

**MODELO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE TRANSPORTE DE TRANSFORMADORES DE  
DISTRIBUCIÓN PARA LOS DISTRIBUIDORES DE COLOMBIA**

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para obtener el título de

**Magíster en Gerencia de Operaciones**

(Modalidad de profundización)

María Carolina Barón Aristizábal

Director

William Guerrero Ph.D.

Co director

Lorena Reyes MSc.

Universidad de La Sabana

Escuela Internacional de Ciencias Económicas y Administrativas

Chía, Colombia

2018

Resumen:

El desarrollo de esta investigación propone un modelo matemático de optimización capaz de generar en un proceso futuro una herramienta de apoyo para la toma de decisiones para la coordinación de despachos de transformadores de distribución para una empresa colombiana, esperando que estas representen una disminución significativa de los tiempos de entrega, con un control adecuado de los costos de la operación principalmente. El objeto de estudio está restringido a los despachos que solicitan los clientes en Colombia para entregas a lo largo del territorio nacional. El modelo comprende restricciones como: Capacidad del vehículo, y satisfacción completa de la demanda. De acuerdo a lo anterior, la problemática del transporte en las diferentes empresas del sector eléctrico en Colombia se considera como una oportunidad potencial de estudio debido a que las ineficiencias en la operación de suministro de transformadores de distribución encarecen el producto y causan bajos niveles de servicio, por los tiempos prolongados de entrega principalmente. El

Abstract:

This research aims to propose a support tool for decision making regarding the shipment coordination for distribution transformers, expecting that this represent a significant reduction in delivery times and operating costs mainly. It is important to clarify that the object of study is restricted to the shipment coordination of distribution transformers for the Colombian retailers through the local territory. The model includes constrains as: vehicle capacity and demand.. According to the above, the problem of transport in the different companies in the electricity sector in Colombia is considered as a potential study opportunity because the inefficiencies in the operation of supply of distribution transformers represents a extracost for the customer, having expensive products with low levels of service due to the long delivery times. The proposed model calculates the distribution routes for a group of geographically dispersed customers based on the premise of minimizing average delivery times, so different scenarios were executed in Gams program based on the real data of a

modelo propuesto calcula las rutas de distribución para un grupo de clientes geográficamente dispersos a partir de la premisa de minimizar los tiempos promedio de entrega. Para esto, se ejecutaron diferentes instancias en el programa Gams basado en los datos reales de una empresa del sector. Posteriormente, como estrategia alternativa, se considero la minimización de los tiempos de toda la ruta. Para determinar la estrategia más favorable para la compañía, al aumentar los niveles de servicio, se comparan los resultados computacionales usando de diferentes pruebas estadísticas. Los resultados permiten concluir que las estrategias propuestas con los modelos presentados son significativamente diferentes y por ende, la estrategia principal propuesta tiene un mejor tiempo de entrega a los clientes.

**Palabras clave:** Logística, ruteo, distribución, inventarios, optimización, costo, tiempo, transporte, entregas parciales.

company. Later, as an alternative strategy, we considered the minimization of the times of the whole route. To determine the most favorable strategy for the company when increasing service levels, computational results are compared using different statistical tests. The results allow to conclude that the proposed strategies with the presented models are significantly different and therefore, the main proposed strategy has a better delivery time to the customers.

**Keywords:** Logistics, routing, distribution, inventory, optimization, cost, time, transportation, partial deliveries.

## Contents

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	9
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	9
1. Descripción breve de la problemática y justificación del estudio .....	9
2. Enfoque de la solución propuesta .....	10
3. Contribuciones especiales de la tesis .....	11
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	12
<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b> .....	12
1. Problema y preguntas de investigación .....	12
2. Objetivos de investigación .....	16
3. Justificación y delimitación del estudio .....	16
4. Revisión de la literatura .....	17
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	22
<b>MODELAMIENTO MATEMÁTICO</b> .....	22
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	26
<b>RESULTADOS Y ANÁLISIS</b> .....	26
1. Descripción de los problemas de prueba y estación de trabajo .....	26
2. Ejemplo numérico .....	27
3. Resultados Computacionales.....	31
4. Análisis de Resultados .....	33
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	35
<b>CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS</b> .....	35
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	37
ANEXOS.....	39

### **Lista de tablas**

Tabla 1. Matriz de tiempos en horas .....	27
Tabla 2. Demanda de cada uno de los clientes $i$ expresada en TON .....	28
Tabla 3. Resultados ejercicio numérico .....	30
Tabla 4. Situación real de la empresa.....	31
Tabla 5. Resultados Computacionales .....	32
Tabla 6. Grupos Z1, Z2 y CPU 1.....	39
Tabla 7. Ranking de grupos Z1, Z2 y CPU 1 .....	40
Tabla 8. Resultados prueba T Student pareada para Z1.....	42
Tabla 9. Resultados prueba T Student pareada para Z2.....	42
Tabla 10. Resultados prueba T Student pareada para CPU .....	43

**Lista de Figuras**

Ilustración 1. Ruteo Estrategia 1.....	28
Ilustración 2. Ruteo Estrategia 2.....	29

### **Lista de Anexos**

Anexo A. Test de Friedman.....	39
Anexo B. Prueba T student pareada.....	42

## GLOSARIO

<b>Término</b>	<b>Significado</b>
VRP	Vehicle routing problems ó problema de ruteo de vehículos
CCVRP	Cumulative capacitated vehicle routing problem ó problema de ruteo de vehículos acumulativo con capacidad limitada
TSP	Travelling Salesman Problem ó problema del agente viajero
OVRP	Open Vehicle Routing Problem ó problema de ruteo de vehículos abierto

---



## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUCCIÓN**

#### **1. Descripción breve de la problemática y justificación del estudio**

Este estudio pretende abordar desde la perspectiva académica un modelo de transporte cuyo objetivo es la minimización de los tiempos promedio de entrega de Transformadores de Distribución a través de la implementación y ajuste del modelo de transporte estudiado en el artículo Ngueveu, Prins, Wolfer Calvo (2010) el cual considera un problema de ruteo de vehículos cuya función objetivo es la minimización del tiempo promedio de entrega de productos a un conjunto de clientes geográficamente dispersos usando una flota de vehículos de capacidad limitada.

Tradicionalmente los problemas de ruteo de vehiculos buscan la minimización de la distancia total recorrida por todos los vehiculos como una medida de los costos de distribución. Al minimizar estos costos, se busca reducir el costo operacional de la empresa. Esta estrategia en muchas ocasiones no tiene en cuenta los tiempos de entrega del producto a los clientes, lo que implica que los tiempos de entrega pueden ser excesivos.

El modelo propuesto considera el tiempo de viaje entre nodos, capacidad del vehículo, flota y demanda con restricciones clásicas de balance con el fin de garantizar una única que ruta que inicia y termina en las bodegas o almacenes de depósito, restricciones de capacidad y restricciones clásicas para evitar la presencia de ciclos o subtoures en la ruta.

Este proyecto está inspirado en una de la empresas del sector eléctrico Colombiano cuya estrategia esta enfocada en la satisfacción del cliente a través de altos niveles de servicio, teniendo

en cuenta que los fabricantes son responsables del despacho desde la planta hasta el sitio final del consumidor, ofreciendo este servicio de Logística como un valor agregado a sus distribuidores.

