

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento, para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le dé crédito al trabajo de grado y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

LA RELACION CAUSAL ENTRE LA VOLATILIDAD IMPLICITA Y REALIZADA DEL PESO-DOLAR

David Fernando Prieto Salinas*

*Estudiante de Economía y Finanzas de La Universidad de La Sabana. Chía, Colombia.

Resumen

En el presente documento se evalúa la relación causal entre la volatilidad implícita en el precio de una opción Call At The Money (ATM) con vencimiento a un mes y la volatilidad realizada para el mercado de divisas USDCOP. La no existencia de estudios previos en Colombia sobre este tema, hace que este documento abra la puerta a estudios posteriores que evalúen la relación causal entre la volatilidad implícita y realizada desde distintos enfoques y metodologías. Se encontró evidencia que la volatilidad implícita de las opciones Call ATM con vencimiento a un mes contiene información explicativa de los valores futuros de la volatilidad realizada después de 2006 para el mercado USDCOP. Se considera un intervalo de tiempo de 155 meses entre Diciembre/1999 y Noviembre/2012.

Abstract

In this paper, we assess the causal relationship between the implied volatility in the price of a call option At The Money (ATM) with a maturity of one month and the realized volatility for the currency market USDCOP. The absence of previous studies in Colombia on this issue makes this paper the first step to further studies to evaluate the causal relationship between implied and realized volatility from different approaches

and methodologies. Evidence shows that the implied volatility of ATM call options with one month maturity has relevant information of the future values of realized volatility after 2006 for USDCOP market. I consider a time interval of 155 months between December/1999 and November/2012.

1. Introducción

El uso de los derivados financieros en el mercado colombiano ha tenido un desarrollo importante en la última década. Los inversionistas, los especuladores, los importadores y exportadores y, en general todas las personas que usan instrumentos financieros han comenzado a utilizarlos como instrumentos de inversión, especulación o cobertura. Un derivado financiero es un instrumento cuyo valor depende directamente de otro, es decir, su existencia está ligada a un activo subyacente. Las opciones son un tipo de derivado financiero utilizado alrededor del mundo como alternativa de cobertura o alternativa de inversión ante las crecientes inestabilidades del sistema financiero, caracterizadas por pánico y altas volatilidades.

Una opción es un contrato en el que el comprador adquiere el derecho, más no la obligación, para comprar o vender una cantidad determinada de activo subyacente a un precio determinado en una fecha determinada. En el caso del comprador de una opción, este tiene el derecho, no la obligación, a comprar o vender el activo subyacente en el futuro; por el contrario el vendedor si está obligado a comprar o vender el activo en caso que el comprador ejerza su derecho. Al precio de una opción se le denomina prima.

Existen distintos tipos de opciones pero de manera ilustrativa en este documento solo se mencionará dos tipos: a). por el derecho que otorgan y, b). momento de ejercicio.

a). Las opciones de acuerdo al derecho que otorgan pueden clasificarse en *opciones call* y *opciones put*. Las *opciones call* son aquellas que otorgan al comprador el derecho a comprar un determinado activo en el futuro; mientras que el vendedor se ve obligado a vender el activo en caso que el comprador ejerza su derecho.

Por otro lado, las *opciones put* otorgan al comprador el derecho, más no la obligación, de vender en determinada fecha futura una cantidad del activo subyacente a un precio establecido el día de la compra de la opción. En cuanto el vendedor de la opción se verá obligado, en caso que el tenedor de la put ejerza su derecho, a comprar la cantidad de activo subyacente acordada en el contrato.

b). De acuerdo al momento de ejercicio de las opciones se pueden denominar: *americanas* y *européas*.

Las *opciones americanas* son aquellas que el tenedor de la opción puede ejercer su derecho a comprar o vender el activo subyacente en cualquier momento del tiempo antes del vencimiento del contrato. Por otro lado, las *opciones europeas* a diferencia de las americanas, solo pueden ser ejercidas en el momento de su vencimiento.

El mercado de las opciones en Colombia no se usa de la manera en la que se esperaba pero poco a poco ha ido ganando participantes. Uno de los mercados donde los inversionistas y los empresarios en general buscan tener certidumbre sobre sus ingresos futuros es el mercado de divisas, en este caso el peso-dólar.

La valoración de las opciones se puede realizar a partir de distintas metodologías, tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto. En el modelo de Black-Scholes(1973) se valoran las opciones a partir de un modelo en tiempo discreto, en el

cual se obtiene la prima o valor de una opción en función del precio de hoy, el precio de ejercicio, el tiempo, la volatilidad histórica del activo, la tasa de interés, el precio a vencimiento y los dividendos (si se tratase de un activo que genera dividendos, acciones o bonos, o simplemente en este ítem se contienen los costos de almacenamiento o transporte en los que se puedan incurrir si se tratase de alguna mercancía). Una limitación de este modelo es que considera la varianza como una medida constante en el tiempo, lo que no es cierto debido a que los activos poseen varianza cambiante a través del tiempo.

En el presente documento se evalúa la relación causal entre la volatilidad implícita en el precio de una opción Call At The Money (ATM) con vencimiento a un mes y la volatilidad realizada para el mercado de divisas USDCOP a partir de la metodología utilizada por Christensen y Prabhala (1998) donde evalúan la relación entre las variables: volatilidad realizada, denotada como H_t , y volatilidad implícita, denominada I_t , y sus respectivos logaritmos, h_t para el logaritmo de la volatilidad histórica y i_t , para el logaritmo de la volatilidad implícita; obteniendo los resultados con una distribución log normal en cuanto a unidades de volatilidad y, con una distribución normal en sus retornos mensuales periódicos. Este estudio verifica la relación causal entre la volatilidad implícita y la volatilidad realizada en el futuro, es decir, cómo la volatilidad implícita me predice los valores futuros de la volatilidad realizada. Posterior a este estudio, Christensen y Hansen (2002), analizan con la misma metodología opciones Call y Put, tanto ITM como OTM con vencimiento a un mes, donde también concluyen la existencia de la relación causal objeto de este estudio.

En el documento de Lee (2004), el autor analiza cómo la volatilidad implícita de un activo es la mejor medida para determinar el precio de una opción y, cómo a través de esta se pueden generar oportunidades de inversión a partir de las disparidades entre la volatilidad del mercado del activo y la volatilidad implícita de las opciones del mismo activo. El autor en el documento aborda las distintas medidas de volatilidad que existen en la valoración de las opciones a partir del modelo base de Black-Scholes (1973), abordando de esta manera el momento en el que es propicio realizar la inversión. También subraya las condiciones del mercado en condiciones de no arbitraje y cuándo éste último es posible. La principal limitación de este documento es que no aborda la estimación del modelo de Black- Scholes (1973) y Merton (1993) cuando se trata de divisas sino que considera el modelo base.

