

Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales 2×2
a partir del software GeoGebra con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Las
Villas de Soacha

Guillermo Andrés Salas Rodríguez

Universidad de la Sabana

Facultad de Educación

Especialización en Pedagogía e Investigación en el Aula

Chía, Cundinamarca

2024

Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 a partir del software GeoGebra con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Las Villas de Soacha

Presentado por:

Guillermo Andrés Salas Rodríguez

Trabajo de grado para optar por el título de Especialista en Pedagogía e Investigación en el Aula

Dirigido por:

Christian Alfredo Parra González

Máster en Ciencias Sociales: población y desarrollo

Universidad de Paris-Cité

Universidad de la Sabana

Facultad de Educación

Especialización en Pedagogía e Investigación en el Aula

Chía, Cundinamarca

2024

*Agradezco a mi amado Dios por guiarme en todo
el proceso del proyecto.*

*A mi adorada esposa, Sandra por llenarme de amor
y ser mi fortaleza en las dificultades.*

*A mis hermosos hijos, Julián, Ana María y Mariam Alejandra
por ser la alegría de cada mañana en mi caminar.*

*Le agradezco a la universidad, profesores,
así como a mis estudiantes por su colaboración,
en especial a mi asesor Christian por su
dedicación y apoyo en la culminación del trabajo de grado.*

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN.....	10
2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
2.1	Justificación	12
2.2	Contexto.....	14
2.2.1.	Contexto local	14
2.2.2.	Contexto institucional	16
2.2.3.	Contexto de aula	17
2.3	Descripción del problema.....	18
2.4	Formulación del problema.....	25
2.5	Objetivos.....	25
2.5.1.	General.....	25
2.5.2.	Específicos.....	26
3	MARCO TEÓRICO.....	27
3.1.	Los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	27
3.2.	Software GD – GeoGebra.....	32
3.3.	Problemáticas asociadas a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.....	33
3.4.	Enfoque pedagógico – Aprendizaje Significativo	35
3.5.	Secuencias Didácticas.....	38
4	DISEÑO METODOLÓGICO	39
4.1.	Tipo y diseño de investigación	40
4.2.	Población y Muestra	45
4.3.	Instrumentos de recolección de información.....	45
4.4.	Instrumentos de análisis de la información	51
4.5.	Instrumentos de análisis de las entrevistas	53
4.6.	Instrumentos de análisis de la revisión documental	54
4.7.	Instrumento de triangulación de la información.....	54

5	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....	57
5.1	Triangulación de la información.....	61
6	DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES LINEALES 2X2 POR MEDIO DEL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA	65
6.1	Propuesta pedagógica	65
6.2	Evaluación de pares	66
7	PLAN DE ACCIÓN.	69
8	CONCLUSIONES	71
9	RECOMENDACIONES	72
10	BIBLIOGRAFÍA	73
11	ANEXOS	76

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Porcentaje promedio de estudiantes que responden incorrectamente a los aprendizajes en matemáticas	18
Tabla 2. Categorías errores comunes.....	35
Tabla 3. Componentes de una secuencia didáctica	38
Tabla 4. Categorías - Preguntas para entrevista de estudiantes.....	47
Tabla 5. Categorías – análisis documental de textos escolares	50
Tabla 6. Matriz de análisis de las entrevistas	53
Tabla 7. Matriz de análisis de la revisión documental	54
Tabla 8. Matriz de triangulación de la información	55
Tabla 9. Hallazgos de las 30 entrevistas - Situación problema	57
Tabla 10. Análisis de la revisión documental - Textos escolares.....	59
Tabla 11. Diseño de la secuencia didáctica.....	65
Tabla 12. Plan de acción para la aplicación de la secuencia didáctica.....	69

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Tasa de Analfabetismo, población de 5 años y más y 15 años y más, cabecera resto	15
Figura 2. Asistencia escolar, población de 3 a 24 años	15
Figura 3. Pregunta No. 1 – Prueba Diagnóstica, respuesta de estudiante	20
Figura 4. Pregunta No. 6 – Prueba Diagnóstica, respuesta de estudiante	21
Figura 5. Pregunta No. 8 – Prueba Diagnóstica, respuesta de estudiante	22
Figura 6. Resultados de la prueba diagnóstica	23
Figura 7. Clasificación de los sistemas lineales 2×2	29
Figura 8. Gráfica del ejemplo 1	31
Figura 9. Triada del Aprendizaje Significativo en una visión interaccionista social de Gowin.	37
Figura 10. Sistematización de las entrevistas	58

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Resultados PRUEBA SABER 9° - 2014 – 2017	76
Anexo 2. Resultados PRUEBA SABER 11° – 2019 – 2022.....	77
Anexo 3. Formato de entrevista a docentes del área de matemáticas	78
Anexo 4. Entrevista a docente del área de matemáticas.....	79
Anexo 5. Registro del diario de campo – Clase grado noveno	81
Anexo 6. Prueba Diagnóstica – Grado Noveno.....	84
Anexo 7. Entrevista a estudiantes de Grado Décimo.	87
Anexo 8. Guía 1 Prueba Diagnóstica	88
Anexo 9. Guía 2 Desarrollo de conocimientos previos.....	90
Anexo 10. Guía 3 Métodos de SEL 2x2.....	93
Anexo 11. Guía 4 Resolución de problemas utilizando SEL 2x2	95
Anexo 12. Guía 5 Evaluación de los SEL 2x2	98
Anexo 13. Rúbrica de evaluación - Pares académicos	102
Anexo 14. Drive de evidencias (link).....	103

RESUMEN

En este trabajo de investigación se presenta una propuesta didáctica para fortalecer las prácticas de enseñanza–aprendizaje al abordar sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , mediante una secuencia didáctica en un ambiente de software matemático GeoGebra, dirigida a los estudiantes de grado noveno de la IE Las Villas. Se identificaron las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas utilizando sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

El enfoque utilizado fue cualitativo, tipo investigación-acción educativa, se realizó un diagnóstico, encuesta a estudiantes, encuesta a docentes del área de matemáticas de la institución, análisis de revisión documental del tratamiento didáctico de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 en textos escolares, posteriormente se trianguló la información, con el objetivo de abordar y superar las dificultades encontradas en su enseñanza.

Palabras clave: Secuencia didáctica, GeoGebra, actividades, sistemas de ecuaciones, función lineal y resolución de problemas, investigación-acción educativa

ABSTRACT

This research presents a didactic proposal to strengthen teaching-learning practices when addressing 2×2 systems of linear equations through a didactic sequence in a GeoGebra mathematical software environment for ninth-grade students at IE Las Villas. The difficulties students face in solving problems using systems of linear equations with two variables were identified.

The approach used was qualitative, specifically action research. A diagnosis was made, including surveys of students and math teachers at the institution, and an analysis of the didactic treatment of 2×2 systems of linear equations in school textbooks. The information was then triangulated to address the difficulties found in teaching as effectively as possible.

Keywords: Didactic sequence, GeoGebra, activities, systems of equations, linear function, problem-solving.

1 INTRODUCCIÓN

El presente trabajo, es el resultado de una investigación con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Las Villas. El Objetivo es presentar una secuencia didáctica de actividades enmarcadas en un ambiente de software matemático (GeoGebra) para favorecer el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . Esta temática es una parte crucial del currículo de matemáticas en la educación secundaria, particularmente en el grado noveno, no solo porque introduce a los estudiantes a la resolución de problemas algebraicos, sino que también les permite desarrollar habilidades analíticas y de pensamiento crítico. Sin embargo, la forma en que se aborda este contenido puede marcar una gran diferencia en la comprensión y el interés de los estudiantes.

El uso GeoGebra, un software dinámico de matemáticas, ha demostrado ser eficaz en la enseñanza de conceptos algebraicos complejos, como los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . Esta herramienta permite a los estudiantes visualizar gráficamente las diferentes soluciones, facilitando una comprensión más intuitiva de los conceptos matemáticos.

A continuación, se presenta una síntesis del desarrollo investigativo que se realizó para poder llegar al planteamiento de la secuencia didáctica, el trabajo está compuesto por siete partes y una sección de anexos:

En el capítulo 1, se introduce el proyecto de investigación.

En el capítulo 2, se presenta el planteamiento de problema, incluyendo la justificación, el contexto local, institucional y de aula en el que se desarrolló la investigación, descripción y formulación del problema, y los objetivos de estudio.

En el capítulo 3, está dedicado a los referentes teóricos, relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . Primero se presenta una visión matemática de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Luego se revisan algunas investigaciones sobre el uso del software GD – GeoGebra, y se expone problemáticas asociadas a estos sistemas según lo reportan Segura (2004), Abrate, Font y Pochulu (2008) y Movshovitz et al. (1987) citado en Muñiz R., Rodríguez M. y Alba A. (2022). Finalmente se expone el enfoque pedagógico basado en el aprendizaje significativo y la estructura de las secuencias didáctica.

En el capítulo 4, se presenta el diseño metodológico. Se describe el tipo de investigación, enmarcada en la investigación acción educativa (IAE). El contexto de desarrolló, la población y algunos aspectos del plan de estudios. También se mencionan los diferentes instrumentos, utilizados para la recolección y análisis de la información, análisis de las entrevistas y de la revisión documental e instrumento de la triangulación de la información. Por último, se expone como fue el proceso de construcción de las categorías de análisis en la triangulación de la información.

En el capítulo 5, presenta el análisis de la información, resultado de las 30 entrevistas a los estudiantes de grado noveno y la revisión documental del tratamiento didáctico, de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 en los textos escolares de grado noveno. A partir de lo anterior, se realizó la triangulación de esta información.

En el capítulo 6, está dedicado al diseño de la propuesta de la secuencia didáctica para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 utilizando el software GeoGebra, está propuesta se elaboró a partir de los hallazgos en la triangulación de la información, con el objetivo de abordar las dificultades presentadas en la enseñanza.

En el Capítulo 7, se presenta el plan de acción, con el objetivo de aplicar la secuencia didáctica en el semestre 2024-2.

Finalmente, en los Capítulo 8 y 9, se exponen las conclusiones y recomendaciones respectivamente, basadas en los hallazgos del estudio y la revisión de pares (docentes de matemáticas – IE Las Villas), estas recomendaciones surgieron del resultado de la rúbrica de evaluación de los pares y del desarrollo de toda la investigación.

Al final del trabajo se incluye una sección de 13 anexos que complementan y sustentan los asuntos que se abordaron durante la investigación. Integrando estas metodologías y herramientas, se busca lograr un impacto significativo en la educación matemática, preparando mejor a los estudiantes para desafíos académicos futuros y fomentando un interés duradero en las matemáticas.

2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Justificación

Según Rodríguez – Domingo (2011), consideran la importancia de incluir los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en el currículo escolar, quienes coinciden que no puede ser una actividad especialmente reservada para ciertas ocasiones o temáticas en el plan de estudio; la comprensión de cualquier concepto matemático se potencia con la utilización y traducción de más de un sistema de representación, lo cual hace referencia al procedimiento que relaciona un mismo objeto expresado en diferentes sistemas. Asimismo, es necesario introducir una cultura de la comprensión de los conceptos matemáticos y de su uso en diferentes contextos.

En mi experiencia como docente de educación básica secundaria, particularmente en la asignatura de álgebra, se evidencia que no se preparan los estudiantes para que puedan a futuro, utilizar correctamente algunos conceptos relacionados con funciones (función lineal), especialmente sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, entre otras cosas, porque no han desarrollado un significado de lo que representa una ecuación, cómo se relaciona con un sistema de ecuaciones lineales y cómo se usa. Llama la atención debido a la importancia que los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas son indispensables al momento de resolver problemas cotidianos (por ejemplo, cuando se quiere hacer una compra de varios artículos, al realizar una inversión a diferentes tasas de interés, determinar porcentajes de algunos productos que se consumen, entre otros) o del contexto matemático.

Adicional a lo anterior, se puede considerar que tales dificultades han contribuido en parte a los bajos resultados en la prueba Saber 9° entre los años 2014 y 2017 (Véase Anexo 1. Resultados PRUEBA SABER 9°), pues se han identificado bajos niveles de desempeño (un promedio del 20% para insuficiente y del 60% en mínimo). Al revisar los resultados en tales

pruebas, de acuerdo con los años 2019 – 2022, en grado Undécimo los resultados son muy parecidos (Véase Anexo 2. Resultados PRUEBA SABER 11°), (un promedio del 8% para insuficiente y del 48% en mínimo).

Tras la verificación de los diferentes boletines de los años anteriores las falencias se presentan al resolver problemas de funciones lineales, especialmente identificar los diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Todo lo anterior justifica la necesidad de realizar el trabajo en el que se contribuya a favorecer el acercamiento a los usos e interpretaciones al tener que utilizar sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Es decir, se quiere hacer una investigación en donde los estudiantes comprendan qué es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y además los puedan utilizar; necesariamente deben tener claro lo siguiente: qué es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y cómo usarlos.

La pertinencia de este trabajo se debe a que los estudiantes están en una etapa académica (Básica Secundaria paso a la Educación Media) en donde la solidez conceptual enfocada en la comprensión y reconocimiento de los sistemas de ecuaciones en sus diferentes usos es fundamental. Por esta razón, comprender cómo se solucionan tales sistemas de ecuaciones lineales, debe jugar un papel importante tanto en matemáticas como en otras ciencias para un correcto desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Investigadores como Garces (2009) coinciden en la importancia de la comprensión en la solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, dado que estimula la creatividad en los estudiantes a partir de la comprensión de *situación – problema*, les permite ver la aplicación de la matemática en otros contextos y así ser más significativo. Este énfasis puede ser justificado no sólo porque los estudiantes de básica secundaria se enfrentan al resolver sistemas de

ecuaciones lineales con dos incógnitas, sino que suelen memorizar estrategias de solución sin comprender su significado, ni tampoco el conjunto solución (Trigueros, 2012). Es así como en las clases de matemáticas los docentes se ven enfrentados a buscar nuevas estrategias para el aprendizaje de nuevos conceptos.

Usar y brindarles a los alumnos la oportunidad de usar tecnologías, es por ello que hemos elegido como una propuesta de la enseñanza de P.L. el uso del software GeoGebra, creemos que con este software los alumnos podrán manipular, conjeturar, esbozar y plantear posibles soluciones, mediante la técnica del arrastre con ensayo y error de sus conjeturas lo que los llevará a construir su propio conocimiento. (Bello, 2013, p. 13)

Finalmente, se busca consolidar una propuesta que aporte al área de matemáticas en nuevas estrategias de aprendizaje para los estudiantes, con el uso de geometría dinámica (Geogebra) y a la vez, contribuya a mejorar los resultados de las pruebas internas y externas.

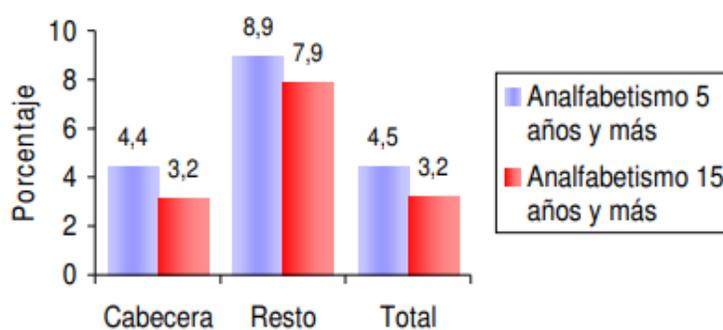
2.2 Contexto

2.2.1. Contexto local

Partimos de reconocer la ubicación geográfica del municipio de Soacha, que limita por la zona sur de la Sabana de Bogotá y hace parte de la Cuenca Alta del Río Bogotá. El municipio ocupa una extensión total de 184.45 kilómetros cuadrados (Km²) de los cuales 19 Km² es área urbana y 165,45 Km² corresponde al área rural. Limita por el norte con los municipios de Bojacá y Mosquera, al sur Sibaté y Pasca, al oriente con Bogotá y al occidente con Granada y San Antonio del Tequendama (PEI, 2018).

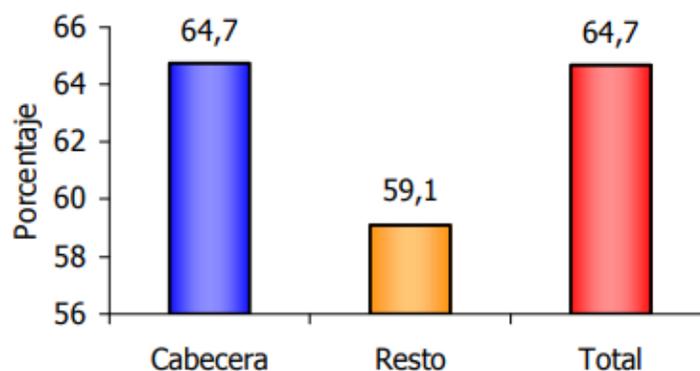
En el contexto del municipio, a continuación, se presentan algunas cifras que se consideran importantes, ya que tienen que ver con las tasas de analfabetismos y asistencia escolar en el municipio, esto con el fin de reconocer el nivel académico de las familias de nuestros/as estudiantes.

Figura 1. Tasa de Analfabetismo, población de 5 años y más y 15 años y más, cabecera resto



Fuente: Boletín Censo General 2005, Municipio de Soacha – DANE.

Figura 2. Asistencia escolar, población de 3 a 24 años



Fuente: Boletín Censo General 2005, Municipio de Soacha – DANE.

En la Figura 1, se reconoce que el 4,5% de la población de 5 años y el 3,2% de 15 años y más de Soacha no saben leer y escribir, y en la Figura 2, el 64,7% de la población en cabecera de 3 a 24 años asiste a un establecimiento educativo formal.

2.2.2. Contexto institucional

La Institución Educativa Las Villas, Institución donde tiene lugar la presente investigación, es de carácter urbano. Aquí, se reconoce que La Institución hace parte de la comuna No. 6, compuesta por los siguientes barrios: Altos de la Florida, San Martín, La Cristalina, Divino Niño, El Ático, La Florida, Llano Grande, Parques del Sol II, Balcón Real, El Paraíso, Parques del Sol I, El Libertador, San Marcos, Ubaté, San Bernardino, Cagua, Chico Sur, San Antonio, El Triunfo, San José, La Esperanza, Santa María, Las Villas, Panorama I, La Magdalena, Santa Helena Norte, Juan Pablo II, Juan Pablo II (primer sector), El Dorado, El Sol, Ricaurte, Santa Rosa, El Porvenir, Camilo Torres II, Mariscal Sucre, dado que el municipio se encuentra dividido en ocho (8) comunas: seis comunas (zona urbana) y dos corregimientos (zona rural).

La Institución se encuentra ubicada en la Calle 13 # 1 Este – 22 a 1 Este – 46, esta cuenta con cuatro sedes, que son: Sol Naciente y Doradito, las cuales son de preescolar y básica primaria, Libertadores, constituida por parte de básica secundaria, sexto y séptimo y la sede principal Varón del Sol, constituida por parte de básica secundaria y educación media, octavo, noveno, décimo y undécimo. La sede Varón del Sol, que es donde tiene lugar la investigación, cuenta con una población mixta de 875 estudiantes aproximadamente. El grado noveno, seleccionado para el proyecto cuenta con seis cursos, de 901 a 906, cada uno con un promedio de 42 estudiantes.

En el caso particular de la Institución Educativa Las Villas, a partir de lo presentado en los Estándares Básicos de Competencias (EBC), se reconoce en grado noveno (ciclo 8° – 9°) se aborda el estándar “identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales” (MEN, 2006, p. 87), lo que lleva a un reconocimiento de lo que se debe enseñar a partir de los referentes curriculares dados por el Ministerio de Educación Nacional. Sin embargo, a partir de la entrevista que se hizo a docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa Las Villas (Véase Anexo 3. Formato de entrevista a docentes del área de matemáticas), y al revisar la malla curricular de grado noveno se evidencia la coherencia que hay en los documentos institucionales en relación con la práctica docente, donde se reconocen los aprendizajes que deben alcanzar los estudiantes (*Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales, modela y soluciona situaciones problémicas mediante un sistema de ecuaciones*), así mismo, los resultados no son los esperados al finalizar el año escolar y en las pruebas externas que se presentan.

2.2.3. Contexto de aula

El espacio donde se llevará a cabo la investigación es el salón de matemáticas, el cual cuenta con 42 sillas de pupitres personales, un escritorio, una silla, un locker metálico de tres puertas. Es un lugar bastante amplio, tiene muy buena ventilación y luminosidad (8 ventanas), no cuenta con televisor, video beam ni elementos tecnológicos, el locker sirve de biblioteca, la cual cuenta con 60 libros de matemáticas para grado noveno del Programa Todos Aprender.