Por la premura del tiempo de entrega este servicio implica solicitar múltiples vehículos para realizar los despachos y gestionar de manera individual cada una de las solicitudes de los clientes. Por lo tanto no se cuenta con una metodología estandarizada que permita definir el orden de la ruta. Adicionalmente cuando los lugares de entrega no corresponden a ciudades principales, las compañías transportadoras suelen retrasar la entrega de la mercancía a la espera de la consecución de más carga que les permita consolidar en un solo vehículo. Por ejemplo, consolidar entregas en Arauca, Caqueta y Putumayo, lo que impacta los tiempos de entrega de los clientes y la percepción del servicio que ofrece la compañía a pesar que la Logística es un servicio subcontratado.

Por lo anterior se hace necesario mejorar los tiempos de entrega teniendo en cuenta que este es uno de los drivers principales para la decisión de compra, por lo tanto este proyecto busca determinar la mejor estrategia para una empresa que se quiere diferenciar en el mercado por sus tiempos de entrega y no por su bajo costo. Queremos evaluar el impacto de la modificación del modelo de planeación del transporte en términos del tiempo de viaje.

## **2. Enfoque de la solución propuesta**

La solución propuesta está enfocada a la minimización del tiempo promedio de entrega de Transformadores de Distribución a un conjunto de clientes a nivel nacional denominados como Distribuidores autorizados de Colombia, cuya finalidad será evidenciar un aumento en los niveles de servicio como resultado primario de la reducción de los tiempos de entrega.

### **3. Contribuciones especiales de la tesis**

Se espera que el modelo propuesto pueda ser usado como una herramienta que facilite la toma de decisiones en cuanto a la coordinación de los procesos logísticos de despacho principalmente en el sector eléctrico de Transformadores de Distribución, especialmente en aquellos negocios en donde el fabricante ofrece como valor agregado al suministro este tipo de servicio.

## **CAPÍTULO 2**

### **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

#### **1. Problema y preguntas de investigación**

La optimización de las operaciones de la cadena de abastecimiento es uno de los aspectos claves hacia el cual muchas organizaciones están centrando sus recursos y esfuerzos, pues detrás de una mejora al proceso se encuentran beneficios económicos, algunos en términos de maximización de utilidades o por ejemplo minimización de distancias y/o tiempos, en otros casos implicando mejoras en los niveles de servicio. (Shudi Wei, 2014).

El proceso de coordinación logística es quizás una de las operaciones más importantes de la cadena de suministro, ya que es la forma de trasladar de un lugar a otro los productos terminados, materias primas o sub-ensambles, entre diferentes tipos de organizaciones. Por tal razón, el sistema de transporte agrega valor al suministro de equipos, cuando estos son transportados y entregados a tiempo, sin daños y en las cantidades requeridas, por tal razón estos aspectos tienen una relación directa con la satisfacción del cliente. (Geunes, 2001).

Frente al problema de planeación de las operaciones de distribución, las empresas frecuentemente se enfrentan a la decisión de elegir las rutas de transporte que se alinean a su estrategia corporativa. Las estrategias posibles son las siguientes: minimizar el tiempo total de los viajes, minimizar el costo total de los viajes, maximizar el número de clientes atendidos en una ventana de tiempo, o minimizar la hora promedio de entrega. Los indicadores se clasifican a continuación:

- Indicadores económicos:
  - Tiempo de viaje
  - Costo de viaje

- Indicadores de nivel de servicio:
  - número de clientes atendidos en una ventana de tiempo,
  - hora promedio de entrega
  - tardanza máxima de entrega de los pedidos
  - tardanza promedio de entrega de los pedidos

La mayoría de los estudios en la literatura científica se centra en minimizar los tiempos o los costos de viaje en la distribución. Sin embargo, algunas empresas prefieren usar una estrategia en donde se prioriza el nivel de servicio frente al costo de operación. Siendo estos objetivos muchas veces opuestos, este estudio busca analizar una estrategia centrada en el nivel de servicio medida a través de la minimización de los tiempos promedio de entrega.

Por lo anterior, el estudio se basa en la problemática de una de las empresas del sector eléctrico Colombiano, que gerencia las operaciones de transporte de transformadores de distribución. El nombre de la empresa es confidencial. Se propone la implementación del modelo de transporte expuesto en el artículo de Ngueveu, Prins, Wolfer Calvo (2010) cuyo objetivo es la minimización del tiempo promedio de entrega de productos a un conjunto de clientes geográficamente dispersos usando una flota de vehículos de capacidad limitada.

Los transformadores de distribución son un equipo eléctrico que permite transformar tensiones y corrientes de entrada y salida manteniendo la potencia constante. Teniendo en cuenta la complejidad de los problemas de ruteo y las condiciones de infraestructura nacionales se pretende realizar un aporte a la academia en términos de mejorar los tiempos promedios de entrega que impacta el nivel del servicio a través de la implementación de modelos de ruteo de vehículos acumulativo (CCVRP), considerando que los modelos clásicos pueden no reflejar adecuadamente la necesidad de un servicio rápido, la equidad y la imparcialidad que caracteriza el transporte de

suministros (Ngueveu et al., 2010). Esto último considerando que los problemas clásicos de ruteo buscan la minimización del costo total de una ruta o su tiempo total, ignorando que los tiempos de espera de los últimos clientes visitados pueden ser muy elevados.

Este trabajo busca responder a la pregunta si el modelo se ajusta a la estrategia de los distribuidores o comercializadoras de este tipo de producto. Es decir, aquellos clientes minoristas que generalmente surten los almacenes de eléctricos y ferreterías de la zona para abastecer las necesidades esporádicas de ciertos consumidores lugareños. Por tal razón, se requiere mejorar los tiempos de entrega de los transformadores que se solicitan con destino a un cliente final.

La necesidad anterior surge del mercado teniendo en cuenta la forma en que opera el negocio ya que los fabricantes coordinan el despacho desde la planta hasta el sitio final del consumidor, ofreciendo este servicio de logística como un valor agregado a sus distribuidores. Por tal razón, es de vital importancia reducir los tiempos de transporte ya que los consumidores finales al no ser clientes frecuentes no están fidelizados con la marca y lo que buscan es recibir un equipo que supla las necesidades eléctricas sin darle relevancia suficiente a la experiencia del fabricante y al respaldo de la marca. Por lo tanto, si el distribuidor confirma un plazo de entrega amplio, éste posiblemente buscará en la competencia un transformador equivalente con un plazo de entrega corto, dada la urgencia del requerimiento.

En la actualidad dichos despachos se realizan bajo un procedimiento de coordinación de despacho que a grandes rasgos es un documento que establece los roles y responsabilidades de las áreas involucradas en términos de las actividades a ejecutar y documentación requerida, junto con la modalidad utilizada la cual se denomina paqueteo. Sin embargo, dicho documento omite los parámetros para definir la ruta más adecuada en términos de tiempo y costo, y la opción de la consolidación de las cargas.

En la operación diaria de logística, la distribución de productos no se define con base en alguna metodología clara que considere la capacidad máxima del vehículo y los tiempos de entrega ya que generalmente se realizan despachos individuales por la presión del tiempo de entrega. Por el contrario, la experiencia del despachador es el criterio utilizado. Este tema resulta importante dado que las empresas de mayor tamaño o competidores cada vez ofrece mejores tiempos de entrega ya que maneja stock y además cuenta con diferentes almacenes o centros de distribución en el país, mientras que la mayoría de fabricantes medianos y pequeños programa despachos directamente desde la fábrica.

