

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO A TRAVÉS
DE UN AMBIENTE DE APRENDIZAJE MEDIADO POR TIC

LADY JOHANNA ARISMENDY RUIZ

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
CENTRO DE TECNOLOGÍAS PARA LA ACADEMIA
MAESTRÍA EN INFORMÁTICA EDUCATIVA
CHÍA, 2015

FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO A TRAVÉS
DE UN AMBIENTE DE APRENDIZAJE MEDIADO POR TIC

Presentado por:

LADY JOHANNA ARISMENDY RUIZ

Director:

OSCAR RAFAEL BOUDE FIGUEREDO

Trabajo presentado como requisito para obtener el título de
Magister en Informática Educativa

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
CENTRO DE TECNOLOGÍAS PARA LA ACADEMIA
MAESTRÍA EN INFORMÁTICA EDUCATIVA

CHÍA, 2015

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme sabiduría para llegar a cumplir este sueño, brindándome salud para lograr los objetivos propuestos, además de su infinita bondad y amor.

Al centro de Tecnologías para la Academia de la Universidad de la Sabana y a todos sus docentes, en especial a mi director de tesis Dr. Oscar Rafael Boude Figueredo quien con sus conocimientos y motivación, orientó mi proceso investigativo inculcando el rigor académico que exigía este trabajo.

A los estudiantes de grado noveno del Colegio Bosanova IED, quienes participaron en esta investigación y de la cual se observaron procesos y resultados muy productivos, conllevando al análisis de esta labor cotidiana como lo es el educar.

A mi familia por su incondicional apoyo, quienes me motivaron constantemente para culminar esta anhelada etapa.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación se fundamentó en el diseño, implementación y evaluación de un Ambiente de Aprendizaje mediado por TIC en el cual se hizo uso del software Geogebra™ como herramienta articuladora de nociones asociadas a área y perímetro adaptadas a fortalecer el desarrollo del pensamiento Lógico Matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Bosanova IED.

La institución donde se realizó la investigación es de carácter oficial, mixta: cuenta con dos cursos de este grado en la jornada de la tarde (42 estudiantes por cada uno y con edades que oscilan entre los 13 y 16 años) y solo con uno de ellos se aplicó la prueba de pilotaje. El enfoque pedagógico utilizado hizo referencia a Enseñanza para la Comprensión (E.P.C), desde el cual se generó flexibilidad en el aula para satisfacer las necesidades de los actores involucrados en la misma a través de metas y desempeños de comprensión. La investigación fue de tipo descriptivo con un enfoque cualitativo y diseñada como un estudio de caso, utilizando como estrategia el Trabajo Colaborativo con procesos de interdependencia positiva con el fin de determinar si esta permitía mejorar el rendimiento académico de los estudiantes.

Para los estudiantes resultó totalmente diferente el trabajo de implementación ya que este no se había realizado con anterioridad: trabajar en grupo durante todo el periodo académico resultó novedoso y a futuro puede ser útil para aquellos estudiantes que presentan dificultades académicas, fortaleciendo procesos de socialización con aquellos que no son muy participativos en clase. Finalmente se observó en la investigación cómo en el fortalecimiento del pensamiento

variacional, se involucraron procesos de experimentación con Geogebra™, a partir de los cuales, los estudiantes visualizaron, generalizaron y analizaron relaciones y propiedades de las figuras geométricas.

Palabras Claves: Ambiente de Aprendizaje, Geogebra, Pensamiento Lógico Matemático, Trabajo Colaborativo, Pensamiento Variacional.

ABSTRACT

This research was based on the design, implementation and evaluation of a Learning Environment mediated by technologies of information and communication (ICT) and the Geogebra™ software as a tool that connects notions associated to the area and perimeter, adapted to strengthen the development of Logic Mathematical thinking in Bosanova's IED ninth grade students.

The state institution where the research was made, has a mixed character. The ninth grade is divided into two courses in the afternoon schedule (42 students each, with ages ranging between 13 and 16 years). With only one of the courses the pilot test was applied. The pedagogical approach used referred to Teaching for Understanding, from which flexibility in the classroom was built to satisfy the needs of the actors involved in it, through goals and performances of understanding. The research was descriptive with a qualitative approach and designed as a case study, using as strategy the collaborative work with processes of positive interdependence in order to determine if this would allow to improve the academic performance of students.

For students the implementation work turned out completely different, due to the fact that, this had not been done before: work in groups throughout the academic period turned out innovative and in the future may be useful for students who have academic difficulties, strengthening socialization processes with those who are not very participatory in class. Finally, it was noted in the research how the strengthening in the variational thinking, and experimentation processes were involved with Geogebra™, from which the students visualized, analyzed and generalized relationships and properties of geometric figures.

Keywords: Learning Environment, Geogebra, Logical Mathematical Thinking, Collaborative Work, Variational Thinking.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	14
JUSTIFICACIÓN.....	16
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	19
FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	22
OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	23
Objetivo General.....	23
Objetivos Específicos	23
MARCO TEORICO	24
Estado del Arte	24
A Nivel Internacional.	24
A Nivel Nacional y Local.	27
Referentes Conceptuales.....	29
Pensamiento Lógico Matemático.	30
Aprendizaje Colaborativo.....	32
Aprendizaje Colaborativo Vs Aprendizaje Cooperativo.	36
Ambientes de Aprendizaje.....	36
Las TIC en Educación Matemática.....	39
Qué es Geogebra. TM	41
DESCRIPCIÓN DEL AMBIENTE DE APRENDIZAJE Y PILOTAJE	44
Objetivo del Ambiente.....	45

Descripción del Ambiente	45
Indicadores para Evaluar la Efectividad del Ambiente	53
Diseño e Implementación del Pilotaje	53
Descripción Del Pilotaje.....	54
Conclusiones del pilotaje.....	63
Estrategia Didáctica a Implementar	64
DISEÑO METODOLÓGICO	66
Tipo de Investigación	66
Diseño de la Investigación: Un Estudio de Caso.....	68
Población y Muestra	71
Contexto.....	71
Caracterización y delimitación de la población.....	72
Descripción de la muestra.....	72
Consideraciones Éticas	74
RECOLECCION DE LA INFORMACIÓN	76
Instrumentos empleados	76
La Observación.....	76
La encuesta y los cuestionarios.....	77
Grupos focales.....	79
Documentos, registros, materiales.....	79

Entrevista semi-estructurada.....	79
Validación de los Instrumentos	80
PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	81
Categorías de Análisis	81
Rol Del Estudiante.....	86
Rol Del Docente.	91
TIC Y Su Utilidad En El Aula.....	93
Trabajo Colaborativo.....	96
Aprendizajes Adquiridos.	100
CONCLUSIONES	103
APRENDIZAJES	108
RECOMENDACIONES	110
REFERENCIAS	111

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Resultados grado noveno Colegio Bosanova Comparativo 2012-2013.....	21
Figura 2. Dimensiones de un Ambiente de Aprendizaje deseable.....	38
Figura 3. Interfaz de Geogebra.....	42
Figura 4. Prueba diagnóstico, planteada en google drive.....	58
Figura 5. Ajustes a prueba diagnóstico, incorporando cinco ítems.....	62
Figura 6. Estructura utilizada para el diario de campo.....	70
Figura 7. Fórmula para determinar tamaño de la muestra estadísticamente.	73
Figura 8. Estructura entrevista alusiva a uso de Geogebra y procesos de aprendizaje.....	80
Figura 9. Segmentación de la información.....	83
Figura 10. Diagrama de barras alusivo a la representación de frecuencias entre categorías a priori y emergentes, representadas en QDA.....	84
Figura 11. Red semántica entre categorías a priori y emergentes.....	85
Figura 12. Trabajo hecho en Geogebra asociados a sesión 3. Transición de lenguaje numérico al algebraico.....	88
Figura 13. Trabajo hecho en Geogebra asociados a sesión 4. Transición de lenguaje numérico al algebraico y planteamiento de ecuaciones.....	89
Figura 14. Representaciones hechas por los estudiantes frente a relación de área y perímetro.....	95
Figura 15. Trabajo asociados a sesión 5. Variación de figuras y análisis de las variaciones.....	101

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Descripción, primera sesión del Ambiente. Actividad Diagnóstico.....	47
Tabla 2. Descripción, segunda sesión del Ambiente. Actividades de Introducción.....	48
Tabla 3. Descripción, tercera sesión del Ambiente. Actividades de Socialización.....	49
Tabla 4. Descripción, cuarta sesión del Ambiente. Actividades de Socialización.....	50
Tabla 5. Descripción, quinta sesión del Ambiente Actividades de Profundización.....	51
Tabla 6. Descripción, sexta sesión del Ambiente. Actividades de Evaluación.....	52
Tabla 7. Clasificación de los ítems de acuerdo con el porcentaje de aprobación asociado a niveles de competencia.....	60
Tabla 8. Criterios Éticos para la Investigación.....	75
Tabla 9. Estructura cuestionario alusivo a TIC y su utilidad en el aula.....	78
Tabla 10. Estructura cuestionario alusivo a Trabajo Colaborativo.....	78
Tabla 11. Diagrama de categorías a priori	82

INTRODUCCIÓN

El pensamiento Lógico Matemático juega un papel de gran importancia en el desarrollo de la sociedad, este abarca una serie de competencias que ayudan a cualquier individuo a la toma de decisiones en cualquier situación de la vida cotidiana. Sus formas más simples conllevan al desarrollo de habilidades importantes como la comunicación, modelación, formulación y razonamiento de situaciones significativas. Las matemáticas son lógica, exactitud, rigor, abstracción, deducción y formalización, que puestas en la práctica educativa permiten dotarlas de sentido y significado. Sin embargo, es necesario reconocer que la forma tradicional en la que se han venido desarrollando los procesos de enseñanza-aprendizaje de este saber, evidencian que los estudiantes generan estrategias memorísticas y poco constructivas; de allí que los resultados sean poco alentadores en el desempeño de los mismos frente a la aplicación de las Pruebas Nacionales e Internacionales.

Tratando de generar nuevas ideas que apunten a dinámicas significativas en los escenarios educativos, se presenta a continuación una propuesta enmarcada en el diseño, implementación y evaluación de un Ambiente de Aprendizaje Presencial mediado por TIC, en la cual se buscó como fin, el fortalecimiento del pensamiento Lógico Matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Bosanova IED, institución educativa ubicada en la localidad séptima de la ciudad de Bogotá. Cabe señalar que la propuesta fue contemplada bajo la teoría del Aprendizaje Colaborativo, como estrategia que permitiera el desarrollo de habilidades personales y sociales las cuales llevaran a precisar, organizar, integrar y construir conocimiento matemático.

El presente trabajo de investigación buscó determinar los factores inmersos en un Ambiente de Aprendizaje mediado por TIC partiendo de los resultados arrojados por una prueba diagnóstica, con el propósito de identificar el nivel de competencias que podían mostrar los estudiantes al iniciar el mismo. De igual manera, se estableció un tipo de investigación de corte descriptivo con el fin de comprender la realidad de los estudiantes frente al desarrollo de competencias matemáticas apoyadas por el uso de software educativo (Geogebra™). Así lo expresa Baeza de Oleza (1995) al decir que dentro del marco de las nuevas posibilidades que ofrecen los recursos hipermediales junto con dos de sus características esenciales, la visualización y la interactividad, se desarrolla uno de los factores esenciales de la enseñanza: el aprendizaje.

Otro aspecto que abordó la propuesta fue el alusivo a la implementación del trabajo colaborativo como estrategia que posibilitara el desarrollo de habilidades y la toma de decisiones en diferentes momentos del Ambiente. Este trabajo retomó una serie de actividades planteadas desde el diseño de una secuencia didáctica elaborada por el Ministerio de Educación Nacional y que contó con una serie de lineamientos los cuales llevaron a enriquecer el proceso pedagógico. (Oicata Ojeda; Castro Miguez, 2013). Finalmente se presentan los instrumentos de recolección de la información y el objetivo que cada uno de estos cumplió, junto al análisis de datos y sus respectivas conclusiones.

JUSTIFICACIÓN

Basado en los resultados obtenidos por los estudiantes de Educación Básica en el área de Matemáticas en la aplicación de las PRUEBAS SABER 9 del Colegio Bosanova IED, se consideró pertinente diseñar un Ambiente de Aprendizaje el cual permitiera el fortalecimiento del Pensamiento Lógico desde sus diferentes procesos.

Desde los lineamientos generales, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) específicamente, en el marco del desarrollo de competencias, estimula la creación de Ambientes de Aprendizaje los cuales lleven a construir y apropiar de un saber a los estudiantes para que pueda ser aplicado en diferentes contextos. En particular, en el desarrollo de competencias matemáticas, el Ambiente de Aprendizaje debe favorecer el desarrollo de los procesos de la actividad matemática y la comprensión y apropiación de los conocimientos matemáticos fundamentales en la disciplina.(Colombia Aprende,2010) De igual forma, es necesario generar una metodología que permita al estudiante dar significado a los conceptos que está abordando y como le pueden ser útiles en su realidad, estimulando con ello un aprendizaje significativo.

Es habitual que en las instituciones educativas se evidencie un alto porcentaje de estudiantes con dificultades en matemáticas y aún de manera más amplia, los resultados que presenta el Instituto Colombiano de Fomento para la Educación Superior (ICFES), en los exámenes periódicos que realiza a los estudiantes colombianos. En muchas ocasiones se piensa que el problema radica en la poca motivación que tienen por esta área y que de allí se deriven una serie de prejuicios entorno a esta disciplina, caracterizándola como una ciencia aburrida, poco útil en la sociedad y accesible para unos cuantos, donde solo puede haber cabida para los inteligentes o los más preparados. Tal y como lo menciona Vasco (2006) el desprecio por la pedagogía y por la

didáctica de las matemáticas en nuestro país, promueve en las aulas de clase actitudes que tiendan a aburrir, humillar y desterrar del paraíso matemático a aquellos jóvenes que no logran buenos rendimientos en el área.

Así mismo, los docentes nos vemos en la tarea de reflexionar sobre nuestro que hacer pedagógico, en las estrategias que debemos emplear para crear espacios dinámicos de aula, implementación de recursos tecnológicos y su alfabetización que promuevan la construcción de saberes y lleven a la aplicación de los mismos, todo esto con el fin de innovar y dar cabida a las exigencias que día a día se abordan desde las políticas del gobierno Nacional en pro de una educación de calidad. Investigaciones recientes apuntan principalmente a la falta de estrategias lideradas por el docente y su constante evaluación en las mismas. Lo importante aquí es considerar las herramientas que pueden ayudar a que los estudiantes mejoren sus habilidades y destrezas matemáticas (Beyer, 1994)

Como lo afirman Aguilar, Navarro, López y Alcalde (2002) es importante potenciar en los estudiantes el desarrollo de habilidades lógico matemáticas mediante la resolución de problemas ya que es este uno de los aspectos que no se abordan en las aulas de clase y se prioriza la memorización de algoritmos y el sin sentido de las mismas. De esta manera se buscó como medio para suplir esta problemática, la creación de un Ambiente de Aprendizaje que promoviera el desarrollo de las habilidades anteriormente mencionadas y de acuerdo a la disertación entre la SED y la Universidad La Gran Colombia (2012)¹ el reconocimiento de las necesidades en contexto, lo cual es un punto central que aborda la Reorganización Curricular por Ciclos y de allí que la caracterización institucional y de estudiantes se conviertan en un factor fundamental para

¹ El documento redactado por estas entidades se encuentra en http://www.redacademica.edu.co/archivos/redacademica/colegios/curriculo/final_cartilla_volumen1_web.pdf

avanzar en la consolidación de una educación de calidad, la cual trasciende la racionalidad económica convencional al involucrar los aspectos cognitivos, socio-afectivos y físico-creativos que atañen al ser humano.

Y es que lo expuesto en la cita anterior fundamenta el trabajo puesto en consideración, dado que este ofrece variaciones sobre los cambios de actitud y nuevas dimensiones que deben tenerse en cuenta frente a las actitudes hacia la matemática con tecnología, como son por ejemplo, las actitudes matemáticas del estudiante al trabajar con otros compañeros, la discusión de los procesos empleados, la creatividad al justificar los mismos y la comprensión de los objetos matemáticos para dar solución a las actividades propuestas.

Finalmente, se buscó fomentar el aprendizaje colaborativo como estrategia del Ambiente de Aprendizaje para que en los estudiantes fluyera la interdependencia positiva, la contribución individual y las habilidades personales y de grupo y el cual, en términos de Díaz Barriga (2002) posibilitaría la creación de procesos de aprendizaje, donde la conexión, bidireccionalidad y profundidad permitirían la construcción de un conocimiento en particular.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Partiendo de los planteamientos hechos por Gardner (1983) se considera que el desarrollo de la Lógica Matemática juega un papel fundamental en la educación formal y en el desarrollo de la sociedad y que debe ser estimulada desde los primeros años de vida, de allí que la incluya dentro de su modelo de las Inteligencias Múltiples (IM). Él concibe esta inteligencia como la habilidad necesaria para resolver cualquier problema o para tomar decisiones en un contexto cultural. De igual forma, cabe destacar que de acuerdo con la teoría Piagetiana, el desarrollo del pensamiento lógico matemático tiene su punto máximo cuando el individuo accede al nivel de las operaciones formales (de 11 o 12 años en adelante), en el cual muestra capacidad para trabajar con conceptos abstractos y, por tanto, emplear su pensamiento hipotético-deductivo para formular y comprobar hipótesis. Todo esto, previo al desarrollo de otros procesos asociados al nivel sensoriomotor, preoperatorio y de operaciones concretas; niveles que para Piaget en 1964 (citado por Ferrándiz, *et al.*, 2003: 183-188) han de ser de gran importancia en el desarrollo de la comprensión matemática.

Los conceptos abordados por los autores mencionados, permiten hacer una reflexión en cuanto a los procesos que se han de generar en las instituciones educativas de nuestro país y la forma en la que estos son desarrollados en el contexto en el que vivimos. Podemos encontrar varios instrumentos que permiten identificar la existencia de capacidades, habilidades y aptitudes que, en conjunto, permiten a la persona resolver problemas y situaciones en contexto. Hoy en día, a nivel internacional, el Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes, PISA, es un punto de referencia obligatorio para la investigación y el diseño de políticas educativas, al igual que las pruebas SABER, SABER 11 y SABER PRO, que permiten evaluar

periódicamente el desempeño de los estudiantes de educación básica, media y superior respectivamente.

Sin embargo, los resultados no son alentadores. Particularmente en el Colegio Bosanova IED se puede decir, de manera general, que los estudiantes de grado noveno (quienes deberían estar en el nivel de las operaciones formales) muestran un nivel de desempeño mínimo en los resultados arrojados por la prueba SABER (ver figura 1) en su comparativo 2012-2013

Los resultados obtenidos evidencian la poca capacidad que tienen los estudiantes para razonar lógicamente frente a una situación matemática en contexto y la poca argumentación en el momento de tomar decisiones. Según este informe, la mayoría de estudiantes promedio ubicados en el nivel Mínimo, reconocen distintas maneras de representar una función, solucionan problemas en contextos aditivos y multiplicativos, identifican algunas propiedades de figuras planas y sólidos, establecen relaciones entre dimensionalidad y magnitud, identifican algunos movimientos rígidos en el plano, utilizan formas de representación convencionales para describir fenómenos de las ciencias, pero no argumentan sus procesos y tampoco tienen una postura clara frente al razonamiento de los mismos.



Establecimiento educativo: CENT EDUC DIST BOSANOVA

Código DANE: 211102000995

Fecha actualización de datos: 28-4-2015 03:52:09

Reporte historico de comparacion entre los años 2012 - 2013



MinEducación
Ministerio de Educación Nacional



Resultados de noveno grado en el área de matemáticas

1. Número de estudiantes evaluados por año en matemáticas, noveno grado

Año	Número de estudiantes evaluados
2012	70
2013	95

2. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, noveno

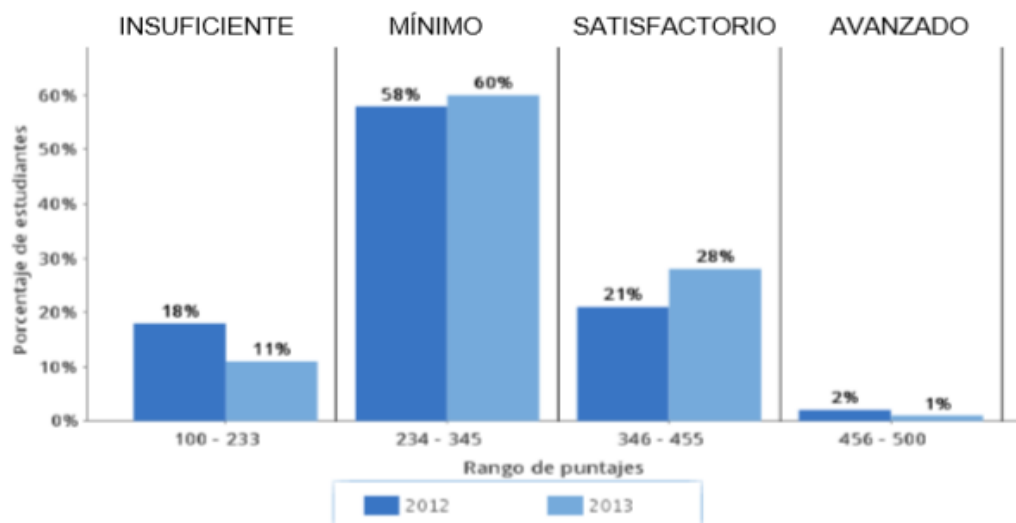


Figura 1. Resultados grado noveno Colegio Bosanova Comparativo 2012-2013.

Además de medir el desempeño de los estudiantes en matemáticas, es importante analizar las variables asociadas a los escenarios educativos que influyen en el desempeño de los mismos. Estos factores están relacionados con el tipo de evaluación empleada en la institución la cual se concibe como un proceso integral de tal forma que tiene en cuenta la parte socio afectiva desde el compartir en el colegio con los pares y docentes, o en diferentes escenarios donde representa a la institución y demuestra lo aprendido, hasta las relaciones con los demás y consigo mismo. En la parte físico creativa se incluye la participación en actividades internas y externas (olimpiadas y celebraciones del área de matemáticas) que permitan dar cuenta de sus avances en la parte motriz, creativa y en la parte cognitiva desde los resultados en las pruebas internas y externas que se convoquen.

FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuáles son los factores en un Ambiente de Aprendizaje Presencial mediado por TIC que pueden contribuir al fortalecimiento del Pensamiento Lógico Matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Bosanova IED?

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Objetivo General

Determinar los factores del Ambiente de Aprendizaje Presencial mediado por TIC que pueden contribuir al fortalecimiento del Pensamiento Lógico Matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Bosanova IED.

Objetivos Específicos

- Determinar el nivel de competencias matemáticas que tenían los estudiantes de grado noveno antes de la implementación del Ambiente de Aprendizaje frente a la solución de problemas Lógico Matemáticos, mediante la aplicación de la prueba ICFES SABER 9°, 2012
- Diseñar un Ambiente de Aprendizaje sustentado en la teoría del Aprendizaje Colaborativo para fomentar la interdependencia positiva en los estudiantes.
- Evaluar el nivel de desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático en los estudiantes posterior a la implementación del Ambiente de Aprendizaje mediado por TIC.

MARCO TEORICO

En este apartado se presenta un rastreo bibliográfico de aquellos trabajos que tienen características similares a la investigación que se ha expuesto con anterioridad, es decir, frente al fortalecimiento del Pensamiento Lógico Matemático en estudiantes de grado noveno. Para ello, se han clasificado los trabajos más significativos a nivel Internacional, Nacional y Local y respecto a los referentes conceptuales se aborda la definición de Pensamiento Lógico Matemático, Ambiente de Aprendizaje, Trabajo Colaborativo y las TIC en Educación Matemática.

Estado del Arte

A Nivel Internacional.

El estudio planteado por Tapia y Cofré (1995), docentes de Básica Primaria y Secundaria en Chile, está enfocado en el desarrollo del razonamiento lógico matemático a través de la resolución de problemas; teniendo como áreas principales la iniciación a la lógica y al pensamiento de relación, conjuntos numéricos y sistemas de numeración y resolución de problemas, ofreciendo a esta investigación una visión completamente integral que facilita el desarrollo de estrategias metodológicas para mejorar el rendimiento matemático en estudiantes de Educación Básica. Frente a esto, se espera que el presente estudio aporte elementos claves en la forma de diseñar un Ambiente de Aprendizaje que particularmente para la institución fortalezcan el Proyecto Educativo institucional, en aspectos como la toma de decisiones justas y objetivas, la creación de comunidades y trabajo en equipo y el favorecimiento de procesos comunicativos, democráticos y participativos.

La investigación realizada en la Universidad de Cádiz (España) por Aguilar, Navarro, López y Alcalde (2002), en el marco del estudio de los procesos de razonamiento Lógico Matemático analiza las relaciones entre los logros cognitivos alcanzados durante el estadio del pensamiento formal y la resolución de problemas matemáticos mediante la aplicación de una prueba pre y post de características cognitivas en resolución de problemas. Como lo afirma el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, en el marco de los lineamientos curriculares para el área de matemáticas (1998), es importante que los estudiantes sean competentes en los diferentes pensamientos: numérico, geométrico, variacional, aleatorio y métrico, siendo esta propuesta española un modelo para el análisis de resultados que serán arrojados luego de aplicar a manera de diagnóstico y evaluación la Prueba Saber para grado noveno en función del nivel de desarrollo formal alcanzado por los estudiantes en la implementación del Ambiente de Aprendizaje.

Del mismo modo se encuentran trabajos similares en Serbia, Eslovaquia y Finlandia, los cuales brindan herramientas conceptuales en el desarrollo de competencias matemáticas basadas en los resultados de las pruebas nacionales e internacionales y su incidencia frente a este tipo de pruebas con países de todo el mundo. (Sekerák y Sveda, 2008.).

De la mano se encuentra “A survey on use of computers in mathematical education in Serbia.”, Un estudio hecho por Budinski (2008) el cual muestra una experiencia significativa frente a los desafíos de las herramientas informáticas y el software educativo GeogebraTM educativo en la enseñanza de las matemáticas. Esta experiencia fue realizada durante un período de seis meses en la cual se entrevistaron 43 docentes serbios durante tres seminarios diferentes acerca de la Educación Matemática. Los resultados sugieren que a pesar de que los computadores

están presentes en las escuelas de este país, el uso de los mismos y sobre todo el software educativo todavía no están en un nivel satisfactorio.

