

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

Optimización de las operaciones de programación y ruteo de personal especializado en servicios médicos domiciliarios

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para obtener el título de

Magíster en Gerencia de Operaciones
(Modalidad de investigación)

Andrés Felipe Torres Ramos

Directores - Coautores

Carlos Leonardo Quintero Araújo, M.Sc.

Edgar Hernán Alfonso Lizarazo, Ph.D.

Universidad de La Sabana

Escuela Internacional de Ciencias Económicas y Administrativas

Chía, Colombia

2015

Resumen

Los servicios médicos domiciliarios surgen de la necesidad de los hospitales de realizar el cuidado de pacientes que por condiciones especiales requieren hospitalización y/o atención en sus hogares. La prestación de este servicio implica la programación del personal especializado y de las rutas de visitas a pacientes, generando un impacto tanto en calidad de los servicios de salud como en costos de personal y transporte para los hospitales. Este trabajo presenta una descripción de las características del personal médico y las restricciones del problema, con el propósito de determinar herramientas que permitan al tomador de decisiones en entidades médicas domiciliarias realizar una eficiente programación de personal y asignación de rutas de visitas a pacientes (Home Health Care Routing and Scheduling Problem, HHCRSP), considerando múltiples tipos de personal, múltiples puntos de inicio y fin de rutas y ventanas de tiempo duras para un horizonte de planeación, esto considerando la incertidumbre en la operación.

Palabras clave: Programación de personal, ruteo de personal, investigación de operaciones (IO), cuidados médicos domiciliarios, toma de decisiones.

Abstract

Home health care services arise from the need of hospitals to take care of patients that, due to their special conditions, require hospitalization or treatment at their homes. The provision of this service involves the scheduling of hospital's specialized staff, and the definition of visiting routes to patients. This creates a great impact on both the quality of health services and personnel and the transportation costs for hospitals. This research presents a description of the characteristics of the medical staff and the constraints of the problem, in order to identify tools that allow the decision maker in home health care institutions to provide efficient staff scheduling and routing of patients' visits (Home Health Care Routing and Scheduling Problem, HHCRSP), considering multiple types of staff, multiple starting points and end points of routes and hard time windows for a planning horizon, this considering the uncertainty in the operation.

Keywords: Staff scheduling, staff routing, operations research (OR), home health care, decision-making.

Tabla de contenido

Listado de Tablas.....	5
Capítulo 1. Introducción.....	7
1.1 Cuidados médicos domiciliarios.....	7
1.2 Propuesta de solución.....	8
1.3 Esquema del documento.....	9
Capítulo 2. Planteamiento del problema de investigación.....	10
2.1 Preguntas de investigación.....	10
2.2 Objetivos de la investigación.....	10
2.2.1 Objetivo general.....	10
2.2.2 Objetivos específicos.....	10
2.3 Justificación y delimitación de la investigación.....	11
2.4 Revisión de la literatura.....	11
2.4.1 Características y objetivos del HHCRSP.....	11
2.4.2 Restricciones del personal médico y de pacientes en cuidados médicos domiciliarios	12
2.4.3 Metodología de solución.....	14
2.5 Conclusiones del capítulo.....	15
2.6 Resultados de investigación.....	16
Capítulo 3. Modelo matemático de programación.....	17
3.1 Tiempo de atención como componente de la calidad del servicio.....	17
3.2 Consideraciones del modelo matemático de programación.....	17
3.3 Formulación del modelo matemático de programación.....	18
3.4 Experimentación y resultados.....	21
3.5 Conclusiones del capítulo.....	24
3.6 Resultados de investigación.....	24
Capítulo 4. Modelo matemático de programación considerando la incertidumbre en la operación.....	25
4.1 Parámetros aleatorios.....	26
4.2 Formulación del modelo matemático de programación bajo optimización vía simulación.....	28

4.3	Experimentación y resultados.....	31
4.4	Conclusiones del capítulo.....	33
Capítulo 5. Conclusiones y perspectivas de investigación.....		34
5.1	Conclusiones de la investigación.....	34
5.2	Perspectivas de investigación.....	35
Bibliografía.....		37
Anexo 1. Tiempos de viaje del personal en el modelo del HHCRSP.....		41
Anexo 2. Resultados del modelo del HHCRSP.....		43
Anexo 3. Resultados del modelo del HHCRSP considerando la incertidumbre.....		46

Listado de Tablas

Tabla 1	Objetivos de las investigaciones del HHCRSP.	12
Tabla 2	Heurísticas y métodos exactos para el desarrollo del HHCRSP.	14
Tabla 3	Metaheurísticas para el desarrollo del HHCRSP.	15
Tabla 4	Notación usada para modelar el HHCRSP	19
Tabla 5	Servicios atendidos por cada tipo de personal.....	21
Tabla 6	Servicios, demanda y periodicidad de visitas requeridas por los pacientes	22
Tabla 7	Tiempo de atención en minutos de cada tipo de personal en cada servicio	22
Tabla 8	Minuto de cada día en que inicia la ventana de tiempo de cada paciente.	22
Tabla 9	Minuto de cada día en que termina la ventana de tiempo de cada paciente.	23
Tabla 10	Rutas para el día 1 modelo de optimización	24
Tabla 11	Distribuciones de probabilidad del tiempo de atención de acuerdo al tipo de patología (minutos).....	26
Tabla 12	Distribuciones de probabilidad del número de visitas (demanda) de acuerdo al tipo de personal médico y patología	27
Tabla 13	Notación usada para modelar el HHCRSP considerando la incertidumbre	29
Tabla 14	Rutas para el día 12 modelo de optimización vía simulación	32
Tabla 15	Tiempo de recorrido de los médicos entre nodos (minutos).	41
Tabla 16	Tiempo de recorrido de los enfermeros y terapeutas entre nodos (minutos).....	42
Tabla 17	Rutas para el día 1 modelo de optimización	43
Tabla 18	Rutas para el día 3 modelo de optimización	43
Tabla 19	Rutas para el día 4 modelo de optimización	43
Tabla 20	Rutas para el día 5 modelo de optimización	43
Tabla 21	Rutas para el día 6 modelo de optimización	44
Tabla 22	Rutas para el día 7 modelo de optimización	44
Tabla 23	Rutas para el día 8 modelo de optimización	44
Tabla 24	Rutas para el día 9 modelo de optimización	44
Tabla 25	Rutas para el día 10 modelo de optimización	45
Tabla 26	Rutas para el día 11 modelo de optimización	45
Tabla 27	Rutas para el día 12 modelo de optimización	45

Tabla 28 Rutas para el día 1 modelo de optimización vía simulación	46
Tabla 29 Rutas para el día 2 modelo de optimización vía simulación	46
Tabla 30 Rutas para el día 3 modelo de optimización vía simulación	46
Tabla 31 Rutas para el día 4 modelo de optimización vía simulación	46
Tabla 32 Rutas para el día 5 modelo de optimización vía simulación	47
Tabla 33 Rutas para el día 6 modelo de optimización vía simulación	47
Tabla 34 Rutas para el día 7 modelo de optimización vía simulación	47
Tabla 35 Rutas para el día 8 modelo de optimización vía simulación	47
Tabla 36 Rutas para el día 9 modelo de optimización vía simulación	48
Tabla 37 Rutas para el día 10 modelo de optimización vía simulación	48
Tabla 38 Rutas para el día 12 modelo de optimización vía simulación	48

Capítulo 1. Introducción

1.1 Cuidados médicos domiciliarios

Los cuidados médicos domiciliarios son un servicio que prestan las entidades médicas a pacientes que, dadas sus condiciones de salud, pueden recibir atención en sus hogares; en otros casos es una estrategia para incrementar la capacidad de habitaciones en los hospitales. Los cuidados médicos domiciliarios varían de acuerdo a: 1. Patología del paciente: crónico, paliativos, post-operatorios, y en rehabilitación entre otros, 2. Personal requerido: enfermeros, terapeutas, médicos, sicólogos, auxiliares de enfermería y personal domiciliario, y 3. Servicio solicitado: cuidados de alimentación, aseo y movilidad de pacientes, entrega de medicamentos, visitas de control por tratamientos médicos, servicios de urgencias y cita médica domiciliaria entre otros (Kergosien et al., 2009). Por lo tanto la programación del personal especializado y la planeación de las rutas de visitas a pacientes tiene gran importancia, ya que de estas decisiones depende el tiempo y el costo de la operación, además de la calidad del servicio.

En cuanto a los problemas de programación y ruteo de personal, considerando desde aplicaciones médicas hasta aplicaciones comerciales entre otras, presentan un campo de interés para la investigación de operaciones, dado el propósito de determinar un modelo de atención óptimo asociado a la labor y el transporte de personal, garantizando la calidad del servicio y la reducción de costos, tiempo y distancia recorrida (Pillac et al., 2013; Van den Bergh et al., 2013). Dentro de los estudios relacionados a los cuidados de la salud se resalta el problema de programación y ruteo de personal especializado en servicios médicos domiciliarios, conocido en la literatura como *Home Health Care Routing and Scheduling Problem* (HHCSP), el cual abarca aspectos de programación y planeación de rutas para el personal médico especializado. Este problema se compone por: 1. Programación de personal, que en la literatura se conoce como *Rostering Problem* (RP), específicamente la programación de personal médico se conoce como *Nurse Rostering Problem* (NRP), y 2. Rutas de visitas de personal médico a pacientes, conocido como *Vehicle Routing Problem* (VRP). Estos subproblemas son considerados por su complejidad de solución como *NP-Hard* (Nickel, Schröder, & Steeg, 2012; Steeg & Schröder, 2007). La programación de personal en los hospitales suele ser manual, aunque algunos de ellos cuentan con sistemas computarizados de programación pero no explotan toda su capacidad (Burke et al., 2004).

En este trabajo el objetivo de la programación de personal especializado es asignar miembros del staff médico a pacientes, esta programación se realiza de acuerdo al tipo de patología de cada paciente y la disponibilidad de tiempo de los pacientes y del personal. Los principales tratamientos proporcionados son demandados por pacientes con patologías de tipo paliativo, cuidados crónicos, cuidados anticoagulación de sangre y domicilios para curaciones de heridas. Dependiendo de la patología de cada paciente las entidades médicas cuentan con tres tipos de especialistas para proveer los correspondientes tratamientos a tales patologías:

médicos, enfermeros y terapeutas. Cada paciente requiere un nivel de cuidado médico personalizado, dado que algunos se encuentran en estado de salud severo y requieren menor periodicidad entre tratamientos, a diferencia de otros pacientes que presentan un mejor estado de salud. Esto genera una planificación periódica de cada tipo personal de acuerdo al tipo de tratamiento y condiciones de salud de cada paciente (Steege & Schröder, 2007).

Para realizar la programación y planeación de las rutas de visitas a pacientes es necesario contemplar las ventanas de tiempo de cada paciente, las cuales hacen referencia a la franja horaria del día requerida o definida por el paciente para recibir atención médica, y que en este trabajo se consideran como ventanas de tiempo duras, es decir, no se permite la visita del personal médico en franjas horarias diferentes a las establecidas. Otro aspecto importante en la planeación de rutas de visitas es el lugar en que inicia y termina cada ruta de cada personal diariamente, para este trabajo se considera el problema como multi-depósito, en cuyo caso el hogar de cada especialista (médicos, enfermeros y terapeutas) supone el inicio y fin de cada ruta, este aspecto incrementa la complejidad del HHCRSP de acuerdo al número de miembros del staff.

1.2 Propuesta de solución

El presente trabajo se enfoca en determinar una herramienta para el tomador de decisiones en entidades médicas domiciliarias, la cual permite realizar una óptima y eficiente programación del personal médico especializado y la planeación de rutas de visitas a pacientes, para ello se hace uso de modelos matemáticos que representan el problema y permiten dar solución al mismo. El estudio de la programación de personal y la planeación de rutas de visitas a pacientes integra el MTSPTW (*Multi-Traveling Salesman Problem with Time Windows*), el VRPMD (*Vehicule Routing Problem with Multi-Depot*) y el VRPMP (*Vehicule Routing Problem with Multi-Period*) en un solo problema: *Multi-Traveling Salesman Problem with Time Windows, Multi-Depot and Multi-Period* (MTSPTWMDMP), de acuerdo a los artículos revisados estas características presentan un nuevo modelo para el HHCRSP.

La caracterización del problema se realiza mediante un modelo de programación lineal entera mixta, el cual permite la planeación de las operaciones de programación y ruteo de personal médico domiciliario, minimizando el tiempo total de operación como componente del nivel de satisfacción de los pacientes.

Posteriormente se lleva a cabo el análisis del problema considerando la incertidumbre en la operación, para el cual se analiza la estocasticidad de la demanda en un horizonte de planeación, los tiempos de viaje y los tiempos de atención. Este desarrollo se realiza mediante la metodología de optimización vía simulación.

1.3 Esquema del documento

El esquema del documento es el siguiente. El capítulo 2 presenta el planteamiento del problema, donde se determinan las preguntas y objetivos de la investigación, la justificación y delimitaciones del estudio y una revisión del estado del arte para el HHCRSP. El capítulo 3 presenta el modelo matemático del HHCRSP y los resultados obtenidos. El capítulo 4 muestra el modelo matemático del HHCRSP considerando escenarios de incertidumbre. Finalmente las conclusiones y perspectivas de investigaciones se presentan en el capítulo 5.