Este proyecto buscará estudiar el problema de ruteo de vehículos, es decir, aquel en donde se tiene un conjunto de clientes (que representaremos como nodos usando teoría de grafos) que están ubicados a lo largo del territorio nacional y que deben ser visitados por una flota de vehículos de capacidad limitada con el objetivo de minimizar los tiempos de entrega, como estrategia del modelo de negocio. Esta estrategia difiere del modelo de ruteo de vehículos tradicionalmente encontrado en la literatura, que busca minimizar el costo total de la ruta, indiferente a los tiempos de entrega. Es importante encontrar un modelo de transporte que permita innovar y ser flexibles para responder rápidamente a los requerimientos y exigencias de los distribuidores volviéndonos más competitivos dada la creciente importancia del desempeño de entrega del proveedor, un buen rendimiento en la entrega estará basado en crear múltiples opciones y alternativas de suministro (Bhattacharyya y Guiffrida, 2015).

Por lo tanto, este proyecto busca entonces proponer una herramienta para la toma de decisiones en cuanto al transporte de mercancías con el fin de minimizar los tiempos promedio de entrega, y responder a la siguiente pregunta: ¿Cómo solucionar a través de un modelo de transporte el problema relacionado con los tiempos prolongados de entrega?, Y además las siguientes preguntas

específicas: ¿qué impacto genera esto en tiempos? Dicha herramienta esta alineada y es adecuada con la estrategia de servicio de las empresas del sector electico?

## **2. Objetivos de investigación**

### **Objetivo general**

Identificar un modelo de transporte como una herramienta de apoyo para la toma de decisiones, ajustarla e implementarla con el fin de mejorar los tiempos de viaje del transporte de transformadores de distribución, en Colombia.

### **Objetivos específicos**

- Caracterizar la dinámica del transporte de transformadores de distribución en una de las empresas del sector eléctrico en Colombia.
- Analizar la aplicación y pertinencia de modelo de ruteo que minimice los tiempos promedio de entrega para una empresa del sector eléctrico.
- Describir el impacto en tiempo del modelo propuesto al aplicarlo al mencionado sector.

## **3. Justificación y delimitación del estudio**

La problemática del transporte se considera como una oportunidad potencial de estudio debido a que las ineficiencias en la operación de suministro de transformadores de distribución encarecen el producto y causan bajos niveles de servicio, por los tiempos prolongados de entrega.

Por tal razón, con el desarrollo de esta investigación se espera proponer un modelo de apoyo para la toma de decisiones respecto a la coordinación de despachos, esperando que éstas reflejen una mejora en el volumen de las ventas, en la imagen ante los distribuidores y sus clientes. Es importante aclarar que el objeto de estudio está restringido a los despachos que solicitan los distribuidores de Colombia en cuanto se refiere a los transformadores estándar.



#### **4. Revisión de la literatura**

Existen diferentes modelos para abordar los problemas de ruteo en función de la estrategia corporativa, las cuales pueden abarcar desde la minimización de tiempos y costos así como la maximización de utilidades y cantidad de clientes atendidos en una ventana de tiempo, por tal razón resulta necesario validar como han sido abordados estos problemas.

La manera más tradicional de abordar este tipo de sistemas corresponde a los problemas de ruteo de vehículos (Vehicle Routing Problem - VRP) los cuales están catalogados como un problema de optimización combinatoria que presentan un amplio conjunto de variantes y particularidades que hacen que estos puedan verse tan sencillo o complejos como se quiera. En general, la resolución de este tipo de problemas pretende averiguar las rutas de una flota de transporte para dar servicio a un grupo de clientes determinados cuya demanda es conocida, su función objetivo depende de las características del problema, pero principalmente está enfocada a la minimización de los costos totales de operación, minimización del tiempo total de transporte y minimización de las distancias recorridas, entre otras.

En la literatura también se encuentra el problema del agente viajero (Travelling Salesman Problem - TSP) que pretende encontrar un recorrido completo que conecte todos los nodos de una red, visitándolos tan solo una vez y volviendo al punto de partida para finalizar el recorrido, la función objetivo está enfocada en la minimización de la distancia total de la ruta.

Recientemente ha llamado la atención de los investigadores el problema de rutas para vehículos abiertos (Open Vehicle Routing Problem - OVRP), problema en donde el vehículo no vuelve al depósito después de atender el servicio del último cliente de la ruta, dicho modelo es usado con frecuencia en la entrega de mercancías y periódicos. (Feiyue et al., 2007).

Adicionalmente en la literatura se encuentran problemas de ruteo cuyo objetivo es minimizar la suma de los retrasos para llegar a cada nodo, partiendo de la base de un conjunto finito de nodos y el tiempo necesario para viajar entre estos. (Garcia et al., 2002)

Es importante mencionar que la implementación del modelo propuesto tiene como finalidad ser una herramienta de apoyo para la toma de decisiones considerando como objetivo primordial la reducción de los tiempos promedio de entrega y el mejoramiento de los niveles de servicio, considerando parámetros como: el tiempo de viaje entre nodos, capacidad del vehículo, flota y demanda, con el tiempo de llegada a cada nodo como variable de decisión y restricciones clásicas de balance con el fin de garantizar una única que ruta que inicia y termina en las bodegas o almacenes de depósito, restricciones de capacidad y restricciones clásicas para evitar la presencia de ciclos en la ruta, entre otras.

De acuerdo con Jianxiang Li, Feng Chu, Haoxun Chen (2011) si la política de distribución del sistema implica entregas parciales, es decir, la demanda de un cliente se satisface mediante el uso de múltiples rutas de vehículos, la coordinación de las entregas puede reducir aún más el costo de inventario del distribuidor, considerando que la coordinación de despacho puede realizarse de dos maneras, quizás realizando un envío directo o con un envío con múltiples paradas por despacho. En nuestro caso de estudio, un único vehículo puede visitar a un cliente porque el producto a entregar no puede ser particionado.

La distribución física que ofrece la repartición de productos terminados desde un almacén o depósito a una serie de minoristas, distribuidores o clientes finales, desempeña un papel muy importante en la cadena de suministro. La reducción de costos significativos se puede lograr, con una buena integración entre la gestión de inventarios y el ruteo de vehículos para la distribución de productos (Adelman et al., 2004). En la literatura científica se puede encontrar evidencias de la

interdependencia existente entre los problemas de ruteo y de gestión de inventarios (Pérez & Guerrero, 2015).

Cada vez que se envía un vehículo para la distribución de mercancía para un conjunto de distribuidores o comercializadores, se incurre en un costo fijo, más un costo variable proporcional a la distancia total recorrida. La frecuencia en la que cada vehículo puede ser conducido para una entrega tiene un límite superior, que puede estar determinado por la distancia total del tránsito. El objetivo del almacén principal es encontrar una estrategia de distribución que integre la reposición de inventarios y las decisiones de transporte, es decir, la cantidad de entrega, frecuencia y el patrón de enrutamiento de cada vehículo, de manera que a largo plazo el costo promedio de inventario y de transporte se haya reducido (Campbell & Savelsbergh, 2004; Yu et al., 2008).