También se contará con el aula de sistemas, la cual cuenta con 22 computadores, 46 sillas, estos están organizados para que se pueda trabajar de a dos estudiantes, tiene un televisor de 60 pulgadas, un escritorio grande, un locker metálico de tres puertas. Es un aula bastante amplia, tiene buena ventilación y luminosidad (10 ventanas).

2.3 Descripción del problema.

De acuerdo con los resultados presentados en las Pruebas Saber 11° en los últimos seis (6) años, como lo evidencia la Tabla No. 1, los estudiantes presentan dificultades en las competencias:

i) interpretación y representación, ii) formulación y ejecución y iii) argumentación.

Tabla 1. Porcentaje promedio de estudiantes que responden incorrectamente a los aprendizajes en matemáticas

Competencia	Interpretación y representación	Formulación y ejecución	Argumentación
Aprendizaje	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.
2016	54%	54%	51%
2017	33%	54%	48%
2018	34%	46%	47%
2019	30%	52%	46%
2020	28%	50%	49%
2021	32%	55%	50%

Fuente: Dirección de Calidad Educativa de la Secretaría de Educación y Cultura de Soacha, 2021

Al revisar más en detalle los resultados, los estudiantes evidencian dificultades en el aprendizaje: *valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas, lo que está relacionado con las dificultades que los estudiantes de grado noveno presentan en algunos aprendizajes relacionados con la resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2.*

Otro aspecto por considerar, a partir de la experiencia como docente de educación básica secundaria y media, particularmente en la asignatura de álgebra, se evidencia que no se prepara a los estudiantes para enfrentar de una manera adecuada la solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, en un sentido amplio de esta temática, porque se observa que no han desarrollado un significado de una ecuación lineal y en especial un sistema de ecuaciones lineales

y cómo se usan. Teniendo en cuenta esta situación cabe destacar que no es clara la relación que tienen los siguientes conceptos: *i*) el uso de conocimientos previos (simplificación de expresiones), *ii*) planteamiento de ecuaciones y *iii*) resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Es importante realizar un trabajo en el que se contribuya a favorecer el acercamiento a la solución de sistemas de ecuaciones lineales en diferentes contextos, puede ser problemas cotidianos, por ejemplo, cuando se quiere hacer una compra de varios artículos, al realizar una inversión a diferentes tasas de interés, determinar porcentajes de algunas sustancias que se consumen, entre otros o del contexto metamatemático.

Para identificar las dificultades de planteamiento y solución de ecuaciones lineales con dos incógnitas, se realizó una prueba diagnóstica (Véase Anexo 4. Prueba Diagnóstica – Grado Noveno), la que consta de ocho (8) preguntas. Las preguntas 1 y 2 de la prueba están relacionadas con la simplificación de expresiones algebraicas, la 3, 4 y 5, se relacionan con la relación de una ecuación con su gráfica (función lineal) y solución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , y por último las preguntas 6, 7 y 8 sobre el planteamiento de resolución de problemas¹. Después del análisis para cada pregunta se muestran algunas respuestas de los estudiantes que evidencian la existencia de una problemática relacionada con la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .

Para las preguntas 1 y 2 la problemática que pretendíamos identificar era si los estudiantes podían simplificar algunas expresiones algebraicas y si a partir de una situación podían hallar la medida de uno de los lados de un rectángulo. Las respuestas dadas por los estudiantes muestran

¹ Al final de este documento mostramos la prueba aplicada (Anexo 4. Prueba Diagnóstica – Grado Noveno), así como algunas respuestas de los estudiantes.

que existe una confusión en la simplificación de expresiones algebraicas, ya sea por la claridad de la ley de signos o de términos semejantes.

Un 55% respondió incorrectamente, un 20% respondió acertadamente y un 25% no comprendió la pregunta.

Figura 3. Pregunta No. 1 – Prueba Diagnóstica, respuesta de estudiante

A. Al resolver $x - \{ x - [y - (2x - y)] + x - (-y) \}$ se obtiene:

A. $y - 3x$	C. $x - 3y$
B. $x + y$	D. $3y - x$

En la Pregunta 6, la problemática que pretendíamos identificar es si los estudiantes a partir de una situación cotidiana, tenía la capacidad de plantear una ecuación que diera cuenta de la solución del problema. Aunque la mitad del porcentaje respondió incorrectamente (50%). Son muchos estudiantes que reconocen las diferentes variables de un problema.

Figura 4. Pregunta No. 6 – Prueba Diagnóstica, respuesta de estudiante

6. Juanita Recibió una alcancía con \$500 y han decidido ahorrar \$200 por día, mientras, Luisa recibió una alcancía con \$300 y ha decidido ahorrar \$400 por día. Si x representa la cantidad de día e y la cantidad dinero, responda las siguientes preguntas:

¿Cómo calcular la cantidad de dinero que Juanita tiene en x días? **Justifique su respuesta.**

Por que Juanita recibió una alcancía con \$500 y va ahorrando de a 200 por día o sea que tiene 500 y en la semana son 7 días y ahorra de a 200.

Con la pregunta 8, pretendíamos identificar si los estudiantes comprenden el significado de dos variables en un problema cotidiano y a través de la solución de un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas, daba respuesta a una pregunta asociada al problema. Hay un porcentaje alto de estudiantes que no comprenden la pregunta y responden incorrectamente (86%), argumentando que no saben cómo plantear el sistema de ecuaciones que den cuenta de la solución del problema y como resolverlo.

Figura 5. Pregunta No. 8 – Prueba Diagnóstica, respuesta de estudiante

8. Juanita Recibió una alcancía con \$500 y han decidido ahorrar \$200 por día, mientras, Luisa recibió una alcancía con \$300 y ha decidido ahorrar \$400 por día. Si x representa la cantidad de día e y la cantidad dinero, responda las siguientes preguntas:

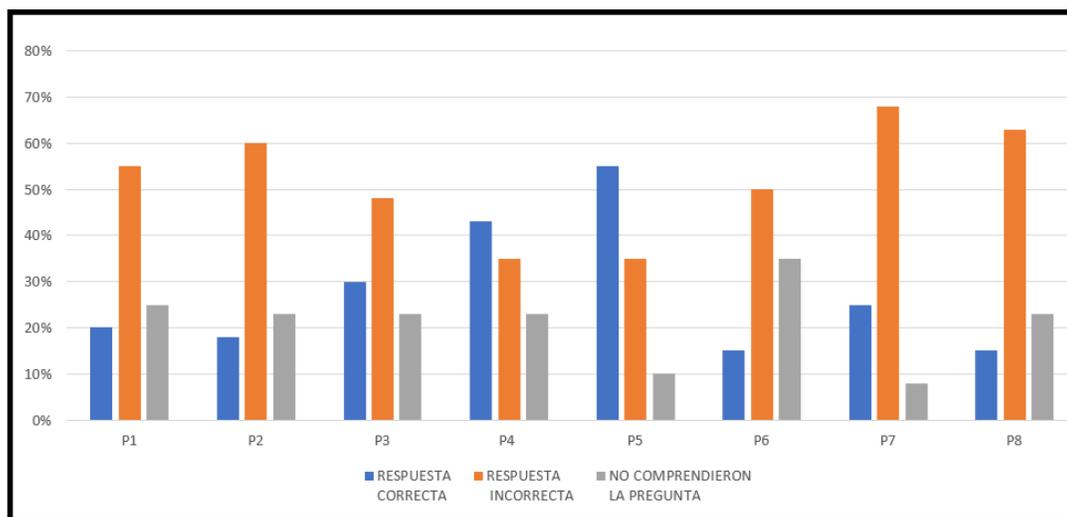
¿A qué misma cantidad de días Juanita y Luisa tendrán igual cantidad de dinero en las alcancías? **Justifique su respuesta.**

x y $y + 300$ lo que creo que es $500 - 200 \cdot 400$ y se divide en el mes y el número es el número de días en lo que la cantidad quedaria igual.

La necesidad de esta investigación es buscar maneras de sortear las dificultades encontradas (prueba diagnóstica), usando como herramienta la geometría dinámica, a través de ella los estudiantes tendrán mejores elementos para comprender como resolver un sistema de ecuaciones lineales 2×2 .

A continuación, se presentan los resultados de la prueba diagnóstica, que resume las dificultades encontradas:

Figura 6. Resultados de la prueba diagnóstica



Fuente: Elaboración propia.

El análisis de la prueba muestra que hay dificultades con la solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, especialmente con la relación que se tiene de los siguientes conceptos asociados: i) Los estudiantes no asocian conocimientos previos; ii) no logran plantear ecuaciones para solucionar diferentes problemas cotidianos; iii) los estudiantes no logran plantear sistemas de ecuaciones lineales.

Para sustentar la problemática existente se han revisado algunas investigaciones en las que se presentan algunas dificultades en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, por ejemplo, Segura (2004), plantea que se presentan dificultades en el registro verbal que se relacionan con sistemas de ecuaciones, vinculadas al hecho de que los estudiantes no infieren al pasar de un registro a otro y esto ocurre del verbal al algebraico y por último plantea que si se realizan actividades en las que se relacione la acción, formulación y validación, esto permitirá un mejor aprendizaje en la solución de sistemas de ecuaciones lineales. De acuerdo con

Oaxaca (2009), se encontró que los alumnos presentaban dificultades al resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y también para relacionarlo con diferentes modelos matemáticos.

Posteriormente, Garces (2009), en su investigación relacionada con GeoGebra analiza las ventajas y desventajas que se pueden dar en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, entre las cuales se destacan: *i)* se presentan de forma rutinaria y algorítmica, *ii)* los diferentes métodos se presentan de forma mecánica, y *iii)* se presentan problemas comunes y sin dar algún sentido lógico a lo que se presenta.

A partir de la investigación realizada por Garces (2009), y para ilustrar las diferentes dificultades que se presentan en la solución de sistemas lineales con dos incógnitas, se aplicó una prueba a 40 estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Las Villas². La prueba consta de 8 preguntas, las cuales estaban relacionadas con tres categorías: *i)* conocimientos previos, *ii)* planteamiento de ecuaciones y, *iii)* sistemas de ecuaciones lineales. La primera categoría, se preguntó especialmente con la simplificación de expresiones algebraicas, en la segunda a partir de diferentes situaciones a plantear ecuaciones asociadas a diferentes problemas y la última a resolver diferentes tipos de ecuaciones.

Por último, también se evidencia que los estudiantes reconocen muy poco los conocimientos previos al resolver sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , solamente identifican elementos asociados a resolver ecuaciones de primer grado, esto evidenciado en la entrevista a docentes de la IE Las Villas (Véase Anexo 4. Entrevista a docente del área de matemáticas) y el diario de campo (Véase Anexo 5. Registro del diario de campo – Clase grado noveno), a partir

² 40 estudiantes de la jornada mañana de la Institución Educativa Las Villas.

de: *i*) los estudiantes se caracterizan por presentar un bajo rendimiento académico, acompañado de una pobre capacidad de concentración e interés con respecto al aprendizaje, *ii*) además los estudiantes ven a la institución como un lugar donde pueden socializar, divertirse y en algunos casos aprender, *iii*) su expectativa es aprender, pero a través de la diversión y la vida en sociedad y, *iv*) la institución presenta problemas en la cantidad de estudiantes por salón con respecto a los docentes y espacios en la institución.

La necesidad de esta investigación es buscar maneras de sortear las dificultades encontradas (prueba diagnóstica), y proponer la alternativa mediante el uso de la herramienta de geometría dinámica (GeoGebra), a través de ella los estudiantes tendrán mejores elementos para comprender como solucionar sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

2.4 Formulación del problema

¿Cómo diseñar una estrategia didáctica mediada por el uso del software GeoGebra, para favorecer la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 aplicados a diferentes problemas geométricos y cotidianos, en un grupo de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Las Villas – Soacha?

2.5 Objetivos

2.5.1. General.

Diseñar una estrategia didáctica mediada por el uso del software GeoGebra, para favorecer la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 aplicados en diferentes problemas geométricos, en un grupo de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Las Villas – Soacha.

2.5.2. Específicos.

- Realizar un diagnóstico del nivel de comprensión de los estudiantes sobre los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , a partir de una prueba en la que evaluara tres aspectos: *i)* el uso de conocimientos previos, *ii)* planteamiento de ecuaciones, y *iii)* resolución de ecuaciones lineales.
- Diseñar actividades utilizando el programa de geometría dinámica GeoGebra, para favorecer en el aula la enseñanza y aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 .
- Implementar actividades a un grupo de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Las Villas – Soacha, con la finalidad de que se promueva la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Evaluar los resultados, después de la implementación de las diferentes tareas en las que se utilizaron geometría dinámica como mediador del proceso enseñanza y aprendizaje.

3 MARCO TEÓRICO

Este trabajo está enfocado en promover el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, para profundizar en el tema de investigación, se abordará dos aspectos importantes en su desarrollo, el disciplinar y el pedagógico, en el primero se definirán los sistemas de ecuaciones lineales, así como del software de geometría dinámica geogebra como herramienta de aprendizaje, y en el segundo se enmarca en el campo de la didáctica de las matemáticas, como escenario teórico-pedagógico que te permite reflexionar sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de esta área del conocimiento, y las unidades didácticas.

3.1. Los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

El lenguaje ha jugado un papel importante en las matemáticas porque es el medio para comunicar ideas. A partir de este se definen y representan los conceptos matemáticos, por esto se puede identificar qué es un sistema de ecuaciones lineales y cómo se clasifican (2×2 , 3×3 , *entre otros*). La naturaleza de una curva cualquiera viene dada por una ecuación de dos variables x e y . Dunham (1995).

A continuación, presento las definiciones de los conceptos que se consideran notables en esta investigación, sin restar importancia a los demás. Lo anterior estará basado en el enfoque expuesto en los libros: Precálculo – Matemáticas para el Cálculo de Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2012), y Álgebra Lineal de Grossman, S. y Flores J. (2012), ellos describen lo siguiente:

Se considera un sistema de ecuaciones al conjunto de ecuaciones con las mismas incógnitas. Un sistema de ecuaciones lineales es un sistema en el que cada ecuación es lineal. Al considerar un sistema lineal con dos incógnitas x y y , sería de la forma:

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

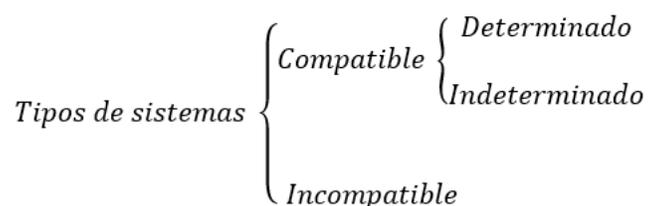
$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

Donde $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1$ y b_2 son números dados (pueden ser números reales). Cada una de estas ecuaciones corresponde a una línea recta. Cualquier par de números reales (x, y) que satisface el sistema se denomina como solución. (p. 2)

Una solución de un sistema es una asignación de valores para las incógnitas que hace verdadera cada una de las ecuaciones. Resolver un sistema significa hallar todas las soluciones del sistema. A partir de su solución, un sistema puede ser **consistente** o **inconsistente**, el primero admite solución (una solución o infinitas) y el segundo no admite solución. (p. 13)

A partir de lo anterior, podemos concluir que el sistema **consistente** puede ser determinado, la solución es única o indeterminado, la solución no es única, es decir tiene infinitas soluciones. También, a partir de la solución, se pueden considerar **compatible** o **incompatible**

Figura 7. Clasificación de los sistemas lineales 2x2



Fuente: Elaboración propia.

Estos son dos ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\text{a.} \begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ 4x + 3y = -5 \end{cases}$$

$$\text{b.} \begin{cases} x + 2y = -4 \\ 7x - 9y = 6 \end{cases}$$

Cuando se resuelve un sistema de ecuaciones, se puede hacer por distintos métodos, a continuación, se expondrá el procedimiento de los más utilizados al resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, como lo plantean Stewart, Redlin y Watson (2012):

- **Método de reducción o eliminación**, este es más utilizado por los estudiantes al momento de resolver un sistema de ecuaciones, en este método lo que se hace es combinar las dos ecuaciones usando sumas y restas para eliminar una de las dos incógnitas.

Aquí se realizan los siguientes pasos:

- i)* Multiplique una o más de las ecuaciones por números apropiados, de modo que el coeficiente de una incógnita de una ecuación sea negativo y el otro positivo.
- ii)* Luego, sume las dos ecuaciones para eliminar una incógnita y, a continuación, despeje la incógnita restante.

- iii)* Por último, en una de las ecuaciones planteadas al inicio, sustituta el valor hallado en el paso *ii)* y despeje la incógnita restante. (p. 631)

De esta manera, se resuelve un sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de reducción o eliminación.

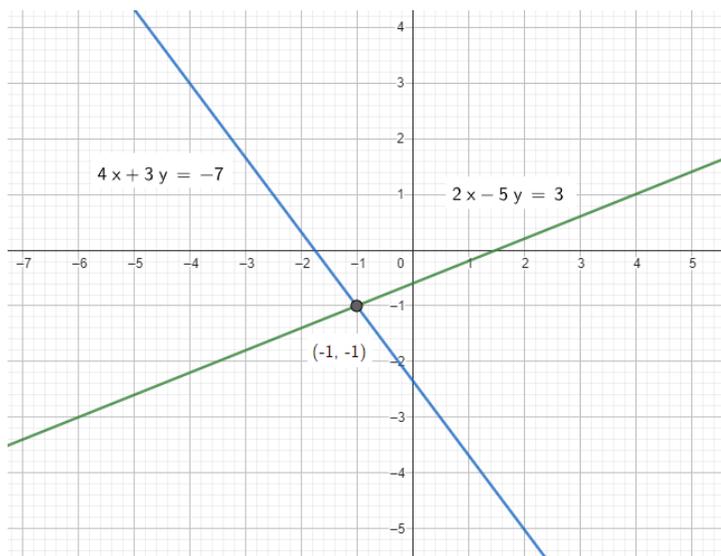
- **Método gráfico**, este método usualmente se utiliza por medio de una calculadora graficadora, se realizan los siguientes pasos:
 - i)* Expresa cada ecuación en una forma apropiada, dependiendo el recurso tecnológico que utilice, es decir, exprese y en términos de x . Grafique las ecuaciones en la misma pantalla.
 - ii)* Luego, halle el punto de intersección (si existe) de las dos ecuaciones y las coordenadas de x y y será la solución del sistema de ecuaciones con dos incógnitas. (p. 632)

El siguiente es un ejemplo resuelto por el método gráfico:

Ejemplo 1: Si consideramos el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ 4x + 3y = -5 \end{cases}$, al resolverlo por el

método gráfico, su solución sería $(-1, -1)$

Figura 8. Gráfica del ejemplo 1



- **Método de sustitución**, en este método se inicia con una ecuación del sistema, en el que se despeja una incógnita (variable) en términos de la otra, a continuación, se presenta los pasos a realizar:
 - i)* Escoja una de las dos ecuaciones y despeje una incógnita (variable) en términos de la otra.
 - ii)* Luego, sustituya la expresión del paso anterior *i)* en la otra ecuación, para obtener una ecuación con una sola incógnita y, posteriormente despeje esta incógnita.
 - iii)* En la expresión hallada en el paso *i)*, sustituya el valor hallado en el paso *ii)* para despejar la incógnita restante. (p. 630)

Anteriormente, se presentaron los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , más utilizados.

3.2. Software GD – GeoGebra

El GeoGebra es un programa de matemática diseñado inicialmente para la educación básica secundaria, es un software libre, creado por el Dr. Markus Hohenwarter en el año 2001, que integra dinámicamente geometría, álgebra, cálculo, estadísticas y gráficos en una sola plataforma, y permite a los estudiantes una amplia gama de procesos matemáticos.

La idea inicial de GeoGebra era proporcionar una herramienta que permitiera a los estudiantes y profesores explorar conceptos matemáticos de una manera dinámica y visual. El programa se desarrolló inicialmente como un proyecto de código abierto, lo que significa que su código fuente estaba disponible para que cualquiera lo utilizara, modificara y distribuyera de forma gratuita en todo el mundo.

Por otra parte, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente, de esta manera GeoGebra tiene la potencia de manejar con variables vinculadas a números, vectores y puntos; ya en un nivel más avanzado permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, como raíces o extremos.