Capítulo 2. Planteamiento del problema de investigación

2.1 Preguntas de investigación

El problema de programación y ruteo de personal especializado en servicios médicos domiciliarios (HHCRSP) como se describe en el capítulo 1 es un problema complejo, dado que requiere la programación de personal médico y la planeación de rutas de visitas a pacientes. Dada la complejidad del problema esta investigación pretende responder al interrogante ¿Cómo a través de la investigación de operaciones se puede determinar la manera óptima y eficiente de programación y ruteo de personal médico domiciliario logrando la mayor satisfacción de los pacientes, considerando diferentes tipos de personal médico especializado y patologías?, y a las preguntas específicas:

¿Cuáles son las variables, restricciones y parámetros asociados a las operaciones de programación y ruteo de personal médico domiciliario?

¿Cómo se puede dar solución al problema de programación y ruteo de personal médico domiciliario de manera óptima?

¿Es posible determinar una solución eficiente al problema de programación y ruteo de personal médico domiciliario teniendo en cuenta la incertidumbre de la operación?

2.2 Objetivos de la investigación

Con el ánimo de dar respuesta a las preguntas planteadas en la sección 2.1 se determinan los objetivos generales y específicos, direccionando la investigación hacia un horizonte planeado.

2.2.1 Objetivo general

Diseñar y evaluar un modelo de programación matemática que permita la óptima y eficiente programación y ruteo de personal médico domiciliario, teniendo en cuenta la calidad de servicio dado a los pacientes.

2.2.2 Objetivos específicos

- Determinar las variables, parámetros y restricciones asociadas a la programación y ruteo de personal médico domiciliario mediante la revisión de la literatura.
- Diseñar un modelo matemático de programación que permita optimizar las operaciones de programación y ruteo de personal médico domiciliario.
- Diseñar un modelo matemático de programación y ruteo de personal médico domiciliario que permita obtener una solución eficiente considerando la incertidumbre de la operación.

2.3 Justificación y delimitación de la investigación

Esta investigación es justificada por tres razones: la primera es la necesidad de hospitales y empresas prestadoras de servicios médicos domiciliarios en realizar el cuidado de sus pacientes domiciliarios de manera eficiente, para ello este estudio permitirá desarrollar una eficiente planeación de las operaciones involucradas, logrando así la mayor satisfacción del servicio y disminuyendo el tiempo de operación.

La segunda razón es proponer herramientas de decisión que permitan definir las decisiones tácticas y operativas de: 1. Programación de recursos humanos y diseño del trabajo y 2. Planeación de rutas, respectivamente, con el propósito de optimizar las operaciones y, al igual que la primera razón, alcanzar la mayor satisfacción del servicio disminuyendo el tiempo de operación.

La tercera razón se relaciona con el método empírico usado actualmente como herramienta de toma de decisiones en la programación y ruteo de personal domiciliario, lo cual presenta un campo de interés potencial en investigación de operaciones.

2.4 Revisión de la literatura

2.4.1 Características y objetivos del HHCRSP

El problema de programación y ruteo de personal especializado en servicios médicos domiciliarios (HHCRSP), como se mencionó en la sección 1.1, integra dos problemas asociados a cada operación involucrada. En cuanto a la planeación de personal o asignación de personal médico a pacientes se contempla el *Nurse Rostering Problem* (NRP) (Gutjahr & Rauner, 2007; Manotas Niño, 2010; Reyes-Rubiano et al., 2014), y las rutas de visitas a pacientes se han considerado bajo diferentes variaciones del *Vehicule Routing Problem* (VRP) (Steeg & Schröder, 2007; Trautsamwieser & Hirsch, 2011). La variación del VRP más estudiada en el HHCRSP es el VRPTW (Akjiratikarl et al., 2007; Cheng & Lynn, 1998; Eveborn et al., 2006; Nickel et al., 2012; Rasmussen et al., 2012), la cual contempla la franja horaria diaria que el paciente dispone para recibir atención médica. Otras variaciones del VRP aplicadas al HHCRSP que han sido estudiadas de manera independiente son el *Multi Traveling Salesman Problem with Time Windows* (MTSPTW), el *Vehicule Routing Problem with Multi-Depot* (VRPMD) y el *Vehicule Routing Problem with Multi-Period* (VRPMP) los cuales pretenden caracterizar el múltiple personal, los múltiples puntos en que el personal inicia y termina de cada ruta y la planeación periódica, respectivamente, (Bard et al., 2013; Kergosien et al., 2009; Mankowska et al., 2013).

Dentro de los objetivos de las investigaciones estudiadas se contempla la minimización de los costos asociados a la programación de personal, considerando el pago de horas extras y pago de personal por horas, la cantidad de personal, las horas de programación y también maximizar el nivel de satisfacción del cliente, las visitas a pacientes, la fidelización de

determinado personal médico con sus pacientes y la disposición de personal médico entre otros (Allaoua et al., 2013). En cuanto al ruteo, el objetivo busca minimizar el tiempo y distancia total de recorrida y el costo de transporte (Guerrero, et al., 2012; Nickel et al., 2012; Reyes-Rubiano et al., 2015). En la Tabla 1 se presentan los trabajos de acuerdo con los objetivos perseguidos.

Tabla 1 Objetivos de las investigaciones del HHCRSP.

Función Objetivo	Artículos
Minimizar el costo total de personal y transporte.	(Bard et al., 2012; Cheng & Lynn, 1998; Doerner et al., 2007; Eveborn et al., 2006; Gutjahr & Rauner, 2007; Kergosien et al., 2009; Koeleman et al., 2012; Liu et al., 2013; Nickel et al., 2012; Rasmussen et al., 2012; Steeg & Schröder, 2008)
Minimizar el tiempo total de operación y la distancia recorrida.	(Akjiratikarl et al., 2007; Alfonso, Augusto, & Xie, 2014; Bertels & Fahle, 2006; Cheng & Lynn, 1998; Gayraud et al., 2013; Mankowska et al., 2013; Steeg & Schröder, 2007; Thomsen, 2006; Trautsamwieser & Hirsch, 2011)
Minimizar la población sin cobertura y la rotación de personal médico por paciente.	(Doerner et al., 2007; Nickel et al., 2012; Thomsen, 2006)
Minimizar el personal médico.	(Allaoua et al., 2013)
Minimizar retrasos y tardanzas al realizar los servicios.	(Mankowska et al., 2013)
Minimizar el nivel de dependencia de cada ruta y la brecha entre el personal que visita un paciente y el mejor personal para ese paciente.	(Gayraud et al., 2013)
Minimizar el costo relacionado a horas extras de personal y reasignaciones.	(Carello & Lanzarone, 2014; Lanzarone & Matta, 2014)
Minimizar el número de violaciones de las restricciones suaves.	(Griffiths et al., 2012)
Minimizar el número de rutas a realizar.	(Coppi et al., 2013)

2.4.2 Restricciones del personal médico y de pacientes en cuidados médicos domiciliarios

Las restricciones suelen clasificarse en dos tipos: las restricciones duras, las cuales son obligatorias del problema e incluyen requisitos de cobertura como demanda o tráfico en una ciudad, y las restricciones suaves, que son opcionales y se incluyen para dar mayor aproximación al modelo, estas se relacionan con requisitos de tiempo de personal y preferencias de personal y pacientes. Los modelos buscan cumplir principalmente las restricciones duras, y al lograr cumplir también las suaves se encuentran mejores resultados (Cheang et al., 2003). Para el HHCRSP las restricciones más pertinentes de los dos tipos se

muestran en la Ilustración 1 adaptada de Bertels y Fahle, (Bertels & Fahle, 2006). En ella se observan restricciones tales como: preferencias de pacientes (siempre el mismo personal médico, hombre/mujer, idioma, siempre el mismo horario, tiempo para hablar, etc.), preferencias de personal médico (días de descanso, iniciar tarde, turnos de fin de semana, pocos pacientes difíciles, etc.), tipos de staff médico (personal calificado, tipos de especialistas, ventanas de tiempo, etc.), tipos de servicios (servicios o patologías, tipos de tratamientos, tipo de especialistas requeridos, periodicidad entre visitas, etc.), aspectos legales (horario de trabajo, duración de servicio, estructura de costos, cualificación del servicio) y otros como medios de transporte, tráfico de la zona, etc.

Dentro de los trabajos revisados no se encontró evidencia del estudio de múltiples tipos de personal o múltiples tipos de servicios, ya que estos consideran múltiples miembros de un solo tipo de personal (Bard et al., 2013) y la operación no es caracterizada por tipo de patología o tratamiento.

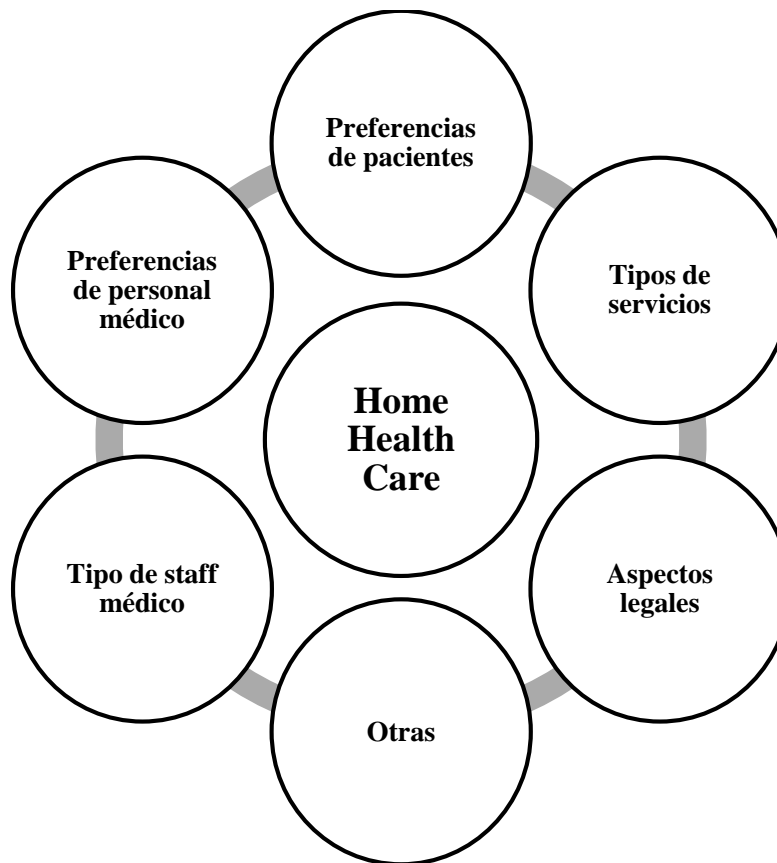


Figura 1. Restricciones del HHCRSP. Adaptada de (Bertels & Fahle, 2006)

2.4.3 Metodología de solución

El problema de programación y ruteo de personal especializado en servicios médicos domiciliarios (HHCRSP) abarca aspectos de programación y planeación de rutas para el personal médico especializado. Como se mencionó al inicio del capítulo la programación de personal o asignación de personal médico a pacientes contempla el problema de programación de enfermeros (*Nurse Rostering Problem* - NRP) (Gutjahr & Rauner, 2007), y las rutas de visitas a pacientes, que se han considerado bajo diferentes variaciones del problema de enrutamiento de vehículos (*Vehicle Routing Problem* - VRP) (Steeg & Schröder, 2007; Trautsamwieser & Hirsch, 2011), especialmente la variación del problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows* - VRPTW) (Akjiratikarl et al., 2007; Cheng & Lynn, 1998; Eneborn et al., 2006; Nickel et al., 2012; Rasmussen et al., 2012). Considerando también las variaciones que en trabajos previos han sido realizadas de manera independiente, *Multi Traveling Salesman Problem with Time Windows* (MTSPTW), el *Vehicle Routing Problem with Multi-Depot* (VRPMD) y el *Vehicle Routing Problem with Multi-Period* (VRPMP), (Bard et al., 2013; Kergosien et al., 2009; Mankowska et al., 2013).

Para este tipo de problemas se usan metodologías de investigación como la IO (Investigación de Operaciones), la cual se basa principalmente en enfoques matemáticos para buscar soluciones óptimas a problemas, sin embargo estos problemas pueden tener limitaciones debido a su complejidad, como es el caso del HHCRSP (Burke et al., 2004). Por ende muchos investigadores suavizan las restricciones del problema mediante programación por restricciones (*Constraint programming*), o programación lineal (*Linear programming*), con el propósito de buscar soluciones óptimas. Adicionalmente se hace uso de métodos como heurísticas y metaheurísticas, los cuales determinan soluciones razonables en tiempos considerablemente cortos (Rasmussen et al., 2012).

La mayoría de trabajos revisados inicialmente desarrollan modelos principalmente con el método exacto de programación lineal para instancias de pocos datos y/o restricciones suavizadas, y posteriormente determinan modelos heurísticos, otros métodos exactos y/o metaheurísticas con el propósito de analizar mayor volumen de datos y/o representar con mayor detalle la realidad de la problemática. A continuación la Tabla 2 muestra los estudios desarrollados mediante procedimientos exactos y heurísticos para dar solución al HHCRSP.

Tabla 2 Heurísticas y métodos exactos para el desarrollo del HHCRSP.