Al respecto Shudi Wei, Wang Hui, Huihuang Zhao (2014) consideran que el transporte es el paso clave en la logística, pues la forma en que se selecciona la ruta de transporte, directa o indirectamente afecta la logística en términos de velocidad, costo y servicio. El tránsito definido tiene por lo general varias rutas de acceso y la variedad de los caminos tiene algunos factores decisivos como los son, la velocidad, la distancia, las condiciones de infraestructura y la capacidad de carga, por lo que dichos factores deben tenerse en cuenta en el proceso de selección del tránsito o ruteo. Para considerar estos, los autores proponen métodos de optimización que se basan en la investigación cuantitativa, en lugar del análisis cualitativo, llegando así a proponer un algoritmo de optimización de la red de dos etapas, que combina lo cualitativo y el análisis cuantitativo. La primera etapa, consiste en calcular los pesos de las trayectorias con el método AHP; y la segunda etapa, consiste en realizar soluciones utilizando la programación dinámica con los pesos calculados, tomándolos como los parámetros de planificación de la red ruta, desde la primera etapa.

Bravo y Vidal (2013) manifiestan que a su entender existe un paradigma, dos tendencias y una anomalía con respecto al modelo de transporte, manifiestan que existe una brecha entre las operaciones de transporte y su función de costo, por lo tanto sugieren el estudio de estos aspectos de manera conjunta para obtener un verdadero modelo de transporte con miras a la optimización de los recursos.

Así mismo Mohammad Rostami, Omid Kheirandish, Nima Ansari (2015) consideran que debido a los altos costos de entrega, los fabricantes suelen coordinar despachos en lotes. Sin embargo, este enfoque genera varios problemas desde el punto de vista del cliente, medidos en términos del plazo de entrega, ya que cuando se procesan lotes, es necesario entregarlos rápidamente a fin de evitar retrasos, lo que puede resultar en la insatisfacción del cliente y mayores costos. Por otra parte, una de las ventajas de coordinar despachos por lotes es la reducción de los costos de transporte, aunque puede afectar las entregas a tiempo de manera significativa. Por lo tanto, es necesario establecer un equilibrio entre los dos tipos de costos, es decir, en la programación de la producción y en el plan de despachos o entrega a clientes.

Shangyao Yan et al (2015) manifiestan que el tema la coordinación logística con múltiples destinos debe abordarse desde dos perspectivas así, primero con un modelo de rutas de vehículos diarios con el fin de minimizar el costo total de reposición de inventario dentro de una cadena de suministro, en donde se permite el uso múltiple de vehículos en un problema de ruteo con entregas parciales bajo diferentes horizontes de tiempo, y el segundo con un sistema multi-viaje que considere el tiempo y espacio de la red de distribución, lo que proporcionaría una mayor flexibilidad para la formulación de las interacciones entre vehículos y productos cuando se requiere considerar varios viajes, entregas parciales, y entrega en diferentes horizontes de tiempo, incluso haciendo uso de un mismo vehículo con varios viajes o trayectos programados en un mismo día.

Así mismo en la literatura se encuentran diferentes aportes para problemas de ruteo de tipo acumulativo, se dice que este problema se evidencia cuando el objetivo es minimizar la suma de los tiempos de llegada, y aparece cuando se le da prioridad a la satisfacción del cliente y no a los costos de la operación como es usual en los problemas clásicos de transporte, a su vez el problema de ruteo acumulativo se referencia como uno de los modelos clásicos para la atención de desastres o para el suministro de bienes de la canasta familiar o necesidades básicas primarias. (Ngueveu et al., 2010).

Esta misma postura es planteada por Liangjun Ke y ZurenFeng (2012), quienes manifiestan que los problemas de ruteo acumulativo corresponden a una variante del problema de ruteo clásico, y que este puede usarse para modelar situaciones reales.

Por otro lado hay quienes afirman que el problema de transporte acumulativo esta inspirado en los desastres logísticos, en donde un único vehículo puede realizar varios viajes para atender a las personas o a los sitios afectados y minimizar así la situación de emergencia, afirmación que tiene relación con la necesidad de aumentar los niveles de servicio con la reducción de los tiempos promedio de entrega (Rivera, Afsara, Prins, 2016).

## CAPÍTULO 3

### MODELAMIENTO MATEMÁTICO

El modelo a implementar es una adaptación del propuesto en el artículo Ngueveu et al., (2010) el cual va ser analizado con la información de despachos de uno de los fabricantes más importantes del país de transformadores de distribución. El modelo matemático analizado es el siguiente:

#### CONJUNTOS:

- Conjunto de nodos  $i$ , donde  $i = \{1, \dots, n, n+1\}$ , los nodos 1 y  $n+1$  corresponden al depósito o centro de distribución y del 2 al  $n$  corresponden a los clientes. Definimos el conjunto de nodos  $i'$  que incluye únicamente a los clientes y el conjunto  $j$  como alias de  $i$ .
- Conjunto de vehículos  $k$ , donde  $k = \{1, \dots, k\}$  corresponde a la flota de vehículos homogénea.

#### PARÁMETROS:

- $w(i,j)$  Tiempo de ir del centro de distribución al cliente  $i$  o del cliente  $i$  al cliente  $j$  expresado en horas.
- $q(i')$  Demanda de cada uno de los clientes  $i'$  expresada en TON.
- $Q$  Capacidad de carga por vehículo expresa en TON.
- $T_{max}$  Tiempo máximo para la entrega del último cliente

#### VARIABLES DE DECISIÓN:

- $X(i,j,k) = 1$  Si el vehículo  $k$  va del nodo  $i$  al nodo  $j$ , 0 de lo contrario
- $t(i)$  Tiempo de llegada al nodo  $i$

El modelo matemático propuesto es el siguiente:

$$\min Z1 = \sum_{i'} t(i') \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_i X(i, i', k) = \sum_i X(i', i, k) \quad \forall i', k \quad (2)$$

$$\sum_j \sum_k X(j, i', k) = 1 \quad \forall i' \quad (3)$$

$$\sum_j \sum_k X(i', j, k) = 1 \quad \forall i' \quad (4)$$

$$\sum_{i'} \sum_i X(i', i, k) \cdot q(i') \leq Q \quad \forall k \quad (5)$$

$$\sum_{i'} X(1, i', k) = 1 \quad \forall k \quad (6)$$

$$\sum_{i'} X(i', n+1, k) = 1 \quad \forall k \quad (7)$$

$$t(i) + w(i, j) - \left(1 - \sum_k X(i, j, k)\right) \cdot T_{max} \leq t(j) \quad \forall i, j \quad (8)$$

$$\sum_k X(i, i, k) = 0 \quad \forall i \quad (9)$$

$$\sum_i \sum_k X(i, 1, k) = 0 \quad \forall i, k \quad (10)$$

$$\sum_i \sum_k X(n+1, i, k) = 0 \quad \forall i, k \quad (11)$$

$$X(i, j, k) \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k \quad (12)$$

$$T_i \geq 0 \quad \forall i \quad (13)$$

La función objetivo eq.(1) busca minimizar los tiempos promedio de entrega para n clientes, con las restricciones que se describen a continuación.

La eq. (1) denominada también Z1 es el tiempo promedio de entrega, que se calcula como la sumatoria de los tiempos de entrega dividido el número de nodos. Dado que la división del número de nodos es una constante se puede omitir de la función objetivo y minimizar la sumatoria de los tiempos de entrega es equivalente a minimizar el tiempo promedio de entrega.

