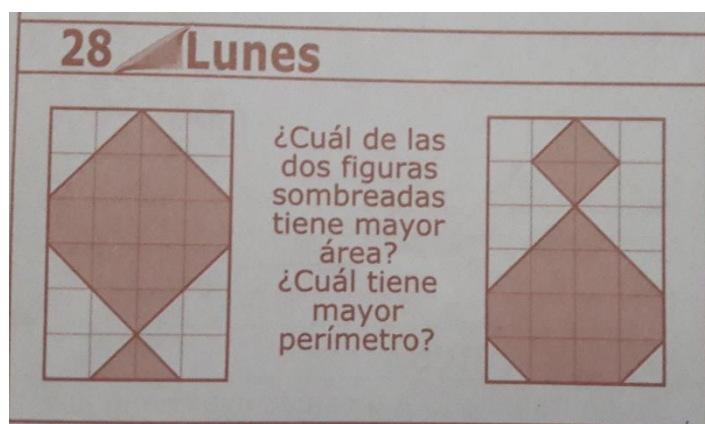
## Perímetros y áreas

Para resolver este tipo de problemas, el estudiante debe tener muy claro que es el área y perímetro y como calcularlos en diferentes situaciones. Los perímetros y áreas de los problemas implementados en el aula siempre fueron relacionados con el cuadrado, rectángulo y triángulo.

El docente inicio preguntándoles a los estudiantes ¿Cuál es la diferencia entre el área y perímetro? En este tipo de problemas el estudiante siente la necesidad de saber que es el área y el perímetro y como calcularlo según la figura, puesto que debe justificar como solucionaron el problema.

Al principio los estudiantes dudaban de sus conocimientos sobre los conceptos de área y perímetro. El docente les pedía que expliquen y justifiquen como calculaban el área y el perímetro de una figura geométrica relacionados con cuadrados, rectángulos y triángulos. A medida que se iban desarrollando este tipo de problemas, los estudiantes mejoraban sus justificaciones y explicaciones de las estrategias para solucionar el problema.

Figura 9. Problema del Calendario Matemático relacionado con perímetros y áreas



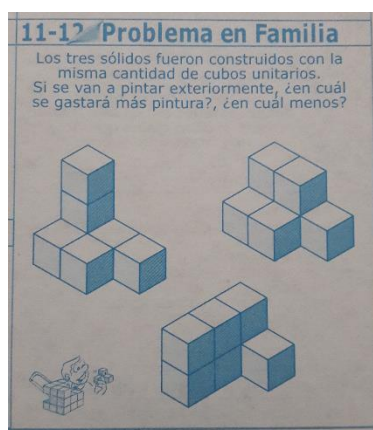
## Caras ocultas

Las caras ocultas son las que no se ven desde algunas posiciones de un observador. Este tipo de problemas le permiten favorecer al estudiante las habilidades de justificación de estrategias basados en la percepción visual de construcciones de sólidos con cubos.

El docente les pide a los estudiantes que cuenten las caras que se pueden pintar de cada sólido. Los estudiantes deben contar todas las caras visibles de cada sólido y elegir el sólido con mayor número de caras.

Al principio le cuesta mucho al estudiante imaginar las caras ocultas y contarlas, pero a medida que se explica las habilidades mejoran.

*Figura 10.* Problema del Calendario Matemático relacionado con caras ocultas



## Discriminación visual

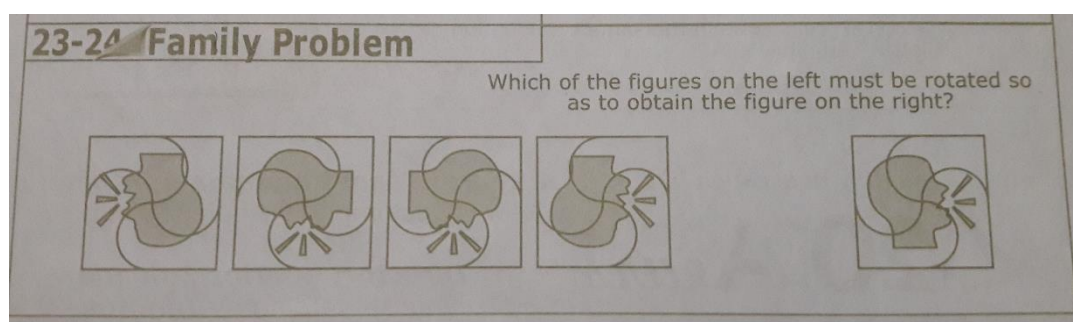
En estos tipos de problemas, se presenta un conjunto de figuras con características muy similares a otra. El estudiante debe encontrar la figura en el conjunto que tenga las mismas

características de la figura dada. La discriminación visual facilita la observación y la comprensión de las imágenes por parte de los estudiantes. Los estímulos visuales permiten estimular la capacidad para determinar las características exactas de una forma comparada con otras de características similares. Con este tipo de problemas, se está favoreciendo la habilidad para justificar o dar razones de por qué se eligió una imagen.

Cuando el docente presentó este tipo de problemas, la mayoría de los estudiantes se aceleraba en dar la respuesta, pero se le pedía que justifique porque había elegido esa opción, poco a poco descubrían que existían características diferentes a la imagen correcta.

El docente les pedía a los estudiantes que todas las respuestas deben ser debidamente justificadas, para evitar la copia. Los estudiantes empezaron a comprender que lo importante no era la solución o respuesta, lo más significativo son las justificaciones o los procesos de resolución que se emplea para dar solución a un problema.

*Figura 11.* Problema del Calendario Matemático relacionado con discriminación visual



### **Evaluación.**

Los variados problemas implementados en el aula sobre las sucesiones numéricas, ordenamiento de números, la discriminación visual, el conteo de figuras, los rompecabezas, las

caras ocultas y los perímetros y áreas, basadas en ejercicios del Calendario Matemático permitieron fortalecer habilidades de razonamiento matemático, principalmente como la justificación y la argumentación de estrategias, el planteamiento de preguntas y la habilidad numérica. Cada problema planteado en el aula, el docente exigía a sus estudiantes su debida justificación y argumentación. El docente siempre cuestionó las respuestas de sus estudiantes, para mejorar cada vez más las razones de por qué esa solución al problema.

En el aula es importante que el docente exija a sus estudiantes que justifiquen y expliquen sus estrategias de solución a un problema matemático, de esta manera los estudiantes consolidaran de mejor manera sus ideas matemáticas y se favorecerá en gran medida las habilidades de razonamiento matemático.

### **Reflexión.**

La gran variedad de problemas implementados en el aula relacionada con el Calendario Matemático, fueron una herramienta muy útil dentro de la clase de matemáticas, porque crea un ambiente de aprendizaje propicio para pensar, razonar y argumentar. En el aula es positivo observar y escuchar como los estudiantes intercambian ideas de como solucionaron el problema. Estos intercambios de ideas de los estudiantes son los que hay que rescatar dentro del aula para favorecer las habilidades comunicativas y de pensamiento.

Los diferentes tipos de problemas implementados en el aula, por si solos en el aula no movilizan óptimamente las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes. El docente es quien dinamiza la clase, realizando preguntas orientadoras a los estudiantes para que reflexionen sobre su aprendizaje, escuchando atentamente las justificaciones y explicaciones

de las soluciones de los problemas, implementando el trabajando colaborativamente y realizando retroalimentaciones oportunas para ampliar o profundizar las ideas matemáticas.

Una de las habilidades del razonamiento matemático que poco se trabajó con los problemas implementados, fue la identificación y la generalización de patrones numéricos y de figuras. Por esta razón, fue necesario planear una segunda estrategia con varias actividades que permitiera favorecer la identificación y generalización de patrones numéricos.

### **Cronograma.**

A continuación se muestra el cronograma de la estrategia 1 que se utilizó en la aplicación de la estrategia.

Tabla 4  
*Cronograma de planeación de la estrategia 1*

ACTIVIDAD	MES (2017)				
	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY
Planeación de la estrategia 1					
Solicitar el Calendario Matemático al proyecto de matemática recreativa					
Implementación de los problemas en el aula					
Reflexión y evaluación					

### **3.8.2 Estrategia 2. “Razono de lo particular a lo general”.**

Tiempo de ejecución.

Abril 10 - Junio 10

#### **Objetivo de la estrategia.**

Favorecer las habilidades de razonamiento matemático principalmente la identificación y generalización de patrones numéricos y figurativos, basado en el modelo de razonamiento propuesto por Cañadas y Castro (2007).

#### **Descripción general de la estrategia.**

En esta estrategia se desarrollaron seis actividades, la primera fue una prueba inicial, la segunda un actividad introductoria, la tercera un actividad individual, la cuarta un trabajo en parejas, la quinta un trabajo colaborativo y finalmente una prueba final para evidenciar el mejoramiento en los pasos de los procesos del razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007), los cuales son: trabajo con casos particulares, identificación de un patrón, formulación de una conjetura, justificación de la conjetura y generalización.

La prueba inicial se realizó con el objetivo de tener un punto de referencia acerca de los procesos de razonamiento inductivo utilizados en una actividad sobre sucesiones numéricas y figurativas. Para el diseño de la prueba inicial se tuvo en cuenta los cinco pasos ya mencionados del modelo de razonamiento inductivo.

Teniendo en cuenta los resultados de la prueba inicial, se diseñó y se implementó la primera actividad introductoria sobre las sucesiones numéricas y figurativas, con el objetivo de fortalecer solo tres de los cinco pasos del proceso del modelo razonamiento inductivo.

En un tercer momento se implementó en el aula la segunda actividad, con el objetivo de mejorar los cinco pasos del modelo de razonamiento inductivo.

En un cuarto momento se desarrolló una actividad en binas que permitiera aplicar lo aprendido en la anterior actividad. Al final de esta actividad cada pareja socializó el trabajo realizado a todos sus compañeros.

En un quinto momento se implementó un trabajo colaborativo conformado por cinco integrantes. Se les propuso un rompecabezas siguiendo el modelo de razonamiento inductivo. Al terminar la actividad el grupo debía socializar el trabajo realizado a sus compañeros, contando con detalle sus experiencias de aprendizaje.

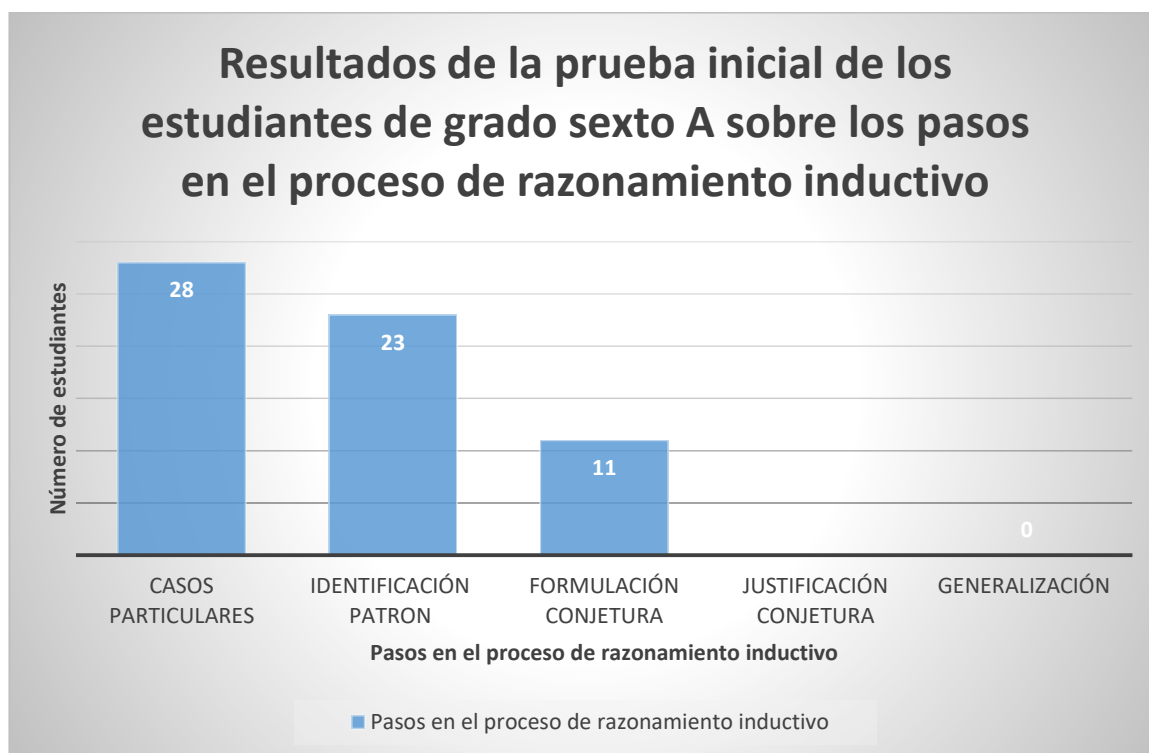
Finalmente, se realizó una prueba final con el objetivo de analizar la mejora en los pasos del proceso de razonamiento inductivo del grupo de estudiantes de grado sexto A.

### **Aplicación de la estrategia.**

#### **Prueba inicial.**

A continuación se muestran los resultados obtenidos en la prueba inicial (Anexo 5), teniendo en cuenta los cinco pasos en el proceso del razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007) (figura 3).

*Figura 12.* Resultados de la prueba inicial de los estudiantes de grado sexto A sobre los pasos en el razonamiento inductivo



La anterior grafica muestra que ninguno de los 28 estudiantes de grado sexto A, alcanza los pasos de justificación de conjeturas y la generalización. El 100% de los estudiantes de grado sexto A, alcanza el primer paso en el proceso de razonamiento inductivo. De la gráfica 3, también es posible concluir que a medida que los pasos en el proceso de razonamiento inductivo son más complejos, disminuye el número de estudiantes.

Los resultados que obtuvieron de los estudiantes en la prueba inicial, sirvieron de apoyo para planear las siguientes actividades, con el objetivo de que los estudiantes de grado sexto A, alcancen procesos de razonamientos inductivos más superiores como son la justificación y generalización de patrones.



### **Actividad introductoria.**

Para realizar la introducción a la actividad sobre la importancia de mejorar las habilidades en el razonamiento inductivo para realizar procesos cognitivos más complejos como es la generalización, primero se indagó sobre las ideas previas de los estudiantes sobre las sucesiones de números y figuras. Las preguntas fueron: ¿Qué es una sucesión? ¿Ejemplos de una sucesión? ¿Para qué sirven las sucesiones?

Luego, en la sala de audiovisuales de la Institución Educativa Juan XXIII, se presentó un video titulado “figuras que crecen<sup>2</sup>”, con el objetivo de que los estudiantes reflexionen sobre la existencia de patrones que crecen, la importancia de las sucesiones tanto en la matemática como en otros campos del saber cómo las ciencias. Después de presentar el video y retroalimentar las ideas de los estudiantes, se les propuso desarrollar la actividad introductoria (Anexo 6).

Los estudiantes iban desarrollando la actividad introductoria con el apoyo de una presentación animada de power point preparada por el docente-investigador. A medida que se avanzaba en el desarrollo de la actividad, también se aclaran preguntas. Al final de clase se realizó la retroalimentación de la actividad, revisando y corrigiendo las respuestas de los estudiantes.

---

<sup>2</sup> Para ver el video se puede consultar la siguiente dirección en YouTube [https://www.youtube.com/watch?v=N6K\\_65o4S4A](https://www.youtube.com/watch?v=N6K_65o4S4A)

### **Trabajo individual.**

En el aula de clases de grado sexto A, se les propuso a los estudiantes que realizaran de forma individual la actividad (Anexo 7), poniendo en práctica lo aprendido en la actividad introductoria.

En la actividad se planteó un ejercicio de sucesión de figuras, con el objetivo de que el estudiante fortalezca solo los tres primeros pasos del modelo de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas y Castro (2007) que son: trabajo con casos particulares, identificación de un patrón y formulación de una conjetura.