Procedimiento exacto o heurístico	Artículos
Programación lineal entera.	(Kergosien et al., 2009)
Heurística desarrollada por los autores.	(Cheng & Lynn, 1998; Eneborn et al., 2006; Koeleman et al., 2012; Mankowska et al., 2013; Thomsen, 2006)

Heurística del problema de precios (<i>Heuristic algorithm for the Pricing Problem</i>) y Algoritmo de ramificación y corte (<i>Branch&Cut algorithm</i>).	(Coppi et al., 2013)
Ramificación y precio (<i>Branch-and-price</i>).	(Bard et al., 2013; Rasmussen et al., 2012)
<i>CPLEX Solver</i> en dos instancias generadas al azar.	(Gayraud et al., 2013)
Modelo de simulación.	(Carello & Lanzarone, 2014; Lanzarone & Matta, 2014)

Los procedimientos heurísticos presentan mejoras significativas en los modelos, ya que mediante diferentes algoritmos determinan soluciones factibles (Thomsen, 2006). Muchas de estas mejoras pueden ser aún mayores al implementar procedimientos metaheurísticos en los modelos, los cuales en su mayoría han sido estandarizados y suelen ser aplicadas a los diferentes problemas (Eksioglu et al., 2009). Metaheurísticas como Colonia de hormigas (*Ant Colony Optimization*, ACO), Algoritmos genéticos (*Genetic Algorithms*, GA) o Búsqueda tabú (*Tabu search*, TS) e híbridos entre éstas y otras más son sólo algunas metaheurísticas que han sido utilizadas como método de solución para HHCRSP. Ver Tabla 3.

Tabla 3 Metaheurísticas para el desarrollo del HHCRSP.

Procedimiento metaheurístico	Artículos
Híbrido entre diferentes metaheurísticas y programación por restricciones.	(Nickel et al., 2012; Steeg & Schröder, 2007)
Metaheurística basada en el algoritmo de vecino más cercano (<i>Based on Variable Neighborhood Search</i>)	(Trautsamwieser & Hirsch, 2011)
Búsqueda tabú y recocido simulado (<i>Tabu Search, Simulated annealing</i>).	(Bertels & Fahle, 2006; Griffiths et al., 2012; Thomsen, 2006)
Optimización de enjambre de partículas (<i>Particle Swarm Optimization</i>).	(Akjiratikarl et al., 2007)
Algoritmos genéticos y búsqueda Tabú (<i>Genetic Algorithms, Tabu Search</i>).	(Liu et al., 2013)
Optimización de colonia de hormigas (<i>Ant Colony Optimization</i>).	(Allaoua et al., 2013; Doerner et al., 2007; Gutjahr & Rauner, 2007)

2.5 Conclusiones del capítulo

En la mayoría de artículos revisados se considera un solo tipo de personal y no se ahonda en el estudio de múltiples tratamientos. Por lo cual se evidencia la oportunidad de abordar el HHCRSP considerando diferentes tipos de personal y tratamientos o patologías, y estudiar la programación de personal y la planeación de rutas de visitas a pacientes integrando el MTSPTW, el VRPMD y el VRPMP en un solo problema: *Multi-Traveling Salesman Problem with Time Windows, Multi-Depot and Multi-Period* (MTSPTWMDMP), dado que

estos problemas no han sido considerados conjuntamente, lo cual consideraría características que pueden asimilar más los modelos matemáticos a las características reales del HHCRSP.

La aplicación de un método eficiente que permita la programación y rutas de personal médico considerando el HHCRSP como un MTSPTWMDMP, permite el análisis del problema con mayores características y mayor orientación hacia el sector real.

2.6 Resultados de investigación

El contenido de este capítulo ha sido sometido para publicación a la revista *Ingeniare*. Revista de Ingeniería: Torres-Ramos Andrés F., Quintero-Araújo Carlos L., Reyes-Rubiano Lorena S., Alfonso-Lizarazo Edgar H. (2015). “Programación y ruteo de cuidados médicos domiciliarios. Revisión bibliográfica”. *Ingeniare. Revista de Ingeniería*. (Torres-Ramos et al., 2015). Indexada en Scopus.

Capítulo 3. Modelo matemático de programación

El modelo de programación matemática se enfoca en la minimización del tiempo total de operación, como componente del nivel de satisfacción de los pacientes. Adicionalmente se considera el estudio de la programación de personal y la planeación de rutas de visitas a pacientes integrando el MTSPTW, el VRPMD y el VRPMP en un solo problema: *Multi-Traveling Salesman Problem with Time Windows, Multi-Depot and Multi-Period* (MTSPTWMDMP). De acuerdo a la revisión de la literatura presentada en la sección 2.4, no se encontró un trabajo que considere las anteriores características simultáneamente. Por este motivo, el caracterizar la situación con un modelo de programación lineal entera mixta es uno de los principales aportes del presente estudio.

3.1 Tiempo de atención como componente de la calidad del servicio

En palabras de (Riverola & Muñoz-Seca, 1997), la ventaja competitiva de una empresa puede verse dramáticamente afectada por su tiempo de respuesta, razón por la cual la reducción de todos los tiempos implicados es la clave para alcanzar la misma. Dado esto se considera como objetivo del modelo de programación matemática la minimización de los tiempos involucrados en la operación de servicios médicos domiciliarios, dentro de los cuales se encuentran los tiempos de movilidad del personal entre los diferentes pacientes a visitar, el tiempo de atención que tarda el personal en cada visita a los pacientes y tiempos adicionales como tiempos de preparación y de almuerzo del personal.

3.2 Consideraciones del modelo matemático de programación

El modelo matemático propuesto para el HHCRSP determina simultáneamente la programación y ruteo de diferentes tipos de personal especializado (médicos, enfermeros y terapeutas). Estas operaciones se realizan de manera independiente para cada tipo de personal, los cuales inician y terminan cada ruta en sus propios hogares (multi depósito) en un horizonte de tiempo (multi periodo) superior a un día. Se parte del supuesto que los médicos utilizan un vehículo privado para movilizarse, a diferencia de los enfermeros y terapeutas quienes utilizan transporte público, lo cual implica tiempos de desplazamiento diferentes para unos y otros, adicionalmente estos tiempos de recorrido se consideran simétricos, es decir, el tiempo de viaje entre cada par de puntos es el mismo en cualquier dirección (Ver Tabla 15 y Tabla 16 en Anexo 1. Tiempos de viaje del personal en el modelo del HHCRSP), cabe aclarar que el modelo matemático de programación permite el análisis de matrices no simétricas, pero debido al aumento de tiempo computacional no se consideran. Adicional a lo anterior, el modelo considera la atención de cuatro servicios o patologías diferentes de los pacientes (domicilio, anticoagulación, cuidado crónico y cuidado paliativo), y de acuerdo al tratamiento de cada patología es necesaria la atención a los pacientes por diferentes tipos de personal.

Los pacientes cuentan con características que adicionales a las características del staff médico delimitan la operación, una de las más importantes es la ventana de tiempo, la cual representa la franja horaria que cada paciente define o requiere para la visita domiciliaria y que en este modelo se define como ventana de tiempo dura, es decir, no se permiten visitas fuera de la franja horaria establecida. También se tienen características asociadas a la patología de cada paciente, una de ellas es la demanda de personal en un determinado horizonte de planeación, que como se mencionó anteriormente, el tipo de patología determina el tipo de personal requerido y la frecuencia entre visitas, la cual es dependiente a la condición de salud de cada paciente.

3.3 Formulación del modelo matemático de programación

El problema se representa mediante un grafo no orientado $G=(V,A)$ con un conjunto de nodos $V = CM \cup CE \cup CT \cup PM$, el cual hace referencia a los conjuntos de los nodos de los depósitos representados por los hogares de los médicos (CM), los hogares de los enfermeros (CE) y los hogares de los terapeutas (CT), y los nodos de los pacientes médicos (PM). Y el conjunto de arcos $A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$.

Cada paciente $i \in PM$ padece de una única patología, la cual se clasifica dentro cuatro servicios: domicilio, anticoagulación, cuidado crónico y cuidado paliativo. Cada servicio $s \in S$ es atendido por el tipo de personal $p \in P$ requerido de acuerdo a la matriz SP_p^s . Adicionalmente cada paciente tiene una demanda de visitas de acuerdo al tipo de personal y servicio (DM_i^s, DE_i^s, DT_i^s) , estas visitas se realizan dentro de un horizonte de tiempo en días $d \in D$ con una frecuencia de acuerdo al paciente y al tipo de personal (KM_i, KE_i, KT_i) . Por otra parte la ventana de tiempo de cada paciente se enmarca dentro de una franja horaria por día (e_i^d, l_i^d) , en la cual el personal debe llegar a la casa del paciente mínimo en e_i^d y máximo en l_i^d . Como se mencionó anteriormente, cada miembro del staff inicia y termina su ruta en su respectivo hogar, además de contar con un tiempo máximo de trabajo al día. Adicionalmente los tiempos de recorrido (TV_{ij}^p) difieren de acuerdo al tipo de personal, como se aclara anteriormente.

Los parámetros y las variables de decisión usados para modelar el HHCRSP se muestran a continuación en la Tabla 4.

Tabla 4 Notación usada para modelar el HHCRSP

Parámetros	
TV_{ij}^p	Tiempo de viaje del personal médico p del nodo i al nodo j .
TS_i^{ps}	Tiempo de atención que requiere el paciente i del personal p en el servicio s .
DM_i^s	Número de visitas que requiere el paciente i de médicos en el servicio s .
DE_i^s	Número de visitas que requiere el paciente i de enfermeros en el servicio s .
DT_i^s	Número de visitas que requiere el paciente i de terapeutas en el servicio s .
SP_p^s	Personal p que atiende el servicio s .
TM	Tiempo máximo de trabajo al día de todo el personal.
e_i^d	Hora de inicio de la ventana de tiempo del paciente i el día d .
l_i^d	Hora de cierre de la ventana de tiempo del paciente i el día d .
M	Número muy grande.
N	Tamaño del índice i .
KM_i	Periodo de tiempo entre visitas de médicos requerido por el paciente i .
KE_i	Periodo de tiempo entre visitas de enfermeros requerido por el paciente i .
KT_i	Periodo de tiempo entre visitas de terapeutas requerido por el paciente i .
H	Horizonte de planeación.
Variables de decisión	
X_{ij}^{pd}	Binaria: 1 . Si el personal médico p visita al paciente i y luego al j el día d . 0 . De lo contrario.
Y_i^{pd}	Hora de arribo del personal p al visitar al paciente i el día d .
U_i	Variable auxiliar para evitar subtours al visitar cada paciente i .

A continuación se muestra el modelo de programación lineal entera mixta propuesto para solucionar el HHCRSP.

Función objetivo

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{p \in P} \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} X_{ij}^{pd} \left(TV_{ij}^p + (TS_i^{ps} * SP_p^s) \right) \quad (3.1)$$

Restricciones

$$\sum_{j \in V} X_{ij}^{pd} \left(\sum_{s \in S} TS_i^{ps} \right) \leq TM, \quad \forall i \in V, p \in P, d \in D \quad (3.2)$$

$$e_i^d \leq Y_i^{pd} \leq l_i^d, \quad \forall i \in PM, p \in P, d \in D \quad (3.3)$$

$$Y_i^{pd} + \sum_{s \in S} TS_i^{ps} + TV_{ij}^p \leq Y_j^{pd} + M(1 - X_{ij}^{pd}), \quad \forall i, j \in V, i \neq j, p \in P, d \in D \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in PM} X_{ij}^{pd} = \sum_{j \in PM} X_{ji}^{pd}, \quad \forall i \in PM, p \in P, d \in D \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in V, j=i} X_{ij}^{pd} = 0, \quad \forall i \in V, p \in P, d \in D \quad (3.6)$$

$$\sum_{j \in PM} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in V / PM, p \in P, d \in D \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in PM} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall j \in V / PM, p \in P, d \in D \quad (3.8)$$

$$\sum_{j \in V / PM, j \neq p} \sum_{p \in P, p \neq j} X_{ij}^{pd} = 0, \quad \forall i \in V, d \in D \quad (3.9)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} \sum_{p \in M} \sum_{f=d}^{d+KM_i} X_{ij}^{pf} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \leq H - KM_i \quad (3.10)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} \sum_{p \in E} \sum_{f=d}^{d+KE_i} X_{ij}^{pf} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \leq H - KE_i \quad (3.11)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} \sum_{p \in T} \sum_{f=d}^{d+KT_i} X_{ij}^{pf} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \leq H - KT_i \quad (3.12)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{d \in D} \sum_{p \in M} X_{ij}^{pd} SP_p^s \geq DM_i^s, \quad \forall i \in PM, s \in S \quad (3.13)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{d \in D} \sum_{p \in E} X_{ij}^{pd} SP_p^s \geq DE_i^s, \quad \forall i \in PM, s \in S \quad (3.14)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{d \in D} \sum_{p \in T} X_{ij}^{pd} SP_p^s \geq DT_i^s, \quad \forall i \in PM, s \in S \quad (3.15)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{p \in M} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \in D \quad (3.16)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{p \in E} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \in D \quad (3.17)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{p \in T} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \in D \quad (3.18)$$

$$U_i - U_j + (X_{ij}^{pd} N) \leq N - 1, \quad \forall i, j \in PM, p \in P, d \in D \quad (3.19)$$

$$X_{ij}^{pd} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, i \neq j, p \in P, d \in D \quad (3.20)$$

$$Y_i^{pd} \geq 0, \quad \forall i \in V, p \in P, d \in D \quad (3.21)$$

$$U_i \geq 0, \quad \forall i \in V \quad (3.22)$$

El modelo presenta la programación y ruteo del personal médico domiciliario, para el cual se considera como función objetivo la minimización del tiempo total de operación (transporte y atención) (3.1). La restricción (3.2) determina la carga máxima de trabajo al día para cada personal del staff, la cual incluye un tiempo diario para preparación y almuerzo del personal de tal forma que $TM = TT - 1.5$, donde TT corresponde al tiempo total de trabajo al día y se determina 1.5 horas para preparación y almuerzo. Las restricciones (3.3) y (3.4) imponen ventanas de tiempo duras de cada paciente en cada día de acuerdo al tipo de personal. La restricción (3.5) garantiza el flujo de personal médico domiciliario en las visitas a los pacientes cada día. La restricción (3.6) evita rutas ficticias del personal. Las restricciones (3.7) y (3.8) determinan que el personal médico cada día sale y regresa desde y hacia su respectiva casa junto con la restricción (3.9) que garantiza que ningún personal visitará un nodo depósito (hogar) que no corresponda al suyo. Las restricciones (3.10), (3.11) y (3.12) determinan el periodo de tiempo entre visitas a cada paciente de acuerdo al tipo de personal y horizonte de planeación. Las restricciones (3.13), (3.14) y (3.15) garantizan el cumplimiento de la demanda de visitas de cada paciente de acuerdo al tipo de personal requerido en el horizonte de planeación. Las restricciones (3.16), (3.17) y (3.18) imponen máximo un servicio por cada visita del personal médico a cada paciente por día. La restricción (3.19) elimina los subtours generados en la programación del modelo. Finalmente la restricción (3.20) define la variable X_{ij}^{pd} y las restricciones (3.21) y (3.22) determinan la no negatividad de las variables Y_i^{pd} y U_i .