La eq.(2) es la restricción balance la cual indica que todos los vehículos k que visitan a un cliente i deben salir del cliente i. Las eq.(3) y eq.(4) garantizan que todos los clientes i son visitados por un único vehículo k. La eq.(5) corresponde a la capacidad de carga de cada vehículo k, es decir, que el total de la carga por ruta no puede exceder la capacidad del vehículo seleccionado, en este caso tracto camión de hasta 17 Ton. Las eq.(6) y (7) garantizan que la ruta inicia y termina en el depósito o centro de distribución. La eq.(8) es la restricción de relación, la cual realiza el cálculo de los tiempos de entrega y previene la presencia de subtoures. Para finalizar la eq.(9) hace referencia a la restricción de no bucle, la cual indica que el vehículo k debe salir del cliente i para ir al cliente j,



junto con las eq. (10) y (11) que corresponden a las restricciones de no retorno las cuales indican que el vehículo  $k$  no debe retornar al nodo 1 y que el vehículo  $k$  no puede iniciar ruta en el  $n+1$  respectivamente. Las eq (12) y (13) corresponden a restricciones de la naturaleza binaria y de enteros positivos para las variables de decisión respectivamente.

Este modelo difiere del modelo propuesto en el artículo Ngueveu et al., (2010) en cuanto a la variable de decisión. En el modelo original la variable de tiempo  $t$  contiene índice de nodo y de vehículo, mientras que el modelo implementado solo contiene índice de nodo. Así mismo se presenta diferencia en la restricción de relación ya que en la implementación propuesta está definida como  $t(i)$  mientras que en el modelo original está en función de  $t(i,k)$ . Por lo tanto el modelo propuesto simplifica el número de variables de decisión, pues logra reducir el número de índices asociados a ésta de 2 a 1, sin embargo, se sugiere para una investigación futura revisar a nivel computacional cual desempeño resulta más favorable.

A priori, el modelo tiene menos variables (reducción en un factor igual a  $|K|$ ) y menos restricciones. Se espera que el modelo propuesto reduzca por lo tanto el tiempo computacional requerido. Por otro lado, el modelo original puede permitir “Split deliveries” mientras que el modelo propuesto funciona únicamente para casos donde un solo vehículo visita cada cliente.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS Y ANÁLISIS

#### 1. Descripción de los problemas de prueba y estación de trabajo

A partir de la formulación anterior se analizaron los principales datos, definiendo como información relevante aquella correspondiente a los últimos 6 meses de operación de despachos, posteriormente se verificó cual era el vehículo más usado y se procedió con el análisis de cantidad de despachos efectuados por día.

Del análisis anterior se obtuvo que el vehículo usado con mayor frecuencia para atender los despachos de los Distribuidores es el tracto camión con capacidad de hasta 17 Ton. Adicionalmente al validar la cantidad de despachos efectuados se obtuvo que en promedio se atienden 8 solicitudes por día de lunes a viernes y en promedio 12 solicitudes el día sábado especialmente aquellos fines de semana en donde el día lunes es festivo. Así mismo, se obtuvo la información de los máximos y mínimos atendidos durante los 6 meses analizados, y por último se analizó la cantidad de vehículos utilizados para cubrir las operaciones mencionadas arriba, de allí se obtuvo que en promedio se requieren 3 vehículos.

La construcción de la matriz de tiempos  $w(i,j)$  está basada en los tiempos calculados por Waze Online recuperado de <https://www.waze.com/es-419/livemap> en los horarios habituales de tránsito y supone condiciones normales de tránsito en las vías nacionales. Es decir, no contempla reducciones de carril, accidentes o restricciones de tránsito por festividades. Para la toma de estos datos se consideró como lugar de entrega la dirección principal del distribuidor cuando este está ubicado en una ciudad principal o la plaza o parque principal de la vereda o municipio según aplique.

El modelo propuesto permite el uso de varios vehículos en términos de cantidad, sin embargo, está restringido al uso de un único tipo de vehículo, en este caso el tracto camión con capacidad de hasta 17 Ton de acuerdo a los despachos efectuados durante los últimos 6 meses de operación.

Adicionalmente, como estrategia alternativa queremos comparar las soluciones óptimas cuando el objetivo es la minimización del tiempo total de las rutas de la siguiente manera:

$$\min Z2 = \sum_i \sum_j \sum_k w(i,j) \cdot X(i,j,k) \quad (14)$$

## 2. Ejemplo numérico

Con fines ilustrativos del desarrollo del estudio, analizaremos una primera instancia real de la empresa de forma detallada. Esta instancia tiene las siguientes características: Se cuenta con 5 clientes, los nodos 1 y 7 corresponden al depósito o centro de distribución. El conjunto de vehículos k corresponde en este caso a una flota de vehículos 2 vehículos idénticos de capacidad 17 toneladas.

Tabla 1. Matriz de tiempos en horas

w(i/j)	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,01	0,77	0,5	0,65	4,97	0
2	0,73	0	0,3	0,23	0,15	5,47	0
3	1,18	0,47	0	0,62	0,48	5,27	0
4	0,53	0,17	0,4	0	0,23	4,98	0
5	0,73	0,18	0,37	0,25	0	5,17	0
6	4,7	4,63	4,58	4,75	4,7	0	0

Tabla 2. Demanda de cada uno de los clientes  $i'$  expresada en TON

$i'$	$q(i')$
2	4
3	7
4	5
5	3
6	5

- $Q$  Capacidad de carga por vehículo expresa en TON = 17
- $T_{max}$  Tiempo máximo para la entrega del último cliente = 72 horas

Para la estrategia 1 que corresponde a la minimización del tiempo promedio de entrega se obtuvo el siguiente resultado:

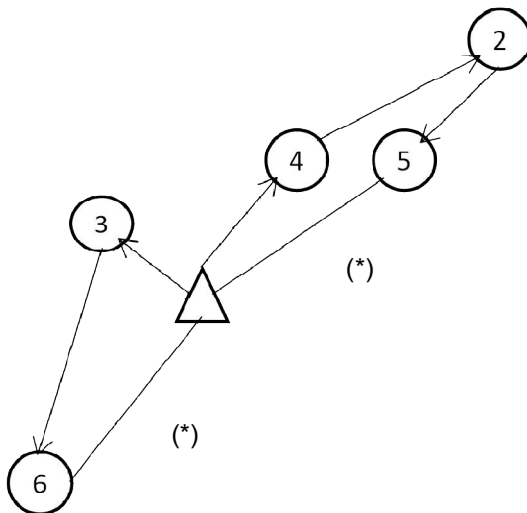


Ilustración 1. Ruteo Estrategia 1

(\*): Arcos no tomados en cuenta en el cálculo de la función objetivo

Donde, el vehículo  $k=1$  debe partir del centro de distribución para visitar al cliente 3 y posteriormente al cliente 6, mientras que el vehículo  $k=2$  debe visitar al cliente 4, posteriormente al cliente 2 y por último al cliente 5.