Gracias al proceso de observación en el aula realizado por el docente-investigador, los estudiantes objeto de estudio, realizaron con éxito la actividad. Al revisar las respuestas 24 de 28 estudiantes respondieron adecuadamente todas las preguntas de la actividad. Los otros cuatro estudiantes no contestaron la última pregunta de la actividad.

### **Trabajo en parejas.**

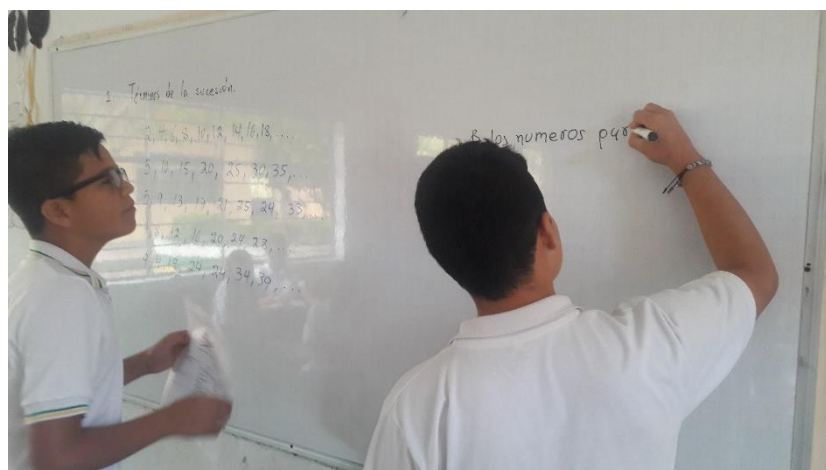
Esta actividad fue diseñada con el objetivo de poner en práctica lo aprendido en las anteriores actividades y además fortalecer los dos últimos pasos del proceso de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007) que como son: la justificación de la conjetura y la generalización.

La actividad se realizó en parejas escogidas por los mismos estudiantes. El primer punto de la actividad consistía en verificar las reglas correctas que generaban una sucesión de números (Anexo 8). El segundo punto de la actividad, consistía en completar una tabla con

información incompleta. La pareja de estudiantes debía identificar un patrón, justificar una conjetura y escribir una regla en forma general, favoreciendo así los pasos en el proceso de razonamiento inductivo.

En la siguiente clase, los estudiantes debían venir preparados para socializar el desarrollo de la actividad a sus compañeros. Cada pareja era elegida al azar por el docente-investigador para exponer sus argumentos y justificaciones de como hicieron un ejercicio en particular de la actividad.

*Figura 13.* Estudiantes socializando la actividad en parejas



La pareja que era elegida salía al tablero a exponer sus justificaciones que tuvieron en cuenta para encontrar la regla general de una sucesión de números. Cada pareja de estudiantes contaba con 5 minutos como máximo.

### **Trabajo colaborativo.**

Se formaron al azar grupos de cuatro estudiantes para iniciar con el trabajo colaborativo. Se les entregó un puzle de sucesiones numéricas. El objetivo fue organizar que los primeros

términos de la sucesión, correspondieran con su respectiva regla general, acompañado de un caso particular (Anexo 9).

*Figura 14.* Estudiantes realizando la actividad colaborativa



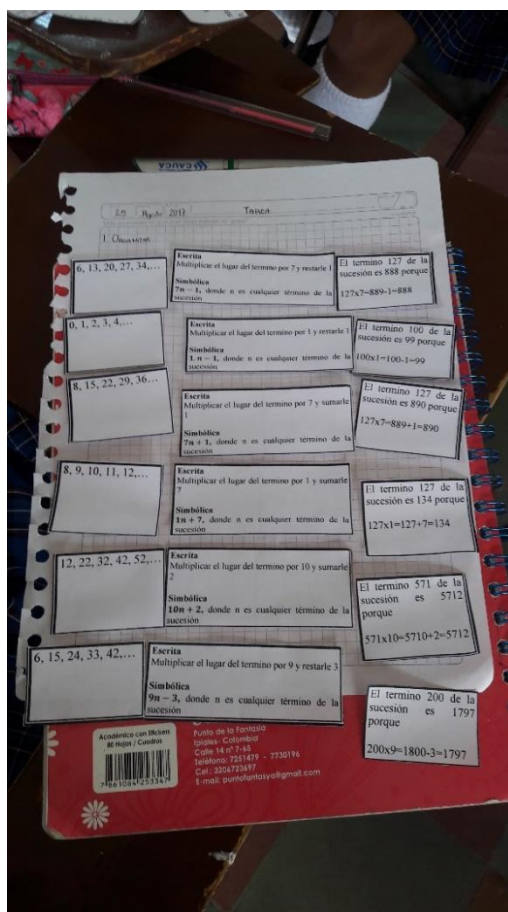
Para organizar todo el puzle, los estudiantes debían trabajar colaborativamente y poner en práctica las habilidades que se desarrollaron en las anteriores actividades.

El rol que desempeñó el docente-investigador fue de orientador y permitió observar la manera en que los estudiantes cada vez mejoraban sus habilidades en los razonamientos inductivos, mejoraban sus justificaciones para identificar un patrón, proponían y justificaban mejor las conjeturas y determinaban la regla general de la sucesión.

En la siguiente clase de matemáticas, cada grupo de estudiantes debía explicar con detalle solo un ejercicio de la actividad. En la explicación debían hablar también que tipo de obstáculos tuvieron en el ejercicio y como les pareció la experiencia.

Cuando cada grupo realizaba la socialización de su actividad, el resto de los estudiantes revisaba y comparaba los resultados del grupo expositor con sus propios resultados. Al final de la clase, todos los estudiantes entregaron satisfactoriamente el trabajo colaborativo finalizado.

Figura 15. Evidencia del trabajo colaborativo realizado por un grupo de estudiantes

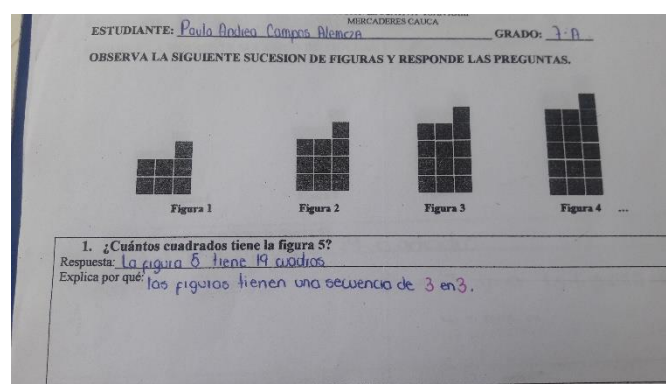


### Prueba final.

Se realizó la prueba final de carácter individual con el objetivo de comprobar el mejoramiento de los pasos en el proceso de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007). (Anexo 10)

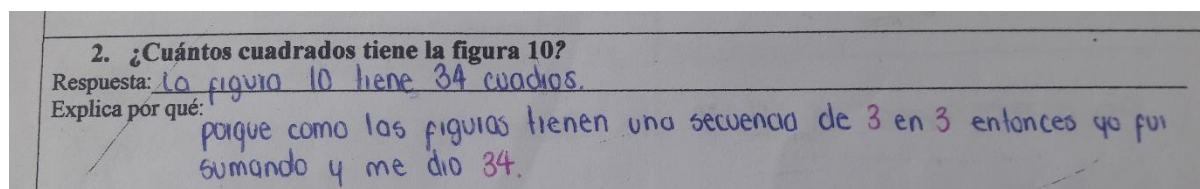
La pregunta 1, estaba relacionada con el trabajo con casos particulares. El estudiante cuenta los cuadrados unitarios en cada figura, para saber cuántos cuadrados tendrá la siguiente figura. Todos los estudiantes respondieron muy bien a esta pregunta y sus explicaciones fueron consecuentes con su respuesta.

Figura 16. Registro de la actividad final (pregunta 1)



La pregunta 2, se realizó teniendo en cuenta la identificación de un patrón. Para responder la pregunta y explicarla porque, el estudiante tenía que descubrir el patrón para llegar a la figura 10 sin necesidad de hacer todas las figuras. Todas las respuestas de los estudiantes fueron correctas y sus justificaciones afirmaban cual era el patrón y como llegaron hasta la figura 10.

Figura 17. Registro de la actividad final (pregunta 2)



La pregunta 3, se relacionó con la formulación de la conjetura. En esta pregunta se presentaron varias dificultades. Algunos estudiantes justificaron sus respuestas porque

utilizaron la suma para poder llegar hasta la figura 120, sin caer en cuenta que también se podía hacer multiplicando por la posición de la figura y luego sumarle 4. Algunos estudiantes formularon su conjetura y la comprobaron para la figura 120, obteniendo resultados correctos.

Figura 18. Registro de la actividad final (pregunta 3)

3. ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 120?  
 Respuesta: La figura 120 tiene 364 cuadrados  
 Explica por qué: Si multiplicamos  $120 \times 3 = 360$  y le sumamos 4 = 364

La pregunta 4, se relacionó con la justificación de la conjetura. El estudiante tenía que comprobar su conjetura para figuras más alejadas de la primera. Algunos estudiantes enseñaban su conjetura para las primeras figuras y luego las aplicaban para las figuras más grandes. Algunos estudiantes no pudieron llegar hasta este paso del proceso de razonamiento inductivo.

Figura 19. Registro de la actividad final (pregunta 4)

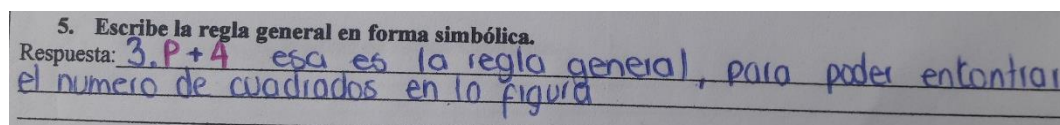
4. Describe la regla general de la sucesión y verifica ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 440?  
 ¿Existe alguna figura que tenga 641 cuadrados? Explica  
 Respuesta: Si multiplicamos  $3 \times 1 = 3 + 4 = 7$  y esta regla me funciona  
 la figura 440 tendrá 1324 cuadrados  
 no existe una figura que me de 641  
 porque todo número multiplicado por 3  
 y el resultado que me de sumarle 4 se pasa

$\begin{array}{r} 155 \\ \times 3 \\ \hline 465 \end{array}$	$\begin{array}{r} 145 \\ \times 3 \\ \hline 435 \\ + 4 \\ \hline 439 \end{array}$	$\begin{array}{r} 150 \\ \times 3 \\ \hline 450 \\ + 4 \\ \hline 454 \end{array}$
--	---	---

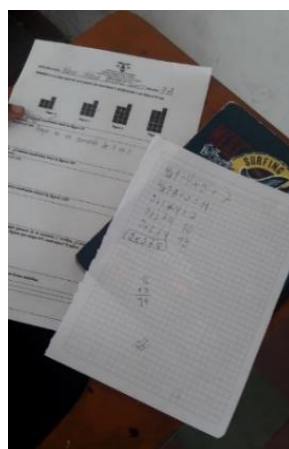
La pregunta 5, se relacionó con el quinto paso llamado generalización. En la prueba inicial ningún estudiante pudo realizar este proceso, pero a medida que se realizaban ejercicios para favorecer esta habilidad, algunos estudiantes respondieron positivamente. Este último paso fue el que causó mayor dificultad a los estudiantes, expresar en forma simbólica la regla general.

Solo pocos estudiantes, pudieron expresar en forma general el patrón que genera la secuencia numérica.

*Figura 20.* Registro de la actividad final (pregunta 5)



*Figura 21.* Estudiante realizando la prueba final

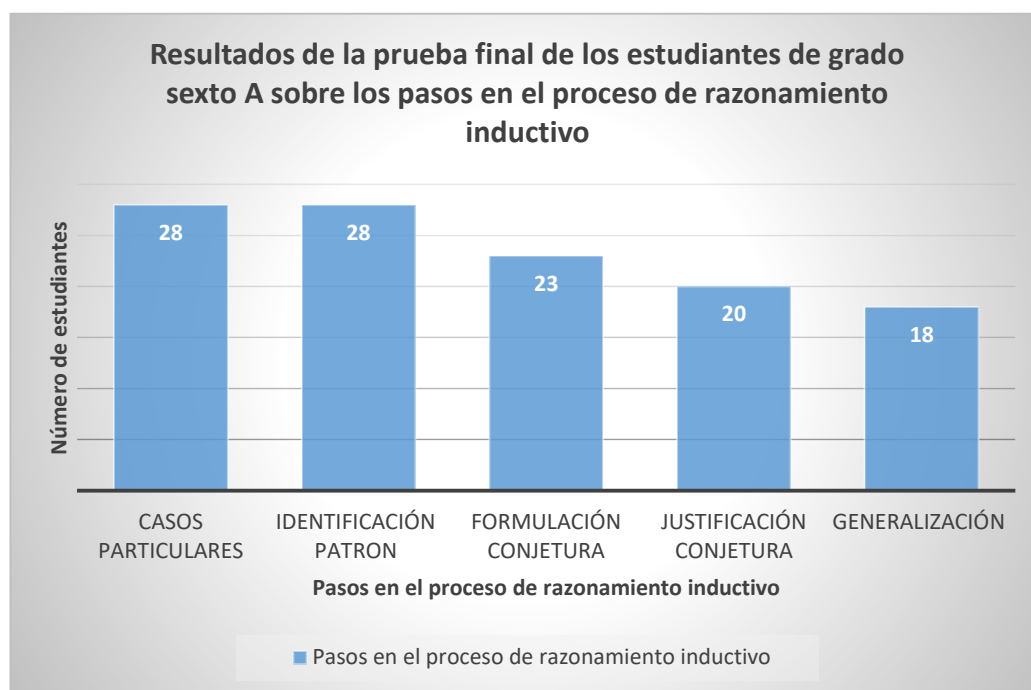


Después de que el grupo de estudiantes terminara de realizar la prueba final, se procedió a su respectivo análisis de resultados.

Los resultados (figura 4), más el proceso de observación del docente investigador muestran resultados significativos con respecto a la prueba inicial. Antes de realizar las actividades el grupo de estudiantes de grado sexto A, no comprendían como expresar una regla general de una sucesión numérica o figurativa. Esto se debe, porque en anteriores espacios de aprendizaje, no les brindaron la oportunidad de desarrollar habilidades relacionadas con el proceso de generalización.



Figura 22. Resultados de la prueba final de los estudiantes de grado sexto A sobre los pasos en el proceso de razonamiento inductivo



El número de estudiantes en cada uno de los pasos en el proceso de razonamiento inductivo mejoró con respecto a la prueba inicial. Las actividades implementadas en el aula, generaron un impacto positivo favoreciendo sus habilidades en el proceso de razonamiento matemático.

### **Evaluación.**

Se cumplió óptimamente con el objetivo de esta estrategia. El modelo propuesto por Cañadas (2007), permite efectivamente favorecer la identificación y generalización de los patrones numéricos y figurativos, puesto que al desarrollar la actividad, el estudiante debe organizar sus ideas y realizar pasos en el proceso de razonamiento inductivo, clave para realizar procesos cognitivos más complejos en la matemática como es la generalización.

Una de los obstáculos que se presentó estuvo relacionado con el último proceso en el razonamiento inductivo, y es la generalización. La gran mayoría de los estudiantes al principio no comprendían muy bien cómo encontrar una regla general a una sucesión de números o figuras. A medida que se fueron desarrollando las actividades, los estudiantes podían comprender y establecer estrategias para proponer una regla general de una sucesión de números o de figuras.

Solo el 64% de los estudiantes de grado sexto A, de un total de 28, alcanzaron a realizar con éxito todos los pasos en el proceso de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007).

Se hace necesario continuar realizando actividades para favorecer las habilidades en los razonamientos matemáticos, brindar espacios de aprendizaje que le permitan al estudiante llegar a procesos como es la generalización.