3.4 Experimentación y resultados

Como se menciona al comienzo del capítulo el modelo propuesto es complejo y se basa en el *Multi-Traveling Salesman Problem with Time Windows, Multi-Depot and Multi-Period* (MTSPTWMDMP). Para la validación del modelo de HHCRSP se realiza una prueba con información de una empresa de la industria en Colombia, la prueba cuenta con 16 pacientes de los servicios: 1. Domicilio, 2. Anticoagulación, 3. Cuidado crónico y 4. Cuidado paliativo. Cada servicio requiere de atención de diferentes tipos de personal (médicos, enfermeros y terapeutas), de acuerdo al servicio se requiere de uno o de otro tipo personal como lo muestra la matriz SP_p^s (Tabla 5). Adicionalmente la Tabla 5 muestra la cantidad de personas por cada tipo de personal, donde se determina un total de 19 miembros del staff.

Tabla 5 Servicios atendidos por cada tipo de personal

Tipo de personal	No. de especialistas	Tipo de servicio			
		1	2	3	4
Médicos	3	0	1	1	1
Enfermeros	8	1	1	1	1
Terapeutas	8	0	0	1	1
Total	19				

Los 16 pacientes requieren un total de 101 visitas de todo el personal médico en un horizonte de tiempo de 2 semanas (12 días), adicional a una periodicidad entre visitas como lo muestra la Tabla 6.

Tabla 6 Servicios, demanda y periodicidad de visitas requeridas por los pacientes

Paciente <i>i</i>	Servicio requerido <i>s</i>				Demanda de servicios			Periodicidad de visitas		
	1	2	3	4	Médicos KM _i	Enfermeros KE _i	Terapeutas KT _i	Médicos DM _i	Enfermeros DE _i	Terapeutas DT _i
	1	1	0	0	0	0	1	0	0	3
2	1	0	0	0	0	2	0	0	3	0
3	0	1	0	0	3	1	0	1	3	0
4	0	0	1	0	4	3	4	1	2	2
5	0	0	1	0	4	2	2	2	3	3
6	0	0	1	0	3	1	1	2	3	2
7	0	0	1	0	5	2	1	1	3	2
8	0	0	1	0	4	2	2	2	3	3
9	0	0	1	0	4	1	2	1	3	3
10	0	0	1	0	3	1	2	2	3	2
11	0	0	0	1	3	2	3	2	3	2
12	0	0	0	1	4	3	2	2	2	3
13	0	0	0	1	2	1	2	3	3	3
14	0	0	0	1	4	3	2	1	2	3
15	0	0	0	1	2	1	1	3	3	2
16	0	0	0	1	3	3	2	2	2	2
Total								25	44	32

Por otro lado se consideran los tiempos de atención (Tabla 7), el minuto de cada día en que inicia la ventana de tiempo de cada paciente (Tabla 8) y el minuto de cada día en que termina la ventana de tiempo de cada paciente (Tabla 9).

Tabla 7 Tiempo de atención en minutos de cada tipo de personal en cada servicio

Tipo de personal	Tiempo por cada servicio			
	1	2	3	4
Médicos	0	30	30	30
Enfermeros	30	20	30	30
Terapeutas	0	0	30	30

Tabla 8 Minuto de cada día en que inicia la ventana de tiempo de cada paciente.

Paciente	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	960	960	960	960	960	420	960	960	960	960	960	420
2	840	840	840	840	840	480	840	840	840	840	840	480
3	660	660	660	660	660	660	660	660	660	660	660	660
4	540	540	540	540	900	900	540	540	540	540	900	900

5	540	540	540	540	540	540	540	540	540	540	540	540
6	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480
7	420	420	420	840	840	840	420	420	420	840	840	840
8	660	660	660	660	660	660	660	660	660	660	660	660
9	780	780	780	780	480	480	780	780	780	780	480	480
10	420	420	420	420	420	420	420	420	420	420	420	420
11	420	420	420	420	480	480	420	420	420	420	480	480
12	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960
13	900	900	840	840	900	900	900	900	840	840	900	900
14	600	600	600	600	840	840	600	600	600	600	840	840
15	540	540	540	840	840	840	540	540	540	840	840	840
16	420	420	480	480	660	660	420	420	480	480	660	660

Tabla 9 Minuto de cada día en que termina la ventana de tiempo de cada paciente.

Paciente	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1020	1020	1020	1020	1020	480	1020	1020	1020	1020	1020	480
2	900	900	900	900	900	540	900	900	900	900	900	540
3	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720
4	600	600	600	600	960	960	600	600	600	600	960	960
5	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600	600
6	540	540	540	540	540	540	540	540	540	540	540	540
7	480	480	480	900	900	900	480	480	480	900	900	900
8	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720
9	840	840	840	840	540	540	840	840	840	840	540	540
10	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480
11	480	480	480	480	540	540	480	480	480	480	540	540
12	1020	1020	1020	1020	1020	1020	1020	1020	1020	1020	1020	1020
13	960	960	900	900	960	960	960	960	900	900	960	960
14	660	660	660	660	900	900	660	660	660	660	900	900
15	600	600	600	900	900	900	600	600	600	900	900	900
16	480	480	540	540	720	720	480	480	540	540	720	720

El modelo fue implementado utilizando el software comercial GAMS versión 24.1.3. Para la ejecución del mismo se estableció un tiempo límite de 4000 segundos y una tolerancia para la solución entera de 10% (GAP) frente a la relajación lineal del problema; el modelo fue resuelto en un computador personal Intel(R) Core(TM) i5-4200U CPU de 1,6 GHz con 8 GB de RAM. La solución del modelo determina las rutas por día necesarias para cubrir la demanda de visitas que requieren los pacientes en el horizonte de planeación, cada ruta es realizada por un miembro del personal médico en la cual comienza y termina en su respectivo hogar. La Tabla 10 muestra un ejemplo de las rutas a realizar el día 1, en el cual se determinan 3 rutas que son realizadas por el enfermero 6, el enfermero 8 y el terapeuta 5 respectivamente. Por ejemplo, el enfermero 6 inicia la ruta en su hogar (CE6), en seguida visita a los pacientes 6, 5, 8 y 13 en ese respectivo orden, y finalmente parte del último paciente (13) a su hogar (CE6) como punto final de la ruta.

Tabla 10 Rutas para el día 1 modelo de optimización

Día 1					
Enfermero 6		Enfermero 8		Terapeuta 5	
De	A	De	A	De	A
CE6	6	CE8	11	CE5	4
6	5	11	15	4	13
5	8	15	3	13	12
8	13	3	2	12	CE5
13	CE6	2	CE8		

El modelo determina un total de 27 rutas divididas en 11 días (Anexo 2. Resultados del modelo del HHCRSP), las rutas son realizadas por un total de 12 miembros del staff (médico 1, médico 2, médico 3, enfermero 2, enfermero 6, enfermero 8, terapeuta 1, terapeuta 3, terapeuta 4, terapeuta 5, terapeuta 6 y terapeuta 7), como se mencionó anteriormente el total de miembros del staff son 19, por lo tanto se evidencia el cumplimiento de la demanda con 7 miembros menos en el horizonte de planeación, demostrando la optimización del recurso humano y de la capacidad para atender un mayor número de pacientes.

El tiempo total de operación de todo el personal en todo el horizonte de tiempo es de 8346 minutos, para el cual el 64,1% del tiempo corresponde al tiempo de viaje, y el restante 35,9% de tiempo corresponde al tiempo de atención.

3.5 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se propone un modelo matemático para el problema de programación y ruteo de personal médico en cuidados médicos domiciliarios, el cual considera características como diferentes tipos de personal, diferentes servicios o tratamientos, múltiples depósitos y ventanas de tiempo duras para un horizonte de 12 días. Esas características permiten que el modelo sea de utilidad para el tomador de decisiones en condiciones reales relacionadas con servicios de cuidados médicos domiciliarios.

3.6 Resultados de investigación

El contenido de este capítulo ha sido publicado en *Proceedings of the Mathematical Methods & Computational Techniques in Science & Engineering*: Torres-Ramos Andrés Felipe, Alfonso-Lizarazo Edgar Hernán, Reyes-Rubiano Lorena Silvana, Quintero-Araújo Carlos Leonardo. (2014). “*Mathematical Model for the Home Health Care Routing and Scheduling Problem with Multiple Treatments and Time Windows*”. N. Mastorakis, P. Revesz, P. Pardalos, C. Bulucea, A. Fukasawa (Eds). Noviembre 28-30, 2014, Atenas, Grecia. ISSN: 2227-4588. ISBN: 978-1-61804-256-9. (Torres-Ramos et al., 2014). En proceso de indexación en ISI y Scopus.

Capítulo 4. Modelo matemático de programación considerando la incertidumbre en la operación

De acuerdo a la revisión de la literatura de (Alfonso-Lizarazo, 2013), la incertidumbre puede ser analizada mediante diferentes metodologías, una de las cuales es la optimización vía simulación u optimización de simulación estocástica, la cual es definida como una poderosa herramienta de modelado para el análisis de problemas complejos. Los modelos matemáticos que caracterizan ese tipo de problemas suelen poseer gran cantidad de variables, lo que implica la simplificación de características tan importantes como la incertidumbre.

De acuerdo a (Fu, 2002), uno de los desarrollos en la optimización vía simulación es asociado con el concepto de “simulación para la optimización”, en el cual la simulación es el complemento usado para generar escenarios para la formulación de la programación matemática, que en el caso de este trabajo se realiza para el modelo de programación lineal entera mixta desarrollado para el HHCRSP en el capítulo 3. El objetivo perseguido es el mismo al mencionado en la sección 3.3, y la simulación se considera mediante un vector de parámetros aleatorios con valores tomados de distribuciones de probabilidad conocidas.

Para dar solución al problema de HHCRSP estocástico generado mediante la optimización vía simulación, se utilizan como base elementos desarrollados en los trabajos de Shapiro (Shapiro, 1996) y Alfonso-Lizarazo (Alfonso-Lizarazo, 2013), siendo este último una aplicación del trabajo desarrollado por Shapiro directamente en el sector de la salud. Los trabajos de Shapiro y Alfonso-Lizarazo utilizan la técnica conocida como contrapartida estocástica, la cual consiste en la generación de una muestra grande de L diferentes e independientes escenarios del vector de parámetros aleatorios l_1, \dots, l_L , y la función $f(x)$ (Ecuación 4.1) que es aproximada por la función promedio estocástica $f^{\wedge}(x)$ (Ecuación 4.2), la cual representa el promedio de todos los escenarios, convirtiendo el problema de optimización vía simulación en un problema de optimización determinística, el cual se soluciona a través de técnicas asociadas a ese tipo de problemas. (Alfonso-Lizarazo, 2013; Shapiro, 1996).

$$\text{Min}_{x \in C} f(x) = E[g(x, l)] \quad (4.1) \quad \longrightarrow \quad \text{Min}_{x \in C} f^{\wedge}(x) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L g(x, l_L) \quad (4.2)$$

El vector l permite introducir la aleatoriedad (incertidumbre) del sistema como un vector de parámetros aleatorios con valores tomados de distribuciones de probabilidad conocidas, el vector $x \in C$ representa las variables de decisión donde C determina la región factible, y $g(x, l)$ representa la función de aproximación de contrapartida estocástica.