Al considerar GeoGebra como una herramienta que permite un mayor aprendizaje de algunos conceptos matemáticos, lo cual lo concibe Bello (2013) como “Con este software los alumnos podrán manipular, conjeturar, esbozar y plantear posibles soluciones, mediante la técnica del arrastre con ensayo y error de sus conjeturas lo que los llevará a construir su propio conocimiento” (p. 13). También, Garces (2009), considera que “Favorece el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes a través de la resolución de problemas por medio de GeoGebra” (p. 50), es importante tener presente, que este software se puede instalar localmente o acceder por medio de internet, las aplicaciones dinámicas de trabajo creadas con GeoGebra

pueden ser fácilmente exportadas y publicadas en la red. Esto ha permitido que la comunidad académica internacional apoye el desarrollo del programa y a su vez, contribuye con ideas innovadoras para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en diferentes niveles de grado.

Por último, cabe destacar que GeoGebra está disponible en 39 idiomas y es utilizado por los educadores matemáticos en más de 190 países en las aulas escolares, por la tecnología integrada en el desarrollo profesional de los docentes, y en programas de formación docente.

Por otra parte, Garces (2009) señala que:

El público objetivo de este software puede ser:

1. Los investigadores en el diseño de instrucción y la enseñanza de las matemáticas que pueden llevar a cabo investigaciones en la integración de la tecnología educativa, la enseñanza de la matemática y el aprendizaje.
2. Maestros de matemáticas que utilizan o utilizarán GeoGebra en su práctica en el aula.
3. Los administradores de las instituciones educativas, los matemáticos o los especialistas interesados en el uso sostenible de tecnología de bajo costo. (p. 16)

3.3. Problemáticas asociadas a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Segura (2004) reporta un estudio con un grupo de estudiantes en el que, a pesar de los esfuerzos de los docentes, incurren en numerosas dificultades como usar las operaciones aritméticas más elementales en diferentes situaciones que involucran ecuaciones o sistemas de ecuaciones lineales, también resuelven un sistema de ecuaciones y no realizan su verificación (solución), es decir hay una desconexión entre el objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales y su conjunto solución (x,y) . Por último, concluye que las dificultades que se dan en el

aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales se encuentran ligados a la complejidad de la matemática misma, y a otros objetos matemáticos como números reales, función y función afín, entre otros.

Abrate, Font y Pochulu (2008) estudian las problemáticas asociadas a los obstáculos y dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de ecuaciones. En su investigación establecen dos fases, en la primera diseñaron una secuencia de actividades en la que buscaban dar respuesta al discurso que utilizaban los estudiantes en el contexto de resolución de ecuaciones y evidenciar diferentes dificultades y en la segunda fase se centraron en analizar alrededor de 60 libros de matemáticas, en cómo se abordaban la resolución de sistemas de ecuaciones a partir de propiedades o metáforas objetuales (es decir las propiedades particulares del objeto matemático) y por transposición de términos o metáfora operacional (es decir ciertas reglas que tiene el objeto matemático). Su investigación, los llevo a encontrar obstáculos como: *i*) el mal uso de la transposición de términos en una ecuación, *ii*) no dan explicación en la resolución de ecuaciones al momento de utilizar propiedades, y *iii*) utilizan de manera incorrecta las expresiones “términos” y “miembros” de una ecuación, como equivalentes.

Movshovitz et al. (1987) citado en Muñiz R., Rodríguez M. y Alba A. (2022) sugiere que se puede analizar las dificultades a partir de una serie de categorías que resultaron de su trabajo de investigación, estas se dieron a partir de considerar que los estudiantes de secundaria cometen los errores no accidentalmente, sino que son el producto de un proceso lógico que tiene algún sentido para el estudiante. A continuación, se presenta una tabla en las que se organizaron las diferentes categorías que planteó:

Tabla 2. Categorías errores comunes

Categoría:	Descripción de la categoría
1. Datos mal transcritos	Discrepancia entre los datos proporcionados y la utilización que los estudiantes hacen de ellos.
2. Lenguaje mal interpretado	Traducción incorrecta de situaciones matemáticas al cambiar del lenguaje usual al lenguaje matemático.
3. Inferencias inválidas	Están vinculadas a un uso incorrecto del razonamiento lógico – matemático
4. Teoremas o definiciones	Son modificados o aplicados de manera incorrecta.
5. Solución no verificada	No es comprobado el resultado, sin tener en cuenta los pasos que se utilizaron de manera correcta.
6. Errores técnicos	Al realizar los cálculos de una tabla, manipulación algebraica, errores cometidos al ejecutar algoritmos conocidos, entre otros.

Fuente: Adaptado de Movshovitz et al. (1987)

3.4. Enfoque pedagógico – Aprendizaje Significativo

Al querer abordar el aprendizaje significativo como parte de la enseñanza – aprendizaje, debemos reconocer dos condiciones importantes, como lo plantea Moreira-Chóez et al (2021), *i*) el recurso que se utilice debe ser potencialmente importante en el aprendizaje, es decir, que al tomar libros, software, aula entre otros elementos deben conectar la estructura cognitiva individual del estudiante con el desarrollo del contenido del conocimiento adquirido, y *ii*) el

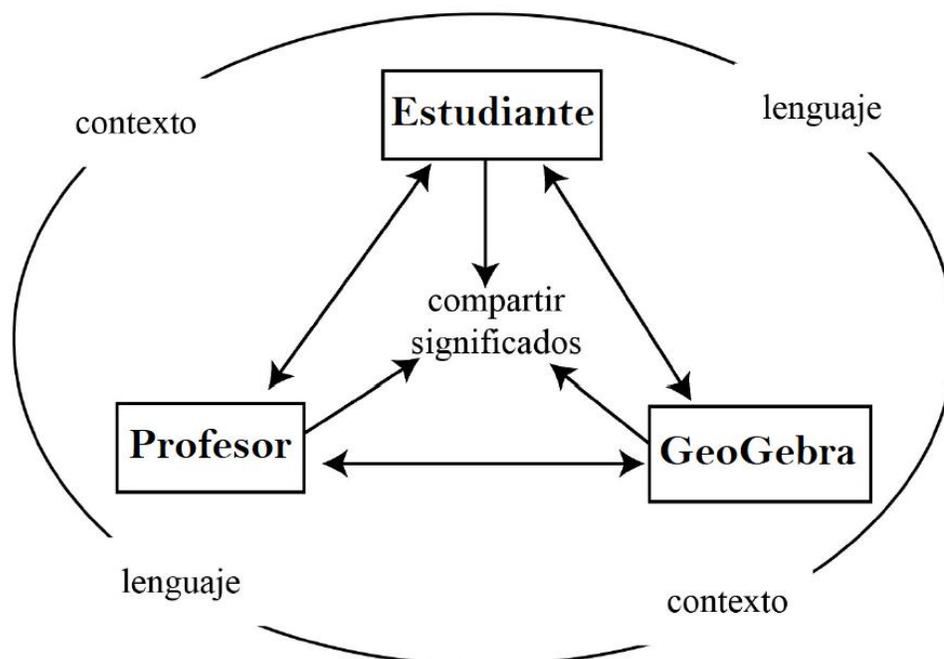
estudiante debe presentar interés por aprender, lo que debe tener conocimientos previos, para construir su propio conocimiento a partir de las ideas existentes y las nuevas.

Mazario T. (Citados por Moreira-Chóez, Beltron & Beltrón, 2021) mencionan que los tipos de aprendizaje significativo que fueron categorizados por David Ausubel y que se imparten a nivel educativo son:

- ✓ ***Aprendizaje significativo***: es cuando el significado de los diferentes contenidos es construido por el alumno y no se presentan de forma arbitraria, sino sustancial.
- ✓ ***Aprendizaje memorístico***: es cuando el contenido que se aborda se define con sus significados en sí mismos y carece de conocimientos anteriores (previos) y no es motivado.
- ✓ ***Aprendizaje receptivo***: es cuando el estudiante recibe los contenidos ya elaborados, sin permitir una interacción...
- ✓ ***Aprendizaje descubrimiento***: este aprendizaje es opuesto al memorístico, dado que el estudiante debe descubrir y en algunos casos construir su propio material en el proceso de aprendizaje.

Gowin et al. (Citado por Moreira M., 2017) mencionan que, desde una perspectiva interaccionista social del aprendizaje significativo, se presenta la triada (estudiante, profesor y materiales educativos del curriculum), desde el presente trabajo de investigación, realizó un cambio en la triada, al relacionar Geogebra como elemento de los materiales educativos, a continuación, lo presentó en la siguiente figura.

Figura 9. Triada del Aprendizaje Significativo en una visión interaccionista social de Gowin.



Fuente: Adaptado de Moreira (2017)

De acuerdo con las ideas que se deben reconocer al abordar aprendizaje significativo en la enseñanza, como el mismo Moreira (2017), reconoce la importancia y el papel que juega el profesor en este proceso:

En ese modelo, un episodio de enseñanza tiene lugar cuando el estudiante capta los significados que el profesor quería que el captase y que son aquellos ya aceptados por una comunidad de usuarios. Es en ese sentido como se comparten los significados. Desde este punto de vista, el aprendiz está en condiciones de decidir si quiere aprender significativamente, cuando capta los significados aceptados en

el ámbito de la materia de enseñanza, compartiendo significados con el profesor respecto de los materiales educativos del currículo (p. 8).

Debido a lo anterior, se reconoce al software GeoGebra como el mediador que permitirá abordar de una mejor manera la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2, por esta razón la finalidad del proyecto es permitirles a los estudiantes herramientas para que puedan construir nuevos conocimientos a partir de todo lo que han aprendido desde el aprendizaje significativo.

3.5. Secuencias Didácticas

Una secuencia didáctica según Zabala (2008) es una serie o conjuntos de actividades con un orden, estructurada y articulada para la obtención de unos objetivos o metas educativas que tienen un inicio y final, conocidos tanto por el profesor como por el estudiante. Proporciona una serie de actividades de aprendizaje y evaluación a solucionar por los estudiantes con el fin de desarrollar una habilidad o competencia específica.

Pimienta y Enríquez (2009), refiere que las secuencias didácticas siempre se deben direccionar hacia una situación didáctica, es decir, una actividad de aprendizaje que debe ser abordada por los estudiantes para cumplir con la competencia. A continuación, se presenta una tabla en las que se organizaron los diferentes componentes que debe tener.

Tabla 3. Componentes de una secuencia didáctica

<i>Componente</i>	<i>Descripción del componente</i>
1. Situación problema del contexto	Problema relevante del contexto por medio del cual se pretende la formación.

2. Competencias o metas	Se describe la competencia o competencias que se contribuirán a formar.
3. Actividades de aprendizaje y de mediación de la enseñanza	Se definen las actividades con el docente y las actividades de aprendizaje autónomo por el estudiante.
4. Evaluación	Se establecen los criterios y evidencias para orientar la evaluación del aprendizaje. Se anexan las rúbricas de evaluación.
5. Recursos	Se establecen los materiales y recursos educativos requeridos, también incluyendo los espacios físicos.
6. Proceso metacognitivo	Se describen las principales sugerencias para que el estudiante reflexione y se autorregule en el proceso de aprendizaje.

Fuente: Adaptado de Tobón, Pimienta y García (2010)

Por su parte, Brousseau (2007), en sus investigaciones plantea la necesidad de tener un modelo propio en la actividad matemática, a partir de las dificultades y cuestionamientos del conocimiento matemático enseñado, el cual lo llamo Teoría de Situaciones Didácticas el cual se sintetiza en secuencias didácticas. También, Godino (2004) reconoce que una elección con buenas situaciones problema es la clave para lograr aprendizajes en las matemáticas esperados en los estudiantes.

4 DISEÑO METODOLÓGICO

El marco metodológico que configura la presente investigación cualitativa está determinado por el paradigma interpretativo y como método de estudio se utilizara la investigación acción. Siendo que el contexto de la investigación es la Institución Educativa Las

Villas del municipio de Soacha del departamento de Cundinamarca, los informantes clave serán los estudiantes del grado noveno de Básica Secundaria. La recolección de la información se realizará mediante la entrevista semiestructurada y la revisión documental; y el análisis de la información será a través de la triangulación de datos.

4.1. Tipo y diseño de investigación

Para la presente investigación se ha escogido el enfoque cualitativo, porque concebir un proceso de investigación social de perspectiva cualitativa está relacionado con la interpretación y la comprensión de los contenidos subjetivos e intersubjetivos que subyacen en el entramado cultural y social que se estudia, lo cual lo concibe Martínez (2012) como “Tratar de identificar, básicamente, la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones” (p. 66). Indagar en lo interno o en la conciencia colectiva que se manifiesta en el aula, permitirá comprender las características de los procesos pedagógicos que identifican al contexto; así como establecer el impacto que pueden generar nuevas formas de concebir y estructurar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Igualmente, el enfoque cualitativo se presenta como una estrategia orientada a conocer la realidad social desde la relación entre la subjetividad del investigador y la intersubjetividad de realidad investigada. Según Corbetta (2010), el enfoque cualitativo concibe lo social en relación con las acciones y comportamientos humanos; y según Sampieri, Fernández y Baptista (2014), la perspectiva cualitativa de la investigación tiene por objetivo fundamental “Describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes” (p. 56). Es así, que se tomaran las acciones, las interacciones y las diversas relaciones que se den en el proceso de enseñanza aprendizaje, como sustento para la

comprensión y la transformación del proceso educativo, en aras del mejoramiento de la calidad educativa.

Teniendo en cuenta que se pretende transformar los procesos de enseñanza – aprendizaje del área de matemáticas de los estudiantes de grado noveno, mediante una propuesta pedagógica novedosa, se hace necesario evaluar y reflexionar sobre el impacto de estas transformaciones en el proceso educativo y en sus diferentes actores, de tal manera que se puedan reconocer las falencias y los errores cometidos; para establecer métodos que sustenten cambios estratégicos en las formas de concebir, estructurar y desarrollar en proceso educativo; tanto en sus especificidades como en sus generalidades.

Es así como se implementará la investigación – acción educativa (IAE), como diseño metodológico que permita reconocer la realidad educativa y generar soluciones pertinentes y contextualizadas en los procesos pedagógicos problematizadores, en cuanto a la búsqueda de calidad en el desarrollo de competencias educativas del área de matemáticas. Según Elliot (2000) La investigación-acción interpreta "lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema" (p. 5). En este sentido, este método permite mejorar la calidad de las acciones humanas en la búsqueda de soluciones, a través de un proceso cíclico y continuo de planeación, acción y reflexión, que sale al encuentro de los intereses y las necesidades, en este caso de carácter pedagógico y educativo.

La investigación – acción educativa, según Kemmis (1988) "Es una forma de búsqueda auto reflexiva, llevada a cabo por participantes en situaciones sociales, para perfeccionar la lógica y la equidad de las propias prácticas sociales o educativas" (p. 45). Los participantes de la investigación, docentes y estudiantes serán consientes de los objetivos y propósitos que guían la búsqueda de conocimiento de los paradigmas formativos insertados en el contexto; y desde su

propia reflexión y análisis, se construirán elementos de cambio que redunden en acciones pedagógicas que estimulen procesos de enseñanza y aprendizaje de mejor calidad y pertinentes con la realidad sociocultural.

De acuerdo con las ideas de diversos autores e investigadores de la investigación – acción educativa, como el mismo Kemmis (1988), Lewis (1944), Elliott (1996), Lomax (1990), entre otros; se proponen principalmente cuatro etapas para estructurar la investigación acción: planificar, actuar o ejecutar, observar o evaluar, y reflexionar. Estos criterios o etapas los define Torrecilla y otros (2011):

Desarrollar un plan de acción informada críticamente para mejorar la práctica actual; actuar para implementar el plan, que debe ser deliberado y controlado; observar la acción para recoger evidencias que permitan evaluarla; y reflexionar sobre la acción registrada durante la observación, ayudada por la discusión entre los miembros del grupo (p. 13).

Todo el proceso debe conducir a develar los verdaderos significados de la acción educativa que se está investigando; a la vez que debe servir de base a futuros elementos problematizadores e investigativos.

En esta investigación, teniendo en cuenta que primero hay que reconocer la realidad estudiada, se plantean cinco etapas para la comprensión y transformación del proceso educativo, que den respuesta a los objetivos y a las preguntas de investigación; estas etapas son las siguientes:

- 1. Diagnóstico:** Reconocimiento de las características del contexto educativo y de la problemática pedagógica. Aquí se realizó una prueba diagnóstica que nos permitió reconocer algunas dificultades que presentaban los estudiantes al resolver

problemas utilizando los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . También se realizó una entrevista-taller que, al sistematizar las respuestas de los estudiantes, nos permitió identificar algunos elementos importantes para diseñar la secuencia didáctica.

- 2. Planificación:** Se diseñarán estrategias basadas en aprendizaje significativo y en el software GeoGebra, para mejorar la calidad del proceso de enseñanza aprendizaje del estándar: identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales (MEN, 2006); y de la competencia, “la resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 ”, del área de matemáticas, en los estudiantes del grado noveno. Durante esta etapa se diseñará una secuencia didáctica a partir de los componentes que se identificaron en el marco teórico (situación problema del contexto, competencias o metas, actividades de aprendizaje, evaluación, recursos y procesos metacognitivos), que fueron tenidos en cuenta para diseñar las cinco actividades, las cuales fueron elaboradas alrededor del software GeoGebra.
- 3. Actuación o Ejecución:** Se implementarán las nuevas estrategias pedagógicas basadas en aprendizaje significativo y en el software GeoGebra, para la enseñanza del estándar: identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales (MEN, 2006); y de la competencia, “la resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 ”, del área de matemáticas, en los estudiantes del grado noveno. Durante esta etapa se tiene estipulado aplicar la secuencia didáctica en 14 sesiones de clase (cada sesión es de 50 minutos), estas actividades se abordarán a lo largo del segundo semestre 2024-2, que corresponde al II trimestre académico de la institución. Aquí es importante, reconocer que se hace una propuesta de

ejecución, que esta sujeta a los ritmos de aprendizaje de los grupos en los cuales se aplicará la secuencia didáctica.

- 4. Observación o Evaluación:** Se interpretarán y explicarán los resultados de la implementación de la nueva estrategia pedagógica, a la luz de las necesidades de aprendizaje y de la búsqueda de una mejor calidad educativa. Cómo esta etapa se realizará después de realizado el proyecto, se tiene estipulado hacer una evaluación en la que se pueda evidenciar los avances del trabajo realizado (secuencia didáctica), esta puede ser una prueba de selección múltiple (muy parecida a las PRUEBA SABER o AVANCEMOS), o una prueba con preguntas abiertas muy parecidas a las actividades que se elaboraron en la secuencia didáctica.
- 5. Reflexión:** Se analizarán todas las etapas anteriores, de tal manera que se genere una reflexión compleja y holística del proceso pedagógico; y de la necesidad de su revisión, evaluación, innovación y transformación continuas, para favorecer la calidad del proceso de enseñanza aprendizaje del área de matemáticas, en el contexto. Este proyecto, nos debe permitir modificar nuestras prácticas de aula, dado que evidenciamos los avances que se puedan dar al aplicar la secuencia didáctica y también reconocer diferentes formas de abordar conceptos matemáticos.

Los pasos anteriores, serán la base para conocer y reconocer nuevas posibilidades en la enseñanza de las matemáticas en el contexto estudiado, mediante una comprensión de carácter complejo de la realidad pedagógica que les determina. La IAE, Según Latorre (2005) es “una forma de indagación realizada por el profesorado para mejorar sus acciones docentes o

profesionales y que les posibilite revisar su práctica a la luz de evidencias obtenidas de los datos y del juicio crítico de otras personas” (p. 5).

De ahí la importancia de todas las ideas que se configuran en el proceso intersubjetivo de comunicación pedagógica en el área de matemáticas, entre estudiantes y docentes; a partir de lo cual será posible generar conocimiento y reflexiones profundas y enriquecedoras para el mejoramiento de la calidad educativa.

4.2. Población y Muestra

El contexto poblacional que configura este proceso metódico de investigación – acción, está conformado por los estudiantes del grado noveno de Educación Básica Secundaria de la Institución Educativa Las Villas del municipio de Soacha, Cundinamarca. Se trata de 30 estudiantes de grado décimo. Ellos serán los informantes clave, ya que son sujetos representativos de la realidad pedagógica problematizadora, que brindarán la información necesaria y pertinente para la construcción de conocimiento relacionado con el proceso de enseñanza aprendizaje del estándar: *identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales* (MEN, 2006, p.86); de la competencia, *“la resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2”*; del área de matemáticas. De tal manera que sea posible generar comprensión con el proceso establecido, a la vez que establecer mecanismos para la construcción de estrategias pedagógicas novedosas y transformadoras, con base en la pedagogía para la comprensión y en el software GeoGebra.