Es necesario expresar la gran disposición, el interés y la dedicación constante que hubo el grupo de estudiantes del grado sexto A, al momento de socializar y desarrollar todas las actividades.

### **Reflexión.**

Con la implementación en el aula de la estrategia 2, se puede observar que las actividades implementadas en el aula impactan positivamente en las habilidades en el razonamiento matemático al momento de resolver situaciones matemáticas en el aula, en este caso particular con la identificación y generalización de patrones numéricos y figurativos.

Los estudiantes de grado sexto A, demostraron un interés constante en el desarrollo de todas las actividades, actitudes que antes de empezar con el proyecto de investigación no se notaban. Es claro que los estudiantes demuestran simpatía siempre que las situaciones de aprendizaje despierten en ellos un reto y una curiosidad por aprender, de lo contrario sus actitudes son apáticas y poco participativas.

Es necesario usar diferentes recursos dentro del aula, que motive y despierte el interés del estudiante por el aprendizaje. Las estrategias metodológicas de enseñanza son fundamentales, puesto que facilitan el aprendizaje de los estudiantes.

Las habilidades relacionadas con el razonamiento matemático se hace imperativo desarrollarlos en los estudiantes, desde los más pequeños hasta los últimos grados de la secundaria. El encargado de brindar esos espacios de aprendizaje es el docente, por tanto, la reflexión constante y los cambios en su práctica pedagógica favorecen positivamente en el aprendizaje de sus estudiantes.

Es necesario cambiar las concepciones de la enseñanza de las matemáticas, puesto que, su enseñanza no debe ser exclusivamente una repetición de fórmulas y procedimientos algorítmicos que únicamente los entienden y los manejan muy pocos estudiantes. Es necesario, planear actividades en el aula que permita favorecer el desarrollo de procesos y habilidades matemáticas de los estudiantes.

### Cronograma.

Tabla 5  
Cronograma de planeación de la estrategia 2

ACTIVIDADES	DIAS DEL MES DE JUNIO DE 2017																					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Planeación de las actividades sobre Sucesiones Numéricas y Figurativas	■	■	■	■	■																	
Actividad 1. Prueba inicial "Razonamiento inductivo"							■															
Actividad 2. Introducción.								■														
Actividad 3. Trabajo individual.											■											
Actividad 4. Trabajo en parejas.														■	■							
Actividad 5. Trabajo colaborativo (Rompecabezas)																			■	■		
Actividad 6. Prueba Final. "razonamiento inductivo"																					■	

### 3.8.3 Estrategia 3. "Comunicando mis ideas matemáticas".

Tiempo de ejecución. Del 10 al 28 de Julio.

#### Objetivo de la estrategia.

Favorecer las habilidades de razonamiento matemático principalmente la comunicación de ideas matemáticas, en la explicación de las estrategias utilizadas en la solución de situaciones problemáticas.

### **Descripción general de la estrategia.**

A cada uno de los estudiantes objeto de estudio de esta investigación, le fue entregado una situación problemática. La asignación de cada problema se hizo al azar. Cada uno de los problemas estaba relacionados con los siguientes temas: sucesiones numéricas, ordenamiento de números, discriminación visual, conteo de figuras, rompecabezas, caras ocultas y perímetros y áreas.

La tarea encomendada a cada estudiante era resolver el problema asignado y comunicar detalladamente todos los procedimientos y estrategias que fueron utilizados a la hora de resolver la situación problemática. El docente tenía en cuenta la comunicación oral, gráfica y simbólica que cada estudiante utilizaba en la presentación de su tarea, mediante un videoclip, o una presentación de power point, una cartelera o exposición oral en el tablero.

A cada estudiante se le dio el tiempo necesario para realizar dicha tarea y preparar la exposición de sus argumentos utilizados en la solución del problema. Cada estudiante debía preparar muy bien su exposición, con el fin de responder cualquier inquietud que surja en sus compañeros y además en el docente investigador.

### **Aplicación de la estrategia.**

Las instrucciones del docente investigador al grupo de educados fueron las siguientes: escuchar atentamente y en completo silencio toda la exposición de su compañero, al final de cada exposición hay tiempo para las preguntas, aportes o comentarios.

Para evaluar el trabajo, se tenía en cuenta dos aspectos. Primero que el estudiante demostrara una apropiación seria de su problema, manifestada en una comunicación fluida y eficaz de sus argumentos para solucionar el problema. La segunda una buena presentación del trabajo.

A continuación se comparten las comunicaciones realizadas por los estudiantes utilizando el lenguaje simbólico, y oral.

**Problema 1.** Mauricio debe reconstruir un rectángulo utilizando 36 baldosas cuadradas. ¿De cuantas maneras puede hacer esto? ¡Dibuja todas las posibilidades! ¿Cuál de los rectángulos que puede construir Mauricio tiene mayor perímetro? ¿Cuál tiene mayor área?

Figura 23. Registro de la actividad “comunicando mis razonamientos matemáticos”

The image shows a student's handwritten work on grid paper. At the top, it says "15 Cartas" and "Solucion". There are three rectangles drawn on the grid, each with a diagonal line from the top-left to the bottom-right corner. The first rectangle is labeled "1)" and has dimensions 18 by 2. The second is labeled "2)" and has dimensions 12 by 3. The third is labeled "3)" and has dimensions 9 by 4. Below the rectangles, the student has written:

R/ 3 maneras  
 R/P = Lado + lado + lado + lado  
 $P = 18 + 2 + 18 + 2 = 40$   
 $P = 40$

There is a signature "Rafael Bae" written in blue ink to the right of the rectangles.

Se pudo evidenciar que el estudiante utilizó el lenguaje simbólico y gráfico para resolver la situación problema. Graficó por los dibujos representado los rectángulos en una cuadrícula para facilitar su conteo y simbólico porque expresa usando los números y la suma para hallar el perímetro de la figura.

## Problema 2.

Figura 24. Problema matemático el "rincón del juego"

**Rincón del Juego**

**Knossos**

Divide el arreglo en regiones, formadas por casillas, de tal manera que:

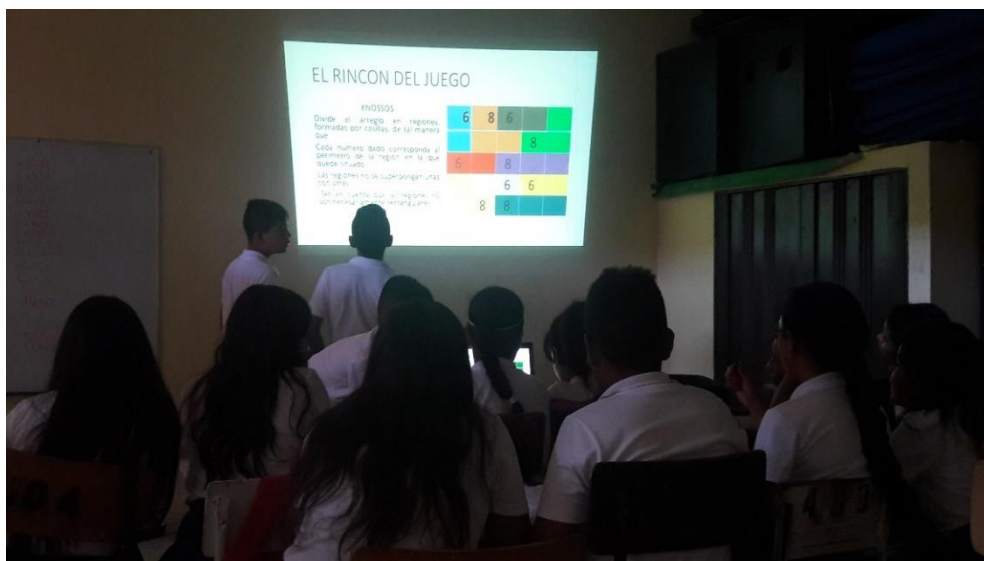
- cada número dado corresponda al perímetro de la región en la que quede situado,
- las regiones no se superpongan unas con otras.

*Ten en cuenta que las regiones no son necesariamente rectangulares.*

6	8	6		
			8	
6		8		
		6	6	
	8	8		

La solución del problema “rincón del juego” conlleva a que el estudiante despierte y ponga en juego cierto tipo de habilidades numéricas y conocimientos de perímetro. El estudiante debe encontrar regiones, para cumplir con las condiciones del problema y conocimientos de perímetro.

Figura 25. Estudiante realizando la exposición de su problema a sus compañeros

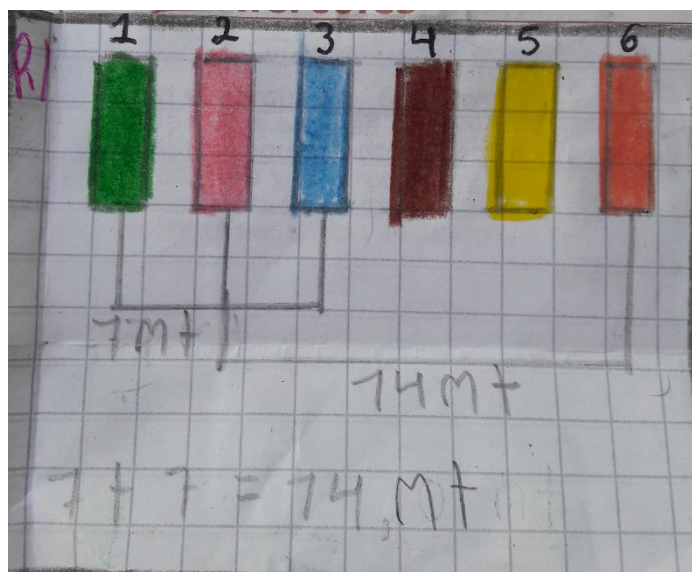


En este problema, el estudiante realizó una descripción oral de cómo había resuelto el problema. El estudiante comentaba que realizó muchos intentos para poder cumplir con todas las condiciones que exigía el problema. Trató de dividir toda la región en rectángulos, pero el estudiante dice que no fue posible, porque no tuvo en cuenta la última condición del problema. Su interpretación equivocada del problema al inicio, le hizo cometer algunos errores que fueron superados al momento de comprender muy bien el problema.

**Problema 3.** En el parque hay 6 postes ubicados en líneas rectas y separadas igualmente. Si entre el perímetro y el tercero hay 7 metros, ¿Cuántos metros hay entre el segundo y el sexto?



Figura 26. Registro de la actividad “problema 3”



En este problema el estudiante utilizó el lenguaje gráfico para representar los 6 postes y además el lenguaje simbólico para expresar su respuesta.

**Problema 4.** Al ubicar uno o varios signos “+” dentro de la expresión 1 2 3 4, se pueden obtener varios resultados, como por ejemplo  $12+3+4=19$  o  $12+34=46$  ¿Cuántos resultados diferentes puedes obtener de esta manera? ¡Escribe todas las posibilidades!

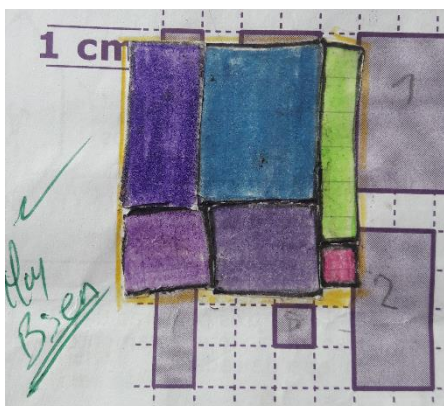
Figura 27. Registro de la actividad “problema 4”

The figure shows a student's handwritten work on grid paper. It lists four equations, each preceded by a blue heart symbol. The equations are:  $1+2+3+4=10$ ,  $123+4=127$ ,  $1+234=235$ , and  $1+2+34=37$ .

Al momento de explicar las estrategias para solucionar el problema, el estudiante afirmaba que solo existían esas cuatro posibilidades, que no había encontrado más. Otro compañero afirmaba que si los números cambiaban el orden se podía encontrar más posibilidades. Pero el estudiante afirmó que esas posibilidades son las únicas conservando el orden cada número. El estudiante utilizó el lenguaje simbólico para explicar la solución al problema.

**Problema 5.** Utilizando seis fichas en total, un cuadrado de lado 1 cm, un cuadrado de lado 2 cm, y cuatro rectángulos de 4 cm x 2 cm, 4 cm x 3 cm , 1 cm x 5 cm 3 cm x 2cm de base por altura. Reconstruir un cuadrado y hallar las dimensiones.

Figura 28. Registro de la actividad “problema 5”

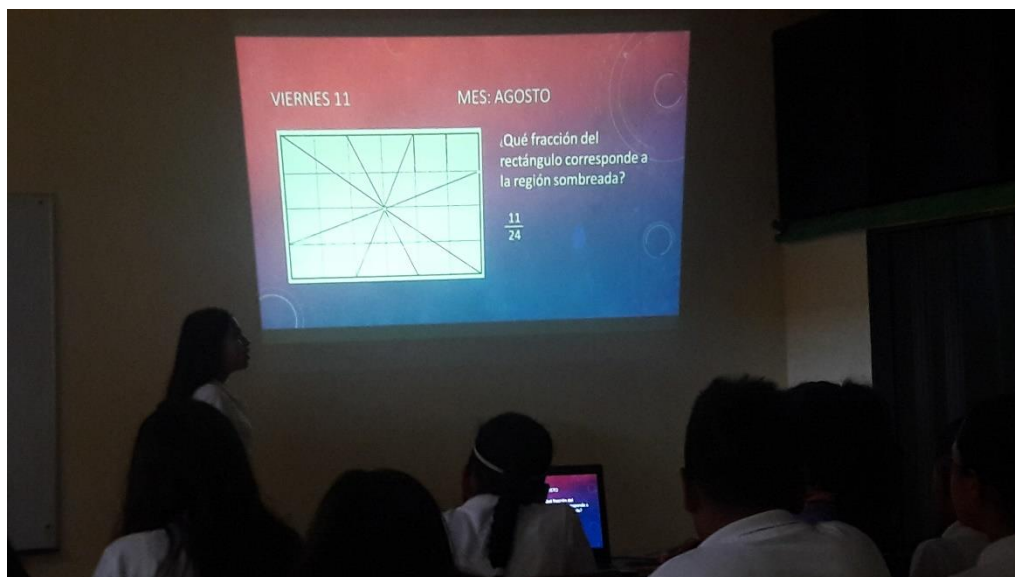


Cuando un estudiante tuvo que exponer este problema, lo hizo llevando las fichas y explicando cómo armaba el cuadrado. El docente le pidió que explicara cuales eran las medidas del cuadrado. El estudiante utilizó el lenguaje grafico para resolver su problema.

**Problema 6.** ¿Qué fracción del rectángulo corresponde a la región sombreada?

En este problema la estudiante primero hizo la cuadrícula y luego contó los cuadrados completos y los incompletos los reconstruyó utilizando diferentes colores en su presentación power point, para que sus compañeros pudieran verificar que la solución estaba correcta. La estudiante utilizó el lenguaje gráfico para representar la fracción sombreada y el lenguaje simbólico para representar la fracción.