Por último, se encuentra la investigación “Educational technology standards in professional development of mathematics teachers: an international study”, desarrollada por Kadrijevi y Hvorecky, (2005) quienes abordan el diseño y la implementación de tecnologías por docentes de matemáticas junto con la relación entre el razonamiento cualitativo y cuantitativo mediante un estudio piloto con estudiantes de noveno grado frente a la solución de problemas de proporción múltiple. El estudio tuvo un diseño pre-test/post-test con dos grupos paralelos. Con la adopción de las Normas Tecnológicas de la Fundación ISTE para estudiantes, se utilizó una muestra de 134 profesores de matemáticas de Finlandia, Serbia y Eslovaquia (tres países con diferentes niveles de desarrollo tecnológico) para examinar el interés de los docentes en el desarrollo de procesos de enseñanza-aprendizaje mediado por las TIC.

De esta forma podemos decir que los resultados anteriormente mencionados son relevantes para este estudio en particular dado que muestran diferentes perspectivas de cómo abordar nociones matemáticas apoyadas con TIC y su incidencia en la forma de utilizar diferentes representaciones (modelación de las situaciones con el software) para determinar razonamiento matemático basado en síntesis y capacidad de argumentación para dar solución a un problema.

A Nivel Nacional y Local.

En nuestro país los principales grupos de investigación enfocados en educación matemática están liderados por **ASOCOLME** (Asociación Colombiana de Matemática Educativa), una entidad sin ánimo de lucro, que tiene como función promover la mejora e innovación de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, dentro del propósito de la búsqueda permanente de la convivencia, la tolerancia y la paz, a través de la investigación. Para esta propuesta, se expone el trabajo del grupo EMA: educación matemática: errores y dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas, su evaluación e historia.

Con esta propuesta se busca que en las instituciones se privilegie y potencie el perfil de los estudiantes como resolutores de problemas, capaces de tomar decisiones y no como simples memorizadores de fórmulas. En marzo de 1993, una empresa docente realizó, a través de su programa Club EMA, el Primer Simposio Internacional de Educación Matemática. Para este evento, los profesores Jeremy Kilpatrick, catedrático de la Universidad de Georgia, Estados Unidos y el profesor Luis Rico, catedrático de la Universidad de Granada, España, presentaron algunas propuestas desde lo tecnológico y lo científico para abordar el pensamiento lógico desde la competencia de resolución de problemas.

Otro grupo de investigaciones corresponden a algunas tesis doctorales como la presentada por Muñoz Cuartas, O. (2012). Esta propuesta tiene como intención diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza–aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema, con el uso de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en el grado noveno de la Institución Educativa La Salle de Campoamor, Medellín, Antioquia. Esta investigación permite analizar las estrategias implementadas frente al trabajo que se desea aplicar

en el Colegio Bosanova IED para fomentar el desarrollo de competencias matemáticas dado que esta pretende que los estudiantes aprenda a interpretar y comprender una situación problema que se ajuste a una función lineal, de tal forma que construya el modelo matemático para luego proceder a su solución, utilizando las TIC como estrategia didáctica.

Por otro lado, atendiendo al análisis que se debe realizar de la estructura de las pruebas saber grado 9 y 11, Gómez Cedeño (2011) presenta un trabajo que profundiza en el componente geométrico-variacional contrastando los estándares y los lineamientos con ítems de las pruebas diseñadas por el ICFES, iniciando su recorrido desde la fundamentación legal, la importancia y análisis del mismo en diferentes pruebas, hasta llegar a hacer la caracterización de algunos ítems evaluados para llegar a plantear pautas que propendan al mejoramiento continuo de la calidad educativa y directamente de la evaluación matemática. El autor afirma que los resultados no son nada alentadores para las matemáticas, razón por la cual se requiere un análisis más detallado de las pruebas a nivel de componentes y competencias evaluadas. Esto último permitirá direccionar el tipo de actividades que deben ser planteadas en el Ambiente de Aprendizaje y el contenido a evaluar dentro del marco de los lineamientos curriculares y los estándares de calidad.

Así mismo, se encuentra el trabajo desarrollado por Oicata y Castro (2013) y liderado por el Ministerio de Educación en el cual se plasma el diseño de varias secuencias didácticas de matemáticas en las cuales se privilegian las competencias comunicativas como un componente transversal necesario para la construcción y perfeccionamiento del pensamiento Lógico Matemático. De esta manera, las secuencias dan a los estudiantes la oportunidad de expresarse en sus propias palabras, de escribir sus propias opiniones, hipótesis y conclusiones, a través de un proceso colaborativo y libre que aumente la confianza y autonomía de los estudiantes como

constructores de conocimiento. El trabajo presenta el diseño de una unidad didáctica que sirve de guía para la enseñanza y aprendizaje del concepto de varias nociones asociadas a Educación Básica. Este trabajo fue puesto en marcha por el Plan Nacional de Desarrollo “Prosperidad Para Todos” (2010-2014) con el fin de formar en competencias matemáticas apoyadas en el uso de las TIC.

Para finalizar, se encuentra la tesis de Bolívar, López, Ortiz y Ramírez (2010), muy cercana al trabajo investigativo que se desea implementar, en primer lugar porque está situada dentro del distrito Capital en una institución de carácter oficial y en segundo lugar por buscar focalizar la relación entre situaciones problemas, representaciones externas mediadas por TIC e impacto de la mediación educativa. Los autores exponen el diseño de una propuesta innovadora compuesta por acciones pedagógicas en un Ambiente de Aprendizaje Presencial. La interacción se da a partir del uso de representaciones externas figurativas e icónicas como aspecto central de la mediación la cual duró cuatro meses y se centró en un grupo objeto de investigación conformado por 24 estudiantes de grado noveno.

Referentes Conceptuales

En esta sección se muestran algunos de los referentes conceptuales que se enmarcan dentro del proceso de la presente investigación. Como primer sustento teórico se muestra lo que dentro de la propuesta se concibe como Pensamiento Lógico Matemático, el saber propio de la misma, seguido de la conceptualización de Aprendizaje Colaborativo como estrategia que posibilite la interdependencia positiva en los estudiantes para dar paso a los fundamentos de un Ambiente de Aprendizaje, base fundamental para el cumplimiento de los objetivos de la investigación. Finalmente, se aborda el uso de las TIC en el campo de la Educación Matemática y su incidencia en el desarrollo de competencias inherentes a esta disciplina.

Pensamiento Lógico Matemático.

Tal y como lo menciona López (2008) el pensamiento es un proceso complejo y los caminos de su formación y desarrollo no están completamente estudiados, por lo que muchos maestros no le dan un tratamiento adecuado al mismo, al no concebir a partir de un trabajo intencionado un sistema de trabajo que propicie su formación y desarrollo de acuerdo a las condiciones existentes en el medio histórico-social donde se desarrolla el escolar.

De forma general “se entiende como lógico el pensamiento que es correcto, es decir, el pensamiento que garantiza que el conocimiento mediato que proporciona se ajusta a lo real”. (Carspintrous, 1993). De esta manera, la estructura del pensamiento desde el punto de vista de este autor distingue tres formas fundamentales:

El Concepto: reflejo de la esencia de los objetos sometidos a ley de los fenómenos de la realidad objetiva.

Juicios: alusivo al pensamiento en el que se afirma o niega algo.

Razonamiento: Es la forma de pensamiento mediante la cual se obtienen nuevos juicios a partir de otros ya conocidos.

Otro punto de vista es el asociado a las inteligencias lógico-matemática y lingüística, las cuales han sido altamente valoradas en la cultura occidental. De hecho, la enseñanza tradicional ha distinguido, principalmente, dos tipos de alumnos: los de ciencias y los de letras. En este sentido, Gardner (1983) considera que ambas inteligencias juegan un papel fundamental en la educación formal, por ello las incluye dentro de su modelo de las Inteligencia Múltiples (IM). Sin embargo, amplía su tipología a ocho grandes áreas de conocimiento con el objetivo de ofrecer

un conjunto de herramientas a los educadores con el fin de ayudar a evaluar y potenciar el desarrollo de las capacidades individuales.

Centrándonos en la inteligencia lógico-matemática hemos de destacar, de acuerdo con la teoría Piagetiana, que el desarrollo de la comprensión matemática empieza cuando el niño toma contacto con el mundo de los objetos e inicia sus primeras acciones con estos; más tarde, el niño pasa a un nivel más abstracto, eliminando los referentes del mundo circundante (Piaget y Petit, 1971). Se pueden establecer diferentes estadios del desarrollo del pensamiento lógico-matemático:

a) El *sensoriomotor* (0-2 años) que se caracteriza por la capacidad para imitar las acciones de los otros, combinar acciones simples y producir otras nuevas; asimismo, existe ya cierta evidencia de la intencionalidad de la conducta.

b) Durante el *preoperatorio* (2-7 años) el niño pasa de ser un bebé a la primera infancia, adquiriendo un sentido intuitivo de conceptos como el de número o el de la causalidad, haciendo uso de ellos en una situación práctica, pero no puede utilizarlos de un modo sistemático o lógico. Por ejemplo, un niño de tres años elegirá un montón de caramelos cuando estén esparcidos en una superficie amplia, pero cambiará su juicio cuando la misma cantidad de caramelos haya sido agrupada en una superficie más pequeña.

c) Mientras que durante el período de las *operaciones concretas* (7-11 años) el niño es capaz de utilizar las relaciones causales y cuantitativas. Puede estimar que el número de caramelos en un montón permanece constante mientras no se le añada o quite nada. Es la reversibilidad del pensamiento la que permite manejar las nociones abstractas que exige la inteligencia lógico-matemática.

d) Finalmente, cuando el niño accede al pensamiento de las *operaciones formales* (a partir de los 11 o 12 años) es cuando muestra capacidad para trabajar con conceptos abstractos y, por

tanto, emplea su pensamiento hipotético-deductivo para formular y comprobar hipótesis (Piaget y Petit, 1971). Y es desde este último aspecto donde se busca que la propuesta brinde elementos que suplan estas necesidades con el fin de desarrollar pensamiento Lógico Matemático de manera significativa.

Con esto y siguiendo lo planteado en el documento “*orientaciones curriculares para el campo de pensamiento matemático*”² podemos definir el Pensamiento Lógico Matemático como el conjunto de habilidades que tiene el sujeto para establecer relaciones y operar con estas a partir de ejes, estrategias, pensamientos y sistemas.

Aprendizaje Colaborativo.

Partiendo de los principios y buscando el desarrollo de habilidades matemáticas por parte de los estudiantes, se plantea la necesidad de evidenciar una estrategia que oriente los procesos educativos en beneficio de todos los estudiantes. En la Institución Educativa Distrital Bosanova, el enfoque pedagógico trabajado hace alusión a la Enseñanza para la Comprensión concebido como la capacidad de usar el propio conocimiento de maneras novedosas de modo individual y grupal con el fin de promover aprendizajes contextualizados. Y es desde estos cuestionamientos y orientados por el Proyecto Educativo Institucional: “La escuela un espacio de reflexión, convivencia y comunicación bilingüe” que se da paso al trabajo de Aprendizaje Colaborativo.

El Aprendizaje Colaborativo busca propiciar espacios en los cuales se dé el desarrollo de habilidades individuales y grupales a partir de la discusión entre los estudiantes al momento de

² Véase:

http://www.sedbogota.edu.co/AplicativosSED/Centro_Documentacion/anexos/publicaciones_2004_2008/99198-Pensamientomate_bja.pdf

explorar nuevos conceptos. Podría definirse como un conjunto de métodos de instrucción y entrenamiento apoyados con tecnología así como estrategias para propiciar el desarrollo de habilidades mixtas (aprendizaje y desarrollo personal y social) donde cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como el de los demás integrantes del grupo. Son elementos básicos la interdependencia positiva, la interacción, la contribución individual y las habilidades personales y de grupo. Comparten la interacción, el intercambio de ideas y conocimientos entre los miembros del grupo. Se espera que participen activamente, que vivan el proceso y se apropien de él. La expresión Aprendizaje Colaborativo se refiere a metodologías de aprendizaje que incentivan la colaboración entre individuos para conocer, compartir, y ampliar la información que cada uno tiene sobre un tema. Esto se logra compartiendo datos mediante espacios de discusión reales o virtuales y en los que para Díaz y Hernández (2002) los participantes unidos en grupos juegan roles que se relacionan, complementan y diferencian para lograr una meta común.

Así mismo y siguiendo los planteamientos de Ordoñez y Mendoza (2006) la interdependencia positiva como eje central del aprendizaje colaborativo, promueve que los estudiantes creen que están ligados con sus compañeros y a largo plazo desarrollen habilidades para ser miembros de un grupo exitoso, de tal forma que uno no puede tener éxito a menos que los otros miembros del equipo también lo tengan: los estudiantes deben trabajar juntos para completar el trabajo. En una sesión de resolución de problemas, la interdependencia se estructura por los miembros del grupo:

- Acordando las respuestas y estrategias de solución para cada problema (interdependencia de la meta)
- Cumpliendo con las responsabilidades del rol asignado, interdependencia entre los roles,

Vargas (2012) señala la interdependencia positiva como un elemento básico y favorable que depende de otros: metas, tareas, recursos, roles, premios. En este, el papel del liderazgo no

pertenece a alguien en particular y los diferentes roles configuran elementos que facilitan la gestión del proceso de construir la investigación. En este tipo de procesos es importante reflexionar frente a cuestiones en las cuales el autor genera una serie de cuestiones tales como ¿de qué manera se estructuran las tareas para asegurar la participación de todos los integrantes del grupo? ¿Cómo usar “recompensas de grupo” para lograr que los estudiantes trabajen en equipo? ¿Cómo identificar los roles asumidos por los actores involucrados? ¿Cómo lograr que los estudiantes reconozcan la importancia del trabajo colaborativo?

Relación tecnología-aprendizaje colaborativo.

Las tecnologías de la información y la comunicación se han convertido en una herramienta de gran utilidad en los escenarios educativos permitiendo la comunicación entre estudiantes y docentes de todo el mundo. Los hoy llamados nativos digitales y el fortalecimiento de equipos de trabajo han llevado al cumplimiento de objetivos comunes. Es evidente que los contextos de aprendizaje se están modificando continuamente para responder a las demandas de tipo social y adaptarse a los cambios que genera la introducción de las TIC. Las ventajas del trabajo colaborativo para el aprendizaje, tanto a nivel académico, psicológico como social, están ampliamente recogidas en estudios como los de Johnson, Johnson y Holubec, (1993) quienes defienden el trabajo colaborativo como una metodología activa en la que el docente es un facilitador; los estudiantes asumen la responsabilidad de su aprendizaje, reflexionando sobre sus procesos cognitivos y desarrollando habilidades de orden superior: la enseñanza y el aprendizaje se convierten en experiencias compartidas. Esto conlleva que en la propuesta presentada por ejemplo, se estructuren tareas (planteamiento de situación problema y elementos conceptuales que cada grupo domina) y se creen espacios apropiados para el trabajo grupal, usando sistemas de comunicación sincrónica y asincrónica como el diseño de un blog o el uso de correos

electrónicos. Esto posibilitará la planificación de tareas y de conocimientos necesarios para dar solución a la situación planteada, lo cual implica diversas acciones y decisiones considerando grupos no mayores a 4 estudiantes con el fin de establecer ciertas responsabilidades para asegurar que los alumnos trabajen en equipo, sean responsable de sus tareas y también de las del grupo.

Es innegable que las TIC han contribuido (y van a seguir haciéndolo) de forma importante en la tarea de proporcionar las herramientas necesarias para optimizar los procesos de trabajo colaborativo (Barkley, Cross, Howel y Major 2007). De hecho, las comunidades y redes de aprendizaje existen gracias a las posibilidades de socialización y de intercambio personal que nos ofrecen estos soportes tecnológicos, convirtiéndose en una de las opciones más comunes para el intercambio comunicativo y el establecimiento de relaciones significativas entre las personas que intervienen en ellas. Por lo tanto y en acuerdo con Rubia, Jorri y Anguita (citado por Muñoz Repiso y Gómez, 2015); el utilizar software educativo puede hacer que las características del aprendizaje colaborativo sean más efectivas, reforzándose la interactividad y una comunicación más ágil, a partir de situaciones y problemas reales que potencien la enseñanza basada en competencias.

Los roles en ambientes de aprendizaje colaborativo.

Particularmente en este trabajo de investigación existen un conjunto de acciones a ser realizadas por los estudiantes dentro del Ambiente de Aprendizaje, tales como discutir, definir, componer, analizar, criticar, inferenciar y concluir. Pero fue Blandford quien en 1994 (citado por Lage, 2001) presenta una lista de acciones aplicables a la resolución de conflictos basada en los sistemas colaborativos de aprendizaje y modificadas para esta propuesta donde:

– Se analiza la situación.

- Se obtienen diferentes puntos de vista
- Se identifican habilidades de los educandos
- Se proponen estrategias para resolver la tarea
- Se logran acuerdos, socializándolos y apropiándolos a todos los integrantes.
- Se toman decisiones.

Aprendizaje Colaborativo Vs Aprendizaje Cooperativo.

Tomando los planteamientos de Lage (2001) se verá que los modelos de aprendizaje colaborativos se refieren a la formación de equipos de trabajo atendiendo a los objetivos de aprendizaje propuestos. El énfasis de este radica en que todos y cada uno de los participantes del grupo intervienen en todas y en cada una de las partes del proyecto o problema a resolver. Ahora bien, si miramos el modelo cooperativo, cada uno de los integrantes del grupo, tiene una tarea específica dentro del proyecto o problema, realizando en este caso un trabajo más individual.

Partiendo de estas premisas en el presente trabajo se toma como punto de partida las pautas correspondientes a un aprendizaje colaborativo puesto que se basa en el deseo de los pares de participar en colaboración en un sentido constructivo, potenciando el desarrollo de habilidades individuales que conlleven al intercambio de roles .

Ambientes de Aprendizaje

Siguiendo los planteamientos de la Secretaria de Educación Distrital y la Universidad La Gran Colombia (2012) en los que un Ambiente de Aprendizaje es un espacio en el que los estudiantes interactúan, en diferentes condiciones ya sean físicas, humanas, sociales y culturales propicias,

para generar experiencias de aprendizaje significativo, se concibe para este estudio que dichas experiencias son el resultado de actividades y dinámicas propuestas, orientadas y acompañadas por un docente que tiene como objetivo la construcción y apropiación de un saber que pueda ser aplicado en las diferentes situaciones que se le presenten a un individuo en la vida y en las decisiones que pueda tomar para dar solución a las mismas. Este ambiente debe buscar diferentes medios para lograr una construcción del conocimiento, fomentando el aprendizaje autónomo y colaborativo, asignando roles a cada uno de los actores que intervienen en la escena educativa y de acuerdo con Jaramillo (citado por Boude y Ruiz, 2009) este debe tener la intención de lograr unos objetivos de aprendizaje concretos, realizando procesos de reflexión que respondan a cuestiones asociadas a qué, cómo y para qué enseñar.

Por otra parte, generar espacios de interacción entre los estudiantes conlleva y como lo señala el MEN(2006) a que el escenario educativo posibilite que tanto estudiantes como docente interactúen con la intención de que ocurran aprendizajes ofreciendo oportunidades para que los estudiantes construyan conceptos, desarrollen habilidades de pensamiento, valores y actitudes, en los cuales el aprendizaje se construya conjuntamente de manera que se enriquezca la producción de saberes con el trabajo colaborativo y se reconozca la importancia de coordinar las acciones y pensamientos con los demás.

De acuerdo con la noción descrita, el reto está encaminado en diseñar un Ambiente de Aprendizaje en los que se integren tanto los rasgos del aprendizaje significativo, como los procesos descritos a continuación, tipos de pensamiento y contextos de aprendizaje de las matemáticas. En la figura 2, se muestra lo que desde las políticas del Ministerio de Educación Nacional (2014), se espera que realice un docente de matemáticas.



Figura 2. Dimensiones de un Ambiente de Aprendizaje deseable.

Visto así, en el ambiente de aprendizaje propuesto se espera la experimentación y construcción de soluciones y comprensiones particulares, implementando prácticas pedagógicas en las cuales el docente promueva que cada estudiante progrese desde sus soluciones y comprensiones iniciales junto con lo aprendiendo de sus demás compañeros. Con la incorporación del software Geogebra™, se busca brindar a los estudiantes posibilidades para experimentar, construir, conjeturar, inventar y crear matemáticas.

Para que el trabajo en colaboración tenga lugar en el ambiente será necesario construir participativamente con los estudiantes unas normas de trabajo que sean compartidas: tiempos para desarrollar actividades, puntualidad, intercambio de opiniones, uso del software y que mediante ellas el estudiante tome consciencia de que está aprendiendo en grupo y que en su participación en el grupo debe asumir la responsabilidad no sólo de su propio aprendizaje sino también el de los demás compañeros.

No basta ir muy lejos, en el contexto local tenemos varias experiencias de colegios distritales para el desarrollo del currículo integral y la implementación de ambientes de aprendizaje. En el colegio Robert F. Kennedy de la localidad de Engativá el planteamiento de una situación contextualmente determinada relacionada con la movilidad de su localidad y los conceptos matemáticos involucrados en la misma, como nociones de medida, espacio y variación, generó bastante interés en los estudiantes, los cuales en su mayoría, realizaron propuestas cualitativamente mejores de las esperadas, haciendo de los estudiantes los protagonistas, constructores de conceptos, generadores de habilidades y líderes capaces de exponer sus roles frente a la comunidad³.

Las TIC en Educación Matemática.

A partir de los planteamientos de Chuquimarca (2011) resulta importante definir las tecnologías de información y comunicación (TIC) , como tecnologías y herramientas que las personas usan para compartir, distribuir y reunir información, y para comunicarse unas con otras, de una a una o en grupo, mediante el uso de computadoras y redes de computadoras interconectadas. Son medios que utilizan las telecomunicaciones y la tecnología informática al mismo tiempo.

En la llamada sociedad del conocimiento, el papel que desempeñan las instituciones educativas es fundamental, dado que están encaminadas a impulsar, innovar, generar e

³ En

http://www.redacademica.edu.co/archivos/redacademica/colegios/curriculo/matematizar_la_ciudad_para_vivir_con_razon_y_corazon.pdf se encuentra información más detallada de este tipo de experiencias.

intercambiar conocimiento con nuevas tecnologías. En esta línea, la educación del siglo XXI está llamada a avanzar en la dirección (y la velocidad) adecuada para enfrentar los diversos desafíos y oportunidades que ofrece la sociedad del conocimiento. Por ello, se puede postular que debe existir una estrecha relación entre aprendizaje, generación de conocimiento, innovación continua y uso de las nuevas tecnologías (Romani, 2011)

Desde los planteamientos elaborados por Castillo (2008), las TIC pueden apoyar a los estudiantes en la conceptualización de varios aspectos como números, medida, geometría, estadística, álgebra; pues se espera que cuando dispongan de ellas logren concentrarse en tomar decisiones, razonar y resolver problemas. La existencia, versatilidad y poder de las TIC hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deben aprender los alumnos, así como examinar la mejor forma en que puedan aprenderlas. Este es el momento de establecer el vínculo entre el constructivismo y la matemática educativa asistida por las tecnologías de información y comunicación. Cabe preguntarse, entonces: ¿cómo usar las TIC con un enfoque constructivista en matemática educativa? Al respecto, Sánchez (citado por Castillo 2008) da los siguientes enunciados:

- Como herramientas de apoyo que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas superiores en los alumnos.
- Como medios de construcción que faciliten la integración de lo conocido y lo nuevo.
- Como extensoras y amplificadoras de la mente, a fin de que expandan las potencialidades del procesamiento cognitivo y la memoria, lo cual facilita la construcción de aprendizajes significativos.

- Como medios transparentes o invisibles al usuario, que hagan visible el aprender e invisible la tecnología.
- Como herramientas que participan en conjunto, lo que potencia su uso con metodologías activas como trabajo colaborativo, mapas conceptuales e inteligencias múltiples, teniendo a la tecnología como socios en la cognición.

No obstante, cuando se desea diseñar un Ambiente de Aprendizaje Presencial mediado por TIC es necesario comprender que en este participan diferentes actores con concepciones no del todo iguales sobre el uso de las mismas y es como los referentes conceptuales expuestos anteriormente, facilitan y apoyan la comprensión y análisis de todas las variables puestas a consideración durante la implementación del proyecto.

Qué es Geogebra.TM

Para esta investigación hablaremos de GeogebraTM el cuál es un sistema de geometría dinámica, cuyo motor de cálculo es software libre, que añade capacidades algebraicas, estableciéndose una relación directa entre los objetos de la ventana algebraica y los de la ventana geométrica(Abánades, Botana, Escribano y Tabera, 2009). Como sistema de geometría dinámica, permite realizar construcciones geométricas planas que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. En este sentido, representa infinidad de posibilidades, que ofrece gran autonomía y capacidad de manipulación a sus usuarios; un entorno dinámico e interactivo con prestaciones que requieren la realización de acciones informáticas relativamente complejas (diseño, programación, ejecución) a su vez que devuelve resultados matemáticos (como gráficas, construcciones, transformaciones, cálculos) y paramatemáticos (como simulaciones, modelos, clasificaciones, ordenamientos, iteraciones) sin dejar de lado la facilidad en el desarrollo de

acciones matemáticas (como resolución de problemas, demostración, conjeturación, aplicación, verificación), y metamatemáticas (como análisis, deducción, inducción, reflexión, enseñanza, aprendizaje, valoración, experimentación). En la figura 3 se muestra una imagen de la ventana principal del programa y los elementos que la conforman, desde lo dispuesto por Mifsud (2010) en la que utilizando este software busca posibilitar alternativas para la docencia en geometría y álgebra, de forma integrada, dinámica y atractiva para el estudiante.