De acuerdo al concepto anterior, en este capítulo se desarrolla un modelo de programación matemática que corresponde a la aproximación de la contrapartida estocástica del problema de programación y ruteo de personal especializado en servicios médicos domiciliarios (HHCRSP), el cual busca minimizar el tiempo total de operación. Por lo tanto los parámetros aleatorios consideradas del vector de aleatoriedad l en el modelo son: el tiempo de movilidad

del personal entre los diferentes pacientes a visitar, el tiempo que tarda el personal en cada visita a los pacientes, y el número de visitas (demanda) que requiere cada paciente durante el horizonte de planeación de cada tipo de personal de acuerdo a su correspondiente patología, las cuales se determinan de acuerdo a distribuciones de probabilidad conocidas.

4.1 Parámetros aleatorios

Los parámetros aleatorios del vector l se determinan de acuerdo a distribuciones de probabilidad conocidas que más se acercan a las características propias de cada parámetro, para los cuales es necesario hacer un tratamiento previo con el propósito de garantizar la factibilidad del modelo de programación matemática considerando la incertidumbre en la operación.

1. Tiempo de movilidad del personal entre los diferentes nodos (hogares y pacientes), el cual se determina mediante la generación de números aleatorios con distribución normal truncada (no se tienen en cuenta valores menores a 0) con un tiempo medio (μ) de 40 minutos y una desviación estándar (δ) de 10 minutos por trayecto. $X \sim$ Normal (40,10) Truncada. En el modelo el tiempo de movilidad del personal se representa por:

TV_{ij}^l : Tiempo de viaje del personal médico del nodo i al nodo j en el escenario l .

La media (μ) y la desviación estándar (δ) se determinan de acuerdo a una estimación del tiempo promedio de movilidad diaria en Bogotá, por lo tanto para estos valores no se consideran variaciones durante el día. Adicionalmente estos tiempos de viaje se consideran simétricos, es decir, el tiempo de viaje entre cada par de nodos es el mismo en cualquier dirección, cabe aclarar que el modelo matemático de programación permite el análisis de matrices no simétricas, pero debido al aumento de tiempo computacional no se consideran.

2. Tiempo que tarda el personal en cada visita a los pacientes (tiempo de atención), se determina mediante una distribución exponencial de acuerdo al tipo de patología, con tiempo medio de atención (minutos) de $\mu = 1/\lambda$, $X \sim$ Exponencial (λ). Ver Tabla 11.

Tabla 11 Distribuciones de probabilidad del tiempo de atención de acuerdo al tipo de patología (minutos)

Tipo de patología	Distribución de probabilidad exponencial
Domicilio	$X \sim$ Exponencial (28,2)
Anticoagulación	$X \sim$ Exponencial (29,4)
Cuidado crónico	$X \sim$ Exponencial (30,5)
Cuidado paliativo	$X \sim$ Exponencial (29,1)

Por lo tanto en el modelo el tiempo de atención se representa por:

TS_i^{pl} : Tiempo de tratamiento que requiere el paciente i del personal p en el escenario l .

Los parámetros de las variables aleatorias de la Tabla 11 se determinaron de acuerdo a la información recolectada en terreno y que se asemejan a los tiempos determinísticos del modelo (Ver Tabla 7 sección 3.4), los cuales no consideran variaciones durante el día. La variable aleatoria exponencial se escogió con base en fundamentos teóricos.

3. Número de visitas (demanda) que requiere cada paciente durante el horizonte de planeación de cada tipo de personal de acuerdo a su patología. Ésta se determina de acuerdo a una distribución binomial, caracterizada por n ensayos de Bernoulli y una probabilidad de éxito de p , $X \sim \text{Binomial}(n, p)$. Ver Tabla 12. Por tal razón la distribución considera por día si un paciente requiere o no visita domiciliaria, y la suma de estos resultados determina la demanda total en el horizonte de planeación.

Los valores de probabilidad se escogieron de acuerdo a diferentes escenarios de la probabilidad (p), para los cuales se considera la probabilidad para cada tipo de personal y cada patología, que determina una demanda mínima de los escenarios (l) similar a la demanda determinista del modelo (Ver Tabla 6 sección 3.4).

Tabla 12 Distribuciones de probabilidad del número de visitas (demanda) de acuerdo al tipo de personal médico y patología

Tipo de personal	Tipo de patología	Distribución de probabilidad binomial	Cantidad mínima de visitas
Médicos	Domicilio	-	-
	Anticoagulación	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.10)$	1
	Cuidado crónico	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.13)$	2
	Cuidado paliativo	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.15)$	2
Enfermeros	Domicilio	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.17)$	3
	Anticoagulación	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.17)$	3
	Cuidado crónico	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.15)$	2
	Cuidado paliativo	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.15)$	2
Terapeutas	Domicilio	-	-
	Anticoagulación	-	-
	Cuidado crónico	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.15)$	2
	Cuidado paliativo	$X \sim \text{Binomial}(12, 0.15)$	2

Por lo tanto el número de visitas (demanda) que requiere cada paciente de cada tipo de personal en el horizonte de planeación se representa por:

DM_i^{sl} : Número de visitas que requiere el paciente i de médicos en el servicio s en el escenario l .

DE_i^{sl} : Número de visitas que requiere el paciente i de enfermeros en el servicio s en el escenario l .

DT_i^{sl} : Número de visitas que requiere el paciente i de terapeutas en el servicio s en el escenario l .

Los datos de las distribuciones de probabilidad se presentan en el ANEXO A: Escenarios de los parámetros aleatorios, en la URL:

<https://www.dropbox.com/s/7euoqm7c59j6ojn/ANEXO%20A.%20Escenarios%20de%20los%20par%C3%A1metros%20aleatorios.xlsx?dl=0>

4.2 Formulación del modelo matemático de programación bajo optimización vía simulación

El modelo de programación matemática de optimización vía simulación se basa en el modelo original presentado en la sección 3.3, modificando las restricciones y variables en coherencia con los elementos aleatorios presentados en la sección anterior (4.1). El problema se representa mediante un grafo no orientado $G=(V,A)$ con un conjunto de nodos $V = CM \cup CE \cup CT \cup PM$, el cual hace referencia a los conjuntos de los nodos de los depósitos representados por los hogares de los médicos (CM), los hogares de los enfermeros (CE) y los hogares de los terapeutas (CT), y los nodos de los pacientes médicos (PM). Y el conjunto de arcos $A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$.

Cada paciente $i \in PM$ padece de una única patología, la cual se clasifica dentro cuatro servicios: domicilio, anticoagulación, cuidado crónico y cuidado paliativo. Cada servicio $s \in S$ es atendido por el tipo de personal $p \in P$ requerido de acuerdo a la matriz SP_p^s . Adicionalmente cada paciente tiene una demanda de visitas de acuerdo al tipo de personal, tipo de servicio y escenario $l \in L$ ($DM_i^{sl}, DE_i^{sl}, DT_i^{sl}$), estas visitas se realizan dentro de un horizonte de tiempo en días $d \in D$ con una frecuencia de acuerdo al paciente y al tipo de personal (KM_i, KE_i, KT_i). Por otra parte la ventana de tiempo de cada paciente se enmarca dentro de una franja horaria por día (e_i^d, l_i^d) , en la cual el personal debe llegar a la casa del paciente mínimo en e_i^d y máximo en l_i^d . Como se mencionó anteriormente, cada miembro del staff inicia y termina su ruta en su respectivo hogar, además de contar con un tiempo máximo de trabajo al día. Adicionalmente los tiempos de recorrido (TV_{ij}^l) difieren de acuerdo al escenario $l \in L$ y que a diferencia del modelo presentado en el capítulo 3.3 no se considera variación por tipo de personal.

Los parámetros y las variables de decisión usados para modelar el HHCRSP se muestran a continuación en la Tabla 13.

Tabla 13 Notación usada para modelar el HHCRSP considerando la incertidumbre

Parámetros	
TV_{ij}^l	Tiempo de viaje del personal médico del nodo i al nodo j en el escenario l .
TS_i^{pl}	Tiempo de atención que requiere el paciente i del personal p en el escenario l .
DM_i^{sl}	Número de visitas que requiere el paciente i de médicos en el servicio s en el escenario l .
DE_i^{sl}	Número de visitas que requiere el paciente i de enfermeros en el servicio s en el escenario l .
DT_i^{sl}	Número de visitas que requiere el paciente i de terapeutas en el servicio s en el escenario l .
SP_p^s	Personal p que atiende el servicio s .
TM	Tiempo máximo de trabajo al día de todo el personal.
e_i^d	Hora de inicio de la ventana de tiempo del paciente i el día d .
l_i^d	Hora de cierre de la ventana de tiempo del paciente i el día d .
M	Número muy grande.
N	Tamaño del índice i .
KM_i	Periodo de tiempo entre visitas de médicos requerido por el paciente i .
KE_i	Periodo de tiempo entre visitas de enfermeros requerido por el paciente i .
KT_i	Periodo de tiempo entre visitas de terapeutas requerido por el paciente i .
H	Horizonte de planeación.
Variables de decisión	
X_{ij}^{pd}	Binaria: 1 . Si el personal médico p visita al paciente i y luego al j el día d . 0 . De lo contrario.
Y_{ip}^{dl}	Hora de arribo del personal p al visitar al paciente i el día d en el escenario l .
U_i	Variable auxiliar para evitar subtours al visitar cada paciente i .

A continuación se presenta la contrapartida estocástica del modelo de programación lineal entera mixta propuesto para solucionar el HHCRSP.

Función objetivo

$$\text{Minimizar } Z = \frac{1}{L} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{p \in P} \sum_{d \in D} \sum_{l \in L} X_{ij}^{pd} (TV_{ij}^l + TS_i^{pl}) \quad (4.3)$$

Restricciones

$$\sum_{j \in V} X_{ij}^{pd} (TS_i^{pl}) \leq TM, \quad \forall i \in V, p \in P, d \in D, l \in L \quad (4.4)$$

$$e_i^d \leq Y_{ip}^{dl} \leq l_i^d, \quad \forall i \in PM, p \in P, d \in D, l \in L \quad (4.5)$$

$$Y_{ip}^{dl} + TS_i^{pl} + TV_{ij}^l \leq Y_{jp}^{dl} + M(1 - X_{ij}^{pd}), \quad \forall i, j \in V, i \neq j, p \in P, d \in D, l \in L \quad (4.6)$$

$$\sum_{j \in PM} X_{ij}^{pd} = \sum_{j \in PM} X_{ji}^{pd}, \quad \forall i \in PM, p \in P, d \in D \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in V, j=i} X_{ij}^{pd} = 0, \quad \forall i \in V, p \in P, d \in D \quad (4.8)$$

$$\sum_{j \in PM} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in V / PM, p \in P, d \in D \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in PM} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall j \in V / PM, p \in P, d \in D \quad (4.10)$$

$$\sum_{j \in V / PM, j \neq p} \sum_{p \in P, p \neq j} X_{ij}^{pd} = 0, \quad \forall i \in V, d \in D \quad (4.11)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} \sum_{p \in M} \sum_{f=d}^{d+KM_i} X_{ij}^{pf} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \leq H - KM_i \quad (4.12)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} \sum_{p \in M} \sum_{f=d}^{d+KE_i} X_{ij}^{pf} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \leq H - KE_i \quad (4.13)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq i} \sum_{p \in M} \sum_{f=d}^{d+KT_i} X_{ij}^{pf} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \leq H - KT_i \quad (4.14)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{d \in D} \sum_{p \in M} X_{ij}^{pd} SP_p^s \geq DM_i^{sl}, \quad \forall i \in PM, s \in S, l \in L \quad (4.15)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{d \in D} \sum_{p \in M} X_{ij}^{pd} SP_p^s \geq DE_i^{sl}, \quad \forall i \in PM, s \in S, l \in L \quad (4.16)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{d \in D} \sum_{p \in M} X_{ij}^{pd} SP_p^s \geq DT_i^{sl}, \quad \forall i \in PM, s \in S, l \in L \quad (4.17)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{p \in M} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \in D \quad (4.18)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{p \in E} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \in D \quad (4.19)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{p \in T} X_{ij}^{pd} \leq 1, \quad \forall i \in PM, d \in D \quad (4.20)$$

$$U_i - U_j + (X_{ij}^{pd} N) \leq N - 1, \quad \forall i, j \in PM, p \in P, d \in D \quad (4.21)$$

$$X_{ij}^{pd} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V, i \neq j, p \in P, d \in D \quad (4.22)$$

$$Y_{ip}^{dl} \geq 0, \quad \forall i \in V, p \in P, d \in D, l \in L \quad (4.23)$$

$$U_i \geq 0, \quad \forall i \in V \quad (4.24)$$

El modelo presenta la programación y ruteo del personal médico domiciliario, para el cual se considera como función objetivo la minimización del tiempo total de operación (transporte y atención) (4.3), la cual determina el tiempo promedio de operación de todos los escenarios de $l \in L$. La restricción (4.4) determina la carga máxima de trabajo al día para cada personal del staff en cada escenario, la cual incluye un tiempo diario para preparación y almuerzo del personal de tal forma que $TM = TT - 1.5$, donde TT corresponde al tiempo total de trabajo al día y se determina 1.5 horas para preparación y almuerzo. Las restricciones (4.5) y (4.6) imponen ventanas de tiempo duras de cada paciente en cada día de acuerdo al tipo de personal en cada escenario. La restricción (4.7) garantiza el flujo de personal médico domiciliario en las visitas a los pacientes cada día. La restricción (4.8) evita rutas ficticias del personal. Las restricciones (4.9) y (4.10) determinan que el personal médico cada día sale y regresa desde y hacia su respectiva casa junto con la restricción (4.11) que garantiza que ningún personal visitará un nodo depósito (hogar) que no corresponda al suyo. Las restricciones (4.12), (4.13) y (4.14) determinan el periodo de tiempo entre visitas a cada paciente de acuerdo al tipo de personal y horizonte de planeación. Las restricciones (4.15), (4.16) y (4.17) garantizan el cumplimiento de la demanda de visitas de cada paciente en el horizonte de planeación de acuerdo al tipo de personal requerido en cada escenario. Las restricciones (4.18), (4.19) y (4.20) imponen máximo un servicio por cada visita del personal médico a cada paciente por día. La restricción (4.21) elimina los subtours generados en la programación del modelo. Finalmente la restricción (4.22) define la variable X_{ij}^{pd} y las restricciones (4.23) y (4.24) determinan la no negatividad de las variables Y_{ip}^{dl} y U_i .