*Figura 29.* Una estudiante realizando la exposición de su problema a sus compañeros



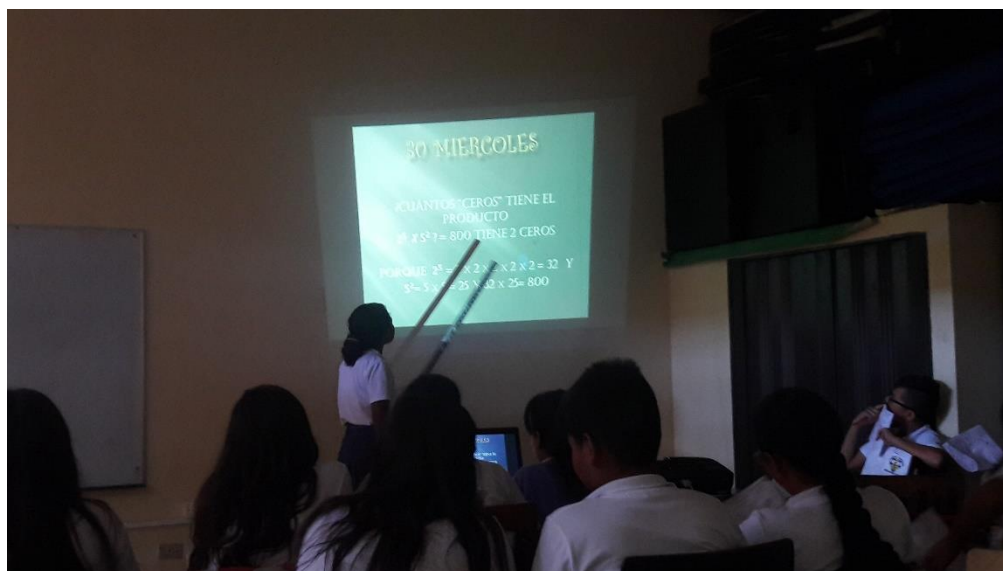
**Problema 7.** ¿Cuántos ceros tiene el producto  $2^5x 5^2$ ?

La estudiante en su exposición explicó muy bien los términos de una potenciación y además explicó cómo hallar la potencia conocida la base y el exponente de un ejercicio. Al final de su exposición surgió una pregunta de un estudiante: ¿Por qué no se puede multiplicar la base y el exponente para hallar la potencia? La estudiante contestó que la potenciación consistía en multiplicar varias veces números iguales no números diferentes. El docente-

investigador intervino y les pidió a todos los estudiantes que encontraran un ejemplo en donde multiplicar el exponente por la base la potencia era correcta. De esta manera, se hizo reflexión sobre las propiedades de la potenciación y posibles casos de conjeturas que llevaba a falsas generalizaciones, como por ejemplo el caso de dos al cuadrado.

La estudiante utilizó el lenguaje simbólico para resolver el problema, consistía en realizar productos de potencias.

*Figura 30.* Una estudiante realizando la exposición de su problema a sus compañeros



### **Evaluación.**

Fue interesante el desarrollo de esta estrategia, porque brindó la oportunidad al estudiante de exponer sus ideas matemáticas frente a la resolución de problemas. El estudiante utilizó el lenguaje oral, el lenguaje simbólico y el lenguaje para comunicar sus ideas frente a la resolución de un problema. Este tipo de actividades permitió favorecer la comunicación matemática, entre estudiante y docente y entre los estudiantes.

La comunicación en el aula es vital y más aún para favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes al momento de resolver una situación problemática, puesto que se usan diferentes lenguajes como el oral, simbólico y gráfico indispensables para potenciar el pensamiento matemático.

Una de las dificultades que se presentó en esta estrategia, consistió en que la gran mayoría de los estudiantes se les dificultaba expresar sus ideas matemáticas frente a la solución de una situación problemática. Pero, gracias a las preguntas orientadoras realizadas por el docente y el acompañamiento oportuno, los estudiantes fueron mejorando sus habilidades comunicativas expresando con mayor seguridad y fluidez sus ideas.

Los estudiantes al momento de resolver el problema matemático, debían conocer y manejar algunos conceptos y objetos matemáticos claves, como área, perímetro, número primo, fracción, polígono, entre otros. Estos conceptos matemáticos son abordados desde una situación problemática, la cual permite poner en juego habilidades matemáticas necesarias para potenciar el pensamiento matemático.

El estudiante, por primera vez se enfrenta a este tipo de escenarios de aprendizaje, en donde no solo debe comunicar sus ideas matemáticas, sino también justificar muchos de los procesos de razonamiento matemático que se realizan a la hora de resolver un problema. Estos espacios son necesarios brindarlos en el aula, puesto que el estudiante pasa de ser un sujeto pasivo del conocimiento a un sujeto activo en la construcción de su conocimiento.

Las preguntas realizadas por los estudiantes a sus propios compañeros, permitió observar que si es posible implementar estrategias de enseñanza que motiven al estudiante a descubrir el

conocimiento, a través de preguntas críticas que permitan el debate constructivo y una mejor comprensión de los objetos matemáticos, como los números, las figuras geométricas, conjuntos, entre otros.

### **Reflexión.**

La estrategia 3 permitió generar espacios de aprendizaje en donde el estudiante fue el protagonista en el aula. Resolver un problema matemático, escribir las estrategias y los pasos que se realizaron para solucionar el problema y finalmente exponerlo a un grupo de estudiantes, es una tarea en donde se favorecen no solo las habilidades matemáticas, sino también habilidades comunicativas y habilidades tecnológicas.

Existe una infinidad de estrategias pedagógicas que son posible llevarlas al aula para facilitar el aprendizaje de los estudiantes y favorecer muchas habilidades, entre ellas las habilidades matemáticas.

Comunicar ideas y escribir conjeturas con relación a un objeto matemático que se esté abordando, son habilidades que se deben desarrollar necesariamente para mejorar en los razonamientos matemáticos y aportar un grano de área en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Estas habilidades en el proceso de razonamiento matemático no es posible favorecerlas si las practicas pedagógicas del docente son tradicionalistas, es decir, sus concepciones matemáticas solo se basan en un conjunto de reglas y fórmulas que hay que memorizarlas y repetirlas muchas veces para aprenderlas. Es a través de la reflexión en las prácticas docentes que es posible determinar las fortalezas, las oportunidades de mejora y los nuevos retos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.



## **Análisis y Resultados**

Mediante los instrumentos de recolección de información como las grabaciones de las prácticas pedagógicas del docente investigador, las producciones de los estudiantes, la encuesta para estudiantes y la observación de clase realizada por el rector de la Institución Educativa, la prueba diagnóstica (anexo 1), fue posible recoger información valiosa, la cual fue analizada teniendo en cuenta los objetivos de esta investigación.

La estrategia utilizada para analizar toda la información recolectada, fue clasificar y ordenar la información en dos grandes categorías, las practicas pedagógicas en el docente investigador y las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes. En la primera categoría, se tuvo en cuenta el que hacer del docente en el aula durante tres momentos, el antes, durante y después de clase, es decir, en la planificación, luego la metodología utilizada, materiales, recursos y finalmente los resultados alcanzados.

En la segunda categoría se analiza las habilidades de razonamiento matemático, que según afirmación del Ministerio de Educación Nacional, para que un estudiante razone adecuadamente al momento de resolver una situación problema, el estudiante debe poner en juego una serie de habilidades mentales, como son la justificación de estrategias, el planteamiento de preguntas, la habilidad numérica, la comunicación de ideas matemáticas y la identificación y generalización de patrones.

Las anteriores habilidades de razonamiento matemático, se tuvieron en cuenta para presentar el análisis de resultados, a la luz de las dos categorías, una relacionada con el docente y el proceso de enseñanza y la otra con el estudiante en el proceso de aprendizaje.



A continuación, se presentan el análisis de resultados discriminados por las categorías de enseñanza y aprendizaje para favorecer las habilidades de razonamiento matemático, con sus respectivas subcategorías mencionadas con anterioridad.

### **Categoría 1. Enseñanza para favorecer las habilidades de razonamiento matemático en la solución de situaciones problemas**

#### **Subcategoría. Planeación**

La planeación de las clases, es una actividad fundamental e importante para tomar decisiones, organizar, programar y gestionar actividades, metodologías y recursos pertinentes para alcanzar los logros propuestos.

Debido al proceso de observación y los videos registrados en la clase, fue posible determinar las siguientes consideraciones:

Al principio se realiza una explicación magistral del tema, luego se explicaban ejemplos, se proponían ejercicios rutinarios aritméticos y luego se realizaba una evaluación que evidenciara el aprendizaje de los temas vistos en clase. Teniendo cuenta el accionar en el aula del docente investigador la planeación se basa en una pedagogía tradicional, donde los recursos didácticos son nulos, no se tiene en cuenta los ritmos de aprendizaje y las implementaciones solo favorecen la repetición y memoria de operaciones y sus propiedades.

La planeación consistía básicamente en el desarrollo de actividades con un alto sentido numérico, engorroso para el estudiante. Se podía notar que la mayoría de los estudiantes realizaba los ejercicios de manera desinteresada y solo por el cumplimiento. Al ser consciente

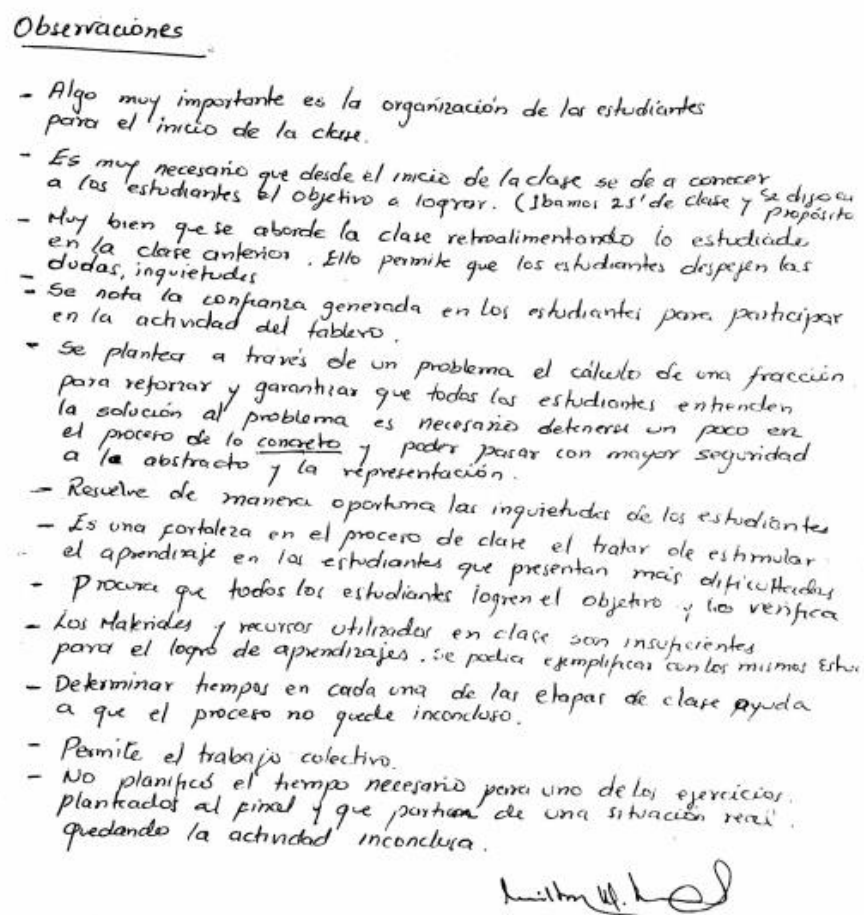
de la praxis del docente investigador, fue imperativo replantearla y considerar nuevas formas y métodos de enseñanza. Uno de los primeros pasos fue la búsqueda de teorías sobre la transformación de las prácticas pedagógicas.

En la búsqueda de la transformación de las prácticas pedagógicas del docente investigador fue necesario tener otro punto de vista sobre la observación de clase, en esta ocasión el rector de la Institución Educativa realizó la tarea de observación siguiendo el modelo de pauta de observación de clase (anexo 13), diseñado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia. La observación de clase comprende dos momentos, la planeación del trabajo en el aula y el desarrollo de la misma. Posteriormente tanto el evaluador como el evaluado se reúnen para socializar la observación.

Las observaciones realizadas por el rector giran en torno a la planeación de los objetivos, la metodología, los recursos utilizados, la retroalimentación, el trabajo colaborativo y la evaluación. Estas observaciones permiten al docente investigador reconocer las oportunidades de mejora, como son los insuficientes recursos utilizados para facilitar el aprendizaje, mejorar la planificación del tiempo necesario en el desarrollo de los ejercicios planteados en el aula, detección en el proceso de pasar de lo concreto a lo abstracto y mejorar la participación activa de los estudiantes.

A continuación se comparte las observaciones realizadas por el rector de la Institución Educativa al docente investigador (figura 31).

Figura 31. Observaciones de clase realizadas por el rector al docente investigador



Tanto las observaciones de clase realizadas por el mismo docente investigador a través de las video grabaciones como las observaciones realizadas por el rector de la Institución Educativa Juan XXIII, permite detectar que es necesario replantearlas la práctica pedagógica.

Debido a los anteriores antecedentes, el docente investigador tomo consciencia que es posible transformar su práctica pedagógica paso a paso y mediante la planeación de estrategias didácticas que permitan facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje. La transformación de la práctica pedagógica se hizo y se seguirá construyendo a partir de las experiencias personales

y profesionales del docente investigador. Una de las preguntas que el docente investigador se realizó e impulso los primeros pasos para transformar la práctica pedagógica es ¿Cuáles son los cambios que se deben hacer en la práctica pedagógica para favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes?, y uno de esos cambios fue planificar actividades de aula que motivaran al estudiante a pensar y no a repetir procedimientos matemáticos sin contexto problemático. Otro de los cambios fue planificar actividades de aula que incentivara a la comunicación de ideas matemáticas, este aspecto anteriormente no se realizaba. Otro de los cambios fue planificar actividades para trabajar colaborativamente, el compartir experiencias es importante para el estudiante porque le permite consolidar sus conceptos matemáticos. Otro de los cambios fue buscar material didáctico como el Calendario Matemático y aplicarlo estratégicamente para que los estudiantes pongan en juego sus habilidades matemáticas a la hora de solucionar problemas creativos.

La transformación de las prácticas pedagógicas es un proceso que se consigue paulatinamente, solo la dedicación y el esfuerzo del docente por mejorar su ejercicio profesional lo conducirá al éxito. Esta experiencia fue determinante para que el docente investigador continúe día a día en su mejoramiento de su calidad de enseñanza.

Gracias al proceso de análisis que se realizó en las prácticas pedagógicas del docente investigador con el apoyo del asesor de esta investigación y colegas de la Institución Educativa Juan XXIII, a través de la grabación de las clases, la encuesta para estudiantes, la observación de clase por parte del rector de la Institución; fue posible transformarla permitiendo así la implementación de actividades y estrategias metodológicas para favorecer las habilidades en los razonamientos matemáticos de los estudiantes.

### **Subcategoría. Metodología de clase**

Después de realizar una planeación de las actividades, se llevó a cabo la implementación en el aula. En este proceso se tuvo en cuenta el rol que juega el docente investigador. El docente visto no como un transmisor de conocimientos, sino como orientador del proceso de aprendizaje de los estudiantes. En este proceso fue importante las preguntas que se le hacían a los estudiantes, por esa razón el docente en la etapa de planeación realizó las preguntas que se iban a realizar en el aula, para que los estudiantes expresaran con sus propias palabras como comprendían la situación problema planteada. Cada vez que se abordaba una situación problema en el aula, se realizaban preguntas para orientar de la mejor manera al estudiante, preguntas como ¿Qué debo saber para resolver este problema? ¿Comprendo adecuadamente los conceptos relacionados con el problema? ¿Existen otras formas de abordar el problema? ¿Cómo resolverías el problema? ¿Puedes justificar la solución del problema?

Estas preguntas permitían exigir al estudiante que lo único importante no es la solución del problema, también es importante saber justificar con argumentos las estrategias para llegar a dicha solución. La justificación le permite al estudiante expresar sus ideas frente a la solución de la situación problema planteado, y también le permite consolidar sus conceptos matemáticos abordados en el problema.

Se utilizaron diferentes estrategias de trabajo en el aula, una de ellas fue usar problemas del Calendario Matemático. Este material fue escogido porque ofrece una gran variedad de problemas en diferentes contextos como el numérico, variacional, métrico y geométrico. Además, este tipo de problemas les despierta un gran interés a los estudiantes, para ellos es

como un reto mental. Los problemas del calendario matemático ofrecen una gran oportunidad al estudiante para afianzar sus habilidades de razonamiento matemático, entre ellas permite justificar sus ideas y estrategias al solucionar un problema.