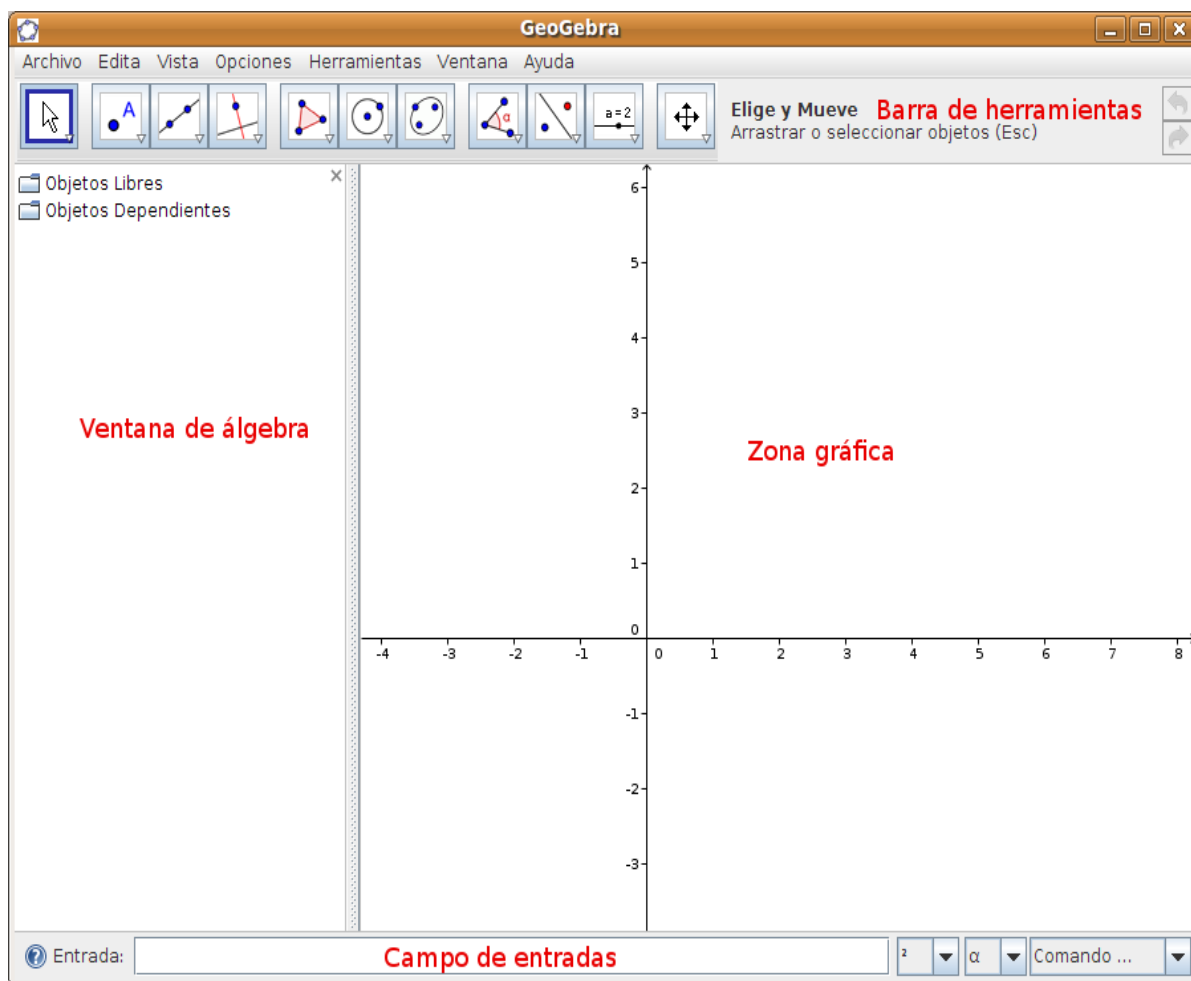


Figura 3. Interfaz de Geogebra.

De igual forma y atendiendo a que en todo el mundo se cuenta con políticas orientadas a estimular el uso de las TIC en educación, esta propuesta pretende mostrarle a los estudiantes que una manera de acercarlos al conocimiento es utilizando las TIC en su cotidianidad (en este caso matemática asistida por computador usando el software GeogebraTM), para que y como lo afirma Severin (2010) si su incorporación se hace con regularidad tanto en el colegio como en las casas, posibilite que el aprendizaje resulte más interesante.

DESCRIPCIÓN DEL AMBIENTE DE APRENDIZAJE Y PILOTAJE

El objetivo principal de cualquier docente de matemáticas en el salón de clase, y en cualquier otro escenario de aprendizaje, consiste en fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático mediante la implementación de diversas actividades didácticas, de forma tal que los estudiantes construyan conocimiento matemático dotando de significado el mismo. Si tomamos los planteamientos del MEN (2006) donde se evidencia que la tarea del educador matemático conlleva una gran responsabilidad, puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales, es necesario identificar los elementos que hacen que el aprendizaje matemático evidencie dificultad por la complejidad de sus conceptos sumado al, compromiso pedagógico y didáctico de “hacer matemáticas”.

Partiendo de esto y enriqueciendo el contexto, se plantea una situación problema que permita al estudiante explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos permitiendo de igual forma el trabajo colaborativo y el desempeño de todos los actores involucrados: docente y estudiantes, mediante el apoyo de herramientas tecnológicas. Es así como y teniendo en cuenta una de las líneas de investigación propuestas por la maestría en informática educativa, se diseña un Ambiente de Aprendizaje con estrategias creativas y pertinentes que fortalecen el desarrollo del pensamiento matemático para estimular el interés, motivación y participación en los estudiantes, vinculando nuevas tecnologías a las que tiene acceso, no solo como elementos para recreación y uso del tiempo libre, sino como herramientas didácticas que le aportan otros escenarios interactivos de aprendizaje.

Objetivo del Ambiente

El estudiante estará en la capacidad de Resolver situaciones problema de tipo variacional⁴ asociadas a unidades de Longitud y Superficie.

Descripción del Ambiente

El ambiente ha sido diseñado para estudiantes de grado noveno del colegio Bosanova IED con una intensidad de dos horas semanales. Este tiempo es solamente un instrumento de planeación por cuanto los ambientes se controlan por logros de aprendizaje o por mejoras en determinadas competencias. Cada grupo va fijando sus propios ritmos, liderados por la docente quien en el momento que considera apropiado suspende la actividad o modifica el problema o el contexto. Iniciando desde el mes de septiembre del año 2014, las competencias que el Ambiente diseñado pretende desarrollar son la capacidad de tomar decisiones para la solución de problemas algebraicos en lo que tiene que ver con la abstracción, la motivación intrínseca y la capacidad de adaptación.

En el Ambiente de Aprendizaje se utilizaron algunas de las situaciones planteadas desde el diseño de una secuencia didáctica elaborada por el Ministerio de Educación Nacional⁵ y que cuenta con una serie de lineamientos los cuales llevan a enriquecer el proceso pedagógico. A

⁴ Desde el MEN (2006) este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

⁵ En el documento se muestran todas las sesiones y en http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_secundaria.pdf se encuentra el documento referencia de la propuesta y las modificaciones realizadas para esta investigación.

partir de una situación problema se busca que el estudiante desarrolle procesos ligados al razonamiento Matemático apoyado en Aprendizaje Colaborativo. La situación es la siguiente:

“En una finca se requiere colocar cercas para los animales que ésta tiene. Jorge quiere determinar la mejor forma de encerrar, de distribuir el espacio y tener claridad sobre la cantidad de alambre que requiere comprar para cercar. No obstante, no cuenta con instrumentos para medir grandes extensiones, por lo cual requiere hallar un procedimiento que le permita calcular el perímetro y el área del terreno para poder cercarla y también estimar la cantidad de materiales requeridos. Es por esto que esta secuencia propone acciones para resolver la pregunta: ¿Cómo describir variaciones del tamaño de cercas para los animales?”

Además, esta secuencia promueve el desarrollo del pensamiento matemático y de habilidades comunicativas para comprender información de variables que se representan a través de tablas, gráficas o expresiones algebraicas; además, establece suposiciones para verificar, adecuar y construir preguntas o formular problemas. Constantemente se dan espacios para que los estudiantes comuniquen a otros sus comprensiones con relación a lo que se propone en cada una de las actividades asociadas a la comprensión de las funciones. Se espera que el docente determine los aprendizajes de los estudiantes con relación a las funciones, dado que esta es una noción que trata diferentes pensamientos: numérico, geométrico, variacional. Así mismo, a lo largo de cada una de las actividades de aprendizaje, se sugieren momentos para ser abordados con el software dinámico GeogebraTM, al igual que el uso de foros de discusión. A continuación se presenta la estructura de las sesiones del Ambiente de Aprendizaje y lo que se busca en cada una de ellas.

SEMANA 1: SESION 1 Y 2 Fecha: Septiembre 2 y 5 de 2014	DESCRIPCIÓN DE LA SITUACION
<p>ANALIZANDO NIVELES DE DESARROLLO EN COMPETENCIAS MATEMÁTICAS</p> <p>PROPÓSITO: Reconocer el nivel de competencia matemática que tienen los estudiantes de grado noveno al enfrentarse con situaciones que han de ser propuestas en la prueba saber 9.</p> <p>RECURSOS: Computadores. Lápiz, hojas.</p> <p>TIEMPO : 60 Minutos</p>	<p>Se diseña y aplica la prueba diagnóstico la cual debe ser solucionada de manera individual (formulario en google drive) En ella se hace referencia a 15 situaciones alusivas a pensamiento numérico, geométrico, aleatorio y variacional. Esta actividad es el punto de partida para organizar el trabajo a lo largo del Ambiente de Aprendizaje, en el cual se establece una planeación para las competencias que se han de trabajar y sirve para detectar las necesidades específicas de los estudiantes y en otros momentos de la práctica educativa, por lo cual constituye la base de muchos juicios importantes que se emiten al evaluar la estrategia implementada a lo largo del Ambiente.</p> <p>POR QUÈ ES IMPORTANTE HACERLO</p> <ul style="list-style-type: none"> • Permite determinar el nivel de competencia que tienen los estudiantes. • Fundamenta la toma de decisiones frente a los aprendizajes que serán adquiridos paulatinamente. • Realimenta a la docente frente a la eficacia del diseño de las situaciones didácticas y de su intervención educativa.
<p>CONOCIENDO MÍS COMPAÑEROS</p> <p>PROPÓSITO: Fortalecer el trabajo colaborativo, la cooperación y el reconocimiento de habilidades propias de los integrantes del grupo.</p> <p>RECURSOS: Patio, hojas.</p> <p>TIEMPO: 60 minutos.</p>	<p>Actividad de conformación de grupos y reconocimiento del mismo. La docente previamente elige 10 estudiantes que cognitivamente poseen un desempeño similar para que mediante la extracción de pelotas, tomen papelitos en los cuales se encuentre el nombre de un estudiante, mediante métodos aleatorios se conforman los grupos los cuales según los resultados arrojados en la prueba diagnóstico muestran niveles de desempeño diferentes.</p> <p>Esta actividad busca definir procesos intencionales de un grupo para alcanzar el objetivo propuesto, esto es, soltar la cadena humana y quedar en la posición inicial. Para esta actividad se destacan elementos fundamentales para realizar lo pedido: confianza, compromiso, comunicación, coordinación y actitud de escucha.</p> <p>De igual manera se establecen acuerdos y normas de comportamiento con los estudiantes y se realiza realimentación de la actividad con el fin de identificar aspectos relevantes en la conformación de los grupos.</p>

Tabla 1. Descripción, primera sesión del Ambiente. Actividad de diagnóstico

Tópico Generador	Pregunta Orientadora	Ideas Clave	Desempeños Esperados (Desempeños De Comprensión)	Descripción de la actividad
¿Cómo describir variaciones del tamaño de cercas para los animales?	¿Qué puede variar en las formas de las cercas?	<p>La relación de dependencia entre dos variables. Tipos de variables: Dependiente e independiente.</p> <p>Algunas características de la función como dominio y rango.</p>	<p>✓ Enunciar verbalmente las relaciones que existen entre las variables involucradas en la situación.</p> <p>✓ Identificar el dominio y el rango de una función.</p>	<p>Descripción de la Actividad</p> <p>La docente entrega la situación problema a cada uno de los grupos para que la lean y determinen las preguntas que se tendrían que contestar según la situación descrita. Cada grupo expone sus preguntas y se seleccionan las que involucran relaciones entre dos variables.</p> <p>De igual manera se pide a los estudiantes que realicen una lista de los conocimientos matemáticos que se requieren para solucionar las preguntas que se escogieron anteriormente. Se selecciona la pregunta que se relaciona con la variación de los tamaños de las cercas con la pregunta de la secuencia que es: <i>¿Cómo describir variaciones del tamaño de cercas para los animales?</i></p> <p>Cada uno de los grupos realiza los dibujos de los modelos de las cercas que van a desarrollar y el plan de trabajo para elaborar dicha cerca en una maqueta.</p> <p>Se pide a cada grupo mostrar sus planes de trabajo y posible modelo de cerca para los animales y simultáneamente. En este momento la docente realimenta el trabajo desarrollado por cada grupo indicando otros modelos que complementen las propuestas. Así mismo cada uno de los grupos tiene que realizar las anotaciones en el cuaderno y recolectar evidencias para usarlas en la última sesión del AA.</p> <p>Para la siguiente clase (septiembre 12) se plantea a los estudiantes 4 situaciones con el fin de identificar relaciones entre el rango y el dominio. Cada estudiante se encargará de una situación y la representará de manera pictórica, para ser expuesta ante el mismo grupo de trabajo.</p>

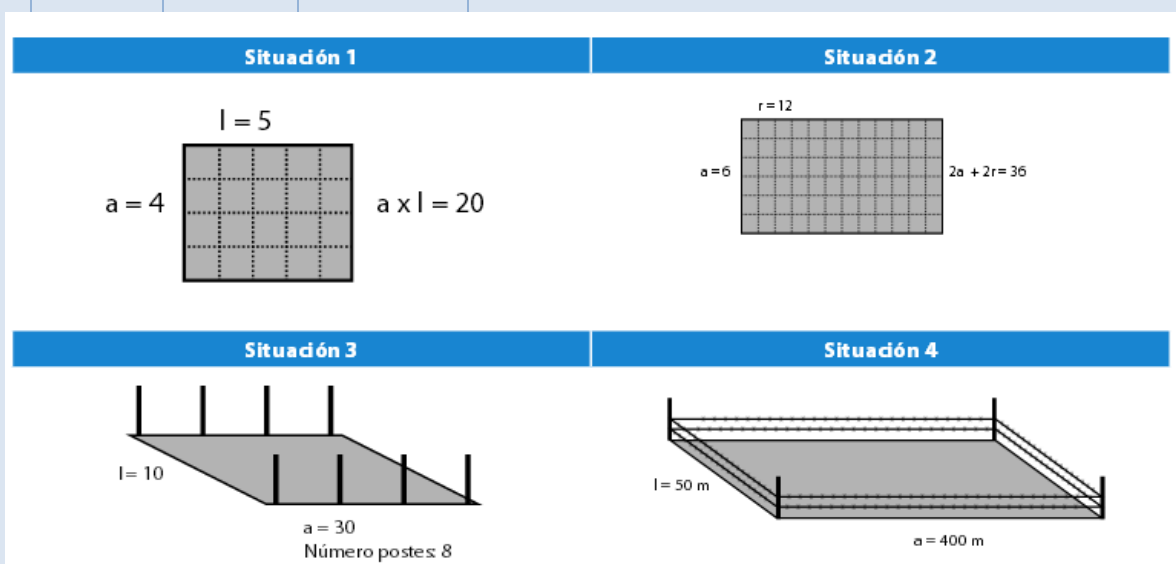


Tabla 2. Descripción, segunda sesión del Ambiente. Actividades de introducción.

Se busca en esta sesión que:

1. El estudiante haga uso de saberes previos
2. El estudiante relacione sus conocimientos, escuchando los planteamientos de sus compañeros y la relación con la situación planteada.
3. El estudiante Identifique debilidades y fortalezas al trabajar en colaboración con sus compañeros.
4. El docente reconozca dificultades y fortalezas en el trabajo colaborativo de cada uno de los grupos conformados.
5. El docente promueva el uso de herramientas tecnológicas para facilitar cálculos y análisis de datos.

SEMANA 3		SESIONES 5 y 6		Fecha: Septiembre 16 y 19 de 2014
Tópico Generador	Pregunta Orientadora	Ideas Clave	Desempeños Esperados (Desempeños De Comprensión)	Descripción de la actividad
¿Cómo describir variaciones del tamaño de cercas para los animales?	¿Qué puede variar en las formas de las cercas?	<p>Las funciones se representan a través de tablas y gráficas.</p> <p>Algunas propiedades de las funciones se identifican en la representación tabular y gráfica.</p>	<p>✓ Establezco la relación existente entre tablas y gráficas.</p> <p>✓ Caracterizo la función a partir de las representaciones.</p> <p>✓ Explico algunas relaciones matemáticas con las variables involucradas en la situación</p>	<p>La docente solicita a los estudiantes 1 Geoplano, Lana de colores, aproximadamente 1 metro, 1 Regla graduada, Hojas de papel y lápiz y Calculadora. Cada grupo contesta la pregunta: <i>¿Cómo cambia el área a medida que cambia la longitud del tamaño del terreno cuadrangular que se cerca?</i> Cada uno de los grupos escribe la respuesta y explican <i>¿por qué creen que la variación de los datos es de esa forma?</i>; elaboran tablas que representan la información de la longitud del lado (distancia de una puntilla a otra) y el área del cuadrado que se determina por ese lado. Se les preguntará: <i>¿Cuál es la variable independiente?, ¿cuál es la variable dependiente? y ¿cómo se asocian esas variables?</i></p> <p>Se invitará a los grupos que compartan entre sí las tablas, y las respuestas de las preguntas, se permitirá que validen la información realizando correcciones y preguntas entre ellos</p>

Tabla 3. Descripción, tercera sesión del Ambiente.

Se busca en esta sesión que:

1. Cada grupo Tenga en cuenta los planteamientos de otros grupos, escuchando sus argumentos y contrastando lo realizado por el grupo.
2. Cada grupo Intercambie conocimientos y proponga soluciones a los demás grupos.
3. Cada grupo Identifique debilidades y fortalezas al trabajar en colaboración con sus compañeros.
4. La docente identifique roles en cada uno de los estudiantes.

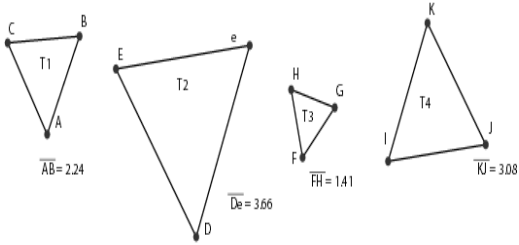
SEMANA 4		SESIONES 7 y 8		Fecha: Septiembre 23 y 26 de 2014
Tópico Generador	Pregunta Orientadora	Ideas Clave	Desempeños Esperados (Desempeños De Comprensión)	Descripción de la actividad
¿Cómo describir variaciones del tamaño de cercas para los animales?	¿Cuánto material se requiere para armar una cerca?	La función lineal y afín para modelar situaciones de proporcionalidad directa.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Relaciono la función lineal para modelar situaciones de proporcionalidad directa. ✓ Establezco relaciones entre las funciones lineales y afines 	<p>Descripción de la Actividad</p> <p>Se entregará a cada grupo la situación que aparece en la figura. Cada grupo planteará una solución y de acuerdo con esta se organizarán cinco grupos de los 10 conformados o de acuerdo a la similitud en la respuesta dada esto con el fin que cada uno de los estudiantes lee sus argumentos y acuerdan sus razones para elaborar la posición del grupo al respecto de la anterior situación.</p> <p>Luego de esto, se les pedirá crear una tabla con los datos, desenrollan la pita o la lana y miden con la regla la longitud de la lana requerida, esto mismo también será llevado al programa Geogebra. Luego, cada uno de los grupos analiza su suposición frente a los resultados que obtuvieron con las medidas.</p> <p>La docente organiza una plenaria en donde se acuerde cuál es realmente la fórmula que se debe elegir para exponer a los otros grupos. Se validarán los procesos llevados a cabo y su coherencia al momento de argumentar la solución de cada nuevo grupo.</p>
<p>Situación 1: Calculen la cantidad de alambre que requiere la cerca para terrenos triangulares, según su longitud de lado:</p>  <p>Unos estudiantes han elaborado las siguientes fórmulas para determinar la cantidad de alambre que requiere la cerca:</p> <p>Primera fórmula: $f(x) = 3x^2$, donde x es la longitud del lado del terreno triangular.</p> <p>Segunda fórmula: $f(x) = 3x$, donde x es la longitud del lado del terreno triangular.</p> <p>Tercera fórmula: $f(x) = x + x + x$, donde x es la longitud del lado del terreno triangular.</p> <p>¿Con cuál de estas fórmulas están de acuerdo? Justifiquen su elección.</p>				

Tabla 4. Descripción, cuarta sesión del Ambiente.

Se busca en esta sesión que:

1. Los integrantes del grupo defiendan la solución dada al problema.
2. Discuta los planteamientos de otros grupos y tome lo que aportaría a la solución del nuevo grupo
3. Cada grupo Interactúe con nuevos grupos y consolide una nueva propuesta.
4. La docente posibilite el uso de nuevas formas de comunicación, argumentación y validez de procesos siempre desde el punto de vista colaborativo.

SEMANA 5		SESIONES 9 y 10		Fecha: Septiembre 30 y octubre 3 de 2014
Tópico Generador	Pregunta Orientadora	Ideas Clave	Desempeños Esperados (Desempeños De Comprensión)	Descripción de la actividad
¿Cómo describir variaciones del tamaño o de cercas para los animales?	¿Cómo representar las variaciones de la cantidad de material que se requiere para armar las cercas?	Características y representaciones de Función lineal y afín.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Determino las características de las representaciones de las funciones lineales. ✓ Ejercito algunos procedimientos estandarizados para determinar la expresión algebraica de una función. ✓ Explico la relación que existe entre una función lineal y una función afín 	Se pide a los estudiantes que revisen los apuntes relacionados con la función lineal y que se elaboren una lista de dudas. Luego, se invita a los grupos a que escriban la duda más importante en el tablero., se recolectan las evidencias de estas preguntas y solicita a los estudiantes que las anoten y que se tengan en cuenta para darle respuesta en el desarrollo de las sesiones de esta semana. Se mostrará a los estudiantes las siguientes gráficas: se les pedirá que analicen las situaciones y la elaboren en papel periódico de tal forma que se representen todas en el mismo plano cartesiano. Así mismo, se les pedirá que escriban las posibles respuestas a las preguntas que se determinaron al inicio de la semana. Se permitirá que los grupos realicen las correspondientes aclaraciones y apreciaciones que se encuentran de las gráficas, entre ellas y se insistirá en la importancia de argumentar los procesos seguidos. La docente recolectará evidencias de las respuestas para que observar que los estudiantes pueden inferir información a partir de una gráfica y determinar diferencias entre diferentes funciones asociadas a una situación. Para evaluar y cerrar la sesión, se invitará a los grupos a escribir en un foro de discusión, las diferencias entre las funciones lineales y las funciones afines. Se recolectarán evidencias de esta información para utilizarla en la semana de cierre
<p>Situación 2: Cada una de las imágenes da las características técnicas de las cercas con alambre que se estiman para esos animales. ¿Cuál es la fórmula que relaciona el número de alambradas con respecto a la altura de la cerca que le corresponde a cada especie?</p>				
Tabla 5. Descripción, quinta sesión del Ambiente.				

Se busca en esta sesión que:

1. Los integrantes del grupo establezcan diferencias entre diversas situaciones
2. Los integrantes del grupo den solución como grupo a las preguntas planteadas durante la semana.
3. La docente promueva el uso de habilidades comunicativas mediante el uso de foros.
4. La docente analice el alcance de los aprendizajes obtenidos, así como las dificultades presentadas en el proceso de síntesis.
5. La docente Posibilite el uso de nuevas formas de comunicación, argumentación y validez de procesos siempre desde el punto de vista colaborativo

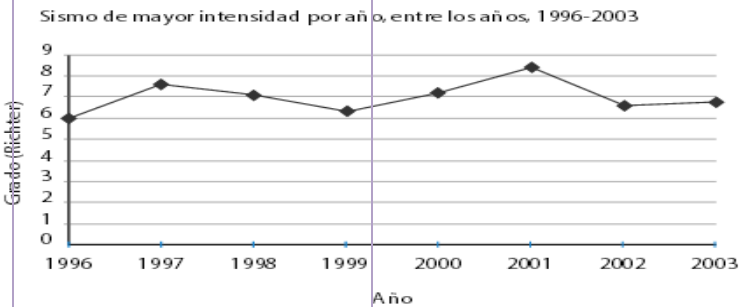
SEMANA 6		SESIONES 11 y 12		Fecha: Octubre 7 y 10 de 2014																		
Tópico Generador	Pregunta Orientadora	Ideas Clave	Desempeños Esperados (Desempeños De Comprensión)	Descripción de la actividad																		
¿Cómo describir variaciones del tamaño de cercas para los animales?	¿Qué conceptos debemos tener en cuenta para resolver situaciones de razonamiento matemático?	Aplicación de la función lineal y afín, su representación y variación.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Emplear las características de las funciones vistas ✓ Resolver situaciones problema que involucren razonamiento lógico matemático: variación, numeración, medición. 	Se planteará una actividad donde se espera abordar conceptos de probabilidad, geometría, proporcionalidad entre otras mediante la situación que se muestra en la figura. Seguido de eso se aplicará la prueba de cierre(la misma diagnóstico)																		
<p>Situación 1: Observen la siguiente tabla con su respectivo gráfico:</p> <table border="1" data-bbox="277 1325 634 1535"> <thead> <tr> <th>Año</th> <th>Grado del sismo de mayor intensidad (escala de Richter)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1996</td><td>6</td></tr> <tr><td>1997</td><td>7,6</td></tr> <tr><td>1998</td><td>7,1</td></tr> <tr><td>1999</td><td>6,3</td></tr> <tr><td>2000</td><td>7,2</td></tr> <tr><td>2001</td><td>8,4</td></tr> <tr><td>2002</td><td>6,6</td></tr> <tr><td>2003</td><td>6,8</td></tr> </tbody> </table>  <p>Sismo de mayor intensidad por año, entre los años, 1996-2003</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuáles son las dos variables asociadas de la situación? • ¿Existe una relación de dependencia entre las dos variables asociadas, por qué? • ¿Cuántos grados en la escala de Richter tuvo el terremoto de mayor intensidad del año 1998? • ¿Es posible saber cuántos grados tuvo el terremoto de mayor intensidad del año 2005? • ¿Qué ocurre con el grado del sismo de mayor intensidad, a medida que avanzan los años? • ¿Se puede saber el grado del sismo de mayor intensidad que habrá en los años venideros? 					Año	Grado del sismo de mayor intensidad (escala de Richter)	1996	6	1997	7,6	1998	7,1	1999	6,3	2000	7,2	2001	8,4	2002	6,6	2003	6,8
Año	Grado del sismo de mayor intensidad (escala de Richter)																					
1996	6																					
1997	7,6																					
1998	7,1																					
1999	6,3																					
2000	7,2																					
2001	8,4																					
2002	6,6																					
2003	6,8																					

Tabla 6. Descripción, sexta sesión del Ambiente.