4.3. Instrumentos de recolección de información

Los instrumentos que permitirán la recolección de la información en esta investigación son: la entrevista semiestructurada y revisión documental. Según Bernal (2011)

Disponemos de tres vías o maneras de averiguar e indagar sobre las características que identifican una estructura social determinada: se puede observar lo que las personas dicen o hacen y tratar de descubrir lo que ocurrió; o simplemente preguntarles sobre lo que ocurrió; o también podemos analizar los materiales o huellas del proceso en el que participan (p. 19).

Por tal motivo la entrevista semiestructurada se convierte en esta investigación en una de las principales herramientas para la recolección de la información.

La entrevista semiestructurada según Strauss y Corbin (2006) da acceso una información más verídica desde lo subjetivo e intersubjetivo. De acuerdo con Alonso (1999) citado por Toscano (2009) la entrevista es un proceso comunicativo, en el cual se obtiene información de una persona, la cual se encuentra contenida en su biografía, entendiéndose por biografía el conjunto de las representaciones asociadas a los acontecimientos vividos por el entrevistado (p. 48). La entrevista está relacionada con el dialogo que permite acceder a la conciencia de los sujetos. En Robles (2011):

La intencionalidad principal de este tipo de técnica es adentrarse en la vida del otro, penetrar y detallar en lo trascendente, descifrar y comprender los gustos, los miedos, las satisfacciones, las angustias, zozobras y alegrías, significativas y relevantes del entrevistado; consiste en construir paso a paso y minuciosamente la experiencia del otro. (p. 40)

El proceso de la entrevista será desarrollado a través de un grupo de discusión, que será conformado por los estudiantes del grado décimo, de tal manera que sea posible poder acceder a los significados de la realidad educativa y su valoración de la evolución de los procesos pedagógicos. A continuación, se presenta la situación problema con la que se abordara la

entrevista y una tabla con las preguntas asociadas a los diferentes componentes de análisis de esta.

- **Situación problema**

David y Camila son estudiantes de grado 9° de la IE Las Villas. Su profesora de matemáticas les pide el favor de comprar lápices y borradores para regalar a los niños de 4°, teniendo en cuenta que deben ser 35 elementos en total. David compra 18 lápices y 17 borradores pagando \$ 33.400, mientras Camila compra 11 lápices y 24 borradores por un total de \$ 31.300.

¿Cuál es el costo de un lápiz y el costo de un borrador?

A partir de la situación problema, responde las siguientes preguntas:

Tabla 4. Categorías - Preguntas para entrevista de estudiantes

Categoría:	Pregunta
1. Datos mal transcritos	¿Cuáles son las incógnitas (variables) que se presentan en la situación problema y cómo las utilizas?
2. Lenguaje mal interpretado	¿Cómo representaría las expresiones: “David compra 18 lápices y 17 borradores pagando \$ 33.400” y “Camila compra 11 lápices y 24 borradores por un total de \$ 31.300”, por medio de ecuaciones?
3. Inferencias inválidas	¿Qué procedimiento usaría para resolver el problema?
4. Teoremas o definiciones	¿Usaría un sistema de ecuaciones lineales 2x2, para resolver la situación?

5. Solución no verificada	Después de solucionada la situación problema, ¿Reconoces algún método o forma para verificar que es correcta la respuesta?, ¿Cuál método?
6. Errores técnicos	Cuándo resuelves sistemas de ecuaciones 2×2 , ¿Qué es lo que más se te dificulta?

Fuente: Producción propia

En el apartado de Anexos, se incluye la entrevista que se aplicó a los estudiantes. Véase Anexo 7.

Entrevista a estudiantes de grado décimo.

El otro instrumento de recolección de información es la revisión documental, la cual está relacionada con lo propuesto por (Strauss y Corbin, 1990), en cuanto a que debe revisarse literatura tanto técnica como no técnica con relación al objeto de estudio, de tal manera que se pueda configurar una visión compleja y holística del proceso de investigación y de sus diversos contenidos; esto con el fin de poder elaborar síntesis documentales que puedan soportar el proceso de comparación de datos de los instrumentos de análisis de la información, al igual que las reflexiones que nutren el proceso de comprensión.

Teniendo en cuenta que se pretende analizar diferentes textos escolares en el ámbito matemático, es necesario identificar categorías que nos permitan visualizar el tratamiento disciplinar y didáctico de los conceptos asociados a los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . De acuerdo con el método de revisión de textos escolares propuesto por Godino, Batanero y Font (2007) citado por Castillo, Burgos y Godino (2022), se identificaron los siguientes componentes y categorías:

Componente epistémico:

- Conceptos: Si se presenta de una manera clara y correcta los diferentes significados asociados a los objetos matemáticos abordados en cada unidad temática.
- Procedimientos: Se reconocen diferentes formas de tratamiento procedimental de los objetos matemáticos con aclaraciones intuitivas y luego más formales o generales.
- Modelización: Se pretende evidenciar, si se cuenta con una relación entre diferentes representaciones matemáticas de conceptos y relaciones de un fenómeno complejo.

Componente cognitivo:

- Evaluación: Se reconocen en el texto diferentes instrumentos de evaluación, coevaluación y autoevaluación.
- Conocimientos previos: Se identifica en el texto, los conceptos y las habilidades que son requisitos previos de las diferentes temáticas que se abordaran posteriormente.

A continuación, se presenta el instrumento de recolección de información en la revisión documental de los textos escolares:

Tabla 5. Categorías – análisis documental de textos escolares

<i>Componente</i>	<i>Categoría</i>	<i>Descripción de la categoría</i>
Epistémico	Conceptos	Se presentan los conceptos fundamentales del tema en forma clara y correcta y se adaptan al nivel educativo al que se dirigen.
	Procedimientos	Se presentan los procedimientos fundamentales del tema de manera clara y correcta, y se adaptan al nivel educativo al que se dirigen.
	Modelización	Se plantean situaciones que permitan al estudiante utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas (identificar, seleccionar características de una situación, representarlas simbólicamente, analizar y razonar el modelo, las características de la situación, la precisión y limitaciones del modelo).
Cognitivo	Conocimientos previos	Se contempla en el texto los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema. Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes.
	Evaluación	Se proponen instrumentos de evaluación y autoevaluación. Se promueve que los resultados de las evaluaciones se difundan y usen para la toma de decisiones. La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia

Fuente: Adaptado de Castillo, M. y et al (2022)

4.4. Instrumentos de análisis de la información

El análisis de la información es el elemento que configura los significados que surgen de la realidad estudiada y le da el sentido al proceso investigativo. Para Arnal, Rincón y Latorre (1992) “Analizar consiste en dar sentido a las primeras impresiones, así como a los resúmenes finales. El análisis significa esencialmente poner algo aparte. Ponemos aparte nuestras impresiones, nuestras observaciones” (p. 67). Siendo la investigación de carácter cualitativo, los elementos de análisis están relacionados a los significados que sobresalen de la realidad pedagógica estudiada y que dan respuesta a las preguntas y a los objetivos de la investigación.

Por eso, como soporte de análisis del diseño metódico de la investigación – acción, se utilizará la triangulación de datos. El proceso que sigue la triangulación de datos está relacionado con la comparación de los significados que surgen de los diferentes elementos de recolección de la información. Según Jakob (2001) citado por Escudero, Delfín y Gutiérrez (2008) “Combinando múltiples observadores, teorías, métodos y materiales empíricos, los investigadores pueden esperar superar la debilidad o los prejuicios intrínsecos y el problema que provienen de estudios de método único, observador y teoría únicos” (p. 82). Entre más fuentes de información, mayor contraste se puede realizar y mayor complejidad se puede conseguir; por lo tanto, mayor fiabilidad y credibilidad se puede lograr en la interpretación.

De acuerdo con Benavides y Gómez (2005) “La triangulación es una herramienta enriquecedora que le confiere a un estudio rigor, profundidad, complejidad y permite dar grados variables de consistencia a los hallazgos” (121). En este caso abrirá la posibilidad de comprender la realidad pedagógica para la enseñanza del área de matemáticas del grado noveno; desde el impacto de procesos establecidos y desde los mecanismos de transformación que se insertaran

para el mejoramiento de la calidad académica. Igualmente, según Escudero, Delfín y Gutiérrez (2008):

Por ejemplo, en un estudio en el cual se realizaron cuestionarios, entrevistas y revisión de literatura, las tres fuentes de datos se colocan en los puntos de un triángulo, donde cada fuente de datos proporciona un punto de partida filosófico para las otras fuentes de datos. (p. 78)

La información que se triangulara es la que surge de los dos instrumentos que se utilizara para la recolección de datos, los cuales son el grupo de entrevistados (30 estudiantes) y la revisión documental (6 textos escolares – grado Noveno). Por eso, el análisis cualitativo o interpretación se hará mediante una matriz de sistematización y análisis; desde donde se podrán construir las categorías y subcategorías que configuren la interpretación, en una estructura teórico-conceptual con sentido y complejidad. Todo esto será mediado por un proceso de reducción de la información, lo cual para Bernal (2011) se trata de:

Reducir la información quiere decir hacerla manejable y para ello, la codificamos y categorizamos. Para ello fragmentamos la información en unidades de significado y a cada unidad le asignamos un código. Las unidades de significado son fragmentos del texto a los que el analista les atribuye un sentido o significado propio, y se vincula a una categoría (p. 20).

Con lo cual, tendremos finalmente la información verdaderamente significativa; organizada y seleccionada en unidades de sentido, con la complejidad necesaria para poder sustraer reflexiones pertinentes y coherentes con el proceso de investigación y con sus resultados.

4.5. Instrumentos de análisis de las entrevistas

El primer instrumento de análisis es la Tabla No. 6, que se presenta a continuación:

Tabla 6. Matriz de análisis de las entrevistas

Entrevistado Categoría	Estudiante 1	...	Estudiante 30	Hallazgos
1. Datos mal transcritos				
2. Lenguaje mal interpretado				
3. Inferencias inválidas				
4. Teoremas o definiciones				
5. Solución no verificada				
6. Errores técnicos				

Fuente: Producción propia

Se realizó esta tabla con el fin de recoger información de 30 entrevistas, la cual se analizó de la siguiente manera, las seis filas, indican las categorías de los posibles errores que presenta un estudiante al resolver una situación problema y la columna (Estudiante 1 hasta Estudiante 30) indica las inferencias que se encontraron en las respuestas que hicieron a seis preguntas asociadas a una situación problema, en la última columna que se llama Hallazgos, se realizó el análisis de las 30 respuestas en cada una de las preguntas.

4.6. Instrumentos de análisis de la revisión documental

El segundo instrumento de análisis es la Tabla No. 7, que se presenta a continuación:

Tabla 7. Matriz de análisis de la revisión documental

Componente	Categoría:	Texto 1	...	Texto 5	Hallazgos
Epistémico	Conceptos				
	Procedimientos				
	Modelización				
Cognitivo	Evaluación				
	Conocimientos previos				

Fuente: Producción propia

Se realizó esta segunda tabla con el fin de analizar, cómo se aborda epistemológica y cognitivamente los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 en diferentes textos escolares, se hicieron dos componentes epistémico y cognitivo, los cuales, cada uno tiene tres categorías, formando las seis filas de análisis de la información, la columna (Texto 1 hasta Texto 6) indica los seis textos de grado noveno que se analizaron en relación con las componentes epistémico y cognitivo, en la última columna que se llama Hallazgos, se realizó el análisis de los diferentes puntos común que se encontraron en los diferentes textos escolares.

4.7. Instrumento de triangulación de la información

El tercer instrumento de análisis es la Tabla No. 8, que se presenta a continuación:

Tabla 8. Matriz de triangulación de la información

Categorías revisión documental y entrevistas	Rev. Documental	Rev. Documental	Rev. Documental	Entrevista	Entrevista	Entrevista	Rev. Documental	Rev. Documental	Entrevista	Entrevista
	Conocimientos previos	Procedimientos	Modelización	Datos mal transcritos	Inferencias inválidas	Teoremas o definiciones	Conceptos	Evaluación	Solución no verificada	Errores técnicos
Componentes secuencia didáctica										
1. Diagnóstico de conocimientos previos		N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
2. Situación problema del contexto	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A			N/A	N/A	N/A
3. Competencias o metas	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A			N/A	N/A	N/A
4. Actividades de aprendizaje y de mediación de la enseñanza	N/A					N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
5. Evaluación	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A			
6. Proceso metacognitivo	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A			
7. Recursos	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A

Fuente: Producción propia

Se realizó esta tercera tabla con el fin de triangular la información, recogida en la **Tabla No. 6** los resultados de las 30 entrevistas a los estudiantes y la **Tabla No. 7** la revisión documental de los seis textos escolares de grado noveno. En la **Tabla No. 8**, se codificó la información a partir de las categorías utilizadas anteriormente, en la fila superior se presentan las categorías utilizadas en las entrevistas y la revisión documental, y en la columna de la izquierda, los componentes de la secuencia didáctica. Los colores que se utilizaron (amarillo, azul, verde y rosado) se hicieron con el fin, de encontrar elementos en común al momento de triangular la información, con el objetivo de diseñar la secuencia didáctica, la expresión *N/A* (no aplica) se utilizó para identificar, donde no había elementos en común al momento de triangular la información.

También, es necesario mencionar que se relacionaron diferentes categorías: *i)* Procedimientos, modelización, datos mal transcritos e inferencias inválidas, se relacionaron con el componente de actividades de aprendizaje y de mediación de la enseñanza. Los hallazgos obtenidos en estas categorías proveen información de carácter procedimental y de cómo los estudiantes abordan un tema, que se constituyen como elementos útiles a tener en cuenta al momento planificar de manera adaptada las actividades de aprendizaje en función de sus debilidades, *ii)* Teorema o definiciones y conceptos, se relacionaron con el componente situación problema del contexto y competencias o metas. Los hallazgos obtenidos, muestran el tratamiento que se le dan a los elementos de los SEL 2x2, desde cómo se aborda su definición y rutas en su desarrollo conceptual y los diferentes métodos de solución, y *iii)* Evaluación, solución no verificada y errores técnicos, se relacionaron con los componentes evaluación y proceso metacognitivo. Los hallazgos, permitirán evidenciar, diferentes formas en las que se puede hacer la evaluación de los SEL 2x2, clave al momento de hacer la evaluación en la secuencia didáctica.

5 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.

Durante la realización de este proyecto de investigación se pudo evidenciar que los estudiantes de grado noveno tienen dificultades al momento de comprender los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , esto lo presentamos en el siguiente análisis de información a partir de los instrumentos aplicados.

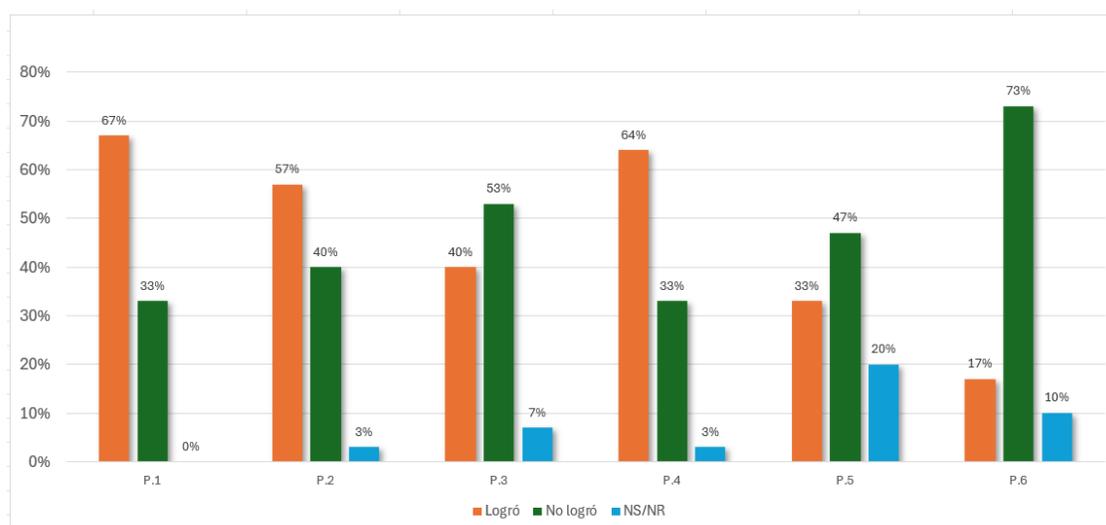
Tabla 9. Hallazgos de las 30 entrevistas - Situación problema

Entrevistado Categoría	Hallazgos
1. Datos mal transcritos	<ul style="list-style-type: none"> • La gran mayoría de los estudiantes identifican que hay dos variables (número de lápices y número de borradores). • Muy pocos estudiantes reconocieron, cómo utilizar las variables. • Por notación matemática, la gran mayoría utilizó las letras x, y o z para nombrar las variables.
2. Lenguaje mal interpretado	<ul style="list-style-type: none"> • Un buen número de los estudiantes identificó de manera correcta las dos expresiones por medio de sistemas de ecuaciones lineales 2×2. • Muy pocos reconocieron, de manera incorrecta la relación que había entre el número de lápices y borradores al momento de plantear las dos ecuaciones. • En términos de notación matemática, la gran mayoría utilizó las letras (x o y) para nombrar las variables o las mismas letras de la situación problema (l o b).
3. Inferencias inválidas	<ul style="list-style-type: none"> • La gran mayoría de los estudiantes no identificaron procedimientos para resolver la situación problema. • Gran parte de los estudiantes reconocieron uno o varios de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2×2, en la situación problema. • Alrededor de la mitad de los estudiantes (más o menos 15) identificaron las operaciones básicas (sumar, restar, multiplicar y dividir) para resolver la situación problema.

<p>4. Teoremas o definiciones</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La gran mayoría de los estudiantes no reconocieron si era conveniente usar un sistema de ecuaciones lineales 2x2 para resolver la situación problema. • Muy pocos reconocieron, un sistema de ecuaciones lineales 2x2 para resolver la situación.
<p>5. Solución no verificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Más de la mitad de los estudiantes reconocieron de forma incorrecta cómo verificar la solución del sistema de ecuaciones lineales 2x2. • Alrededor de 10 estudiantes en sus respuestas, respondieron NS / NR. • Muy pocos reconocieron que sustituir los valores de las variables (# de lápices y # de borradores) en las dos ecuaciones, era una forma de comprobación del sistema de ecuaciones lineales 2x2.
<p>6. Errores técnicos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La mayoría de los estudiantes reconocieron dificultades de cálculo aritmético al momento de operar las ecuaciones en el sistema de ecuaciones lineales 2x2. • Algunos estudiantes tienen dificultades al plantear las dos ecuaciones del sistema de ecuaciones lineales 2x2. • Muy pocos reconocieron dificultades al operar las dos ecuaciones planteadas en la situación problema.

A continuación, se muestran los resultados cuantitativos de las entrevistas, que evidencian dificultades al resolver una situación problema:

Figura 10. Sistematización de las entrevistas



Los resultados se sistematizaron a partir de tres categorías: *i) Logro, ii) No logró y iii) NS/NR*, esto llevo a que los estudiantes en las preguntas 1, 2 y 4, reconocieran y dieran respuesta a elementos asociados a los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 (Véase Anexo 7. Entrevista a estudiantes de grado Décimo), en la segunda categoría, se evidenció que en las preguntas 3, 4 y 5, los estudiantes presentaron dificultades en relacionar definiciones, utilizar un método para resolver un SEL 2x2 y realizar la verificación del mismo sistema de ecuaciones, y en la última categoría NS/NR el porcentaje fue muy bajo en 5 preguntas, y esto representó los estudiantes que dejaron en blanco (no respondieron) las preguntas.

La siguiente tabla, muestra cómo se aborda los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 (SEL 2x2) en diferentes textos escolares.