Implementar situaciones problema para favorecer la habilidad en la identificación y generalización de patrones como también la justificación de estrategias de solución, fue muy importante para favorecer el razonamiento matemático de los estudiantes. Cada una de las actividades sobre sucesiones numéricas y figurativas, fue pensada para fortalecer los pasos en el proceso de razonamiento inductivo, modelo propuesto por Cañadas (2007). Estos pasos son el trabajo y la organización de casos particulares, identificación de un patrón, formulación de conjeturas y la generalización. Este modelo se trabajó en el aula como metodología para favorecer los razonamientos de los estudiantes.

### **Subcategoría. Evaluación**

La evaluación era un proceso que anteriormente no se realizaba en las prácticas pedagógicas del docente investigador, porque no se tenía la costumbre de evaluar la clase, si se cumplían o no los objetivos y qué tipo de dificultades se presentaban. Las prácticas pedagógicas del docente investigador mejoraron gracias al proceso de evaluación, ya que permitió encontrar dificultades en la enseñanza, relacionadas con las preguntas que el docente realizaba, la forma en atender las dudas de los estudiantes, la forma de explicar las actividades planeadas, el poco uso de recursos didácticos, la forma de organizar los tiempos de clase, entre otras. Estas oportunidades de mejora, fueron detectadas gracias al proceso de observación de clase

realizado por el mismo docente investigador al igual que el proceso de observación realizado por el rector de la Institución Educativa.

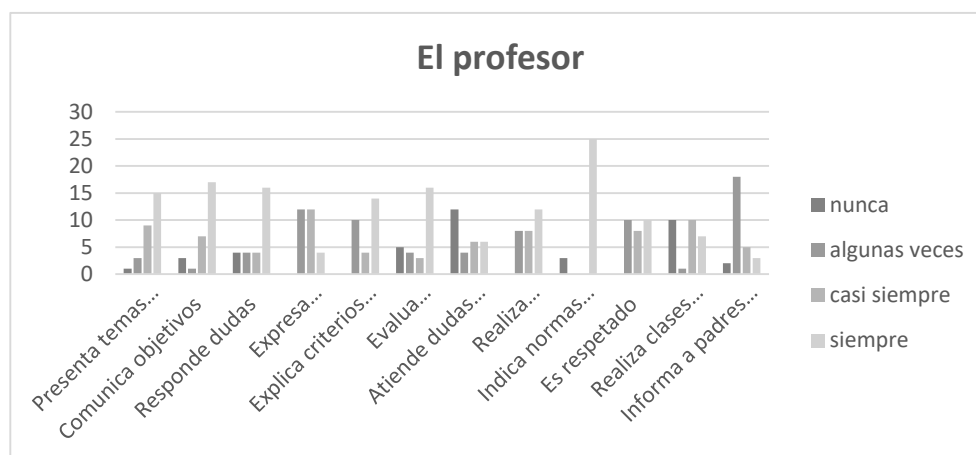
Anteriormente, el docente investigador tenía la concepción de que todo lo que se explicaba en clase, los estudiantes lo entendían y no se iban a presentar dificultades. Este proceso de evaluación le permitió al docente investigador cuestionar su proceso de enseñanza para que el aprendizaje de los estudiantes fuera el esperado. Una buena organización de las actividades, permite que los estudiantes aprendan de una manera más efectiva y más participativa.

Realizar el proceso de evaluación de la enseñanza del docente investigador, le permitió tener en cuenta las habilidades matemáticas que se iban a fortalecer con la planeación. Ya no era importante únicamente cumplir con el currículo, sino como las acciones en el aula permitían fortalecer las habilidades matemáticas, las explicaciones e instrucciones del docente investigador son importantes para cumplir los objetivos de la clase.

### **Análisis de la encuesta a estudiantes**

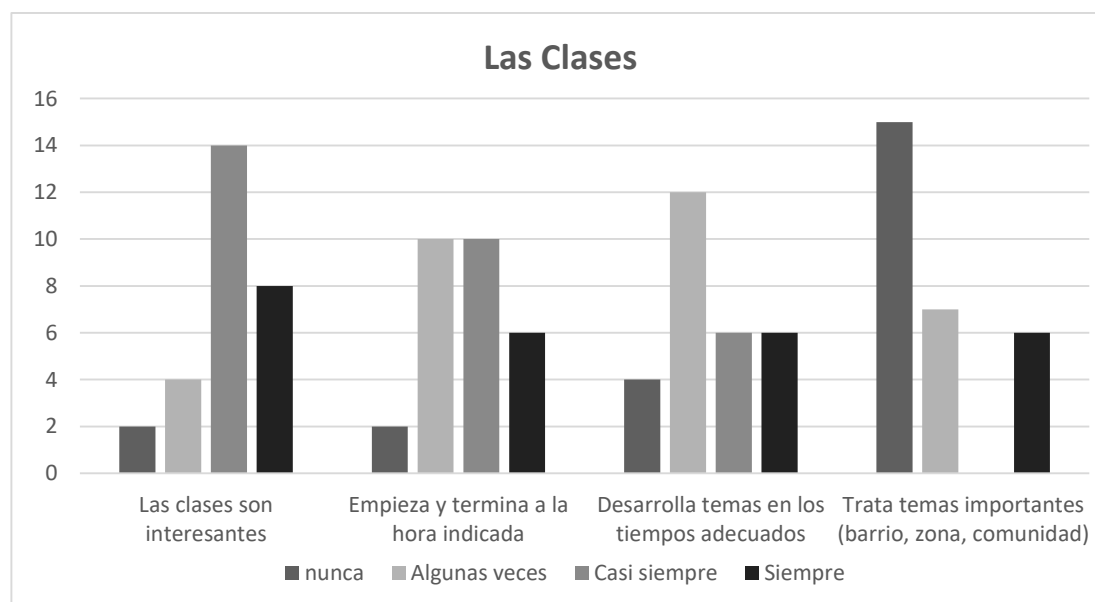
Se aplicó la encuesta (anexo 12), a todos los estudiantes de grado sexto A. La aplicación de la encuesta la realizó el coordinador del colegio. Los resultados de la encuesta se organizaron en dos gráficas, relacionadas con el profesor y las clases.

Figura 32. Resultados de la encuesta para estudiantes sobre el docente investigador



Los resultados de la gráfica relacionada con el profesor, muestran que en su gran mayoría el docente investigador siempre muestra y comunica los objetivos de la clase, responde dudas, explica los criterios de evaluación, evalúa adecuadamente, realiza actividades de recuperación e indica las normas de comportamiento. En algunas veces y nunca el profesor expresa expectativas positivas de los estudiantes, al igual que realiza clases activas y dinámicas.

Figura 33. Resultados de la encuesta para estudiantes del docente investigador sobre las clases





En el ítem sobre si las clases son interesantes, la gran mayoría responde que casi siempre. Sobre el tiempo al iniciar y terminar las clases a la hora indicada la gran mayoría responde que siempre y casi siempre. En el ítem si se trata temas importantes para el barrio, zona o comunidad, la gran mayoría responde que nunca.

Con relación a la pregunta ¿Cuáles de los siguientes recursos usa el profesor para desarrollar sus clases?, se obtuvo los siguientes resultados.

*Figura 34.* Resultados de la encuesta para estudiantes sobre los recursos que usa el docente investigador en el aula



El gráfico muestra que uno de los recursos que más usa el docente investigador es el tablero y otros recursos como exposiciones, celular y calendario matemático.

Los recursos en el aula, son importantes para facilitar el aprendizaje de los estudiantes. Los recursos que más se utilizaron en el aula efectivamente fueron el calendario matemático,

el tablero, algunas guías y videos orientadores. Esta encuesta, junto con las observaciones de clase realizadas por el mismo docente y por el rector de la Institución Educativa, permitió corroborar la necesidad de mejorar las prácticas pedagógicas para favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto, es necesario planear muy bien los tiempos, los objetivos de clase, las actividades, las estrategias metodológicas, las situaciones problemas, los recursos y las formas de evaluar, que contribuyan a mejorar las habilidades de razonamiento matemático.

### **Subcategoría. Resultados alcanzados**

Los resultados que se alcanzaron durante este proceso son los siguientes: corregir dificultades de enseñanza que se detectaron con la ayuda de las grabaciones de la clase, las observaciones de directivos docentes colegas y la encuesta para estudiantes. Una de las dificultades en la enseñanza fue suponer que los estudiantes ya manejaban algunos conceptos matemáticos como calcular áreas y perímetros, procedimientos algorítmicos con la suma de números decimales, la división entre un número entero y un decimal, entre otros. Este proceso permitió volver a replantear nuevas actividades, para continuar con la mejora en el proceso de enseñanza.

Otro de los resultados que se alcanzaron durante este proceso fue cambiar de concepción de modelo de enseñanza, fue algo muy importante, puesto que el docente investigador asumía que las dificultades de los estudiantes en su aprendizaje se centraban únicamente en sus habilidades cognitivas y atención, sin embargo al realizar este proceso el docente investigador tomó conciencia que sus implementaciones en el aula impactan directamente en el aprendizaje

de los estudiantes, por ese motivo se usó el método de reflexión como proceso transversal en toda la praxis del docente para generar cambios en su práctica.

## **Categoría 2. Habilidades de razonamiento matemático por parte de los estudiantes en la solución de situaciones problema**

### **Subcategoría. Justificación de estrategias**

La justificación de estrategias de solución fue el eje fundamental para favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes en la solución de situaciones problema. Esta habilidad le permitió al estudiante explicar el por qué y el cómo le da solución a un problema. Esta afirmación es fruto de las observaciones realizadas a los estudiantes al momento de resolver las situaciones problemas que se plantearon. En el momento en que el estudiante resolvió los problemas planteados y fueron socializados en el grupo, existían dificultades para exponer sus propias ideas.

La tercera estrategia titulada “comunico mis ideas matemáticas” fue acertada porque le permitió al estudiante afianzar una de las habilidades de razonamiento matemático como es la comunicación. En las anteriores prácticas del docente investigador, no se tenía en cuenta este tipo de actividades para favorecer la comunicación de ideas matemáticas.

Fue interesante observar como algunos estudiantes escuchaban atentamente la exposición de sus compañeros de clases, una actitud ausente en los estudiantes antes de esta investigación. Cuando los estudiantes terminaban su exposición, algunos estudiantes realizaban preguntas,

que en muchas ocasiones las respondieron acertadamente y en otras el docente investigador tuvo que tomar la palabra para aclarar conceptos y dudas.

Al principio de la investigación se le dificultó al estudiante justificar sus procesos de razonamiento matemático, ya que muchas veces sabían la solución de un problema pero no sabían explicar muy bien el proceso. Esta dificultad se presentó porque el docente investigador al inicio de la investigación no brindó espacios de aprendizaje para favorecer la habilidad de justificar las estrategias para solucionar un problema. Este análisis es fruto gracias al análisis de la observación de las clases del docente investigador.

Esta habilidad de justificar estrategias de solución fue mejorando en la medida que el docente realizaba preguntas orientadoras y el estudiante tomaba confianza y conciencia de los procesos matemáticos que estaba construyendo. Gracias al proceso de reflexión de las prácticas pedagógicas y al plan de acción implementado por el docente investigador en el aula, el problema detectado en el grado sexto sobre las habilidades de razonamiento matemático mejoró considerablemente replanteando y transformando las prácticas pedagógicas.

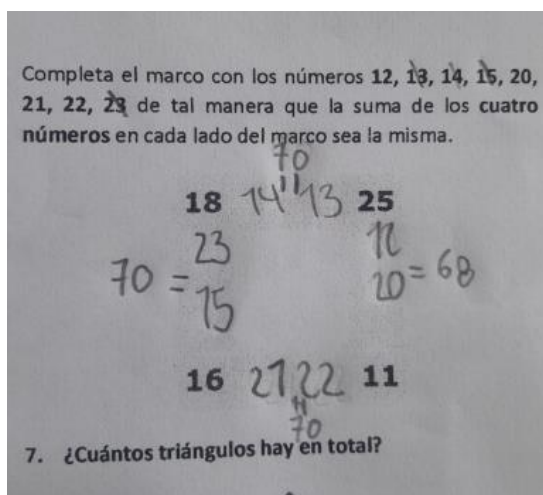
De lo que se expone en esta subcategoría, realmente no es claro cuáles son las estrategias utilizadas por los estudiantes, por ejemplo en la tercera estrategia que es la que menciona.

### **Subcategoría. Habilidad numérica**

La habilidad numérica está relacionada con la capacidad de usar y entender los números en diferentes contextos problemáticos. Todas las actividades que se implementaron en el aula están relacionadas con el uso y comprensión de los números.

En la primera estrategia uno de los objetivos es favorecer la habilidad numérica, por esa razón se planteó diferentes problemas relacionados con sucesiones numéricas, ordenamiento de números, conteo de figuras, rompecabezas, perímetros y áreas, caras ocultas y discriminación visual. Al desarrollar este tipo de ejercicios, se pudo evidenciar que algunos registros aritméticos de los estudiantes presentaban errores en el momento operaciones básicas como la suma, resta, multiplicación y división. La figura 35, muestra un ejemplo de errores aritméticos que cometió un estudiante al momento de resolver el problema 2 de la prueba diagnóstica a estudiantes de grado sexto A (anexo 1), plantea que la suma de  $18 + 23 + 15 + 16$  es igual a 70, lo cual es falso.

*Figura 35.* Errores aritméticos de un estudiante



Al momento de desarrollar las actividades planeadas en cada una de las estrategias, los estudiantes de grado sexto ponían en juego sus habilidades numéricas. Una de las estrategias que permitió vislumbrar con mayor claridad la mejora en sus habilidades cognitivas, fue la estrategia 3 titulada comunicando mis ideas matemáticas. En el momento que un estudiante socializaba la solución de su problema (figura 27), explicaba su estrategia de solución incluido

los cálculos numéricos que hacía para corroborar los planteamientos que solucionaba el problema. Se pudo observar que la cantidad de errores aritméticos que se cometían al inicio del estudio comparado con la implementación de las estrategias mejoraron considerablemente.

La estrategia 3 permitió que el estudiante paulatinamente perdiera temor de socializar la solución a un problema, lo cual aumentaba su seguridad al momento de realizar planteamientos para solucionar un problema y además aumentaba su seguridad al momento de realizar cálculos numéricos.

Es pertinente aclarar que los resultados que se obtuvieron luego de aplicar la prueba final (anexo 10) en la estrategia 3 contemplados en la figura 22, muestran también que las habilidades numéricas de los estudiantes estaban mejorando, por la cantidad de operaciones aritméticas que se tenían que realizar, y al momento de analizar las pruebas, no existieron errores aritméticos significativos comparados con la prueba inicial diagnóstica (anexo 1).

Determinar en qué momento del estudio los estudiantes empezó a mejorar sus habilidades numéricas fue complicado para el docente investigador, ya que a medida que se iban implementado las actividades de las estrategias, sin necesidad de insistir en las operaciones básicas, los mismos estudiantes se corregían o corregían a sus compañeros, permitiendo compartir experiencias de conocimiento.

### **Subcategoría. Comunicación de ideas matemáticas**

La comunicación de ideas fue un proceso importante dentro de la investigación, al principio se les dificultó a los estudiantes expresar sus propias ideas matemáticas. El docente

le fue exigiendo a los estudiantes que escriban y luego que lean para todo el grupo. A medida que se fue realizando este tipo de actividades en el aula, el estudiante poco a poco fue tomándose confianza para expresar sus ideas y comunicar sus pensamientos relacionados con la solución de un problema.

La habilidad comunicativa es importante desarrollarla en el aula, a veces el docente da por sentado que los estudiantes comprenden lo que se está explicando, pero solo a través de la comunicación es posible corroborar que tanto entendió el estudiante. Una de las estrategias que permitió favorecer esta habilidad comunicativa fue la estrategia 3.