Se busca en esta sesión que

1. Los estudiantes mejoren sus estrategias para resolver problemas
2. Los miembros de los grupos usen la interdependencia positiva para dar solución a una situación.
3. El estudiante mejore la comunicación con sus compañeros
4. El estudiante analice su desempeño y analice puntos a favor y en contra de su trabajo
5. Los grupos de trabajo identifiquen los aportes del aprendizaje significativo en la clase de matemáticas.
6. La docente analice el impacto del Ambiente de Aprendizaje mediado por TIC

Indicadores para Evaluar la Efectividad del Ambiente

Una de las maneras de evaluar la efectividad del ambiente consiste en observar las habilidades que adquieren los estudiantes al emplear el mismo concepto en contextos diferentes e identificar el significado que adquiere un objeto en diferentes contextos. En este caso, como se verá más adelante, un mismo objeto puede representar dos significados distintos, al igual que los objetivos planteados para cada sesión, no solo en términos de pensamiento matemático sino también de trabajo colaborativo y rol del docente.

Diseño e Implementación del Pilotaje

Con el fin de validar los instrumentos y la estrategia a implementar en el Ambiente de Aprendizaje propuesto, se consideró importante realizar un pilotaje con el fin de estimar que tan efectivos serían los mismos en el momento de aplicarlos. Esta prueba piloto previa, permitía evidenciar la pertinencia de los instrumentos, el número de sesiones, las herramientas

tecnológicas o aspectos propios del ambiente y por qué no, agregar otros que han de ser útiles y que proporcionen mejor información, o bien, se puede descubrir que los instrumentos ya explicados resultan efectivos para indagar el desempeño de los estudiantes, la docente y las TIC en la intervención pedagógica y esto frente a las competencias matemáticas desarrolladas por los estudiantes de grado noveno.

Los resultados arrojados en esta, evidencian una serie de características que usualmente sugieren algunas modificaciones antes de realizar el muestreo con el grupo a investigar (curso 901) con lo cual se analizarán todas las variables puestas en juego: aprendizaje colaborativo, trabajo autónomo, juego de roles, función de las TIC, entre otros. Esto permitirá identificar antes de realizar la investigación formalmente, si los instrumentos que se van a utilizar son adecuados, confiables, seguros y útiles en la recolección de los datos.

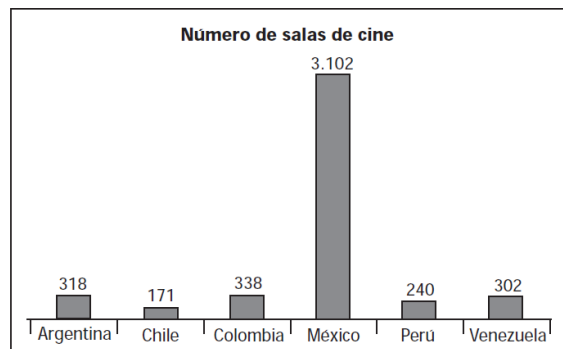
Descripción Del Pilotaje

La aplicación de este pilotaje se desarrolló con estudiantes del curso 902 JT durante los meses de mayo y junio de 2014 en sesiones de dos horas semanales. Frente a la dimensión cognitiva y procedimental del saber matemático, se diseña y aplica una prueba diagnóstica la cual permite identificar conocimientos previos en torno a situaciones de tipo numérico, geométrico, variacional, métrico y aleatorio. Esta prueba tomada literalmente de un banco de guías del ICFES (2012) y que fueron condensadas en la figura 4 para un total de 15 ítems, la cual fue diseñada en un formulario de google drive, en la cual y con ayuda del programa, se analizó en los estudiantes el nivel de desarrollo de competencias básicas matemáticas al enfrentarse a esta prueba mediante el uso de las TIC, algo que para ellos resultó diferente dado que en las clases, las pruebas eran resueltas con lápiz y papel.

1. La siguiente gráfica muestra el número de salas de cine en algunos países de Latinoamérica.

¿Cuál o cuáles de estos países tiene(n) un número de salas de cine superior al promedio de los seis países?

- A. México solamente.
 B. México y Argentina, solamente.
 C. México, Argentina y Colombia, solamente.
 D. México, Argentina, Colombia y Venezuela, solamente.



2. La profesora de quinto de primaria les pidió a sus alumnos determinar el precio de una caja de 6 huevos sabiendo que cada uno vale \$250. Cuatro estudiantes propusieron los siguientes procedimientos para encontrar la solución:

Juan: 6×250 .

Liliana: 6×25 .

Carlos: $250 + 6$.

Milena: $250 + 250 + 250 + 250 + 250 + 250$.

¿Quiénes plantearon procedimientos correctos?

- A. Juan y Milena. B. Liliana y Juan. C. Juan y Carlos. D. Milena y Liliana.

3. En 1997, había 1.234.127 habitantes en una ciudad y se estimó que el número de habitantes de esa ciudad, diez años después, sería aproximadamente el doble de lo que era en ese año. En el 2007 se determinó la cantidad de habitantes de 4 ciudades, dentro de las que se encuentra la ciudad mencionada inicialmente. Los resultados fueron los siguientes:

Ciudad 1: 5.346.757 habit. **Ciudad 2:** 10.123.101 habit. **Ciudad 3:** 2.505.123 habit. **Ciudad 4:** 523.006 habit

Si la estimación de 1997 se cumplió, ¿cuál de las cuatro ciudades anteriores tenía 1.234.127 habitantes en 1997?

- A. La ciudad 1. B. La ciudad 2. C. La ciudad 3. D. La ciudad 4.

4. En la tabla se presentan los resultados que pueden obtenerse cuando se lanzan una, dos o tres monedas corrientes. Se muestra, además, en cada caso, la probabilidad de obtener exactamente una cara.

C: cara
S: sello

Número de monedas	Posibles resultados	Probabilidad de obtener solamente una cara
Una	C S	$\frac{1}{2}$
Dos	CC SC CS SS	$\frac{2}{4}$
Tres	CCC CCS CSC SSS SCC SSC SCS CSS	$\frac{3}{8}$

Analizando la información que se presenta en la tabla se puede concluir que cuando se lanzan cuatro monedas, la probabilidad de obtener una sola cara es

- A. $\frac{4}{32}$ B. $\frac{5}{32}$ C. $\frac{4}{16}$ D. $\frac{5}{16}$

5. Observa la secuencia de figuras que se muestran a continuación.



¿Cuál es la figura que sigue en la secuencia?

A.

B.

C.

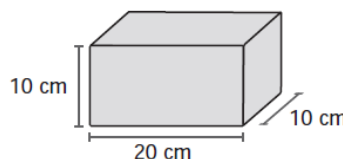
D.



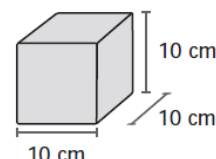
6. Las siguientes figuras representan dos tipos de recipientes, I y II, utilizados para empaacar alimentos.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones, respecto al espacio ocupado por los recipientes tipo I y tipo II, es correcta?

Recipiente I.



Recipiente II.



- A. El recipiente tipo I ocupa el doble del espacio utilizado por el recipiente tipo II.
- B. El recipiente tipo II ocupa el doble del espacio utilizado por el recipiente tipo I.
- C. Cuatro recipientes tipo I ocupan el mismo espacio que tres recipientes tipo II.
- D. Cuatro recipientes tipo II ocupan el mismo espacio que tres recipientes tipo I.

7. La relación entre la cantidad (n) de boletas para un espectáculo y su costo (C), se representa mediante la expresión $C = 2.500n$.

¿Cuál de las tablas representa esta relación?

A.

Cantidad de boletas (n)	Costo (C)
10	25.000
20	50.000
30	75.000
40	100.000

B.

Cantidad de boletas (n)	Costo (C)
10	25.000
20	25.000
30	25.000
40	25.000

C.

Cantidad de boletas (n)	Costo (C)
10	25.000
20	50.000
30	100.000
40	200.000

D.

Cantidad de boletas (n)	Costo (C)
10	25.000
20	27.500
30	30.000
40	32.500

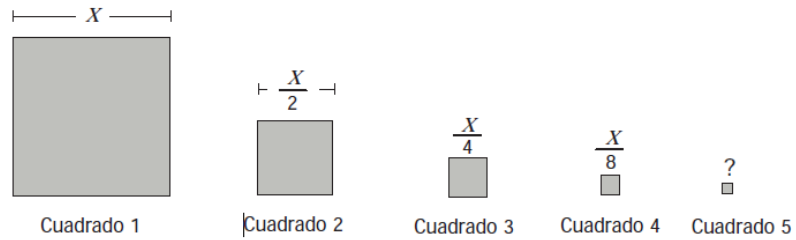
8. En la siguiente tabla se presenta el número de congresistas, senadores y diputados de los partidos E y F que fueron elegidos en un país latinoamericano.

Cualquiera de los congresistas elegidos puede ser presidente del Congreso. Es más probable que el presidente del Congreso sea

- A. senador del partido E .
- B. senador del partido F .
- C. diputado del partido E .
- D. diputado del partido F .

Número de congresistas	Partido		Total
	Partido E	Partido F	
Número de senadores	31	29	60
Número de diputados	33	34	67
Total	64	63	127

9. La siguiente es una secuencia formada por cuadrados. Las dimensiones de los lados se indican en cada figura.



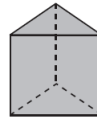
¿Cuál es la medida del lado del cuadrado 5?

- A. $X/16$ B. $X/12$ C. $X/11$ D. $X/10$

10. ¿Cuál es el área del cuadrado 4?

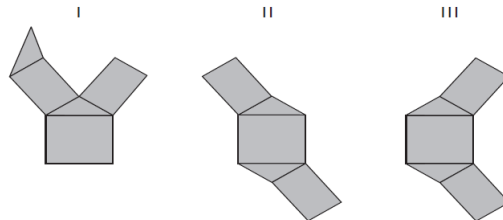
- A. $4X/8$ B. $2X/64$ C. $X^2/64$ D. $X^2/8$

11. La siguiente figura representa un prisma triangular.



¿Cuál(es) de los siguientes desarrollos planos permite(n) armar un prisma triangular?

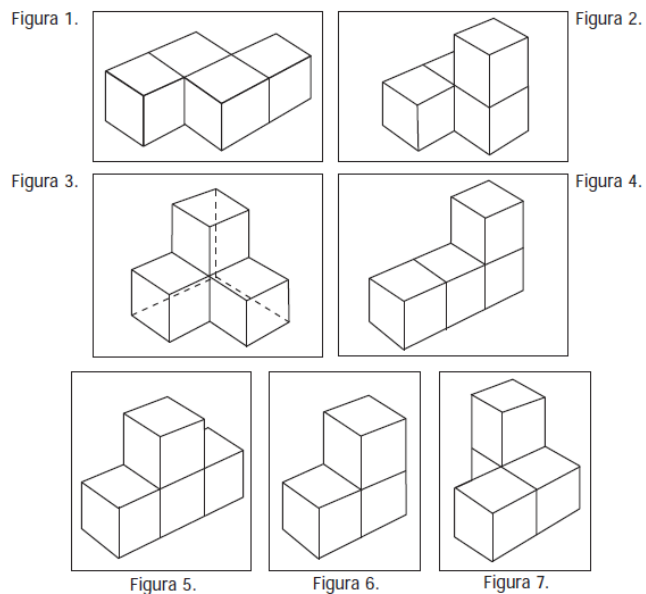
- A. II solamente.
 B. III solamente.
 C. I y II solamente.
 D. I y III solamente.



12. El poli cubo de Soma es un rompecabezas tridimensional de siete piezas, con las cuales se arma un cubo. Las siguientes figuras representan las piezas de este rompecabezas.

Todas las piezas se construyeron con cubos del mismo tamaño. ¿Cuál de las piezas del rompecabezas tiene menor volumen?

- A. La 1.
 B. La 3.
 C. La 4.
 D. La 6.



13. Una máquina pega 100 suelas de zapato cada 10 minutos. Después de encender la máquina es necesario esperar 2 minutos para que comience a funcionar.

La expresión algebraica $p = 10(t - 2)$, donde p representa el número de suelas pegadas y t el tiempo transcurrido en minutos, describe la situación. ¿Cuál de las siguientes tablas muestra el número de suelas pegadas cuando han transcurrido 12, 22, 32, 42, 52 y 62 minutos a partir del momento en que se prende la máquina?

A.

Número de minutos transcurridos	Número de suelas pegadas
12	100
22	200
32	300
42	400
52	500
62	600

B.

Número de minutos transcurridos	Número de suelas pegadas
12	100
22	220
32	320
42	420
52	520
62	620

C.

Número de minutos transcurridos	Número de suelas pegadas
12	118
22	218
32	318
42	418
52	518
62	618

D.

Número de minutos transcurridos	Número de suelas pegadas
12	96
22	176
32	256
42	336
52	416
62	496

14. Entre los estudiantes de noveno grado de un colegio, se hizo una encuesta para determinar el número de mujeres y hombres que practican algún deporte en su tiempo libre. Observa los resultados.

	Hombres	Mujeres
Practican algún deporte	25	15
No practican deporte	10	20

¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar un estudiante que curse noveno grado en el colegio, éste sea una mujer que practica algún deporte?

A. 15/70

B. 15/55

C. 15/2

D. 15/20

15. En la gráfica se muestran las emisiones de gas carbónico, en millones de toneladas, en algunas regiones del mundo durante los años 1990 y 2002.

De acuerdo con la gráfica se puede afirmar que el incremento en emisiones de gas carbónico entre 1990 y 2002 fue

- A. mayor en Estados Unidos que en China.
 B. mayor en la Unión Europea que en China.
 C. menor en Japón que en Rusia.
 D. menor en la Unión Europea que en Japón.

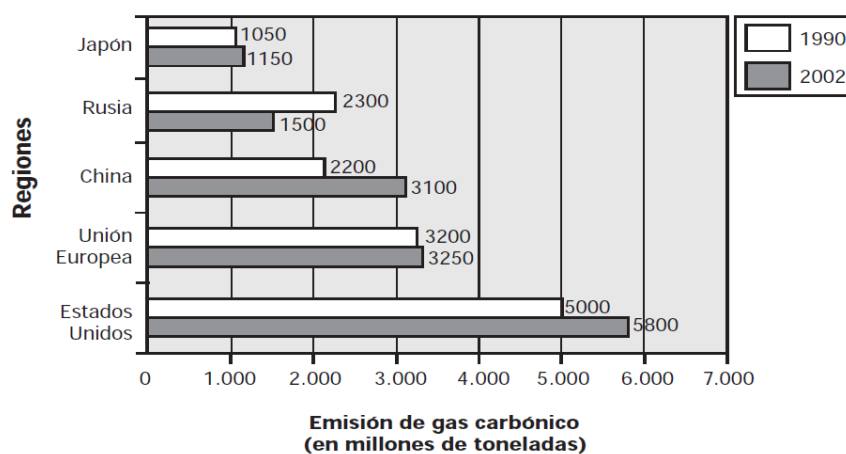


Figura 4. Prueba diagnóstico, planteada en google drive

Para analizar el nivel de desarrollo de dichas competencias se utilizó el modelo de Rasch con el fin de comprobar la validez de la prueba y de buscar cuales son los ítems de menor y mayor dificultad, de lo cual se determinan dos parámetros para analizar esta prueba: el parámetro de habilidad (de cada estudiante) y el parámetro de dificultad (de cada pregunta) Seguido de esto se diseñaron otras actividades relacionadas con trabajo colaborativo, conformación de grupos de trabajo, trabajo en foros, trabajo entre grupos focales.

Con este modelo se establecieron evidencias de validez y confiabilidad para el instrumento, verificando la unidimensionalidad de la escala y el grado de confiabilidad. Con este análisis se identificaron aquellos estudiantes que contestaron correctamente a ítems dentro de su nivel de habilidad y además, ítems que fueron contestados correctamente por individuos que se encuentran dentro del nivel de habilidad para hacerlo, es decir, identificar tanto los ítems como los examinados que se ajustaron al modelo. En la tabla 7 y de acuerdo con el análisis de los resultados encontrados luego que el grupo pilotaje contestara la prueba, se relaciona el ítem expuesto con el porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente la pregunta luego de aplicar el modelo Rasch y su grado de facilidad para contestarlo.

ITEM	% DE APROBACIÓN	COMPONENTE-COMPETENCIA
1	63.6	Aleatorio-Comunicación
2	61.8	Numérico Variacional- Resolución De Problemas
3	60	Numérico Variacional- Resolución De Problemas
4	59.1	Aleatorio-Razonamiento
5	74.5	Geométrico- Resolución De Problemas
6	50	Geométrico- Resolución De Problemas
7	66.4	Numérico Variacional- Comunicación
8	64.5	Geométrico-Comunicación
9	37.3	Aleatorio-Resolución De problemas
10	39.1	Numérico Variacional-Razonamiento
11	10	Numérico Variacional- Comunicación
12	44.5	Geométrico-Razonamiento
13	37.3	Geométrico-Razonamiento
14	17.3	Aleatorio-Razonamiento
15	13.5	Aleatorio-Comunicación

Tabla 7. Clasificación de los ítems de acuerdo con el porcentaje de aprobación asociado a niveles de competencia.

La lectura que se puede realizar a los resultados obtenidos muestra que los ítems donde se presenta mayor dificultad están relacionados con el componente variacional y las competencias de comunicación y razonamiento. Esto apunta a que, algunas de las razones para que la matemática escolar sea tan poco exitosa en nuestras aulas, entendiéndose por esto, la ausencia de comprensión significativa, están asociadas con las pocas conexiones lógicas que validan la coherencia del discurso involucrado en la clase de matemáticas, es ineludible la utilización tanto del lenguaje común, como del matemático y es allí donde la combinación de ambos produce obstáculos cognitivos para los estudiantes. (comparemos por ejemplo el porcentaje de aprobación

de ítems donde la situación es completamente numérica con ítems asociados a lo geométrico y variacional)

Aquí es oportuno resaltar como las dificultades señaladas por diversos autores entre ellos Kieran (citado por Mata, Ramirez, Arballo y Siwert, 2009) salen a la luz y que son apreciadas en los procesos empleados por los estudiantes, puesto que, después del trabajo con letras, particularmente orientado al uso de éstas como representantes de números, se empieza a operar con ellas en el contexto de las expresiones algebraicas indistintamente de la situación en la que estén expuestas (ítems 7,9,10,11,13,14).

Este autor reporta investigaciones relacionadas con la posibilidad de una aproximación geométrica para dar sentido a dichas expresiones y descubrir obstáculos cognitivos asociados con esta aproximación. En este sentido y de acuerdo con la validación realizada se plantearon nuevas preguntas, también tomadas del banco de guías del ICFES (2012) situadas en un contexto geométrico-algebraico (figura 5) para que los estudiantes puedan usar letras como símbolos que representen incógnitas específicas o números desconocidos, (no objetos), al igual que ítems asociados a aleatoriedad y trabajarlas como tales en la situación presentada.

1. Un ciclista debe recorrer tres etapas en una carrera, la distancia planeada por la primera etapa está dada por el polinomio $3t^2 - 5t + 6$, la distancia correspondiente a la segunda etapa está dada por $6t^2 + 5t - 2$ la distancia de la tercera etapa es $8t^2 + 4t + 9$. Finalizada la carrera podemos asegurar que la distancia total recorrida por el ciclista en las tres etapas fue
- a) $17t^2 + 4t + 13$ b) $17t^2 + 7t + 13$
 c) $17t^2 + 14t + 19$ d) $-17t^2 - 9t - 13$



2. Si en el polinomio obtenido, $t = 5$ metros. La distancia recorrida finalmente por el atleta es:
- a) 455 metros
 b) 485 metros
 c) 458 metros
 d) 845 metros

3. Al utilizar un software calculo la moda y el promedio de puntos de acuerdo con la tabla publicada. De esto se puede decir

- a) La moda es 12 puntos y el promedio es 10 puntos.
 b) La moda es 12 puntos y el promedio es 14 puntos.
 c) La moda es 10 puntos y el promedio es 12 puntos.
 d) La moda es 20 puntos y el promedio es 12 puntos.

GRADO	PUNTAJE
SEXTO	4 PUNTOS
SÉPTIMO	8 PUNTOS
OCTAVO	20 PUNTOS
NOVENO	12 PUNTOS
DÉCIMO	12 PUNTOS
UNDÉCIMO	16 PUNTOS

4. Acerca de la tabla es correcto afirmar que

- a) por cada punto que obtuvo el grado undécimo, sexto obtuvo 4 puntos.
 b) por cada punto que obtuvo el grado sexto, séptimo obtuvo 2 puntos.
 c) Octavo obtuvo más de la mitad del total de puntos.
 d) por cada 8 puntos que obtuvo el grado séptimo, octavo obtuvo 10 puntos.

5. Un reloj se adelanta 3 minutos cada cuatro horas. Los minutos que se habrá adelantado al final de una semana (7 días) corresponden a

- a) 141
 b) 144
 c) 168
 d) 126



Figura 5. Ajustes a prueba diagnóstico, incorporando cinco ítems.

Conclusiones del pilotaje.

Frente a la aplicación del pilotaje se puede concluir lo siguiente:

- Se deben conocer los niveles de competencia digital de los estudiantes y su acceso a las TIC, ya que algunos no habían llenado un formulario de este tipo y no sabían cómo realizar la prueba, esto para el diagnóstico. De esto se puede pensar en la importancia de agregar una sesión inicial para observar las habilidades que tienen frente a las herramientas tecnológicas y su apropiación.
- En el trabajo de foro se evidenció que la conectividad de la institución estaba presentando fallas por lo cual no todos accedían con rapidez para replicar frente a un apunte hecho por los compañeros.
- La actividad del foro se realizó en la plataforma phpBB y se encontró una dificultad de configuración de la plataforma, dado que no se halló una configuración adecuada para que los estudiantes pudiesen entrar sin necesidad de moderación por parte de la docente. Es decir cada estudiante necesitaba el permiso de la docente para que su publicación fuera vista por todos los compañeros de clase.
- Los estudiantes toman a uno de sus compañeros como líder o referente para desarrollar el trabajo. Es importante que todos asuman este rol con el fin de lograr un aprendizaje colaborativo eficaz, de esto se espera que el papel del docente sea lo suficientemente significativo para que el trabajo sea colaborativo y no cooperativo.

Durante las sesiones, se buscó fortalecer el trabajo en equipo, el liderazgo y la reflexión, entre los estudiantes con el propósito de orientar el comportamiento individual dentro del curso en general, en la medida que se desarrollaba la actividad programada.

La intención prevista y utilizada fue la de orientar el trabajo hacia la interdependencia positiva empoderando a los estudiantes de pasar de un trabajo autónomo a un trabajo colaborativo. Así mismo se buscó que las TIC permitieran facilitar el registro de la información para analizar resultados y despertarán interés en los estudiantes dado que en las clases de matemáticas nunca se había hecho uso de un foro para socializar alguna actividad.

De igual manera con el pilotaje:

- Se logró un acercamiento y conocimiento del grupo frente a sus habilidades tecnológicas.
- Se identificaron elementos necesarios en la caracterización del grupo (nivel de desarrollo en competencias matemáticas y digitales)
- Se realizó un seguimiento constante en cada uno de los grupos de acuerdo con sus habilidades y niveles de competencia evidenciados en la prueba diagnóstico.

Estrategia Didáctica a Implementar

Pensando en las estrategias como un conjunto de acciones planificadas, podríamos pensar que estas deben resultar lo suficientemente significativas, con el fin de que sean estas las que garanticen la consecución de procesos de aprendizaje, capaces de ser modificables y ajustables en el tiempo. Estas estrategias deben ser coherentes con los enfoques pedagógicos por abordar y deben en un primer momento llevar a cabo una prueba de diagnóstico cual permita identificar el estado en el que se encuentran los estudiantes en cuanto a desarrollo de habilidades para resolver una situación en contexto. De acuerdo con los resultados obtenidos, se diseña la fase de apropiación necesaria para determinar que estrategias son las más adecuadas de acuerdo a la problemática evidenciada, siempre realizando realimentación del proceso.

De acuerdo con el enfoque pedagógico señalado, como se explicó en el marco referencial y de acuerdo con el análisis hecho a la prueba piloto, se tomará el aprendizaje colaborativo como estrategia didáctica y socializadora que posibilite el desarrollo de capacidades y valores en los estudiantes, permitiendo en ellos superar dificultades asociadas a competencias Lógico Matemáticas. Por lo anterior, pensar el espacio de clase como un escenario lúdico, permite a la docente diseñar actividades que se acoplen a las necesidades, intereses, expectativas, edad y ritmo de aprendizaje de los estudiantes de grado noveno. Cabe aclarar que esta estrategia por sí sola no es suficiente, es importante considerar elementos que potencien el pensamiento crítico y creativo de los estudiantes mientras aprenden; de allí que sea necesario considerar el cómo, el dónde y el cuándo se gestionarán las actividades. En la implementación de las sesiones del Ambiente la docente asume un papel de orientadora, donde enfatiza en la importancia de la argumentación de los procesos, la búsqueda y procesamiento de la información, así como de comunicación creativa entre los compañeros de grupo. Así mismo se busca promover la autonomía de los estudiantes a la par de la creación de un ambiente de respeto y tolerancia en el cual, entre todos, cada uno construye su conocimiento.

Hacer uso de estos elementos permitirá que los estudiantes practiquen diferentes valores (tolerancia, respeto, responsabilidad, entre otros) y aprendan a reconocerse a sí mismos y a conocer a los demás miembros de su grupo, enseñando bases muy importantes para que se inicien actividades de trabajo colaborativo, toma de decisiones y solución de problemas.

DISEÑO METODOLÓGICO

En este apartado se mencionan los tipos de investigación que han de ser útiles en el proyecto, teniendo como referente el planteamiento del problema y los objetivos propuestos. De acuerdo a su naturaleza se mencionará cual ha de emplearse según el método, la función y el alcance. Así mismo se plantea el diseño de la investigación, la población con la que se ha de trabajar, las técnicas de recolección y análisis de la información.