Tabla 10. Análisis de la revisión documental - Textos escolares

Componente	Categoría	Hallazgos
Epistémico	Conceptos	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan la definición de SEL 2x2 de forma general sin tener en cuenta las dos ecuaciones y las dos incógnitas. • En algunos textos, hacen referencia a los exponentes de las variables, y porque debe ser lineal. • En algunos textos, se presenta de forma explícita teniendo en cuenta las dos ecuaciones y las dos variables (incógnitas). • Se presenta en algunos casos el SEL 2x2 por medio de ejemplos.
	Procedimientos	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan entre dos y tres ejemplos, para abordar cómo se resuelve un SEL 2x2. • En algunos textos, no hacen relevancia al método gráfico, dado que le dan más importancia cuando abordan la función lineal. • Se abordan mínimo cuatro casos de los diferentes métodos para resolver un SEL 2x2, estos son: reducción o

		eliminación, igualación, sustitución y Regla de Cramer o determinantes.
	Modelización	<ul style="list-style-type: none"> • En todos los textos se utiliza la tecnología, cómo medio de modelización, a partir de diferentes softwares matemáticos. • Se presenta la resolución de problemas cómo medio transversal para modelar los SEL 2x2. • El pensamiento crítico se presenta como medio de modelización, en el cual los estudiantes deben analizar, interpretar y evaluar. • Se utilizan mínimo tres apartados para modelar los SEL 2x2, estos son: matemática aplicada, resolución de problemas y razonamiento. Sin embargo, es importante recalcar que la tecnología es clave en la modelización de los SEL 2x2.
Cognitivo	Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Se utiliza un conjunto de ejercicios para comprender los diferentes métodos (eliminación, sustitución, igualación y regla de Cramer) para solucionar un SEL 2x2. • Se utiliza pruebas de selección múltiple (tipo PRUEBA SABER) para comprender los SEL 2x2. • Se presentan proyectos transversales o problemas de aplicación para que los estudiantes logren una mayor apropiación de los SEL 2x2. • En algunos textos se presenta autoevaluación (se parece a una rúbrica de evaluación) para revisar que tanto han avanzado en la comprensión de los SEL 2x2. • Se utiliza la tecnología como medio de evaluación de los SEL 2x2, por medio de situaciones que deben resolver utilizando diferentes softwares matemáticos por ejemplo Derive o GeoGebra.
	Conocimientos previos	<ul style="list-style-type: none"> • Se parte de una situación problema del contexto cotidiano o en otros casos de una situación metamatemática (contexto matemático) para abordar los conocimientos necesarios para comprender los SEL 2x2. • En algunos textos se presenta una prueba de selección múltiple, en la que se hacen preguntas relacionadas con conceptos que el estudiante debe saber para abordar los SEL 2x2.

5.1 Triangulación de la información

Al realizar el análisis de la triangulación de la información, a partir de la Tabla No. 9, se evidenció que se presentan dificultades en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , especialmente con: *i*) realizar inferencias validas, está relacionado con identificar que método se debe utilizar para resolver una situación problema, *ii*) solución no verificada, los estudiantes no reconocen la forma correcta de verificar la solución de un sistema de ecuaciones lineales 2×2 , no relacionan el reemplazar los valores hallados al resolver un sistema, con alguna de las dos ecuaciones, y *iii*) errores técnicos, presentan dificultades al plantear el sistema de ecuaciones asociados a la situación problema.

Continuando con la triangulación de la información, a partir de la Tabla No. 8, encontramos las siguientes relaciones al analizar y cruzar la información de las Tablas No. 9 y No. 10, aquí se tuvo en cuenta los componentes de la secuencia didáctica, con el objetivo de identificar los elementos en común en la información recogida.

- ✓ **Diagnóstico de conocimientos previos:** si bien no hace parte de uno de los componentes explícitos de la estructura de la secuencia didáctica propuesta, es un aspecto imprescindible en la planeación pedagógica. Se tuvo en cuenta la categoría de “conocimientos previos” de la revisión documental. Se analizó lo siguiente en ese componente: a partir de una situación del contexto de los estudiantes se puede abordar los conocimientos que deben de tener claros para abordar los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 . Esta situación debe contener: conjuntos numéricos (números reales), solución de ecuaciones lineales, despejar variables en diferentes situaciones matemáticas. Dados los hallazgos de la revisión documental en el análisis de los cinco libros de texto, se encuentran que hay dos rutas que pueden aplicarse en el diseño de la secuencia didáctica

de este trabajo: por un lado, el planteamiento de situaciones o problemas cercanos a la realidad cotidiana de los estudiantes, por otro lado, diseñar una evaluación diagnóstica (tipo PRUEBA SABER) para poner en evidencia los conocimientos previos de los estudiantes.

- ✓ **Situación problema del contexto y competencias o metas:** se relacionaron las categorías de “teoremas y definiciones” correspondiente a la revisión documental, y de “conceptos” correspondiente a las entrevistas. Se encontró que la mayoría de estudiantes tuvo dificultades para plantear las dos ecuaciones al momento de resolver diferentes situaciones utilizando un SEL 2×2 , es necesario plantear situaciones más explícitas en las que los estudiantes logren plantear el SEL 2×2 , a la vez al definir las competencias y metas se debe tener en cuenta: *i*) Enriquecer el planteamiento de los problemas al utilizar SEL 2×2 , presentando de manera más explícita y mejores elementos contextuales que le permita a los estudiantes vincular el problema con realidades próximas o cotidianas, *ii*) El planteamiento de las competencias a trabajar debe partir de actividades cognitivas de baja complejidad, como identificar variables, hasta aquellas más complejas como analizar y resolver. Al abordar los SEL 2×2 como concepto e integrarlo en el planteamiento de situaciones problema, puede hacerse a partir de diferentes rutas: *i*) Presentación a partir de las dos variables (x, y) con números reales (a, b, c, d, \dots) , *ii*) Indicando que un SEL 2×2 es un caso particular de un sistema de ecuaciones $n \times n$, *iii*) Partiendo del exponente de las variables, indicando que es un caso particular de un sistema que debe ser de tipo lineal, y *iv*) No tener en cuenta al inicio que se trata de un SEL 2×2 sino articularlo en un ejemplo.
- ✓ **Actividades de aprendizaje y de mediación de la enseñanza:** se relacionaron las categorías “procedimientos” y “modelización” de la revisión documental, y “datos mal transcritos” e “inferencias inválidas” de las entrevistas. Se encontró, que al abordar los

SEL 2x2, es necesario identificar los diferentes métodos para resolver un sistema (eliminación o reducción, sustitución, igualación, gráfico y regla de Cramer). También, se puede dar relevancia al método gráfico al estar relacionado con la función lineal y de esta manera se puede dar claridad a otro tipo de representaciones para resolver un SEL 2x2. Al modelar los SEL 2x2, algunos elementos clave que se pueden tener en cuenta, serían: *i*) El uso de tecnología como software matemático (GeoGebra), *ii*) La resolución de problemas como medio transversal, *iii*) Fomentar el pensamiento crítico, dado que el estudiante tiene que analizar, interpretar y evaluar, y *iv*) Matemática aplicada en la resolución de problemas. También es necesario al abordar los SEL 2x2, reconocer algunos elementos que el estudiante debe considerar, para que sea más fácil su comprensión: *i*) Presentar problemas con conjuntos numéricos (números reales), para que logren superar las dificultades con cálculos numéricos, *ii*) Lograr abordar las variables en una situación problema, a partir de ejemplos muy explícitos que permitan identificar (x, y) , y *iii*) Realizar operaciones entre ecuaciones, de tal manera que al realizar operaciones en un SEL 2x2, sea más fácil.

Al abordar los SEL 2x2, es importante reconocer algunos elementos claves es su enseñanza: *i*) La solución de ecuaciones lineales, y a la vez, como hacer la comprobación de una ecuación lineal, *ii*) Resaltar la importancia de poder utilizar alguno de los métodos para resolver un SEL 2x2, y *iii*) Valorar la necesidad de hacer la comprobación de un SEL 2x2, de esta manera verificar que el conjunto solución (x, y) satisface las dos ecuaciones.

- ✓ **Evaluación:** se relacionaron las categorías “evaluación” de la revisión documental, y “solución no verificada” y “errores técnicos” de las entrevistas. Se encontraron algunos de los elementos que se pueden tener en cuenta para realizar la evaluación de un SEL 2x2,

pueden ser: *i*) Comprobar que las ecuaciones estén correctamente planteadas y escritas, *ii*) Aplicar algunos de los métodos de resolución (eliminación o reducción, sustitución, igualación, gráfico o regla de Cramer), *iii*) Realizar la comprobación del SEL 2X2, que es sustituir los valores encontrados (conjunto solución) en las dos ecuaciones del SEL, y *iv*) Si se resuelve una situación problema, interpretar y analizar, sí los resultados obtenidos corresponden al contexto del problema planteado.

Es necesario profundizar al momento de resolver un SEL 2x2, en algunos asuntos que los estudiantes, no tienen en cuenta, como: *i*) Operaciones con conjuntos numéricos (números reales), recalcar en la jerarquía de las operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación, entre otras), y *ii*) La forma correcta de realizar la verificación del conjunto solución (x, y) en las dos ecuaciones del sistema.

✓ **Recursos:** N/A

6 DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES LINEALES 2X2 POR MEDIO DEL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA

6.1 Propuesta pedagógica

A continuación, se presenta la propuesta de la secuencia didáctica, a partir de los diferentes componentes se hace una explicación de los objetivos y el número de sesiones de clase en las que se abordaran las diferentes actividades propuestas, es importante comentar que cada una de las sesiones de clase son de 50 minutos.

Tabla 11. Diseño de la secuencia didáctica

<i>Componente</i>	<i>Objetivos – Sesiones de clase</i>	
Situación problema del contexto	Se abordaron diferentes situaciones del contexto cotidiano de los estudiantes y otras del matemático.	
Competencias o metas	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar y reconocer las características de una función lineal y la relación entre dos variables con los sistemas de ecuaciones lineales 2x2. • Aplicar métodos algebraicos y gráficos para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2 en diversos contextos cotidianos o matemáticos. • Modelar y resolver problemas en diferentes contextos mediante sistemas de ecuaciones lineales 2x2. 	
Actividades de aprendizaje y de mediación de la enseñanza	Guía 1: <i>Prueba Diagnóstica (Anexo 8)</i>	Sesión de clase: 1
	Guía 2: <i>Desarrollo de conocimientos previos (Anexo 9)</i>	Sesiones de clase: 2 – 3
	Guía 3: <i>Métodos de SEL 2x2 (Anexo 10)</i>	Sesiones de clase: 4 – 5
	Guía 4: <i>Resolución de problemas utilizando SEL 2x2. (Anexo 11)</i>	Sesiones de clase: 6 – 7 – 8

	Guía 5: Evaluación de los SEL 2x2. (Anexo 12)	Sesiones de clase: 9 – 10
	Explorando con GeoGebra: Actividades con GeoGebra. En cada una de las guías planteadas se presenta una actividad con GeoGebra, para aquellos estudiantes que no conocen el software matemático, y los que han trabajado con GeoGebra desde el grado Octavo en un trabajo interdisciplinar con el área de Tecnología, lo puedan seguir explorando y lo utilicen para resolver las diferentes actividades planteadas.	
Evaluación y proceso metacognitivo.	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes revisan sus propias soluciones y las de sus compañeros, discutiendo los métodos utilizados y los resultados obtenidos. • Se proporciona retroalimentación constante y constructiva para guiar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje de los SEL 2x2. • Se utiliza software matemático (GeoGebra) para verificar las soluciones y fomentar la comprensión visual. • Se pretende crear un ambiente de aula donde los estudiantes se sientan cómodos compartiendo sus pensamientos y reflexiones sin temor a ser juzgados. 	
Recursos	Se utiliza guías, en las cuales se presentan las actividades algunas mediadas por GeoGebra.	

Fuente: Adaptado de Tobón, Pimienta y García (2010)

6.2 Evaluación de pares

En el marco de la investigación, se diseñó una rúbrica de evaluación (Ver Anexo 13. Rúbrica de evaluación – Pares académicos), con el fin de conocer el punto de vista y oportunidades de mejora sobre la pertinencia de la secuencia didáctica diseñada para abordar sistemas de ecuaciones lineales 2x2 con estudiantes de grado noveno.

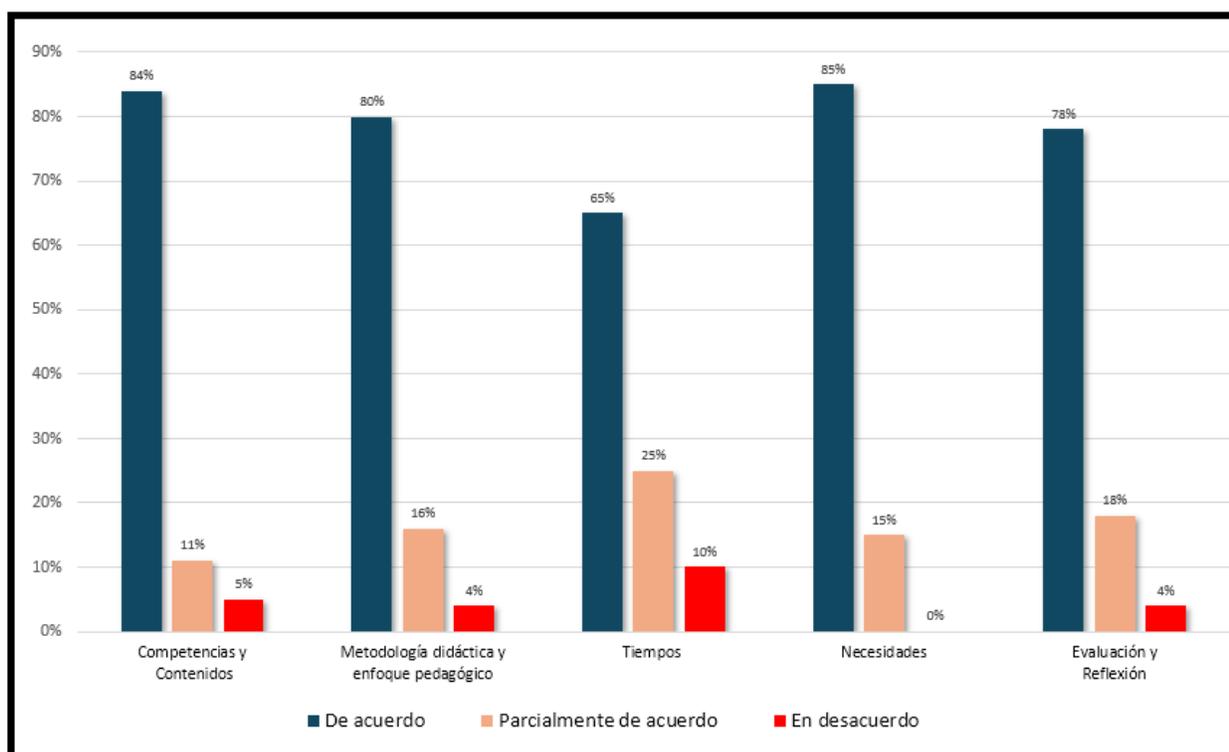
Está fue aplicada a pares académicos (docentes del área de matemáticas) de la Institución Educativa Las Villas – Soacha. A continuación, se presentan los resultados de forma cuantitativa a partir de las tres categorías: i) De acuerdo, ii) Parcialmente de acuerdo, y iii) En desacuerdo; y posteriormente se presentan las recomendaciones de mejora para ajustar la secuencia didáctica, desde el caso que estuviera parcialmente de acuerdo o en desacuerdo, en las categorías:

- ✓ Competencias y contenidos
- ✓ Metodología didáctica y enfoque pedagógico

- ✓ Tiempos
- ✓ Necesidades
- ✓ Evaluación y Reflexión

A continuación, se presentan los resultados de la rúbrica de evaluación, que resume los ajustes a realizar:

Figura 11. Resultados de la rúbrica de evaluación - Pares académicos



Producción propia

Los resultados evidencian que la secuencia didáctica se ajusta en las diferentes categorías de análisis que se presentaron, en 4 de las 5 categorías, su porcentaje es superior al 75%, mostrando que es pertinente las diferentes actividades de la secuencia didáctica para abordar los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 en los estudiantes de grado noveno. Sin embargo, a continuación, se presentan algunas oportunidades de mejora, dadas por los pares académicos:

- Aunque se aborda la mayoría de preconceptos necesarios, se considera trabajar la solución de ecuaciones lineales y el planteamiento de las mismas, de tal manera que el estudiante infiera la diferencia de plantear una ecuación lineal y plantear un sistema de ecuaciones lineales.
- Consideran que es necesario realizar alguna actividad en la que los estudiantes planteen ecuaciones lineales, de tal manera que se aborden los procedimientos para solucionarlos, de esta manera se puede evidenciar que tan claro tienen los conceptos previos, para abordar los SEL 2×2 .
- Debido a que en la Institución Educativa no se cuenta con el software de GeoGebra en las dos salas de sistemas, para el trabajo con todos los estudiantes, es probable que el número de clases aumente, mientras se les enseña a los estudiantes sobre el uso del equipo y además de GeoGebra, a pesar de que haya un trabajo previo con algunos estudiantes (recordar que la población de la institución es muy flotante).
- En algunos contextos debido al poco o nulo uso de GeoGebra los tiempos pueden variar significativamente, debido a que los ritmos de aprendizaje pueden cambiar, es necesario que tenga presente está variable en los tiempos.
- Se puede realizar en la evaluación, una actividad en la cual, los estudiantes discutan sobre las ventajas de los métodos gráficos (utilizando GeoGebra) versus los métodos algebraicos.
- Sería bueno utilizar en lo posible todos los métodos para solucionar los sistemas de ecuaciones 2×2 en algunas de las actividades planteadas.
- Es probable que el tiempo de clase no sea suficiente para el trabajo debido a que los estudiantes no están familiarizados con el software.

Consideran necesarias y pertinentes, todas las recomendaciones sobre la secuencia didáctica y la forma operativa para desarrollarla, estas serán tenidas en cuenta en el 2024–2, antes de su aplicación.

7 PLAN DE ACCIÓN.

Para el desarrollo y aplicación de la secuencia didáctica, se presenta el trabajo realizado y la proyección de las fechas tentativas en el siguiente cronograma, teniendo en cuenta que alguna de ellas puede variar de acuerdo al cronograma institucional de la IE LAS VILLAS para el segundo semestre del 2024.

Tabla 12. Plan de acción para la aplicación de la secuencia didáctica

<i>Fase</i>	<i>Etapa</i>	<i>No. de clases</i>	<i>Actividad</i>	<i>Fechas / Meses</i>				
PARTE 1								
Diagnóstico	1	Una	Aplicación de una primera prueba diagnóstica con ejercicios de ecuaciones lineales 2x2	Mayo de 2023				
	2	N/A	Análisis de la primera prueba diagnóstica relacionada con los SEL 2x2		Agosto de 2023			
	3	Tres	Levantamiento de información sobre dificultades de los estudiantes en el abordaje de las SEL 2x2, por medio de un cuestionario/entrevista	Febrero de 2024				
	4	N/A	Realización de revisión documental a partir de textos escolares.		Marzo de 2024			
	5	N/A	Análisis de los hallazgos e identificación de elementos para la construcción de la secuencia didáctica.			Marzo – Abril de 2024		
Planeación y diseño de la propuesta pedagógica	1	N/A	Construcción de la secuencia didáctica teniendo en cuenta los elementos recolectados en el diagnóstico.				Mayo de 2024	

PARTE 2								
	2	Dos	Aplicación de la secuencia didáctica: <i>Prueba Diagnóstica - Desarrollo de conocimientos previos.</i>		Julio de 2024			
	3	Dos	Aplicación de la secuencia didáctica: <i>Métodos de SEL 2x2</i>		Julio de 2024			
	4	Tres	Aplicación de la secuencia didáctica: <i>Resolución de problemas utilizando SEL 2x2.</i>			Agosto de 2024		
	5	Dos	Aplicación de la secuencia didáctica: <i>Evaluación de los SEL 2x2.</i>			Agosto de 2024		
Observación y evaluación	1	N/A	Después de aplicada la secuencia didáctica.				Septiembre de 2024	
Reflexión	1	N/A	Retroalimentación de los hallazgos en la aplicación de la secuencia didáctica.					Septiembre de 2024

Fuente: Producción propia

8 CONCLUSIONES

Para diseñar una estrategia didáctica que favorezca la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de grado noveno, se requiere analizar y tener en cuenta diferentes elementos asociados al objeto matemático, desde su tratamiento didáctico, las dificultades que se pueden presentar al abordarlo, relaciones con diferentes contextos cotidianos y matemáticos, entre otros. Al integrar el software Geogebra, los estudiantes pueden visualizar y manipular gráficamente las ecuaciones, facilitando la comprensión y aplicación de los sistemas de ecuaciones lineales en contextos geométricos y cotidianos. Durante el proceso de reflexión en el diseño de la propuesta didáctica, contrastar la información del diagnóstico, permitió mejorar las estrategias en el desarrollo de la investigación para obtener mejores resultados en los procesos de enseñanza–aprendizaje.

De igual manera, analizar el tratamiento didáctico de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, permitió reconocer la importancia de ver diferentes perspectivas de cómo se aborda un concepto matemático, lo que llevó a la creación de diversas formas de representación para las actividades. Los educadores tienen la tarea de seguir fortaleciendo el quehacer y encontrar maneras de hacer de la enseñanza un espacio que genere expectativas a partir del conocimiento, formando desde las aulas alumnos ávidos por descubrir e innovar.