### **Subcategoría. Identificación y generalización de patrones**

La habilidad de identificar y generalizar patrones numéricos y de figuras, fue la que más se le dificultó a los estudiantes, porque no comprendían muy bien cómo hacer el proceso de generalización. Los resultados de la prueba inicial (anexo 5) de los estudiantes de grado sexto A sobre cinco pasos en el razonamiento inductivo (Grafica 3), modelo propuesto por Cañadas (2007), muestran que ninguno de los 28 estudiantes del grupo, alcanzó el nivel de generalización.

Para mejorar la anterior situación, el docente investigador diseñó e implementó la estrategia 2 titulada “razono de lo particular a lo general”, con el apoyo del modelo propuesto por Cañadas (2007), para determinar el avance de los estudiantes en la habilidad de identificar y generalizar patrones numéricos y de figuras.

A medida que se realizó cada una de las actividades en el aula con relación a los cinco pasos en el proceso de razonamiento inductivo, desde los casos particulares, la identificación de patrones, la formulación y justificación de la conjetura y finalmente la generalización, cada estudiante comprendía mejor el camino para llegar a la generalización. Cabe aclarar que al final de las actividades, solo el 64% de los 28 estudiantes, alcanzó este nivel de generalización (Figura 4).

En la implementación de las actividades sobre la identificación y generalización de patrones, fue importante el trabajo colaborativo en el aula, los estudiantes tuvieron la oportunidad de compartir sus experiencias con sus compañeros y consolidar de una mejor manera sus conocimientos del tema.

Cuando se implementó en el aula los ejercicios relacionados con las sucesiones numéricas y figurativas, los estudiantes realizaron algunas preguntas, ¿Cómo calcular el siguiente número en una sucesión? ¿Cómo calcular la suma de algunos términos? ¿Cómo crear sucesiones infinitas? ¿No entiendo cómo encontrar el término general? Las dudas se fueron aclarando con la explicación de los ejercicios propuestos en la estrategia 2 “razono de lo particular a lo general”. Las dudas se centraban en la formulación, justificación de conjeturas al igual que en la generalización.

El trabajo colaborativo fue de gran ayuda para aclarar las dudas entre los estudiantes y a medida que se fueron aclarando estas dudas y realizando los ejercicios, el docente pudo notar los primeros avances de los estudiantes, ya estaban descubriendo la forma de encontrar la regla general de una sucesión.



Cada uno de los ejercicios fueron pensados en los cinco pasos en el proceso de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007), y a medida que se avanzaba de nivel, se incrementaba su dificultad. Cada pregunta formulada en la prueba final (anexo 10), estaba relacionada con un paso en el proceso de razonamiento inductivo. Comparando la prueba inicial (anexo 5) con la prueba final (anexo 10), los resultados mejoraron considerablemente. Las dos pruebas guardan una estrecha relación y se hicieron con el objetivo de determinar algunos cambios en las manifestaciones de las ideas de los estudiantes con relación a la identificación y generalización de patrones.

La implementación de la estrategia 2 titulada “razono de lo particular a lo general”, permitió que los estudiantes de grado sexto mejoran notablemente la habilidad para identificar y generalizar patrones numéricos o figurativos.

## Conclusiones

Lo expuesto a lo largo de este trabajo permite llegar a las siguientes conclusiones.

En cuanto al análisis de las prácticas pedagógicas del docente investigador se pudo constatar que las implementaciones que se venían realizando en el aula efectivamente no favorecían las habilidades de razonamiento matemático en los estudiantes de grado sexto. Lo anterior porque se comprobó que las prácticas pedagógicas del docente investigador se limitaban a la repetición de algoritmos matemáticos, a la explicación memorística de conceptos matemáticos y a la resolución de ejercicios rutinarios. Por lo tanto, los cambios generados en las prácticas pedagógicas se consiguieron gracias al cuestionamiento y seguimiento que se realizó antes, durante y después de la labor educativa, ya que permitió replantear tanto procesos como concepciones pedagógicas e implementar nuevas estrategias de enseñanza enfocados en el ciclo de planeación, implementación, evaluación y reflexión. La revisión de la teoría, permitió cambiar la concepción de la enseñanza de las matemáticas basaba en la ejercitación de algoritmos y la utilización de la memoria y la repetición de procesos que se tenía en un principio. A medida que transcurría la investigación y gracias al proceso de reflexión que se realizó continuamente, permitió detectar muchas falencias en la enseñanza, como por ejemplo la mecanización de conceptos matemáticas, el poco uso de recursos tecnológicos en el aula, escaso material didáctico, al igual que insuficientes planteamientos de problemas creativos y llamativos; hacían de la clase de matemáticas monótona, engorrosa y poco entendible para la mayoría de los estudiantes, convirtiéndolos en sujetos pasivos del aprendizaje. El ejercicio del ciclo PIER implementado en el accionar del docente investigador fue decisivo para tomar

conciencia de que existen nuevas y creativas formas de enseñanza, centradas en el estudiante y en el favorecimiento de sus habilidades matemáticas.

En cuanto a la evaluación de las estrategias de enseñanza para favorecer las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Juan XXIII, se obtuvieron las siguientes conclusiones.

Antes de esta investigación el docente investigador no planteaba problemas creativos, ni se usaba material didáctico para estimular las habilidades de razonamiento matemático; esta fue una razón para planear e implementar la primera estrategia titulada “pienso, razono y argumento con el calendario matemático”. Esta estrategia permitió estimular las habilidades de razonamiento matemático como el planteamiento de preguntas, la justificación de estrategias y la habilidad numérica en la solución de problemas basados en el Calendario Matemático. Se implementó variados problemas relacionados con sucesiones numéricas, ordenamiento de números, discriminación visual, conteo de figuras, rompecabezas, perímetros y áreas. El desarrollo de estos problemas le permitió al estudiante poner en juego sus habilidades de razonamiento y mejorarlas paso a paso. Al principio se presentaron muchas dudas y preguntas por parte de los estudiantes en la solución de estos problemas, sin embargo esta situación era de esperarse porque los estudiantes no estaban acostumbrados a realizar ejercicios pensando y justificando sus respuestas, estaban acostumbrados solo a la repetición de ejercicios rutinarios. Al final de la implementación de esta estrategia se pudo constatar que sus habilidades matemáticas como el planteamiento de preguntas, la justificación de estrategias y la habilidad numérica mejoraron significativamente. Esta afirmación se pudo verificar gracias al proceso de

observación realizado por el docente investigar y al análisis de todos los ejercicios realizados por los estudiantes.

La segunda estrategia que se implementó permitió favorecer algunos procesos de razonamiento matemático como es la generalización. Al principio hubo dificultades porque los estudiantes no comprendían muy bien cómo identificar patrones en números y en figuras, y mucho menos no entendían como llegar a expresar en términos generales un enésimo término de una sucesión. Por este motivo, fue necesario empezar con patrones numéricos y figuras sencillas, hubo la necesidad de prolongar más tiempo de lo planeado. Se tuvo en cuenta el modelo de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas y Castro (2007), primero para diagnosticar el nivel de razonamiento matemático de los estudiantes y segundo observar el progreso en los pasos de los procesos en el razonamiento inductivo de los estudiantes de grado sexto A. Al final se aplicó una prueba final (anexo 10) y los resultados mostraron un notable progreso en los procesos de justificación de conjeturas y generalización.

La tercera estrategia que se utilizó en la investigación llamada comunicando mis razonamientos matemáticos, permitió fomentar la comunicación de planteamientos, estrategias y razonamientos al momento de dar solución a los diferentes problemas propuestos a los estudiantes. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de exponer sus argumentos y estrategias para darle solución problema asignado, fue interesante observar como día tras día los estudiantes mejoraban su expresión verbal y su vocabulario matemático. También fue interesante observar la participación activa de los estudiantes, que intervenían en las explicaciones de sus compañeros para hacer preguntas o para ampliar o reforzar las ideas de sus compañeritos. La estrategia permitió el uso de recursos tecnológicos como los videos y

presentaciones power point en los estudiantes de grado sexto A al momento de presentar la solución de sus problemas matemáticos; estos recursos fueron de gran apoyo para que se diera una comunicación más fluida de sus ideas matemáticas. El trabajo colaborativo fue esencial para aclarar las dudas y retroalimentar las ideas que tenían los estudiantes al abordar algunas situaciones problema con mayor dificultad.

En cuanto a la determinación en los procesos de razonamiento matemático de los estudiantes de grado sexto, fue posible ratificar el progreso gracias a la implementación de diferentes actividades en el aula basados en cinco pasos del modelo de razonamiento inductivo propuesto por Cañadas (2007), casos particulares, identificación patrones, formulación de conjetura, justificación de conjetura y generalización. Gracias a los resultados de la prueba inicial (anexo 5) comparados con los resultados final (anexo 10), fue posible determinar que los estudiantes mejoraron significativamente sus habilidades relacionadas con la identificación y generalización de patrones numéricos y figurativos. Las diferentes actividades que se implementaron en el aula de carácter individual y colaborativa, contribuyeron a propiciar espacios de aprendizaje nuevos para los estudiantes, llegando hasta procesos de generalización que antes de desarrollar esta investigación eran nulos en los estudiantes. El modelo propuesto de Cañadas (2007), resultó efectivo para determinar el avance en los pasos de razonamiento inductivo al momento de resolver problemas relacionados con patrones numéricos y figurativos.

Finalmente, considero que el ejercicio de desarrollar esta investigación solucionó efectivamente el problema sobre las habilidades de razonamiento matemático de los estudiantes, gracias al análisis y la transformación de las prácticas pedagógicas del docente

investigador, en el ejercicio de planeación, implementación, evaluación y reflexión. El camino para brindar espacios de aprendizaje significativos, es efectivamente la transformación de las practicas pedagógicas; es imperativo que el docente reflexione sobre su praxis, de esta manera dará el primer paso para cambiar sus propias concepciones y mejorar día tras días su labor profesional.

## Recomendaciones

Teniendo en cuenta como referencia la investigación realizada y con el ánimo de ayudar a otros colegas en el propósito de reflexionar y transformar sus prácticas pedagógicas, con el fin de favorecer las habilidades en el razonamiento matemático en la solución de problemas no rutinarios, se recomienda a los docentes que cuestionen constantemente su praxis pedagógica, puesto que permite identificar las fortalezas como también las oportunidades de mejora, estas son indispensables a la hora de cualificar la calidad de las enseñanzas del docente en el aula.

En un principio las acciones implementadas por el docente investigador en el aula, se caracterizaban por la ejercitación y la memoria; pero debido al proceso de planeación, implementación, evaluación y reflexión, se tiene en cuenta el desarrollo de otros procesos como el razonamiento, que favorecen el pensamiento matemático.

El Calendario Matemático es un recurso didáctico que permite favorecer las habilidades matemáticas como es el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas. Es importante, diseñar las mejores estrategias metodológicas en el uso del Calendario Matemático, que potencien su implementación. Por ejemplo, el trabajo colaborativo permite compartir experiencias entre estudiantes y favorecer la comunicación de ideas sobre conceptos matemáticos. La socialización de problemas le permite al estudiante fortalecer y consolidar sus pensamientos matemáticos y además permite abrir debates interesantes en el aula de clase.

Tener en cuenta el modelo de razonamiento inductivo que propone Cañadas (2007), primero para determinar el nivel en los procesos de razonamiento de los estudiantes al enfrentarse a la solución de un problema matemático no rutinario y segundo para diseñar

diferentes actividades en el aula con el objetivo de mejorar los procesos de razonamiento inductivo y llegar a proceso más complejos como es la generalización.

Permitir que los estudiantes usen de manera adecuada recursos informáticos en el aula, para comunicar sus ideas, sus justificaciones y estrategias utilizadas en la solución de situaciones problemáticas. Es necesario implementar recursos tecnológicos en el aula, le llama la atención a los estudiantes y además facilitan su aprendizaje.

Los problemas que se detectan en el aula, en gran medida no son culpa de los estudiantes, sino más bien de las malas prácticas pedagógicas de los docentes. Por esta razón, como formadores es imperativo analizar nuestras prácticas pedagógicas constantemente, es un proceso que nunca termina. Debemos analizar nuestra práctica desde la planeación, la implementación, la evaluación terminando el ciclo con la reflexión. Analizar si se están cumpliendo los objetivos de la enseñanza, de no ser así, reflexionar para plantear nuevas y creativas estrategias de enseñanza que permitan alcanzar los objetivos.

Los estudiantes siempre están dispuestos aprender, siempre y cuando la enseñanza del docente este motivada a despertar la necesidad hacia al conocimiento. Razonar es una actividad mental que despierta la necesidad de pensar al estudiante. Para que el estudiante razone en el aula, es imperativo diseñar, e implementar actividades que favorezcan ese razonamiento, como por ejemplo, problemas recreativos que le exijan al estudiante argumentar sus ideas de resolución o problemas que le permitan al estudiante realizar conjeturas para luego comprobarlas. El razonamiento matemático le permite al estudiante organizar sus ideas para darle solución a un problema planteado, les enseña la importancia del proceso de razonamiento



más que la respuesta. La enseñanza concebida desde la reflexión de las prácticas pedagógicas permite analizar la enseñanza tradicional basada en la repetición, la monotonía y memoria, con el fin de transformarla a unas prácticas pedagógicas basadas en el desarrollo de pensamiento, teniendo en cuenta el contexto sociocultural de los estudiantes, sus habilidades cognitivas y sus expectativas en su proyecto de vida.

### **Reflexión pedagógica**

La reflexión pedagógica permite hacer un análisis sobre los cambios que se han generado en la praxis docente del investigador a través del estudio de la Maestría en Pedagogía e Investigación en el Aula de la Universidad de La Sabana y además en el desarrollo de esta investigación.

La investigación en el aula es importante por varios aspectos, primero porque permite reflexionar sobre las concepciones de las prácticas pedagógicas del docente y segundo porque permite mejorar significativamente el proceso de enseñanza.

Esta investigación permitió abrir camino a la transformación del currículo y las prácticas pedagógicas de los compañeros docentes de la Institución Educativa Juan XXIII, gracias a los debates que se hicieron en las reuniones del área de matemáticas. Los debates estaban enfocados con relación a los cambios en las concepciones de las prácticas pedagógicas del docente de matemáticas para mejorar el proceso de enseñanza y facilitar el aprendizaje de los estudiantes. Las prácticas pedagógicas de la gran mayoría de los docentes de la Institución Educativa incluido el investigador de este proyecto, estaban encaminadas a desarrollar solo el pensamiento numérico y geométrico, con ejercicios rutinarios que no despertaban la curiosidad ni el interés de los estudiantes por su aprendizaje. En la actualidad y gracias a los resultados de esta investigación se continúan con los debates en las reuniones del área de matemáticas para transformar las prácticas pedagógicas y llevar a cabo nuevas y significativas experiencias de aprendizaje.

La reflexión pedagógica me permitió como docente descubrir que siempre existen caminos para hacer las cosas mejores y diferentes. En los 6 años de experiencia docente que llevo, es primera vez que analizo con detenimiento mi praxis pedagógica. Anteriormente, analizaba el aprendizaje de los estudiantes, olvidando el proceso de enseñanza del docente que es el eje fundamental en el proceso de formación. Gracias a la reflexión pedagógica fue posible determinar que mi práctica docente era tradicional, es decir, enfocada en la repetición y memoria de algoritmos muchas veces sin sentido para el estudiante. Después de realizar esta investigación, mis prácticas pedagógicas se transformaron para concebir el proceso de enseñanza más dinámico y creativo para el aprendizaje del estudiante, implementando estrategias, recursos y actividades que favorezcan las habilidades de pensamiento matemático, como es el razonamiento.

El ejercicio de planeación, implementación, evaluación y reflexión es muy interesante para empezar a transformar las prácticas pedagógicas del docente, puesto que este ciclo permite trazar una ruta de enseñanza con unos objetivos claros y precisos, teniendo en cuenta el currículo y el contexto de los estudiantes. La planeación y la implementación son procesos que siempre han estado presentes en las prácticas pedagógicas del docente investigador, pero la evaluación y la reflexión no tanto. Estos últimos dos procesos son los que permiten valorar el ejercicio docente, analizar si se cumplieron los objetivos y realizar un nuevo plan de acción para realizar ajustes necesarios y así alcanzar satisfactoriamente las metas de enseñanza.