Tipo de Investigación

Teniendo en cuenta que esta investigación busca fortalecer el Pensamiento Lógico Matemático en estudiantes de grado noveno mediante la implementación de un Ambiente de Aprendizaje Presencial mediado por TIC se considera que esta se caracteriza como Investigación Aplicada. En palabras de Cívicos y Hernández (2007), la investigación aplicada se caracteriza por la forma en que analiza la realidad social y aplica sus descubrimientos en la mejora de estrategias y actuaciones concretas, en el desarrollo y mejoramiento de éstas. Es así como este trabajo investigativo busca que el estudiante haga uso de conocimientos matemáticos previos, aplicando diversas estrategias para la solución de situaciones en contexto, junto a planes de mejora que permitan dar solución a errores matemáticos ligados con todas las variables del escenario educativo: docente, estudiante, uso de las TIC, métodos evaluativos, entre otros.

Por otro lado esta investigación de tipo descriptivo busca especificar las propiedades, características y perfiles de los estudiantes de grado noveno junto al rol del docente en la implementación del AA. Es decir, únicamente pretende medir o recoger información alusiva a los procesos llevados por los estudiantes en la toma de decisiones para analizar e interpretar

problemas Lógico Matemáticos, sus actitudes, cuestionamientos, procesos, su trabajo autónomo y colaborativo y su incidencia frente al rol del docente como actor que orienta y direcciona el proceso educativo , el papel de las TIC en la solución de situaciones problema ya sean de tipo numérico, geométrico, variacional o aleatorio, la generación de nuevas formas de analizar e interpretar gráficamente problemas Lógico Matemáticos, la interacción entre los grupos, la adquisición de nuevos conocimientos, entre otros.

Cabe notar que este tipo de investigación pretende evidenciar características significativas en los procesos de enseñanza –aprendizaje sin dar explicaciones formales de uno u otro resultado, es decir, que se abordará desde un estudio de carácter diagnóstico y reflexivo orientado principalmente a la identificación de factores que fortalezcan el pensamiento Lógico Matemático, los roles de los actores involucrados y las implicaciones de las TIC en la enseñanza de nociones asociadas a situaciones de tipo variacional.

De igual forma, la propuesta se enmarca dentro del Enfoque Cualitativo, dado que esta tiene como prioridad el análisis de las múltiples realidades de los actores involucrados en el escenario educativo más que la generalización de los resultados encontrados en los procesos seguidos por los estudiantes con el fin de demostrar teorías(esto sería de tipo cuantitativo). Bajo esta perspectiva y como lo señala Hernández Sampieri, Fernández y Baptista (2007) el investigador comienza examinando el mundo social, para este caso la realidad educativa del Colegio Bosanova IED, desarrollando una descripción coherente con la información obtenida luego de implementado y evaluado el Ambiente de Aprendizaje.

Sintetizando este aspecto el trabajo investigativo de enfoque cualitativo, se orienta según las características dadas por Hernández Sampieri, Fernández, & Baptista, (2007) y que se presentan a continuación:

- Las indagaciones cualitativas no pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias.
- El enfoque cualitativo busca principalmente “dispersión o expansión” de los datos e información.
- La investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas. También aporta un punto de vista “fresco, natural y completo” de los fenómenos, así como flexibilidad.

Diseño de la Investigación: Un Estudio de Caso

De acuerdo con lo expuesto, el diseño de esta investigación busca profundizar en un caso particular (estudiantes de grado noveno) con el fin de observar como es y de qué manera se comportan frente a diferentes variables, sin necesidad de establecer generalizaciones. Visto de esta manera, el diseño está enfocado a un Estudio de Caso en el cual y en términos de Stake (2005) su objetivo es la particularización y comprensión de su quehacer en la práctica educativa. Para este autor, la característica fundamental del estudio de casos está en la comprensión de la realidad objeto de estudio: el estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes. Es a una visión global del fenómeno estudiado a lo que aspira un estudio de caso. No es una técnica particular para conseguir datos sino una forma de organizarlos.

Para Álvarez y Maroto (2012) los aportes que se pueden considerar al estudiar un fenómeno social se fundamenta en tres rasgos:

1. Énfasis en las observaciones a largo plazo, basadas más en informes descriptivos que en categorías pre-establecidas. Para este trabajo, la observación será de tipo participante, utilizando el diario de campo, el cual, es uno de los instrumentos que permite sistematizar la práctica investigativa; además, permite mejorarlas, enriquecerlas y transformarlas. Según Bonilla y Rodríguez (1997) el diario de campo debe permitirle al investigador un monitoreo permanente del proceso de observación. Puede ser especialmente útil [...] al investigador en él se toma nota de aspectos que se consideren importantes para organizar, analizar e interpretar la información que está recogiendo,” en la figura 6 se observa la estructura utilizada para el diario de campo.

2. Interés por detallar la conducta observada, dentro del marco de los hechos circundantes. Esto hace referencia a describir los comportamientos evidenciados por los estudiantes en cada una de las fases del AA y su rol dentro de los grupos de trabajo.

3. Una preocupación por la perspectiva de los participantes acerca de los hechos, es decir, cómo construyen su realidad social. Lo esencial al emplear esta metodología es poner en evidencia características como claves del fenómeno estudiado, en términos descriptivos, mediante el uso de entrevistas, encuestas, grupos focales, notas de campo, observaciones, grabaciones de vídeo.

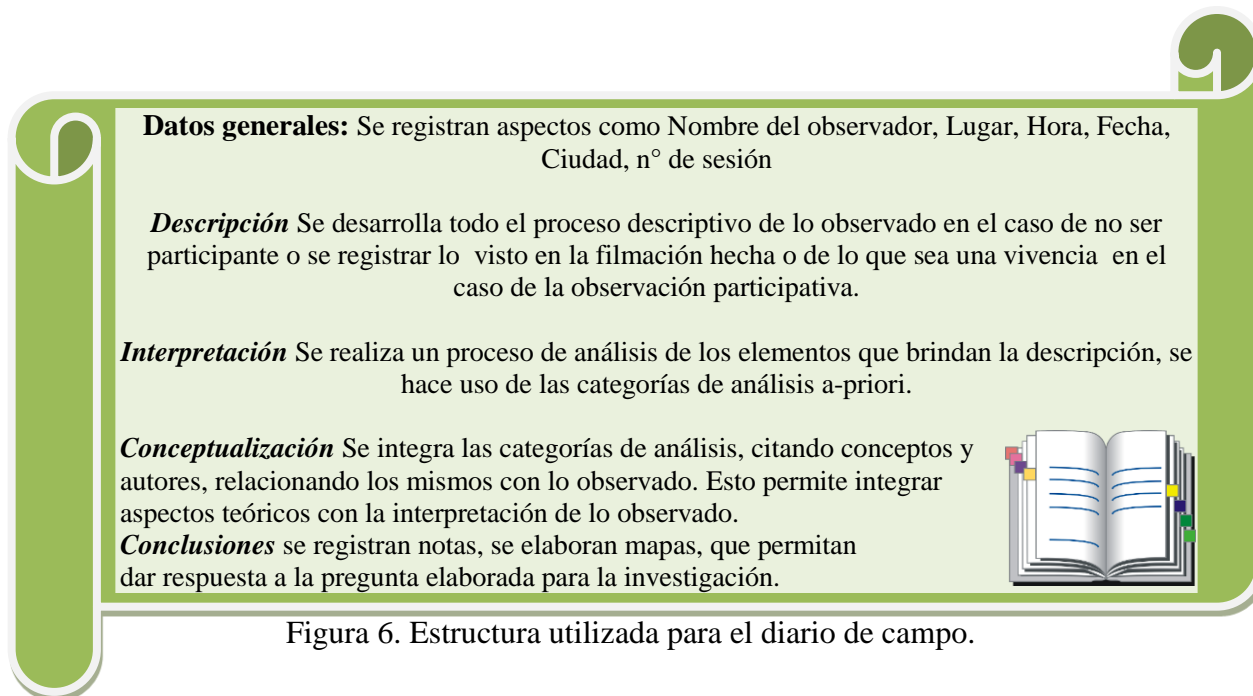


Figura 6. Estructura utilizada para el diario de campo.

Como señala Stake, "estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo" (Stake 2005: 11) permitiendo observar y analizar un fenómeno o hecho particular relativamente desconocido o del cual aún no se ha podido dar solución en la investigación educativa y sobre el cual pueden realizarse aportes de manera significativa. Esto último lleva a indagar procesos de comprensión en nociones matemáticas que durante años han sido abordados desde diferentes realidades y de los cuales no se han dado soluciones exactas, dada su connotación social.

Para concluir se puede decir que con este tipo de estudios de caso en esta investigación educativa se pueden desarrollar habilidades para la investigadora asociadas a la adquisición de experiencias, una comprensión más amplia de la realidad de los estudiantes del curso 901, el desarrollo de la capacidad de análisis y de síntesis, junto a la interrelación de conocimientos y vivencias entre docente y estudiantes.

Población y Muestra

Definidos los tipos de investigación, se procedió a delimitar la población que va a ser estudiada y sobre la cual se pretendía generalizar los resultados. Así, una población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones (Selltiz et al., 1980)

Contexto.

La implementación del Ambiente de Aprendizaje se realizó en el Colegio Bosanova IED, una de las 6 instituciones bilingües del Distrito, zona urbana, la cual existe hace 31 años y que tiene como PEI “La escuela un espacio de reflexión, convivencia y comunicación bilingüe”. Ubicada en la localidad de Bosa y estratificada en los niveles 1 y 2. Un grupo significativo de estudiantes pertenece a familias de padres que trabajan en oficios varios, carpintería, negocios circundantes al barrio o al norte de la ciudad; por lo que la mayor parte de tiempo permanecen solos, están con algún familiar o a cargo de hermanos menores. El Colegio cuenta con 350 estudiantes en la jornada de la tarde, sección bachillerato, distribuidos en 9 cursos.

Frente a recursos tecnológicos se puede decir que la institución cuenta con 30 portátiles para el uso de todos los estudiantes, cuenta con software educativo tal como encarta y juegos en flash de tuxmath y un 90% del uso de la sala de informática está dado para el docente de tecnología, aspecto que dificulta la puesta en marcha de actividades planteadas por otras áreas. Se puede decir que el uso que dan los estudiantes a las herramientas tecnológicas lo hacen primordialmente en función de la utilización de redes sociales para colaborar, publicar, socializar y compartir información con compañeros y discutir frente a temas académicos pero sin tomar decisiones con argumentos. De igual manera utilizan el computador para procesar información, representarla y comunicar las conclusiones, esto habitualmente cuando trabajan en

Excel. Les agrada trabajar en programas de edición de fotos y usan con bastante frecuencia webs donde suben y comparten videos.

Caracterización y delimitación de la población.

La población con la cual se implementó la propuesta correspondió a estudiantes de grado noveno (población con la cual se había evidenciado un bajo rendimiento en los resultados de las pruebas saber 9). De carácter mixto con edades que oscilan entre los 13 y 16 años, la institución cuenta con dos cursos de este grado en la jornada de la tarde (42 estudiantes por cada uno). Con el curso 902 se aplicó la prueba de pilotaje y con el curso 901 se realizó la implementación del AA, dado que los estudiantes de este curso eran más heterogéneos y presentaban diferentes niveles de comprensión al momento de resolver problemas lo que llevó a pensar que estos estudiantes podrían brindar más información para dar respuesta a la pregunta de investigación.

Descripción de la muestra.

En la investigación cualitativa y como lo afirman Blanco y Castro (2007) la decisión sobre el mejor modo de obtener los datos y de quién o quiénes obtenerlos se toman en el campo, ya que se desea reflejar la realidad y los diversos puntos de vista de los participantes. De igual forma, la selección de los casos se debe diseñar de forma que se puedan generar tantas categorías y propiedades como sean posibles y relacionarlas entre sí. Para ello, el tamaño de la muestra se establece a partir de los siguientes criterios:

- Estudiantes del curso 901 que entregaron el formato de consentimiento informado firmado por el acudiente.
- Estudiantes del curso 901 que contribuían a entender el fenómeno de estudio y a responder a la pregunta de investigación
- Estudiantes del curso 901 con diferente nivel de desarrollo en Competencias Matemáticas (esto se analiza a partir de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstico)
- Aplicación de fórmula estadística expuesta por Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2007). para poblaciones finitas en un muestreo aleatorio simple (figura 7).

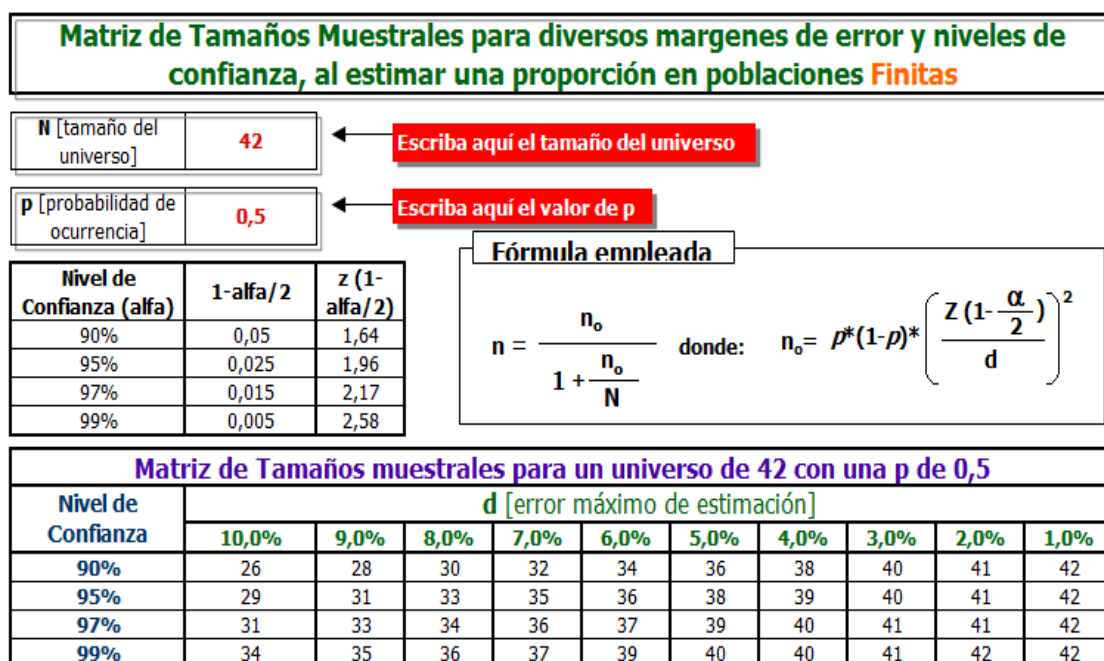


Figura 7. Fórmula para determinar tamaño de la muestra estadísticamente.

Otro aspecto a considerar tiene que ver con el tipo de muestra. Para este caso, la muestra fue **homogénea**, ya que los elementos a seleccionar poseen un mismo perfil o características, o bien, compartían rasgos similares: estudiantes de grado noveno, edades oscilantes entre los 13 y 16 años, la mayoría ha cursado sus estudios en esta institución, su edad física corresponde con su edad mental, por nombrar algunos.

Frente a esto, Hernández Sampieri, (2007) afirma que el propósito de este tipo de muestra radica en centrarse en el tema a investigar, a resaltar situaciones, procesos o episodios en un grupo social. Partiendo de esta apreciación, el Aprendizaje Colaborativo juega un papel significativo dada la importancia de la interdependencia positiva poniendo de manifiesto y justificando aún más el por qué la elección de este muestreo en la investigación. Teniendo esto claro y de acuerdo con los criterios mencionados, la muestra establecida es de 10 estudiantes.

Consideraciones Éticas

Se utilizaron los aspectos planteados por el grupo LACE (1997) en el desarrollo de toda la propuesta. De igual forma y para proteger la identidad de los participantes se asignaron códigos que los representaban; por ejemplo E1, E2, E3... y las actividades A1, A2, A3...entre otros. Lo más importante era que tuvieran un orden conceptual y estructural. En la tabla 8 se muestran los aspectos a ser considerados en la propuesta y que para Hum, (1999) facilitan el proceso de recolección de la información para que esta pueda dar cuenta de la pregunta de investigación.

CRITERIO	EXPLICACIÓN
1. NEGOCIACIÓN	Entre los participantes sobre los límites del estudio, la relevancia de las informaciones y la publicación de los informes.
2. COLABORACIÓN	Entre los participantes, de tal manera que toda persona tenga el derecho tanto a participar o no en la investigación.
3. CONFIDENCIALIDAD	Respecto al anonimato de las informaciones del estudiantado, como con respecto a la no utilización de información o documentación que no haya sido previamente negociada y producto de la colaboración.
4. IMPARCIALIDAD	Sobre puntos de vista divergentes, juicios y percepciones particulares, sobre sesgos y presiones externas.
5. EQUIDAD	De tal manera que la investigación no pueda ser utilizada como amenaza sobre un particular o grupo, que colectivos o individuos reciban un trato justo y que existan cauces de réplica y discusión de los informes.
6. COMPROMISO CON EL CONOCIMIENTO	Compromiso colectivo e individual de indagar hasta donde sea materialmente posible, las causas, los motivos y las razones que se encuentran generando y propiciando los acontecimientos estudiados.

Tabla 8. Criterios Éticos para la investigación

RECOLECCION DE LA INFORMACIÓN

La recolección de datos resulta fundamental, solamente que su propósito no es medir variables para llevar a cabo inferencias y análisis estadístico. Lo que se busca en un estudio cualitativo es obtener datos (que se convertirán en información) de personas. Esta clase de datos es muy útil para capturar de manera completa (lo más que sea posible) y sobre todo, entender los motivos subyacentes, los significados y las razones internas del comportamiento humano. Asimismo, no se reducen a números para ser analizados estadísticamente. Las técnicas utilizadas para este trabajo investigativo se mencionan a continuación:

Instrumentos empleados

La Observación.

Mediante esta técnica se buscó estudiar las características del contexto en el que se desenvolvía el AA, esto es, el aula de clase, la sala de informática o los diferentes escenarios que permitan el desarrollo de las sesiones, al igual que los comportamientos de los estudiantes, el rol del docente y las condiciones de trabajo. Esta técnica se utilizó durante todo el AA. La observación siempre será de tipo participante dado que para conocer y comprender la realidad de los estudiantes del curso 901 era necesario introducirse en ella y recoger datos a través de diarios y grabaciones de clase sobre su vida cotidiana, su actuar, decir y pensar en la clase de matemáticas.

La encuesta y los cuestionarios

Se utilizó este instrumento mediante la aplicación de cuestionarios, particularmente en la prueba diagnóstica, prueba final y actividades intermedias de razonamiento algebraico y geométrico. Tal y como lo menciona Córdoba (2002) la encuesta es una actividad consciente y planeada para indagar y obtener datos sobre hechos (procedimientos), conocimientos (competencias matemáticas), opiniones, juicios y motivaciones.

Particularmente para la investigación, este instrumento permitió indagar la opinión de los estudiantes frente al trabajo desarrollado luego de implementadas algunas sesiones del AA. Es decir, se parte del hecho de que con el trabajo elaborado hasta el momento, la investigadora podría actuar con más acierto de acuerdo con los resultados arrojados. También se interrogaba para evaluar; es decir, para re-conocer, si el trabajo ejecutado hasta el momento había resultado significativo para los estudiantes y qué aspectos de esa actuación debían mantenerse o cuáles debían corregirse.

Con estos cuestionarios se esperó recoger información frente a la apreciación que tienen los estudiantes en cuanto a la pertinencia de trabajar con GeogebraTM y a desarrollar las situaciones problema de manera colaborativa los cuales permitían tener una perspectiva de lo que se quiere investigar, en este caso se refería a opiniones, percepciones y actitudes de los estudiantes frente a los ámbitos mencionados en este párrafo (tablas 9 y 10)

Cuestionario Uso de las TIC

- ¿Qué entiende por TIC?
- ¿En qué asignaturas ha hecho uso de las TIC?
- ¿Qué herramientas tecnológicas utiliza con frecuencia para uso académico?
- ¿De qué forma el uso de las TIC facilita la enseñanza de cualquier concepto?
- ¿Había utilizado con anterioridad el programa GEOGEBRA?
- ¿Qué diferencia encuentra al hacer representaciones en GEOGEBRA y las hechas con lápiz y papel?
- ¿Cuáles son las ventajas de usar las TIC en la comprensión de conceptos de área y perímetro?
- ¿Considera importante incorporar Herramientas tecnológicas para que se puedan aprender de mejor manera conceptos en clase de matemáticas?

Tabla 9. Estructura cuestionario alusivo a TIC y su utilidad en el aula

Cuestionario Trabajo Colaborativo

- ¿Te gusta trabajar en equipo? ¿Por qué?
- ¿Qué fortalezas ha evidenciado al trabajar con sus compañeros en la clase de matemáticas?
- ¿Qué debilidades has evidenciado al trabajar con sus compañeros en la clase de matemáticas?
- ¿Qué ha aprendido de sus compañeros?
- ¿Qué le aporta a su equipo de trabajo, dentro del desarrollo de las actividades planteadas por la docente?
- ¿Cuál de las actividades colaborativas llevadas a cabo en la clase de matemáticas te ha gustado más? ¿Por qué?
- ¿cuánto tiempo dedicas al grupo fuera del aula?
- ¿Qué destrezas se trabajan mejor con el aprendizaje colaborativo?

Tabla 10. Estructura cuestionario alusivo a Trabajo Colaborativo

Grupos focales.

Siguiendo esta técnica, se conformaron grupos pequeños o medianos (tres a 10 personas), en las cuales los estudiantes conversaban en torno a las situaciones planteadas, estas se podían hacer en un espacio diferente a la clase de matemáticas tratando de crear un ambiente relajado e informal. Más allá de hacer la misma pregunta a varios estudiantes, el objetivo se enfocó en generar y analizar la interacción ente ellos frente a las fortalezas y dificultades que habían evidenciado al trabajar de manera colaborativa y a la utilidad que habían podido dar del programa Geogebra™ y cómo se construían significados grupalmente. Así se esperó que surgieran actitudes, sentimientos, creencias, experiencias y reacciones en los estudiantes, desde diferentes puntos de vista.

Documentos, registros, materiales.

Además de los instrumentos mencionados con anterioridad se utilizaron escritos personales y grupales, diarios de campo, material audiovisual personal y grupal, grabaciones en audio y video, al igual que fotografías, con el fin de sistematizar las observaciones y hacer análisis de las mismas.

Entrevista semi-estructurada.

Con este instrumento, expuesto en la figura 8 se buscó obtener información de los estudiantes de forma directa, en este proceso la entrevista tendría momentos de desarrollo o seguimiento con el fin de describir la evolución o el proceso llevado por los mismos al trabajar situaciones con

Geogebra™ de manera colaborativa, profundizando en su percepción y lo que habían considerado como positivo o negativo durante las sesiones de trabajo.

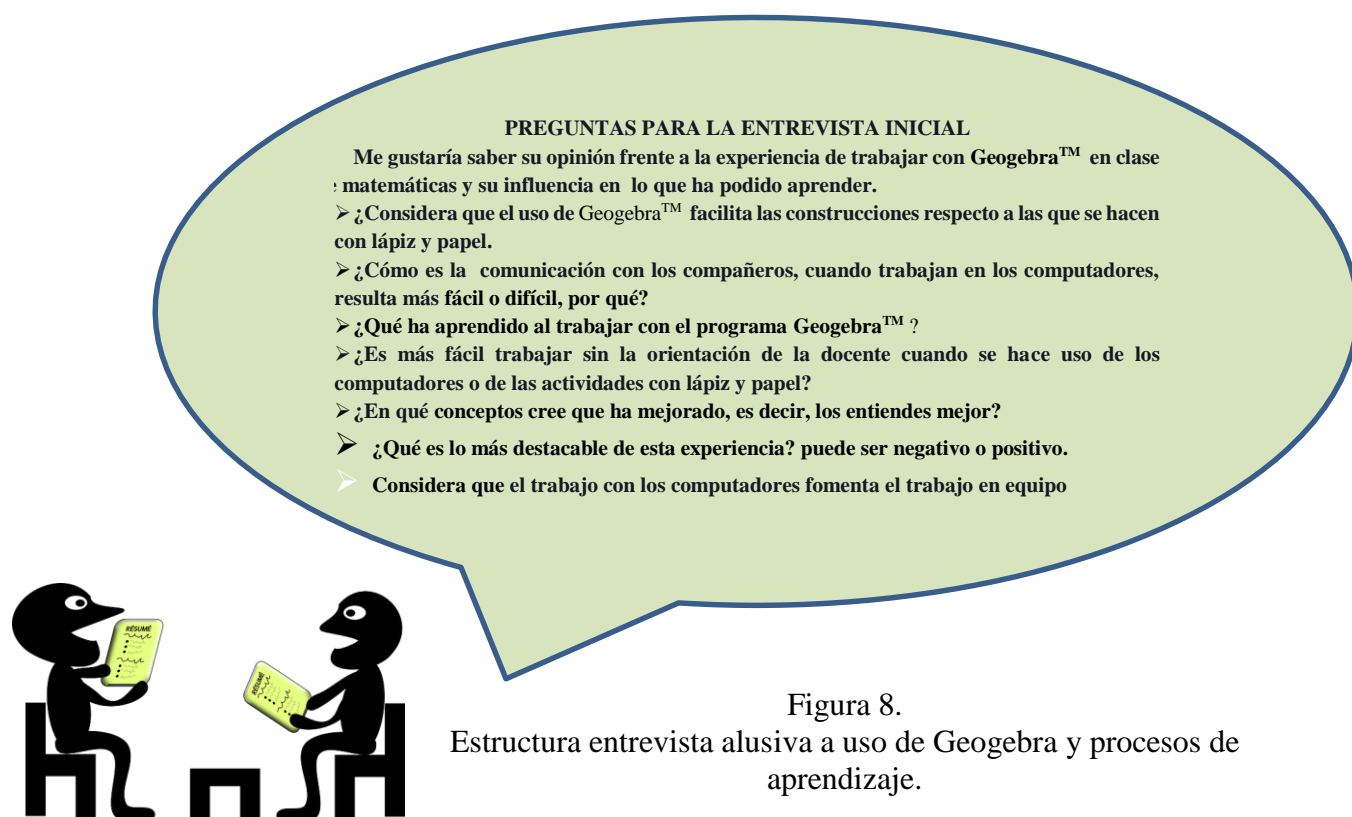


Figura 8.
Estructura entrevista alusiva a uso de Geogebra y procesos de aprendizaje.

Esta entrevista se realizó a 15 estudiantes con el fin de validar la información recolectada en los cuestionarios y a la vez determinar de forma directa el punto de vista de los estudiantes frente a la implementación del AA en aspectos alusivos al trabajo en equipo y el uso de las TIC en procesos de enseñanza- aprendizaje.