4.3 Experimentación y resultados

El modelo matemático de programación bajo optimización vía simulación se determina para un horizonte de tiempo de dos semanas, compuesto por 12 días de trabajo, $d = \{1, 2, \dots, 12\}$. Cada día tiene una franja de 12 horas para la asignación de visitas a pacientes, y un tiempo inactivo de 1,5 horas para alistamientos y almuerzo del personal médico.

Los parámetros del tiempo de movilidad del personal médico, tiempo que tarda el personal en cada visita a los pacientes (tiempo de atención) y número de visitas (demanda) que requiere cada paciente durante el horizonte de planeación, se determinan mediante la generación de números aleatorios de acuerdo a distribuciones de probabilidad conocidas, como se menciona en la sección 4.1, con las que se generan 10 escenarios diferentes e independientes, con el ánimo de generar la planeación de la operación considerando la incertidumbre asociada.

Adicionalmente el modelo considera la misma cantidad de pacientes, personal médico y los tipos de tratamientos descritos en la sección 3.4 (Tabla 5 y Tabla 6), el modelo fue codificado en el software comercial GAMS versión 24.1.3, y se resolvió con un tiempo límite de 6000 segundos y una tolerancia para la solución entera de 5% frente a la relajación lineal

del problema, en computador personal Intel(R) Core(TM) i5-4200U CPU de 1,6 GHz con 8 GB de RAM.

Resultados

La solución del modelo determina las rutas por día necesarias para cubrir la demanda de visitas incierta que requieren los pacientes en un horizonte de planeación de 12 días, cada ruta es realizada por un miembro del personal médico en la cual comienza y termina en su hogar, estas rutas determinan el mínimo costo para cualquier demanda dentro de los 10 escenarios independientes realizados. La Tabla 14 muestra un ejemplo de las rutas a realizar el día 12, en el cual se determinan 4 rutas que son realizadas por el médico 2, el médico 3, el enfermero 2, y el terapeuta 2 respectivamente. Por ejemplo, el médico 1 inicia la ruta en su hogar (CM1), en seguida visita a los pacientes 10, 11, 5, 16, 4 y 12, en ese respectivo orden, y finalmente parte del último paciente (12) a su hogar (CM1) como punto final de la ruta.

Tabla 14 Rutas para el día 12 modelo de optimización vía simulación

Día 12							
Médico 2		Médico 3		Enfermero 2		Terapeuta 2	
De	A	De	A	De	A	De	A
CM1	10	CM3	6	CE2	1	CT2	10
10	11	6	3	1	11	10	11
11	5	3	14	11	5	11	5
5	16	14	CM3	5	8	5	8
16	4			8	12	8	4
4	12			12	CE2	4	12
12	CM1					12	CT2

El modelo determina un total de 30 rutas divididas en 11 días (Anexo 3. Resultados del modelo del HHCRSP considerando la incertidumbre), las rutas son realizadas por un total de 13 miembros del staff (médico 1, médico 2, médico 3, enfermero 1, enfermero 2, enfermero 4, enfermero 5, enfermero 6, enfermero 8, terapeuta 2, terapeuta 6, terapeuta 7 y terapeuta 8), como se mencionó anteriormente el total de miembros del staff son los mismos 19, por lo tanto se evidencia el cumplimiento de la demanda en el horizonte de planeación con 6 miembros menos, demostrando la optimización del recurso humano y de la capacidad para atender un mayor número de pacientes. Considerando la incertidumbre en este modelo, se incrementa el personal programado en una persona con respecto al modelo base de optimización, lo cual es bueno dado que el modelo está sujeto a la incertidumbre de diferentes parámetros, y se está cumpliendo con las limitantes del modelo sólo con una persona más.

El tiempo total de operación de todo el personal en todo el horizonte de tiempo es en promedio de 8440,1 minutos, para el cual el 61,9% del tiempo corresponde al tiempo de viaje, y el restante 38,1% de tiempo corresponde al tiempo de atención.

4.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se propone un modelo para el problema de programación y ruteo de personal médico en cuidados médicos domiciliarios, el cual considera la incertidumbre en el número de visitas de cada pacientes (demanda) en un horizonte de planeación, los tiempos de movilidad del personal entre los hogares de los pacientes y el tiempo que tarda el personal en cada visita a los pacientes (tiempo de atención). El modelo parte del modelo de optimización del capítulo 3, el cual considera características como diferentes tipos de personal, diferentes servicios, múltiples depósitos y ventanas de tiempo duras para un horizonte de tiempo de 12 días. Esas características permiten que el modelo sea de utilidad para el tomador de decisiones en condiciones reales relacionadas con servicios de cuidados médicos domiciliarios, lo cual permite determinar una programación de personal y rutas de visitas a pacientes diferentes escenarios, y que se cumplan las limitantes para cualquiera de esos escenarios.

Capítulo 5. Conclusiones y perspectivas de investigación

5.1 Conclusiones de la investigación

Los cuidados médicos domiciliarios presentan a hospitales y entidades médicas la oportunidad de realizar un servicio a pacientes que, dada su condición médica, pueden recibir tratamiento en sus hogares, lo cual además de determinar un nuevo modelo de negocio para el sector médico, permite el aumento de capacidad de habitaciones en los hospitales. Para la realización de los servicios médicos domiciliarios es necesaria la programación de personal médico especializado y la planeación de rutas de visitas a pacientes. De acuerdo a la revisión de la literatura se ha determinado que estas operaciones se enmarcan dentro del *Home Health Care Routing and Scheduling Problem* (HHCSP), y más específicamente se ha trabajado esta investigación mediante una aplicación no desarrollada integralmente en estudios anteriores, como lo es el estudio del HHCSP mediante el análisis del MTSPTW, el VRPMD y el VRPMP en un solo problema: *Multi-Traveling Salesman Problem with Time Windows, Multi-Depot and Multi-Period* (MTSPTWMDMP), adicional a la consideración de diferentes patologías de los pacientes, como modelo de análisis integral de las principales características de los cuidados médicos domiciliarios.

De acuerdo a lo anterior, el MTSPTW determina los múltiples tipos de especialistas (médicos, enfermeros y terapeutas), que se requieren para la atención de las diferentes patologías del personal (domicilio, anticoagulación, cuidado crónico y cuidado paliativo), en las franjas de tiempo (horas) diarias definidas por el personal médico y/o los pacientes para recibir las correspondientes visitas. En cuanto al VRPMD y el VRPMP, se determinan los depósitos de inicio y fin de cada ruta como el respectivo hogar de cada personal (multi-depósito), y el horizonte de tiempo (2 semanas) de la planeación, respectivamente.

El modelo matemático de programación presentado en el capítulo 3 se presenta como un método exacto de programación lineal entera mixta, el cual optimiza la programación de personal médico especializado y la planeación de visitas a pacientes, considerando las aproximaciones a la situación real descrita anteriormente. Este modelo se centra en la minimización de tiempo total de operación, como componente de calidad del servicio (sección 3.1). Este modelo contempla un total de 566597 variables.

Los resultados de este modelo presentan una programación en 11 días (de los 12 días posibles), definiendo un total de 27 rutas realizadas por 12 miembros del staff de personal, y dado que se cuenta con 19 especialistas en el staff de personal, se está utilizando una capacidad del recurso humano de 63%. El tiempo mínimo en que se puede realizar la operación en el horizonte de tiempo es de 8346 minutos, para el cual el 64,1% del tiempo corresponde al tiempo de viaje, y el restante 35,9% de tiempo corresponde al tiempo de atención. Esta solución del modelo matemático de programación tiene una tolerancia de 10% (GAP) frente a la relajación lineal del problema, lo cual determina que la solución se encuentra a lo sumo a 10% del valor óptimo del problema.

Los cuidados médicos domiciliarios presentan incertidumbre en las operaciones de programación y ruteo, por lo cual el capítulo 4 considera la metodología de optimización vía simulación que permite realizar la optimización de las operaciones a través de la simulación de escenarios, bajo el mismo objetivo de la minimización del tiempo total de operación como componente de calidad del servicio. Para esto se considera la aleatoriedad de los tiempos de movilidad del personal (tiempos de viaje), el tiempo de atención y la demanda de visitas en un horizonte de planeación, los cuales varían de acuerdo a distribuciones de probabilidad conocidas. Este modelo considera la aleatoriedad mediante la realización de 10 escenarios diferentes e independientes para cada uno de los parámetros anteriores, por lo cual el modelo determina un total de 638422 variables.

Los resultados del modelo matemático de programación bajo optimización determinan un total de 30 rutas divididas en 11 días (de los 12 posibles), estas rutas se determinan para cumplir los parámetros aleatorios bajo cualquier escenario, por lo tanto manejan la flexibilidad ante la incertidumbre en la operación. Las rutas son realizadas por un total de 13 miembros del staff médico (de los 19 posibles), determinando una utilización del 68,4% de la capacidad total del recurso humano. Para este modelo el mínimo tiempo de operación es de 8440,1 minutos en promedio, para el cual el 61,9% del tiempo corresponde al tiempo de viaje y el restante 38,1% de tiempo corresponde al tiempo de atención. Este resultado presenta una tolerancia para la solución entera de 5% frente a la relajación lineal del problema, lo cual determina que la solución se encuentra a lo sumo a 5% del valor óptimo del problema.

Los modelos de programación matemática desarrollados en este trabajo se convierten en una nueva herramienta para el tomador de decisiones en entidades del sector médico domiciliario, la cual permite determinar, de acuerdo a una caracterización propias de la operación, una programación y ruteo de personal médico especializado optima y eficiente, reduciendo los tiempos de operación total como componente de la calidad del servicio y considerando la incertidumbre asociada.

5.2 Perspectivas de investigación

De acuerdo al estudio realizado y a los resultados obtenidos se determinan diferentes vías de futuras investigaciones al considerar un mayor número de pacientes, personal médico y escenarios aleatorios, razón por la cual la aplicación de métodos heurísticos y/o metaheurísticos permitirían un análisis en tiempos considerablemente cortos.

En cuanto al objetivo de la investigación, surgen oportunidades de realizar estudios bajo múltiples objetivos, y de acuerdo a la revisión de la literatura uno de los principales objetivos es la disminución de costos. Esto permitiría evaluar el problema tanto en optimización de tiempo como en optimización de costos, siendo de mayor interés para las entidades médicas prestadoras de servicios médicos domiciliarios.

Considerando la continuación del trabajo se puede determinar como una vía de investigación el refinamiento de la restricción de eliminación de subtours de los modelos de programación matemática, (sección 3.3 restricción (3.19) y sección 4.2 restricción (4.21)), la cual puede ser determinada por restricciones de eliminación de subtours más sofisticadas como el *cutting-plane*, *branch-and-cut* o *branch-and-Price*. Adicionalmente para la continuación del trabajo se podría evaluar la prestación de servicios sincronizados entre el personal, considerando movilidad del staff médico y atención a pacientes conjunta entre diferentes tipos de personal.

Por otro lado, debido a la gran variedad de patologías, tratamientos y/o servicios que se pueden prestar en los cuidados médicos domiciliarios, y considerando las vías de futuras investigaciones anteriormente enunciadas, se puede considerar la inclusión de otros servicios como la entrega de medicamentos y la recolección de muestras médicas al estudio actual, de esta manera se caracterizaría más ampliamente el sector de cuidados médicos domiciliarios.

Por último se considera como vía de investigación la aplicación de los modelos de programación matemática realizados en esta investigación en otras industrias diferentes a la salud, como por ejemplo las industrias de servicios domiciliarios o cadenas de abastecimiento que se caractericen mediante un *Multi-Traveling Salesman Problem with Time Windows, Multi-Depot and Multi-Period* (MTSPTWMDMP).