Dicho ajuste para el modelo de la valoración de opciones de divisas lo encontramos en el libro de Hull (2009). La gran diferencia entre la valoración de la prima de una opción de un commodity y la prima de una opción de una divisa está basada en la inclusión de las tasas de interés nacional y foránea. Además, Hull en su libro presenta una explicación detallada de cómo se realiza la estimación y cuándo se presentan oportunidades de arbitraje, es decir, cuándo se pueden generar utilidades utilizando opciones ante imperfecciones en el mercado.

En el documento de Florescu (2005), presenta medidas de valoración de volatilidad a partir de un modelo EWMA, es decir, con una varianza condicional que minimiza el error cuadrático medio, lo que permite tener una varianza que cambia a través del tiempo, permitiendo así valorar de mejor manera el modelo del que es objeto este estudio.

Este documento está organizado de la siguiente manera: la primera sección presenta la introducción, la segunda parte describe la selección y especificación de las variables, además otorga estadísticas descriptivas para las variables consideradas. La tercera sección presenta la metodología utilizada y los resultados empíricos; y finalmente, la cuarta sección presenta las conclusiones.

2. Datos y Muestreo

El análisis empírico se centra en las volatilidades implícitas y realizadas del mercado peso-dólar, para el periodo comprendido entre Diciembre/1999 a Noviembre/2012, se escoge este periodo porque a partir de Noviembre de 1999 aparece el índice de volatilidad implícita (WVOL)¹ para el mercado del peso-dólar.² La muestra se recoge en un intervalo de tiempo mensual con un total de 155 observaciones. Se obtienen las series de tiempo del USDCOP y del índice de volatilidad implícita peso-dólar (USDCOPV1M)³.

2.1 Muestreo

Para las dos variables que anteriormente están denotadas como H_t y I_t , volatilidad histórica y volatilidad realizada, se tomó como referencia el dato del último día de negociación del mes.

¹ Ticker de Bloomberg para Volatilidades Implícitas de las principales divisas a nivel mundial.

² No utilizamos la misma metodología usada por Christensen y Prabhala (1998) para la estimación de la volatilidad implícita a partir de un modelo de valoración de Black-Scholes (1973) debido a que en Colombia el número de transacciones de Opciones es reducido y, además es un mercado Over-The Counter (OTC), es decir, no se tiene un monitoreo de mercado del total de transacciones.

³ Ticker de Bloomberg para las opciones ATM con vencimiento a un mes del peso-dólar.

2.2 Definición de las Variables

H_t : corresponde a la volatilidad histórica del mercado peso-dólar. Para su estimación se realiza un modelo GARCH mediante el cual se estiman los cambios en la volatilidad del activo mes a mes. Tendremos entonces un modelo GARCH de la siguiente forma:

$$\sigma_{ht}^2 = k + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (1)$$

Donde,

$$\epsilon_t = \varepsilon \sigma \quad (2)$$

Donde, σ_{ht}^2 es la volatilidad del activo en el tiempo t ; k es la media o el valor inicial a partir del cual se comienzan a estimar los cambios en la volatilidad. El término $\alpha_i \epsilon$ es el factor ARCH de la ecuación, y nos indica la innovación sobre la volatilidad que se produjo en el periodo anterior [viene de $\alpha_i \epsilon_{t-i}^2$ según (1) y (2)]. La última parte de la ecuación $\beta_j \sigma_t^2$ es la predicción de la varianza en el último periodo histórico conocido, a ésta parte también se le llama el factor GARCH de la ecuación (Anexo 1)⁴.

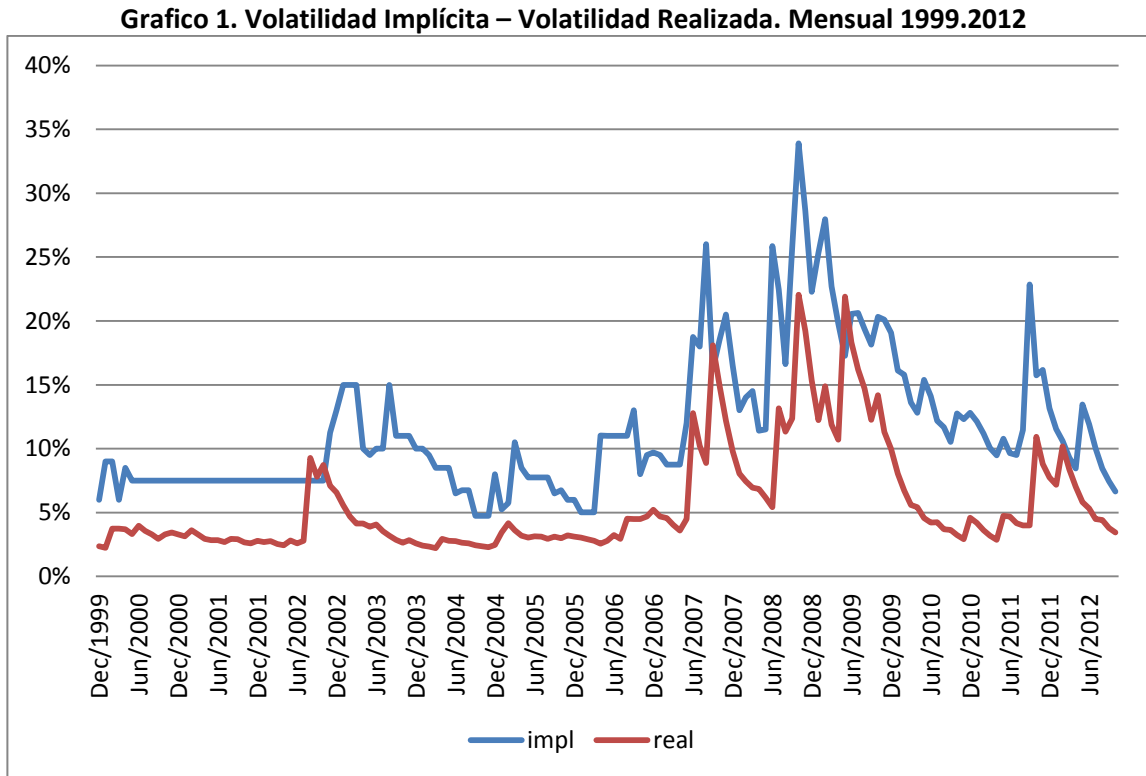
I_t : Esta variable hace referencia a la volatilidad implícita del peso-dólar. Como se mencionó anteriormente se evaluó esta variable a partir del índice WVOL. Sin embargo, para la estimación de esta medida se utilizó el método de valoración de opciones de Black-Scholes (1973), calculando matemáticamente el valor de la volatilidad a partir del precio de la opción. Tenemos entonces:

$$C_t = S_t e^{-rf\tau_t} N(d_t) - K_t e^{-r\tau_t} N(d_t - \sigma_{it} \sqrt{\tau_t}) \quad (3)$$

⁴ Los cálculos realizados en el modelo GARCH fueron a partir de los retornos absolutos mensuales del USDCOP.

Donde,

$$d_t = \frac{\left[\ln\left(\frac{S_t}{K_t}\right) + (r_t - r_f + \sigma_{it}^2)\tau_t \right]}{\sigma_{it}\sqrt{\tau_t}} \quad (4)$$



Fuente: Bloomberg. Cálculos propios del autor.

Tenemos que τ_t es el tiempo de vencimiento de la opción, en este caso para todas las estimaciones se utiliza un mes; r_t es la diferencia de tasas de interés entre Colombia y Estados Unidos en t momento del tiempo; $N(\bullet)$ es la función de distribución normal estándar; S_t es el precio hoy del activo en el mercado; K_t es el precio de ejercicio o el precio acordado a vencimiento de la opción.

h_t : es el logaritmo natural de la volatilidad histórica. Se estima para obtener una muestra con menos varianza, mejor simetría y curtosis cercana a 3.

i_t : es el logaritmo natural de la volatilidad implícita. Al igual que para el logaritmo de la volatilidad histórica, lo estimamos para tener menos varianza y medidas de simetría y curtosis más ajustadas a una distribución normal.

2.3 Estadísticas Descriptivas

La **Tabla 1** muestra las estadísticas descriptivas sobre las series originales de volatilidad histórica y volatilidad implícita y sus respectivos logaritmos. El periodo de muestra se divide en dos⁵: el primero (A) es el periodo comprendido entre Diciembre/1999 y Diciembre/2005, es decir, una muestra de 73 observaciones; el segundo periodo (B), es el periodo entre Enero/2006 y Noviembre/2012, con un total de 82 observaciones. Y, también se consideraran las estadísticas para la muestra total.

Tabla 1.

Estadísticas Descriptivas

Medida	Volatilidad Implícita	Volatilidad Realizada	Log Volatilidad Implícita	Log Volatilidad Realizada
Periodo Total: Diciembre/1999 - Noviembre/2012				
Media	0,12	0,06	-2,25	-3,06
100*Varianza	0,31	0,18	18,21	34,54
Simetría	1,43	1,83	0,50	0,92
Curtosis	4,84	5,92	2,66	2,74
Sub Periodo (A): Diciembre/1999 - Diciembre/2005				
Media	0,08	0,03	-2,52	-3,43

⁵ Esto debido a que hasta el año 2006 el mercado de derivados en Colombia era poco utilizado y los valores tanto de la volatilidad histórica del activo subyacente como de la volatilidad implícita seguían una tendencia lateral. Luego del año 2006, los inversionistas encontraron en éste una excelente opción de cobertura ante altos niveles de volatilidad de la tasa de cambio.

100*Varianza	0,05	0,02	6,11	9,15
Simetría	1,47	2,67	0,60	1,76
Curtosis	5,36	10,18	3,92	6,18
Sub Periodo (B): Enero/2006 - Noviembre/2012				
Media	0,15	0,08	-2,01	-2,73
100*Varianza	0,35	0,24	16,44	34,55
Simetría	0,89	1,13	-0,09	0,35
Curtosis	3,43	3,48	2,87	1,94

Las estadísticas para el periodo total consisten en 155 observaciones mensuales de la volatilidad implícita y realizada.

Fuente: Cálculos propios del autor.

Para la muestra total ambas series en nivel presentan una asimetría positiva alta superior a la unidad, así mismo, las series en logaritmo siguen siendo asimétricas positivas pero con valores entre 0,5 y la unidad. La volatilidad implícita en nivel es leptocurtica, con alta concentración de los datos en la media con bastantes valores extremos; así mismo, la volatilidad histórica es leptocurtica con una concentración de datos bastante alta entorno a la media, presentando valores extremos bastantes distantes de la misma. Cuando se transforman las series a sus respectivos logaritmos, ambas series adquieren características mesocurticas, se comportan más como la distribución normal aunque ahora presentan una menor concentración de datos en la media.

En (A), ambas series en nivel son leptocurticas con alta concentración de datos en la media, aunque son más asimétricas en comparación a la muestra total. Cuando se transforman las series a sus respectivos logaritmos, las series se muestran más leptocurticas con más concentración en la media en comparación con las series en nivel. En síntesis, las series son más asimétricas positivamente, es decir, están sesgadas a la derecha.

Cuando consideramos (B), las series en nivel son más simétricas en comparación a la muestra total y el subperiodo (A); también, estas series se acercan más a la normal con respecto a la muestra total y (A). Las series transformadas en logaritmos son, prácticamente, simétricas. El logaritmo de la volatilidad implícita se comporta como una normal con algunos valores extremos, mientras que el logaritmo de la volatilidad realizada es platicurtica.

Para las series en nivel, la media de (B) es superior a la de la muestra total y, ésta a su vez es mayor para (A), lo cual indica que durante el periodo 2006-2012, la volatilidad del activo subyacente y las opciones aumentó debido a la mayor transacción de las mismas y por la incertidumbre presente en los mercados financieros desde el 2008. Así mismo, se evidencia que la volatilidad de ambas series en (B) es mayor en comparación al periodo total y (A), evidenciado por las razones mencionadas anteriormente.

Ahora bien, para evaluar las propiedades de las series de tiempo, se ajusta la metodología ARIMA (p,d,q), de la siguiente forma:

$$\Phi(B)(\Delta^d x_t - \mu) = \Theta(B)\varepsilon_t \quad (5)$$

En la ecuación (5), x_t representa una de las dos series de tiempo, h_t e i_t , tal como aparece en Christensen and Prabhala (1998). Así mismo, μ es la media, ε_t es ruido blanco y, Φ y Θ son los polinomios de orden p y q respectivamente en B , el operador de rezago está definido como $Bx_t = x_{t-1}$, y finalmente, $\Delta = 1 - B$ es la primera diferencia en el operador de rezago.

La **Tabla 2** muestra los resultados para h_t e i_t . Para los modelos AR(1), AR(2) y ARMA(1,1) se calculó el estadístico portmanteau de Box-Pierce (1970), que indica que

el modelo **AR(1)** y **AR(2)** para h_t e i_t , respectivamente, son los más adecuados para describir el comportamiento de cada una de las series. Debido a que la auto-correlación de primer orden es cercana a 1, también se ajusta un modelo **ARIMA(1,1,1)** para ambas series. El coeficiente de medias móviles (θ) es mayor para ambas series y el estadístico Box-Pierce indica que es mejor para el modelo integrado que para el no-integrado.

3. Metodología: La relación entre la volatilidad implícita y realizada

En esta sección se analiza la información contenida en la volatilidad implícita mediante distintas metodologías. Se evalúa la relación que existe entre los datos pasados de la volatilidad implícita y los valores futuros de la volatilidad realizada o histórica. Se muestra que se obtienen conclusiones similares independientemente del método utilizado.

Tabla 2.
ARIMA (p,d,q) para Volatilidad Implícita y Realizada.

MODELO	μ	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	Box-Pierce Estadístico Q	Grados de Libertad
Panel A: Volatilidad Implícita (i_t)						
AR(1)	-2,24 a (-16,62)	0,87 a (-22,94)			11,21	6
ARMA(1,1)	-2,24 a (-13,90)	0,91 a (25,10)		-0,17 (1,85)	11,98	6
AR(2)	-2,26 a (-14,15)	0,79 a (9,83)	0,11 (1,31)		11,70	6
ARIMA(1,1,1)	0,00 (0,10)	0,64 a (4,30)		-0,84 a (-8,01)	9,65	6
Panel B: Volatilidad Realizada (h_t)						
AR(1)	-3,03 a (-13,83)	0,91 a (28,23)			16,68	10
ARMA(1,1)	-3,03 a (-13,03)	0,92 a (27,74)		-0,06 (-0,70)	15,62	10
AR(2)	-3,02 a (-13,30)	0,87 a (10,64)	0,05 (0,57)		15,82	10
ARIMA(1,1,1)	0,00 (0,70)	0,89 a (21,70)		-0,99 a (-85,87)	16,10	10

a p-value < 0,01

b p-value ∈ [0,01:0,05]

Numeros en parentesis indican los valores asintoticos del estadistico t.

Fuente: Cálculos realizados por el autor.

3.1 Análisis de Regresión Lineal mediante MCO y MC2E

Para determinar si la volatilidad implícita posee información predictiva de los valores futuros de la volatilidad realizada, analizamos el poder explicativo de la variable i_t en h_t , mediante una regresión lineal con Mínimos Cuadrados Ordinarios. De acuerdo a Christensen y Prabhala (1998)⁶, tenemos que la información contenida en la volatilidad implícita se evalúa mediante una regresión de la siguiente forma:

$$h_t = \alpha + \beta_1 i_t + e_t \quad (6)$$

Donde h_t indica la volatilidad histórica o realizada para el periodo t y, i_t denota la volatilidad implícita para el inicio del periodo t; h_{t-1} es la volatilidad realiza en el periodo **t-1** y, e_t es el residual. Ambas variables se definen de acuerdo a la sección **2.2**.

$$h_t = \alpha + \beta_1 i_t + \beta_2 h_{t-1} + e_t \quad (7)$$

En la ecuación (7), se incluyó h_{t-1} que es la volatilidad realizada en el periodo **t-1**, de esta manera se determina si el valor de la volatilidad histórica del periodo inmediatamente anterior otorga explicación adicional a la relación objeto de estudio.

El objetivo principal de la regresión es evaluar si la volatilidad implícita tiene alguna significancia estadística cuando explica la volatilidad histórica y, además, si la volatilidad histórica del periodo inmediatamente anterior agrega información predictiva del valor futuro de ésta. De acuerdo a CP, si la volatilidad implícita es un predictor

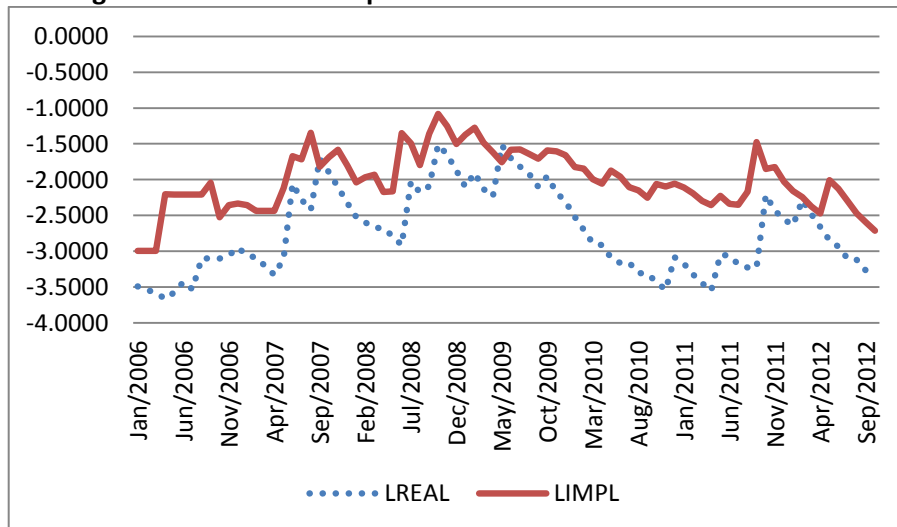
⁶ De ahora en adelante CP.

eficiente e insesgado de la volatilidad histórica debe cumplir con las siguientes características: a) $\alpha = 0$; b) $\beta_2 = 0$; c) $\beta_1 = 1$ y d) los residuales deben ser ruido blanco y no deben estar correlacionados.

Sin embargo, debido al gran *spread* que existe entre los valores de la volatilidad histórica y la volatilidad implícita, el primer supuesto establecido por CP no es relevante en nuestro estudio, debido a que la regresión arrojará valores distintos de cero, por lo tanto tendremos que $\alpha \neq 0$. Debido a que el supuesto a) no se cumple, los supuestos b) y c) dejan de ser válidos, y por lo tanto, tendremos que para nuestro estudio la volatilidad implícita no es un predictor eficiente e insesgado de los valores futuros de la volatilidad histórica de acuerdo a los lineamientos de CP.

Entonces para evaluar la hipótesis analizamos la muestra total y las dos submuestras obtenidas en la sección 2.3.

Grafico 2. Logaritmo Volatilidad Implícita – Volatilidad Realizada. Mensual 2006.2012



Fuente: Bloomberg. Cálculos propios del autor.

Entonces, para este estudio, específicamente para la ecuación (6) se evalúan las siguientes tres hipótesis: a) $\alpha \neq 0$; b) $\beta_1 > 0$ y, c) los residuales deben ser ruido blanco y no estar correlacionados.

Los resultados para la muestra total de las ecuaciones (6) y (7) están contenidos en la primera parte de la **Tabla 3**. Para la ecuación (6), el estimador β_1 es 1.08 y es estadísticamente significativo para la hipótesis b); también, se cumple a) en donde se establece que el intercepto será distinto de cero de acuerdo al *spread* entre ambas variables. Sin embargo, cuando se realiza la regresión múltiple de la ecuación (7), el coeficiente de regresión β_1 desciende desde 1.08 hasta 0.25 permaneciendo significativo, es decir, que al incluir la variable dependiente rezagada un periodo se soluciona parcialmente la no-correlación en los residuales pero se afecta el poder explicativo de la volatilidad implícita.

Para el subperiodo (A), se encontró que la volatilidad implícita explica muy poco los valores futuros de la volatilidad histórica, con un R^2 de 0.10 y una autocorrelación positiva en los residuales. Este último problema está presente en la ecuación (6) de todas las muestras utilizadas. Sin embargo, este problema se soluciona realizando la estimación mediante la ecuación (7).

En el sub-periodo (B), se evidencia el mismo problema reportado para la muestra total donde el coeficiente de regresión en la ecuación (6) pasa de 1.11 a 0.42 en la ecuación (7), permaneciendo significativo. Entonces podemos afirmar que al incluir la variable h_{t-1} , el coeficiente de i_t pierde significancia explicativa para los valores futuros de la volatilidad realizada del USDCOP.

Tabla 3.*Estimación MCO: Información contenida en Volatilidad Implícita**Variable Dependiente: Log Volatilidad Realizada ht*

<i>Variables Independientes</i>				R^2	<i>DW</i>
Periodo Total: Diciembre/1999 - Noviembre/2012					
<i>Intercepto</i>	<i>it</i>	<i>ht-1</i>			
-0,63 ^a (-3,99)	1,08 ^a (15,64)			0,62	0,83
-0,26 ^a (-2,61)		0,91 ^a (28,23)		0,84	2,09
-0,13 (-1,22)	0,25 ^a (3,76)	0,77 ^a (15,79)		0,85	2,04
Sub Periodo (A): Diciembre/1999 - Diciembre/2005					
<i>Intercepto</i>	<i>it</i>	<i>ht-1</i>			
-2,47 ^a (-7,04)	0,38 ^a (2,76)			0,10	0,50
-0,66 ^a (-2,76)		0,81 ^a (11,69)		0,66	1,91
-0,77 ^a (-2,87)	-0,09 (-0,92)	0,84 ^a (10,89)		0,67	1,98
Sub Periodo (B): Enero/2006 - Noviembre/2012					
<i>Intercepto</i>	<i>it</i>	<i>ht-1</i>			
-0,51 ^b (-2,39)	1,11 ^a (10,58)			0,58	1,00
-0,32 ^b (-2,20)		0,88 ^a (16,77)		0,78	2,09
-0,03 (-0,17)	0,42 ^a (4,13)	0,69 ^a (10,22)		0,82	2,23

Fuente: Cálculos propios del autor.

Sin embargo, esto sucede debido a que el coeficiente de la volatilidad implícita esta sesgado hacia cero por error de medición de la variable como reporta CP. Este problema

produce un sesgo tanto en β_1 como en β_2 , derivado de la potencial correlación entre la medición de la volatilidad implícita y los residuales. Este problema puede ser utilizado mediante el uso del método de Variable Instrumental (IV).⁷

Así pues debemos considerar que variables pueden ser consideradas como instrumentos para i_t , los valores rezagados de las series parecen ser los mejores candidatos como reportan CP en su documento. De acuerdo a esto tenemos las siguientes expresiones:

$$i_t = \beta_0 + \beta_i i_{t-1} + e_t \quad (8)$$

$$i_t = \beta_0 + \beta_i i_{t-1} + \beta_h h_{t-1} + e_t \quad (9)$$

La ecuación (9) permite que la volatilidad histórica otorgue información para el precio de las opciones y, por lo tanto, para la volatilidad implícita. Las estimaciones para las ecuaciones (8) y (9) aparecen en la primera parte de las **Tablas 4** y **5**, respectivamente.

Para las ecuaciones anteriores, las variables rezagadas un periodo son instrumentos estadísticamente significativos; para el par de ecuaciones se obtiene un R^2 superior al 70% lo que quiere decir que la volatilidad implícita puede ser pronosticada con gran precisión como lo indica CP. De esta manera, encontramos que instrumentando la volatilidad implícita, ésta contiene mayor poder explicativo de la volatilidad histórica del activo subyacente.

⁷ GREENE, William. *Econometric Analysis*. Capitulo 8. Editorial Pearson. Septima Edicion. 2011.

Adicionalmente, así se soluciona el problema de medición de la volatilidad implícita citado por CP.^{8 9} Luego, se puede afirmar que el modelo más acertado para establecer la relación lineal entre nuestras variables es aquel donde se instrumenta la volatilidad implícita con los valores rezagados de la misma un periodo.

En la ecuación (9) se escoge como instrumento para i_t , la volatilidad implícita rezagada un periodo y la volatilidad histórica del activo subyacente rezagada un periodo, esto hace que se incluya información ventajosa en cuanto a la decisión de elegir entre las ecuaciones (8) y (9), ya que aumenta el poder explicativo de la variable instrumentada en la regresión por MC2E.

De acuerdo a las tres hipótesis planteadas en este estudio, obtenemos que el intercepto es distinto de cero debido al *spread* presente entre la volatilidad histórica e implícita. Así mismo, el valor del coeficiente β_1 , tanto como en la ecuación (6) como en la regresión multivariada, la ecuación (7), es mayor a cero, lo cual indica que la volatilidad implícita posee poder explicativo sobre los valores futuros de la volatilidad histórica; sin embargo, si consideramos una regresión con i_t como único regresor, encontraremos que se cumplen las hipótesis a) y b), pero encontramos una alta autocorrelación de los residuales, lo que rechaza nuestra hipótesis c), es decir, que nuestra

⁸ CHRISTENSEN, Bent y PRABHALA, Nagpurnanand. **2.4 Measurement Error in Implied Volatility.** *The Relation between implied and realized volatility.* Journal of Financial Economics 50. Pags. 125-150. Pag 131.

⁹ El problema al que hace referencia el documento de CP para nuestro estudio, es que las opciones USDCOP con vencimiento a un mes son americanas y el cálculo a partir de la fórmula de Black-Scholes (3) es para opciones europeas. También está presente un error de medición en cuanto al spread bid-ask de la opción call ATM peso dólar con vencimiento a un mes. Por último, (3) asume que se sigue una distribución log-normal con volatilidad estocástica. Si este supuesto no se cumple, se evidencia que la fórmula de Black-Scholes está mal especificada, lo cual inducirá a grandes problemas en cuanto a error en la variable (EIV) si la volatilidad implícita de Black-Scholes es usada para pronosticar valores futuros de volatilidad. Sin embargo, nuestro estudio no busca más que evaluar la relación existente entre la volatilidad histórica e implícita, dejando de la lado la eficiencia de los mercados de opciones y la valoración de las mismas.

estimación no es eficiente en cuanto consideramos (6) como el modelo de regresión lineal adecuado.

Tabla 4.

Información contenida en Volatilidad Implícita: MC2E - Enero/2006 - Noviembre/2012

<i>Variables Independientes</i>				R^2	<i>DW</i>
Estimación MC2E: Variable Dependiente it					
<i>Intercepto</i>	<i>it-1</i>				
-0,37 ^a	0,81 ^a			0,68	2,05
(-2,95)	(13,09)				
Variable Dependiente ht. Instrumentos para it: it-1					
<i>Intercepto</i>	<i>it</i>	<i>ht-1</i>			
0,22 ^a	1,48 ^a			0,67	0,73
(0,93)	(12,68)				
0,21 ^a	0,63 ^a	0,62 ^a		0,83	1,79
(1,24)	(4,88)	(8,66)			

Tabla 5.

Información contenida en Volatilidad Implícita: MC2E - Enero/2006 - Noviembre/2012

<i>Variables Independientes</i>				R^2	<i>DW</i>
Estimación MC2E: Variable Dependiente it					
<i>Intercepto</i>	<i>it-1</i>	<i>ht-1</i>			
-0,32 ^b	0,68 ^a	0,11		0,70	1,91
(-2,45)	(7,27)	(1,78)			
Variable Dependiente ht. Instrumentos para it: it-1 y ht-1					
<i>Intercepto</i>	<i>it</i>	<i>ht-1</i>			
0,36 ^a	1,54 ^a			0,75	0,93
(1,75)	(15,33)				
0,21 ^a	0,75 ^a	0,53 ^a		0,83	1,79
(1,24)	(4,88)	(6,24)			

Fuente: Cálculos propios del autor.

Luego de establecer el problema con la ecuación (6), tenemos que la ecuación (7) es el mejor modelo de predicción de valores futuros de la volatilidad histórica del activo

subyacente, siempre y cuando la volatilidad implícita sea instrumentada con ésta misma rezagada un periodo y la volatilidad histórica rezagada también un periodo. A pesar que la ecuación (8) aplicada a la ecuación (7), también ofrece un modelo de predicción eficiente, los coeficientes de la volatilidad histórica y la volatilidad realizada poseen valores prácticamente idénticos conduciéndonos a una conclusión donde ambas variables poseen la misma información para predecir los valores futuros de la volatilidad realizada, se considera que es mejor el modelo en el cual la variable i_t aporta más información al modelo otorgándole mayor evidencia estadística a la relación objeto de este estudio.

3.2 Estimación mediante Vectores Autorregresivos (VAR) – Causalidad de Granger

Habiendo establecido la relación lineal existente entre la volatilidad implícita de las opciones USDCOP y la volatilidad histórica del activo subyacente, en esta sección se evaluará por Vectores Regresivos (VAR)¹⁰, la relación causal existente mediante el Test de Causalidad de Granger^{11 12}. El propósito del uso de esta metodología es probar la relación existente, y sí es causal, de los valores futuros de la volatilidad histórica con valores de la volatilidad implícita rezagados (p) periodos dependiendo la estimación propia del VAR.

Ésta última nos permite evaluar un modelo multivariado de series de tiempo donde las variables son consideradas como endógenas, debido a que estas se expresan

¹⁰ LUTKEPOHL, Helmut. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Capítulos 2, 3 y 4. Springer. Primera Edición. 2006.

¹¹ *Ibíd.*, págs. 102-108

¹² GRANGER, Clive W J. *Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods*. *Econometrica* Vol. 37. 1969. Págs. 424-438

como una relación lineal entre los valores propios de una variable X y los valores rezagados de las demás variables consideradas en el modelo.¹³ Esto nos permite evaluar los movimientos conjuntos de las variables y determinar la relación entre ellas.

Uno de los test más utilizados para evaluar la relación existente entre los valores de una variable y sus propios rezagos y los de otras variables es el Test de Causalidad de Granger. El test consiste en regresar cada variable con los valores rezagados de ésta misma y las demás variables. Es decir, que es necesario estimar previamente un modelo VAR para conocer el número de rezagos óptimos con nuestras variables de estudio: \mathbf{i}_t y \mathbf{h}_t . De esta manera consideramos un modelo VAR de la siguiente forma:

$$X_t = \alpha + \beta \sum_1^k X_{t-j} + u_t \quad (10)$$

Donde \mathbf{X}_t es el vector de variables \mathbf{i}_t y \mathbf{h}_t en el periodo t ; β es la matriz de coeficientes a estimar $j = 0, 1, 2, \dots, k$; \mathbf{X}_{t-j} es la matriz de variables endógenas rezagadas para $j = 0, 1, 2, \dots, k$; y por último, \mathbf{u}_t es el vector de innovaciones¹⁴.

En primer lugar se evaluó la presencia de raíz unitaria en cada una de las series y se encontró que individualmente poseen problemas de raíz unitaria incluyendo el intercepto al 5%; sin embargo, cuando se incluyen el intercepto y la tendencia, el problema es evidente con una significancia superior al 10%. Si no se consideran, tanto el intercepto como la tendencia, el problema es totalmente incuestionable, ambas series poseen raíz unitaria.

¹³ SIMS, C. (1980) *Macroeconomics and Reality*. Econometrica No. 48.

¹⁴ Es importante que los residuos de las variables individualmente no estén autocorrelacionados, además es importante que éstos sigan una distribución normal.

Sin embargo, como indica la **Tabla 2**, el mejor modelo Autorregresivo y Medias Mviles para la volatilidad historica es el modelo ARMA(1,1), y para la volatilidad implicita es el modelo ARIMA(1,1,1). Debido a esto último, se procedió a evaluar la prueba de raíz unitaria para ambas series diferenciándolas una vez [I(1)] y, se encontró que el problema de raíz unitaria desaparece totalmente y, podemos rechazar la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria al 1%.

Debido a esto, la estimación del VAR con las series en nivel (en este caso las series en logaritmo) no cumpliría nuestro supuesto en cuanto a la estacionariedad de las series.¹⁵

Ahora bien, para el modelo VAR con variables en niveles se especificó una estructura óptima de un mes de rezago en las variables endógenas.¹⁶ Tendremos entonces el siguiente sistema de ecuaciones:

$$i_t = \omega_1 + \alpha_1 i_{t-1} + \beta_1 h_{t-1} + \varepsilon_{it} \quad (11)$$

$$h_t = \omega_2 + \alpha_2 i_{t-1} + \beta_2 h_{t-1} + \varepsilon_{ht} \quad (12)$$

Donde, ω_1 y ω_2 son las constantes; α_1 y α_2 hacen referencia a los coeficientes para i_{t-1} tanto para la regresión con i_t como variable dependiente en la ecuación (11) y h_t como variable independiente en la ecuación (12), respectivamente. β_1 y β_2 son los

¹⁵ “Uno de los supuestos de las estructuras VAR es la necesidad de existir estacionariedad en las series. Sims (1980) y otros, tales como Doan (1992), recomiendan no diferenciar las series aun si las variables presentan problemas de raíz unitaria. Ellos argumentan que la meta del análisis VAR es determinar las interrelaciones entre las variables, más no los parámetros estimados. (Enders, 1995)” (Bolaños, 2006, p. 25)

¹⁶ Rezago óptimo determinado por las distintas pruebas conjuntas para elección de orden de rezagos de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn.

coeficientes de regresión para las ecuaciones (11) y (12) respectivamente; y finalmente, ε_{it} y ε_{ht} son los residuales de estas mismas ecuaciones.

En la **Tabla 6**, se presentan los resultados de la estimación VAR. Para la ecuación (11) tenemos que la volatilidad histórica rezagada a un periodo, el coeficiente de 0,11 no significativo al 5% es indicio que dicha variable no explica de manera importante el comportamiento de la variable implícita. Por otro lado, en la ecuación (12) tenemos que todos los coeficientes de regresión son significativos al 1%, excepto el intercepto.¹⁷

Tabla 6.

<i>Estimación VAR Enero 2006 - Octubre 2012</i>						
<i>Variables Independientes</i>					<i>R²</i>	<i>DW</i>
Estimación Ecuación 11: Variable Independiente <i>it</i>						
<i>Intercepto</i>		<i>it-1</i>		<i>ht-1</i>		
-0,31	^a	0,68	^a	0,11	0,69	1,91
(-2.45)		(7.26)		(1,77)		
Estimación Ecuación 12: Variable Independiente <i>ht</i>						
<i>Intercepto</i>		<i>it-1</i>		<i>ht-1</i>		
-0,02		0,51	^a	0,67	^a	0,83
(-0.17)		(4.88)		(8.65)		1.79

Ahora asegurando la correcta especificación del VAR, evaluamos para las ecuaciones (11) y (12), la no correlación serial entre las innovaciones y la normalidad de las mismas. El correlograma de los residuos del modelo VAR no evidencia la existencia de autocorrelación en los mismos (ANEXO 2).

¹⁷ A pesar que los coeficientes del VAR ni el R^2 no son comúnmente analizados, es consistente en nuestro caso debido a que h_{t-1} en (11) es la única variable no significativa de todo el sistema de ecuaciones del VAR.

Por otra parte, los residuales para (11) y (12) no siguen una distribución normal, así mismo, los residuales del VAR tampoco siguen una distribución normal multivariada (ANEXO 3). “*No obstante, Fernandez-Corugedo (2003) argumenta que es más importante que el VAR cumpla con la prueba de errores no autocorrelacionados que con la de normalidad multivariada*” (Arias y Torres, 2004, p. 9).

Una vez especificado el VAR, los rezagos óptimos y habiendo demostrado la no autocorrelación de los residuales, se procede a realizar el **Test de Wald para Exogenidad en Bloque**¹⁸, con el objetivo de probar la causalidad de Granger tanto para la ecuación (11) como la (12). El objetivo del test de Wald es probar estadísticamente si los coeficientes de regresión de las variables rezagadas [h_{t-1} para (11) y i_{t-1} para (12)] son iguales a 0. Es decir, nuestra hipótesis nula para (11) será: $\beta_1 = 0$; y para (12): $\alpha_2 = 0$. De esta manera probaremos la causalidad entre ambas variables, siendo de mayor importancia para nuestro estudio, la relación “causal”¹⁹ entre la volatilidad implícita y los valores futuros de la volatilidad histórica.

En primer lugar, se evalúa la hipótesis nula, $H_0: \beta_1 = 0$, y encontramos que el valor rezagado de h_t no me mejora el pronóstico de i_t , es decir, que el rezago de la volatilidad histórica un periodo no causa en sentido de Granger²⁰ o precede temporalmente a los valores de la volatilidad implícita con una significancia del 5%, sin embargo, para una significancia del 10% si es relevante. (ANEXO 4a).

En segundo lugar, se procede a evaluar la hipótesis nula para la ecuación (12) y se encontró que el valor rezagado de la volatilidad implícita a un periodo mejora el

¹⁸ Éste ayuda a determinar cuán útiles son algunas variables para mejorar el pronóstico de otras.

¹⁹ Nos referimos a *causal* como la precedencia temporal de los valores presentes.

²⁰ El estadístico F de 3.16 con *p-value* de 0.0791 indica que no rechazamos la H_0 , afirmando de esta manera que no se causa en sentido de Granger la relación entre la volatilidad implícita y la volatilidad histórica, tomando como variable dependiente la volatilidad implícita.

pronóstico de la volatilidad histórica. Esto quiere decir, que existe relación entre los valores predecesores temporalmente de la volatilidad implícita y los valores presentes de la volatilidad histórica (ANEXO 4b). Podemos afirmar entonces que la volatilidad implícita causa en sentido de Granger a la volatilidad histórica²¹, lo que otorga otro sustento teórico-practico al objeto de este estudio: establecer sí existe relación causal entre la volatilidad implícita y la volatilidad realizada.

4. Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos mediante la metodología de MCO, MC2E y Prueba de Causalidad de Granger, se establece que existe una relación positiva entre la volatilidad implícita y la volatilidad realizada aunque no con los mismos resultados y medidas que los propuestos por Christensen y Prabhala (1998). La conclusión general del estudio es que la volatilidad implícita de las opciones USDCOP ATM con vencimiento a un mes posee información acerca de la volatilidad futura del activo subyacente. Para el mercado colombiano, esta relación puede considerarse como una importante estrategia de inversión en volatilidad en cuanto, es posible predecir los valores futuros de la volatilidad del activo considerando como variable explicativa los valores de la volatilidad implícita de las opciones USDCOP ATM.

Es evidente que las opciones están siendo sobrevaloradas a lo largo del periodo de estudio, debido al *spread* que existe entre las volatilidades objeto del estudio. Cuando la volatilidad del activo subyacente presenta altos niveles de volatilidad, la volatilidad implícita de las opciones sube aún más, aumentando la brecha entre ambas series. En

²¹ El estadístico F de 23.81 con *p-value* de 0.0000 indica que rechazamos la H_0 , afirmando de esta manera que se causa en sentido de Granger la relación entre la volatilidad histórica y la volatilidad implícita, tomando como variable dependiente la volatilidad histórica.

síntesis, cuando se valora una opción, sí la volatilidad del activo subyacente es alta, se tiende a sobreestimar dicha medida prediciendo futuros valores más altos de la volatilidad del subyacente.

La división en dos periodos de tiempo (1999-2005 y 2006-2012) permitió evidenciar que el mercado de opciones USDCOP era muy escaso hasta el año 2005. Para 2006, los valores de la volatilidad implícita de las opciones empezaron a tener movimientos más fuertes y, las regresiones mediante MCO y MC2E, muestran una mejor especificación del modelo debido a que se eliminaron de la muestra tendencias laterales en la volatilidad implícita presentes antes de 2006.

Mediante la causalidad de Granger se reafirmó la hipótesis de relación causal entre los valores de la volatilidad implícita y la volatilidad realizada. Esta prueba aportó al estudio la posibilidad de soportar adicionalmente al modelo MCO y MC2E, que los valores predecesores de la volatilidad implícita poseen información significativa para predecir valores futuros de la volatilidad histórica.

Para el sector financiero en Colombia se abren nuevas posibilidades de estudio de las opciones y, como a partir de esto, se puede empezar a ampliar el mercado de las mismas, buscando diversificar portafolios saliendo de los mercados tradicionales para el colombiano: renta fija, renta variable y divisas. A partir de esto estudio podemos mencionar que una posible estrategia de inversión, considerando un vencimiento mensual, era la de vender opciones independientemente si eran call o put debido a que la alta volatilidad aseguraba precios elevados de prima y, quizás dichas opciones jamás eran ejercidas por bajas en la volatilidad o por estabilización de los precios del activo subyacente.

Es importante mencionar que son muy pocas las opciones que son ejercidas por los traders y hedgers, usualmente las utilizan como otro “activo” de inversión, y las opciones sin ser un activo como tal pueden brindar excelentes rentabilidades en momentos de alta volatilidad.

Una sugerencia para análisis futuros a este documento es el análisis de la hipótesis de este estudio calculando la volatilidad implícita de otras opciones USDCOP, por ejemplo, opciones put, opciones ITM, opciones OTM y con tiempos de madurez superiores.

Referencias Bibliográficas

ARIAS, E. y TORRES, C. (2004) *Modelos Var Y Vecm Para El Pronóstico De Corto Plazo De Las Importaciones De Costa Rica*. Departamento de Investigaciones Económicas.

BLACK, Fischer and SCHOLLES, Myron (1973). *The pricing of options and corporate liabilities*. Journal of Political Economy 81, 637-659.

CANINA, L. and FIGLEWSKI, S. (1993) *The informational content of implied volatility*. Review of Financial Studies 6, 659-681.

CHRISTENSEN, Bent and HANS, Charlotte. (2002) *New Evidence on the implied-realized volatility relation*. The European Journal of Finance 8, 187-205.

CHRISTENSEN, Bent and PRABHALA, N. (1998) *The relation between implied and realized volatility*. Journal of Financial Economics 50, 125-150.

COX, J. and ROSS, S. (1976) *The valuation of options for alternative stochastic processes*. Journal of Financial Economics 3, 145-166.

DAY, T.E. and LEWIS, C.M. (1992) *Stock market volatility and the information content of stock index options*. Journal of Financial Economics 52, 267-287.

ENDERS (1995) *Applied Econometric Time Series*. New York. John Wiley and Sons.

FERNANDEZ-CORUGEDO (2003) *Exercise on unit roots (including structural breaks), estimating a VECM and the implications of the VECM*. Curso “Modelos Macroeconómicos para la Política Monetaria”, “Center for Central Banking Studies (CCBS), Bank of England”, CEMLA y el Banco Central de la República de Argentina.

FLORESCU, Ionut (2005) *Pricing using Implied Volatility Surface*. Purdue University TR05-02.

GRANGER, Clive W J. (1969) *Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods*. Econometrica Vol. 37, 424-438

GREENE, William (2011) *Econometric Analysis*. Capítulo 8. Editorial Pearson. Séptima Edición.

HAMILTON, J. (1994) *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, NJ.

HULL, John (2009) *Options, Futures and Other Derivatives*. Seventh Edition. Prentice Hall.

LAMOUREUX, C.G. and LASTRAPES, W. (1993) *Forecasting stock return variance: understanding stochastic implied volatility*. Journal of Finance 31, 369-381.

LEE, Roger (2004) *Implied Volatility: Statics, Dynamics, and Probabilistic Interpretation*. Recent Advances in Applied Probability Springer. 2004.

LUTKEPOHL, Helmut (2006). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Capítulos 2, 3 y 4. Springer. Primera Edición.

MERTON, Robert (1973) *The theory of rational option pricing*. Bell Journal of Economics and Management Science, 141-183.

SIMS, C. (1980) *Macroeconomics and Reality*. Econometrica No. 48.

ANEXOS

ANEXO 1. ESTIMACION GARCH

Variable Dependiente: Retornos Logarítmicos USDCOP

Observaciones: 156

Convergencia después de 33 iteraciones

$$\sigma_{ht}^2 = k + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.022435	0.003049	7.358249	0.0000
AR(1)	0.263082	0.091926	2.861882	0.0042
Variance Equation				
k	4.21E-05	2.05E-05	2.050138	0.0404
ARCH	0.169207	0.072803	2.324167	0.0201
GARCH	0.764680	0.082806	9.234556	0.0000
R-squared	0.066298	Mean dependent var		0.025934
Adjusted R-squared	0.060235	S.D. dependent var		0.024219
S.E. of regression	0.023478	Akaike info criterion		-4.769245
Sum squared resid	0.084889	Schwarz criterion		-4.671493
Log likelihood	377.0011	Hannan-Quinn criter.		-4.729542
Durbin-Watson stat	1.992604			
Inverted AR Roots	.26			

ANEXO 2. PRUEBA DE CORRELACION DE LOS RESIDUALES

VAR Test de Correlación de Residuales LM

Hipótesis Nula: no correlación serial

Muestra: 2006M01 2012M10

Observaciones: 81

Rezagos	LM-Stat	Prob
1	5.856115	0.2102
2	5.034087	0.2828

Probs con χ^2 con 4 gl..

ANEXO 3. PRUEBA DE NORMALIDAD

VAR Test de Normalidad de los Residuales

Ortogonalización: Cholesky (Lutkepohl)

Hipotesis Nula: Los residuales son normales

Muestra: 2006M01 2012M10

Observaciones: 81

Componente	Simetria	Chi-sq	Gl.	Prob.
1	1.549736	32.42270	1	0.0000
2	1.203739	19.56132	1	0.0000
Conjunta		51.98402	2	0.0000

Componente	Curtosis	Chi-sq	Gl.	Prob.
1	5.855205	27.51366	1	0.0000
2	5.523344	21.48952	1	0.0000
Conjunta		49.00318	2	0.0000

Componente	Jarque-Bera	GL.	Prob.
1	59.93636	2	0.0000
2	41.05084	2	0.0000

Conjunta	100.9872	4	0.0000
----------	----------	---	--------

ANEXO 4. PRUEBAS DE WALD DE EXOGENIDAD EN BLOQUE

ANEXO 4a

Test de Wald:
Ecuación (11)

Estadístico Prueba	Valor	GL.	Probabilidad
Estadístico t	1.779450	78	0.0791
Estadístico F	3.166443	(1, 78)	0.0791
Chi ²	3.166443	1	0.0752

Hipótesis Nula: $\beta_1 = 0$

Resumen de la Ho:

Restricción Normalizada (= 0)	Valor	Error Est.
β_1	0.114242	0.064201

ANEXO 4b

Test de Wald:
Ecuación (12)

Estadístico Prueba	Valor	GL.	Probabilidad
Estadístico t	4.880276	78	0.0000
Estadístico F	23.81709	(1, 78)	0.0000
Chi ²	23.81709	1	0.0000

Hipótesis Nula: $\alpha_2 = 0$

Resumen de la Ho:

Restricción Normalizada (= 0)	Valor	Error Est.
α_2	0.509928	0.104487