Validación de los Instrumentos

La validación de los instrumentos se llevó a cabo mediante la consulta a docentes especializados en el saber matemático, a expertos que actúan como jueces externos que analizan los enunciados de los mismos, permitiendo realizar los ajustes pertinentes. Así mismo el pilotaje

permitió validar la pertinencia de la estrategia implementada y las modificaciones que deben ser puestas en consideración.

PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El método de proceso y análisis fue establecido a partir del diseño de categorías las cuales respondieron a aspectos como las estrategias empleadas en el AA, los roles de los actores involucrados, el papel de las TIC, el desempeño de los estudiantes y como aportó o dificultó el proceso que se quería analizar. El propósito de establecer este tipo de categorías radicó en darle estructura a los datos, (Patton y Appelbahum, citados por González y Castro, 2005, P.4657), describir las experiencias de las personas estudiadas bajo su óptica, en su lenguaje y con sus expresiones (Creswell, 2009, P.60), comprender en profundidad el contexto que rodea los datos (Daymon, 2010, P.62) y encontrar sentido a los datos en el marco del planteamiento del problema.

Categorías de Análisis

En la tabla 11 se presentan las categorías a priori diseñadas para esta investigación, las cuales sustentan el trabajo interpretativo con los datos. Sin embargo y luego del análisis parcial de datos, surgen otras categorías, llamadas emergentes, producto de la segmentación de información realizada en QDA Miner Lite.

CATEGORIA	DESCRIPCION
ROL DEL ESTUDIANTE	Descripción de las conductas observadas en los estudiantes a partir de la implementación del AA. Interés por participar en actividades en aula, responsabilidad en el proceso de aprendizaje, disposición para trabajar en grupo, habilidad para la realización de actividades y tareas, actitud positiva hacia el uso de la tecnología y resistencia al proceso de cambio.
ROL DEL DOCENTE	Intenciones promovidas por la docente en su mediación pedagógica (habilidades, actitudes y valores). Se describen aquellos aspectos que considera haber trabajado de manera intencionada y concreta durante la implementación del AA. Reflexionar en torno a aspectos como planificación y organización de la clase, rol de facilitador, tiempos para apoyo y asesoría a los estudiantes, uso de diferentes espacios de aprendizaje, formulación de problemas de reflexión e investigación a los estudiantes, desarrollo de habilidades de pensamiento, involucrar a los estudiantes en la toma de decisiones sobre aspectos relacionados con el curso.
TIC y SU UTILIDAD EN EL AULA	Descripción de características del equipamiento informático a utilizar por docentes y alumnos, los requisitos mínimos de hardware y software. Habilidad y utilidad en la implementación de Geogebra y acceso a herramientas tecnológicas como medios de comunicación.
TRABAJO COLABORATIVO	Descripción de procedimientos mediante los cuales los estudiantes tratan de alcanzar las metas en equipo, ejercitación de la interdependencia positiva, crecimiento personal y social, intercambio de habilidades personales, puestas en común, construcción de conocimientos, relaciones interpersonales, procesos de comunicación fluida y de calidad. Búsqueda para acceder a información. Trabajo presencial y virtual.
APRENDIZAJES ADQUIRIDOS	Justificación de procedimientos, estrategias empleadas para resolver problemas, modelación de situaciones. Desarrollo al trabajar con pares. Resultados en aplicación de pruebas

Tabla 11. Diagrama de categorías a priori.

Para realizar la triangulación de la información en esta investigación y partiendo de los aportes hechos Denzin (1989) se contempló la triangulación como el proceso que permitió confrontar desde diversas fuentes los datos recolectados. En particular se tomó para este estudio los cuestionarios 1 y 2 alusivos al uso de las TIC y trabajo colaborativo, las entrevistas realizadas

a los estudiantes en diferentes espacios- contextos y tiempos se encaminaron a trabajo colaborativo, juego de roles e interdependencia positiva al igual que la confrontación entre la prueba diagnóstico y la prueba final. Desarrollando procesualmente concordancia o discrepancia entre estas fuentes se dio paso al análisis entre diversos estudiantes en momentos y espacios diferentes se tomó en primera instancia cada instrumento y se buscó clasificarlo de acuerdo a lo que este buscaba analizar de alguna categoría en particular. En la figura 9 se muestra la relación entre los instrumentos de recolección y la información que se pretendía recoger para ser segmentada en las categorías a-priori, para dar paso al análisis de las mismas.

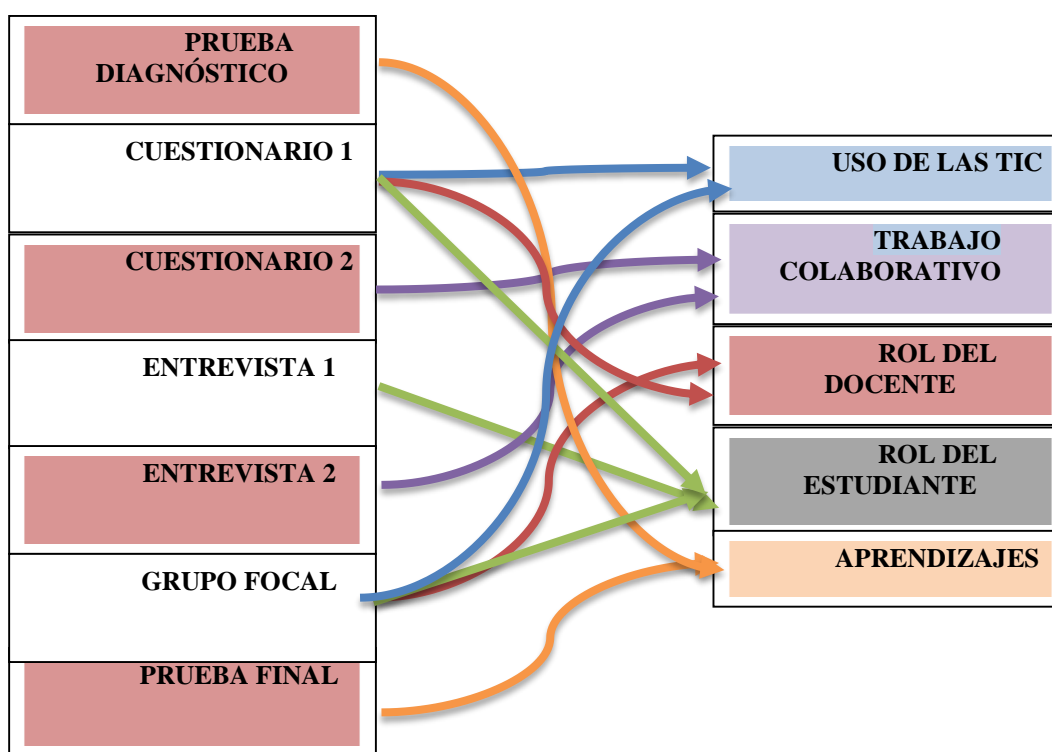


Figura 9. Segmentación de la información.

Para el análisis de los datos, se realizó la categorización de los mismos utilizando el programa QDA Miner Lite. Anexo a esto se usaron diagramas en gráficos de barras, tablas de frecuencias y se procedió al análisis de los datos por instrumento. Después de tener identificadas las categorías a priori, se creó la unidad hermenéutica con los respectivos documentos de los cuales se realizó su codificación, al comentario, que describía el factor que buscaba la investigación. La categorización se realizó de manera inductiva, a medida que se iban leyendo los cuestionarios se iba segmentando y creando el código. Con esto, se agruparon los documentos primarios, los códigos y los memos realizados que ayudaron al posterior análisis de la información. No obstante las categorías emergentes que surgieron durante el procesamiento de los datos en QDA lite fueron contrastadas con las categorías a priori planteadas en un principio.

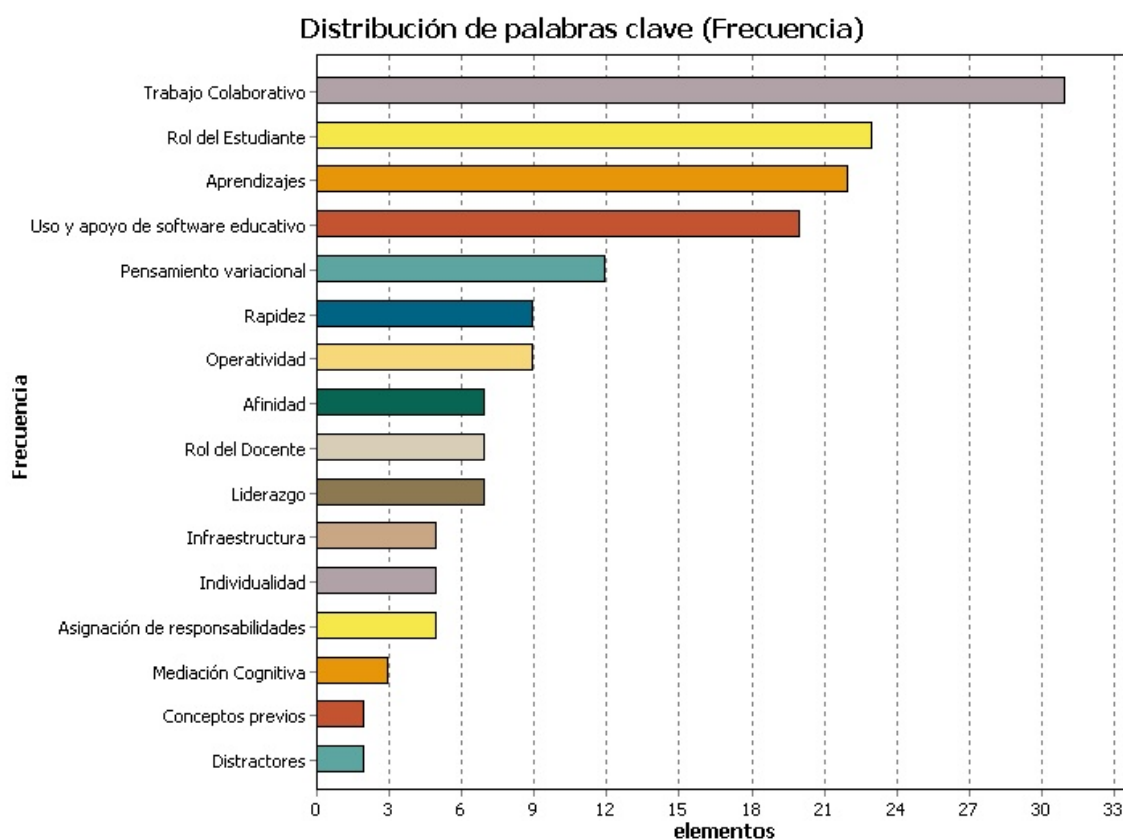


Figura 10. Diagrama de barras alusivo a la representación de frecuencias entre categorías a priori y emergentes, representadas en QDA.

En las figuras 10 y 11 se muestra la frecuencia de cada categoría y la red semántica entre categorías a priori y emergentes, las cuales y a partir de los datos cualitativos obtenidos del cuestionario Uso de la TIC y su procesamiento en el software se encontraron unidades de análisis para los factores que están relacionados al fortalecimiento del pensamiento lógico matemático con estudiantes de grado. Por un lado se muestra el factor conectividad, factor infraestructura, factor rapidez y factor distractor, lo que evidencia que el uso de herramientas tecnológicas esté asociado con elementos de carácter físico y no de aprendizaje que faciliten la comprensión de nociones. Esto solo se evidencia cuando en el factor rapidez, los estudiantes conciben el uso del programa de geometría dinámica como un medio que permite mejorar la visualización de problemas propuestos (Lavicza 2006); Kreis (2004) y la potencialidad de Geogebra para su uso en el aula con el fin de ahorrar tiempo y simplificar procesos(Preiner, 2008)

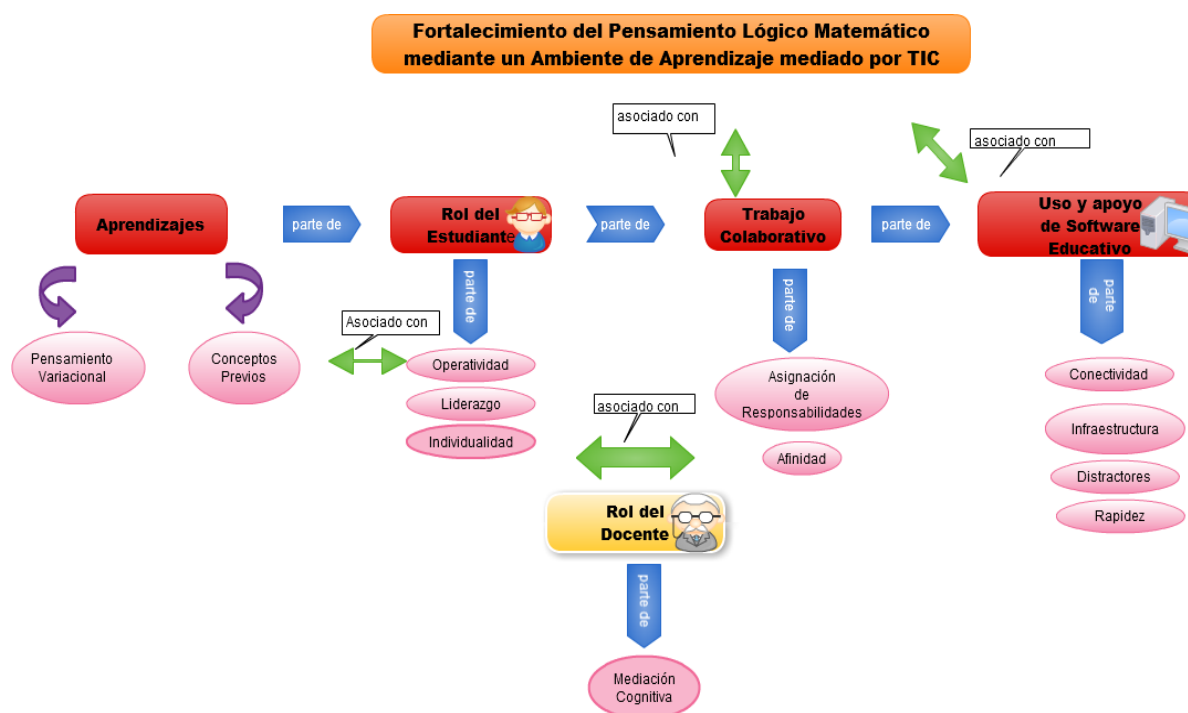


Figura 11. Red semántica entre categorías a priori y emergentes

Por otro lado con las categorías Rol del estudiante y trabajo colaborativo se evidenció una asociación de factores relacionados con las habilidades de cada uno de los estudiantes y sus aportes al interior del grupo, de allí que se observaran factores como operatividad, liderazgo, individualidad y afinidad.

A continuación se muestran diferentes intervenciones de los estudiantes de acuerdo con el instrumento aplicado.

Rol Del Estudiante.

Al señalar los estudiantes que conformarían los grupos base para el Ambiente de Aprendizaje, se evidenció que ellos asumen el papel de líder y quienes tienen mejor apropiación de los conceptos matemáticos. Por ejemplo **E6** en entrevista 5 del 28 de octubre de 2014 asegura:

“A mí me tocó sacar a mi grupo adelante, además mi comportamiento ha mejorado, me he convertido en un buen líder, es algo que no sabía de mí pues al principio fue algo diferente porque pues en matemáticas casi nunca trabajamos en grupo y pues al haber escogido los grupos al azar nos dimos cuenta que no quedamos con las personas que la llevamos tan bien pero pues así toca trabajar y pues principalmente pensé que ellos pues iban a estar dispuestos a ayudarme ya que yo soy como la más inteligente de ellos, la que aprende más rápido y pues yo les podría ayudar a ellos.”

La docente en ningún momento clarificó estos roles, pero ellos los asumieron de manera inmediata y consideraron que son quienes debían guiar el trabajo. Con algunas de las respuestas dadas se evidenció la dificultad, en un primer momento, para acoplarse al grupo de trabajo dado que la conformación de los equipos se hizo de forma aleatoria. Se observó que los estudiantes tenían la capacidad de distinguir habilidades entre ellos, pero estas las utilizaron para asignar responsabilidades: más que trabajo colaborativo resultó cooperativo. Esto se evidenció en la entrevista 4 del 21 de octubre **G6** aseguró:

“Fue una experiencia muy agradable ya que al trabajar en grupo vimos fortalezas en cada persona en cuanto a gráficas, calculo, diseño, comunicación y manejo de la tecnología. En algún momento se perdió el interés sobre el tema trabajado y se notó la falta de atención y pérdida de tiempo en redes sociales, celulares o simplemente se iban a ayudar a otros grupos, o se distraía en video juegos. Nuestro grupo fue uno de los que primero concluían el problema propuesto y preguntaba acerca de los temas vistos en clase de matemáticas”.

De igual forma se observó un proceso continuo en el cual intentaron refinar el aprendizaje y las estrategias para resolver problemas. Esto y en términos de Collazos (2001) incluye construir modelos mentales efectivos de conocimiento y de recursos. Por ejemplo, en la figura 12 se observa como los estudiantes de los grupos **G2** y **G8** y en socialización del 29 de octubre de 2014 representaron la situación de cercas triangulares mediante el uso de expresiones numéricas o algebraicas. Esto llevó a pensar y haciendo revisión de literatura alusiva a este aspecto, que los estudiantes utilizaban signos o gráficos que hacían presentes los conceptos y procedimientos matemáticos, particularmente en esta situación las nociones de perímetro con las cuales abordaron e interactuaron con el conocimiento matemático, registrando y comunicando su conocimiento sobre las cercas triangulares mediante la similitud de expresiones y para las cuales Rico(2009) toman vital importancia ya que esto denota significado y comprensión de las estructuras matemáticas, desde sus niveles más sencillos.

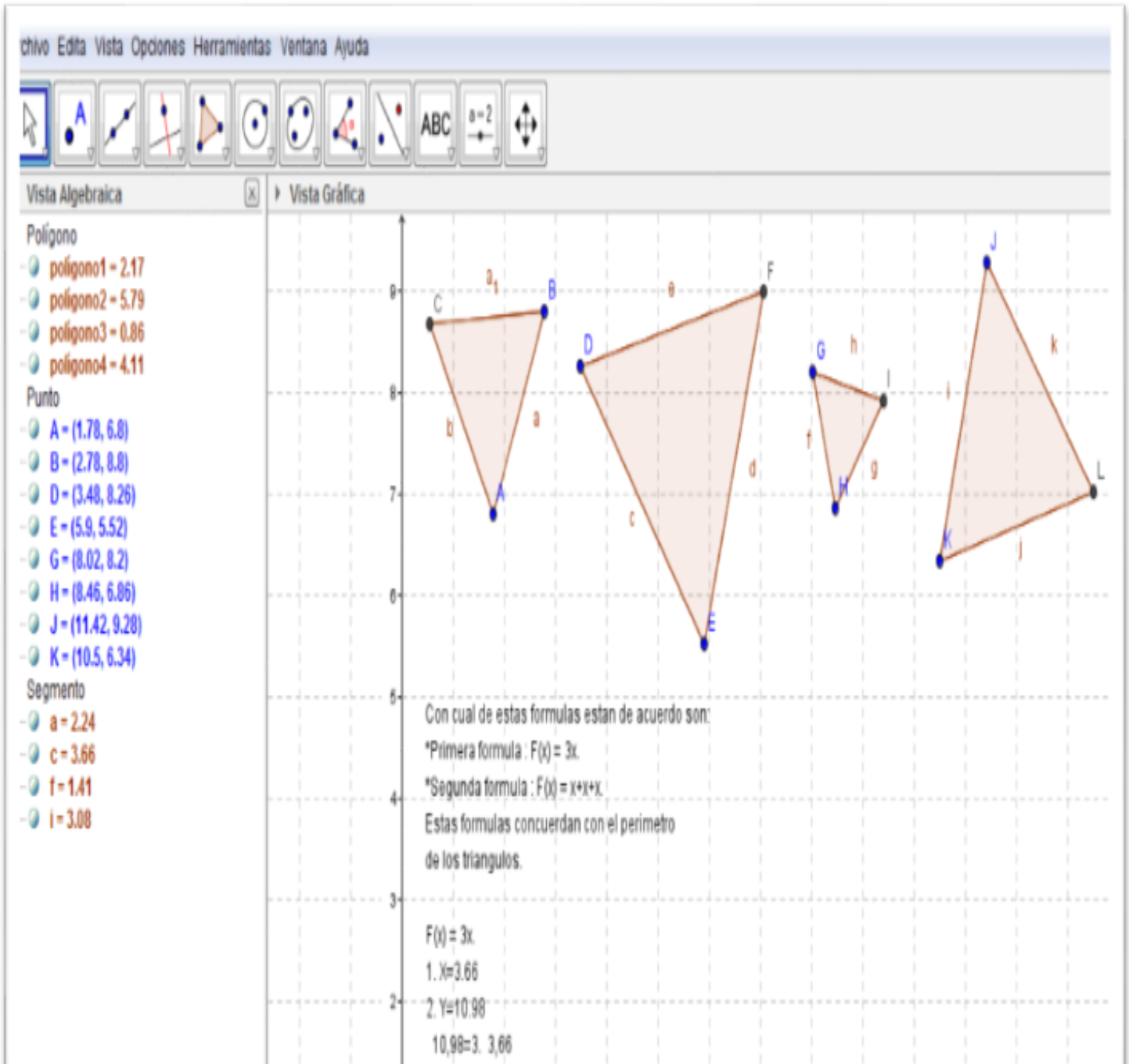


Figura 12. Trabajo hecho en Geogebra asociados a sesión 3. Transición de lenguaje numérico al algebraico.

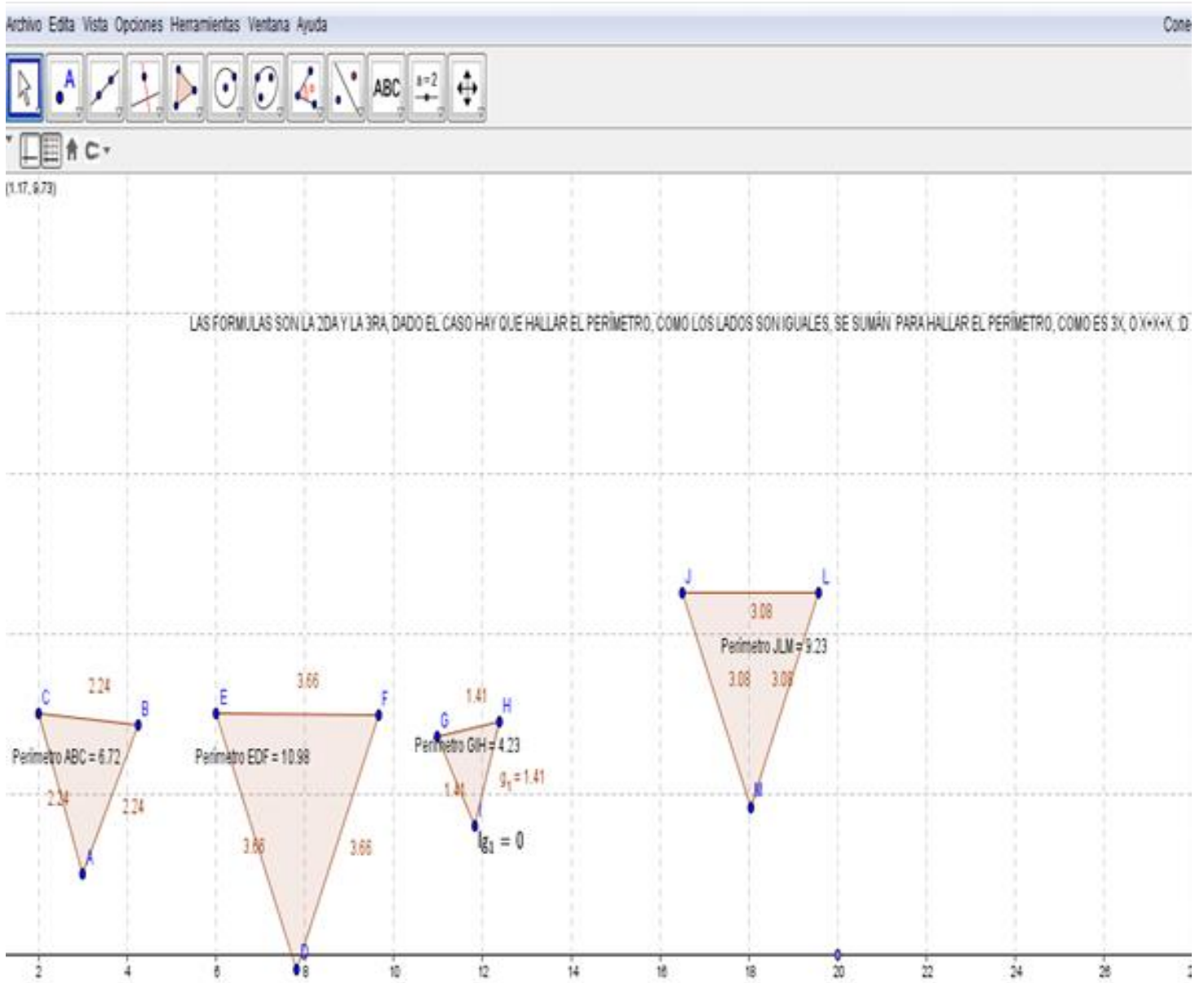


Figura 13. Trabajo hecho en Geogebra asociados a sesión 4. Transición de lenguaje numérico al algebraico y planteamiento de ecuaciones.

Estos estudiantes fueron capaces de aplicar y transformar el conocimiento con el fin de resolver los problemas en forma creativa (simulando situaciones en el software) y de hacer conexiones en diferentes niveles. Ver Figura 13.

Durante la implementación de la actividad diagnóstico se evidenció un interés particular por parte de los estudiantes para usar herramientas tecnológicas, no es desconocido que a ellos les resultara motivante usar el computador para realizar diferentes actividades tanto de tipo académico como social y porque no llevar al aula este tipo de recursos y más si estos tenían una intención pedagógica. Considero que esta sesión además de interpretarla permite dar cuenta de los intereses de los estudiantes para aprender de otra forma conceptos matemáticos, para identificar otras formas de ver la clase, que por medio de su acompañamiento y su escucha ayudan a la docente a cambiar principios metodológicos de la clase, no sólo con ellos sino con los demás cursos de los que la docente es titular. De esta forma y con lo visto hasta el momento surgieron otras categorías como Liderazgo, operatividad, individualidad y asignación de responsabilidades, siendo esta última y como lo expone Pierce, Stacey y Barkatsas (2007) un factor de suma importancia que asocia una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas con software, que relaciona el compromiso afectivo de los individuos con las tareas asignadas, esto dependiendo de las destrezas adquiridas con las actividades. En este sentido, se observó que, en general, cada grupo definía los roles de cada integrante dependiendo de las habilidades de cada uno con el fin de dar solución a la tarea planteada.