El resultado para la estrategia principal del ruteo propuesto corresponde a: 14,84 horas las cuales representan la suma de los tiempos de entrega y 6,86 horas las cuales representan el tiempo de toda ruta, lo anterior viene de aplicar las eq.(1) y eq.(14) respectivamente:

$$\min Z1 = \sum_{i'} t(i') = 0,77 + 6,04 + 0,5 + 0,67 + 0,82 + 6,04 = 14,84$$

$$\min Z2 = \sum_i \sum_j \sum_k w(i,j) \cdot X(i,j,k) = 0,77 + 5,27 + 0,5 + 0,17 + 0,15 = 6,86$$

Para la estrategia 2 que corresponde a la minimización del tiempo total se obtuvo el siguiente

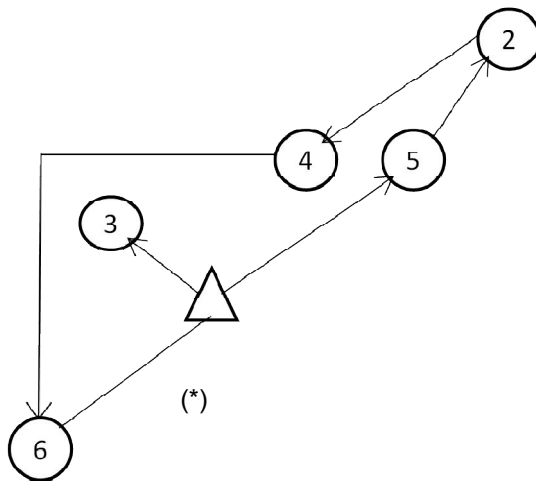


Ilustración 2. Ruteo Estrategia 2

(\*): Arcos no tomados en cuenta en el cálculo de la función objetivo

Donde, el vehículo  $k=1$  debe partir del centro de distribución para visitar únicamente al cliente 3 y el vehículo  $k=2$  debe visitar al cliente 5, seguido del cliente 2, posteriormente al 4 y por último al cliente 6.

Mientras que en la estrategia alternativa, encontramos para el ruteo propuesto un valor 15,39 horas las cuales representan la suma de los tiempos de entrega y 6,81 horas las cuales representan los tiempos de toda la ruta, lo anterior viene de aplicar las eq.(1) y eq.(14) respectivamente:

$$\min Z1 = \sum_{i'} t(i') = 0,83 + 0,77 + 1,06 + 0,65 + 6,04 + 6,04 = 15,39$$

$$\min Z2 = \sum_i \sum_j \sum_k w(i,j) \cdot X(i,j,k) = 0,77 + 0,65 + 0,18 + 0,23 + 4,98 = 6,81$$

En ambas estrategias las soluciones encontradas corresponden a la solución óptima, de igual manera el uso de recursos computacionales es bajo, pues se obtiene una solución en cuestión de segundos lo cual resulta positivo para la implementación y aplicación en una empresa del sector en donde las decisiones se deben tomar en el menor tiempo posible .

Del ejercicio numérico se obtiene lo siguiente:

Tabla 3. Resultados ejercicio numérico

	<b>Estrategia 1 (h)</b>	<b>Estrategia 2 (h)</b>
<b>Z1</b>	14,84	15,39
<b>Z2</b>	6,86	6,81

De la información obtenida por parte de la empresa se obtiene lo siguiente para cada una de las estrategias propuestas:

Tabla 4. Situación real de la empresa

	<b>Estrategia 1 (h)</b>	<b>Estrategia 2 (h)</b>
<b>Z1</b>	28,30	31,20
<b>Z2</b>	15,30	17,10

Es decir que al implementar la estrategia 1 en la empresa se tendrá un aumento en el nivel de servicio equivalente al 3,6% con un impacto en costo de 0,7% equivalente al calculo de Z2 entendido como la minimización de los costos medidos en tiempo de toda la ruta.

### **3. Resultados Computacionales**

El modelo propuesto se ejecutó en GAMS versión 23.4.3 en un equipo Lenovo con procesador Intel Core I7 3.1 GHz y memoria RAM 8 GB. Al ejecutar las diferentes instancias en GAMS se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 5. Resultados Computacionales

Variables	Estrategia 1			Estrategia 2		
	Z1 (h)	Z2 (h)	CPU (s)	Z1 (h)	Z2 (h)	CPU (s)
5 clientes 2 carros	14,84	6,86	0,083	15,39	6,81	0,067
5 clientes 3 carros	12,78	6,66	0,094	12,78	6,6	0,028
5 clientes 4 carros	12,53	7,06	0,061	12,53	7,06	0,061
6 clientes 2 carros	15,32	6,71	0,079	15,32	6,71	0,094
6 clientes 3 carros	14,55	7,15	0,203	14,55	7,15	0,086
6 clientes 4 carros	13,53	7,41	0,072	13,53	7,41	0,077
7 clientes 2 carros	17,6	7,36	0,189	18,47	7,35	0,16
7 clientes 3 carros	14,55	6,79	0,604	14,65	6,75	0,083
7 clientes 4 carros	14,38	7,29	0,673	14,48	7,25	0,088
8 clientes 2 carros	22,41	6,43	0,536	21,41	6,43	0,098
8 clientes 3 carros	19,72	6,9	1,483	19,82	6,86	0,081
8 clientes 4 carros	19,5	11,74	4,517	19,65	7,36	0,075
9 clientes 2 carros	25,56	9,89	1,444	28,59	7,82	0,09
9 clientes 3 carros	23,88	9,6	2,307	27,54	8,29	0,056
9 clientes 4 carros	18,47	12,84	4,679	18,47	12,84	0,169
10 clientes 2 carros	32,73	10,65	16,145	32,73	10,65	0,079
10 clientes 3 carros	28,58	13,26	8,474	33,36	11,26	0,116
10 clientes 4 carros	27,06	13,61	27,593	30,84	11,59	0,071
11 clientes 2 carros	46,14	15,16	527,9	53,113	14,6	0,061
11 clientes 3 carros	34,35	13,32	1308,69	34,35	13,32	0,1
11 clientes 4 carros	34,6	13,57	116,025	34,6	13,57	0,175
21 clientes 4 carros	-	-	>50000	-	-	>50000
<b>PROMEDIO*</b>	<b>22,05</b>	<b>9,53</b>	<b>96,27</b>	<b>23,15</b>	<b>8,93</b>	<b>0,09</b>

\* El cálculo del promedio no incluye la última instancia

Donde,

Z1 = Corresponde al cálculo de los tiempos acumulados totales expresado en horas de acuerdo a la eq.(1)

Z2= Corresponde al cálculo de tiempos de toda la ruta expresado en horas de acuerdo a la eq.(14)

CPU= Cálculo del recurso computacional utilizado expresado en segundos.

La instancia 22 corresponde a la representación hipotética de solicitudes de despacho de todos los Distribuidores en un mismo día, evento que resulta poco probable pero que nos permitió validar que tan robusto es el modelo, pues se llevó al límite de los 50.000 segundos y no logró encontrar solución alguna.



De lo anterior se obtiene para la estrategia principal un promedio de 22,05 horas para la suma de los tiempos de entrega y 9,5 horas en promedio para los tiempos totales de la ruta, mientras que para la estrategia alternativa se obtiene un valor de 23,15 horas para la suma de los tiempos de entrega y de 8,93 horas para los tiempos totales de la ruta, esto significa que en la estrategia principal se tiene una reducción del 5% en los tiempos promedio de entrega.

Aparentemente las variaciones son pequeñas en valor pero no podríamos llegar a afirmar que son insignificantes, por lo tanto a continuación se presenta un análisis más detallado basado en diferentes pruebas de hipótesis para contrastar y comparar las estrategias propuestas.