Cuando se busca solucionar una problemática en la enseñanza de un concepto matemático, como en este caso los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , realizar indagaciones desde diferentes aspectos (pruebas diagnósticas, tratamiento didáctico en los textos escolares, entrevistas) proporciona más herramientas para una mejor comprensión de los objetos matemáticos. Todo esto conduce a mejores prácticas de enseñanza en las matemáticas.

La metodología de investigación – acción, aunque poco utilizada en la práctica de aula, generó un cambio significativo a través de este proyecto. Me permitió reflexionar sobre la importancia de revisar los avances y dificultades de mis estudiantes y de esta manera preparar mejores clases. Una de las mejoras resultantes fue el diseño de la secuencia didáctica, producto del diagnóstico, entrevistas, análisis de textos escolares. En conclusión, no hay un método fijo o una receta prescrita que garantice siempre buenos resultados. Es crucial mantener una actitud de investigación, observación y autoevaluación permanente en nuestra labor para ofrecer a los estudiantes la mejor experiencia en los aprendizajes que le serán útiles en su vida futura.

9 RECOMENDACIONES

Reconocer todas las variables en el desarrollo de un concepto matemático, es vital convertirse en observadores y evaluadores de nuestra propia práctica, para lograr mejores resultados en la enseñanza– aprendizaje.

Es importante, adaptarse al cambio y los avances tecnológicos. Utilizar software matemático en el aula como lo es GeoGebra, permite una mayor conexión con los estudiantes y mejores resultados, aunque no es fácil debido al tiempo que lleva diseñar e implementar estas actividades, los resultados son muy significativos.

Fomentar la implementación de diferentes recursos en los procesos de enseñanza, permite atender las necesidades educativas de la institución y ofrece a los estudiantes diversas formas de explorar los conceptos matemáticos.

Disponer de varios recursos tecnológicos; proveer a los estudiantes de varios programas matemáticos permitiría un mayor avance en el aprendizaje de diferentes conceptos matemáticos.

Como una posible mejora del proyecto se propone una reflexión a este tipo de prácticas, en las que se pueda realizar un análisis de algunos aspectos relacionados con el concepto matemático abordado es enriquecedor, permite diversas interpretaciones en su enseñanza.

Por último, es necesario hacer seguimiento y evaluación a los resultados que se pueden dar al abordar en este caso una secuencia didáctica, logros, avances y dificultades, es esencial. Siempre será necesario ajustar a lo planeado para mejorar los procesos de enseñanza–aprendizaje.

10 BIBLIOGRAFÍA

- Abrate, R., Font, V., & Pochulu, M. (2008). *Obstáculos y dificultades que ocasionan resolución de ecuaciones*. Revista Proyecciones, 6(2), 49–56.
- Arnal, J., Del Rincón, D., & Latorre, A. (1992). Investigación educativa. Metodologías de investigación educativa.
- Bello Durand, J. B. (2013). Mediación del software geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de Educación secundaria. Tesis para optar el grado de Magíster en la Enseñanza de las Matemáticas Lima – Perú.
- Benavides, M. O., & Gómez-Restrepo, C. (2005). *Métodos en investigación cualitativa: triangulación*. Revista Colombiana de Psiquiatría, 4 (1), 118–124.
- Bernal, C. A. (2011). *Metodología de la investigación: Administración*. Editorial Pearson Educación de México, SA de CV.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina. Libros del Zorzal.
- Castillo, M., Burgos M., & Godino, J. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Revista Educação e Pesquisa*, 48, 1- 19
- Corbetta, P. (2010). *Metodología y técnicas de investigación social* (Edición revisada). Editorial Mc Graw–Hill.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE). (2005). *Boletín Censo General, Municipio de Soacha*. Recuperado de:
https://www.dane.gov.co/files/censo2005/PERFIL_PDF_CG2005/25754T7T000.PDF
- Dunham W. (1995) *El Universo de las Matemáticas*. Editorial Pirámide, Madrid.
- Elliot, J. (1996). *El Cambio Educativo desde la investigación – acción* (Segunda edición ed.). Madrid: Morata SL.
- Elliot, J. (2000). *Cambio educativo desde la investigación – acción*. Madrid: Morata
- Escudero, J., Delfín, L. A. & Gutiérrez, L. (2008). *El estudio de caso como estrategia de investigación en las ciencias sociales*. Ciencia Administrativa, 1, 7–10.
- Garces, Elber. (2009). *Incidencia del GeoGebra en la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales 2x2*, Departamento de Didáctica de la Matemática i de les Ciències Experimentals, Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/17285/1/Figueroa2018Sistema.pdf>
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Proyecto Edumat–Maestros.

Impresiones Gami S.L.

- Grossman, S., & Flores, J., (2012). *Álgebra Lineal*. (Séptima ed.). Editorial Mc Graw Hill – Interamericana Editores.
- Kemmis, S. (1988). The action research. *Educational research, methodology, and measurement: An international handbook*.
- Latorre, A. (2004). La investigación – acción. *Conocer y cambiar la práctica educativa*, 4.
- Lomax, P. (Ed.). (1990). *Managing staff development in schools: An action research approach* (Vol. 3). Multilingual Matters.
- Martínez, M. (2012). *Psicología de la comunicación*. Departamento de Psicología Básica Universidad de Barcelona.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Magisterio, Bogotá. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Derechos básicos de Aprendizaje (DBA) Matemáticas V2*, Bogotá. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- Moreira, M. (2017). Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza. *Archivos de Ciencias de la Educación*, 11 (12), 1–16.
- Moreira, J., Beltron, R. & Beltrón V., (2021). Aprendizaje significativo una alternativa para transformar la educación. *Revista Dominio de las ciencias*. 7(2), 915–924.
- Muñiz R., Rodríguez M. & Alba A. (2022). Errores del alumnado de Educación Secundaria al manejar y resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. *Revista Épsilon de Educación Matemática*, 111, 7–28.
- Oaxaca, J., De la Cruz, J, Sánchez, J. (2009). *Dificultades en el tránsito del razonamiento sintético-geométrico al analítico-aritmético en la solución de sistemas de ecuaciones lineales*. Trabajo presentado en el Primer Congreso internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas, Cuautitlán Izcali, México.
- Pimienta Prieto, J. H. (2015). Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias. *Revista Bordón*, 63(1), 77–92.
- Proyecto Educativo Institucional (PEI). (2018). Institución Educativa Las Villas – Soacha (documento no publicado).

- ICFES, (2022). *Resultados para avanzar 3° a 11°*. Recuperado de:
<https://www.icfes.gov.co/web/guest/evaluarparaavanzar-3-11>
- Robles, B. (2011). La entrevista en profundidad: una técnica útil dentro del campo antropológico. *Revista de la Escuela Nacional de Antropología e Historia*. 18(52), 39–49.
- Rodríguez – Domingo, S. (2011). *Traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación verbal y simbólico por estudiantes de secundaria*. Trabajo Fin de Máster. Granada, España: Universidad de Granada,
- Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. *RH Sampieri, Metodología de la Investigación*, 22.
- Segura, S. (2004). Sistema de inecuaciones lineales. Una secuencia didáctica, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(1), 49–78. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/9654/1/Segura2004Sistemas.pdf>
- Stewart, J., Redlin, L. & Watson, S., (2012). *Precálculo – Matemáticas para el Cálculo*. (Sexta ed.). Editorial Cengage Learning.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2009). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.
- Torrecilla, F. J. M., & Javier, F. (2011). Investigación acción. *Métodos de investigación en educación especial*. 3ª Educación Especial. Curso, 14–16.
- Trigueros, María. (2012). Sistemas de ecuaciones: ¿Qué nos dice la investigación sobre su aprendizaje?, En *Actas del VI Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas. Didáctica de las Matemáticas: Avances y desafíos actuales*. Lima: IREM-PUCP.
- Toscano, G. T. (2009). La entrevista semi – estructurada como técnica de investigación. *Graciela Tonon (comp.)*, 46, 45–73.
- Zabala, A. (2008). *Las secuencias didácticas y las otras variables metodológicas*. La práctica educativa. Cómo enseñar. México: Grao.

11 ANEXOS

Anexo 1. Resultados PRUEBA SABER 9° - 2014 – 2017

Anexo 2. Resultados PRUEBA SABER 11* – 2019 – 2022

Tabla 6. Resultados para grado once - matemáticas									
		2019	2020	2021	2022	Tendencia 2019 - 2022			
EE	Promedio	53	51	▼	50	▼	50	▲	
	Niveles	1	5%	4%	▼	6%	▲	12%	▲
		2	33%	33%	▲	46%	▲	35%	▼
		3	61%	59%	▼	48%	▼	52%	▲
		4	2%	3%	▲	1%	▼	0%	▼
ETC OFICIAL	Promedio	51	51	▲	50	▼	51	▲	
	Niveles	1	6%	6%	▼	6%	▲	7%	▲
		2	41%	39%	▼	45%	▲	39%	▼
		3	51%	54%	▲	48%	▼	52%	▲
		4	2%	2%	▲	1%	▼	2%	▲
ETC*	Promedio	52	52	▲	52	▼	53	▲	
	Niveles	1	6%	5%	▼	5%	▲	5%	▲
		2	36%	34%	▼	39%	▲	33%	▼
		3	55%	58%	▲	54%	▼	58%	▲
		4	3%	3%	▼	3%	▼	3%	▲
Colombia*	Promedio	52	51	▼	51	▶	51	▶	
	Niveles	1	9%	10%	▲	10%	▼	10%	▲
		2	35%	36%	▲	39%	▲	35%	▼
		3	49%	49%	▼	46%	▼	49%	▲
		4	6%	5%	▼	5%	▼	5%	▲

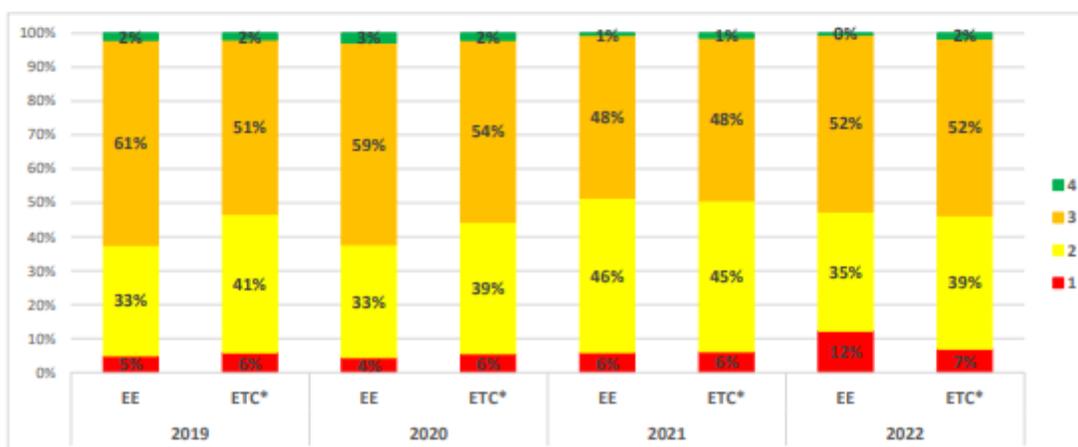
Fuente ICFES, mayo de 2022

* Incluye sector oficial y no oficial

En 2022 el porcentaje de estudiantes en los niveles 1 y 2 del establecimiento educativo fue de 47%

- ▲ Aumento positivo del indicador
- ▲ Aumento negativo del indicador
- ▶ Se mantiene el indicador
- ▼ Disminución positiva del indicador
- ▼ Disminución negativa del indicador
- N/A No Aplica

Gráfica 8. Once - matemáticas 2019-2022 - niveles de desempeño



* Incluye sector oficial y no oficial

Anexo 3. Formato de entrevista a docentes del área de matemáticas

Objetivo: Indagar como los docentes del área de matemáticas que elementos reconocen del contexto institucional sobre algunos aspectos que se tendrán en cuenta en el proyecto a realizar en grado noveno.

Docente Entrevistado: _____

PREGUNTAS:

1. ¿En la institución se reconocen los conocimientos debe tener un estudiante de grado noveno en Colombia en matemáticas?
2. ¿Qué conocimientos matemáticos reconoce el estudiante para plantear problemas en matemáticas?
3. ¿Considera que la secretaria de Educación del municipio apoya a la Institución Educativa SI/NO?, si su respuesta es SI, cómo considera que es el apoyo a la institución.
4. ¿Influye la ubicación de la Institución Educativa en el aprendizaje de los estudiantes y de qué manera?
5. ¿De qué barrios (comunas) son los estudiantes que estudian en la institución?
6. ¿Qué conceptos matemáticos considera que el estudiante tiene en cuenta al resolver problemas en sistemas de ecuaciones lineales 2×2 ?
7. ¿Cómo son los alrededores de la Institución Educativa, en términos **sociales** que elementos reconoce?
8. ¿Cómo son los alrededores de la Institución Educativa, en términos **culturales** que elementos reconoce?
9. ¿La Institución Educativa cuenta con aulas especializadas para trabajar con los estudiantes y en qué condiciones?
10. ¿Cómo son las vías de acceso de la Institución Educativa en relación con el lugar donde viven los estudiantes?
11. ¿Qué conocimientos previos tiene el estudiante al resolver ecuaciones lineales?
12. ¿Qué tipo de factores considera que influyen en el rendimiento académico en el área de matemáticas?
13. ¿Qué necesidades a nivel académico tiene en relación a la temática a trabajar: *¿Resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 ?*
14. ¿Qué características tienen los estudiantes a nivel académico y comportamental?
15. ¿Qué expectativas consideras tienen los estudiantes en la Institución Educativa?
16. ¿Consideras que faltó algún elemento en la caracterización del contexto (macro, meso y micro), agradezco agregarlo a la entrevista?

Anexo 4. Entrevista a docente del área de matemáticas

Objetivo: En el marco de la investigación del macro, meso y micro contexto, se realizará una entrevista a docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa Las Villas – Soacha, para indagar que reconocen del contexto institucional sobre algunos elementos que se tendrán en cuenta en el proyecto a realizar en grado noveno.

Docente entrevistado: **Esgar Darío López Sandoval – Docente del área de matemáticas**

PREGUNTAS:

1. ¿En la institución se reconocen los conocimientos debe tener un estudiante de grado noveno en Colombia en matemáticas?

Respuesta/. *Sí, en Colombia se guían por los Estándares Básicos y por Derechos Básicos de Aprendizaje que debe tener un estudiante en cada grado, con los que puede ser capaz de aprender.*

2. ¿Qué conocimientos matemáticos reconoce el estudiante para plantear problemas en matemáticas?

Respuesta/. *Los conocimientos básicos en algoritmos, como lo es: la suma, la resta, multiplicación y división.*

3. ¿Considera que la secretaria de Educación del municipio apoya a la Institución Educativa SI/NO?, si su respuesta es SI, cómo considera que es el apoyo a la institución.

Respuesta/. *Depende de la forma de apoyar, si es económica, depende de ella, es decir el apoyo es obligatorio. Si es académico o capacitación no hay apoyo.*

4. ¿Influye la ubicación de la Institución Educativa en el aprendizaje de los estudiantes y de qué manera?

Respuesta/. *Sí influye, cuando el sector está dominado por el microtráfico, las invasiones y el desplazamiento, el estudiante está más vulnerable a la deserción.*

5. ¿De qué barrios (comunas) son los estudiantes que estudian en la institución?

Respuesta/. *Barrio Las Villas – Comuna 6, aunque algunos estudiantes vienen de otras comunas o de la ciudad de Bogotá.*

6. ¿Qué conceptos matemáticos considera que el estudiante tiene en cuenta al resolver problemas en sistemas de ecuaciones lineales 2x2?

Respuesta/. *Operaciones básicas con números reales, operaciones básicas en álgebra, despeje de variables, propiedades de las operaciones con números reales y plano cartesiano.*

7. ¿Cómo son los alrededores de la Institución Educativa, en términos **sociales** que elementos reconoce?

Respuesta/. *En los alrededores de la Institución hay comercio, lugares residenciales, y está conformada principalmente la comuna principalmente por familias con estado de vulnerabilidad, donde se presentan violencias de diferentes tipos.*

8. ¿Cómo son los alrededores de la Institución Educativa, en términos **culturales** que elementos reconoce?

Respuesta/. *Hay carencia de centros culturales, no se evidencia una oferta cultural de fácil acceso.*

9. ¿La Institución Educativa cuenta con aulas especializadas para trabajar con los estudiantes y en qué condiciones?

Respuesta/. *Hay aulas especializadas de sistemas, pero no responden a las necesidades académicas y de los estudiantes.*

10. ¿Cómo son las vías de acceso de la Institución Educativa en relación con el lugar donde viven los estudiantes?

Respuesta/. *Las vías de acceso están pavimentadas y en pobre estado de mantenimiento. Muy probablemente se encuentran en mejor estado que las vías donde viven los estudiantes.*

11. ¿Qué conocimientos previos tiene el estudiante al resolver ecuaciones lineales?

Respuesta/. *Hablando de manera general, los estudiantes saben usar operaciones con números enteros y manejan los conceptos algebraicos de manera básica y en algunos casos de manera errática.*

12. ¿Qué tipo de factores considera que influyen en el rendimiento académico en el área de matemáticas?

Respuesta/. *El principal es la falta de motivación, carencia de hábitos de estudio, vacíos en conocimientos previos, carencia de material didáctico.*

13. ¿Qué necesidades a nivel académico tiene en relación a la temática a trabajar: *¿Resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 ?*

Respuesta/. *Se debe tener conocimiento claro con álgebra básica, así como dominar las operaciones básicas con números reales.*

14. ¿Qué características tienen los estudiantes a nivel académico y comportamental?

Respuesta/. *Los estudiantes se caracterizan por presentar un bajo rendimiento académico, acompañado de una pobre capacidad de concentración e interés con respecto al aprendizaje.*

15. ¿Qué expectativas consideras tienen los estudiantes en la Institución Educativa?

Respuesta/. *Los estudiantes ven a la institución como un lugar donde pueden socializar, divertirse y en algunos casos aprender. Su expectativa es aprender, pero a través de la diversión y la vida en sociedad.*

16. ¿Consideras que faltó algún elemento en la caracterización del contexto (macro, meso y micro), agradezco agregarlo a la entrevista?

Respuesta/. *La cantidad de estudiantes con respecto a los docentes y espacios en la institución.*

Anexo 5. Registro del diario de campo – Clase grado noveno

 <p style="text-align: center;">INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS VILLAS <i>“Desarrollo personal, cognitiva y social para una vida digna”</i> Resolución de Reconocimiento No.002494 del 30 de noviembre de 2001, Emanada S.E.S. NIT 832.002.443-7 DANE 1257540010193</p> 		
<u>DIARIO DE CAMPO</u>		
Nombre del docente observador: Guillermo Andrés Salas Rodríguez		
Fecha: 22 marzo de 2023		Hora: 8:45 a.m. – 10:10 a.m.
Lugar: Institución Educativa Las Villas – Soacha		
Objetivo de la observación: Recoger información de la clase de matemáticas con grado Noveno, con el fin de reconocer el espacio de clase con los estudiantes.		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS DE LA OBSERVACIÓN DE CLASE		
EJE TEMÁTICO	DESCRIPCIÓN/ANÁLISIS	REFLEXIÓN
Características de los estudiantes a nivel personal y comportamental	Son estudiantes con bastantes dificultades a nivel familiar, que los lleva a generar indisciplina en la clase de matemáticas.	Se debe seguir trabajando el comportamiento convivencial en el aula de clase.
Desarrollo de la clase (temática abordada en clase)	Se abordó el método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2. A partir de dos situaciones del contexto real se trabajó la temática.	Es necesario trabajar más situaciones reales, que les permita reconocer como solucionar sistemas de ecuaciones lineales 2x2.
Estrategias de enseñanza-aprendizaje	A partir de una situación real se hicieron varias preguntas que llevo a reconocer los conocimientos previos y así abordar la temática desarrollada.	A veces es muy difícil lograr llegar a todos los estudiantes, dado que sus situaciones personales los afecta un poco en clase y esto lleva a no poder desarrollar los procesos de aprendizaje, como uno quisiera.
Comunicación con los estudiantes	La comunicación es asertiva con todo el grupo, sin embargo, en algunos casos se presentaron dificultades de	Es necesario seguir trabajando con los estudiantes que les cuesta expresarle de manera

	comunicación por la forma como se expresan de manera grosera.	respetuosa a los compañeros o el docente.
Dificultades de situaciones imprevistas en la clase	La única situación que se presentó, fue que en estos momentos se encuentran ensayando para un baile de la semana cultural, lo que llevo a que siete estudiantes se retiraran de clase.	A veces resulta complejo tener que nivelar a los estudiantes que se retiran de clase o no vienen, dado que los tiempos son muy cortos de las clases, sin embargo, se hace la recomendación que se adelanten con los compañeros.
Planeación didáctica de la temática desarrollada en clase	En la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2, el utilizar situaciones reales del contexto llevo a mejores aprendizajes de los estudiantes.	El utilizar situaciones reales ayuda a una mejor comprensión de las temáticas abordadas en clase, aunque utilizar material concreto como se ha hecho en otras clases también ayuda a los procesos de enseñanza – aprendizaje.
Trabajo con el grupo (trabajo colaborativo)	Durante la clase, solamente se trabajó en un momento por parejas.	Se evidencio que el hacer trabajo en equipo, en este caso en parejas de estudiantes ayuda a una mejor comprensión de lo que se está trabajando en clase, aunque se pudo ver que se le dificulta a algunos estudiantes el trabajo con los compañeros, es necesario seguir trabajando en equipo para que interactúen de una mejor manera.
El aula y sus características (condiciones físicas)	Se cuenta con un salón para 45 estudiantes, en el cual hay 42 sillas individuales, tiene buena ventilación e iluminación.	Considero que en este aspecto es muy difícil reflexionar, dado que es con lo que cuenta la institución como parte de las instalaciones de la institución.