Frente a la información arrojada con los diferentes instrumentos se observó que los estudiantes distribuían los roles en cuanto a reparto de cargas cognitivas y afectivas, lo que permitía lograr objetivos difíciles de alcanzar yendo por separado; reparto de responsabilidades y

esfuerzo compartido; facilitando procesos de toma de conciencia y autorregulación. Sin embargo esto conllevó a que los procesos se vieran de forma separada ya que cada uno asumía responsabilidades de manera individual y en algunos casos no eran compartidos los saberes con todos los miembros del equipo. Aquí es importante que en las interacciones basadas en procesos en los cuales se comparten significados, se construyan lazos comunicativos de manera gradual con cada grupo de acuerdo con los ritmos alcanzados por cada uno.

Rol Del Docente.

Durante la implementación del AA la docente investigadora cuestionaba. Esto llevó a pensar en un rol de mediación cognitiva en el que se analiza y cuestiona la importancia de variables socio-culturales en el proceso de construcción del conocimiento en el aula y la importancia de la interacción social en la solución de las situaciones. La docente planteaba preguntas y orientaciones al grupo para generar conflicto cognitivo frente a afirmaciones de los estudiantes. Estas afirmaciones se extraen de un apartado del diario de campo primera sesión del 12 de septiembre de 2014 cuando:

“D sigue observando lo que hacen los estudiantes, la mayoría presenta inconvenientes con las situaciones de tipo variacional (ejercicios 7, 10 y 11) lo que conllevan a realizar preguntas asociadas a qué significa? ¿Cuáles son las implicaciones de dejar el perímetro fijo? ¿Cuál es la idea principal de trabajar con varios tipos de cercas? ¿Qué pasa si la condición de los rectángulos se cumpliera para infinitos de ellos? ¿Cómo afecta el perímetro si el área varía? ¿Por qué es importante realizar diferentes registros tabulares...? ¿Cómo se relaciona el trabajo numérico con lo aprendido antes? ¿Qué conclusiones se pueden deducir de...? Esto hace pensar a D que vamos por buen camino dado que las actividades a implementar están enfocadas en todo el tratamiento algebraico de datos y esto puedo ayudar a subsanar las dificultades encontradas. En sus planteamientos los estudiantes mencionan tener confusión en la variación de los datos: E2 menciona: profe y ¿no es posible sacar formulas con algún programa de sistemas?”.

Nuevamente esto llevó a pensar en la necesidad de implementar software educativo y la utilidad que se podría dar en cada una de las sesiones, lo que podría afirmar que el uso repetitivo

de este tipo de preguntas en clase podía producir un notable desempeño de las habilidades de pensamiento de orden superior en los estudiantes.

Una de las grandes dificultades que se observa en el aula de clase reside en el escaso diseño de ambientes de aprendizaje implementados por parte de los docentes. Durante las asesorías se establecieron criterios claros y precisos con los cuales se consideraron los diferentes roles y el cambio de paradigma dentro de la enseñanza de las matemáticas. Es fundamental la interacción con los estudiantes y el diagnóstico de las necesidades e intereses de los mismos para evidenciar, entre otras cosas, las dificultades que se han venido dando año tras año escolar en su proceso de aprendizaje. Es importante dar un cambio radical a lo que hemos venido entendiendo por espacios escolares, viéndolos ahora como escenarios con múltiples realidades, enfocadas al proyecto de vida de los estudiantes, estos espacios no deben ser vistos únicamente como el aula de clase, sino que por el contrario se conciban otros espacios construidos o naturales. A través de **E5** en la entrevista 7 del 30 de octubre de 2014 se encontró:

“pues he pensado que la tecnología con la matemática es muy necesaria porque a veces uno se aburre de escribir y de hacer todo en el cuaderno, a veces hay que salir de lo cotidiano y el computador le da soluciones prácticas, por ejemplo geogebra, las herramientas son muy fáciles de manejar. Profe ¿usted lo usa con otros cursos?”

La integración de las TIC en las aulas es función de los profesores, pero antes de introducirlas, es necesario plantearse el modo de hacerlo eficazmente, para que sea coherente con la propia visión del proceso de enseñanza-aprendizaje: de ello dependerá la selección y diseño de las tareas que se trabajarán en el aula con estos recursos. La investigación de Sfard y Kieran(2001) nos recuerda que el trabajo en grupo no es una panacea y que los profesores deben

asumir la función de vigilancia activa, interviniendo cuando sea necesario para orientar el proceso de aprendizaje.

TIC Y Su Utilidad En El Aula.

La docente investigadora evidenció el gusto que tenían por la clase algunos estudiantes que durante el primer semestre presentaban bajo rendimiento, al preguntarles por estos cambios mencionaron la importancia de trabajar con Geogebra™ y lo fácil que es entender conceptos algebraicos. Bajo la anterior mirada de la tecnología, se observó en la investigación cómo en el desarrollo del pensamiento variacional se involucraron procesos de experimentación con software, a partir de los cuales, los estudiantes visualizaban, generalizaban y abstraían relaciones y propiedades de las figuras geométricas. Por ello Borba y Villarreal (citados por Lombardo, Caronía, Operuk y Abildgaard, 2012) hacen reflexiones frente a cómo el conocimiento matemático es el resultado de una construcción de un colectivo pensante y de cómo los medios empleados para comunicar, representar y para producir ideas matemáticas condicionan el tipo de matemáticas que son construidas y el tipo de pensamiento a ser desarrollado en esos procesos.

Esto se puede corroborar cuando **E8** en entrevista del 16 de octubre mencionó:

“al trabajar con geogebra podemos generalizar fórmulas de áreas para perímetros fijos, a encontrar varias figuras que cumplieran con el mismo perímetro o la misma área, porque todos pensábamos que existía uno solo o muy pocos, por ejemplo, rectángulos con área 12cm^2 solo pensábamos en 3×4 , 6×2 y en geogebra rápidamente nos dimos cuenta que los números decimales también servían”.

Acá vemos como se relacionaron las categorías de uso y apoyo de software educativo con aprendizajes adquiridos ya que se identificaron habilidades que permitieron decir que tan útil puede ser el programa para generalizar procedimientos dando transición a un proceso del conjunto de los números naturales a los reales.

Con esto, resultó importante hacer reflexiones frente a cómo el conocimiento matemático y el resultado de una construcción de un colectivo pensante y de cómo los medios empleados para comunicar, representar y para producir ideas matemáticas podrían dar paso a nuevas interpretaciones de diferentes nociones y esto de acuerdo con las representaciones realizadas por los grupo **G5** y **G9** respectivamente, en las que, y en socialización hecha en clase y de la cual quedó registro en el diario de campo del 29 de octubre modelaron situaciones de área fija y perímetro variable. Esto se puede evidenciar en la figura 14:

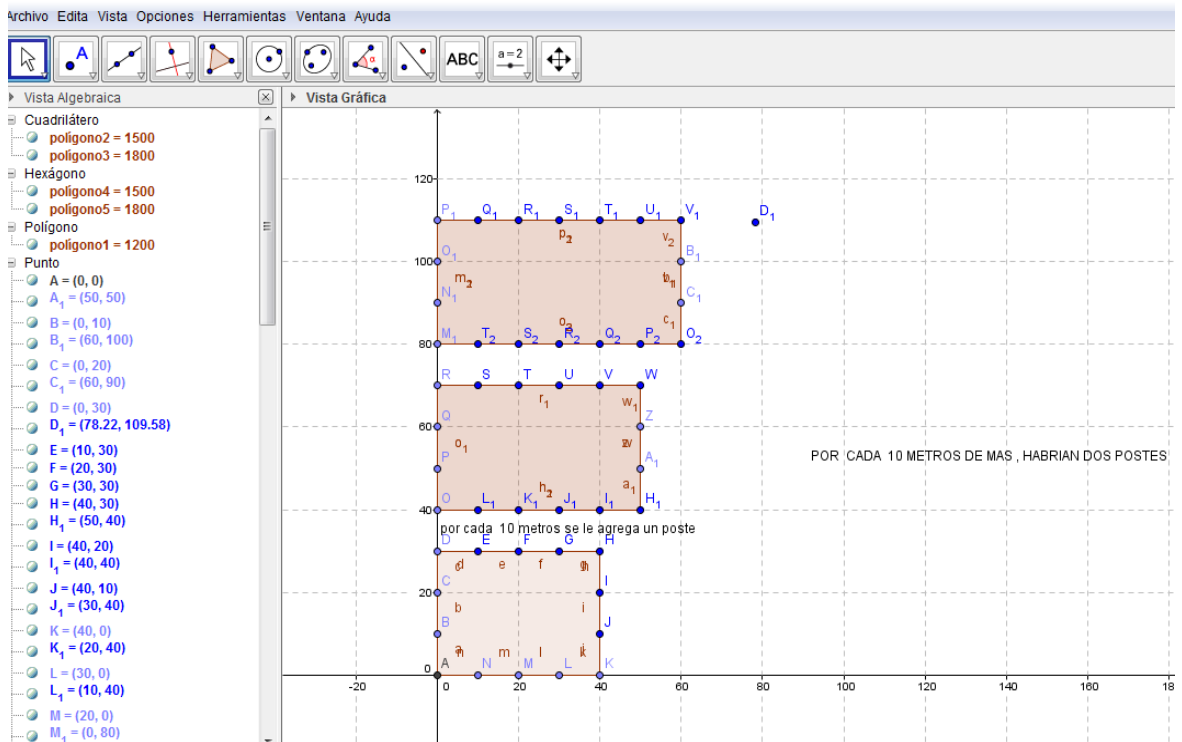
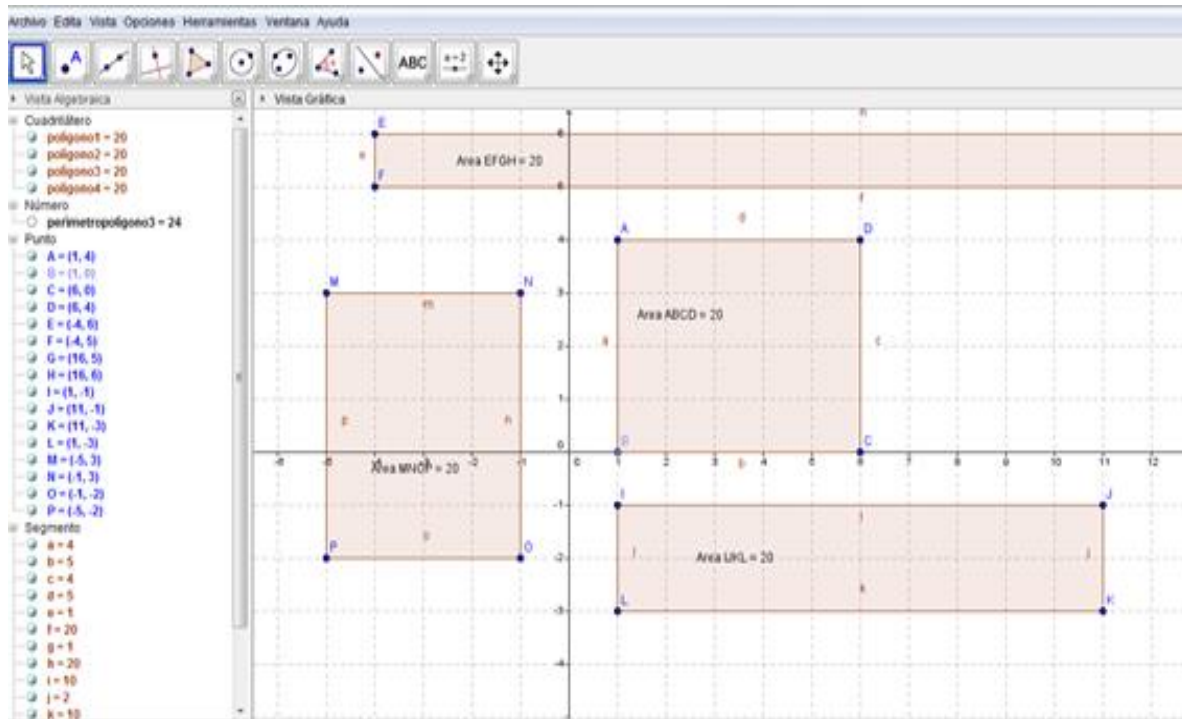


Figura 14. Representaciones hechas por los estudiantes frente a relación de área y perímetro.

Otro aspecto a tener presente dentro de esta categoría hizo alusión a la rapidez con la que se podían modelar diferentes situaciones. Esto se pone de manifiesto cuando **E5** en entrevista del 29 de octubre asegura:

“trabajar en el cuaderno es fácil, pero no con el perímetro quieto y como con la gráfica tiene que moverse, en Geogebra™ esto es rápido y nos muestra todos los rectángulos que se pueden hacer, con hojas no los podríamos dibujar todos. Además medir es mucho más fácil, podemos encontrar el perímetro sin hacer tantas operaciones, solo con click y no nos toca medir con la regla, digámoslo así”.

Por otra parte, las tecnologías también beneficiaron el logro del aprendizaje colaborativo, porque permitieron desarrollar, extender y profundizar las habilidades interpersonales y penetrar en las barreras culturales, a medida que estudiantes y docentes aprendían a comunicarse mediante las nuevas formas que se propuso con este medio. En cuanto a la relación entre trabajo colaborativo y entorno tecnológico, Castillo (2008) asevera que los programas diseñados para la enseñanza de las matemáticas ofrecen posibilidades educativas que se diferencian de los sistemas tradicionales de enseñanza, destacando entre ellas que, el uso del ordenador potencia el aprendizaje colaborativo de los alumnos, al tiempo que facilita unas condiciones adecuadas para reforzar la dimensión social de la educación. Por último y con la misma importancia cabe mencionar que dentro de la información recolectada se observan problemas de infraestructura debido a la poca cantidad de computadores y los problemas de conectividad.

Trabajo Colaborativo.

Llama la atención que uno de los grupos mencionara que el mayor logro durante el proceso realizado fuera el manejo de la comunicación. Ellos hacían énfasis en este proceso dado que fue el aspecto principal para que todos comprendieran las situaciones, se apropiaran de ellas y hasta diseñaran unas nuevas. Este aspecto no se había tenido en cuenta la formulación de categorías a-priori. De esto, surgió una categoría emergente de esto: afinidad entre pares; si bien los grupos

fueron diseñados de manera aleatoria, los estudiantes buscaron trabajar o buscar la opinión de compañeros de otros grupos, siendo el caso de **E12** quien en entrevista N°2 del 16 de septiembre de 2014 aseguró:

“siempre ha tenido un desempeño básico en la asignatura menciona: “es más sencillo compartir lo que han entendido del problema con los compañeros más cercanos porque ya se conocen y saben cómo explicarle a los otros, eso sí se ayudan pero si son amigos.”

Otro aspecto a tener en cuenta es el relacionado con las nuevas perspectivas y actitudes que sumen los estudiantes al diseñar este tipo de estrategias: para los estudiantes resultó totalmente diferente el trabajo de implementación ya que esto no se había realizado con anterioridad: trabajar en grupo durante todo el periodo académico es diferente y puede ser útil para aquellos estudiantes que presentan dificultades académicas y puede fortalecer procesos de socialización con aquellos que no son muy participativos en clase. Es importante fortalecer este tipo de situaciones con la interdependencia positiva y analizar qué tan pertinente es la conformación aleatoria de los grupos. Esto se ajusta a lo que en el diario de campo 8 del 12 de noviembre la docente registra lo hecho por **E4** cuando mencionó:

“Si profe, pues.... Es muy chévere que todos nos escuchamos y tengamos que corregirnos sin herir al otro, me gusta que yo, aunque no sabía mucho al iniciar el trabajo de las cercas, haya mejorado gracias a mis dos compañeros”.

De igual forma, se evidenció en este mismo instrumento el actuar de algunos estudiantes y la docente al interactuar no solo con estudiantes del grupo sino de otros con los que casi no había comunicación. Es así como **E8** mencionó

*“No hay material para resolver el ejercicio 13, de allí que deba levantarse de su puesto y pedirle a **E8** cartulina para crear los sólidos. **D** invita al estudiante a no apoyarse en material sino que por el contrario realice representaciones mentales de la situación frente a lo que **E4** no está de acuerdo porque le parece muy difícil. **D** le pide a **E4** y **E8** quien se acerca a recordar el trabajo que se hizo en algún momento con los cubos de soma y analicen sus caras, vértices, aristas y traten de utilizar eso para este ejercicio”.*

Por otro lado, se observó el proceso seguido por una estudiante y su poco interés para trabajar en grupo, al parecer en todas las asignaturas la orientación que se da para el trabajo en equipo radica en distribuir labores de acuerdo a sus habilidades y para esta estudiante quien consideraba tener buen desempeño en clase de matemáticas le resultaba " cansón" hacer el trabajo con los demás, porque era ella quien terminaba haciendo toda la actividad.

En este sentido, es importante dar el verdadero sentido al trabajo colaborativo, su influencia en los procesos de aprendizaje y el impacto que este puede tener en la metodología de clase, que sea una estrategia que permita desarrollar competencias y no procesos memorísticos y en concordancia con Collazos (2001) la colaboración solamente podría ser efectiva si existe una interdependencia genuina y positiva entre los estudiantes que están colaborando, el docente y su contexto. Con lo anterior se puede afirmar que el trabajo realizado por los estudiantes, en su gran mayoría, hizo alusión a un acercamiento a lo colaborativo puesto que los procesos metodológicos empleados por los grupos dieron cuenta de descubrimientos que los estudiantes hacían al momento de interactuar con el medio, visto este como el software y con compañeros para posteriormente reconstruir los saberes previos y ampliarlos con nuevas experiencias de aprendizaje.

Aquí es importante señalar lo que para Calzadilla (2001), es el aprender en forma colaborativa, puesto que se permitió a los grupos recibir retroalimentación y conocer mejor en cada individuo su ritmo y estilo de aprendizaje, lo que facilitó la aplicación de estrategias metacognitivas en la docente para regular el desempeño y optimizar el rendimiento de cada equipo de trabajo.

Por otra parte este tipo de aprendizaje modificó en los grupos esquemas metodológicos al momento de argumentar sus respuestas, incrementando la motivación que talvez no se había dado en clases anteriores puesto que se tenía el apoyo de todos los integrantes del grupo, generando fuertes sentimientos de pertenencia y cohesión, a través de la identificación de metas comunes y tareas compartidas, lo que incidió directamente en su autoestima y desarrollo. De igual forma, este autor establece una relación bilateral entre el desarrollo de las nuevas tecnologías y su utilización en el proceso educativo, apuntando a que el aprendizaje colaborativo optimice su intervención en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas generando verdaderos ambientes de aprendizaje que promuevan el desarrollo integral de los estudiantes y sus múltiples capacidades.

Como se observó en algunas de las entrevistas los estudiantes desarrollaron una dinámica interna de grupo en tanto confrontaron diferentes puntos de vista; pusieron en marcha su capacidad de argumentación y reconsideraron su propio punto de vista aún y cuando existían divergencias. En efecto, como evidenciaron los resultados anteriores, los entornos telemáticos favorecieron la interacción entre estudiantes, flexibilizó los ritmos de aprendizaje y proporcionaron cierto grado de libertad en la adquisición de conocimientos (permitiendo diferentes tiempos y estrategias individuales), al tiempo que lograron distintas reconstrucciones de la información que conducen a una construcción colectiva de conocimientos.

Aprendizajes Adquiridos.

Los estudiantes consideraron importante usar Geogebra™ por la facilidad al realizar representaciones gráficas de las situaciones y el cálculo de áreas para ver las variaciones de las mismas teniendo presente alguna constante (perímetro) y a usar algunos conceptos previos. En el siguiente párrafo se hace evidencia de esto cuando en el diario de campo de primera sesión del 12 de septiembre de 2014 se registró lo siguiente:

”En ese momento se acerca E2 y le pide a E1 ayuda ya que no entiende el punto 6 en el cual se presentan dos figuras que representan dos tipos de recipientes. E1 menciona que debe acordarse de los conceptos que se han trabajado de volumen en clase y se apoya en las fórmulas que están en el libro de matemáticas, frente a esto D se dirige con E2 a su lugar de trabajo y escucha sus dudas E2 manifiesta no acordarse del concepto de volumen y lo confunde con el de área. Para ello D utiliza situaciones donde hace distinción entre longitud, superficie y volumen, E2 afirma haber entendido y prefiere trabajar solo y volverá a llamar a D si no entiende otro ejercicio”.

Los entrevistados concuerdan con las bondades del programa ya que ayudaba a calcular rápidamente operaciones y a visualizar el comportamiento de las figuras representadas en la situación. Esto llevó a la investigadora a pensar en el uso que se le debía dar a este software no solo con este curso sino con los estudiantes de otros grados, dada las apreciaciones positivas que habían resultado y que a la luz de diferentes teorías coincidían en su gran apoyo en procesos de variación.

Es importante analizar la pertinencia de implementar el Ambiente de Aprendizaje finalizando el año escolar, esto debido a la actitud tomada por algunos estudiantes que afirmaban no querer hacer parte de la actividad ya que tenían el año perdido o en la que, perdían el interés por la actividad concentrándose en redes sociales.

Retomo cita textual de un estudiante:

“Todo el equipo se convirtió en una excusa ejemplar para trabajar pero más que eso fue un trabajo muy bonito e importante, nos conocimos mejor e intentamos salir adelante”. Interesante que los aprendizajes no sólo se enfoquen en aspectos cognitivos sino también en actitudinales, importante para analizar dentro de la dimensión axiológica, sin embargo E10 sabe que tiene el año perdido y estas actividades no le servirán para pasar”

“En algún momento se perdió el interés sobre el tema trabajado y se notó la falta de atención de unos muy pocos estudiantes por emplear su tiempo en redes sociales, celular, video juegos o simplemente se iban a ayudar a otros grupos”.

Así mismo, se observaron habilidades no vistas con anterioridad como diseño de gráficas, cálculo con unidades de medida, manejo de la tecnología, para representar variaciones de las figuras (figura 15), tal y como lo muestra **G7** en socialización del 29 de octubre:

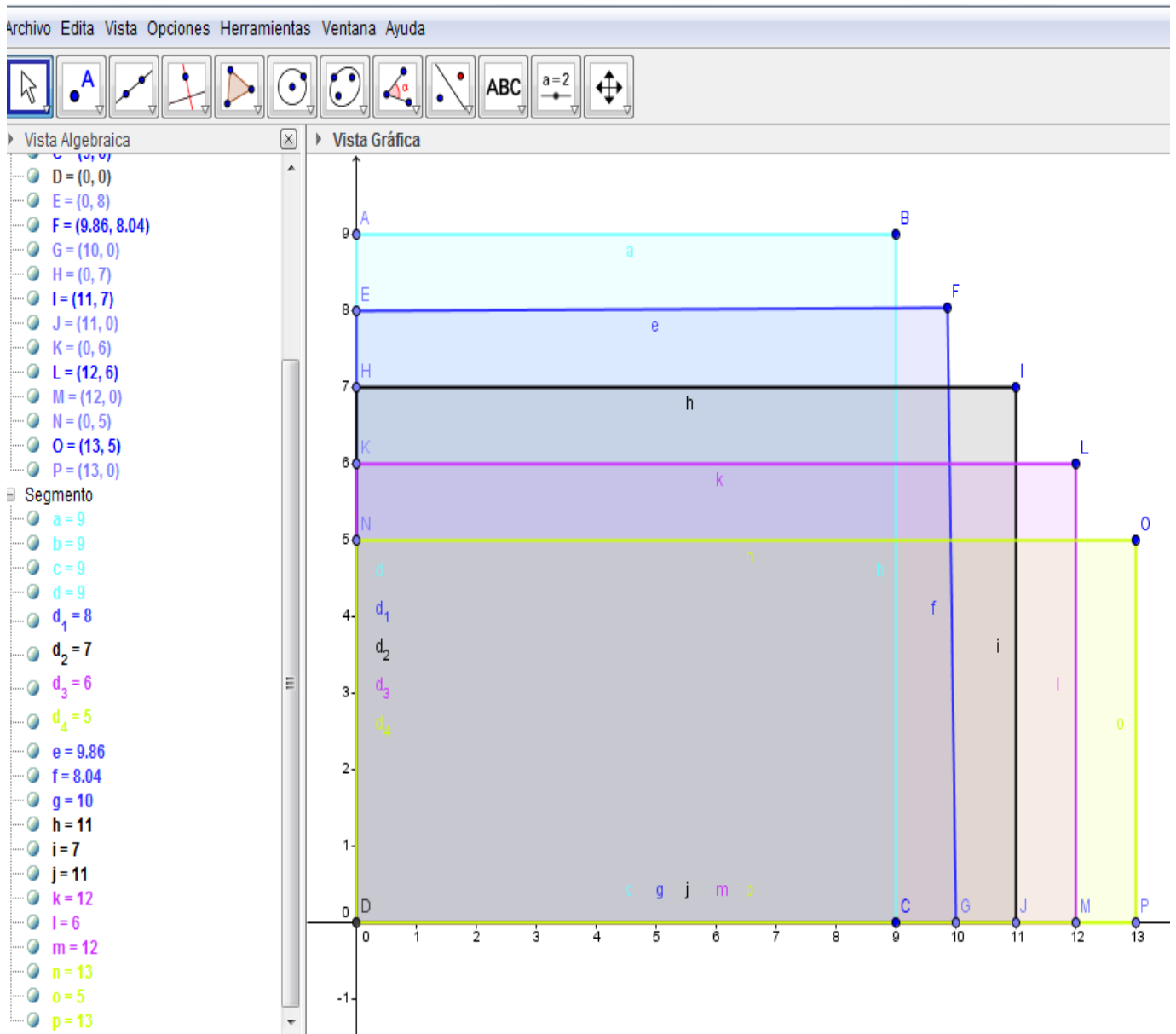


Figura 15. Trabajo asociados a sesión 5. Variación de figuras y análisis de las variaciones.