#### 4. Análisis de Resultados

Con la finalidad de comparar las estrategias propuestas y poder definir si una es mejor que la otra y cuál de estas se encuentra más alineada a la estrategia de la empresa, fue necesario realizar las pruebas estadísticas que se describen a continuación, partiendo de la siguiente prueba de hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 = \text{La estrategia 1 es igual a la estrategia 2} \\ H_1 = \text{La estrategia 1 no es igual a la estrategia 2} \end{cases}$$

Se aplicó el Test de Friedman, prueba no paramétrica que no requiere de los supuestos de normalidad e igualdad de varianzas y dado el tamaño de la muestra que se considera pequeño, adicionalmente este tipo de datos generalmente están sesgados hacia el 0 y acotados, por lo tanto no cumplen el supuesto de normalidad, por tal razón se seleccionó esta prueba como mecanismo de validación. La prueba utiliza el siguiente estadístico de prueba:

$$Xr^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum R^2 - 3n(k+1) \quad (15)$$

Donde:

- $n$  Tamaño de la muestra
- $k$  Cantidad de grupos a comparar
- $R^2$  Ranking total de cada grupo al cuadrado
- $\alpha$  Nivel de confianza del 0,05
- $gl$  Grados de libertad ( $k-1$ )

De lo anterior se obtuvo un valor del estadístico de prueba  $Xr^2$  superior al valor crítico de 3,84 para cada una de las 2 comparaciones, para  $Z1$  de 4,76 ; para  $Z2$  de 6,86 y para CPU de 12,19 por lo tanto se rechaza de la hipótesis nula ( $H_0$ ), con un 95% de confianza por lo tanto las estrategias son significativamente diferentes. Es decir, que pese a que se obtienen buenos tiempos con ambas estrategias y numéricamente no se evidencia una variación grande, no es correcto pensar que las estrategias y sus resultados son iguales, pues estadísticamente se confirmó que son diferentes y por ende hay una que resulta mejor que la otra en cuanto a su desempeño.

Sin embargo, también se validó la hipótesis con la prueba T student pareada, al ser una prueba que es comúnmente usada para muestras pequeñas en donde los valores estadísticos parecen cumplir con el supuesto de igualdad de varianzas, de esta se obtuvo un valor de Probabilidad  $P=2,59\%$  por lo tanto la hipótesis nula ( $H_0$ ) se rechaza, de tal modo que se puede confirmar que estadísticamente la estrategia 1 no es igual a la estrategia 2 y por ende se confirma que son significativamente diferentes con un nivel de confianza del 95%.

En los anexos se presentan los detalles de las mencionadas pruebas.

## **CAPÍTULO 5**

### **CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS**

Este trabajo presenta la adaptación de un modelo matemático para la distribución de mercancías a clientes geográficamente dispersos en Colombia, con una flota homogénea de capacidad limitada cuyo objetivo es minimizar los tiempos promedio de entrega considerando las restricciones clásicas de los problemas de ruteo. Dicho modelo fue ejecutado en el programa GAMS tomando como referencia los datos históricos de una de las empresas del sector eléctrico. Se realizó la comparación de 2 estrategias en función del tiempo con el fin de validar a través de diferentes pruebas estadísticas cuál de éstas resulta más favorable para la compañía.

Se sugiere la implementación del modelo, con la estrategia con la función objetivo que consiste en la minimización de los tiempos promedio de entrega, esto de acuerdo a las necesidades y expectativas de la empresa en donde se busca reducir los tiempos de entrega a los distribuidores de Colombia y así obtener una mejora en el nivel del servicio y en el volumen de ventas. Al reducir los tiempos promedio es posible que se presente una percepción generalizada de la reducción de los mismos en los clientes, mientras que con la estrategia que consiste en la reducción de tiempos totales de la ruta puede que esta mejora solo se perciba en los clientes que están al inicio de cada ruta, pudiendo generar así malestar en aquellos clientes que se encuentran al final de las rutas.

Este modelo puede ser utilizado como una herramienta rápida y sencilla que le permitirá tomar mejores decisiones a la empresa en el momento de coordinar los despachos. Se considera rápida dado los cortos tiempos que necesita el sistema para ejecutar el modelo y encontrar una solución y se considera sencilla dado que considera una flota homogénea y se tienen los datos de demanda y tiempos de viaje principalmente.

Con la implementación de este modelo se pueden rescatar aquellas ventas perdidas como consecuencia de los tiempos de entrega prolongados, pues durante la etapa de oferta o preventa se puede realizar la simulación de coordinar el despacho ejecutando el modelo propuesto, para obtener una estimación del tiempo de entrega.

Es importante mencionar que el modelo propuesto fue adaptado en esta investigación, pues presenta diferencias en cuanto al modelo original descrito en el artículo Ngueveu et al., (2010) en cuanto a la variable de decisión ya que el modelo original contiene doble índice uno para nodos y otro para vehículos, mientras que el modelo implementado contiene un único índice en función del nodo, así mismo se presenta diferencia en la restricción de relación ya que en la implementación esta definida como  $t(i)$  mientras que en el modelo original está en función de  $t(i,k)$ , por último que el modelo original contiene una función objetivo de doble sumatoria, mientras que el modelo propuesto contiene una función objetivo simplificada. Por lo tanto para una investigación futura se sugiere revisar a nivel computacional cual desempeño resulta más favorable.

Así mismo para una investigación futura se pueden llegar a considerar elementos como ventanas de tiempo, flota heterogénea, tiempos de alistamiento, cargue y descargue de la mercancía, tiempos de viaje aleatorios, entre otros, esto con el fin de hacer más robusto el modelo y garantizar que este refleja la operación logística por completo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adelman, D. (2004). A price-directed approach to stochastic inventory/routing. *Operations Research*, 52(4), 499–514.
- Bhattacharyya, K. & Guiffrida, A.L. (2015). An optimization framework for improving supplier delivery performance. *Applied Mathematical Modelling*, 39, 3771–3783.
- Bravo, J.J. & Vidal, C. J. (2013). Freight transportation function in supply chain optimization models: A critical review of recent trends. *Expert Systems with Applications*, 40, 6742-6757.
- Campbell, A. M., & Savelsbergh, M. W. P. (2004). A decomposition approach for the inventory-routing problem. *Transportation Science*, 38(4), 488–502.
- Geunes, J., Retsef, L., Romeijn, H.E., & Shmoys D.B. (2011). Approximation algorithms for supply chain planning and logistics problems with market choice. *Mathematical Programming*, 130, 85-106.
- Guo, H., Wang, X. & Zhou, S. (2015). A Transportation Problem with Uncertain Costs and Random Supplies. *International Journal of e-Navigation and Maritime Economy*, 2, 1 – 11.
- Li, J., Chu, F., & Chen, H. (2011). Coordination of split deliveries in one-warehouse multi-retailer. *Computers & Industrial Engineering*, 60, 291–301.
- Rivera, J.C., Afsara, M., & Prins, C. (2016). Mathematical formulations and exact algorithm for the multitrip cumulative capacitated single-vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 249, 93-104.
- Ke, L., & Feng, Z. (2013). A two-phase metaheuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 40, 633-638.
- Rostami, M., Kheirandish, O., & Ansari, N. (2015). Minimizing maximum tardiness and delivery costs with batch. *Applied Mathematical Modelling*, 39, 4909–4927.
- Pérez, E., & Guerrero, W.J. (2015). Métodos de optimización para el problema de ruteo de vehículos con inventarios y ventanas de tiempo duras. *Revista Ingeniería Industrial*, 14(3), 31-49.
- Shangyao, Y., James, C., Chu, B., Yen, F., & Huang, H., (2015). A planning model and solution algorithm for multi-trip split-delivery. *Computers & Industrial Engineering*, 87, 383–393.
- Wei, S.D, Wang, H., & Zhao, H.H. (2014). A two-stage optimization algorithm of logistics transportation network. *Algorithm of logistics transportation network*. , 511 - 512, 886-891.
- Wang, Y., Lei, X., Lao, Y., Yan, H., & Liu, H.Y. (2014). A two-stage heuristic method for vehicle routing problem with. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE C (Computers & Electronics)*, 15(3), 200-210.
- Ngueveu, S. U., Prins, C., & Calvo, R. W. (2010). An effective memetic algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 37(11), 1877-1885.
- Li, F., Golden, B., & Wasil, E., (October 2007). The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. *Computers & Operations Research*, 34, 2918–2930.