Bibliografía

- Akjiratikarl, C., Yenradee, P., & Drake, P. (2007). PSO-based algorithm for home care worker scheduling in the UK. *Computers & Industrial Engineering*, 53(4), 559–583. doi:10.1016/j.cie.2007.06.002
- Alfonso, E., Augusto, V., & Xie, X. (2014). Mathematical Programming Models for Annual and Weekly Bloodmobile Collection Planning. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 1–10. doi:10.1109/TASE.2014.2329571
- Alfonso-Lizarazo, E. (2013). Optimisation de la collecte de sang : concilier la qualité de service au donneur de sang et l'efficacité de l'organisation de la collecte. In *École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne. Doctoral Thesis in Génie Industriel. Saint-Étienne, France*. Retrieved from <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00859974>
- Allaoua, H., Borne, S., Létocart, L., & Wolfler Calvo, R. (2013). A matheuristic approach for solving a home health care problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 41, 471–478. doi:10.1016/j.endm.2013.05.127
- Bard, J. F., Shao, Y., & Wang, H. (2013). Weekly scheduling models for traveling therapists. *Socio-Economic Planning Sciences*, 47(3), 191–204. doi:10.1016/j.seps.2012.07.001
- Bertels, S., & Fahle, T. (2006). A hybrid setup for a hybrid scenario: combining heuristics for the home health care problem. *Computers & Operations Research*, 33(10), 2866–2890. doi:10.1016/j.cor.2005.01.015
- Burke, E. K., De Causmaecker, P., Berghe, G. Vanden, & Van Landeghem, H. (2004). The State of the Art of Nurse Rostering. *Journal of Scheduling*, 7(6), 441–499. doi:10.1023/B:JOSH.0000046076.75950.0b
- Carello, G., & Lanzarone, E. (2014). A cardinality-constrained robust model for the assignment problem in Home Care services. *European Journal of Operational Research*. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.01.009>
- Cheang, B., Li, H., Lim, a, & Rodrigues, B. (2003). Nurse rostering problems—a bibliographic survey. *European Journal of Operational Research*, 151(3), 447–460. doi:10.1016/S0377-2217(03)00021-3
- Cheng, E., & Lynn, J. (1998). A Home Health Care Routing and Scheduling Problem. In *Oakland University, Rice University. Technical Report. USA. U.S.A.*
- Coppi, A., Detti, P., & Raffaelli, J. (2013). A planning and routing model for patient transportation in health care. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 41, 125–132. doi:10.1016/j.endm.2013.05.084

- Doerner, K., Focke, A., & Gutjahr, W. J. (2007). Multicriteria tour planning for mobile healthcare facilities in a developing country. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 1078–1096. doi:10.1016/j.ejor.2005.10.067
- Eksioglu, B., Vural, A. V., & Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, 57(4), 1472–1483. doi:10.1016/j.cie.2009.05.009
- Eveborn, P., Flisberg, P., & Rönnqvist, M. (2006). Laps Care—an operational system for staff planning of home care. *European Journal of Operational Research*, 171(3), 962–976. doi:10.1016/j.ejor.2005.01.011
- Fu, M. C. (2002). Optimization for Simulation: Theory vs. Practice. *INFORMS Journal on Computing*, 14(3), 192–215. doi:0899-1499/02/1403/0192
- Gayraud, F., Deroussi, L., Grangeon, N., & Norre, S. (2013). A New Mathematical Formulation for the Home Health Care Problem. *Procedia Technology*, 9, 1041–1047. doi:10.1016/j.protcy.2013.12.116
- Griffiths, J. D., Williams, J. E., & Wood, R. M. (2012). Scheduling physiotherapy treatment in an inpatient setting. *Operations Research for Health Care*, 1(4), 65–72. doi:10.1016/j.orhc.2012.08.001
- Guerrero, W. J., Velasco, N., & Amaya, C. A. (2012). Multi-objective Optimization for Interfacility Patient Transfer. *Production Systems and Supply Chain Management in Emerging Countries: Best Practices*. Springer Berlin Heidelberg, 81–95. doi:10.1007/978-3-642-26004-9
- Gutjahr, W. J., & Rauner, M. S. (2007). An ACO algorithm for a dynamic regional nurse-scheduling problem in Austria. *Computers & Operations Research*, 34(3), 642–666. doi:10.1016/j.cor.2005.03.018
- Kergosien, Y., Lenté, C., & Billaut, J.-C. (2009). Home health care problem: An extended multiple traveling salesman problem. In *Proceedings of the 4th Multidisciplinary International Scheduling Conference: Theory and Applications - MISTA* (pp. 85–92). Dublin, Ireland. Retrieved from <http://www.asap.cs.nott.ac.uk/external/mista/2009/papers/085-092-110-P.pdf>
- Koeleman, P. M., Bhulai, S., & van Meersbergen, M. (2012). Optimal patient and personnel scheduling policies for care-at-home service facilities. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 557–563. doi:10.1016/j.ejor.2011.10.046
- Lanzarone, E., & Matta, A. (2014). Robust nurse-to-patient assignment in home care services to minimize overtimes under continuity of care. *Operations Research for Health Care*. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.orhc.2014.01.003

- Liu, R., Xie, X., Augusto, V., & Rodriguez, C. (2013). Heuristic algorithms for a vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup and time windows in home health care. *European Journal of Operational Research*, 230(3), 475–486. doi:10.1016/j.ejor.2013.04.044
- Mankowska, D. S., Meisel, F., & Bierwirth, C. (2013). The home health care routing and scheduling problem with interdependent services. *Health Care Management Science*, 17(1), 15–30. doi:10.1007/s10729-013-9243-1
- Manotas Niño, V. P. (2010, May 20). Nurse Rostering Problems. *International Journal of Artificial Intelligence™*. Retrieved from <http://www.ceser.in/ceserp/index.php/ijai/article/view/2209>
- Nickel, S., Schröder, M., & Steeg, J. (2012). Mid-term and short-term planning support for home health care services. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 574–587. doi:10.1016/j.ejor.2011.10.042
- Pillac, V., Gendreau, M., Guéret, C., & Medaglia, A. (2013). A review of dynamic vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 225(1), 1–11. doi:10.1016/j.ejor.2012.08.015
- Rasmussen, M. S., Justesen, T., Dohn, A., & Larsen, J. (2012). The Home Care Crew Scheduling Problem: Preference-based visit clustering and temporal dependencies. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 598–610. doi:10.1016/j.ejor.2011.10.048
- Reyes-Rubiano, L., Torres-Ramos, A., & Quintero-Araújo, C. (2014). Supply Chain Management for Medical and Psychological Assistance in Post-Disaster Calamities Situation - Case Flood. In *Proceedings of the 1st International Conference on Mathematical Methods & Computational Techniques in Science & Engineering (MMCTSE 2014)* (pp. 191–198). Athens, Greece. ISSN: 2227-4588. ISBN: 978-1-61804-256-9.
- Reyes-Rubiano, L., Torres-Ramos, A., & Quintero-Araújo, C. (2015). Aplicación de la investigación de operaciones en la logística humanitaria post- desastre: Revisión bibliográfica. *Ingeniare. Revista de Ingeniería*, Submitted.
- Riverola, J., & Muñoz-Seca, B. (1997). *El diseño de procesos y la reducción del tiempo de servicio*. Folio. Retrieved from <http://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=210639>
- Shapiro, A. (1996). Simulation based optimization. In *Proceedings of the 1996 Winter Simulation Conference* (pp. 332–336). Retrieved from <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=510389>
- Steeg, J., & Schröder, M. (2007). A hybrid approach to solve the periodic home health care problem. *Operations Research Proceedings*, 297–302. doi:10.1007/978-3-540-77903-2

- Thomsen, K. (2006). Optimization on home care. In *Technical University of Denmark. Master's thesis in Informatics and Mathematical Modeling. Denmark. Denmark*. Retrieved from <http://etd.dtu.dk/thesis/191670/>
- Torres-Ramos, A., Alfonso-Lizarazo, E., Reyes-Rubiano, L., & Quintero-Araújo, C. (2014). Mathematical Model for the Home Health Care Routing and Scheduling Problem with Multiple Treatments and Time Windows. In *Proceedings of the 1st International Conference on Mathematical Methods & Computational Techniques in Science & Engineering (MMCTSE 2014)* (pp. 140–145). Athens, Greece. ISSN: 2227-4588. ISBN: 978-1-61804-256-9.
- Torres-Ramos, A., Quintero-Araújo, C., Reyes-Rubiano, L., & Alfonso-Lizarazo, E. (2015). Programación y ruteo de cuidados médicos domiciliarios . Revisión bibliográfica. *Ingeniare. Revista de Ingeniería, Submitted*.
- Trautsamwieser, A., & Hirsch, P. (2011). Optimization of daily scheduling for home health care services. *Journal of Applied Operational Research*, 3(3), 124–136. Retrieved from <http://www.tadbir.ca/jaor/archive/v3/n3/jaorv3n3p124.pdf>
- Van den Bergh, J., Beliën, J., De Bruecker, P., Demeulemeester, E., & De Boeck, L. (2013). Personnel scheduling: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 226(3), 367–385. doi:10.1016/j.ejor.2012.11.029

Anexo 1. Tiempos de viaje del personal en el modelo del HHCRSP

Los tiempos de recorrido o tiempos de viaje se realizan de nodos origen (DE) a nodos destino (A). De acuerdo a la sección 3.3, los nodos de los depósitos se representan por los hogares de los médicos (*CM1 a CM3*), los hogares de los enfermeros (*CE1 a CE8*) y los hogares de los terapeutas (*CT1 a CT8*), y los nodos de los pacientes médicos (*PM1 a PM16*).

Tabla 15 Tiempo de recorrido de los médicos entre nodos (minutos).

DE \ A	CM1	CM2	CM3	CE1	CE2	CE3	CE4	CE5	CE6	CE7	CE8	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6	CT7	CT8	PM1	PM2	PM3	PM4	PM5	PM6	PM7	PM8	PM9	PM10	PM11	PM12	PM13	PM14	PM15	PM16	
CM1	1	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	35	31	23	38	20	40	33	38	34	35	34	39	23	23	33	36	
CM2	2	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	38	32	29	22	37	35	39	23	26	40	22	38	39	22	40	26	
CM3	3	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	38	30	23	40	30	40	33	25	26	28	35	28	30	32	20	20	
CE1	4	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	29	28	32	20	21	21	31	39	33	22	33	40	36	38	27	28	
CE2	5	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	40	28	29	28	34	37	26	20	24	38	29	30	40	40	27	37	
CE3	6	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	38	22	28	31	25	21	23	27	34	33	36	34	29	33	29	35	
CE4	7	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	31	27	23	31	26	35	40	21	32	31	27	20	27	33	26	27	
CE5	8	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	26	22	38	20	26	28	24	26	31	20	30	33	37	35	32	26	
CE6	9	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	40	22	23	20	21	28	23	25	24	34	27	38	38	30	34	34	
CE7	10	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	31	40	39	37	26	28	34	40	30	31	31	37	40	36	25	24	
CE8	11	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	23	32	40	26	35	21	24	37	23	24	29	39	29	24	20	33	
CT1	12	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	33	40	38	37	38	29	29	29	34	37	24	33	25	39	25	30	
CT2	13	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	30	40	29	40	27	33	33	28	26	33	33	23	20	33	36	36	
CT3	14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	37	28	25	37	30	24	23	29	40	32	24	20	32	37	34	22	
CT4	15	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	38	22	33	32	38	38	39	28	40	31	24	29	22	27	23	31	
CT5	16	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	36	22	29	26	23	36	40	22	24	24	20	24	26	26	36	38	
CT6	17	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	23	23	25	28	36	28	21	31	33	29	27	38	34	34	20	34	
CT7	18	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	38	33	35	38	27	26	24	37	29	40	37	29	24	39	23	37	
CT8	19	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	20	21	21	40	27	29	20	20	35	25	26	22	20	32	37	20	
PM1	20	35	38	38	29	40	38	31	26	40	31	23	33	38	37	38	36	23	38	20	1000	23	32	25	30	38	35	36	27	39	38	28	31	24	37	21
PM2	21	31	32	30	28	28	22	27	22	22	40	32	40	40	28	22	22	23	33	21	23	1000	38	29	27	40	29	21	31	31	37	39	40	33	31	22
PM3	22	23	29	23	32	29	28	23	38	23	39	40	38	29	25	33	29	25	35	21	32	38	1000	29	32	38	32	37	20	32	20	26	24	24	36	36
PM4	23	38	22	40	20	28	31	31	20	20	37	26	37	40	37	32	26	28	38	40	25	29	29	1000	33	37	37	36	29	40	26	27	34	22	20	36
PM5	24	20	37	30	21	34	25	26	26	21	26	35	38	27	30	38	23	36	27	27	30	27	32	33	1000	32	38	26	28	33	28	35	33	32	38	38
PM6	25	40	35	40	21	37	21	35	28	28	21	29	33	24	38	36	28	26	29	38	40	38	37	32	1000	20	34	37	26	40	31	30	35	31	34	
PM7	26	33	39	33	31	26	23	40	24	23	34	24	29	33	23	39	40	21	24	20	35	29	32	37	38	20	1000	23	37	34	33	39	28	37	27	25
PM8	27	38	23	25	39	20	27	21	26	25	40	37	29	28	29	28	22	31	37	20	36	21	37	36	26	34	23	1000	30	35	32	33	20	30	29	21
PM9	28	34	26	26	33	24	34	32	31	24	30	23	34	26	40	24	33	29	35	27	31	20	29	28	37	37	30	1000	21	30	24	21	29	34	39	
PM10	29	35	40	28	22	38	33	31	20	34	31	24	37	33	32	31	24	29	40	25	39	31	32	40	33	26	34	35	21	1000	23	25	27	24	40	30
PM11	30	34	22	35	33	29	36	27	30	27	31	29	24	33	24	24	20	27	37	26	38	37	20	26	28	40	33	32	30	23	1000	32	35	31	23	29
PM12	31	39	38	28	40	30	34	20	33	38	37	39	33	23	20	29	24	38	29	22	28	39	26	27	35	31	39	33	24	25	32	1000	32	26	27	34
PM13	32	23	39	30	36	40	29	27	37	38	40	29	25	20	32	22	26	34	24	20	31	40	24	34	33	30	28	20	21	27	35	32	1000	27	22	39
PM14	33	23	22	32	38	40	33	33	35	30	36	24	39	33	37	27	26	34	39	32	24	33	24	22	32	35	37	30	29	24	31	26	27	1000	24	20
PM15	34	33	40	20	27	27	29	26	32	34	25	20	25	36	34	23	36	20	23	37	37	31	36	20	38	31	27	29	34	40	23	27	22	24	1000	37
PM16	35	36	26	20	28	37	35	27	26	34	24	33	30	36	22	31	38	34	37	20	21	22	36	36	38	34	25	21	39	30	29	34	39	20	37	1000

Tabla 16 Tiempo de recorrido de los enfermeros y terapeutas entre nodos (minutos).