En este apartado es importante hablar de los aprendizajes adquiridos de manera individual y de forma grupal. Al implementar el ambiente de aprendizaje y de acuerdo con los argumentos dados por cada grupo, se logró acercar a cada uno de estos en su proceso de enseñanza aprendizaje en cuanto a nociones de variación en sistemas numéricos y algebraicos, al ser involucrados en situaciones reales, de construcción y medición, pues al hacer uso de Geogebra™, se estimuló y ejercitó las habilidades de Pensamiento y el mejoramiento en la aplicación de estrategias en la solución de problemas; la capacidad de observar, comparar, medir, generalizar y deducir, a través de situaciones problemas en contexto que favorecieron el desarrollo de competencias matemáticas.

La relevancia de la geometría ha sido destacada en los últimos años, por grandes especialistas en el área, ya que esta logra articular todas las ramas de la matemática, permitiendo desarrollar la percepción espacial y visual, establecer equivalencias entre figuras y objetos.

CONCLUSIONES

Finalizado el trabajo de investigación, se afirmó que con el análisis de los datos recolectados durante la implementación del Ambiente de Aprendizaje se lograron detectar características particulares que ayudaron a responder la pregunta de investigación.

En primer lugar, se evidenció que la implementación del AA produjo en los estudiantes una ruptura en la forma habitual que se venía abordando la clase de matemáticas puesto que esta se basaba en trabajo individual y si era en trabajo de grupo se enfocaba a la asignación de tareas más no en colaboración entre todos los miembros para alcanzar un objetivo común que diera cuenta de los aprendizajes adquiridos por todos los integrantes. En este sentido es importante resaltar que no todos los grupos lograron el mismo nivel de competencias puesto que factores asociados a manejo de software y desarrollo de procesos impidieron que todos los grupos lograran la solución a la situación planteada y de la cual no todos asumieron de forma positiva el rol de protagonistas de su proceso de aprendizaje puesto que algunos de ellos esperaron que los demás compañeros resolvieran las tareas sin ser partícipes del proceso de construcción de conocimientos.

Fue evidente que los estudiantes asumieron en un primer momento la postura de trabajar de manera cooperativa más no colaborativa, establecieron acuerdos en los cuales cada uno resolvía una tarea en particular de acuerdo con las destrezas adquiridas y esto afectaba el rendimiento de todo el grupo puesto que al momento de ver los avances de todos se evidenciaban rupturas cognitivas en la argumentación de todos los miembros del grupo. Cada estudiante asumió un rol que afectó de forma directa e indirecta los niveles de competencia que se podrían haber alcanzado si desde el primer momento se hubiese fijado un objetivo en común y el intercambio de saberes que debía estar presente durante todo el ambiente de aprendizaje. Durante la investigación fue

posible identificar que las estrategias más empleadas por los grupos estaban enfocadas en asignar a un relator y líder de cada equipo, señalar al estudiante con mayor dominio para realizar las construcciones en Geogebra™ y considerar al mejor estudiante en cálculos matemáticos para que fuera este quien explicara a todo el grupo la solución que se podría plantear de acuerdo con lo propuesto para esa sesión.

Otro aspecto que debe ser revisado con detenimiento es el asociado al planteamiento de situaciones en contexto ya que estas llenan de significado el trabajo matemático y no se desligan de la realidad. El implementar esa serie de actividades permitió que los estudiantes matematizaran su contexto apoyado de entornos tecnológicos propiciando nuevas culturas de aprendizaje que irremediamente llevan cada día a ciudadanos digitales con mayor potencial en el desarrollo de habilidades comunicativas, de razonamiento, de resolución de problemas, que le ayuden al estudiante a estructurar conceptos sólidos sobre la rama de las matemáticas conocida como geometría, sobre la cual se han sustentado y construido los cimientos de la sociedad y en especial de la misma matemática. Dentro del análisis de resultados se observó que los estudiantes consideraban importante usar Geogebra™ por la facilidad al realizar representaciones gráficas de las situaciones y el cálculo de áreas para ver las variaciones de las mismas; es una ventaja la doble presentación geométrica y algebraica de los objetos estudiados ya que posibilita la transición del lenguaje numérico al algebraico.

Otro aspecto a tener en cuenta es el relacionado con las nuevas perspectivas y actitudes que asumen los estudiantes al diseñar estrategias para la solución de los problemas, tales como el compromiso y el estímulo que conllevan actitudes como curiosidad e interés y esto cuando

reconocen que el programa permite más libertad para la experimentación de nuevas ideas tal y como lo mencionan Galbraith y Haines, (2000).

Por otro lado, al implementar el trabajo colaborativo como estrategia del Ambiente de Aprendizaje, se logró que los estudiantes interactuaran más, se conocieran y dieran oportunidad aun aprendizaje más sólido y significativo entre ellos, sin importar si daban solución a las tareas abordadas en cada sesión pero siempre entablando relaciones entre los conceptos abordados en cada una de ellas. Es de saber que al principio no fue fácil acoplar los grupos ya que por motivos de afinidad consideraban que el trabajo no sería enriquecedor si por el contrario este lo hicieran con sus mejores amigos. Luego de algunas intervenciones y reflexiones con los estudiantes se propició el trabajo entre todos los miembros del grupo mostrando habilidades en cada uno de ellos y los aportes que estos podían dar, modificando de forma armoniosa y no arbitraria los conocimientos previos y su actitud frente al aprendizaje nociones asociadas a área y perímetro.

En la evaluación de esta estrategia metodológica fue posible identificar cuatro factores asociados al desempeño de los estudiantes: el interés por aprender, la organización de los equipos de trabajo, la cooperación y colaboración y por último los niveles de complejidad para cada sesión. La mayor parte de los grupos demostró estar satisfechos con el trabajo alcanzado luego del acoplamiento con sus pares, la claridad de los procesos que debían seguir para conseguir el objetivo propuesto. Ante esto y como lo afirma Gros, García y Lara (2009) estos alcances aseguran que el trabajo colaborativo produjo un agradable clima de trabajo y ayuda entre pares ofreciendo realimentación en cada uno de los procesos llevados. Al momento de implementar las TIC, en los procesos de enseñanza aprendizaje, es necesario una intencionalidad que permita construir un aprendizaje, pues si bien el uso de los computadores en la enseñanza de cualquier

área motiva al estudiante, también se puede convertir en un distractor llevando al fracaso y la frustración al docente en las actividades que se proponen. Particularmente con esta investigación y para el grupo de estudio se observó el interés al trabajar con Geogebra™ ya que la docente en todos los momentos del Ambiente resaltó la importancia del software como una herramienta que posibilita análisis de situaciones con procesos más rápidos.

Del mismo modo que se tienen en consideración los aspectos positivos de estudiar matemáticas con TIC, no pueden obviarse los posibles inconvenientes que su introducción en el aula puede provocar. En esta línea, castillo (2008) advierte de lo que él llama peligros a tener en cuenta al integrar las TIC en el aula de matemáticas, que he tenido presentes en esta investigación. La posibilidad de perder el sentido de las operaciones que realiza el ordenador de forma automática. Esta pérdida de sentido operativo puede provocar una pérdida de destrezas aritméticas básicas se potencia no sólo un aprendizaje significativo, sino la construcción de valores, la comunicación, la aceptación por la diferencia y la autonomía. Es necesario, modificar los métodos de enseñanza tradicional y abstracta, a unos métodos lúdicos y atractivos, que motiven al estudiante al aprendizaje de las matemáticas, enriquecidos con entornos tecnológicos que involucren el contexto de los estudiantes.

En este sentido, se podría considerar importante promover estrategias que posibiliten la participación activa de los educandos a través de las TIC, facilitando el intercambio de opiniones y experiencias al momento de utilizar estas tecnologías o cualquier herramienta de la web. Visto de este modo, crear Ambientes de Aprendizaje pueden generar distintos espacios de reflexión que conlleven a la construcción de nuevos conocimientos fundamentados tanto en aprendizajes autónomos como grupales y atendiendo a los señalamientos de Fernández y Valverde(2014) se

incite a la transformación de prácticas educativas donde las herramientas tecnológicas se conviertan en importantes canales de comunicación que garanticen escenarios dinámicos e interesantes para los estudiantes en el fortalecimiento de su quehacer escolar.

Con esto y dando respuesta a cuales son los factores asociados a un ambiente de aprendizaje que fortalece el pensamiento lógico matemático, se concluye que estos factores están relacionados con la situación planteada, las herramientas tecnológicas que se puedan brindar, con el fin de posibilitar la comunicación y el encuentro con los actores involucrados en el escenario educativo dando lugar a materiales y actividades que estimulen la curiosidad, la capacidad creadora y el diálogo, y donde se permita la expresión libre de las ideas, intereses, necesidades y estados de ánimo. Por otro lado, la posibilidad de plantear a los estudiantes situaciones en las que sea necesario realizar una transposición didáctica tal y como lo sugiere Chevallard (1991) posibilitará la confrontación de ideas y su comprobación, haciendo que la relación entre compañeros y docente mejore significativamente resignificando el aula en un espacio de aprendizaje agradable, con lo que se puede concluir que este trabajo investigativo marcó el quehacer de la docente en el aula como un proceso enriquecedor, permitiendo la construcción de la práctica pedagógica en función de las necesidades e intereses de los estudiantes desde su realidad.

APRENDIZAJES

De acuerdo con lo abordado durante la asignatura PRÁCTICA I y II se han generado en la docente investigadora ciertos cuestionamientos frente a rol que debe cumplir en el escenario educativo al implementar un AA mediado por TIC. Estos cuestionamientos hacen alusión a la forma como diariamente se han venido dando las clases de matemáticas y la incidencia que tiene el trabajo entre pares al proponer situaciones que no habían sido abordadas.

El proceso llevado a cabo ha permitido comprender dificultades y necesidades del estudiante y su interés por hacer uso de herramientas tecnológicas no consideradas en un primer momento, el uso de foros, por ejemplo, lo cual conlleva a ofrecer alternativas que mejoren las dinámicas de clase asociadas a las habilidades que tienen los estudiantes y la forma como estas pueden ser vinculadas en el trabajo por equipos y de construcción propia del conocimiento matemático. De igual manera a partir del diseño y pilotaje del ambiente de aprendizaje propuesto y sus dinámicas, se evidencian cambios de paradigmas en la docente investigadora frente a su perfil profesional y académico de acuerdo con las herramientas brindadas por la maestría.

Una de las grandes dificultades que se observa en el aula de clase reside en el escaso diseño de ambientes de aprendizaje implementados por parte de los docentes. Durante las asesorías se establecieron criterios claros y precisos con los cuales se consideraron los diferentes roles y el cambio de paradigma dentro de la enseñanza de las matemáticas. Es fundamental la interacción con los estudiantes y el diagnóstico de las necesidades e intereses de los mismos para evidenciar, entre otras cosas, las dificultades que se han venido dando año tras año escolar en su proceso de aprendizaje. Es importante dar un cambio radical a lo que hemos venido entendiendo por espacios escolares, viéndolos ahora como escenarios con múltiples realidades, enfocadas al

proyecto de vida de los estudiantes, estos espacios no deben ser vistos únicamente como el aula de clase, sino que por el contrario se conciben otros espacios contruidos o naturales.(Duarte, 2013) Estos cambios se hacen más observables con la intervención pedagógica del docente y las orientaciones dadas por el profesor Oscar Boude, generando nuevas experiencias significativas, posibilitando en los estudiantes autonomía, capacidad de liderazgo, toma de decisiones y resolución de problemas.

El reto que nos impone la sociedad del conocimiento como educadores es el de lograr que nuestros estudiantes aprendan a construir su propio conocimiento, que identifiquen su rol en el escenario educativo teniendo claro que como docentes solo somos sus orientadores que los guiarán en el camino del aprendizaje. Debemos actuar como facilitadores acompañando, asesorando, informando, elaborando estrategias para el trabajo individual y colaborativo. El gran desafío que tenemos los docentes es cuidarnos en no caer en prácticas tradicionales que conlleven al aburrimiento y al desarrollo tedioso de clases descontextualizadas; debemos encontrar nuevas maneras para acceder a los intereses de los estudiantes y para representar conocimientos, desarrollando estrategias eficaces que permitan desarrollar en los educandos habilidades complejas.

RECOMENDACIONES

Al implementar este tipo de Ambientes de Aprendizaje, es conveniente una realimentación constante a través de la evaluación de las actividades desde los aspectos saber hacer, saber saber y saber ser, que permita identificar los avances en los procesos cognitivos de los estudiantes, al igual que establecer estrategias de mejoramiento para aquellos que no alcanzan las competencias y los conocimientos propuestos en cada una de las actividades. Es importante que para trabajar de manera colaborativa se tenga en cuenta la formación de grupos heterogéneos, esto a que diversos estudios coinciden que con estos se permite la participación y la motivación de cada uno de los miembros de la clase y que a su vez favorece en cada uno de los estudiantes el aprendizaje significativo y en contexto.

Debemos tener en cuenta la limitación del medio, ya que si no podemos caer en el error de creer que el computador lo resuelve todo. Se puede perder el sentido crítico debido a la fe ciega en la máquina. Podemos caer en peligros como la infodependencia y llegar a no saber resolver problemas si no es con el uso del ordenador. Podemos confundir manipulación con conocimiento matemático, típico de cuando se adquiere un aprendizaje memorístico de las matemáticas consistente en el almacenamiento de algoritmos, definiciones y teoremas, en vez de una construcción de las matemáticas para la resolución de problemas: las herramientas tecnológicas no ofrecen garantías de la comprensión de los objetos manipulados, de allí la mediación que haga el docente desde sus metodologías de aula.

REFERENCIAS

- Abánades, M. A., Botana, F., Escribano, J., & Tabera, L. F. (2009). Software matemático libre. *Gaceta RSME*, 12(2), 325-346. Recuperado de <http://www.igaciencia.eu/drupal7/sites/default/files/files/OpenSourceMath-Gaceta-bajas.pdf>
- Aguilar Villagrán, M., Navarro Guzmán, J. I., López Pavón, J. M., & Alcalde Cuevas, C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. *Psicothema*, 14(2), 382-386.
- Alvarado, H. (2011). Evaluación de un programa para el desarrollo del pensamiento formal de los estudiantes de Décimo año de Educación Básica del Centro Educativo Alborada de la ciudad de Cuenca” (Doctoral dissertation). Recuperado de http://dspace.utpl.edu.ec/bitstream/123456789/6058/1/Tesis_al.pdf
- Álvarez, C. Á., & Maroto, J. L. S. F. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa. *Gazeta de antropología*, 28(1). Recuperado de <http://www.gazeta-antropologia.es/?p=101>
- Baeza de Oleza, L. (1995). Elaboración de hipertextuales, Reflexión sobre experiencias y retos. Palma de Mallorca, Belears, España.
- Barrows, H. S. “How to design a problem based curriculum for the preclinical years”, New York, Springer Publishing Co., 1985.
- Barkley, E. F., Major, K. P., Barkley, C. H. E. F., Cross, K. P., & Major, C. H. (2007). *Técnicas de aprendizaje colaborativo: manual para el profesorado universitario* (No. Sirsi) i9788471125224).

- Beyer, W. (1994). El discurso y el lenguaje matemáticos en el contexto del aula. Trabajo de grado de maestría no publicado. Caracas: Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas.
- Blanco, M. C. M. C., & Castro, A. B. S. (2007). El muestreo en la investigación cualitativa. 27.
- Bolívar Mojica, N., López Longas, P., Ortiz Mora, P. L., & Ramírez Conde, J. E. (2010). Incidencia de una mediación educativa basada en representaciones externas en la solución de problemas en estudiantes de grado noveno.
- Bonilla, E. & Rodríguez P. Más allá de los métodos. La investigación en ciencias sociales. Editorial Norma. Colombia. 1997.
- Boude Figueredo, O., & Ruiz, M. (2009). Tic y el aprendizaje basado en problemas como agentes significativos en el desarrollo de competencias. *Index de Enfermería*, 18(1), 18-22.
- Budinski, N. (2008). A survey on use of computers in mathematical education in Serbia. *THE TEACHING OF MATHEMATICS*, 16(1), 42-46
- Calzadilla, M. (2001). Aprendizaje colaborativo y tecnología de la información y la comunicación. *Revista Iberoamericana de Educación*. Vol. 10. N°2.
- Carspintrous Luis. Lógica y procedimientos lógicos del pensamiento. Documento digital. La Habana 1993.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171-194.
- Cerda, H. (1997). La investigación total. La unidad metodológica en la investigación científica. Colombia. Editorial Magisterio.

- Cívicos, A. y Hernández, M. (2007). Algunas reflexiones y aportaciones en torno a los enfoques teóricos y prácticos de Revista Educación 33(1), 155-165, ISSN: 0379-7082, 2009 165 la investigación en trabajo social. Revista Acciones e investigaciones sociales, 23, 25-55.
- Collazos, C.; Guerrero, L.; Vergara, A. (2001) Aprendizaje Colaborativo: Un cambio en el rol del profesor . Proceedings of the 3rd Workshop on Education on Computing, Punta Arenas, Chile.
- Córdoba, F. G. (2002). El cuestionario: recomendaciones metodológicas para el diseño de cuestionarios. Editorial Limusa.
- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. *Del saber sabio al saber enseñado*, 3.
- Chuquimarca, J. M. (2011). Las tecnologías de la Información y Comunicación durante el proceso de aprendizaje de Matemáticas con los estudiantes de octavo nivel de la Escuela de Educación General Básica “Leandro Chuquimarca” de la Comunidad San Juan de Tipin de Cantón Guamote en el 2010-2011. Recuperado de <http://www.biblioteca.ueb.edu.ec/handle/15001/1462>
- Denzin N. K. (1989). *Strategies of Multiple Triangulation. The Research Act: A theoretical Introduction to Sociological Methods*. New York: McGraw Hill.
- Díaz Barriga, F., & Hernández, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista, 2.
- Dorde Kadijevic, L. H., & Hvorecky, J. (2005). Educational technology standards in professional development of mathematics teachers: an international study. *The Teaching of Mathematics*, 8(1), 47-52.

- Duarte, D.J. (2013). Ambientes de Aprendizaje una aproximación conceptual. En: Revista Iberoamericana de Educación (en línea). Recuperado el 10 de octubre de 2013. <http://www.ses.unam.mx/curso2008/pdf/Duarte.pdf>.
- Fernández, M. y Valverde, J. (2014) comunidades de práctica: un modelo de intervención desde el Aprendizaje colaborativo en entornos virtuales. Revista Comunicar, 42, 97-105. Doi: <http://dx.doi.org/10.3916/C42-2014-09>
- Ferrándiz, C., Bermejo, M. R., Sainz, M., Ferrando, M., & Prieto, M. D. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. Anales de psicología, 24(2), 213-222.
- Galbraith, P. y Haines, C. (2000). Mathematics-computing Attitudes Scales. Monographs in Continuing Education. City University London.
- García, J. (2003). El potencial tecnológico y el ambiente de aprendizaje con recursos tecnológicos: informáticos, comunicativos y de multimedia. Una reflexión epistemológica y pedagógica. *Revista actualidades investigativas en educación*, 3(1), 23. Recuperado de <http://revista.inie.ucr.ac.cr/ediciones/controlador/Article/accion/show/articulo/el-potencial-tecnologico-y-el-ambiente-de-aprendizaje-con-recursos-tecnologicos-informaticos-comunicativos-y-de-multimedia-una-reflexion-epistemologica-y-pedagogica.html>
- García, M. D. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula* (Doctoral dissertation, Universidad de Almería).
- Gardner, H. (1983). Inteligencia Reformulada. Paidós.
- Gómez Cedeño, M. (2011). *Pensamiento geométrico y métrico en las pruebas nacionales* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).

Gómez, P., & Perry, P. (1996). La problemática de las matemáticas escolares. Un reto para directivos y profesores.

Gómez, P., & Valero, P. (1995). La potenciación del sistema de educación matemática en Colombia.

González, F. J. C., & de Castro, E. P. D. (2005). Investigación cualitativa asistida por ordenador en economía de la empresa. *Investigaciones europeas de dirección y economía de la empresa*, 11(2), 45-58.

Gros., García, I. y Lara, P. (2009) El desarrollo de herramientas de apoyo para el trabajo colaborativo en entornos virtuales de aprendizaje. *RIED*, 12 (2), 115-138

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2007). Fundamentos de metodología de la investigación. *Madrid [etc.]: McGraw-Hill*.

Hum G. L. (1999), INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE CASO EN EDUCACIÓN. GRUPO L.A.C.E. HUM 109 .Laboratorio para el Análisis del Cambio Educativo. Facultad de CC. De la Educación. Universidad de Cádiz. [En Línea] Recuperado de <http://grupolace.org/documentos/docs/EC.pdf>

Instituto Colombiano de Fomento Para la Educación Superior (2012). ICFES Mejor Saber. Presentación de exámenes. Guías y ejemplos de preguntas 2012. Bogotá, Colombia. Recuperado de <https://onedrive.live.com/view.aspx?resid=10FBA722BBADF63D!170&cid=10fba722bbadf63d&app=WordPdf&authkey=!ANkXgBJQQZjc4sY>.

Instituto Colombiano de Fomento Para la Educación Superior (2014). ICFES Mejor Saber, Comparativo 2012-2013. Bogotá, Colombia. Consulta de resultados. Recuperado de

http://www2.icfesinteractivo.gov.co/SaberCensal359Reportes_2013-web/consultaReporteEstablecimiento.aspx

Johnson, D. Johnson, R. y Holubec, E. (1993). El aprendizaje cooperativo en el aula. Barcelona: Paidós.

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. Una empresa docente.

King, A. (1993) "From sage on the satge to guide on the side", *College Teaching*, 41 (1): 30-35, 1993.

Kreis, Y. (2004). Mathé mat TIC. Intégration de l'outil informatique dans le cours de mathématiques de la classe de 4e. Luxembourg: MEN.

Lage, F. J. (2001). Ambiente distribuido aplicado a la formación/capacitación de RR HH: un modelo de aprendizaje cooperativo-colaborativo (Doctoral dissertation, Facultad de Informática).

Lavicza, Z. (2006). Factors influencing the integration of computer algebra systems into university-level mathematics education. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 14(83).121-129

Lombardo, G. C., Caronía, S., Operuk, R. V., & Abildgaard, E. G. (2012). La enseñanza de la matemática con Geogebra. *Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo*. ISSN 2237-9657, 1(1), 115-128. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1545/1/3750.pdf>

López, P. (2008) ¿Cómo desarrollar el pensamiento lógico matemático de los alumnos? *Revista Ciencias [revista en línea]* Disponible en

<http://www.revistaciencias.com/publicaciones/EkEppkuuyZHMFEqNYV>. Consultado (octubre, 15, 2013)

- Mata, L. E., Ramírez Arballo, M. G., Porcel, E., & Siwert, P. (2009). Deficiencias en la transición de la aritmética al álgebra. In *II Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*.
- Mifsud, E. (2010) Monográfico. *Matemáticas y las TIC-Geogebra*. Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. NIPO.820-10-289-9, (Recuperado de <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/fr/equipamiento-tecnologico/didactica-de-la-tecnologia/806-monografico-matematicas-y-las-tic?start=2>)
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Magisterio, Bogotá. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2014). Foro Educativo Nacional 2014: ciudadanos Matemáticamente Competentes. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-342931_recurso_1.pdf. P.18
- Muñoz Cuartas, O. (2012). Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín).

- Muñoz-Repiso, A. G. V., & Gómez-Pablos, V. B. (2015). Evaluación de una experiencia de aprendizaje colaborativo con TIC desarrollada en un centro de Educación Primaria. *EduTECA. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (51).
- Oicata Ojeda, L. A., & Castro Miguez, L. A. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas Educación Básica Secundaria Matemáticas*. (E. F. Carrión Carrión, Ed.) (p. 154). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-329722.html>
- Ordóñez, C. A. C., & Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar el " aprendizaje colaborativo" en el aula. *Educación y educadores*, 9(2), 61-76.
- Piaget, J., & Petit, N. (1971). Seis estudios de psicología. Seix Barral.
- Pierce, R., Stacey, K. y Barkatsas, A. (2007). A scale for monitoring students' attitudes to learning mathematics with technology. *Computer and Education*, 48, 285-300.
- Preiner, J. (2008). Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: The case of geogebra. Tesis doctoral. Universidad de Salzburgo, Austria. Recuperada el 17 de febrero de 2014 de <http://www.geogebra.org/publications/jpreiner-dissertation.pdf>
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *4*(1), 1-14.
- Romaní, J. C. C. (2011). El concepto de tecnologías de la información. Benchmarking sobre las definiciones de las TIC en la sociedad del conocimiento. *Zer-Revista de Estudios de Comunicación*, 14(27). Recuperado de <http://www.ehu.es/ojs/index.php/Zer/article/view/2636>

- Rubia, B., Jorriol, I. y Anguita, R. (2009). Aprendizaje Colaborativo y TIC. En J. de Pablos (coord.), Tecnología Educativa. La formación del profesorado en la era de internet-. Málaga: Aljibe.
- SED y Universidad La Gran Colombia. (2012). Ambientes de Aprendizaje - Reorganización Curricular por Ciclos - Volumen 4 (p. 90). Bogotá: Secretaría de Educación.
- Sekerák, J., & Šveda, D. (2008). Is mathematics teaching developing learner's key competences? *The Teaching of Mathematics XI* (1), 41-52.
- Selltiz, C. et alia. (1980) Métodos de investigación en las relaciones sociales. *Madrid, Risalp*.
- Severin, E. (2010). *Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en educación*. Inter-American Development Bank.
- Sfard, A. y Kieran, C. (2001). Cognition as communication: Rethinking learning by talking through multifaceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture and Activity*, 8(1), 42-76.
- Stake, R. E. (2005) *Investigación con estudio de casos*. Madrid, Morata
- Suárez Pazos, M. (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación-acción colaboradora en la educación.
- Tapia, A. Cofré, L. (1995). Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático. Editorial Universitaria.
- Vargas, J. A. T. (2012). Trabajo en equipo, una propuesta para el proceso enseñanza-aprendizaje. *Revista Universidad EAFIT*, 34(109), 106-116.

Vasco, C. E., & Carlos, E. (2006). Siete retos de la educación colombiana para el periodo de 2006 a 2019. Universidad EAFIT. Medellín, 10.

Viveros, P. (2011) Ambientes de Aprendizaje. Una opción para mejorar la calidad de la educación. Recuperado de <http://practicadocente.bligoo.com.mx/>

Wiske, M. S. (1999). La enseñanza para la comprensión. *Vinculación entre la investigación y la práctica*. Recuperado de <http://remq.edu.ec/colegiosremq/bicentenario/images/ESTUDIO/pedagogia.pdf>