Garcia, A., Jodrá, P., & Tejel, Javier. (2002). A note on the traveling repairman problem. *Networks*, 40, 27 - 31.

## ANEXOS

### Anexo A. Test de Friedman

Se comparan los datos por grupos es decir, Z1 Z2 y CPU de acuerdo a las estrategias planteadas en cada una de las funciones objetivo eq.(1) y eq. (14), bajo la siguiente prueba de hipótesis:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 = \text{La estrategia 1 es igual a la estrategia 2} \\ H_1 = \text{La estrategia 1 no es igual a la estrategia 2} \end{array} \right.$$

Considerando,

- $n$  Tamaño de la muestra
- $k$  Cantidad de grupos a comparar
- $R^2$  Ranking total de cada grupo al cuadrado
- $\alpha$  Nivel de confianza del 0,05
- $gl$  Grados de libertad ( $k-1$ )

Tabla 6. Grupos Z1, Z2 y CPU 1

Z1 E1	Z1 E2	Z2 E1	Z2 E2	CPU E1	CPU E2
14,84	15,39	6,86	6,81	0,083	0,067
12,78	12,78	6,66	6,6	0,094	0,028
12,53	12,53	7,06	7,06	0,061	0,061
15,32	15,32	6,71	6,71	0,079	0,094
14,55	14,55	7,15	7,15	0,203	0,086
13,53	13,53	7,41	7,41	0,072	0,077
17,6	18,47	7,36	7,35	0,189	0,16
14,55	14,65	6,79	6,75	0,604	0,083
14,38	14,48	7,29	7,25	0,673	0,088
22,41	21,41	6,43	6,43	0,536	0,098
19,72	19,82	6,9	6,86	1,483	0,081
19,5	19,65	11,74	7,36	4,517	0,075
25,56	28,59	9,89	7,82	1,444	0,09
23,88	27,54	9,6	8,29	2,307	0,056

18,47	18,47	12,84	12,84	4,679	0,169
32,73	32,73	10,65	10,65	16,145	0,079
28,58	33,36	13,26	11,26	8,474	0,116
27,06	30,84	13,61	11,59	27,593	0,071
46,14	53,113	15,16	14,6	527,9	0,061
34,35	34,35	13,32	13,32	1308,69	0,1
34,6	34,6	13,57	13,57	116,025	0,175

Posteriormente se procede a realizar el ranking de los datos, así:

Tabla 7. Ranking de grupos Z1, Z2 y CPU 1

	Z1 E1	Z1 E2	Z2 E1	Z2 E2	CPU E1	CPU E2
	2	1	2	1	2	1
	1,5	1,5	2	1	2	1
	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
	1,5	1,5	1,5	1,5	1	2
	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1
	1,5	1,5	1,5	1,5	1	2
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	1	2	1,5	1,5	2	1
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1
	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	2	1	2	1	2	1
	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1
	1,5	1,5	1,5	1,5	2	1
<b>R</b>	36,5	26,5	37,5	25,5	39,5	23,5

El valor crítico de  $Xr^2$  es 3,84 con un  $\alpha$  de 0,05 por lo tanto si el cálculo de  $Xr^2$  es mayor al valor crítico se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ).

Aplicamos la eq.(15), así para Z1, Z2 y CPU respectivamente:



$$Xr^2 = \frac{12}{21 \cdot 2 (2 + 1)} \sum (36,5^2 + 26,5^2) - 3 \cdot 21 (2 + 1) = 4,76 \text{ para } Z1$$

$$Xr^2 = \frac{12}{21 \cdot 2 (2 + 1)} \sum (37,5^2 + 25,5^2) - 3 \cdot 21 (2 + 1) = 6,86 \text{ para } z2$$

$$Xr^2 = \frac{12}{21 \cdot 2 (2 + 1)} \sum (39,5^2 + 23,5^2) - 3 \cdot 21 (2 + 1) = 12,19 \text{ para } CPU$$

De lo anterior se obtuvo un valor de  $Xr^2$  superior al valor crítico de 3,84 para cada una de las comparaciones, para  $Z1$  de 6,86 ; para  $Z2$  de 4,76 y para CPU de 12,19 por lo tanto se rechaza de la hipótesis nula ( $H_0$ ), con un 95% de confianza por lo tanto las estrategias son significativamente diferentes.

## Anexo B. Prueba T student pareada

Partiendo de los datos indicados en la Tabla 4. Grupos Z1, Z2 y CPU y con un  $\alpha$  de 0,05 se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 8. Resultados prueba T Student pareada para Z1

	<i>Variable</i> <i>1</i>	<i>Variable</i> <i>2</i>
Media	9,53619	8,937143
Varianza	9,175455	7,612031
Observaciones	21	21
Coefficiente de correlación de Pearson	0,926426	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	20	
Estadístico t	2,405169	
P(T<=t) una cola	1%	
Valor crítico de t (una cola)	1,724718	
P(T<=t) dos colas	3%	
Valor crítico de t (dos colas)	209%	

Tabla 9. Resultados prueba T Student pareada para Z2

	<i>Variable</i> <i>1</i>	<i>Variable</i> <i>2</i>
Media	22,05143	23,1511
Varianza	82,45162	109,2144
Observaciones	21	21
Coefficiente de correlación de Pearson	0,987486	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	20	
Estadístico t	-2,44366	
P(T<=t) una cola	0,011968	
Valor crítico de t (una cola)	1,724718	
P(T<=t) dos colas	2%	
Valor crítico de t (dos colas)	2,085963	

De lo anterior se obtuvo un valor de P inferior al 5% para Z1 y Z2 con un 95% de confianza, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula (H0), es decir, que las estrategias son significativamente diferentes.

Tabla 10. Resultados prueba T Student pareada para CPU

	<i>Variable</i>	<i>Variable</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>
Media	96,27862	0,09119
Varianza	90564,78	0,001371
Observaciones	21	21
Coefficiente de correlación de Pearson	0,022264	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	20	
Estadístico t	1,464703	
P(T<=t) una cola	0,079273	
Valor crítico de t (una cola)	1,724718	
P(T<=t) dos colas	16%	
Valor crítico de t (dos colas)	2,085963	

Mientras que para CPU se obtuvo un valor de P superior al 5%, por lo tanto se puede llegar a decir que con un 95% de confianza, no rechaza la hipótesis nula (H0), es decir, que las estrategias podrían llegar a ser iguales en cuanto se refiere al uso de los recursos computacionales.