### **Preguntas para futuras investigaciones**

Aquellas inquietudes que emergieron en el desarrollo de esta investigación se encuentran las siguientes:

¿Qué instrumentos utilizar para determinar qué tan efectivas son las practicas pedagógicas de un docente?

¿Cómo lograr que el docente primero cuestione su proceso de enseñanza antes que cuestionar las dificultades de aprendizaje de sus estudiantes?

¿Cómo lograr articular un equipo de docentes para favorecer la transformación de las prácticas pedagógicas en su Institución Educativa?

¿Qué cambios generar en el ejercicio docente para favorecer las habilidades de pensamiento de los estudiantes?

### **Limitaciones del estudio**

Una de las limitaciones de este estudio fue el tiempo. Combinar la exigencia del estudio de la maestría junto con el proceso investigativo, ocasiono muchos retrasos en el normal desarrollo de la investigación. Otra limitación que ocasiono interferencia en la implementación de los instrumentos de recolección de datos fue el paro del magisterio del Cauca.

## Bibliografía

Africano, s. k. b. (2013). *La aplicación del calendario matemático y su implicación frente a la resolución de problemas en los estudiantes de grado sexto*. Universidad Sergio Arboleda. Bogotá.

Amórtégui Triana, D. P., Garavito Rosas, S. M., Granados Marroquín, L. Á., Guatavita Niño, J. L., & Guerrero Linares, M. C. (2016). *Concepciones y transformaciones de las prácticas pedagógicas sobre los procesos de comprensión de lectura en los niveles de educación inicial, básica y media*. Universidad de La Sabana, Bogotá. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10818/26084>

Anijovich, R., & Mora, S. (2009). *Estrategias de enseñanza: otra mirada al quehacer en el aula* (pp. 21-25). Aique.

Alfaro, C. (2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1, 27-45. Disponible en: <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6967/6653>

Cantoral, Ricardo. (2005). *Desarrollo de pensamiento matemático*. México. Editorial Trillas.

Cañadas, M. C (2002). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de secundaria*. Granada. Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/279/1/CannadasM07-2788.PDF>

Cerda Q, Jesús (2010). *Hacia un programa de autorregulación del pensamiento lógico-formal en el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de Valladolid. Facultad de Educación.

Díaz Quero, V. (2006). *Formación docente, práctica pedagógica y saber pedagógico*. Laurus, 12 (Ext), 88-103.

Hernández C, Susana Del Pilar. (2014). *Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje durante el año 2014*. Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín. Colombia.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Editorial Mc Graw Hill, 15-40.

Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., & Ferrando, M. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de psicología*, 24(2), 213. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=16711589005>

Gascón, Josep. (2000). *Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las practicas docentes*. Departamento de matemáticas. Universidad Autónoma de Barcelona. España.

Leiva Sánchez, F; (2016). ABP como estrategia para desarrollar el pensamiento lógico matemático en alumnos de educación secundaria. *Colección de Filosofía de la Educación*, () 209-224. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441849209009>

Novak, J. D. y Gowin, B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Martínez Roca. Barcelona.

Maciel, C. (2003). Investigar, reflexionar y actuar en la práctica docente. *Aula de Innovación educativa*, (125), 59-62.

Ministerio de Educación Nacional. República de Colombia. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!, Disponible en [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.

Morales, Rodolfo (2013). *Pensamiento lógico matemático en alumnos de 6-7 años en tareas de seriaciones*. Universidad de Granada. España.

Muñoz Martínez, Maryluz, & Garay, Fredy. (2015). *La investigación como forma de desarrollo profesional docente: Retos y perspectivas*. Estudios pedagógicos (Valdivia), 41(2), 389-399. Disponible en <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052015000200023>

Parra, C (2002). Investigación-acción y desarrollo profesional. *Educación y Educadores*, (5)113-125. Disponible en: <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/515>

Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar: profesionalización y razón pedagógica* (Vol. 1). Barcelona. Graó.

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Restrepo, G. B. (2011). Investigación en el aula: formas y autores. *Revista Educación y pedagogía*, 103-112.

Saint-Cyr, A., & Antoine, M. (2010). *Estudio de casos sobre el razonamiento matemático de alumnos con éxito académico en la ESO*. Universidad de Barcelona. Disponible en: [file:///C:/Users/LENOVO/Downloads/MAASC\\_TESIS.pdf](file:///C:/Users/LENOVO/Downloads/MAASC_TESIS.pdf)

Sampieri, R. y. (2010). Metodología de la investigación – quinta edición. México D.F, Editorial Mc Graw Hill.

Vasco, C. (1990). Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. *Pedagogía, discurso y poder*, 107-122.



## Anexos

### Anexo 1. Prueba Diagnóstica a estudiantes de Grado Sexto A

#### I.E. JUAN XXIII – MERCADERES CAUCA PIENSA Y RESUELVE<sup>3</sup>

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

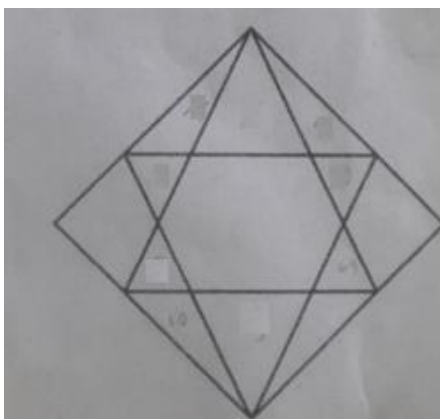
**Problema 1.** Reconstruye la siguiente adición con los dígitos del 1 al 8, sin repetir

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 + \quad \square \square \\
 \hline
 \square \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{5}
 \end{array}$$

**Problema 2.** Completa el marco con los números 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22 y 23 de tal manera que la suma de los cuatro números en cada lado del marco sea la misma.

18	□	□	25
□	□	□	□
□	□	□	□
16	□	□	11

**Problema 3.** ¿Cuántos triángulos hay en total en la siguiente figura?



<sup>3</sup> Ejercicios tomados del proyecto matemática recreativa Colombia aprendiendo. Recuperado 03 de Octubre de 2016. Página web <http://www.colombiaaprendiendo.edu.co/>

**Problema 4.** Escribe el número que hace falta

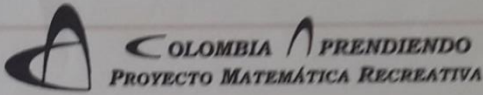


**Problema 5.** Observa y responde

$$\begin{aligned}1^2 &= 1 \\11^2 &= 121 \\111^2 &= 12321 \\1111^2 &= 1234321\end{aligned}$$


El resultado de  $111111^2 =$  \_\_\_\_\_

**Anexo 2.** Formulario De Inscripción a Colombia Aprendiendo “Calendario Matemático”

FORMULARIO DE INSCRIPCIÓN			
<b>DATOS DE LA INSTITUCIÓN</b>			
Nombre o Razón Social: <i>Institución Educativa "Juan XXIII"</i>			
C.C. / NIT: <i>891501781-7</i>		Dirección: <i>Cra. 3ª N° 8-36</i>	
Ciudad: <i>Mercaderes - Cauca</i>		Teléfono(s): <i>8460038</i>	Fax:
Dirección de Envío de Correspondencia: <i>Cra 3ª N° 8-36</i>			
Correo Electrónico de la Institución: <i>iejuanxxiiimercaderes@hotmail.com</i>			
Rector o Rectora: <i>Milton Marino Luna Solarte</i>			Calendario: <input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C
Carácter de la Institución: <input checked="" type="checkbox"/> Pública <input type="checkbox"/> Privada <input type="checkbox"/> Religiosa		¿Ofrece Educación Bilingüe? <input type="checkbox"/> SI <input checked="" type="checkbox"/> NO	
Grados que Ofrece		<input checked="" type="checkbox"/> Preescolar X	<input checked="" type="checkbox"/> Básica Primaria X
		<input checked="" type="checkbox"/> Básica Secundaria X	<input checked="" type="checkbox"/> Media Vocacional X
<b>DATOS DEL PROFESOR ENCARGADO DEL PROYECTO</b>			
Nombre: <i>PEDRO PABLO DELGADO OJEDA</i>		Teléfono / Celular: <i>317 257 20 65</i>	
Dirección: <i>MERCADERES - CAUCA</i>		E-mail: <i>2pdelgado@gmail.com</i>	
<b>DATOS DE DOCENTES DEL ÁREA</b>			
NOMBRE	TELÉFONO / CELULAR	E-MAIL	
<i>Martin Revelo</i>	<i>315 612 54 74</i>	<i>martinrevelo055@gmail.com</i>	
<i>Hector Ojeda</i>	<i>316 859 95 70</i>	<i>hectorojeda.2006@yahoo.es</i>	
<i>Leider Becerra</i>	<i>318 495 79 07</i>	<i>pastuso2222@gmail.com</i>	
<p>Carrera 31 A No. 25 - 54, Bogotá Tel. 340 99 61 Cels. 310 786 33 77 - 301 531 55 40 - 316 575 95 72            Fax. 244 80 56 e-mail: carzulu@hotmail.com www.colombiaprendiendo.edu.co</p>			



#### Anexo 4. Autorización Colombia Aprendiendo S.A.S



**COLOMBIA APRENDIENDO**  
**PROYECTO MATEMÁTICA RECREATIVA**  
**1997 - 2017**  
 RIT 900.496.586 - 7

"El trabajo en equipo divide las tareas y multiplica los logros."


**AUTORIZACIÓN**

Por medio de la presente, yo, HUGO MARTÍN CUÉLLAR GARCIA, identificado con C.C. No.11.342.499 expedida en Zipaquirá, actuando como representante legal de Colombia Aprendiendo S.A.S., autorizo al profesor PEDRO PABLO DELGADO OJEDA, identificado con C.C. 10.306.026, expedida en Popayán para usar registros fotográficos del material que dentro del Proyecto Matemática Recreativa ha publicado Colombia Aprendiendo.

Los materiales que utilice deberán ser de uso exclusivo para su proyecto de investigación en los estudios de maestría que actualmente cursa y no podrán ser utilizados con fines comerciales.

Expedida en Bogotá, a los 28 días del mes de julio de 2017.

Atentamente,



Hugo Martín Cuéllar García  
 Representante Legal  
 Colombia Aprendiendo S.A.S

Av. Américas N° 20 - 50, Int 6 Tel. 340 99 61 Cels. 310 786 33 77 - 301 531 55 40 - 316 875 95 72  
 Fax. 244 80 56 e-mail: carzato@hotmail.com www.colombiaprendiendo.edu.co

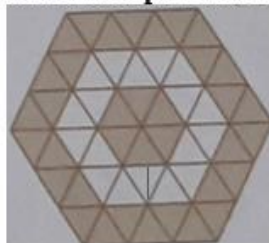
## Anexo 5. Prueba Inicial (Estrategia 2)



REPUBLICA DE COLOMBIA  
DEPARTAMENTO DEL CAUCA  
INSTITUCION EDUCATIVA "JUAN XXIII"  
MERCADERES CAUCA

TENIENDO EN CUENTA LA INFORMACIÓN, RESPONDE LAS PREGUNTAS DE LA 1 A LA 5.

La figura está formada por anillos de triángulos



El primer anillo (*anillo interior*) tiene 6 triángulos.

<p><b>1. ¿Cuántos triángulos tiene el segundo anillo (<i>anillo medio</i>)?</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>Explica por qué: _____</p>
<p><b>2. ¿Cuántos triángulos tiene el tercer anillo (<i>anillo exterior</i>)?</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>Explica por qué: _____</p>
<p><b>3. ¿Cuántos triángulos tendrá el cuarto anillo?</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>Explica por qué: _____</p>
<p><b>4. ¿Cuántos triángulos tendrá el décimo anillo? ¿Cuántos triángulos tendrá el anillo 100?</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>Explica por qué: _____</p>
<p><b>5. Describe la regla general para determinar el número de triángulos que hay en cualquier anillo.</b></p> <p>Respuesta: _____</p>



## Anexo 6. Actividad Introdutoria (Estrategia 2)

REPÚBLICA DE COLOMBIA  
DEPARTAMENTO DEL CAUCA  
INSTITUCION EDUCATIVA "JUAN XXIII"  
MERCADERES CAUCA



ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD: Completa la tabla

NUMERO DE LA FIGURA	NUMERO DE PUNTOS DE LA FIGURA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

NUMERO DE LA FIGURA	NUMERO DE PUNTOS DE LA FIGURA
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

**Responde.**

- a) ¿Cómo calcularon el número de puntos de la figura 14? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- b) ¿Cómo calcularían el número de puntos de cualquiera de las figuras? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Manos a la obra**

¿Cuáles de los siguientes procedimientos sirven para encontrar el número total de puntos de cualquiera de las figuras de la sucesión?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Por qué: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Aplica lo que aprendiste**

a) ¿Cuántos puntos tendrá la figura 68? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

b) ¿Cuántos puntos tendrá la figura 120? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Aplica lo que aprendiste**

a) ¿Qué figura tendría 56 puntos?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Por qué: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

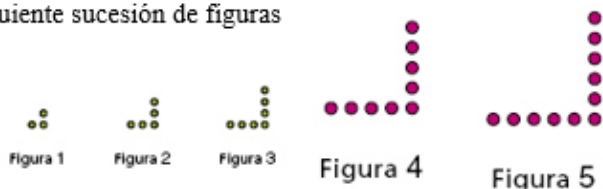
Anexo 7. Actividad Individual (Estrategia 2)

REPÚBLICA DE COLOMBIA  
 DEPARTAMENTO DEL CAUCA  
 INSTITUCION EDUCATIVA "JUAN XXIII"  
 MERCADERES CAUCA



ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

Observa detenidamente la siguiente sucesión de figuras



Completa la tabla

Número de la figura	Número de puntos	Describe la regla que encontraste para hallar el número de puntos de cualquier figura de la sucesión, teniendo en cuenta que la "figura n" es cualquier figura de la sucesión
1		_____
2		_____
3		_____
4		¿Qué figura tendrá 71 puntos? Explica
5		_____
6		_____
10		_____
15		_____
20		¿Habrá alguna figura con 10 puntos? Explica
30		_____
50		_____
100		_____
255		_____



## Anexo 8. Actividad en parejas (Estrategia 2)

REPÚBLICA DE COLOMBIA  
DEPARTAMENTO DEL CAUCA  
INSTITUCION EDUCATIVA "JUAN XXIII"  
MERCADERES CAUCA  
SUCESIONES DE NÚMEROS



INTEGRANTES: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

1. Une con una flecha los términos de la sucesión con la(s) regla(s) respectivas.

Términos de la sucesión	Reglas
2,4,6,8,10,12,14,16,18, ...	(A) Sumar cuatro al termino anterior
5,10,15,20,25,30,35, ...	(B) Los números pares
5,9,13,17,21,25,29,33, ...	(C) Multiplicar el lugar del termino por 4
4,8,12,16,20,24,28, ...	(D) Multiplicar el lugar del termino por 5
9,14,19,24,29,34,39, ...	(E) Multiplicar el lugar del termino por 5 y sumar 4
	(F) Multiplicar el lugar del termino por 2

2. Completa la tabla.

PRIMEROS TÉRMINOS DE LA SUCESIÓN	REGLA	RESPONDE
3, 7, 11, 15, 19, 23, 27,31,...	Escrita  Simbólica	¿Cuál es el termino 126 de la sucesión?
	Escrita Multiplicar el lugar del termino por 7 y restar 3 Simbólica $7 \cdot k - 3$ , donde k es cualquier término de la sucesión.	¿Cuál es el termino 254 de la sucesión?
7, 13, 19, 25, 31,...	Escrita  Simbólica	¿Cuál es el termino 1230 de la sucesión?  ¿Cuál es el termino 798 de la sucesión?
	Escrita Multiplicar el lugar del termino por 12 y sumarle 6 Simbólica $12 \cdot m + 6$ , donde m es cualquier término de la sucesión.	¿696 es un término de esta sucesión? Justifica tu respuesta