DE \ A	CM1	CM2	CM3	CE1	CE2	CE3	CE4	CE5	CE6	CE7	CE8	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6	CT7	CT8	PM1	PM2	PM3	PM4	PM5	PM6	PM7	PM8	PM9	PM10	PM11	PM12	PM13	PM14	PM15	PM16	
CM1	1	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	35	39	55	42	60	53	52	42	58	56	39	52	55	51	54	53
CM2	2	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	35	57	40	50	48	38	36	54	49	59	39	55	44	38	36	43
CM3	3	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	56	51	35	35	39	50	46	45	55	53	54	35	51	53	35	37
CE1	4	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	42	37	40	49	36	58	39	41	53	40	42	43	51	47	35	41
CE2	5	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	36	47	51	38	47	57	41	57	52	38	56	58	52	49	49	43
CE3	6	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	45	48	47	50	59	44	55	44	35	53	60	56	53	47	50	60
CE4	7	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	41	43	38	42	39	50	51	51	44	56	40	60	35	40	55	35
CE5	8	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	53	46	46	41	56	53	52	50	48	45	56	41	35	43	44	37
CE6	9	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	59	48	35	54	56	37	41	60	60	59	59	47	35	41	56	46	
CE7	10	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	40	43	48	42	50	46	52	44	57	51	58	42	36	55	54	49	
CE8	11	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	45	37	50	38	44	38	49	59	43	40	40	37	60	40	42	39	
CT1	12	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	42	51	57	43	46	43	53	55	59	49	60	37	54	41	36	53	
CT2	13	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	55	46	46	43	45	42	52	46	36	57	56	43	50	42	53	58	
CT3	14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	48	43	45	53	37	48	48	40	57	43	58	60	49	52	58	57	
CT4	15	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	55	44	47	56	45	47	37	55	52	48	40	38	39	48	39	49	
CT5	16	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	60	52	49	54	60	52	51	39	40	60	35	40	53	50	56	38	
CT6	17	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	42	56	44	36	44	60	37	45	56	50	47	38	51	58	37	52	
CT7	18	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	52	60	41	50	47	59	38	54	37	49	50	53	49	36	39		
CT8	19	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	51	39	37	48	37	42	58	38	57	56	55	44	57	50	47	46	
PM1	20	35	35	56	42	36	45	41	53	59	40	45	42	55	48	55	60	42	52	51	1000	52	42	44	41	51	54	55	51	54	59	35	60	45	37	55
PM2	21	39	57	51	37	47	48	43	46	48	43	37	51	46	43	44	52	56	60	39	52	1000	35	42	54	58	41	58	57	44	57	42	58	55	44	59
PM3	22	55	40	35	40	51	47	38	46	35	48	50	57	46	45	47	49	44	41	37	42	35	1000	53	39	59	40	46	42	59	48	57	49	46	39	46
PM4	23	42	50	35	49	38	50	42	41	54	42	38	43	43	53	56	54	36	50	48	44	42	53	1000	47	48	35	42	50	39	58	57	49	36	46	56
PM5	24	60	48	39	36	47	59	39	56	56	50	44	46	45	37	45	60	44	47	37	41	54	39	47	1000	47	49	39	60	40	48	40	59	55	36	37
PM6	25	53	38	50	58	57	44	50	53	37	46	38	43	42	48	47	52	60	59	42	51	58	59	48	47	1000	51	53	41	43	57	35	46	54	53	57
PM7	26	52	36	46	39	41	55	51	52	41	52	49	53	52	48	37	51	37	59	58	54	41	40	35	49	51	1000	35	52	58	48	44	44	58	54	42
PM8	27	42	54	45	41	57	44	51	50	60	44	59	55	46	40	55	39	45	38	38	55	58	46	42	39	53	35	1000	47	35	50	53	47	44	49	55
PM9	28	58	49	55	53	52	35	44	48	60	57	43	59	36	57	52	40	56	54	57	51	57	42	50	60	41	52	47	1000	42	43	53	48	53	43	37
PM10	29	56	59	53	40	38	53	56	45	59	51	40	49	57	43	48	60	50	37	56	54	44	59	39	40	43	58	35	42	1000	51	47	57	53	59	55
PM11	30	39	39	54	42	56	60	40	56	59	58	40	60	56	58	40	35	47	49	55	59	57	48	58	48	57	48	50	43	51	1000	38	52	39	49	59
PM12	31	52	55	35	43	58	56	60	41	47	42	37	37	43	60	38	40	38	50	44	35	42	57	57	40	35	44	53	47	38	1000	35	44	48	58	
PM13	32	55	44	51	51	52	53	35	35	35	36	60	54	50	49	39	53	51	53	57	60	58	49	49	59	46	44	47	48	57	52	35	1000	47	55	55
PM14	33	51	38	53	47	49	47	40	43	41	55	40	41	42	52	48	50	58	49	50	45	55	46	36	55	54	58	44	53	39	44	47	1000	49	41	
PM15	34	54	36	35	35	49	50	55	44	56	54	42	36	53	58	39	56	37	36	47	37	44	39	46	36	53	54	49	43	59	49	48	55	49	1000	56
PM16	35	53	43	37	41	43	60	35	37	46	49	39	53	58	57	49	38	52	39	46	55	59	46	56	37	57	42	55	37	55	59	58	55	41	56	1000

Anexo 2. Resultados del modelo del HHCRSP

Los resultados del modelo del HHCRSP determinan un total de 17 rutas en 11 días de operación como se muestra en las Tablas 17 a 27. (Torres-Ramos et al., 2014).

Tabla 17 Rutas para el día 1 modelo de optimización

Día 1					
Enfermero 6		Enfermero 8		Terapeuta 5	
De	A	De	A	De	A
CE6	6	CE8	11	CE5	4
6	5	11	15	4	13
5	8	15	3	13	12
8	13	3	2	12	CE5
13	CE6	2	CE8		

Tabla 18 Rutas para el día 3 modelo de optimización

Día 3	
Terapeuta 3	
De	A
CT3	5
5	CT3

Tabla 19 Rutas para el día 4 modelo de optimización

Día 4							
Médico 3		Enfermero 2		Terapeuta 4		Terapeuta 6	
De	A	De	A	De	A	De	A
CM3	10	CE2	10	CT4	8	CT6	16
10	6	10	6	8	9	16	14
6	15	6	9	9	13	14	15
15	13	9	15	13	12	15	CT6
13	12	15	1	12	CT4		
12	CM3	1	CE2				

Tabla 20 Rutas para el día 5 modelo de optimización

Día 5			
Médico 1		Enfermero 8	
De	A	De	A
CM1	11	CE8	11
11	8	11	5
8	16	5	8
16	7	8	7
7	CM1	7	13
		13	12
		12	CE8

Tabla 21 Rutas para el día 6 modelo de optimización

Día 6	
Enfermero 2	
De	A
CE2	10
10	9
9	16
16	14
14	4
4	CE2

Tabla 22 Rutas para el día 7 modelo de optimización

Día 7							
Médico 1		Terapeuta 1		Terapeuta 5		Terapeuta 7	
De	A	De	A	De	A	De	A
CM1	5	CT1	7	CT5	11	CT7	10
5	3	7	CT1	11	14	10	6
3	13			14	13	6	5
13	CM1			13	12	5	8
				12	CT5	8	9
						9	CT7

Tabla 23 Rutas para el día 8 modelo de optimización

Día 8			
Médico 1		Enfermero 2	
De	A	De	A
CM1	10	CE2	7
10	9	7	3
9	CM1	3	2
		2	1
		1	CE2

Tabla 24 Rutas para el día 9 modelo de optimización

Día 9	
Médico 3	
De	A
CM3	11
11	6
6	15
15	CM3

Tabla 25 Rutas para el día 10 modelo de optimización

Día 10					
Enfermero 2		Terapeuta 6		Terapeuta 7	
De	A	De	A	De	A
CE2	10	CT6	8	CT7	10
10	6	8	7	10	6
6	9	7	CT6	6	9
9	15			9	15
15	1			15	CT7
1	CE2				

Tabla 26 Rutas para el día 11 modelo de optimización

Día 11			
Enfermero 8		Terapeuta 6	
De	A	De	A
CE8	3	CT6	11
3	2	11	5
2	CE8	5	16
		16	14
		14	4
		4	CT6

Tabla 27 Rutas para el día 12 modelo de optimización

Día 12							
Médico 1		Médico 2		Enfermero 2		Enfermero 8	
De	A	De	A	De	A	De	A
CM1	5	CM2	4	CE2	16	CE8	11
5	8	4	12	16	14	11	5
8	16	12	CM2	14	4	5	8
16	14			4	CE2	8	7
14	15					7	13
15	13					13	12
13	CM1					12	CE8

Anexo 3. Resultados del modelo del HHCRSP considerando la incertidumbre

Los resultados del modelo del HHCRSP bajo optimización vía simulación determinan un total de 30 rutas en 11 días de operación como se muestra en las Tablas 28 a 38.

Tabla 28 Rutas para el día 1 modelo de optimización vía simulación

Día 1													
Médico 1		Médico 2		Enfermero 4		Enfermero 5		Enfermero 8		Terapeuta 2		Terapeuta 8	
De	A	De	A	De	A	De	A	De	A	De	A	De	A
CM1	4	CM2	7	CE4	7	CE5	15	CE8	10	CT2	11	CT8	7
4	14	7	8	7	5	15	14	10	6	11	6	7	8
14	9	8	CM2	5	CE4	14	CE5	6	4	6	4	8	9
9	CM1							4	9	4	14	9	CT8
								9	2	14	CT2		
								2	CE8				

Tabla 29 Rutas para el día 2 modelo de optimización vía simulación

Día 2	
Médico 2	
De	A
CM2	10
10	6
6	15
15	3
3	13
13	CM2

Tabla 30 Rutas para el día 3 modelo de optimización vía simulación

Día 3	
Enfermero 6	
De	A
CE6	11
11	16
16	3
3	9
9	CE6

Tabla 31 Rutas para el día 4 modelo de optimización vía simulación

Día 4	
Terapeuta 2	
De	A
CT2	14
14	CT2

Tabla 32 Rutas para el día 5 modelo de optimización vía simulación

Día 5					
Enfermero 1		Enfermero 5		Terapeuta 2	
De	A	De	A	De	A
CE1	8	CE5	14	CT2	10
8	4	14	CE5	10	9
4	CE1			9	13
				13	CT2

Tabla 33 Rutas para el día 6 modelo de optimización vía simulación

Día 6					
Médico 3		Enfermero 2		Terapeuta 2	
De	A	De	A	De	A
CM3	10	CE2	1	CT2	11
10	11	1	11	11	5
11	5	11	5	5	16
5	8	5	3	16	15
8	4	3	13	15	4
4	12	13	12	4	12
12	CM3	12	CE2	12	CT2

Tabla 34 Rutas para el día 7 modelo de optimización vía simulación

Día 7			
Médico 1		Médico 2	
De	A	De	A
CM1	16	CM2	7
16	14	7	15
14	9	15	3
9	CM1	3	13
		13	CM2

Tabla 35 Rutas para el día 8 modelo de optimización vía simulación

Día 8			
Enfermero 4		Enfermero 8	
De	A	De	A
CE4	7	CE8	10
7	15	10	6
15	3	6	2
3	CE4	2	CE8

Tabla 36 Rutas para el día 9 modelo de optimización vía simulación

Día 9							
Enfermero 5		Terapeuta 2		Terapeuta 6		Terapeuta 7	
De	A	De	A	De	A	De	A
CE5	11	CT2	10	CT6	5	CT7	7
11	16	10	16	5	14	7	6
16	8	16	15	14	9	6	CT7
8	13	15	8	9	CT6		
13	CE5	8	13				
		13	CT2				

Tabla 37 Rutas para el día 10 modelo de optimización vía simulación

Día 10			
Enfermero 2		Enfermero 8	
De	A	De	A
CE2	4	CE8	10
4	3	10	6
3	CE2	6	14
		14	9
		9	CE8

Tabla 38 Rutas para el día 12 modelo de optimización vía simulación

Día 12							
Médico 2		Médico 3		Enfermero 2		Terapeuta 2	
De	A	De	A	De	A	De	A
CM1	10	CM3	6	CE2	1	CT2	10
10	11	6	3	1	11	10	11
11	5	3	14	11	5	11	5
5	16	14	CM3	5	8	5	8
16	4			8	12	8	4
4	12			12	CE2	4	12
12	CM1					12	CT2