Distribución del tiempo y espacio al desarrollar la clase	El tiempo estaba para abordar la temática en 3 horas de clase (cada hora de 50 minutos), solamente se trabajaron dos horas, quedo para la próxima clase terminar de trabajar la temática: solución de ecuaciones lineales $2x2$, el espacio del salón permite que trabajen en grupo o de manera individual, como se hizo una actividad en parejas no hubo problemas para su ubicación en el salón.	A veces, resulta muy difícil no contar con el tiempo suficiente para abordar las diferentes temáticas en grado noveno, sino se optimiza el tiempo de la mejor manera no se alcanza abordar lo que se tiene programado para el grado en el año.
Organización y orden en el aula (espacio físico)	El salón está organizado por filas de 5 – 6 sillas, es un salón amplio, al momento de la actividad en parejas se unen dos filas y así se organizan más rápido y sin dificultades.	Es un factor a favor, que se tenga un salón amplio y espacioso para poder trabajar con los estudiantes.
Desarrollo de instrucciones (indicaciones a los estudiantes) en el desarrollo de la clase	Al momento de dar las indicaciones en la actividad en parejas, la mayoría de los estudiantes no tienen dificultad al seguir instrucciones, sin embargo hay estudiantes que por las dificultades que tienen a nivel convivencial les cuesta realizar las tareas que se le plantean.	Seguir trabajando indicaciones con los estudiantes, es importante que los estudiantes comprendan la importancia de seguir instrucciones y especialmente en la clase de matemáticas.
Atención a situaciones conflictivas individuales o grupales de los estudiantes.	Durante la clase no se presentaron dificultades a nivel convivencial, a los estudiantes tienen un buen comportamiento en clase.	Es necesario, continuar el dialogo con los estudiantes que presentan dificultades a nivel convivencial.

Anexo 6. Prueba Diagnóstica – Grado Noveno



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS VILLAS

“Desarrollo personal, cognitivo y social para una vida digna”
Resolución de Reconocimiento No.002494 del 30 de noviembre de 2001, Emanada S.E.S.
NIT 832.002.443-7 DANE 1257540010193



ÁREA DE MATEMÁTICAS – ÁLGEBRA NOVENO

PRUEBA DIAGNÓSTICA

NOMBRE: _____ **FECHA:** 29 de marzo de 2023

Lea con atención las siguientes afirmaciones y de respuesta a las preguntas que se plantean.

1. Al resolver $x - \{ x - [y - (2x - y)] + x - (-y) \}$ se obtiene:

A. $y - 3x$

C. $x - 3y$

B. $x + y$

D. $3y - x$

2. El largo de un rectángulo mide $3x + 2y$. Si su perímetro mide $10x + 6y$, ¿cuánto mide el ancho del rectángulo?

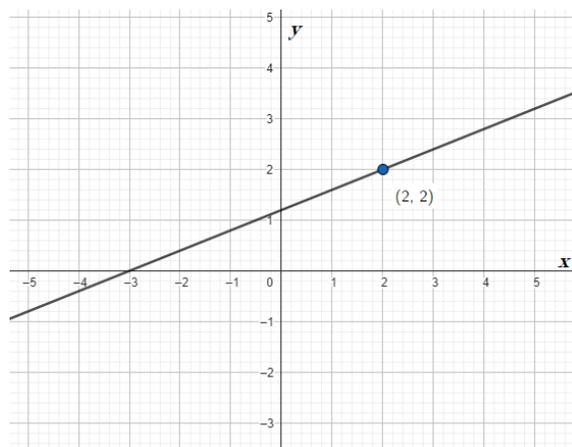
A. $2x + y$

C. $7x + 4y$

B. $4x + 2y$

D. $x + 2y$

3. La ecuación correspondiente a la gráfica es:



$$A. y = \frac{5}{2}x + \frac{15}{2} \qquad C. y = \frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$$

$$B. y = 2x + 2 \qquad D. y = -2x - 6$$

4. La solución del sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 14 \\ -2x + 5y = -14 \end{cases}$$

utilizando cualquier método es:

$$A. (0,0) \qquad C. (-1,-6)$$

$$B. (2,-2) \qquad D. (5,-2)$$

5. Un empleado devenga mensualmente la quinta parte de lo que gana su jefe inmediato, más \$100.000. Entre los dos sueldos suman \$2.200.000.

El sistema que mejor representa la información dada es:

$$A. \begin{cases} x = \frac{y}{5} + 100\,000 \\ x + y = 2\,200\,000 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x = \frac{y}{5} - 100\,000 \\ y + x = 2\,200\,000 \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} x = \frac{y + 100\,000}{5} \\ x + y = 2\,200\,000 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x - y = \frac{100\,000}{5} \\ x + y = 2\,200\,000 \end{cases}$$

6. Juanita Recibió una alcancía con \$500 y han decidido ahorrar \$200 por día, mientras, Luisa recibió una alcancía con \$300 y ha decidido ahorrar \$400 por día. Si x representa la cantidad de día e y la cantidad dinero, responda las siguientes preguntas:

¿Cómo calcular la cantidad de dinero que Juanita tiene en x días? **Justifique su respuesta.**

7. *Juanita Recibió una alcancía con \$500 y han decidido ahorrar \$200 por día, mientras, Luisa recibió una alcancía con \$300 y ha decidido ahorrar \$400 por día. Si x representa la cantidad de día e y la cantidad dinero, responda las siguientes preguntas:*

*¿Cómo calcular la cantidad de dinero que Luisa tiene en x días? **Justifique su respuesta.***

8. *Juanita Recibió una alcancía con \$500 y han decidido ahorrar \$200 por día, mientras, Luisa recibió una alcancía con \$300 y ha decidido ahorrar \$400 por día. Si x representa la cantidad de día e y la cantidad dinero, responda las siguientes preguntas:*

*¿A qué misma cantidad de días Juanita y Luisa tendrán igual cantidad de dinero en las alcancías? **Justifique su respuesta.***

Anexo 7. Entrevista a estudiantes de Grado Décimo.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS VILLAS

“Desarrollo personal, cognitivo y social para una vida digna”
Resolución de Reconocimiento No.002494 del 30 de noviembre de 2001, Emanada S.E.S.
NIT 832.002.443-7 DANE 1257540010193



ENTREVISTA: ESTUDIANTES GRADO 10°

Fecha: 12 de marzo de 2024

SITUACIÓN PROBLEMA

David y Camila son estudiantes de grado 9° de la IE Las Villas. Su profesora de matemáticas les pide el favor de comprar lápices y borradores para regalar a los niños de 4°, teniendo en cuenta que deben ser 35 elementos en total. David compra 18 lápices y 17 borradores pagando \$ 33.400, mientras Camila compra 11 lápices y 24 borradores por un total de \$ 31.300. ¿Cuál es el costo de un lápiz y el costo de un borrador?

A partir de la situación problema, responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son las incógnitas (variables) que se presentan en la situación problema y cómo las utilizas? _____
2. ¿Cómo representaría las expresiones: “David compra 18 lápices y 17 borradores pagando \$ 33.400” y “Camila compra 11 lápices y 24 borradores por un total de \$ 31.300”, por medio de ecuaciones? _____
3. ¿Qué procedimiento usaría para resolver el problema? _____
4. ¿Usaría un sistema de ecuaciones lineales 2x2, para resolver la situación? _____
5. Después de solucionada la situación problema, ¿Reconoces algún método o forma para verificar que es correcta la respuesta?, ¿Cuál método? _____
6. Cuando resuelves sistemas de ecuaciones 2x2, ¿Qué es lo que más se te dificulta? _____

Anexo 8. Guía 1 Prueba Diagnóstica

SESIÓN DE CLASE No. 1

GUIA No. 1

Nombre de la actividad: Prueba Diagnóstica

Meta: Determinar si los estudiantes comprenden algunos de los conceptos que se encuentran relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 para su comprensión.

Lea con atención las siguientes preguntas y situaciones problema y da las respuestas que consideres, a partir de tus conocimientos.

1. Al resolver $x - \{ x - [y - (2x - y)] + x - (-y) \}$ se obtiene:

A. $y - 3x$

C. $x - 3y$

B. $x + y$

D. $3y - x$

2. El largo de un rectángulo mide $3x + 2y$. Si su perímetro mide $10x + 6y$,

¿cuánto mide el ancho del rectángulo?

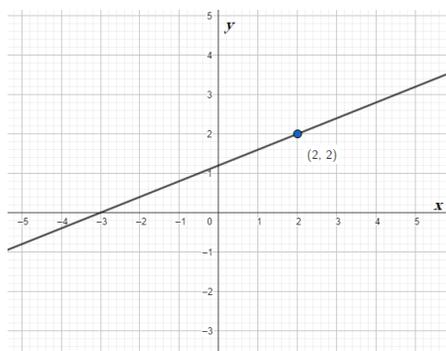
A. $2x + y$

C. $7x + 4y$

B. $4x + 2y$

D. $x + 2y$

3. La ecuación correspondiente a la gráfica es:



$$A. y = \frac{5}{2}x + \frac{15}{2} \quad C. y = \frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$$

$$B. y = 2x + 2 \quad D. y = -2x - 6$$

4. La solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 14 \\ -2x + 5y = -14 \end{cases}$$

utilizando cualquier método es:

$$A. (0,0) \quad C. (-1, -6)$$

$$B. (2, -2) \quad D. (5, -2)$$

Resuelve las siguientes situaciones problema:

5. Un papá le da a su hijo la quinta parte de lo que gana mensualmente, más \$100.000. Lo que gana el papá más lo que le da a su hijo suman \$2.200.000. El sistema que mejor representa la información dada es:

$$A. \begin{cases} x = \frac{y}{5} + 100.000 \\ x + y = 2.200.000 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x = \frac{y}{5} - 100.000 \\ y + x = 2.200.000 \end{cases}$$

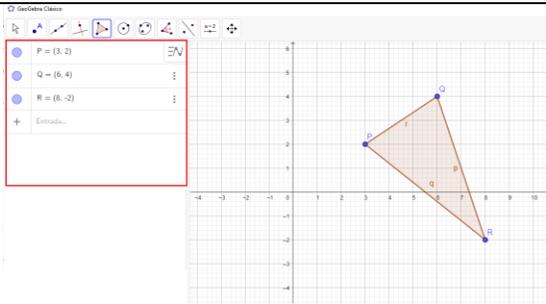
$$B. \begin{cases} x = \frac{y+100.000}{5} \\ x + y = 2.200.000 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x - y = \frac{100.000}{5} \\ x + y = 2.200.000 \end{cases}$$

6. Juanita Recibió una alcancía con \$500 y han decidido ahorrar \$200 por día, mientras, Luisa recibió una alcancía con \$300 y ha decidido ahorrar \$400 por día. Si x representa la cantidad de día e y la

cantidad dinero, responda la siguiente pregunta: ¿Cómo podría calcular la cantidad de dinero que Juanita tiene en x días? **Justifique su respuesta**

Anexo 9. Guía 2 Desarrollo de conocimientos previos

SESIONES DE CLASE 2 – 3							
GUIA No. 2							
Nombre de la actividad: Desarrollo de conocimientos previos							
Meta:							
<ul style="list-style-type: none"> - Comprender características de la función lineal, sus diversas representaciones y cómo por medio de esta se pueden modelar situaciones de la vida real. - Graficar la función lineal haciendo uso de Geogebra - Reconocer e identificar las diferentes herramientas que presenta el software matemático GeoGebra. 							
ACTIVIDAD No. 1 – EXPLORANDO CON GEOGEBRA							
Actividad				Resultado			
<p>Utilizando la barra de entrada</p> <p>Abrir una nueva hoja de trabajo (Archivo – Nuevo) e introducir los siguientes comandos en la Barra de Entrada (al pie de la pantalla), pulsando enter al final de cada línea.</p> <p>$P = (3,2)$</p> <p>$Q = (6,4)$</p> <p>$R = (8,-2)$</p> <p>Ahora, construya el Polígono PQR.</p>							
ACTIVIDAD:							
<p>El ICE (<i>Inter City Express</i>) es un tren que conecta todas las ciudades principales de Alemania. Alcanza una velocidad media de $\frac{270km}{h}$. Completa la siguiente tabla de valores, encuentra la función que modela esta situación y realiza la gráfica en el plano cartesiano.</p>							
Tiempo en horas (t)	1		3	4		10	23
Distancia recorrida en kilómetros ($D(t)$)		540			1350		

Este problema lo vamos a solucionar todos simultáneamente, voy a preguntar a diferentes estudiantes con qué valores se debe completar la tabla, cómo encontraría la función que modela la situación y luego como se haría la gráfica.

Luego de ello, procederé a concluir a partir de las reflexiones de los estudiantes el concepto de función lineal, el cual será el siguiente:

Una **función lineal** es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $f(x) = mx$, donde m es un número real diferente de 0 y es llamada constante de proporcionalidad.

Algunas características de la función lineal:

- Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen.
- Si $m > 0$ la recta se inclina hacia la derecha, si $m < 0$ la recta se inclina hacia la izquierda.
- Su dominio y rango coinciden con el conjunto de los números R .
- Es una función continua.

Para aplicar lo aprendido se propondrá a los estudiantes resolver la siguiente actividad.

ACTIVIDAD:

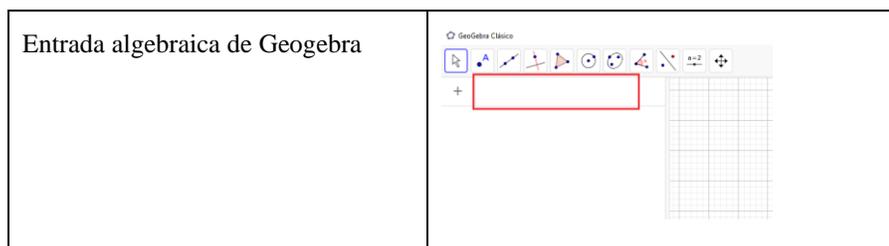
El IVA es el impuesto al valor agregado que pagan los consumidores sobre el que cancelan por sus compras. En algunos artículos se paga el 19%, esto significa que si el precio del artículo es de \$100.000 deben pagar \$116.000.

a) Completa la tabla:

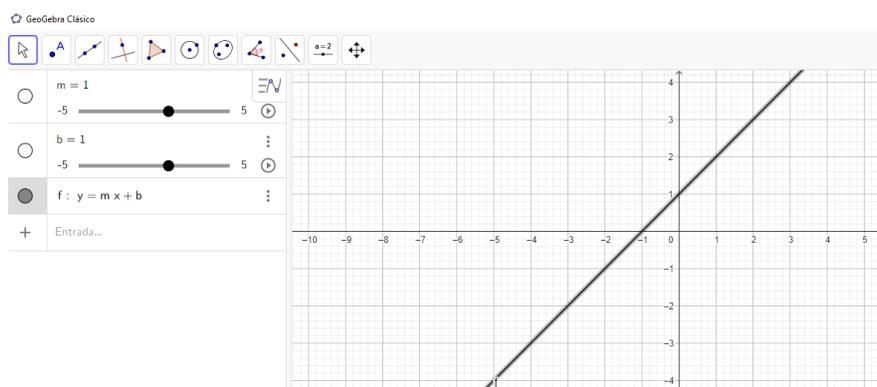
Valor sin IVA	\$ 356.909	\$ 210.000	\$ 452.890	\$ 123.935	\$ 531.943
IVA					
Valor que se debe pagar					

b) Escribe la función lineal que relaciona el valor inicial de la mercancía y el valor que se debe pagar con IVA.

Ahora, utilicemos GeoGebra:



Utilizando la entrada algebraica de Geogebra, escriba la siguiente expresión $y = mx + b$. Automáticamente el software creará dos deslizadores que toman valores entre -5 y 5 .



Mueva el deslizador m de tal forma que tome los valores asignados, el deslizador b debe ser igual a 0. Complete la siguiente tabla en su cuaderno:

<i>Valor de m</i>	<i>Representación algebraica de la función</i>	<i>Representación gráfica de la función</i>
$m = -1$		
$m = 1$		
$m = -3$		
$m = 3$		
$m = 0$		

Responda las siguientes preguntas con base en la información de la tabla

a) ¿Qué sucede con la gráfica cuándo $m = 0$?

b) ¿Qué sucede con la gráfica cuándo $m < 0$?

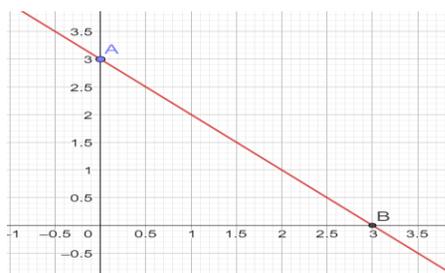
c) ¿Qué sucede con la gráfica cuándo $m > 0$?

Mueva los deslizadores de tal forma que tomen los valores asignados y complete la siguiente tabla:

Valores de m y b	Expresión algebraica	Punto de corte con el eje x	Punto de corte con el eje y
$m = 1$ $b = -2$			
$m = -4$ $b = 0$			
$m = -2$ $b = 4$			
$m = 2$ $b = 5$			

Teniendo en cuenta la información de la tabla anterior, responda:

- ¿Qué representa el valor de b en las funciones?
- Sin hacer la gráfica en GeoGebra, ¿Cuáles son los puntos de corte con el *eje x* y *eje y* de la función $y = -5x + 2$?
- Explique el razonamiento empleado para hallar los puntos de corte de la función con los ejes.
- ¿Cuál es la expresión algebraica de la función que representa la siguiente gráfica



Anexo 10. Guía 3 Métodos de SEL 2x2

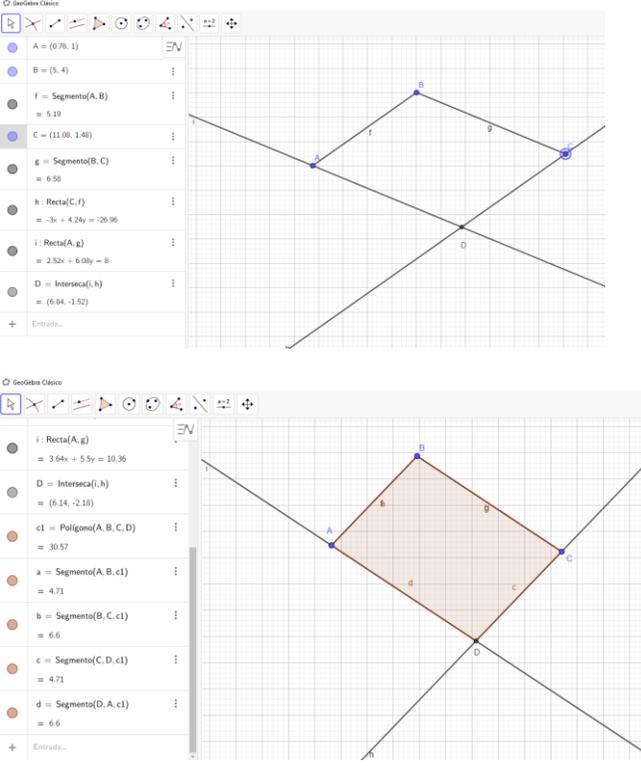
SESIONES DE CLASE 4 – 5

GUIA No. 3

Nombre de la actividad: Desarrollo de los métodos para resolver SEL 2x2.**Meta:**

- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Propongo y ejecuto procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento.
- Reconocer e identificar las diferentes herramientas que presenta el software matemático GeoGebra.

ACTIVIDAD No. 2 – EXPLORANDO CON GEOGEBRA

Actividad	Resultado
<p>Trabajar en una hoja nueva. Construiremos un paralelogramo $ABCD$, con AB paralelo a CD y BC paralelo a AD.</p> <p>a) Trazar segmentos AB y BC.</p> <p>b) Trazar por B una recta paralela a AC.</p> <p>c) Trazar por C una recta paralela a AB.</p> <p>d) Marcar el punto D de intersección entre las dos rectas. (Utilizar la opción Intersección entre dos objetos.)</p> <p>e) Trazar el cuadrilátero $ABCD$.</p> <p>f) Mover los vértices del trapecio.</p> <p>g) Observar que los puntos A, B y C se pueden mover libremente.</p> <p>Sin embargo, el punto D no puede moverse. Ese punto está determinado por la posición de los otros tres vértices.</p>	 <p>The top screenshot shows the construction of a parallelogram $ABCD$ in GeoGebra. It displays the coordinate plane with points $A(0,76)$, $B(5,4)$, and $C(11,08)$. Lines f and g are drawn through B and C respectively, parallel to AC and AB. The intersection point D is found at $(6,84)$. The bottom screenshot shows the completed parallelogram $ABCD$ with its vertices and segments highlighted.</p>

ACTIVIDAD

La actividad se desarrollará con ayuda del programa GeoGebra, responde las siguientes preguntas, teniendo en cuenta los diferentes elementos asociados a los SEL 2x2.

- a) Complete la siguiente tabla:

Función lineal	Cortes con los ejes	Tabla de valores	Coordenadas						
$f: 2y - 3x = -2$	<p>¿Si $x=0$, entonces $y=?$</p> <p>¿Si $y=0$, entonces $x=?$</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="776 1604 943 1682">x</th> <th data-bbox="943 1604 1110 1682">y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="776 1682 943 1759">0</td> <td data-bbox="943 1682 1110 1759"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="776 1759 943 1837"></td> <td data-bbox="943 1759 1110 1837">0</td> </tr> </tbody> </table>	x	y	0			0	<p>$P = (\quad , \quad)$</p> <p>$Q = (\quad , \quad)$</p>
x	y								
0									
	0								

$g: 2y + x = 6$	<p>¿Si $x=0$, entonces $y=?$</p> <p>¿Si $y=0$, entonces $x=?$</p>	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">y</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> </table>	x	y	0			0	<p style="text-align: center;">$P = (\quad , \quad)$</p> <p style="text-align: center;">$Q = (\quad , \quad)$</p>
x	y								
0									
	0								
<p>b) Represente en el plano cartesianos las dos funciones lineales a partir de los cortes con los ejes x e y</p> <p>c) Determine el punto de corte de las dos rectas $2y - 3x = -2$, y $2y + x = 6$.</p> <p>d) ¿Qué representa ese par ordenado con respecto a las líneas trazadas en tu gráfico de la tabla 2? Escribe tu comentario sobre esta pregunta. _____</p> <p>_____</p>									

Anexo 11. Guía 4 Resolución de problemas utilizando SEL 2x2

SESIONES DE CLASE 6 – 7 – 8	
GUIA No. 4	
Nombre de la actividad: Resolviendo problemas utilizando SEL 2x2	
Meta:	
<ul style="list-style-type: none"> - Aplicar los diferentes métodos de sistemas de ecuaciones lineales en la resolución de problemas de diferentes contextos. - Reconocer e identificar las diferentes herramientas que presenta el software matemático GeoGebra. 	
ACTIVIDAD No. 3 – EXPLORANDO CON GEOGEBRA	
Actividad	Resultado
<p>Trabajar en una hoja nueva.</p> <p>a) A través de la barra de entradas, marcar los puntos:</p> <p>$A = (-2,0)$ $B = (-2,4)$</p> <p>$C = (3,4)$ $D = (5, -2)$</p> <p>b) Ahora, traza las rectas que pasan por estos puntos.</p> <p>c) Analizar los objetos dependientes en la vista algebraica, y responder:</p> <p>¿Qué representan las letras minúsculas: f, g y h ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	

La letra “f” es la ecuación de una recta:

La letra “g” es la ecuación de una recta:

¿Cuál es la pendiente de la recta “f”?

¿Y la ordenada al origen? _____

¿Cuál es la pendiente de la recta “h”? ¿Y la ordenada al origen? _____

d) Analizar las rectas graficadas y relacionar:

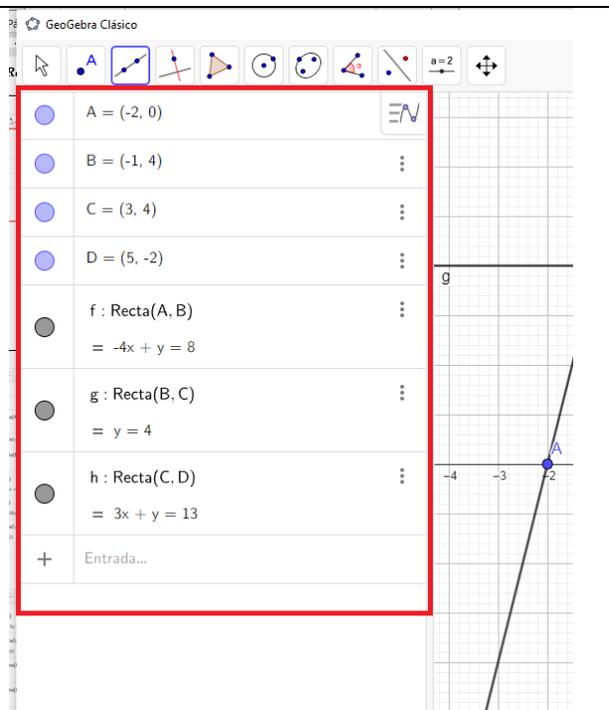
Si la pendiente de la recta “f” es menor que cero, la recta es:

—

Si la pendiente de la recta “g” es mayor que cero, la recta es:

—

e) Insertar la imagen creada en Geogebra.



ACTIVIDAD

Se les mencionará a los estudiantes los 7 pasos que se necesitan para resolver un problema que involucre sistema de ecuaciones. Estos son:

- ✓ Comprender el enunciado
- ✓ Identificar las incógnitas
- ✓ Traducir al lenguaje algebraico
- ✓ Plantear las ecuaciones
- ✓ Resolver el sistema por el método más conveniente
- ✓ Comprobar la solución
- ✓ Dar respuesta a el problema propuesto

Ahora, a partir de la siguiente situación problema, se les pide a los estudiantes que los utilicen para dar llegar a las diferentes preguntas que se plantean.

SITUACIÓN PROBLEMA: Juanita Recibió una alcancía con \$ 500 y han decidido ahorrar \$ 200 por día, mientras, Luisa recibió una alcancía con \$ 300 y ha decidido ahorrar \$ 400 por día. Si x representa la cantidad de día e y la cantidad dinero, responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo calcular la cantidad de dinero que Juanita tiene en x días?
2. ¿Cómo calcular la cantidad de dinero que Luisa tiene en x días?
3. ¿A qué misma cantidad de días Juanita y Luisa tendrán igual cantidad de dinero en las alcancías? Justifique sus respuestas.

Se le pedirá al estudiante que realice una especie de tabla, donde registrará los datos mencionados en el problema anteriormente planteado. Quedando de la siguiente forma.

Día	Ahorrado	Operación
0	500	
1	700	$500 + 200$ ----- $500+1(200)$
...

ACTIVIDAD POR PAREJAS:

Derly del curso 901, para ir al colegio IE Las Villas y regresar a su casa utiliza dos pasajes de colectivo Autoboy, cada uno a \$ 1.700, y un pasaje de Transmilenio con un valor de \$ 2.950. Si Derly en el mes de julio pagó \$ 74.400 por 48 pasajes. ¿Cuántos días fue a estudiar al colegio IE Las Villas en julio?

Solución de la situación problema:

Se espera que, los estudiantes identifiquen las variables, los coeficientes y planteen las ecuaciones y resuelvan el sistema por el método que consideren y comprueben las respuestas encontradas. Quedo así, de la siguiente forma.

Datos: \$ 1.700 pasaje de colectivo Autoboy y \$ 2.950 pasaje de Transmilenio

Pago mes de julio \$ 74.400 y 48 pasajes.

x = Pasaje en Autoboy

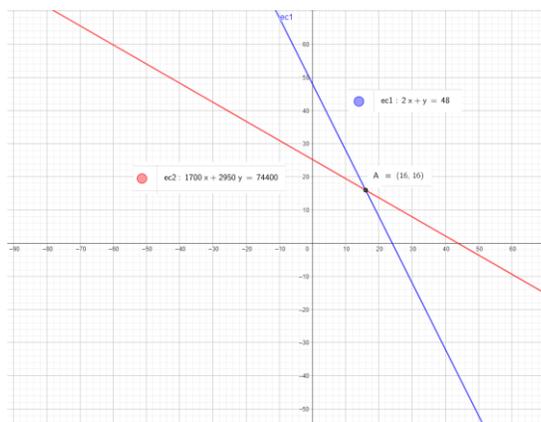
y = Pasaje en Transmilenio

Plantear el sistema de ecuaciones según los datos.

i. $2x + y = 48$

ii. $1700x + 2950y = 74400$

Ahora, se va a resolver utilizando el método gráfico:



Por lo tanto, $x = 18$ e $y = 18$.

Respuesta: En total fueron 18 días que Derly fue al colegio en el mes de julio.

Anexo 12. Guía 5 Evaluación de los SEL 2x2

SESIONES DE CLASE 9 – 10

GUIA No. 5

Nombre de la actividad: Evaluación de los SEL 2x2

Meta:

- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento
- Apropiar a los estudiantes a situación en contextos en las que sea necesario el planteamiento y uso de sistemas de ecuaciones lineales para la resolución de dichos contextos.

ACTIVIDAD No. 4 – EXPLORANDO CON GEOGEBRA

Actividad	Resultado
<p>Esta actividad permitirá reconocer cuando su SEL 2x2 es un sistema consistente o inconsistente</p> <p>Trabajar en una hoja nueva (No. 1)</p> <p>a) A través de la barra de entradas, gráfica las siguientes funciones lineales: (1) $y = 2x + 3$, (2) $y = -x + 1$</p> <p>b) Ahora, utiliza la herramienta "Intersección de dos objetos" para encontrar el punto de intersección de las dos rectas (sí lo hay), del punto a).</p> <p>Trabajar en una hoja nueva (No. 2)</p> <p>c) A través de la barra de entradas, gráfica las siguientes funciones lineales: (1) $2x + y = 3$, (2) $4x + 2y = 6$</p> <p>d) Ahora, utiliza la herramienta "Intersección de dos objetos" para encontrar el punto de intersección de las dos rectas (sí lo hay), del punto c).</p> <p>Trabajar en una hoja nueva (No. 3)</p>	<p>Hoja nueva (No. 1)</p> <p>Hoja nueva (No. 2)</p>

e) A través de la barra de entradas, gráfica las siguientes funciones lineales:

$$(1) y = 2x + 1, (2) y = 2x - 3$$

f) Ahora, utiliza la herramienta "Intersección de dos objetos" para encontrar el punto de intersección de las dos rectas (sí lo hay), del punto e).

Análisis y Discusión:

Después de realizar la actividad en las tres hojas, vamos a discutir que ocurrió con la "Intersección de dos objetos",

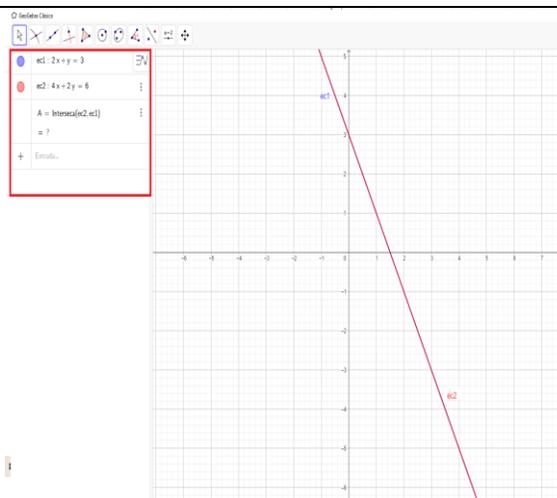
DEFINICIÓN: Si las *rectas se intersecan* en un punto, el **sistema es consistente** y **tiene una única solución**. Si las *rectas son coincidentes* (una sobre otra), el **sistema es consistente** y **tiene infinitas soluciones**. Si las *rectas son paralelas* y no se intersecan, el **sistema es inconsistente** y **no tiene solución**.

A partir de la definición anterior, responde las siguientes preguntas:

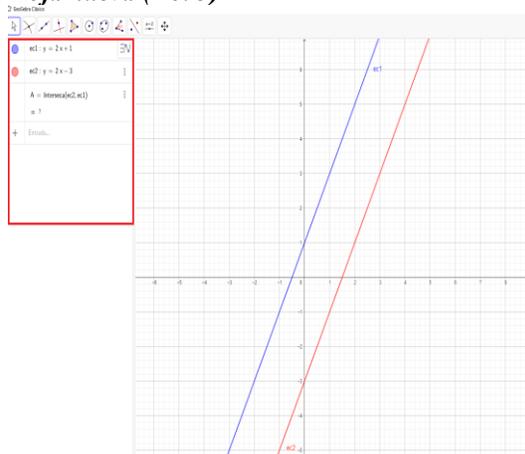
¿Cuáles son las intersecciones que se dan en las tres hojas, si las hay?

¿Cómo relacionas la respuesta de la pregunta anterior con la definición?

¿Clasifica cada una de los SEL 2x2 que se presenta en cada hoja con la definición?



Hoja nueva (No. 3)



Esta actividad, estará centrada en evaluar, como los estudiantes resuelven diferentes aplicaciones que tiene los SEL 2x2 y otros problemas matemáticos.

SITUACIÓN PROBLEMA No. 1

Para el año 2024 la Alcaldía Municipal de Soacha organizó un concierto benéfico con el propósito de entregar ayudas a familias de bajos recursos. Se venden todas las entradas al concierto y se recaudan \$ 26000 dólares (\$100.100.000). Los precios de las entradas fueron 50 dólares (\$192.500) la entrada general y 300 dólares (\$1.155.000) la entrada VIP, el aforo del establecimiento donde se realizó el concierto fue de 160 personas. Los organizadores quieren calcular el número de entradas vendidas de cada tipo (general y VIP).

Establezca y resuelva un sistema de ecuaciones para poder solucionar la inquietud de los organizadores.

Nota: se les dirá a los estudiantes que resuelven el sistema por cualquier método.

Solución de la situación problema:

Datos: 50 dólares entrada general 300 dólares entrada VIP

El recaudo fue de 26000 dólares Asistieron 160 personas al concierto

x = Entrada VIP

y = Entrada general

Plantear el sistema de ecuaciones según los datos.

$$\text{iii. } x + y = 160$$

$$\text{iv. } 300x + 50y = 26000$$

Ahora, se va a resolver utilizando el método de igualación:

Se despeja a la derecha una variable en ambas ecuaciones:

$$x = 160 - y \quad (3)$$

$$300x = 26000 - 50y$$

Luego se divide el 300 de la ecuación dos para aislar la variable desconocida en un lado.

$$x = \frac{26000 - 50y}{300} \quad (4)$$

Ahora se igualan las ecuaciones (3) y (4)

$$160 - y = \frac{26000 - 50y}{300}$$

Al resolver la ecuación anterior, tenemos que: $y = 88$, ahora sustituimos el valor de y en la ecuación (3)

$x = 160 - 88$, por lo tanto, $x = 72$.

Respuesta: Número de entradas vendidas de general y VIP fueron 88 y 72 respectivamente.

SITUACIÓN PROBLEMA No. 2

En el parqueadero de buses municipales de Soacha Parque, hay 25 vehículos entre coches y motos. El número total de ruedas sin contar las de repuesto es 80. ¿Cuántos buses y cuántas motos hay en el parqueadero?

Solución de la situación problema:

Datos: Vehículos 25 Total de ruedas 80

Un bus tiene 4 ruedas

Una moto tiene 2 ruedas

x = Número de buses

y = Número de motos

Plantear el sistema de ecuaciones según los datos.

$$(1) \ x + y = 25$$

$$(2) \ 4x + 2y = 80$$

Después, de resolver el SEL 2x2 por cualquier método, tenemos: $x = 15$ e $y = 10$,

Respuesta: Número de buses 15 y número de motos 10.

SITUACIÓN PROBLEMA No. 3

En el centro comercial Mercurio de Soacha, en KOAJ dos pantalones y tres camisas de la colección anterior valen 120 € (\$504.000). Tres pantalones y dos camisas de la nueva colección valen 130 € (\$546.000). ¿Cuánto vale cada pantalón y cada camisa en KOAJ?

Solución de la situación problema:

Datos: 2 pantalones y 3 camisas

3

pantalones y 2

camisas

x = Precio de un pantalón

y = Precio de una camisa

Plantear el sistema de ecuaciones según los datos.

$$(1) \ 2x + 3y = 120$$

$$(2) \ 3x + 2y = 130$$

Después, de resolver el SEL 2x2 por cualquier método, tenemos: $x = 30$ e $y = 20$,

Respuesta: Precio de una camisa 20€ (\$ 84.000) y el precio de un pantalón 30€ (\$126.000)

Anexo 13. Rúbrica de evaluación - Pares académicos

CATEGORÍA	Aspectos Generales	De acuerdo	Parcialmente de acuerdo	En desacuerdo	En caso de estar parcialmente de acuerdo o en desacuerdo ¿qué aspectos considera que se podrían mejorar?
Competencias y contenidos	Las competencias se ajustan al grado Noveno.				
	Los objetivos o metas de aprendizaje de la secuencia didáctica están bien definidos y son claros.				
	Los contenidos abordados en las actividades son claros.				
	Los diferentes contenidos consolidan un cuerpo temático claro y coherente para el abordaje de los SEL 2x2				
	Las competencias propuestas favorecen el desarrollo de pensamiento lógico-matemático.				
	El concepto de SEL2x2 es claro y ofrece todos los elementos para ser aplicado a casos o problemas.				
Metodología didáctica y enfoque pedagógico	La propuesta pedagógica presenta una secuencialidad temática coherente.				
	Las actividades dan cuenta del enfoque pedagógico (aprendizaje significativo).				
	Considera que la secuencia didáctica permite ser una buena propuesta para la enseñanza de los SEL 2x2.				
	Las actividades propuestas permiten la comprensión de los conceptos matemáticos relacionados con los SEL 2x2.				
	¿Considera que utilizar GeoGebra, permite un mejor aprendizaje de las matemáticas, en este caso de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2?				
	Las actividades propuestas corresponden en términos de complejidad a los estudiantes del grado noveno.				
Tiempos	Considera que los tiempos propuestos permiten el desarrollo de la secuencia didáctica en su totalidad.				
	La secuencia didáctica se ajusta al plan de estudios de la institución (número de clases).				
	El número de clases es suficiente para abordar la secuencia didáctica en su totalidad.				
Necesidades	Considera que la secuencia didáctica, logra superar las dificultades asociadas a identificar los conocimientos previos asociados a los SEL 2x2 (se presentan de forma explícita).				
	La secuencia didáctica se ajusta a las necesidades de reconocer todos los conceptos asociados a los SEL 2x2 en los estudiantes.				
	Considera que los recursos utilizados se ajustan a las necesidades de reconocer variables dependientes e independientes en un SEL 2x2, que presentan los estudiantes al utilizar software matemático (GeoGebra).				
	Considera que la secuencia didáctica permite a los estudiantes, reconocer los diferentes métodos de solución de los SEL 2x2.				
Evaluación y Reflexión	Considera que la evaluación es pertinente al utilizar diferentes situaciones de contextos cotidianos y matemáticos para evaluar los SEL 2x2.				
	Considera que se evalúan las competencias presentadas en la secuencia didáctica.				

	Las diferentes actividades que se presentan tienen claridad en su diseño.				
	Se presenta coherencia entre las actividades relacionadas con los SEL 2x2.				
	Considera que hay claridad en las preguntas que se presentan en las diferentes actividades.				
	Considera que la evaluación presenta complejidad en su desarrollo (solución).				
	La evaluación presentada tiene una extensión propia para su desarrollo.				

Anexo 14. Drive de evidencias (link)

Enlace drive:

https://drive.google.com/drive/folders/1OSSiAP2EcqyRmQx1zWym5C1WdqJNzruD?usp=drive_link