## Anexo 9. Trabajo Colaborativo (Puzle De Sucesiones Numéricas)

PRIMEROS CINCO TERMINOS DE LA SUCESIÓN	REGLA	OTROS TERMINOS DE LA SUCESIÓN
6, 13, 20, 27, 34,...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 7 y restarle 1</p> <p><b>Simbólica</b> <math>7n - 1</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 127 de la sucesión es 888 porque</p> <p><math>127 \times 7 = 889 - 1 = 888</math></p>
8, 15, 22, 29, 36...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 7 y sumarle 1</p> <p><b>Simbólica</b> <math>7n + 1</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 127 de la sucesión es 890 porque</p> <p><math>127 \times 7 = 889 + 1 = 890</math></p>
8, 9, 10, 11, 12,...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 1 y sumarle 7</p> <p><b>Simbólica</b> <math>1n + 7</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 127 de la sucesión es 134 porque</p> <p><math>127 \times 1 = 127 + 7 = 134</math></p>
8, 19, 30, 41, 52,...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 11 y restarle 3</p> <p><b>Simbólica</b> <math>11n - 3</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 127 de la sucesión es 1394 porque</p> <p><math>127 \times 11 = 1397 - 3 = 1394</math></p>
0, 1, 2, 3, 4,...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 1 y restarle 1</p> <p><b>Simbólica</b> <math>1.n - 1</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 100 de la sucesión es 99 porque</p> <p><math>100 \times 1 = 100 - 1 = 99</math></p>
22, 23, 24, 25, 26...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 1 y sumarle 21</p> <p><b>Simbólica</b> <math>1.n + 21</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 58 de la sucesión es 79 porque</p> <p><math>58 \times 1 = 58 + 21 = 79</math></p>
12, 22, 32, 42, 52,...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 10 y sumarle 2</p> <p><b>Simbólica</b> <math>10n + 2</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 571 de la sucesión es 5712 porque</p> <p><math>571 \times 10 = 5710 + 2 = 5712</math></p>
6, 15, 24, 33, 42,...	<p><b>Escrita</b> Multiplicar el lugar del termino por 9 y restarle 3</p> <p><b>Simbólica</b> <math>9n - 3</math>, donde n es cualquier término de la sucesión</p>	<p>El termino 200 de la sucesión es 1797 porque</p> <p><math>200 \times 9 = 1800 - 3 = 1797</math></p>

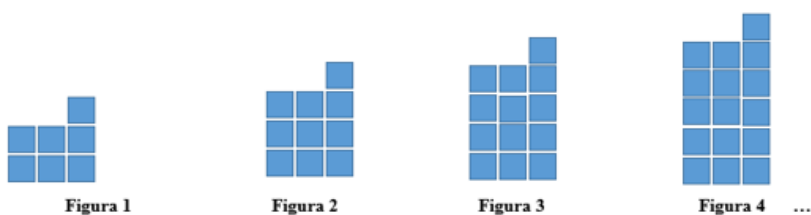
## Anexo 10. Prueba Final (Estrategia 2)



REPUBLICA DE COLOMBIA  
DEPARTAMENTO DEL CAUCA  
INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JUAN XXIII"  
MERCADERES CAUCA

ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

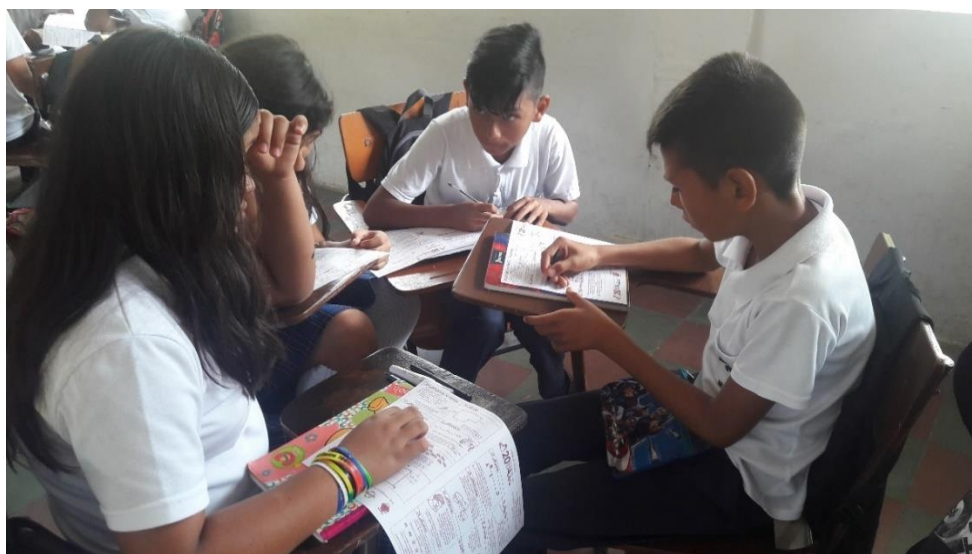
OBSERVA LA SIGUIENTE SUCESION DE FIGURAS Y RESPONDE LAS PREGUNTAS.



<p><b>1. ¿Cuántos cuadrados tiene la figura 5?</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>Explica por qué: _____</p>
<p><b>2. ¿Cuántos cuadrados tiene la figura 10?</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>Explica por qué: _____</p>
<p><b>3. ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 120?</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>Explica por qué: _____</p>
<p><b>4. Describe la regla general de la sucesión y verifica ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 440?</b></p> <p>Respuesta: _____</p>
<p><b>5. Escribe la regla general en forma simbólica.</b></p> <p>Respuesta: _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>

**Anexo 11.** Registro foto de la intervención

Fotografía 1, estudiantes socializando problemas del Calendario Matemático

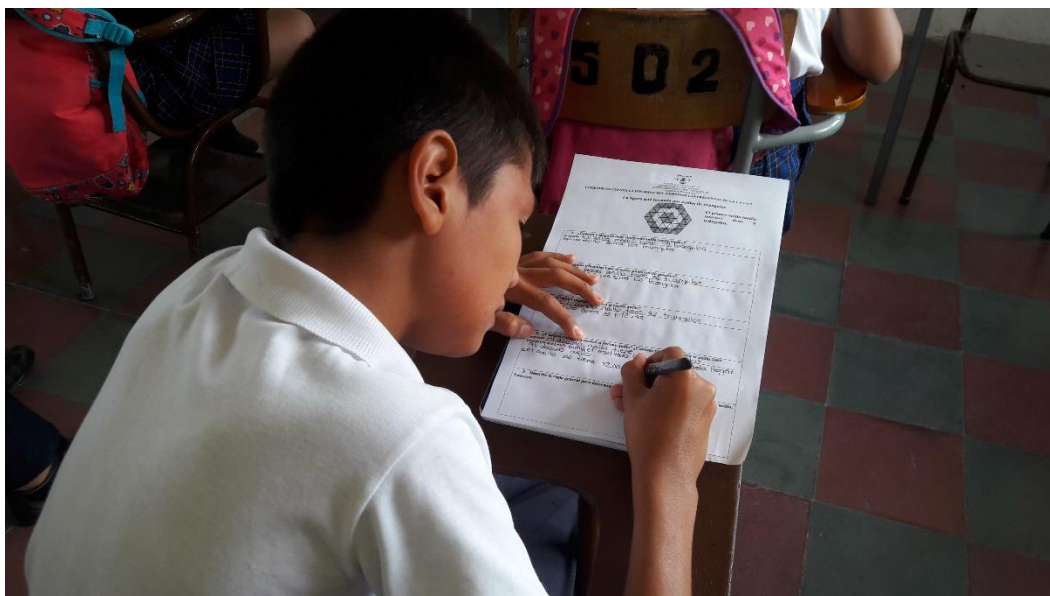


Fotografía 2, trabajo colaborativo de estudiantes sobre problemas del Calendario Matemático.



Fotografía 3, Evidencias sobre el Calendario Matemático

Fotografía 4, evidencias de problemas del Calendario Matemático sobre rompecabezas



Fotografía 5, estudiante de grado sexto A realizando la prueba inicial de la estrategia 2.



Fotografía 6, docente investigador explicando sucesiones de números y figuras

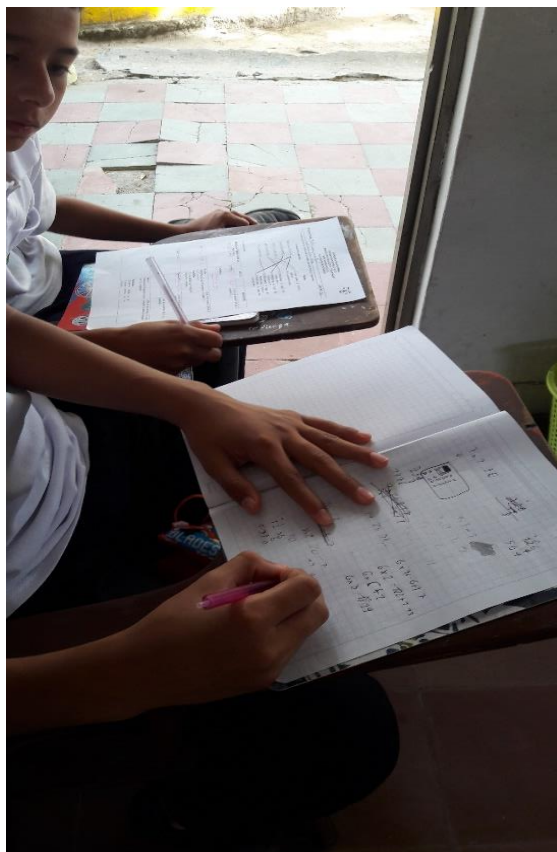




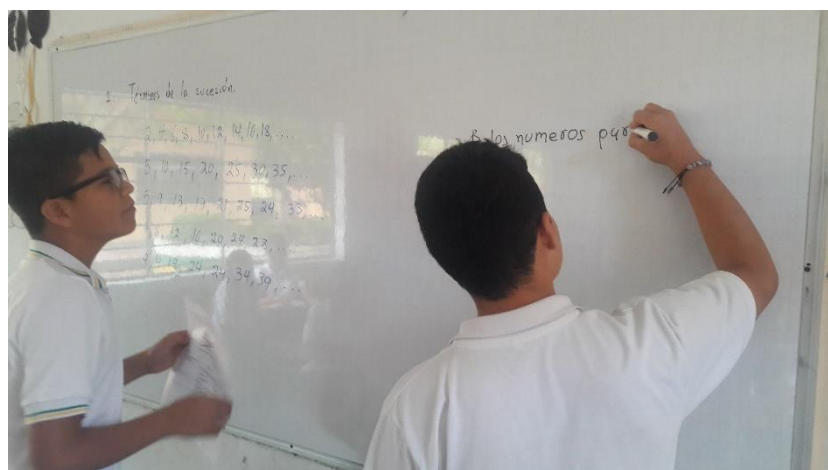
Fotografía 7, grupo de estudiantes de grado sexto A realizando la actividad introductoria



Fotografía 8. Estudiantes de grado sexto A realizando la actividad individual



Fotografía 9, estudiantes realizando la actividad en parejas en el aula



Fotografía 10, estudiantes realizando la actividad en el tablero sobre sucesiones de números





Fotografía 11, grupo de estudiantes de grado sexto A realizando la actividad sobre el rompecabezas de sucesiones



Fotografía 12, Docente investigador revisando el trabajo colaborativo sobre el rompecabezas de sucesiones



Fotografía 13, grupo de estudiantes realizando la actividad

## Anexo 12. Modelo de encuesta para estudiantes



REPÚBLICA DE COLOMBIA  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

EVALUACIÓN ANUAL DE DESEMPEÑO LABORAL  
DOCENTES Y DIRECTIVOS DOCENTES DECRETO LEY 1278 DE 2002

### MODELO DE ENCUESTA PARA ESTUDIANTES

Establecimiento Educativo		
Jornada	Grado y curso	Fecha
Área		

Estimado(a) estudiante, tu opinión acerca de la forma como el profesor organiza, desarrolla y evalúa el curso es muy importante para nuestra institución educativa. A continuación se presentan una serie de aspectos relevantes en este sentido, para que valores el desempeño del docente con la mayor objetividad posible, marcando con una equis (X) frente a cada aspecto la respuesta que mejor represente tu opinión.

1. El profesor entregó el programa de la asignatura al inicio del curso

SÍ  NO

#### EL PROFESOR

2. Presenta los temas con mucha claridad
3. Comunica claramente los objetivos de cada clase
4. Responde las dudas de los estudiantes en clase
5. Expresa expectativas positivas de los estudiantes
6. Explica los criterios de evaluación de la materia
7. Evalúa adecuadamente la materia
8. Programa y coordina salidas pedagógicas como complemento a la materia
9. Atiende dudas académicas de los estudiantes fuera de clase
10. Realiza actividades de recuperación y refuerzo con estudiantes que lo necesitan
11. Indica normas de comportamiento en clase claras para todos
12. Es respetado por todos los estudiantes del curso
13. Realiza clases activas y dinámicas
14. Informa a padres de familia y acudientes sobre el desempeño de los estudiantes
15. Llega a clase y sus orientaciones son seguidas por todos los estudiantes

Nunca	Algunas veces	Casi siempre	Siempre

#### LAS CLASES

16. Son interesantes porque tratan temas llamativos
17. Empiezan y terminan a la hora indicada
18. Desarrollan los temas propuestos en el tiempo indicado
19. Tratan temas importantes para el barrio, la zona o la comunidad


20. ¿Cuáles de los siguientes recursos usa el profesor para desarrollar sus clases?

Tablero	_____	Películas y videos	_____	Láminas y otros materiales gráficos	_____
Computadores	_____	Diapositivas o acetatos	_____	Música	_____
Libros de texto	_____	Laboratorios	_____	Otros	_____
Programas educativos computarizados	_____	Mapas	_____	Cuales	_____

¡Gracias por tu tiempo!

### Anexo 13. Modelo de pauta de observación de clase



REPÚBLICA DE COLOMBIA  
MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL

EVALUACIÓN ANUAL DE DESEMPEÑO LABORAL  
DOCENTES Y DIRECTIVOS DOCENTES DECRETO LEY 1278 DE 2002

#### MODELO DE PAUTA DE OBSERVACIÓN EN CLASE

Establecimiento educativo:	Código DANE:
Nombre del docente:	
Jornada:	Curso:
Asignatura:	Fecha de diligenciamiento:

La pauta de observación en clase comprende dos momentos: la planeación del trabajo en el aula y la observación de clase. En cada uno, el docente debe describir y definir las condiciones que se indican. Posteriormente, evaluador y evaluado se reúnen para realizar una valoración global del trabajo en clase.

1. PLANEACION DEL TRABAJO EN EL AULA	
Rendimiento académico actual de los estudiantes y su perfil	
Metas de aprendizaje programadas para la clase	
Estrategias pedagógicas que ha seleccionado para la clase	
Contenidos (temas y subsistemas) que se van a desarrollar en clase	
Procedimientos para evaluar el aprendizaje en clase	
Otros aspectos necesarios para comprender las actividades que desarrollará en clase	
2. OBSERVACION DE CLASE	
Claridad en los objetivos de la clase y forma en que los aborda	
Desarrollo de las temáticas: coherencia, solvencia, actualización, etc.	
Materiales y recursos durante el desarrollo de las temáticas	
Procedimientos de evaluación y de retroalimentación al estudiante	
Ambiente durante la clase y comportamiento estudiantil	
Aplicación de las normas del Manual de Convivencia	
Otras observaciones	
3. VALORACION DE LA OBSERVACION DE CLASE	
Fortalezas observadas en el proceso de enseñanza – aprendizaje	
Aspectos a mejorar en el proceso de enseñanza – aprendizaje	
Nombre y Firmas	
Observador:	Docente observado: