

Reflexiones sobre las transformaciones en la práctica de enseñanza de una docente de matemáticas de secundaria

Bedsy Milena Rodríguez Molina, bedsyromo@unisabana.edu.co

Trabajo presentado como requisito para optar por el título de Maestría en Pedagogía

Asesor:

Teresa del Socorro Flórez Peña

Universidad de La Sabana, teresa.florez@unisabana.edu.co

Universidad de La Sabana

Facultad de Educación

Maestría en Pedagogía

Chía, 2022

Dedicatoria

Dedico este logro a mi esposo Andrés y mi hija Luciana que son el motivo por el cual lucho cada día para superar mis metas. Por su apoyo y paciencia durante todo este proceso, sin ustedes nada de esto hubiese sido posible, los amo con mi vida entera.

A mis padres y hermano que siempre han estado presentes apoyando cada paso de mi vida.

A mi amiga Erinn, por su apoyo incondicional durante la maestría y por sus aportes que fueron fundamentales para la finalización de este documento.

A Javier, que con un acto de confianza me brindó la ayuda necesaria para aprovechar esta oportunidad académica.

Agradecimientos

Primeramente, a Dios que me ha permitido llegar a esta instancia y me ha bendecido con las habilidades para alcanzar este logro.

A los asesores de este proceso investigativo John Alba y Teresa Flórez que me acompañaron y orientaron con sus conocimientos, además de brindarme la confianza para superar los desafíos y alcanzar un mejor nivel profesional.

A mis compañeros del grupo investigador Gina y Oliver que brindaron siempre aportes constructivos para el mejoramiento de mi práctica.

Al Colegio Técnico Distrital Paulo Freire, que desde sus directivas, compañeros docentes y estudiantes, apoyaron y contribuyeron en el desarrollo de esta investigación.

A la Universidad de La Sabana, por sus valores centrados en los individuos pertenecientes a la comunidad universitaria, por sus excelentes profesionales que realizaron grandes contribuciones a mi crecimiento como profesional de la educación.

A la Secretaria de Educación del Distrito por la oportunidad de acceder al programa de formación avanzada y ser beneficiaria de esta beca. Una oportunidad invaluable.

Resumen

El presente documento expone de manera descriptiva el proceso de investigación en el marco de la Maestría en Pedagogía de la Universidad de La Sabana de una docente de matemáticas de secundaria del sector público de la ciudad de Bogotá, sobre las transformaciones de su práctica de enseñanza.

Esta investigación se enmarca en el enfoque cualitativo con un diseño de investigación acción y la metodología Lesson Study.

Inicialmente se realiza un recorrido cronológico de su perfil profesional y laboral, de igual manera, se presenta el contexto donde desarrolla su labor docente y las características de la institución educativa de la que hace parte.

Seguidamente, describen los aspectos que fundamentan la formulación del problema de investigación, la pregunta y los objetivos, a partir del análisis de la práctica de enseñanza inicial de la docente investigadora. Se realiza entonces la descripción de los ciclos de reflexión mostrando el proceso de construcción y recolección de datos de la práctica desarrollada.

Posteriormente, por medio de la triangulación se analiza la información recolectada, estableciendo y fundamentando los hallazgos de cada una de las acciones constitutivas de la práctica de la docente investigadora. Para finalmente declarar las contribuciones al conocimiento pedagógico y las conclusiones del proceso investigativo, en particular, la idea que el docente como investigador de su práctica de enseñanza a partir del ejercicio de reflexión constante y colaborativo entre pares, genera transformaciones que redundan en el mejoramiento del proceso de enseñanza.

Palabras Clave

Investigación acción, Práctica de enseñanza, Planeación, Implementación, Evaluación de los aprendizajes, Resolución de problemas.

Tabla de Contenidos

Lista de Tablas.....	7
Lista de Figuras	8
Capítulo 1. Antecedentes de la práctica de enseñanza estudiada	10
Capítulo 2. Contexto en el que se desarrolla la práctica de enseñanza estudiada	14
Capítulo 3. Práctica de enseñanza al inicio de la investigación.....	21
Capítulo 4. Descripción metodológica de la investigación	30
Enfoque de la investigación.....	30
Diseño de la investigación	31
Metodología de investigación	32
Problema de investigación.....	34
<i>Pregunta de investigación.....</i>	<i>34</i>
<i>Objetivo general.....</i>	<i>34</i>
<i>Objetivos específicos.....</i>	<i>34</i>
Recolección de datos	35
Análisis de datos	35
Categorías y subcategorías de análisis	36
Capítulo 5. Ciclos de reflexión.....	38
Ciclo de reflexión 1	38
Ciclo de reflexión 2.....	48
Ciclo de reflexión 3.....	59
Ciclo de reflexión 4.....	69
Capítulo 6. Hallazgos e interpretación de datos	86
Planeación	86
<i>Estructura de la planeación.....</i>	<i>87</i>

<i>Planeación didáctica</i>	88
<i>Materiales y recursos</i>	89
<i>Trabajo entre pares</i>	91
Implementación	92
<i>Comunicación</i>	92
<i>Gestión del aula</i>	95
<i>Visualización de pensamiento</i>	96
Evaluación	98
<i>Rúbricas de evaluación</i>	98
Capítulo 7. Comprensiones y aportes al conocimiento pedagógico	100
Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones	102
Referencias	107

Lista de Tablas

Tabla 1	<i>Categorías de análisis</i>	37
Tabla 2	<i>Análisis de la implementación – Ciclo LS 1</i>	44
Tabla 3	<i>Rejilla de diseño de desempeño – Ciclo LS 2</i>	51
Tabla 4	<i>Transcripción de episodio de clase – Ciclo LS 2</i>	54
Tabla 5	<i>Análisis del episodio de clase – Ciclo LS 2</i>	57
Tabla 6	<i>Rejilla de desempeño - Ciclo LS 3</i>	61
Tabla 7	<i>Etapas del ciclo de modelación en las actividades – Ciclo LS 3</i>	65
Tabla 8	<i>Rejilla de desempeño – Ciclo LS 4</i>	76
Tabla 9	<i>Análisis de implementación – Ciclo LS 4</i>	80

Lista de Figuras

Figura 1	<i>Ubicación geográfica Colegio Técnico Distrital Paulo Freire</i>	15
Figura 2	<i>Aula donde se realiza la práctica de la docente investigadora</i>	20
Figura 3	<i>Acciones de implementación iniciales de la docente investigadora</i>	22
Figura 4	<i>Taller propuesto por la docente en el momento inicial de la investigación</i>	23
Figura 5	<i>Actividades desarrolladas por los estudiantes en el momento inicial de la investigación</i>	24
Figura 6	<i>Evaluación en el momento inicial de investigación</i>	24
Figura 7	<i>Reflexión sobre la concepción de las matemáticas de la docente investigadora al inicio la investigación</i>	25
Figura 8	<i>¿Qué significa aprender matemáticas?</i>	26
Figura 9	<i>Planeación de la docente al inicio de la investigación</i>	28
Figura 10	<i>Fases de la Lesson Study</i>	33
Figura 11	<i>Focos de reflexión de los ciclos LS desarrollados por la docente investigadora</i>	38
Figura 12	<i>Objetivos de aprendizaje – Ciclo LS 1</i>	39
Figura 13	<i>Análisis de contenido – Ciclo LS 1</i>	40
Figura 14	<i>Análisis de contenido – Ciclo LS 1</i>	40
Figura 15	<i>Recursos y metodología – Ciclo LS 1</i>	41
Figura 16	<i>Actividad de cierre – Ciclo LS 1</i>	42
Figura 17	<i>Guía de trabajo – Ciclo LS 1</i>	42
Figura 18	<i>Rúbrica de evaluación de los aprendizajes – Ciclo LS 1</i>	43
Figura 19	<i>Estructura de la escalera de retroalimentación – Ciclo LS 1</i>	46
Figura 20	<i>Escalera de retroalimentación de la implementación – Ciclo LS 1</i>	47
Figura 21	<i>Elementos del Marco de la Enseñanza para la comprensión</i>	50
Figura 22	<i>Producciones de los estudiantes – Ciclo LS 2</i>	53

Figura 23 <i>Ciclo de Modelación (Borromeo Ferri)</i>	60
Figura 24 <i>Meta de comprensión – Ciclo LS 3</i>	61
Figura 25 <i>Actividades para la validación del concepto construido – Ciclo LS 3</i>	64
Figura 26 <i>Rúbrica de autoevaluación – Ciclo LS 3</i>	65
Figura 27 <i>Producciones de los estudiantes – Ciclo LS 3</i>	66
Figura 28 <i>Rutina de pensamiento (Veo – Pienso – Me pregunto) – Ciclo LS 3</i>	67
Figura 29 <i>Metas de comprensión – Ciclo LS 4</i>	76
Figura 30 <i>Escalera de retroalimentación – Ciclo LS 4</i>	79

Capítulo 1. Antecedentes de la práctica de enseñanza estudiada

La docente investigadora inició su formación como Licenciada en Matemáticas en el segundo semestre del año 2002 en la Universidad Pedagógica Nacional. Termina materias finalizando el año 2007, obteniendo su título profesional en el mes de junio de 2008 luego de concluir su tesis de grado en el primer semestre del mismo año. Luego de esto, el tiempo de experiencia docente en diferentes ámbitos educativos incluida la práctica de enseñanza en diversas instituciones es de 14 años. A continuación, se realiza la descripción de la trayectoria profesional incluyendo algunas experiencias y aprendizajes.

La docente investigadora, comienza su primera experiencia docente en el Centro Juvenil Religioso Adoratrices ubicado en la localidad de San Cristóbal en febrero de 2008 asumiendo las asignaturas de matemáticas de la básica secundaria hasta septiembre del mismo año. Durante este tiempo, la docente experimenta la convivencia diaria en el aula de clase, y surgen en ella interrogantes sobre cómo cambiar sus acciones en pro del mejoramiento tanto de aprendizaje como el comportamiento de sus estudiantes, ya que experimenta algunas situaciones difíciles de manejar debido a su poca experiencia en el aula.

Posteriormente, ingresa a laborar como asesora en un grupo pedagógico denominado Didáctica y Matemáticas asumiendo funciones relacionadas con la elaboración de material didáctico, capacitación docente y preparación para pruebas saber. Durante el tiempo allí trabajado, el ejercicio de estas funciones permitió que la docente investigadora adquiriera habilidades relacionadas con la elaboración de textos escolares y la realización de conferencias de diversos temas de interés para docentes (neurociencia, desarrollo de pensamiento matemático, pruebas estandarizadas, calculo mental, entre otras), enriqueciendo su conocimiento disciplinar y didáctico.

Para la docente investigadora, siempre ha sido de interés profundizar en su conocimiento matemático, por tal motivo, en el año 2013, ingresa a la Escuela de Posgrados de la Universidad

Sergio Arboleda a cursar la Especialización en Matemáticas Aplicadas, obteniendo su grado en el mes de marzo de 2014. Este espacio de formación académica permitió la ampliación de los conocimientos prácticos de la matemática y su posible aporte al escenario de enseñanza de esta disciplina en el aula, haciéndola más contextualizada y presentando a los estudiantes su aplicabilidad e importancia en la sociedad actual.

Durante el primer trimestre del año 2015 la docente investigadora participó en un proyecto cuyo propósito era la elaboración de herramientas y aplicaciones móviles para docentes que contribuyeran al trabajo en aula de clase en una compañía naciente llamada Innovar. La participación en este proyecto permitió a la docente incursionar en la construcción de propuestas tecnológicas sobre matemática escolar dirigida a todos los niveles educativos, con un grupo de profesionales que brindaron el escenario propicio para ejercer una perspectiva diferente del quehacer profesional del profesor. Al igual, estos aprendizajes incrementaron las herramientas profesionales de la docente para implementar en el aula de clase, sobre todo las relacionadas con las TIC.

Después, se postuló a la Secretaría de Educación de Bogotá (SED) en la modalidad provisional. Ingresó como docente de matemáticas al programa Volver a la Escuela, más conocido como programa de Aceleración, en el Colegio Distrital Antonio Baraya de la localidad 18 (Rafael Uribe Uribe) en el que permaneció por tres meses, asumiendo la carga académica de los grupos de estudiantes de los ciclos 3 y 4. Para la docente investigadora, esta experiencia fue fundamental para mejorar los aspectos relacionados con la gestión de aula, manejo de la convivencia y flexibilización del currículo, debido a la población manejada por este programa (estudiantes en extra-edad y pérdida escolar recurrente).

Después de esto, la SED avala el traslado de la docente investigadora al Colegio Distrital Alemania Solidaria de la localidad 12 (Barrios Unidos) bajo el mismo programa de aceleración, permanece en este Colegio hasta principios de agosto de 2015, momento en el que logra el

nombramiento de planta como docente de matemáticas para básica y media en el Colegio Técnico Distrital Paulo Freire (CTDPF) de la localidad 5 (Usme).

La llegada a este colegio fue un hito importante para la docente investigadora, tanto a nivel laboral por la estabilidad, como a nivel profesional por la naturaleza de la institución. El CTDPF es una institución educativa de carácter técnico que se encuentra articulado con la educación superior. Este convenio interinstitucional se ha establecido desde la fundación del colegio con universidades como La Panamericana, El Politécnico Grancolombiano y La Central. En consecuencia, la estructura curricular del CTDPF se encuentra enfocada en la formación técnica, en particular a las opciones ofertadas a la comunidad para la educación media, a decir: ciencias empresariales, diseño y comunicación, y sistemas. Cada una de las asignaturas básicas tanto de la básica secundaria, como la media se encuentran relacionadas con las asignaturas de las especialidades técnicas, en contenido y estructura semestralizada a partir de grado 8° hasta grado 11°. Para los grados 6° y 7° se conserva la estructura anualizada para las diferentes áreas de conocimiento. Cabe resaltar que las asignaturas de las especialidades se desarrollan en los grados 10° y 11° en jornada complementaria.

Ante este panorama, la docente es asignada inicialmente para los grados 6° y 7° (ciclo 3) por los últimos cuatro meses del año 2015 en las asignaturas de aritmética y geometría. Durante este tiempo, se realiza el reconocimiento del sistema de evaluación institucional (SEI) para el ciclo y el contexto de la población que conforma la comunidad educativa (estudiantes, padres de familia, docentes, directivos y administrativos), al igual que el trabajo propuesto institucionalmente para el área de matemáticas.

En el periodo 2016 y 2017 la docente investigadora cambia de asignación, haciendo en ese momento parte del ciclo 5 (grados 10° y 11°) con las asignaturas trigonometría 1 y 2, cálculo diferencial e integral, y en algunos semestres apoyando las áreas de especialidad con la asignatura algebra lineal. Por el énfasis en la formación técnica en este ciclo y su articulación con la educación superior, el SEI difiere de los ciclos anteriores. Las asignaturas son valoradas

por el sistema de créditos académicos, considerando un crédito como una hora clase. De esta manera, fue necesario para la docente estudiar tanto el plan de estudios como el SEI y ajustar sus prácticas a lo allí descrito.

Al finalizar el 2017, la docente investigadora se postula a la convocatoria de formación avanzada de la SED, en la modalidad de maestría a la Universidad de la Sabana en el programa Maestría en Pedagogía, siendo admitida luego del proceso realizado tanto por la SED, el Icetex y la Universidad. Inicia sus estudios el 27 de enero de 2018.

De 2018 al momento presente de la finalización de este proceso de investigación, la docente investigadora se encuentra a cargo de las asignaturas de álgebra, estadística y geometría para ciclo 4 (grados 8° y 9°) complementando la carga académica con algunas horas de asignaturas correspondientes a los grados 10° y 11°. Nuevamente, fue necesario realizar adecuaciones a la práctica que fueran acordes con lo planteado institucionalmente respecto a la evaluación (ya no en créditos, sino por áreas de conocimiento, cada una conformada por varias asignaturas) y el plan de área institucional enfocado a la preparación necesaria para abordar las asignaturas técnicas del siguiente ciclo.

Capítulo 2. Contexto en el que se desarrolla la práctica de enseñanza estudiada

En el ejercicio de la práctica, el docente por lo general centra su atención en los aspectos disciplinares, didácticos y pedagógicos en las propuestas llevadas al aula de clase, sin embargo, desconoce en muchas ocasiones aspectos relativos al contexto de los estudiantes que tiene a su cargo y su incidencia en su desarrollo y aprendizaje.

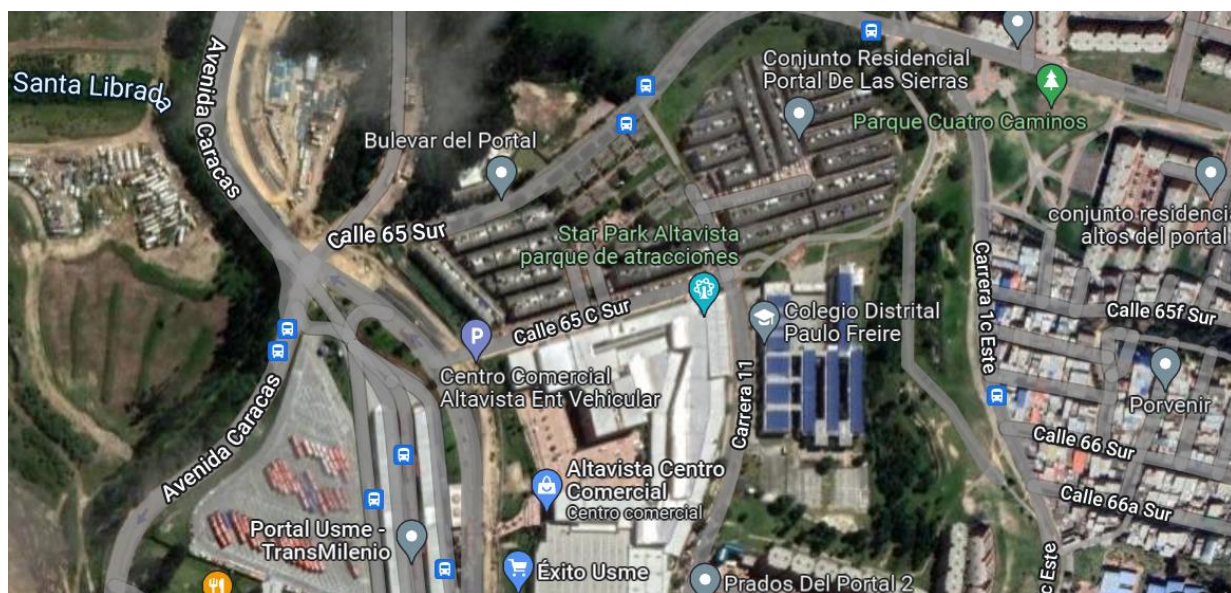
Bronfenbrenner (como se citó en Gifre y Guitart, 2013) afirma que para comprender tanto el desarrollo como el aprendizaje, es necesario considerar el contexto en el que se genera, al igual que las características particulares del individuo que interactúa con ese ambiente. De la misma forma, dicho contexto es una construcción inminentemente social, que integra elementos de naturaleza psicológica no espacial y son lugares propicios para la investigación del comportamiento humano (Clemente y Hernández, 1996).

Considerando lo anterior, la docente investigadora ha evidenciado la necesidad de analizar tanto el contexto institucional como el contexto de aula que enmarca su práctica, partiendo de los aspectos generales (ubicación, tipo de población y comunidad educativa), misionales, pedagógicos y académicos del colegio, y la descripción de las aulas a su cargo. Con el propósito de mejorar la comprensión sobre sus estudiantes y cómo eso contribuye al mejoramiento de su práctica.

El Colegio Técnico Distrital Paulo Freire (Sede única) se encuentra localizado en la UPZ de Danubio, cerca al Centro Comercial AltaVista y el Portal de Usme de Transmilenio como se muestra en la figura 1. Su población es de aproximadamente 3000 estudiantes divididos en tres jornadas, jornada única (Transición y Media), jornada mañana y tarde (Básica Primaria y Secundaria), pertenecientes a los barrios circundantes: Danubio, La Fiscala, El porvenir, Santa Marta, La Aurora y Conjuntos Residenciales aledaños, aunque existe un grupo importante que proviene de sectores más alejados de la localidad como Alfonso López y Usme.

Figura 1

Ubicación geográfica Colegio Técnico Distrital Paulo Freire



Fuente: Google Maps (2022)

La institución cuenta con un cuerpo de 125 docentes, 6 directivos docentes, 5 orientadoras y 6 administrativos, entre las tres jornadas. Es el segundo colegio de la localidad que cuenta con mayor número de profesores con formación posgradual. A nivel general los maestros del CDPF se distinguen por un espíritu colaborador en el desarrollo de las tareas institucionales y su compromiso frente a la formación integral de los estudiantes. El clima laboral en términos generales es bueno y existe cordialidad en el trato entre los distintos miembros de la comunidad educativa.

El CDPF es una institución que fue proyectada en el año 2006 para dar respuesta a las necesidades de la localidad de Usme en el foro educativo local promovido por estudiantes, padres y docentes participantes interesados en fortalecer la educación media para facilitar el acceso a la educación superior. Se programó la matrícula para finales del 2006 como sede de

otra institución, sin embargo, en marzo de 2007 se aprueba la licencia de funcionamiento como colegio técnico independiente.

Al respecto de los aspectos misionales, el CTDPF (2019) pretende:

Ofrecer una educación integral de calidad, mediante la articulación de los ciclos propedéuticos desde la educación inicial hasta la educación superior y la proyección empresarial, al promover el desarrollo de las competencias básicas, ciudadanas y laborales en los niños y jóvenes de la localidad de Usme, como personas autónomas, responsables, comprometidas, con sentido crítico y pluralista, capaces de forjar el mejoramiento de su calidad de vida. (p. 6)

Asimismo, el proyecto Educativo Institucional del Colegio Distrital Paulo Freire denominado “*Construyendo una educación con responsabilidad, libertad y sentido social*” plantea que en escenarios en donde la educación de calidad se convierte en un derecho que debe llegar a toda la población, son fundamentales cuatro elementos en el proceso: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser. En coherencia se promueve un proceso educativo con las personas y grupos en el que se tome conciencia de la realidad, reconociendo su dignidad y descubriendo sus capacidades en la toma oportuna de decisiones. Por ende, el enfoque pedagógico institucional corresponde a una perspectiva socio-crítica (CTDPF, 2019), que atiende a principios orientadores de una pedagogía liberadora y humanizadora, reconociendo el contexto social, histórico y espacial propio de este siglo que demanda este tipo de posturas (Freire, 1993).

Por otra parte, al respecto del modelo pedagógico, la institución afirma enmarcarse en el constructivismo, sin embargo, esto no se encuentra reflejado en los documentos institucionales actuales. En el momento se encuentra en proceso de fundamentación teórica, con el propósito de establecer la coherencia con el PEI y el enfoque pedagógico.

Sobre las prácticas pedagógicas, la propuesta institucional pretende hacer girar todos los esfuerzos de los docentes al desarrollo máximo y multifacético de las capacidades e intereses

de los estudiantes, para lo cual, es fundamental la búsqueda de estrategias y herramientas adquiridas a través de los saberes pedagógicos, de los saberes basados en la experiencia y de las historias de vida. Es por tanto fundamental, que dentro del aula se planteen problemáticas que exijan para su resolución poner en juego el pensamiento crítico, creativo y divergente de los estudiantes, crear situaciones de interacción socio-cognitiva auténticas, que favorezcan la discusión, el debate, la confrontación de opiniones, el análisis, la comparación, la argumentación fundamentada, el desarrollo de la imaginación, la expresión de ideas y sentimientos, el respeto por lo diferente y posibilitar la formulación de nuevos interrogantes, nuevos problemas sobre temáticas o tópicos abordados, entre otras estrategias didácticas (CTDPF, 2019).

Con base en lo anterior, la concepción de aprendizaje que subyace en la institución y de los modelos de aprendizaje, se basan en la interacción entre los integrantes del acto educativo y el contexto al cual pertenecen. Esta perspectiva es coherente con lo planteado por Vygotsky (1996) donde el aprendizaje presupone una naturaleza social específica en el marco de un proceso, mediante el cual los estudiantes acceden a la vida intelectual de aquellos que le rodean. A su vez, el considerar el enfoque sociocrítico en el marco del proceso de enseñanza-aprendizaje, como mecanismo de comprensión y transformación de su realidad está en consonancia con el ideal de la educación planteado por Piaget (1975), donde el mayor propósito no es enseñar por enseñar, sino enseñar a aprender, enseñar a desarrollarse y sobre todo enseñar a continuar ese desarrollo después de la escuela en su contexto.

Con respecto a la concepción de ser humano, el CDPF comprende que la persona es un sujeto de valores en todos los niveles de desarrollo y en todos los campos de relación que pueda establecer a través de su vida, como receptor-constructor activo de estructuras de valor que le permitan lograr la autonomía en el respeto, la responsabilidad, la honestidad, la tolerancia, el dialogo, la creatividad, la paz, la justicia, la cooperación y la amistad. Es de hecho evidente, la fuerte influencia humanista de la perspectiva de Freire en esta concepción y se ven relegadas en las prácticas pedagógicas de los docentes pertenecientes a la institución y los propósitos de

estas formuladas desde el PEI, al igual que de las perspectivas de desarrollo que se centran en los aspectos socioculturales de los participantes del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La estructura académica y curricular del CTDPF se enmarca en dos grandes estrategias, la reorganización curricular por ciclos (RCC) y la articulación de la educación media con la educación superior. La RCC es una estrategia propuesta desde los lineamientos del plan sectorial de educación y la SED, que se basa en la siguiente distribución:

- Ciclo Inicial: Grados de preescolar: prejardín, jardín y transición.
- Ciclo 1: Grados primero y segundo de la educación básica
- Ciclo 2: Grados tercero y cuarto de la educación básica.
- Ciclo 3: Grados quinto, sexto y séptimo de la educación básica.
- Ciclo 4: Grados octavo y noveno de la educación básica, con plan de estudios semestralizado preparando a los estudiantes para asumir lo previsto para la Media Técnica articulada con la educación superior.
- Ciclo 5: Grados décimo y undécimo que corresponden al nivel de la educación media con plan de estudios semestralizado que incluyen las asignaturas de las especialidades técnicas.

Para la implementación de la RCC, el CTDPF tiene establecida la caracterización de los estudiantes, la impronta respectiva, los desempeños y competencias a la luz de las cuales se define la estructura de malla curricular por ciclos, buscando la integración de áreas en la construcción permanente de los planes de estudio que buscan plantear ajustes en las prácticas pedagógicas como en los ambientes de aprendizaje.

En cuanto a la articulación de la educación media con la educación superior, siendo consecuentes con la propuesta de creación del colegio y con lo ofertado a la comunidad educativa desde el año 2006, el colegio ha venido trabajando con asesoría de la Dirección de Educación Media y Superior de la Secretaría de Educación y varias instituciones universitarias

en el transcurso de los años (Fundación universitaria Panamericana, Politécnico Grancolombiano y Universidad Central) la propuesta de articulación con la educación superior, organizando las actividades para los estudiantes del Ciclo 5, construyendo un plan de estudios semestralizado que comprende además de la jornada académica normal, 10 horas semanales en la jornada contraria cursando durante cada semestre 10 créditos correspondientes a las asignaturas de las especialidades ofrecidas. En el año 2015 se inició todo el análisis requerido para definir las asignaturas que podrán ser reconocidas para el ingreso directo a la Educación Superior. El departamento de Orientación Escolar del colegio realiza actividades de orientación vocacional con los estudiantes de grado 9° y 11°, buscando primeramente una oferta acertada de especialidad y posteriormente la mejor decisión de los estudiantes para elegir la carrera técnica profesional, tecnológica o profesional en la que desean realizar su continuidad en la Educación Superior. Es así como el CTDPF logra hacer realidad el trabajo en ciclos, formando jóvenes desde Ciclo Inicial hasta el Ciclo 5, ya articulados con la educación superior, a los cuales se gradúa como Bachilleres Técnicos en cada una de las tres especialidades ofrecidas: Sistemas, Ciencias Empresariales y Comunicación y Diseño.

Particularmente, para la presente investigación la docente tiene a cargo las asignaturas semestralizadas del área de matemáticas correspondientes al ciclo 4. Para grado octavo las asignaturas: introducción al álgebra, geometría 1 y estadística descriptiva 1 con intensidad horaria de dos horas semanales cada una, y álgebra con intensidad semanal de cuatro horas. De igual manera, para grado noveno las asignaturas: procesos algebraicos 1 con intensidad semanal de cuatro horas y procesos algebraicos 2, geometría 2 y estadística descriptiva 2 con intensidad horaria de dos horas semanales para cada una.

La cantidad de grupos asignados a la docente semestralmente varía entre 6 y 8 grupos dependiendo la intensidad horaria semanal de las asignaturas a trabajar. El promedio de estudiantes por grupo es de 38 estudiantes, en consecuencia, la cantidad de estudiantes con los cuales desarrolla su práctica esta entre 220 y 310. Las edades de los estudiantes de ciclo 4 se

encuentra entre los 13 y 17 años. El trabajo con estudiantes se desarrolla en las aulas rotativas de matemáticas, las cuales cuentan en su mayoría con dispositivos audiovisuales y un computador portátil por aula, en la figura 2 se presenta una de las aulas de matemáticas de la institución.

Figura 2

Aula donde se realiza la práctica de la docente investigadora



Fuente: Elaboración propia

Finalmente, aspectos como la convivencia, la tolerancia e interacción social son bastante diferentes entre los grupos de estudiantes del ciclo dependiendo su procedencia (barrios aledaños a la institución), generando diversos problemas convivenciales (evasiones de clase, indisciplina, consumo de sustancias, agresiones verbales y físicas, entre otros), en esa medida, la institución ha construido espacios de reflexión, diálogo y concertación que han permitido el mejoramiento en aspectos como el respeto, la participación, la responsabilidad, el autocuidado y el cuidado de lo público.

Capítulo 3. Práctica de enseñanza al inicio de la investigación

Durante el transcurso del primer año de estudio de la Maestría en Pedagogía en la Universidad de la Sabana, muchos han sido los aportes desde los seminarios a la práctica de la docente investigadora, considerando como eje fundamental la importancia de la reflexión como una acción que permite visualizar el estado actual y las transformaciones que se deben generar en la práctica con el propósito de brindar a los estudiantes ambientes propicios para el aprendizaje y la comprensión.

Los primeros seminarios permitieron entender el marco humano e institucional que comprende la profesión docente y el impacto que la práctica de enseñanza tiene en el aprendizaje de los educandos, además del papel que representa el maestro en la sociedad.

Sin embargo, fue en el primer seminario de Enseñabilidad de las matemáticas donde fue evidente la necesidad de analizar la práctica desde una perspectiva teórica. El paso inicial fue caracterizar cómo se estaba ejerciendo la práctica hasta ese momento.

En este punto, la docente investigadora pudo identificar que sus clases básicamente tenían la misma estructura en todas las sesiones: organización de la clase, presentación de la temática a trabajar (por lo general, introduciendo el tema por medio de uno o varios ejemplos), estableciendo las definiciones, las representaciones y los procedimientos con el propósito de ser consignados en el cuaderno por parte de los estudiantes, seguidamente, la resolución en el tablero de una serie de ejercicios con el ánimo de resolver las inquietudes que se pudiesen generar como se evidencia en la figura 3, para finalmente solucionar un taller donde se busca la ejercitación de lo trabajado en clase y algunas de sus aplicaciones, en la figura 4 se muestra un ejemplo de guía propuesta por la docente.

Figura 3

Acciones de implementación iniciales de la docente investigadora



Fuente: Elaboración propia

Figura 4

Taller propuesto por la docente en el momento inicial de la investigación

COLEGIO DISTRITAL PAULO FREIRE					
Asignatura:	PROBLEMAS ALGEBRAICOS	Grado:	NOVENO	Periodo:	1 - 2018
Estudiante:		Grupo:		Valoración	
Docente:	MILENA RODRIGUEZ	Jornada:	TARDE		

TALLER
NÚMEROS REALES

- Determine cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas. Justifique su respuesta
 - Todo número entero es un número natural
 - Todo número natural es un número entero
 - Algunos de los números racionales son enteros
 - Algunos de los números racionales son irracionales
- Escriba cinco números que cumplan con cada condición, si no es posible justifique porque no existen.
 - Irrracional no real
 - Entero no natural
 - Natural no entero
 - Racional no natural
 - Entero no racional
 - Real no racional
- Represente en la recta numérica cada conjunto de números.
 - $A = \{-3, \frac{2}{3}, -0.8, 6, -\frac{5}{2}, 4, -1.5, 2\}$
 - $B = \{\frac{5}{6}, -0.75, -10, 8, \frac{2}{3}, 0, 4, -0.25\}$
 - $C = \{\sqrt{2}, \frac{1}{2}, -\sqrt{3}, -1, 6, \frac{4}{5}, -0.8\}$

Fuente: Elaboración propia

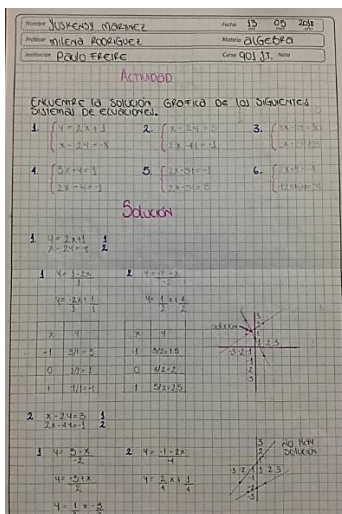
Sin dar un juicio de valor sobre dichas acciones en el aula, se procedió a indagar por la concepción de las matemáticas que la docente investigadora asumía, considerando dos fuertes posturas, la primera donde se entienden las matemáticas como un conjunto de conocimientos ya existentes a los cuales cada individuo puede acceder (concepción platónica) y la segunda como una construcción humana donde los individuos descubren los conocimientos u objetos matemáticos (concepción constructivista) y tomando como referencia los modelos epistemológicos propuestos por Gascón (2000).

Esta caracterización se complementó analizando otros instrumentos como las actividades de clase y evaluaciones que se implementaban en las sesiones con los estudiantes, observando que dichos instrumentos estaban en coherencia con la forma en que se desarrollaban las sesiones. Las actividades de clase, por lo general, consistían en talleres o guías de ejercicios planteados con la intención de que los estudiantes practicarán los procedimientos abordados y resolvieran situaciones donde se aplicaran los conceptos (ver figura 5). Con respecto a la evaluación, usualmente se empleaban cuestionarios de ejercicios que se centraban en

determinar el correcto uso de los procedimientos y su aplicación a una situación problemática como se evidencia en la figura 6.

Figura 5

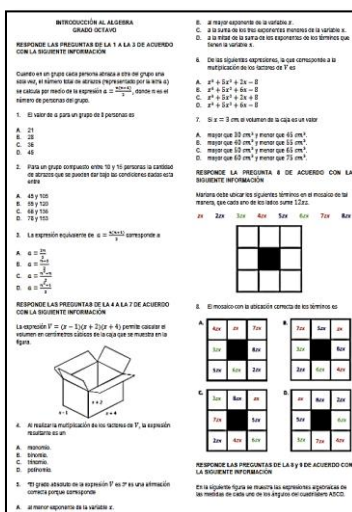
Actividades desarrolladas por los estudiantes en el momento inicial de la investigación



Fuente: Elaboración propia

Figura 6

Evaluación en el momento inicial de investigación



Fuente: Elaboración propia

Luego de contrastar las evidencias con lo expuesto por los autores abordados en el seminario, la docente investigadora reconoce que la concepción de las matemáticas que influencia su práctica de enseñanza es la platónica, a pesar de considerar de manera consiente que las matemáticas son una construcción humana, esta reflexión se explicita en la figura 7.

Figura 7

Reflexión sobre la concepción de las matemáticas de la docente investigadora al inicio la investigación

Con el pasar del tiempo y derivado de la formación como Licenciada en Matemáticas fui consolidando una visión de las matemáticas como una construcción realizada por el ser humano a través del tiempo por medio de la interacción de diversos individuos y comunidades que poco a poco fueron estructurando lo que actualmente está consolidado y que sigue reformulándose y creciendo, de igual manera, que estos conocimientos son aplicables como forma de resolver situaciones propias de otras disciplinas. Esta perspectiva de las matemáticas es coherente con la epistemología constructivista que establece que los objetos y conocimientos matemáticos son construidos por las acciones de los sujetos, además que su desarrollo atiende a procesos relacionado con la psicogénesis e historia de las matemáticas (Gascón, 2000).

Sin embargo, a pesar de esta concepción debo admitir que gracias a la fuerte carga disciplinar de mi formación profesional existe influencia del Euclidianismo en el tratamiento de gran parte de los conocimientos matemáticos que enseño a los estudiantes. Evidentemente eso se refleja en muchas de las acciones de mi práctica pedagógica debido a que gran parte de las actividades y rutinas de clase obedecen a los modelos docentes clásicos mencionados por Gascón (2000), el teoricismo y el tecnicismo, en otras palabras, hago especial énfasis en el desarrollo de la teoría, procedimientos y algoritmos matemáticos.

Fuente: Elaboración propia

Una de las primeras grandes comprensiones que la docente investigadora logró alcanzar durante el primer semestre de la Maestría es lo fundamental que deber ser para un maestro, identificar cuál es su concepción sobre las matemáticas y cuál es la concepción que se presenta en desarrollo de su práctica con el fin de reorientarla y transformarla teniendo como objetivo que los estudiantes logren alcanzar un aprendizaje significativo.

Lo anterior se evidencia en las declaraciones realizadas por la docente investigadora antes y después de las actividades y reflexiones elaboradas en el desarrollo del seminario de énfasis, las cuales se registran en el siguiente gráfico.

Figura 8

¿Qué significa aprender matemáticas?

Antes pensaba

El aprendizaje de las matemáticas está relacionado con el manejo, dominio y comprensión de manera hábil de los conceptos matemáticos de tal forma que se puedan aplicar en la resolución de diferentes tipos de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.

Ahora pienso

La enseñanza de las matemáticas escolares deben orientarse hacia el desarrollo de habilidades, centrándose en los procesos necesarios para la resolución de diferentes tipos de situaciones que hagan surgir el conocimiento matemático. Es decir, que por medio de las acciones en el aula se pueda dotar al estudiante de los elementos necesarios para que se pueda desenvolver ante diferentes retos que pongan a prueba sus capacidades desde las matemáticas. En este orden de ideas, se debe replantear lo que se enseña y enfocarlo hacia la formación de individuos que se muevan en un mundo cambiante, sin desconocer su contexto, y cómo a partir de este se pueden plantear situaciones de aprendizaje que desarrollen todos los aspectos que significan aprender matemáticas.

Nota: Rutina de pensamiento desarrollada por la docente investigadora.

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, retomando los estándares curriculares (MEN, 2006) y los trabajos de Fandiño (2010) y Godino (2004), se consideraron los múltiples aspectos que dimensionan el aprendizaje de las matemáticas, dentro de los cuales se encuentran:

- La noética (aprendizaje conceptual)
- La comunicación
- La modelación
- La resolución de problemas
- El razonamiento
- La ejercitación de procedimientos y algoritmos
- La gestión de las representaciones semióticas

Al contrastar las acciones de la docente investigadora con lo abordado por estos autores, fue evidente el fuerte énfasis conceptual y la invisibilidad de los demás aspectos. Lo anterior resalta la incidencia de las concepciones sobre las matemáticas en las creencias sobre lo que significa aprender matemáticas y por ende en la forma como se asume la práctica de enseñanza.

Lo anterior supone que para el diseño de una situación de enseñanza es necesario considerar todos estos aspectos. Es fundamental, realizar una revisión teórica y fundamentar la práctica desde lo que autores han trabajado al respecto y lo establecido en el marco legal que rige la educación en el país, de igual forma, tener en cuenta las características de los estudiantes y su contexto. Las acciones en el aula deben proponer escenarios ricos en oportunidad que permitan que el estudiante desarrolle los múltiples aspectos de las matemáticas escolares; en la misma línea, la evaluación debe corresponder a dichas consideraciones y debe contribuir a ayudar a los estudiantes a alcanzar las metas de aprendizaje trazadas.

Otro aspecto importante por analizar fue la planeación, entendiéndola como toda acción premeditada del maestro para plantear sus acciones en el aula. Hasta ese momento, la planeación realizada por la docente investigadora consistía en el diligenciamiento de un formato institucional donde se esbozaban a nivel general los propósitos y actividades a desarrollar en cada hora de clase dependiendo la asignatura, evidentemente, lo allí descrito estaba en coherencia con la caracterización realizada sobre la práctica. En la figura 9 se presenta el formato de la planeación realizada por la docente en el momento inicial de la presente investigación.

Figura 9

Planeación de la docente al inicio de la investigación

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN COLEGIO DISTRITAL PAULO FREIRE EDUCACIÓN MEDIA FORTALECIDA Y PRIMERA INFANCIA 40 X 40									
PLANEACIÓN DE ASIGNATURA									
Docente	BEDSY MILENA RODRIGUEZ MOLINA	Asignatura	PROBLEMAS ALGEBRAICOS I	Grado	NOVENO	Jornada	TARDE	Período	I
PROPOSITO DE FORMACIÓN DEL CICLO: Construye representaciones sobre fenómenos y situaciones problema que se presenta en diversos contextos, logrando mayores niveles de introspección y comunicación. Fortalece el trabajo en equipo, asumiendo las normas y roles, mientras enriquece su proyecto de vida.									
PROPOSITO DE FORMACIÓN DEL AREA POR CICLO: Promover una formación integral que contribuya al desarrollo de habilidades de pensamiento lógico, matemático y crítico que promuevan la reflexión, acción y participación en diferentes situaciones significativas de su contexto, las cuales puedan ser comprendidas a partir de la resolución de problemas algebraicos, geométricos y probabilísticos.									
DESEMPEÑOS	TEMÁTICA	TIEMPOS	ACTIVIDADES	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	OBSERVACIONES				
COGNITIVO: Construyo expresiones algebraicas que representen modelos de variación lineal. FISICO – CREATIVO: Comprendo las propiedades de los números reales y las aplico en la solución de situaciones matemáticas y no matemáticas	NÚMEROS REALES	<ul style="list-style-type: none"> Diagnóstico de Saberes y Repaso 	2 Horas Actividad Diagnóstico. Repaso general a cargo de estudiantes y docente. Temáticas y explicación de desempeños.	<ul style="list-style-type: none"> Es puntual al ingresar al aula de clase. Muestra respeto con el docente y sus demás compañeros. Trae el material necesario para el desarrollo de las actividades propuestas. Presenta trabajos y actividades de forma limpia y ordenada. Presenta trabajos escritos con los procedimientos que le conducen a la solución del problema planteado. Hace uso de las normas establecidas para la cita y/o referencia de textos consultados. 					
		<ul style="list-style-type: none"> Propiedades de números reales 	6 Horas Ejercicios de desarrollo en el aula. Taller de propiedades y resolución de problemas haciendo uso de las propiedades. Trabajo individual.						
		<ul style="list-style-type: none"> Representación en el plano cartesiano 	4 horas Video introductorio. Recta numérica Explicación Conjuntos numéricos Uso de plano cartesiano Ubicación de coordenadas						
SOCIO - AFECTIVO: Participo activamente en clase y muestro una actitud de respeto e interés. LABORAL: Soluciono problemas en los que deba hacer uso de funciones lineales.	RELACIONES Y FUNCIÓN LINEAL		Investigación de líneas y sus usos en la ciencia Taller sobre representación en el plano	<ul style="list-style-type: none"> Demuestra puntualidad en las fechas establecidas para la presentación de sus actividades. Dedicación, Participación y creatividad. Realiza las actividades con las adecuadas normas de convivencia escolar. Valora su trabajo y respeta el trabajo de los demás. Calidad y pertinencia de los comentarios de análisis. Respeto y actitudes de convivencia. Actividades de auto - evaluación y co - evaluación. 					
		<ul style="list-style-type: none"> Potenciación, radicación y logaritmicación 	4 Horas Investigación Individual Propiedades de potenciación Ejercicios de aplicación de la potenciación El concepto de la radicación, Ejercicios sobre raíces, Logaritmos Entrega de plan de mejoramiento						
		<ul style="list-style-type: none"> Función lineal 	4 horas Clases de rectas, Uso de la línea recta. Consulta sobre función lineal Explicaciones a cargo del docente						
		<ul style="list-style-type: none"> Representación 	3 horas Video explicativo sobre la importancia de representación gráfica en matemáticas. Representación de rectas en el plano cartesiano.						
		<ul style="list-style-type: none"> Dominio y rango 	3 horas Investigación individual Explicación a cargo del docente Ejercicios de identificación y diferencias entre el dominio y el rango de la función lineal						
		<ul style="list-style-type: none"> Ecuación de la línea recta 	4 horas Representación de ecuaciones de recta Identificación de partes de la ecuación general de la recta. Taller sobre ecuación de la recta						
		<ul style="list-style-type: none"> Pendiente 	4 horas Investigación individual sobre pendiente Resolución de problemas para hallar la pendiente de diferentes rectas Ejercicios de aplicación						
		<ul style="list-style-type: none"> Distancia entre dos puntos 	4 horas Consulta individual sobre como hallar la distancia entre dos puntos Aclaraciones a cargo del docente						

Fuente: Elaboración propia

Como primer ejercicio profesional de planeación se empleó el análisis didáctico de Pedro Gómez (2014), este ejercicio fue fundamental para comprender los aspectos necesarios a considerar en una planeación cuyo centro fuese el aprendizaje de los estudiantes, concluyendo que no es suficiente manejar matemáticamente los conceptos, sino que es necesario plantear metas u objetivos claros de aprendizaje, además de un análisis específico de los aspectos epistemológicos, fenomenológicos y cognitivos (asociados con las posibles dificultades de los

estudiantes al desarrollar las actividades propuestas), de tal manera, que la unidad didáctica o secuencia de actividades planeadas puedan tener éxito.

Dicha clase fue implementada con tres grupos de estudiantes y aunque no se realizó algún tipo de registro para retroalimentarlo con los docentes participantes del seminario, la docente investigadora logró evidenciar fallos que no había previsto en la planeación y aspectos a mejorar como el planteamiento de metas de aprendizaje más claros y concretos, así como estrategias más pertinentes al momento de evaluar el aprendizaje de los estudiantes.

Capítulo 4. Descripción metodológica de la investigación

En este capítulo se describe el diseño metodológico empleado por la docente para el desarrollo de la presente investigación, cuyo objeto de estudio corresponde a su práctica de enseñanza como docente de matemáticas de secundaria de un colegio de carácter público.

La práctica del docente es entendida como las acciones que se desarrollan en el aula, especialmente aquellas referidas al proceso de enseñar (De Lella, 1999). De manera más amplia, Serres (como se citó en Jiménez y Sánchez, 2019) define la práctica de enseñanza como aquellas acciones intencionadas que realiza el docente considerando aspectos fundamentales como lo son su conocimiento, experiencia y formación académica; antes, durante y después del momento de clase. Siendo este un trabajo cíclico que involucra la planeación, la implementación y la evaluación de los aprendizajes, acciones que responden a los interrogantes: cómo lo hace, con qué lo hace y para qué lo hace (Aquino et al., 2013).

Bajo estas consideraciones, la docente investigadora realiza el análisis de las acciones constitutivas de su práctica de enseñanza (planeación, implementación y evaluación de los aprendizajes) en el contexto específico de su aula y cómo estas se transforman de acuerdo con el avance de sus comprensiones y reflexiones.

Enfoque de la investigación

Considerando que el escenario por describir y analizar corresponde a las acciones ejercidas por la docente investigadora en su contexto de aula y todos los fenómenos que allí se generan, se adopta el enfoque de investigación cualitativa. Para Hernández-Sampieri y Torres (2018) este tipo de investigación se enfoca en comprender fenómenos realizando una exploración desde la visión de los participantes en un ambiente real y con relación al contexto particular.

Normalmente es escogido cuando se busca comprender la perspectiva de individuos o grupos de personas a los que se investigará, acerca de los sucesos que los rodean,

ahondar en sus experiencias, opiniones, conociendo de esta forma cómo subjetivamente perciben su realidad. (Guerrero, 2016, p.3).

Este enfoque se encamina hacia la comprensión de casos específicos, más no en la generalización. Su intención no es la medición sino la cualificación y la descripción del fenómeno social a partir de sus características determinantes, según sean concebidos por los elementos inmersos en la situación estudiada (Bonilla y Rodríguez, 2005).

Con base en estos planteamientos, la investigación cualitativa es el enfoque adecuado para el estudio de la práctica de enseñanza de la docente investigadora, teniendo en cuenta que acciones constitutivas de esta, necesitan ser exploradas y descritas desde la perspectiva de quienes interactúan en el proceso y en el contexto en que se generan. Cada docente y cada aula son particulares, de esta manera la descripción de lo que sucede en sus relaciones es específica, sin embargo, de las reflexiones y análisis realizados puede construirse conocimiento pedagógico.

Diseño de la investigación

En coherencia, el diseño de la investigación escogido por la docente investigadora es la investigación-acción (IA). Según Vidal y Ribera (2007) la IA se define como:

Una forma de indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales con objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como su comprensión de esas prácticas y de las situaciones en que éstas tienen lugar. (p.1)

En el marco educativo, la finalidad de la IA se basa en profundización de comprensiones del profesor sobre la situación analizada, para el caso particular, la práctica de enseñanza de la docente investigadora. Estas comprensiones no asignan ninguna respuesta específica, sino que muestra de manera general, el tipo de respuesta apropiada (Elliott, 1990). “La comprensión no determina la acción adecuada, aunque la acción adecuada deba fundarse en la comprensión” (Elliott, 1990, p.24).

Por su parte, para Colmenares (2012) las metas de la IA corresponden a la mejora o transformación de la práctica de enseñanza, al tiempo de la obtención de una mejor comprensión de dicha práctica, vincular la investigación, la acción y la formación para acercarse a la realidad estudiada gestando el cambio y produciendo conocimiento, al igual que hacer protagonista al docente como investigador.

Metodología de investigación

Como metodología de investigación se acogió la Lesson Study (LS), Gómez y Gómez (2011) la describe como un proceso de desarrollo profesional docente que se centra en el estudio colaborativo de sus prácticas de enseñanza con base en el diseño de lo que se denomina estudio de una lección. Los docentes participantes, diseñan, enseñan, realizan observaciones y analizan detalladamente sus prácticas, particularmente los efectos que impactan en el aprendizaje de los estudiantes.

El aspecto fundamental que caracteriza la LS es el desarrollo colaborativo y cíclico de la intervención en el aula, es un proceso de interacción entre docentes y estudiantes que puede extenderse por un periodo de tiempo prolongado (Elliott, 2015).

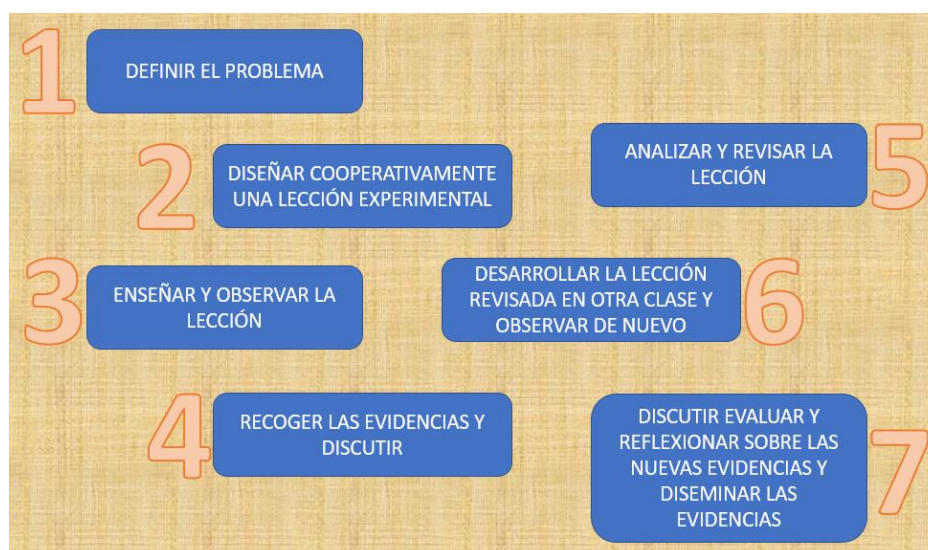
Para Huang y Shimizu (como se citó en Hummes et al., 2020) la LS como metodología está basada en las actitudes investigativas y prácticas en colaboración de los docentes, tiene como propósito la mejora de la práctica de enseñanza y en consecuencia del aprendizaje de los estudiantes, al igual que la profesionalización del quehacer del profesor.

Gómez y Gómez, 2011 presenta las fases que se desarrollan en una LS como se puede observar en la Figura 10. En primera instancia el grupo investigador define el problema o foco de estudio el cual se va a analizar por medio de la lección, seguidamente, se construye en colaboración la lección considerando los objetivos que se han trazado sobre el aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta sus características, anticipando las posibles dificultades y los recursos necesarios. Se establecen las evidencias que se analizarán y que sean pertinentes para evidenciar lo sucedido en la lección. En la tercera fase, los docentes investigadores implementan

lo planificado y se recolectan las evidencias establecidas, a partir de estas se realiza el análisis colaborativo y se definen las acciones de mejora para reestructurar la lección. Se implementa nuevamente la lección modificada y se observa nuevamente para establecer un plan de mejoramiento para futuras lecciones. Finalmente se realiza una reflexión y se comunican los resultados obtenidos de la experiencia.

Figura 10

Fases de la Lesson Study



Fuente: Elaboración propia

En particular, para la presente investigación el grupo de docentes participantes de la LS estuvo conformado por tres docentes de matemáticas de secundaria de diferentes colegios públicos (incluida la docente investigadora) junto con al profesor-asesor. Atendiendo a las características del grupo investigador, se realizaron ajustes a las fases de la LS anteriormente descritas, teniendo en cuenta que no todos pertenecían a la misma institución educativa, ni tenían la misma asignación de materias ni niveles escolares. Por lo tanto, se elimina la fase 6, es decir, no se implementa la misma lección, sin embargo, se consideran los análisis y reflexiones

realizados para establecer un plan de mejora que se tendrá en cuenta para el desarrollo de un siguiente ciclo LS con un problema o foco diferente.

El grupo investigador realizó la planeación y análisis de algunos ciclos de reflexión en el marco de diferentes seminarios de la Maestría, por tanto, algunos aspectos de mejora no siguen una línea secuencial a lo largo de los ciclos sino que se retoman en otro que tenga relación. Cabe resaltar, que siempre se consideran los aspectos específicos de cada una de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza.

Problema de investigación

El análisis de la práctica de enseñanza inicial descrito en el capítulo 3 y las reflexiones suscitadas en los seminarios de la maestría, permitieron que la docente investigadora fuese consciente de que la intención didáctica en su práctica de enseñanza debía trascender más allá de la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos, debía considerar además, otros procesos que hacen parte del aprendizaje de las matemáticas escolares como lo son el razonamiento, la comunicación, la modelación y la resolución de problemas, aspectos establecidos por el MEN (2006) en sus lineamientos y estándares curriculares de matemáticas. Por lo tanto, es necesario generar transformaciones tanto en la planeación, la implementación y la evaluación en pro de involucrar estos aspectos en el aprendizaje de los estudiantes. En consecuencia, se plantea la siguiente pregunta de investigación con sus respectivos objetivos.

Pregunta de investigación

¿De qué manera la reflexión sobre las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza permite su transformación y favorece el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de secundaria?

Objetivo general

Describir la transformación de la práctica de enseñanza de la docente investigadora a partir la reflexión permanente en pro del aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de secundaria.

Objetivos específicos

1. Determinar las características de la práctica de enseñanza de la docente investigadora, destacando los aspectos que posibilitan el aprendizaje de las matemáticas.
2. Plantear una propuesta pedagógica por medio de la reflexión constante que promueva la consolidación de los cambios en la práctica de enseñanza en pro del aprendizaje de las matemáticas.
3. Evaluar el proceso de transformación de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes.

Recolección de datos

La recolección de datos en el desarrollo de la presente investigación en cada uno de los ciclos LS se realizó por medio de los siguientes instrumentos:

- Planeaciones y rejillas de desempeño.
- Narrativas descriptivas del proceso realizado en cada uno de los ciclos LS.
- Fuentes (videos de clase, audios, registros fotográficos y elaboraciones de los estudiantes).

Análisis de datos

El análisis de los datos se realizó empleando la triangulación. Este concepto se define según Benavides y Gómez (2005) y Cowman (como se citó en Arias, 2000) como la combinación de diferentes métodos de estudio del mismo escenario que buscan analizar el fenómeno investigado por medio de diversos acercamientos. “También es útil para identificar las diversas formas como un fenómeno se puede estar observando. De esta forma, la triangulación no sólo sirve para validar la información, sino que se utiliza para ampliar y profundizar su comprensión” (Benavides & Gómez, 2005, p.120). En la práctica la triangulación pasa por los siguientes pasos: seleccionar la información del escenario estudiado; triangular la información por cada categoría; triangular la información entre todas las categorías investigadas; triangular la información con los datos obtenidos mediante los otros instrumentos y triangular la información con el marco teórico (Cabrera, 2005).

De esta manera, al realizar varios ciclos LS, recolectar evidencias de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza de la docente investigadora en cada uno de estos, los conceptos teóricos y el trabajo colaborativo entre pares, se puede a partir de la triangulación analizar los datos para alcanzar una mejor comprensión del objeto de estudio de la presente investigación.

Categorías y subcategorías de análisis

Es el investigador quien confiere significado a los resultados de su investigación. Dentro de los elementos básicos a considerar es la construcción y diferenciación de los aspectos a partir de los cuales se recoge y organiza la información recolectada. Por tanto, se establecen categorías que denotan un aspecto de análisis en sí mismo, y las subcategorías que detallan dichos aspectos en elementos más específicos. Estas categorías y subcategorías pueden ser apriorísticas, en otras palabras, elaboradas antes del proceso recopilatorio de los datos, o emergentes, cuando surgen desde la construcción de referentes relevantes a partir de la propia indagación de la información (Cabrera, 2005).

Las categorías apriorísticas de la presente investigación, es decir, aquellas que fueron planteadas antes de la recolección de la información son: la planeación, la implementación y la evaluación de los aprendizajes. Estas fueron establecidas con base en el análisis de la práctica de enseñanza de la docente investigadora al comienzo del proceso de investigación.

Por otra parte, las categorías emergentes suscitadas de la confrontación y análisis de la información recolectada en los ciclos de reflexión son las siguientes: estructura de la planeación, planeación didáctica, materiales y recursos, trabajo entre pares, comunicación en el aula, gestión de aula, visualización del pensamiento y rúbricas de evaluación.

En la tabla 1, se presenta la relación entre las categorías apriorísticas y las subcategorías o categorías emergentes.

Tabla 1*Categorías de análisis*

CATEGORIAS APRIORISTICAS	SUBCATEGORIAS (EMERGENTES)
PLANEACIÓN	Estructura de la planeación
	Planeación didáctica
	Materiales y recursos
	Trabajo entre pares
IMPLEMENTACIÓN	Comunicación
	Gestión del aula
	Visualización del pensamiento
EVALUACIÓN	Rúbricas de evaluación

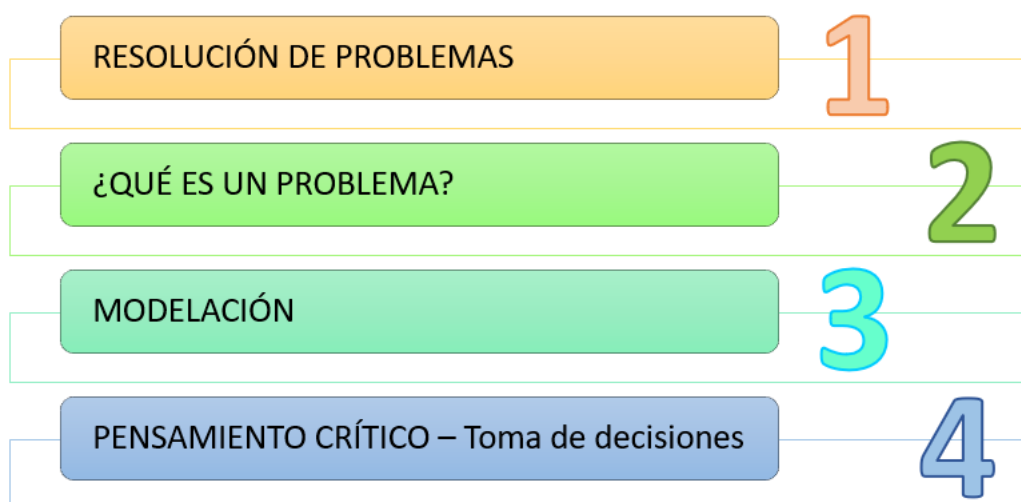
Fuente: Elaboración propia

Capítulo 5. Ciclos de reflexión

En el presente apartado se realiza la descripción de los cuatro ciclos desarrollados por la docente investigadora siguiendo las fases LS acordadas por el grupo investigador. Describiendo en cada uno las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza, su posterior reflexión y plan de mejora a considerar en los siguientes ciclos. En la figura 11 se explicitan los focos de análisis acordados para cada ciclo por el grupo investigador.

Figura 11

Focos de reflexión de los ciclos LS desarrollados por la docente investigadora



Fuente: Elaboración propia

Ciclo de reflexión 1

Luego de varias sesiones del Seminario de Enseñabilidad II en las que se realizó el análisis de los estándares curriculares de matemáticas y otros autores, en particular sobre los procesos básicos de las matemáticas, como primera fase de la Lesson Study, el grupo de investigadores identificó como problema el énfasis que se realiza en el aula tanto del conocimiento conceptual como procedimental. Por esta razón, se escoge la resolución de problemas como foco de análisis para implementar en una sesión de clase.

El grupo investigador realiza aportes y sugerencias a cada integrante acerca de cómo abordarlo de acuerdo con su carga académica el foco acordado. En particular, la docente investigadora planea una secuencia didáctica, entendida por Buitrago et al. (2009) como una estructura de acciones e interacciones intencionales que se relacionan entre sí con el propósito de alcanzar una meta de aprendizaje, en este caso para implementarla en el grado 9° de la asignatura Procesos Algebraicos 2, considerando el modelo de análisis didáctico propuesto por Gómez (2014), inicialmente planteando los siguientes objetivos de aprendizaje:

Figura 12

Objetivos de aprendizaje – Ciclo LS 1

<p>El estudiante al finalizar las actividades propuestas en la presente secuencia didáctica:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Comprenderá la importancia de plantear ideas y estrategias para abordar una situación problemática. ✓ Comprenderá que el uso de diferentes mecanismos para representar y recolectar datos permitirá establecer inferencias sobre el problema planteado. ✓ Comprenderá que la función cuadrática surge cuando se establece la relación entre una cierta cantidad de personas y los vínculos que pueden generar entre ellas. ✓ Comprenderá que la función cuadrática surge como modelo del comportamiento de diferentes tipos de fenómenos y situaciones problemáticas.

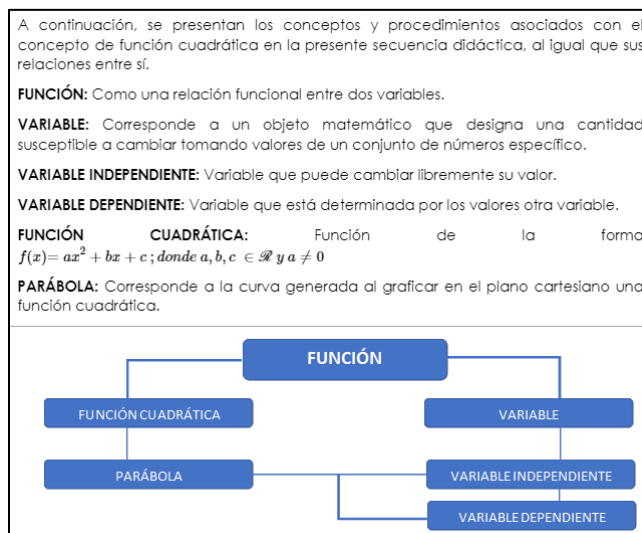
Fuente: Elaboración propia

Posteriormente, la docente investigadora realiza el análisis de contenido de la función cuadrática donde se establece las relaciones entre éste y otros conceptos y/o procedimientos, de manera que las actividades a proponer consideren dichas relaciones (ver figura 13). De igual forma, se aborda el análisis de sus representaciones semióticas estableciendo cuáles serán empleadas y que tipo de tratamiento sería empleado por los estudiantes en el desarrollo de la clase (ver figura 14). Por otra parte, el análisis fenomenológico permitió establecer la situación problema que sería punto de partida para el desarrollo de la secuencia didáctica, en este caso en particular, el comportamiento del número de vínculos (relación entre dos individuos) que se establecen en una red social entre una cantidad específica de personas. Asimismo, se establece la relación de la secuencia de actividades con los estándares curriculares de matemáticas y el

plan de estudios institucional. Finalmente, se establecen los recursos necesarios para el desarrollo efectivo de las actividades de la secuencia (ver figura 15).

Figura 13

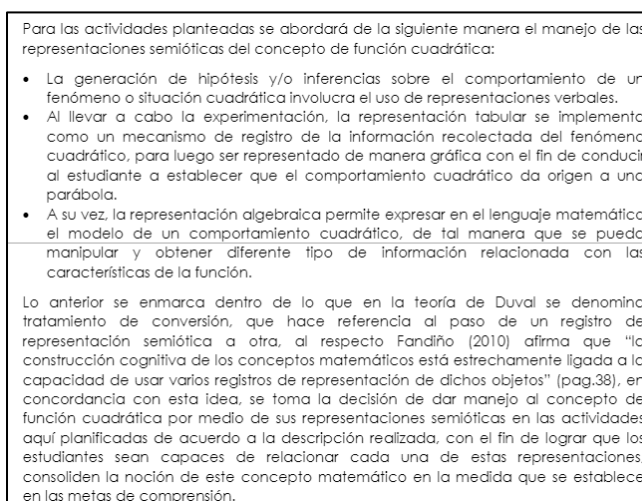
Análisis de contenido – Ciclo LS 1



Fuente: Elaboración propia

Figura 14

Análisis de contenido – Ciclo LS 1



Fuente: Elaboración propia

Figura 15*Recursos y metodología – Ciclo LS 1*

RECURSOS Y METODOLOGÍA: Se empleará una presentación en PowerPoint con el fin de contextualizar a los estudiantes de la situación problemática a tratar, se da un espacio para realizar preguntas y se presenta el protocolo de tiempos y actividades. Seguidamente se trabaja por grupos de 4 estudiantes, se entrega una guía donde se especifican cada una de las tareas presentadas en el protocolo. Luego de concluidas se realiza una socialización de los resultados obtenidos en cada uno de los grupos.

Fuente: Elaboración propia

La secuencia didáctica fue planificada en cuatro momentos. En un primer momento, se conforman equipos de trabajo de cuatro estudiantes, seguidamente, se presenta la situación buscando que los estudiantes entiendan el contexto en el cual desarrollarán las actividades. Se enfatiza en el concepto de vínculo como la relación que se establece entre dos personas.

A partir de allí se propone una primera tarea de indagar por el comportamiento de los vínculos en grupos pequeños de 4 y 5 personas, la intención es que los estudiantes realicen conjeturas y discusiones que les permita llegar a la solución y cómo estas pueden extenderse a grupos más grandes, siendo este el segundo momento de la secuencia didáctica.

En el tercer momento, se presentan algunas estrategias para visualizar los vínculos en grupos más grandes de personas, estos modelos son de tipo geométrico, tabular y gráfico, con el propósito de ir descartando, comprobando y/o realizando conjeturas con respecto al comportamiento de este fenómeno de las redes sociales.

Finalmente, como último momento se plantean diversos cuestionamientos que deben resolverse en los grupos de trabajo y ser socializados en la plenaria de clase, destacando las conclusiones elaboradas en el grupo luego de pasar por los momentos anteriores.

Al respecto de la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes alcanzados con el desarrollo de la secuencia didáctica, la docente investigadora decide implementar la rúbrica que se muestra en la figura 18 de manera individual.

Figura 18

Rúbrica de evaluación de los aprendizajes – Ciclo LS 1

CRITERIO	NIVEL 4	NIVEL 3	NIVEL 2	NIVEL 1
Orden y organización	El trabajo es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El trabajo es presentado de una manera ordenada y organizada que es, por lo general, fácil de leer.	El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El trabajo se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada.
Contribución individual a la actividad	El estudiante fue un participante activo, escuchando las sugerencias de sus compañeros y trabajando cooperativamente durante toda la actividad.	El estudiante fue un participante activo, pero tuvo dificultad al escuchar las sugerencias de los otros compañeros y al trabajar cooperativamente durante la actividad.	El estudiante trabajó con su(s) compañero(s), pero necesito motivación para mantenerse activo.	El estudiante no pudo trabajar efectivamente con su compañeros/as.
Lenguaje matemático y notación	El lenguaje y notación fueron siempre correctamente usados haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	El lenguaje y notación fueron correctos, por lo general, usados haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	El lenguaje y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no fue fácil entender lo que fue hecho.	Hay poco uso o mucho uso inapropiado del lenguaje y notación.
Estrategia/Procedimientos	Por lo general, usa una estrategia eficiente y efectiva para resolver problemas.	Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente	Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas.
Conceptos Matemáticos	La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas.	La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver problemas o no es evidente.

Fuente: Elaboración propia

Como evidencia del desarrollo de la implementación de las anteriores actividades se realiza la grabación de la clase. Se escoge un fragmento y se realiza la transcripción, en la cual se puede visualizar el trabajo de los estudiantes y la interacción con la docente investigadora, de tal manera, que pueda analizarse el cumplimiento de los propósitos e intenciones declaradas en la planeación y el foco de reflexión para el ciclo LS, la resolución de problemas.

La tabla 2 muestra aspectos analizados por la docente investigadora considerando lo sucedido en la implementación de la clase y su análisis teórico a partir de la resolución de problemas.

Tabla 2

Análisis de la implementación – Ciclo LS 1

ACCIONES DE LA DOCENTE INVESTIGADORA	INTERPRETACIONES TEÓRICAS
<p><u>ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA POR RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</u> Aunque la intención de la planeación de la secuencia didáctica era abordar la resolución de problemas como estrategia para la construcción de conocimiento matemático, la disposición de las actividades y la implementación de una guía de trabajo redujo este propósito a la consecución de tareas preestablecidas que conducían en sí mismas a la solución de la situación planteada.</p>	<p>En el desarrollo de este trabajo se ha concebido resolver problemas como una forma de pensar donde el estudiante muestra una serie de estrategias tanto cognitivas como metacognitivas durante los procesos de resolución. El uso de estas estrategias se relaciona directamente con las ideas o concepciones que el individuo tiene acerca de las matemáticas. Se ha enfatizado que el estudiante debe ser un participante activo en el estudio y el desarrollo de las ideas matemáticas. Un aspecto esencial para ello es el desarrollo de habilidades que ayuden al estudiante a cuestionar los diversos aspectos del problema y las formas de solución (Santos Trigo, 2007)</p>
<p><u>ROL DEL PROFESOR</u> En el momento que los estudiantes se encontraban perdidos en la realización de la actividad, la profesora por medio de preguntas orientadoras los conducía a reflexionar y pensar sobre sus acciones sin llegar a darles la respuesta. De esta manera, los estudiantes no perdían el interés y la motivación por el desarrollo de la actividad.</p>	<p>El papel del instructor en el salón de clases incluye:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ayudar a los estudiantes a que acepten los retos de resolver problemas: Hay que tener en cuenta que un problema es problema hasta que el estudiante muestra algún interés por resolverlo. • Construir una atmósfera que le dé confianza al estudiante para atacar problemas no rutinarios y no sentirse mal al enfrentarse a alguna dificultad durante el proceso de solución. • Permitir (y motivar) que los estudiantes seleccionen e implementen sus propios caminos de solución y proporcionarles ayuda cuando ésta sea necesaria (Santos Trigo, 2007)
<p><u>ALCANCE DE LAS ESTRATEGIAS EN EL OBJETIVO DE APRENDIZAJE</u> Las actividades planteadas están orientadas hacia el alcance de los objetivos de aprendizaje planteados en la planeación, sin embargo, no obedecen al</p>	<p>Los estudiantes necesitan problematizar los contenidos que estudian en sus experiencias de aprendizaje. Problematizar significa que los estudiantes desarrollen y exhiban constantemente un método inquisitivo que les permita abordar problemas y comprender</p>

enfoque de resolución de problemas ya que no permiten el desarrollo flexible del pensamiento de los estudiantes.

conceptos matemáticos. Hiebert (como se citó en Santos Trigo, 2014) afirma que problematizar implica que los estudiantes conceptualicen a las matemáticas como un conjunto lleno de dilemas que necesitan ser representados, analizados y resueltos a partir del empleo de recursos matemáticos. Así, en un ambiente de aprendizaje de resolución de problemas, el estudiante constantemente formula preguntas y busca diversas maneras o caminos para responderlas (Santos Trigo, 2014).

COMUNICACIÓN (PROFESOR-ESTUDIANTE)

La profesora en su interacción con los estudiantes maneja un lenguaje cercano a los estudiantes, no emplea términos muy elaborados ni técnicos en sus respuestas a los cuestionamientos realizados por los estudiantes en los grupos de trabajo.

Por otra parte, estamos frente a una evidente paradoja didáctica que atormenta a los docentes sensibles y que D'Amore (como se citó en Fandiño, 2010) llamo paradoja del lenguaje específico:

- La enseñanza es comunicación y uno de sus objetivos es el de favorecer el aprendizaje de los estudiantes; en primer lugar, entonces, quien comunica debe buscar que el lenguaje utilizado no sea esta misma fuente de obstáculos para la comprensión; la solución sería banal: basta evitar en los estudiantes este lenguaje específico: toda la comunicación debe advenir en el lenguaje común.
- La matemática elaboró durante milenios un lenguaje específico (o, de hecho, para algunos es ella misma un lenguaje específico); uno de los principales objetivos de quien enseña es hacer que los estudiantes aprendan, no sólo que entiendan, pero también es objetivo de quien enseña hacer propio dicho lenguaje específico; por tanto, no se puede evitar que los estudiantes entren en contacto con el lenguaje específico, más aún, es necesario proponerlo (imponerlo) a fin de que lo hagan propio.

CONCEPCIÓN DE PROBLEMA (PROBLEMA O EJERCICIO)

De acuerdo con la planeación de las actividades y el diseño de la guía de trabajo se evidencia que la concepción de problema manifiesta por la docente aún es muy restringida a una serie de acciones delimitadas por el docente para la consecución de la solución, imposibilitando que los estudiantes encuentren sus propios caminos, conjeturas y explicaciones de acuerdo con

La resolución de problemas se basa en el desarrollo y empleo de un método de búsqueda y cuestionamiento donde el estudiante pregunta, cuestiona, indaga, representa y explora el comportamiento de objetos matemáticos a partir del uso de recursos, estrategias y formas de razonar con que son consistentes con el quehacer y desarrollo de la disciplina (Santos Trigo, 2014).

En todo el proceso de resolución, el estudiante debe reflexionar constantemente acerca de los

sus acciones, donde el papel del profesor fuese la de un orientador y facilitador en la construcción de su conocimiento matemático.

aspectos vinculados con las distintas fases de resolución. Así, algunos elementos importantes que pueden servir de guía para la discusión durante la resolución de un problema o el aprendizaje de algún concepto, incluyendo el análisis, la exploración y la verificación de la solución (Santos Trigo, 2007)

Fuente: elaboración propia

Se realiza una conferencia de análisis en colaboración con la participación del grupo investigador, los docentes y estudiantes del seminario de enseñabilidad 2, siguiendo el protocolo de escalera de retroalimentación propuesto desde la LS presentado en la figura 19, de esta manera se realiza el análisis de lo sucedido en la implementación de la secuencia didáctica, con el ánimo de proyectar las acciones requeridas para el siguiente ciclo (ver figura 20).

Figura 19

Estructura de la escalera de retroalimentación – Ciclo LS 1



Fuente: Elaboración propia

Figura 20

Escalera de retroalimentación de la implementación – Ciclo LS 1

<p>ACLARAR</p> <p>¿Se cuenta con aula especializada? ¿Se cuenta con los recursos tecnológicos observados en el video? o ¿Se tienen dificultades para trabajar con ellos en clase?</p> <p>VALORAR</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se observa una planeación detallada, organizada y se revela un interés por preparar las actividades que propone para sus estudiantes. • La docente investigadora es clara con las instrucciones que da a los estudiantes, les comunica el propósito de la clase y lo que espera alcanzar (metas de comprensión). • Articula los conceptos matemáticos con diferentes fenómenos y representaciones semióticas. Diseña diferentes actividades para lograr que los estudiantes comprendan la temática. <p>INQUIETUDES</p> <p>La docente investigadora especifica al máximo a los estudiantes los procedimientos y los pasos que deben seguir en el desarrollo y la solución de un problema, desperdiciando el potencial de las actividades que inicialmente se habían planeado y la oportunidad de escuchar las ideas y opiniones de los estudiantes.</p> <p>SUGERENCIAS</p> <p>Los estudiantes puedan explorar más la situación planteada y elaborar sus propias preguntas y dar sus propias interpretaciones.</p> <p>Aunque la intención de la planeación de la unidad era abordar la resolución de problemas como estrategia para la construcción de conocimiento matemático, la disposición de las actividades y la implementación de una guía de trabajo redujo este propósito a la consecución de tareas preestablecidas que conducían en sí mismas a la solución de la situación planteada.</p>
--

Fuente: Elaboración propia

A partir del aporte del grupo de investigadores y las reflexiones realizadas a la luz de la teoría, la docente investigadora formula las acciones necesarias en diferentes aspectos sobre su práctica de enseñanza en aras de consolidar sus fortalezas y realizar cambios en los aspectos menos favorecidos:

- La situación planteada debe permitir que los estudiantes pregunten, indaguen, realicen conjeturas, recolecten y validen información, con el propósito de llegar a solucionar el problema, de tal forma, que el conocimiento matemático se construya en el proceso, y esto no se puede conseguir por medio de una guía de trabajo.

- Es necesario, para que la resolución de problemas sea potente en el aula, que los estudiantes realicen trabajo colaborativo, donde cada integrante del grupo de trabajo tenga un rol determinado y particular que contribuya al alcance de los objetivos planteados para resolver la situación problema.
- Desde la planeación, se deben considerar el mayor número de escenarios posibles para anticipar acertadamente cuáles pueden ser las intervenciones más apropiadas de acuerdo con los caminos tomados por los estudiantes para resolver la situación problemática planteada.
- Es fundamental considerar en la planeación, la implementación y en la evaluación de los aprendizajes los otros aspectos que constituyen el aprendizaje de las matemáticas (la comunicación, la modelación, las representaciones semióticas, la noética y los procedimientos y algoritmos).
- En el momento de diseñar la situación problemática se deben considerar los intereses de los estudiantes o por lo menos que lo propuesto pueda generar en ellos la motivación por hallar su solución, de lo contrario, la actividad no tendrá el alcance esperado.
- Se debe procurar que los estudiantes también puedan formular nuevos problemas, con el propósito de hacerlos aún más protagonistas de su propio aprendizaje.
- Es importante abordar en el aula diferentes tipos de actividades que generen en los estudiantes los hábitos y habilidades necesarias para la resolución de problemas.

Ciclo de reflexión 2

Luego de la experiencia vivida en el primer ciclo y las conclusiones elaboradas, el grupo investigador se reúne a discutir en torno a la resolución de problemas, concluyendo que esta es una actividad inherente a la matemática como disciplina, de igual manera, es un recurso potente a la hora de enseñar y aprender matemáticas. El MEN (2006) en los estándares curriculares, lo referencia como uno de los cinco procesos fundantes de la actividad matemática, al respecto

considera que esta no se genera de forma aislada y esporádica, de hecho, puede constituirse en un organizador del currículo de matemáticas, gracias a la diversidad de contextos en los que pueden surgir, bien sean cotidianos, de otras ciencias e incluso de la misma matemática.

En este orden de ideas, en el presente ciclo de reflexión en el marco de una LS desarrollada por los docentes investigadores, se plantea continuar como foco la resolución de problemas para planear e implementar el desarrollo de una lección de clase. Luego de una discusión a la luz teórica de la resolución de problemas, los docentes investigadores, deciden fijar su atención en desarrollar desempeños o actividades que busquen la comprensión de los estudiantes respecto al significado de un problema auténtico dentro de la actividad matemática. Tomando como referente lo considerado por Santos Trigo (2007), un verdadero problema está delimitado por las siguientes características:

- Debe existir interés por parte del resolutor.
- La solución no es inmediata, es decir, no existe un manual que garantice el hallazgo de la respuesta.
- Presenta diversos caminos o alternativas de solución.
- Requiere de la atención de quien resuelve.

La docente investigadora decide además de considerar estos aspectos de un auténtico problema, contrastarlo con lo que es un ejercicio típico de enunciado, caracterizado por Fandiño (2010) porque su solución demanda exclusivamente el uso de reglas ya establecidas que generalmente conducen a un único camino de solución, con el propósito de resaltar lo potente que es una situación problémica a la hora de desarrollar el pensamiento matemático.

Por otra parte, dentro de las discusiones generadas en el grupo investigador, se ve la necesidad de migrar a una planeación más práctica en términos de tiempo empleado y la extensión de los análisis realizados sin dejar de ser profesional, considerando las dinámicas laborales e institucionales (cargas asignadas, cantidad de grupos, tiempos de trabajo personal,

otras funciones, entre otros) de los docentes. Por tanto, retomando elementos del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) y que se describen en la figura 21, se construye una rejilla de diseño de desempeño con el propósito de describir cada una de las actividades de la clase y su objetivo, que en conjunto apunta al alcance de la meta de comprensión planteada para la clase.

Figura 21

Elementos del Marco de la Enseñanza para la comprensión



Fuente: Elaboración propia

Se propone para la sesión de clase el desarrollo de seis actividades, que se fundamentan en la comparación de dos situaciones propuestas (un ejercicio y un problema) y las interacciones y conclusiones que se generan al discutir en torno a las características de estas. En la tabla 3 se

muestra la rejilla de desempeño a implementar, resultado de los aportes realizados por los otros docentes pertenecientes al grupo investigador.

Tabla 3

Rejilla de diseño de desempeño – Ciclo LS 2

	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	PROPÓSITO
A1	<p>Se conformarán equipos de trabajo de tres estudiantes.</p> <p>A cada equipo le será asignado un problema y un ejercicio (sin indicar cuál es cual) con el propósito de encontrar su solución.</p> <p>En una guía el equipo debe registrar todo el proceso que realizaron para solucionar tanto el ejercicio como el problema.</p> <p>NOTA: Cada dos grupos tendrán el mismo problema y ejercicio.</p> <p>TIEMPO: 10 Minutos</p>	<p>Realizar la exploración de conocimientos previos de los estudiantes sobre la resolución de situaciones problémicas.</p> <p>Expresar de forma escrita el proceso realizado para resolver situaciones problémicas.</p> <p>Promover el trabajo en equipo.</p> <p>Construir conclusiones en colaboración entre pares.</p>
A2	<p>Cada grupo discutirá y responderá las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué diferencias encontraron al resolver cada una de las situaciones? • ¿Cuál de las dos situaciones fue más sencilla de resolver? ¿Porqué? • ¿Cuál situación necesito de mayor atención, habilidades y conocimientos? Explica tu respuesta • ¿Puedes considerar la situación sencilla como un problema? Justifica tu respuesta • Si no es un problema, ¿Cómo se podría definir? <p>Con base en las respuestas a estas preguntas cada equipo enlistará las características que pueden definir un problema y un ejercicio.</p>	<p>Establecer las características de un problema y un ejercicio.</p> <p>Diferenciar un problema de un ejercicio.</p> <p>Promover el trabajo en equipo.</p> <p>Construir conclusiones en colaboración entre pares.</p>

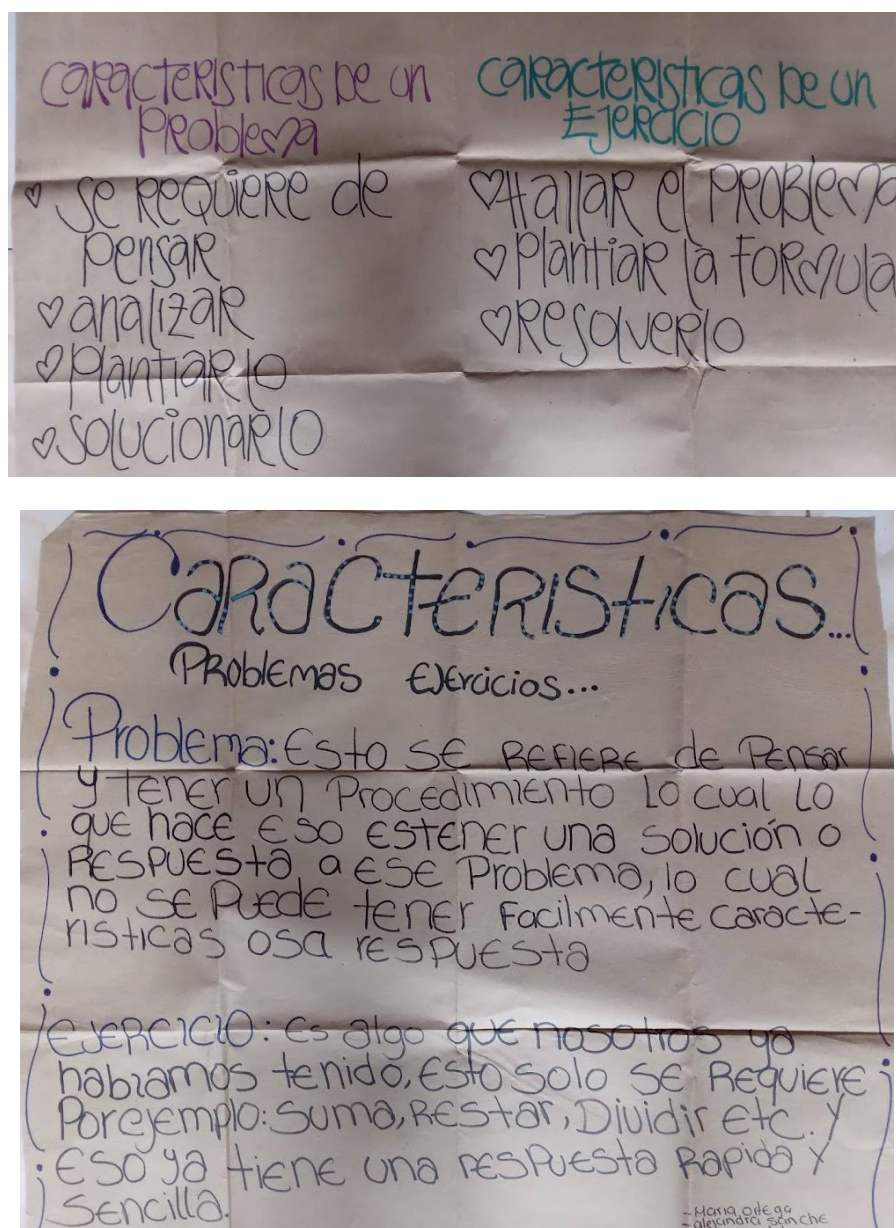
TIEMPO: 15 Minutos	
	Cada par de equipos de trabajo con las mismas situaciones problémicas socializarán lo realizado en A1, comparando las maneras en que cada uno resolvió las situaciones problemáticas planteadas.
A3	Finalizarán su presentación leyendo las respuestas y conclusiones a las preguntas de la A2, destacando las diferencias y semejanzas entre lo elaborado por cada equipo.
	Expresar de forma verbal las experiencias de resolución de situaciones problémicas y las conclusiones derivadas de la reflexión sobre las preguntas orientadoras.
	Establecer semejanzas y diferencias entre los procesos de solución realizados por otros grupos, al igual que sus conclusiones luego de reflexionar en torno a las preguntas orientadoras a cerca de las características de un problema y un ejercicio.
TIEMPO: 25 Minutos	
A4	Con base en la socialización realizada por todos los estudiantes, cada equipo de trabajo elaborará una cartelera donde establecerán las características de un problema Vs las características de un ejercicio.
	Sintetizar las conclusiones derivadas del trabajo en equipo y la socialización realizada por todos los estudiantes, generando una completa caracterización tanto de problema como de ejercicio por cada equipo de trabajo.
TIEMPO: 25 Minutos	
A5	Las carteleras serán pegadas en los muros del salón para ser observadas por los demás equipos y se votará por la más completa y creativa en la presentación de la información.
	Valorar el trabajo realizado por cada uno de los equipos de trabajo.
TIEMPO: 10 Minutos	
A6	Se finalizará haciendo un recuento de las conclusiones realizadas por cada equipo de trabajo y explicando el panorama de las siguientes clases en torno a las implicaciones de resolver un problema.
	Retroalimentar y destacar las contribuciones de cada equipo de trabajo y establecer proyecciones sobre el trabajo a realizar en las siguientes clases.
TIEMPO: 10 Minutos	

Fuente: Elaboración propia

Como evidencias de la implementación se recolectaron las producciones de los estudiantes y el registro de un episodio de clase que muestra la socialización de los grupos y las interacciones que se generaron tanto entre estudiantes como con la docente.

Figura 22

Producciones de los estudiantes – Ciclo LS 2



Fuente: Elaboración propia

Tabla 4*Transcripción de episodio de clase – Ciclo LS 2*

P (Profesora)

E (Estudiante)

[1] 00:00 P: Vamos a poner atención chicos para poder realizar el resto de la actividad, entonces, si ustedes se dieron cuenta, hay grupos que tienen el mismo problema o las mismas situaciones. Por ejemplo ¿A quién le tocó la situación...

[2] 00:22 E1: De la Isla...

[3] 00:23 P: ...de la isla? Levanten la mano. Muy bien. Entonces, ustedes (señalando a uno de los grupos) nos van a contar que fue lo que respondieron a cada una de las preguntas. ¿Listo?... Entonces...

[4] 00:37 E1: No, primero... [No se entiende]

[5] 00:40 P: ¿Qué diferencias encontraron al resolver las dos situaciones? Entonces, alguno de ustedes que me cuente. Ustedes qué diferencias encontraron en las dos situaciones.

[6] 00:52 E1: Que una era matemática y que la otra era lógica.

[7] 00:54 P: Una era matemática y la otra era lógica.

[8] 00:57 E2: Y que...

[9] 00:59 P: A ver chicos, los demás, ¡atención!

[10] 01:05 E1: Que en el problema no dan más pistas y que en la del ejercicio si dan pistas

[11] 01:10 P: Bien. Que en el problema no nos dieron pistas y en el ejercicio si nos dieron pistas. ¿Qué otra idea en los demás grupos?

[12] 01:17 E4: Que uno era un problema y el otro una actividad

[13] 01:19 P: Que uno era un problema y el otro era una actividad. En tu caso (señalando otro grupo) ¿Cuál era el problema y cuál era la actividad?

[14] 01:27 E4: En mi caso actividad era la 2 y la primera era el problema

[15] 01:37 P: ...el problema. Muy bien. Tu tenías el problema de los policías ¿Cierto? ¿Quién más tenía el problema de los policías? Levanten la mano. ¿Ustedes que opinan? ¿Qué diferencias se encontraron en las dos situaciones? A ver niños.

[16] 01:59 E5: [No se entiende, pero se interpreta que no realizaron la actividad]

[17] 01:59 P: Jennifer... No hicieron... ¿Por qué no hicieron?

[18] 02:05 E5: No entendimos el trabajo...

[19] 02:05 P: Ustedes tampoco se acercaron a preguntarme... Bueno chicos. ¿Quién más quiere opinar? El grupo de María Fernanda... ¿Qué diferencias y que semejanzas encontraron en las situaciones?

-
- [20] 02:22 E6: Una de las diferencias fue que en el primero era sobre un ser vivo, o sea, se trataba del oso y en el segundo era un objeto y que en la primera hablaba como de la ubicación y la segunda hablaba más dividir las maderas y eso...
- [21] 02:48 P: ¿Qué situación les pareció más sencilla de resolver?
- [22] 02:53 E1: La matemática
- [23] 02:55 P: La matemática, dices tú. En el grupo de María Fernanda. ¿Cuál fue más fácil?
- [24] 03:01 E6: La situación 2.
- [25] 03:06 P: Para ustedes (señalando otro grupo) ¿Cuál fue más fácil de resolver?
- [26] 03:09 E7: La situación 2. Para ustedes (señalando otro grupo).
- [27] 03:12 E8: Situación 2.
- [28] 03:13 P: Situación 2. ¿Qué situación para ustedes? (Señalando a otro grupo)
- [29] 03:16 E9: La dos.
- [30] 03:16 P: La dos. Helen ¿Qué situación fue más fácil? No si la alcanzaron a resolver.
- [31] 03:25 E10: Pues la de la mascota y...
- [32] 03:26 P: Esa era más fácil que la segunda situación.
- [33] 03:30 E10: La primera
- [34] 03:30 P: Para ustedes fue más fácil la primera que la segunda. Para el otro grupo...
- [35] 03:34 E11: La primera.
- [36] 03:36 P: ¿La primera fue más fácil que la segunda?
- [37] 03:38 E11: Si.
- [38] 03:38 P: Muy bien. Para ustedes (señalando otro grupo) ¿Cuál fue más fácil?
- [39] 03:45 E2: La segunda.
- [40] 03:45 P: La segunda. Para ustedes (señalando otro grupo)
- [41] 03:47 E12: La segunda
- [42] 03:47 P: La segunda. Bueno. ¿Por qué fue más fácil resolver esa situación? A ver chicos, por favor. Entonces respondan ustedes ¿Por qué fue más fácil responder la matemática que la otra?
- [43] 04:05 E1: Por qué solo era sumar y restar
- [44] 04:05 P: Sólo era sumar y restar. En el grupo suyo (señalando a un estudiante)
- [45] 04:07 E13: Porque aquí... Sólo decía que...
- [46] 04:07 E14: Solo teníamos que medir los ángulos...
- [47] 04:19 E13: El ángulo B era el doble del ángulo C, eso quiere decir que uno de 60, digo de un 70.

Luego de analizar las evidencias a la luz de lo propuesto por Santos Trigo (2007) sobre la resolución de problemas, se concluye que la diferenciación entre un problema auténtico y un ejercicio es relevante para el docente más no para el estudiante, en la medida que este es fundamental para decidir las acciones sobre las actividades de enseñanza sobre la resolución de problemas y no incide como tal en la resolución de una situación. Por lo tanto, las evidencias recolectadas fueron analizadas en el contexto del seminario de énfasis, tomando como foco de análisis las interacciones suscitadas en la implementación de la sesión de clase.

Para describir y analizar las interacciones entre los participantes y la docente investigadora, se toma como referencia el modelo planteado por Planas e Iranzo (2009), que establece tres categorías a partir de las cuales se pueden dilucidar lo ocurrido. Como primera instancia se encuentran las prácticas matemáticas, entendidas como todas las acciones o manifestaciones que realiza un estudiante para resolver problemas que involucren las matemáticas, comunicar su solución a otros, al igual que validar y establecer generalidades de dicha solución en otros contextos. Seguidamente, se consideran las normas sociomatemáticas como aquellas formas de validación de lo que se hace dentro de las prácticas matemáticas, y finalmente, los conflictos de significados asumidos como la diferencia de interpretaciones de las normas sociomatemáticas que realizan los participantes.

Al respecto de las prácticas matemáticas y los conflictos de significados, la evidencia recolectada en la transcripción de episodio de clase no da cuenta de estas, ya que los estudiantes en este lapso no resuelven las situaciones planteadas, sino exponen los resultados de las preguntas orientadoras frente a sus inferencias en lo que respecta al significado de problema y su contraste con un ejercicio de enunciado. Sin embargo, se pueden establecer algunas de las normas sociomatemáticas que la docente investigadora y los estudiantes asumen de acuerdo con las afirmaciones que realizan en la interacción dada en la socialización realizada en el episodio transcrito (ver tabla 5).

Tabla 5

Análisis del episodio de clase – Ciclo LS 2

PARTICIPANTE	NORMAS SOCIOMATEMÁTICAS	EVIDENCIA
P	Existen situaciones que se resuelven empleando las matemáticas, sin embargo, unas son denominadas problemas y otros ejercicios de enunciado.	<p>[5] 00:40 P: ¿Qué diferencias encontraron al resolver las dos situaciones? Entonces, alguno de ustedes que me cuente. Ustedes qué diferencias encontraron en las dos situaciones.</p> <p>[13] 01:19 P: Que uno era un problema y el otro era una actividad. En tu caso (señalando otro grupo) ¿Cuál era el problema y cuál era la actividad?</p> <p>[15] 01:37 P: ...el problema. Muy bien. Tu tenías el problema de los policías ¿Cierto? ¿Quién más tenía el problema de los policías? Levanten la mano. ¿Ustedes que opinan? ¿Qué diferencias se encontraron en las dos situaciones? A ver niños.</p> <p>[19] 02:05 P: Ustedes tampoco se acercaron a preguntarme... Bueno chicos. ¿Quién más quiere opinar? El grupo de María Fernanda... ¿Qué diferencias y que semejanzas encontraron en las situaciones?</p>
	Para establecer la diferencia entre un problema y un ejercicio de enunciado es importante considerar el grado de dificultad.	<p>[21] 02:48 P: ¿Qué situación les pareció más sencilla de resolver?</p> <p>[23] 02:55 P: La matemática, dices tú. En el grupo de María Fernanda. ¿Cuál fue más fácil?</p> <p>[25] 03:06 P: Para ustedes (señalando otro grupo) ¿Cuál fue más fácil de resolver?</p> <p>[28] 03:13 P: Situación 2. ¿Qué situación para ustedes? (Señalando a otro grupo)</p> <p>[30] 03:16 P: La dos. Helen ¿Qué situación fue más fácil? No si la alcanzaron a resolver.</p> <p>[32] 03:26 P: Esa era más fácil que la segunda situación.</p>

		<p>[34] 03:30 P: Para ustedes fue más fácil la primera que la segunda. Para el otro grupo...</p> <p>[36] 03:36 P: ¿La primera fue más fácil que la segunda?</p> <p>[38] 03:38 P: Muy bien. Para ustedes (señalando otro grupo) ¿Cuál fue más fácil?</p> <p>[42] 03:47 P: La segunda. Bueno. ¿Por qué fue más fácil resolver esa situación? A ver chicos, por favor. Entonces respondan ustedes ¿Por qué fue más fácil responder la matemática que la otra?</p>
E1	Los problemas están relacionados con la lógica, mientras los ejercicios con la matemática	<p>[5] 00:40 P: ¿Qué diferencias encontraron al resolver las dos situaciones? Entonces, alguno de ustedes que me cuente. Ustedes qué diferencias encontraron en las dos situaciones.</p> <p>[6] 00:52 E1: Que una era matemática y que la otra era lógica.</p> <p>[10] 01:05 E1: Que en el problema no dan más pistas y que en la del ejercicio si dan pistas</p> <p>[21] 02:48 P: ¿Qué situación les pareció más sencilla de resolver?</p> <p>[22] 02:53 E1: La matemática</p> <p>[42] 03:47 P: La segunda. Bueno. ¿Por qué fue más fácil resolver esa situación? A ver chicos, por favor. Entonces respondan ustedes ¿Por qué fue más fácil responder la matemática que la otra?</p> <p>[43] 04:05 E1: Por qué solo era sumar y restar</p>

Fuente: Elaboración propia

Luego de analizar el episodio de clase, bajo las consideraciones teóricas abordadas, la docente investigadora establece las siguientes reflexiones:

- Tanto las prácticas matemáticas, las normas sociomatemáticas y los conflictos de significados son un modelo potente a la hora de realizar un análisis del contexto de aula, en particular, de las interacciones que se manifiestan entre los participantes de la clase.
- Una mirada crítica sobre la práctica de enseñanza por parte del docente y en particular considerando las interacciones que se generan en su aula promueven transformaciones que redundan en el mejoramiento de su quehacer en pro del aprendizaje y la comprensión de sus estudiantes.
- Desde la planeación, se deben considerar el mayor número de escenarios posibles para anticipar acertadamente cuáles pueden ser las intervenciones más apropiadas de acuerdo con los caminos tomados por los estudiantes para resolver las actividades planteadas.
- En el momento de escoger los elementos de análisis de un episodio de clase se debe tener claro el foco de observación y las evidencias que den cuenta de este.
- La colaboración entre pares contribuye al mejoramiento de la práctica en la medida que son agentes neutrales y comprenden los fenómenos que se pueden suscitar en el aula de clase.
- Para este ciclo no fueron declaradas las acciones que permitirían la evaluación de los aprendizajes obtenidos por los estudiantes, por tanto, es necesario retomar para el siguiente ciclo algún instrumento o actividad evaluativa.

Ciclo de reflexión 3

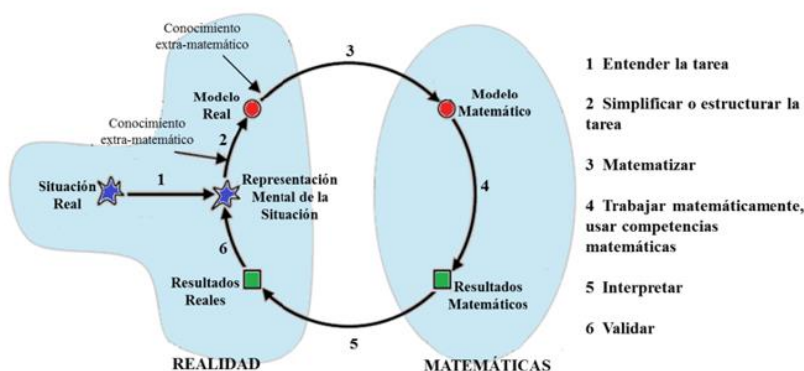
El grupo investigador se reúne con el ánimo de retomar las conclusiones obtenidas en las anteriores experiencias y definir de acuerdo con esto el foco para el presente ciclo. Teniendo en cuenta que se ha dado un fuerte énfasis en la resolución de problemas, se propone incluir un nuevo proceso básico de las matemáticas, la modelación.

Villa y Ruíz (2009) consideran la modelación como un proceso que implica una serie de etapas que permiten que el modelo no se obtenga de manera inmediata. Estas etapas se conocen como ciclo de modelación. El denominado ciclo comienza por una etapa donde se determina el fenómeno que es sometido a un proceso de experimentación con el propósito de lograr su comprensión por medio de la obtención de datos. Como es imposible tener todos los aspectos del fenómeno en cuestión, se realizan aproximaciones y supuestos para, de esta manera, construir el modelo que represente el fenómeno estudiado.

Luego de construido el modelo, se realizan diversos análisis y pruebas matemáticas que validen su viabilidad a la luz del fenómeno estudiado. Si después de la validación, el modelo es coherente con el fenómeno problema queda concluido el ciclo, si no es así, se comienza de nuevo analizando el fenómeno e indagando por más información que permita ajustar los datos y las variables y se ajusta el modelo. Nuevamente se valida a la luz del fenómeno y se sigue así sucesivamente.

Figura 23

Ciclo de Modelación (Borromeo Ferri)



Fuente: Villa y Ruíz (2009)

Por otra parte, los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) establecen la importancia de incluir la modelación en la formación matemática de los estudiantes:

La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los alumnos necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles (p. 101)

Con base en lo anterior, la docente investigadora realiza la planeación para una clase de introducción al álgebra para grado 8° teniendo como intención la construcción de un modelo, en particular, la construcción de una definición para el concepto de término semejante. Luego de compartir el diseño de la rejilla de desempeño con los integrantes del grupo investigador se realizan los ajustes pertinentes de acuerdo con los aportes recibidos.

Se establece la meta de comprensión, los desempeños y los propósitos de cada una de las actividades propuestas como se puede evidenciar en la figura 24 y la tabla 6 respectivamente.

Figura 24

Meta de comprensión – Ciclo LS 3

META DE COMPRENSIÓN

El estudiante comprenderá las características que definen los términos semejantes y cómo estos son esenciales para la resolución de adiciones y sustracciones de polinomios.

Fuente: Autoría propia

Tabla 6

Rejilla de desempeño - Ciclo LS 3

	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	PROPÓSITO
A1	Tomando como referencia la actividad del Kuid de las profesoras Samper, Camargo y Leguizamón (2003), la docente proyectará en el tablero	Establecer las características, patrones y/o partes constitutivas que definen el concepto de términos semejantes.

<p>diferentes ejemplos, en forma de secuencia, de lo que son y no son términos semejantes, ocultando los ejemplos posteriores del que se esté analizando en el momento, con el ánimo de que el alumno establezca conexiones entre lo que observa en el ejemplo y los ejemplos anteriores.</p> <p>Cada estudiante, deberá ir registrando el proceso que lleva ejemplo a ejemplo, para finalmente construir una posible definición de términos semejantes.</p> <p>TIEMPO: 20 Minutos</p>	<p>Construir una posible definición de término semejante a partir de las características observadas y contrastadas de diversos ejemplos.</p>
<p>Se conformarán equipos de 3 estudiantes.</p> <p>En cada equipo los integrantes presentaran sus registros y posibles definiciones de lo que son términos semejantes, luego establecerán los aspectos comunes, para finalmente consolidar una definición grupal que se plasmará en un cartel.</p> <p>TIEMPO: 10 Minutos</p>	<p>Expresar de forma verbal y/o escrita las ideas matemáticas a sus compañeros.</p> <p>Establecer puntos de acuerdo de los aspectos comunes que definen lo que es un término semejante.</p>
<p>Los carteles elaborados por los equipos de trabajo serán expuestos en el tablero, para ser discutidos, dando espacio para la aclaración de dudas e inquietudes, consolidando una definición para todos.</p> <p>TIEMPO: 10 Minutos</p>	<p>Valorar y validar el trabajo realizado por los equipos de trabajo.</p> <p>Consolidar el concepto de término semejante, a partir de los aportes de los participantes.</p>
<p>A cada estudiante le será entregada una guía de trabajo con diversas</p>	<p>Valorar la comprensión de los estudiantes al respecto del concepto de término semejante</p>

	<p>actividades sobre términos semejantes (anexo 2).</p> <p>TIEMPO: 25 Minutos</p>	
A5	<p>Se proyectará en el tablero cada una de las actividades propuestas en la guía, se solicitará a los estudiantes participar comunicando lo que resolvieron de manera individual.</p> <p>Se abrirá espacio para la discusión y validación entre los participantes de la clase de los resultados obtenidos en la resolución de la actividad.</p> <p>TIEMPO: 10 Minutos</p>	<p>Comunicar a los participantes de la clase ideas matemáticas y argumentos sobre la solución de las actividades propuestas en torno al concepto de término semejante.</p>
A6	<p>Se proyectará en el tablero en anexo 3, donde se presentan dos casos de reducción de términos semejantes, para desarrollar la rutina de pensamiento Veo – Pienso – Me Pregunto.</p> <p>La docente guiará las intervenciones de los estudiantes a través de cuestionamientos, con el propósito de establecer inferencias a cerca de la reducción de términos semejantes para simplificar expresiones algebraicas.</p> <p>TIEMPO: 20 Minutos</p>	<p>Identificar los términos semejantes en una expresión polinómica y establecer inferencias acerca de la reducción de estos para simplificar el polinomio dado.</p>
A7	<p>Se les entregara un formato de autoevaluación frente al rol que desempeñaron en las actividades propuestas.</p> <p>TIEMPO: 10 Minutos</p>	<p>Valorar las actividades desarrolladas en la sesión de clase, con base en el rol desempeñado por los estudiantes.</p>

La sesión de clase comienza con la puesta en escena de una serie de diapositivas que muestran varios ejemplos de forma comparativa de lo que es y lo que no es el concepto que se quiere definir, que para este caso corresponde al de término semejante. Cada estudiante deberá recoger información que le permita establecer su definición, luego la pondrá en consideración de su grupo de trabajo, para posteriormente construir una definición grupal que será publicada en la plenaria del salón de clase. Como actividad de verificación, se compararán las producciones realizadas por todos los grupos y se replantearán aquellas definiciones que disten del concepto estudiado. Se comenzará de nuevo el ciclo hasta que quede claro el concepto y sea apropiado por todos los estudiantes. Finalmente se validarán los resultados obtenidos con actividades de aplicación del concepto.

Figura 25

Actividades para la validación del concepto construido – Ciclo LS 3

VALIDACIÓN

1. Relaciona los monomios de la columna 1 con su semejante en la columna 2

Columna 1	Columna 2
$-3m^3p$	$-\frac{9}{4}x^4yz$
$-\frac{9}{2}m^3n^2$	$-1,5a^2b^2c$
$-12x^4y^2a^2$	$-\frac{1}{5}m^3p$
$8a^2b^2c$	$-1,23m^3n^2$
$-35x^4yz$	$8y^2z^4$
$-0,53x^2y$	$-9a^2b^2cd$
$\frac{5}{3}a^2b^2cd$	$\frac{7}{4}x^4y^2z^2$
$12,5x^2y^4$	$0,07x^2y$

2. Indica si los términos que aparecen en la siguiente tabla son semejantes o no. Explica tu respuesta.

Término	¿Son semejantes?		¿Por qué?
	Si	No	
a) $7a^2b^3$ y $-2a^2b^3$			
b) $2pqr$ y $-5pqr$			
c) $\frac{1}{5}x^2y^2z$ y $-0,13x^2y^2z^2$			
d) $-9m^2n^3$ y $-m^2n^3$			

3. Observa y completa los siguientes monomios para formar parejas de términos semejantes.

1) $-7a^{\square}b^{\square}$ y $\frac{3}{5}a^{\square}b^{\square}$

2) $9x^{\square}y^{\square}z$ y $\frac{2}{7}y^{\square}z^{\square}$

3) $13a^{\square}bx^{\square}y^{\square}$ y $-0,4b^{\square}y^{\square}$

4. Para cada uno de los siguientes monomios, propón tres términos que sean semejantes.

$a^3b^2m^3$ x^2t^2 $m^2a^4d^3$

Fuente: Aulas sin Fronteras. Colombia aprende.

El ciclo de modelación se ve consolidado en las actividades propuestas en la planeación de la manera como se presenta en la tabla 7.

Tabla 7

Etapas del ciclo de modelación en las actividades – Ciclo LS 3

ACTIVIDAD	ETAPA(S) DEL CICLO
A1	1, 2 y 3
A2	4
A3	4
A4	5 y 6
A5	6
A6	1, 2 y 3
A7	NA

Fuente: Elaboración propia

Como finalización de la serie de actividades se propone a los estudiantes el desarrollo de una autoevaluación con el propósito de valorar el trabajo realizado durante la clase desde su perspectiva.

Figura 26

Rúbrica de autoevaluación – Ciclo LS 3

AUTOEVALUACIÓN

Apreciado(a) estudiante, valore sincera y honestamente los indicadores de desempeño que a continuación se detallan, en una escala de 1 a 4, donde:

1 es: Totalmente en desacuerdo
2 es: En desacuerdo
3 es: De acuerdo,
4 es: Totalmente de acuerdo

Promedie los resultados y escriba el resultado en la casilla definitiva correspondiente.

Sume las notas definitivas y divídalas entre 4. El resultado escríbalo en la casilla DEFINITIVA TOTAL.

INDICADORES DE DESEMPEÑO	Valoración
(Actitudinal)	
Participo activa y efectivamente en las actividades propuestas, tanto grupales como individuales.	
Manifesté respeto hacia las intervenciones de mis compañeros y hacia el docente de la clase.	
Demostre responsabilidad, interés y motivación por mejorar mis conocimientos y habilidades en matemáticas.	
DEFINITIVA	
(Conceptual)	
Apoyé mis ideas con argumentos, como resultado de las características, patrones y/o partes constitutivas del concepto construido.	
Participé activamente en las actividades propuestas expresando mis puntos de vista con claridad.	
Comprendí los contenidos, conceptos e ideas abordadas en las diferentes actividades propuestas.	
DEFINITIVA	
(Procedimental)	
Realicé las actividades propuestas dentro de los tiempos establecidos para cada una.	
Hice todo lo posible para que mis debilidades no fuesen un obstáculo para alcanzar los propósitos establecidos.	
DEFINITIVA	
DEFINITIVA TOTAL	

Fuente: Elaboración propia

Se realiza la implementación siguiendo lo estructurado en la planeación, los estudiantes siguen las indicaciones luego de varias explicaciones al respecto a la actividad 1 considerando

que no habían desarrollado actividades similares con anterioridad. Posteriormente, desarrollan y participan de las directrices dadas por la docente en las demás actividades. Como evidencia de la implementación de la clase se realiza la grabación de la primera parte de la sesión y se recolecta los trabajos elaborados por los estudiantes.

Figura 27

Producciones de los estudiantes – Ciclo LS 3

Los términos semejantes son aquellos que tienen mismas letras con iguales exponentes.

Maria, Camila, Beltrán, Yeres, Nancy Alejandra, Suarez. 802/1

¿que es un término semejante?

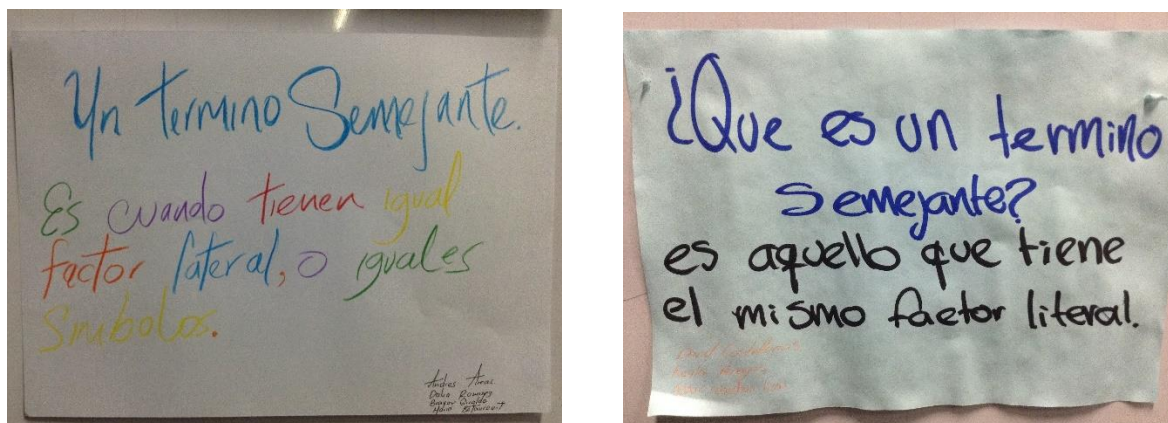
Son aquellos que tienen las mismas partes y letras.

Justina Heffano
Angie Gonzalez
Patricia Pardo.

Un término semejante es cuando tienen la misma parte literal.

Son aquellos que tienen la misma parte que son: letras, exponentes o coeficientes ...

$\frac{3}{5} x^2 y^5 z^3$



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con las producciones de los estudiantes se evidencia en primera instancia que fue posible la construcción del concepto de termino semejante por medio ciclo de modelación planteado, sin embargo, al momento de implementar la rutina de pensamiento de la actividad 6 no fue para ellos claro su relación con el concepto elaborado.

Figura 28

Rutina de pensamiento (Veo – Pienso – Me pregunto) – Ciclo LS 3

$$7x^3y^2 + 10x^2y - 13x^3y^2 + 2x^2y = -6x^3y^2 + 12x^2y$$

$$-15mn^4 - 21a^5b^3 + 7a^5b^3 - 2a^5b^3 = -15mn^4 - 16a^5b^3$$

Fuente: Elaboración propia

Bajo esta perspectiva, la docente investigadora evidencia que no se logra el cumplimiento de la meta de comprensión propuesta para la clase, por tanto, es necesario plantear otras

actividades que permitan que los estudiantes relacionen el concepto construido con la adición y sustracción de polinomios.

Para el presente ciclo, no se realiza análisis colaborativo entre los docentes del grupo investigador, por lo tanto, la docente investigadora considerando tanto las evidencias recolectadas y su análisis como los referentes teóricos referenciados anteriormente, se establecen las siguientes reflexiones con miras a cambios que pueden incluirse en los siguientes ciclos:

- La modelación se presenta como un proceso rico en oportunidad para que los estudiantes visibilicen sus ideas y las pongan a prueba a la luz de una situación inicial.
- El trabajo en equipo es fundamental en el ejercicio de la modelación, los aportes entre pares ofrecen mejores posibilidades para la construcción de un modelo.
- Para empezar con el proceso de modelación el ejercicio fue apropiado, sin embargo, desde la perspectiva teórica planteada por Villa (2009) para la implementación del ciclo de modelación se debe partir escenarios reales en contextos diferentes al campo matemático con el propósito de dar sentido al ejercicio de la modelación matemática.
- Es propicio plantear problemas que deriven en el uso de la modelación como estrategia de solución, de esta manera se estarían vinculando varios procesos básicos de la matemática en una misma actividad.
- Dentro de una nueva planeación, sería interesante plantear una situación que permitiera dar varias vueltas al ciclo y de esta manera visibilizar lo potente de la validación y la viabilidad de un modelo.
- Es pertinente formar a los estudiantes la habilidad de construir modelos siguiendo los pasos del ciclo, por tal razón, las actividades deben apuntar a que los estudiantes sean conscientes de estos y se apropien del proceso.

Ciclo de reflexión 4

Se reúne el grupo investigador con el propósito de planificar un ciclo LS, para lo cual, aborda en primera instancia algunos elementos de reflexión como las inquietudes, deseos y metas personales para la educación de los docentes investigadores.

Luego de compartir sus pensamientos e ideas al respecto, el grupo investigador encuentra aspectos comunes, concluyendo que un maestro no puede ser un agente neutral en el aula, por el contrario, debe procurar que sus estudiantes logren comprender la realidad del mundo que le rodea a partir de sus conocimientos y experiencias dentro y fuera del aula, y pueda así mismo transformarla. El aula no puede ser un escenario ajeno a lo que actualmente afronta la sociedad, sino por el contrario, debe preparar las mentes jóvenes para afrontar los retos que a diario se generan y logren finalmente adaptarse a los cambios que los desarrollos de las tecnologías demandan.

Bajo las anteriores consideraciones, se da paso a la discusión sobre la determinación del foco a considerar en el presente ciclo, por lo tanto, se revisa y analiza lo propuesto desde el currículo oficial, particularmente, los estándares curriculares en la relación que se puede establecer entre el desarrollo del pensamiento crítico y los procesos básicos de las matemáticas escolares.

Al respecto, el MEN (2006) reconoce que es necesario partir del conocimiento matemático que los estudiantes han generado en sus actividades cotidianas o en el contexto de su realidad, considerando que el aprendizaje de las matemáticas no se relaciona únicamente con los aspectos conceptuales y algorítmicos, sino que también aborda factores de tipo social y afectivo. Bajo esta perspectiva, la formación matemática asume finalidades de tipo social, por una parte, en términos de la utilidad del conocimiento matemático en el mundo laboral y tecnológico que cada vez es más demandante respecto a las competencias de los individuos, y por la otra, que el conocimiento matemático es fundamental para que todo ciudadano pueda desenvolverse con

soltura y criticidad en su vida social y política, y esté en capacidad de tomar decisiones acertadas en diverso tipo de situaciones.

Complementariamente, el grupo investigador pone en común acuerdo lo que de ahora en adelante entenderá como pensamiento crítico desde lo propuesto teóricamente, por Ennis (como se citó en López, 2012) quien afirma:

El pensamiento crítico se concibe como el pensamiento racional y reflexivo interesado en decidir qué hacer o creer. Es decir, por un lado, constituye un proceso cognitivo complejo de pensamiento que reconoce el predominio de la razón sobre las otras dimensiones del pensamiento. Su finalidad es reconocer aquello que es justo y aquello que es verdadero, es decir, el pensamiento de un ser humano racional. (p. 43)

Las anteriores aproximaciones, permiten a los docentes investigadores establecer el foco de la LS, considerando las relaciones que se pueden establecer entre el desarrollo del pensamiento crítico desde las actividades y procesos generales de las matemáticas escolares. Se decide que el ciclo se centre en contribuir al desarrollo del pensamiento crítico a partir del tratamiento de situaciones problémicas contextualizadas que involucren el conocimiento matemático.

Los docentes investigadores concuerdan en que es importante que los estudiantes comprendan la importancia del conocimiento matemático que poseen para entender, analizar, validar y tomar posturas frente a diversos tipos de situaciones que les rodean, con esto, se contribuye significativamente al desarrollo del pensamiento crítico.

De igual manera, las consideraciones realizadas por el grupo de docentes investigadores son coherentes con lo propuesto por el MEN (2006) en cuanto al diseño de procesos de aprendizaje que consideren los aspectos sociales y culturales de la realidad de los estudiantes, resaltando que el aprendizaje es un proceso activo que surge de las interacciones entre los

estudiantes y situaciones, estudiantes y estudiantes, y estudiantes y docentes, en el tratamiento de problemas de diversa índole que involucren las matemáticas, estas formas de interacción son un fundamento esencial para la comunicación y la negociación de significados, por esto es necesario, el diseño de situaciones matemáticas que den la posibilidad a los estudiantes de exponer sus opiniones, validar información, tomar decisiones, generar discusiones y desarrollar la capacidad de justificar con argumentos.

La docente investigadora, con base en la reflexión de su práctica de enseñanza en los diferentes grupos de estudiantes que maneja es consciente de que a pesar de que la institución tiene un enfoque sociocrítico, los alumnos no se encuentran familiarizados con situaciones problemáticas que les conlleven a ejercer tanto las habilidades como las capacidades del pensamiento crítico, por lo tanto, lo que vaya a ser propuesto debe procurar un acercamiento al tratamiento crítico considerando algunas de las capacidades y habilidades de situaciones problema desde los conocimientos que poseen tanto desde su formación matemática previa como de sus experiencias de vida y el entorno de sus realidades.

En común acuerdo con el grupo investigador, ya que las características de los estudiantes son similares, se establecen los siguientes objetivos para la Lesson Study:

- Desarrollar en los estudiantes la habilidad de analizar información con el propósito de establecer su validez y los argumentos que lo sustentan.
- Incentivar en los estudiantes la construcción de posturas abiertas que permitan la confrontación de ideas argumentadas con la intención de construir consensos o confrontar las disensiones.
- Desarrollar en los estudiantes la habilidad de establecer las condiciones necesarias para la toma de decisiones de diversas situaciones problemáticas.

Con dichos objetivos, los docentes investigadores establecen los siguientes propósitos sobre el aprendizaje, puntualmente se espera que los estudiantes:

- Puedan abordar situaciones problemáticas en diversos contextos de manera crítica empleando su conocimiento matemático.
- Establezcan la veracidad de la información en cualquier contexto empleando argumentos variados con base en la realización de análisis matemáticos.
- Confronten sus ideas con otros construyendo acuerdos y admitiendo las diferencias.

Con el fin de alcanzar los objetivos y propósitos planteados, el grupo investigador realiza una búsqueda de elementos teóricos que les permitiesen plantear situaciones problemáticas desde las matemáticas que contribuyeran al desarrollo del pensamiento crítico. Al respecto, encontraron diversos autores que contribuyen a lo proyectado, primeramente, la educación matemática crítica promovida por Skovsmose y su grupo (1999) , en segunda instancia y desde una perspectiva más amplia e influenciada por la psicología lo propuesto por Paul, Kunh y Ennis (Citados en López, 2012) y por otra parte Santos Trigo (2014) desde la resolución de problemas en matemáticas, de los cuales se adoptaron los siguientes elementos teóricos como los derroteros para la descripción y análisis del ciclo Lesson:

La resolución de problemas

Se concibe el resolver problemas como una forma de pensar donde el estudiante muestra una serie de estrategias tanto cognitivas como metacognitivas durante los procesos de resolución. El uso de estas estrategias se relaciona directamente con las ideas o concepciones que el individuo tiene acerca de la situación con relación a las matemáticas. Se enfatiza que el estudiante debe ser un participante activo en el estudio y el desarrollo de las ideas matemáticas. Un aspecto esencial para ello es el desarrollo de habilidades que ayuden al estudiante a cuestionar los diversos aspectos del problema y las formas de solución. (Santos Trigo, 2014)

Significado de ser crítico

Ser crítico significa prestarle atención a una situación crítica, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella. (Skovsmose, 1999, p.16)

Habilidades generales del pensamiento crítico

López (2012) considera el pensamiento crítico desde las siguientes habilidades generales como lo han explorado diversos autores entre ellos Halpern, Kurfiss, Swartz y Perkins.

- **Conocimiento:** Es un aspecto fundamental del pensamiento, permite organizar la información que llega y relacionarla con lo que se piensa. El propósito es establecer qué tipo de conocimiento es el más completo y tiene mayor potencial frente a la resolución de problemas.
- **Inferencia:** Establecer conexiones entre conocimientos, hechos o ideas aparentemente sin relación, con lo cual se puede llegar a la comprensión más profunda de una situación problemática. La inferencia puede ser de naturaleza tanto inductiva como deductiva.
- **Evaluación:** Considera entre otros aspectos relacionados habilidades más específicas como el analizar, juzgar, sopesar y emitir juicios de valor. Afirma que la evaluación crítica que hace una persona sobre una situación en particular está permeada por su experiencia, comprensión, perspectiva cognitiva y sus valores.
- **Metacognición:** Por definición se asume que es el pensamiento sobre el pensamiento, e incluye el conocimiento de las capacidades y limitaciones de todos los aspectos que involucra el pensamiento humano, sin ser equivalente al pensamiento crítico en sí. Comprende, la capacidad de planificar y regular el empleo efectivo de los propios recursos cognitivos para llevar a cabo tareas intelectualmente exigentes, además de las habilidades de predicción, verificación y la comprobación de la realidad.

Capacidades del pensamiento crítico:

Ennis (citado en López, 2012) establece las capacidades cognitivas necesarias para pensar de manera crítica, estas se enuncian a continuación:

1. Centrarse en la pregunta
2. Analizar los argumentos
3. Formular las preguntas de clarificación y responderlas
4. Juzgar la credibilidad de una fuente
5. Observar y juzgar los informes derivados de la observación
6. Deducir y juzgar las deducciones
7. Inducir y juzgar las inducciones
8. Emitir juicios de valor
9. Definir los términos y juzgar las definiciones
10. Identificar los supuestos
11. Decidir una acción a seguir e Interactuar con los demás
12. Integración de disposiciones y otras habilidades para realizar y defender una decisión.
13. Proceder de manera ordenada de acuerdo con cada situación
14. Ser sensible a los sentimientos, nivel de conocimiento y grado de sofisticación de los otros.
15. Emplear estrategias retóricas apropiadas en la discusión y presentación (oral y escrita).

Luego de estas consideraciones teóricas, el grupo de investigadores decide centrar su atención el desarrollo de las siguientes capacidades, considerando las cuatro habilidades del pensamiento crítico anteriormente descritas: juzgar la credibilidad de una fuente y emitir juicios de valor.

Los docentes investigadores concuerdan en que es importante que los estudiantes comprendan la importancia del conocimiento matemático que poseen para entender, analizar, validar y tomar posturas frente a diversos tipos de situaciones que les rodean, con esto, se contribuye significativamente al desarrollo del pensamiento crítico.

De igual manera, las consideraciones realizadas por el grupo de docentes investigadores es coherente con lo propuesto por el MEN (2006) en cuanto al diseño de procesos de aprendizaje que consideren los aspectos sociales y culturales de la realidad de los estudiantes, resaltando que el aprendizaje es un proceso activo que surge de las interacciones entre los estudiantes y situaciones, estudiantes y estudiantes y estudiantes y docentes en el tratamiento de problemas de diversa índole que involucren las matemáticas, estas formas de interacción son un fundamento esencial para la comunicación y la negociación de significados, por esto es necesario, el diseño de situaciones matemáticas que den la posibilidad a los estudiantes de exponer sus opiniones, validar información, tomar decisiones, generar discusiones y desarrollar la capacidad de justificar con argumentos.

Particularmente, la docente investigadora decide planear e implementar la clase del presente ciclo en el grado noveno en la asignatura de Estadística Descriptiva 2, relacionando los acuerdos establecidos por el grupo con los siguientes estándares del pensamiento variacional:

- Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.
- Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas, encuestas, estudios...)

La planeación de la clase comienza por la configuración de las metas de comprensión que buscan responder a los acuerdos realizados en el grupo de investigadores y se concreta en lo que se espera que los estudiantes alcancen al finalizar el desarrollo de los desempeños.

Figura 29

Metas de comprensión – Ciclo LS 4

El estudiante comprenderá que:

- ✓ la información puede ser sometida a diferentes tipos de validación que permitirán establecer su veracidad en contextos reales. (*Conocimiento*)
- ✓ las matemáticas y en particular la estadística, es una herramienta potente a la hora de analizar la veracidad de una información. (*Método*)
- ✓ es importante validar la veracidad de la información para establecer afirmaciones e inferencias sobre algún tipo de situación real o información. (*Comunicación*)
- ✓ toda información debe ser sometida a la validación en diversos contextos con el fin de establecer posturas críticas frente a estas y no limitarse a las interpretaciones propias. (*Propósito*)

Fuente: Elaboración propia

Definidas las metas, se sigue con el planteamiento de los desempeños de comprensión en las tres fases propuestas desde la EpC (exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis). De igual manera, como parte de la planeación de la LS se especifican los propósitos de cada desempeño y la evidencia con la cual se realizará su análisis y evaluación en la siguiente rejilla (ver tabla 8).

Tabla 8

Rejilla de desempeño – Ciclo LS 4

FASE	DESEMPEÑO	PROPÓSITO	EVIDENCIA
Exploración	Se desarrollará con los estudiantes la rutina de pensamiento Veo – Pienso – Me Pregunto, presentado la siguiente imagen:	Explorar los conocimientos, experiencias previas y posturas frente a concepto de pobreza en el entorno cercano y en la realidad de los estudiantes.	Video



El propósito es orientar sus intervenciones hacia las preguntas ¿Qué es la pobreza? ¿Cómo se manifiesta en el entorno cercano (localidad de Usme)? ¿Cuáles son sus opiniones frente a lo afirmado en la caricatura?

TIEMPO: 15 MINUTOS

Investigación
guiada

Luego de las reflexiones realizadas en la rutina, se les presentará a los estudiantes el siguiente artículo de prensa:



El Departamento Administrativo Nacional de Estadística (Dane) explicó que este índice de pobreza aumentó el año pasado en 0,1 puntos porcentuales, pues en 2017 la cifra fue menor (26,9 %) y se ubicó en 12.883.000 de personas.

Lo anterior significa que, el año anterior, 190.000 colombianos entraron en la lista de pobreza monetaria del país.

258.000 pesos es el 31,1 % del actual salario mínimo mensual en Colombia, que es de 828.116 pesos. Con este cifra se puede inferir que la persona que recibió 8.600 pesos diarios no se clasifica en el índice de pobreza monetaria en este país.

Además que, si una familia conformada por cuatro personas recibió 1.032.000 pesos en un mes, tampoco se ubica en ese nivel.

Se realizarán las siguientes preguntas orientadoras con el propósito de generar una discusión con el grupo de estudiantes:

¿A qué tipo de pobreza se refiere el artículo?
¿Está de acuerdo con lo afirmado en el artículo de prensa?

Presentar a los estudiantes un estudio estadístico realizado por una entidad certificada con el propósito de analizar la veracidad de la información vs la realidad en la cual se encuentran inmersos.

Video

¿Cuál es la fuente donde se fundamenta lo afirmado en el artículo de prensa?

¿Qué es el DANE?

Para Usted ¿Es confiable la información brindada por esta entidad?

¿Considera que lo afirmado por la entidad es cierto en un contexto como el de la localidad de Usme?

¿Cómo podemos validar la veracidad de dicha información?

Luego de compartir sus comentarios respecto a las preguntas realizadas, se les presentará la ficha técnica del estudio realizado por el DANE, con la intención de mostrar los argumentos en los cuales se basa la afirmación realizada, haciendo énfasis en el tipo de instrumentos empleados (estadísticas) por la entidad. El propósito es evidenciar el uso de las matemáticas para establecer dichas inferencias.

TIEMPO: 30 MINUTOS

<p>Proyecto de síntesis</p>	<p>Se conformarán equipos de trabajo de tres estudiantes y se les propondrá responder a la siguiente pregunta:</p> <p>¿Consideras que la información dada es veraz con la realidad?</p> <p>Para tal fin, se les realizarán las siguientes indicaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Con tu equipo de trabajo, analiza y discute si la información dada por el artículo (fundamentada en el análisis realizado por el DANE) está acorde con la realidad de nuestro país y particularmente con la realidad de la localidad de Usme. ✓ Cada equipo de trabajo debe elaborar dos presupuestos, uno indicando los recursos que pueden ser suplidos con \$258000 por una persona, y otro indicando el valor mínimo con el cual una persona puede cubrir los gastos de los recursos básicos, en lo posible en el contexto de la localidad de Usme. ✓ Cada equipo expondrá sus presupuestos a sus compañeros, luego en general, se concluirá la coherencia de lo afirmado por el DANE con relación a la realidad, empleando 	<p>Plantear a los estudiantes un escenario que les permita establecer una postura crítica y reflexiva argumentando sus afirmaciones desde el conocimiento matemático que posee.</p>	<p>Actividades realizadas por los estudiantes</p>
-----------------------------	--	---	---

argumentos fundamentados en las matemáticas (estadística).

TIEMPO: 40 MINUTOS

Finalmente, luego de escuchar a los grupos de trabajo, se establecerán las conclusiones de lo realizado en clase, y se cerrara la sesión abordando la siguiente pregunta:

¿Qué nuevas preguntas te surgen?

TIEMPO: 10 MINUTOS

Fuente: Elaboración propia

El grupo de investigadores se reúne nuevamente para realizar el análisis de lo ocurrido en la implementación con base en las evidencias recolectadas por la docente investigadora, para tal efecto, se lleva a cabo una escalera de retroalimentación destacándose los siguientes aspectos expuestos en la figura 30:

Figura 30

Escalera de retroalimentación – Ciclo LS 4

<p>Aclarar</p> <p>¿Los estudiantes han desarrollado actividades similares en clases anteriores? ¿Ya habían desarrollado la rutina veo – pienso – me pregunto? ¿Han desarrollado alguna otra rutina? ¿El tema propuesto surgió de los mismos estudiantes?</p> <p>Valorar</p> <p>Se observa una planeación detallada, organizada y se revela un interés por preparar las actividades que propone para sus estudiantes.</p> <p>La docente investigadora es clara con las instrucciones que da a los estudiantes, les comunica el propósito de la clase y lo que espera alcanzar (metas de comprensión).</p> <p>Inquietudes</p> <p>Los estudiantes no tienen una cultura participativa en la clase, la docente investigadora debe estar constantemente preguntando y dando pistas para que participen y lleguen a los aspectos que ella espera. Existe algún tipo de interés por la situación propuesta, sin embargo, pareciese que no logra involucrarlos profundamente.</p> <p>Sugerencias</p> <p>Para potenciar la actividad, la docente investigadora podría proponer a los estudiantes documentarse sobre el tema antes del desarrollo de la clase, de tal manera que sus contribuciones sean más certeras y sus conexiones más profundas.</p>

Fuente: Elaboración propia

Con base en las contribuciones de los docentes investigadores del grupo, se realiza un análisis a la luz teórica establecida en la planeación de la LS consolidando en la siguiente matriz (ver tabla 9).

Tabla 9

Análisis de implementación – Ciclo LS 4

ELEMENTOS DE ANÁLISIS	EVIDENCIA QUE LO SOPORTA	INTERPRETACIÓN TEÓRICA
<p><u>ROL DEL PROFESOR</u> En el momento en el que los estudiantes tienen poca participación o no comprenden la actividad, la docente investigadora por medio de preguntas orientadoras los conducía a reflexionar y pensar sobre la situación propuesta. De esta manera, los estudiantes no perdían el interés y la motivación por el desarrollo de la actividad.</p>	<p>P: ¿Qué otra cosa podemos pensar de la imagen? [<i>Al no obtener una respuesta P vuelve a preguntar</i>] P: ¿Qué más nos puede decir esta imagen? E5: Que hay desigualdad P: Hay desigualdad... Pero hay algo que el gobierno afirma ¿Qué es lo que el gobierno afirma en este caso? Si observan en la parte de arriba la frase que está ¿Qué dice acá? [<i>Señalando en la parte superior de la caricatura</i>] [<i>Varios estudiantes leen en voz alta lo que allí dice la imagen</i>] P: Que el gobierno afirma que disminuyo la pobreza, la indigencia y la desigualdad. Sin embargo, la caricatura ¿qué nos muestra?... Que hay algo que no cuadra entre lo que dice el gobierno y una realidad que se está expresando ahí.</p>	<p>El papel del profesor en el aula de clases debe procurar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ayudar a los estudiantes a que acepten los retos de resolver problemas: Hay que tener en cuenta que un problema es problema hasta que el estudiante muestra algún interés por resolverlo. • Construir una atmósfera que le dé confianza al estudiante para atacar problemas no rutinarios y no sentirse mal al enfrentarse a alguna dificultad durante el proceso de solución. • Permitir (y motivar) que los estudiantes seleccionen e implementen sus propios caminos de solución y proporcionarles ayuda cuando ésta sea necesaria (Santos Trigo, 2014)
<p><u>COMUNICACIÓN (PROFESOR-ESTUDIANTE)</u> La docente investigadora en su interacción con los estudiantes maneja un lenguaje apropiado con los</p>	<p>P: ¿Ustedes creen que esta información salió de la nada? [<i>Los estudiantes responden al unísono NO</i>] P: Ellos (refiriéndose al DANE) habrán tenido que realizar su estudio. ¡Niños! (llamando la atención a los estudiantes dispersos), ellos hicieron su estudio, recogieron la información que recolectaron</p>	<p>Martínez-Otero (2004) propone de un modelo multidimensional para caracterizar el discurso educativo, centrando su atención en el profesor.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Instructiva: Considera todos los aspectos

estudiantes, no emplea términos muy elaborados ni técnicos en sus respuestas a los cuestionamientos realizados por los estudiantes, de igual manera, es clara con sus afirmaciones e instrucciones demostrando dominio sobre los contenidos abordados, maneja un tono adecuado e involucra la realidad y el entorno en el cual se encuentran los estudiantes.

entre el 2017 y el 2018 hicieron sus análisis. ¿Se les hace familiar estas barras?

[*Estudiantes responden al unísono SI*]

E6: Gráfico de barras

P: Gráficos de barras. Aquí comparan lo que sucedió entre el 2017 y el 2018. Aquí hacen una descripción breve de como arrancaron el estudio. Aquí utilizaron otra gráfica, donde explican lo que ganan los colombianos, fíjense que la mayoría ganan menos de 600 mil pesos, fíjense de aquí para allá hay más poquitos y entre más ganan más poquitos van a ser. Entonces ellos tienen su argumento estadístico ¿Qué vamos a hacer nosotros? Construir un argumento desde nuestra realidad. Listo. O sea, vamos a decir, mire DANE eso que usted dice ahí que lo sustenta desde sus estudios en nuestra realidad no es tan cierto.

Entonces nos vamos a organizar en grupos de tres personas y en cada grupo va a haber una actividad que me entregaran a las 2 de la tarde.

[*La profesora entrega la actividad a cada uno de los grupos de estudiantes*]

relacionados con el dominio del profesor sobre la asignatura y su forma de transmitir los conocimientos. De ésta se analizará específicamente, el rigor en las explicaciones dadas a los estudiantes y la claridad de los conceptos por parte del profesor.

- **Afectiva:** Se fundamenta en las funciones expresivas del lenguaje empleado por el profesor. Al respecto se considerarán las expresiones de estímulo brindadas a los estudiantes.
- **Motivacional:** Contempla todas las acciones por parte del profesor que propenden en un aprendizaje significativo en los estudiantes. Puntualmente, se planteará el manejo del tono de voz como estrategia estimulante en el discurso.
- **Social:** Aborda aquellos aspectos del discurso del profesor que favorecen el desarrollo personal y social del que aprende. Particularmente, de esta categoría se analizará la consideración en el discurso de la

realidad inmediata en la que se encuentran los estudiantes.

ALCANCE DE LAS METAS DE COMPRENSIÓN PROPUESTAS PARA LA CLASE

Luego de realizadas las actividades, los estudiantes dan cuenta del alcance de las metas de contenido y propósito. Para ellos fue difícil pasar de las opiniones a las afirmaciones argumentadas desde la matemática y en particular desde el análisis estadístico. Por tanto, hizo falta considerar por parte de la docente investigadora desempeños que permitieran evidenciar la importancia de dar dichos argumentos y no solo porque la clase lo demandará.

Es de importancia democrática tanto para el individuo como para la sociedad como un todo, que a cualquier ciudadano se le suministren los instrumentos para comprender el papel de las matemáticas. Cualquiera que no posea tales instrumentos se vuelve una "víctima" de los procesos sociales en los que las matemáticas es una componente. Así, el propósito de la educación matemática debe ser capacitar a los estudiantes para darse cuenta, comprender, juzgar, utilizar y también ejecutar las aplicaciones de las matemáticas en la sociedad, en particular en situaciones significativas para su vida privada, social y profesional. (Skovsmose, 1999)

COLEGIO DISTRITAL PAULO FREIRE
Contribuyendo a la educación con responsabilidad, justicia y sentido social
 Primer Infancia y Educación Media Integral
 AREA DE MATEMÁTICAS

Asignatura: ESTADÍSTICA	Grado: NOVENO	Periodo: II - 2019	Valoración
Integrantes del Equipo de Trabajo: David Raya Nave Santoso Vargas Salgado	Grupo: 902		
Docente: MILENA RODRIGUEZ	Jornada: TARDE		

LA REALIDAD DE LA POBREZA EN LA LOCALIDAD DE USME

- Con tu equipo de trabajo, analiza y discute si la información dada por el artículo (fundamentada en el análisis realizado por el DANE) está acorde con la realidad de nuestro país y particularmente con la realidad de la localidad de Usme.
- Cada equipo de trabajo debe elaborar dos presupuestos, uno indicando los recursos que pueden ser suplidos con \$25000 por una persona, y otro indicando el valor mínimo con el cual una persona puede cubrir los gastos de los recursos básicos, en lo posible en el contexto de la localidad de Usme.
- Cada equipo expondrá sus presupuestos a sus compañeros, luego en general, se concluirá la coherencia de lo afirmado por el DANE con relación a la realidad, empleando argumentos fundamentados en las matemáticas (estadística).

Solución

1o) No está acorde, por que ese presupuesto no se adapta a los gastos de una persona, \$25.000 pesos diarios a una persona de nuestra localidad es insuficiente para subsistir a nivel social.

<p>2o) \$ 250.000</p> <p>Transporte: Bus → 95.200 Taxis → 224.400</p> <p>Alimentación: 16 arroz → \$1.000 Papa → \$1.000 Plátano → \$1.000 Avena + Frijoles → \$1.200 x 2000 = \$2.000 \$ 300.000</p>	<p>Gastos: Nueva Loja - Codensa → \$15.000 Asana + Secadero → \$30.000 Gas + Natural → \$15.000 \$ 60.000</p> <p>Tarjetas → \$129.400 Alimentación → \$100.000 Servicios → \$60.000 \$ 299.400</p>
---	--

COLEGIO DISTRITAL PAULO FREIRE
Contribuyendo a la educación con responsabilidad, justicia y sentido social
 Primer Infancia y Educación Media Integral
 AREA DE MATEMÁTICAS

Asignatura: ESTADÍSTICA	Grado: NOVENO	Periodo: II - 2019	Valoración
Integrantes del Equipo de Trabajo: Mauricio Cepedes Javier Lopez Marrison Banilla	Grupo: 932		
Docente: MILENA RODRIGUEZ	Jornada: TARDE		

LA REALIDAD DE LA POBREZA EN LA LOCALIDAD DE USME

- Con tu equipo de trabajo, analiza y discute si la información dada por el artículo (fundamentada en el análisis realizado por el DANE) está acorde con la realidad de nuestro país y particularmente con la realidad de la localidad de Usme.
- Cada equipo de trabajo debe elaborar dos presupuestos, uno indicando los recursos que pueden ser suplidos con \$25000 por una persona, y otro indicando el valor mínimo con el cual una persona puede cubrir los gastos de los recursos básicos, en lo posible en el contexto de la localidad de Usme.
- Cada equipo expondrá sus presupuestos a sus compañeros, luego en general, se concluirá la coherencia de lo afirmado por el DANE con relación a la realidad, empleando argumentos fundamentados en las matemáticas (estadística).

Solución

1) A los que no tienen ningún ingreso a los que no tienen el dinero para pagar sus presupuestos y gastos requeridos a su vida diaria, a demás que el congreso es el de parlamento Administrativo Nacional de Estadística, no me confío o no confío conforme por que dicha información no se respalda con nuestra realidad.

2)

<p>Mensualidad → 100 Vivienda → 50.000 Servicios → 70.000 Transporte → 42.000 Ropa → 48.000 Comida → 50.000 Otros → 32.000</p>	<p>Vivienda → 110.000 Servicios → 30.000 Transporte → 72.000 Ropa → 90.000 Comida → 100.000 Otros → 100.000</p>
--	---

3)

HABILIDADES Y CAPACIDADES DEL PENSAMIENTO CRÍTICO

La docente investigadora propone un ambiente adecuado para el uso tanto las habilidades como de las capacidades acordadas en el grupo investigador, sin embargo, al no estar familiarizados los estudiantes con actividades para el desarrollo del pensamiento crítico se evidencia que estos no cuentan con los elementos para desenvolverse en este tipo de situaciones, por tanto, se debe procurar la creación de ambientes que conduzcan a los estudiantes paulatinamente desarrollar dichas habilidades y capacidades.

COLEGIO DISTRITAL PAULO FREIRE Construyendo una educación con responsabilidad, libertad y sentido social Primer Infancia y Educación Media Integral ÁREA DE MATEMÁTICAS					
Asignatura:	ESTADÍSTICA	Grado:	NOVENO	Periodo:	II - 2019
Integrantes del Equipo de Trabajo:	Juan Melano Sirena Guerra Gonzalo Echeburu	Grupo:	902	Valoración	
Docente:	MILENA RODRIGUEZ	Jornada:	TARDE		

LA REALIDAD DE LA POBREZA EN LA LOCALIDAD DE USME

- Con tu equipo de trabajo, analiza y discute si la información dada por el artículo (fundamentada en el análisis realizado por el DANE) está acorde con la realidad de nuestro país y particularmente con la realidad de la localidad de Usme.
- Cada equipo de trabajo debe elaborar dos presupuestos, uno indicando los recursos que pueden ser suplidos con \$258000 por una persona, y otro indicando el valor mínimo con el cual una persona puede cubrir los gastos de los recursos básicos, en lo posible en el contexto de la localidad de Usme.
- Cada equipo expondrá sus presupuestos a sus compañeros, luego en general, se concluirá la coherencia de lo afirmado por el DANE con relación a la realidad, empleando argumentos fundamentados en las matemáticas (estadística).

Solución

1) Creo que no concuerda ya que en la localidad se ve mucho los ventas ambulantes y Indigentes, entonces los estadísticos del DANE no concuerda con la realidad de nuestra localidad, ya que cada persona tiene gastos mayores a 258.000

2) Arrendo = 100.000
Comida = 100.000
Servicios = 58.000

Arrendo = 200.000
Comida = 250.000
Ropa = 100.000
Servicios = 80.000
Transporte = 150.000
Vestido = 180.000
Total = 960.000
*Neces. Inpresutos del día a día.

COLEGIO DISTRITAL PAULO FREIRE Construyendo una educación con responsabilidad, libertad y sentido social Primer Infancia y Educación Media Integral ÁREA DE MATEMÁTICAS					
Asignatura:	ESTADÍSTICA	Grado:	NOVENO	Periodo:	II - 2019
Integrantes del Equipo de Trabajo:	Yenny Verónica Sánchez Amanda Serrano Jorge Luis Vazquez	Grupo:	9231	Valoración	
Docente:	MILENA RODRIGUEZ	Jornada:	TARDE		

LA REALIDAD DE LA POBREZA EN LA LOCALIDAD DE USME

- Con tu equipo de trabajo, analiza y discute si la información dada por el artículo (fundamentada en el análisis realizado por el DANE) está acorde con la realidad de nuestro país y particularmente con la realidad de la localidad de Usme.
- Cada equipo de trabajo debe elaborar dos presupuestos, uno indicando los recursos que pueden ser suplidos con \$258000 por una persona, y otro indicando el valor mínimo con el cual una persona puede cubrir los gastos de los recursos básicos, en lo posible en el contexto de la localidad de Usme.
- Cada equipo expondrá sus presupuestos a sus compañeros, luego en general, se concluirá la coherencia de lo afirmado por el DANE con relación a la realidad, empleando argumentos fundamentados en las matemáticas (estadística).

Solución

1) nosotros pensamos que el DANE no creio bien la cantidad de muchas personas es imposible que una persona con esa cantidad de dinero se sostenga a si sola con alimentación en un solo mes en Colombia

2) 258000

* Para 2 pasajes de transporte diarios
* y pan y gaseosa diarias
* no alcanza ni para 10 días - servicios, comida y no alcanza ni para un mes

EL MINIMO 816000

Alcanta para un alimento de 20000 pesos con un total de 2 millones 800000 2000000 en mercado y lo que queda con parte transporte y vestimenta

Probablemente exista una gran cantidad de personas que tienen estas habilidades, pero no las utilizan. No se puede decir que alguien es un buen pensador crítico sólo por tener esas habilidades cognitivas; sin embargo, sólo hace falta que encuentre motivos para aprovecharlas. Cuando las personas tienen en mente propósitos y quieren saber cómo los puede alcanzar, lo más probable es que quieran saber qué es verdadero y qué no, qué creer y qué rechazar, por lo que las habilidades de pensamiento crítico son muy necesarias.

Los alumnos pueden aprender mejor en un ambiente de clase donde sus contribuciones sean valoradas. Tanto el tipo de preguntas que se realicen, como la manera en que se formulen las preguntas y las respuestas dadas afectan la autoestima y la participación del estudiante. Por eso, los profesores deben proporcionar experiencias que permitan a todos sus alumnos desarrollar estrategias de indagación y solución de problemas de forma experta, en un clima de seguridad que permita perfeccionar el pensamiento complejo. Para ello, es necesario

COLEGIO DISTRITAL PAULO FREIRE Comunidad Educativa en Responsabilidad, Igualdad y Aprendizaje Primer Nivel y Educación Media Integral ÁREA DE MATEMÁTICAS			
Asignatura:	ESTADÍSTICA	Grado:	NOVENO
Integrantes del Equipo de Trabajo:	Nicolás Amicono Fancy Espitia	Grupo:	402
Docente:	MILENA RODRÍGUEZ	Jornada:	TARDE

II - 2019

Valoración

LA REALIDAD DE LA POBREZA EN LA LOCALIDAD DE USME

- Con tu equipo de trabajo, analiza y discute si la información dada por el artículo (fundamentada en el análisis realizado por el DANE) está acorde con la realidad de nuestro país y particularmente con la realidad de la localidad de Usme.
- Cada equipo de trabajo debe elaborar dos presupuestos, uno indicando los recursos que pueden ser suplidos con \$258000 por una persona, y otro indicando el valor mínimo con el cual una persona puede cubrir los gastos de los recursos básicos, en lo posible en el contexto de la localidad de Usme.
- Cada equipo expondrá sus presupuestos a sus compañeros, luego en general, se concluirá la coherencia de lo afirmado por el DANE con relación a la realidad, empleando argumentos fundamentados en las matemáticas (estadística).

1) No está acorde ya que en nuestra localidad de Usme
Un poco la pobreza, y con solo 258.000\$ como
Dice el DANE a veces de una persona no le alcanzan
los gastos, y tiene que buscar otros ingresos de
dinero. Esa estadística solo sufre la necesidad
de una persona solo.

2)

- Alimento: 700.000	- Alimento: 700.000	- Alimento: 700.000	- Alimento: 700.000
- Comida: 100.000	- Comida: 100.000	- Comida: 100.000	- Comida: 100.000
- Servicios: 58.000	- Servicios: 58.000	- Servicios: 58.000	- Servicios: 58.000
Total: 258.000	Total: 258.000	Total: 258.000	Total: 258.000

- Alimento: 700.000	- Alimento: 700.000	- Alimento: 700.000	- Alimento: 700.000
- Comida: 100.000	- Comida: 100.000	- Comida: 100.000	- Comida: 100.000
- Servicios: 58.000	- Servicios: 58.000	- Servicios: 58.000	- Servicios: 58.000
Total: 258.000	Total: 258.000	Total: 258.000	Total: 258.000

conocer los elementos requeridos para realizar buenas preguntas, y reconocer los diferentes tipos de preguntas que se pueden elaborar. (López, 2012)

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, la docente investigadora ha encontrado los siguientes cambios relacionados con las acciones constitutivas de su práctica de enseñanza tomando como referencia los ciclos de reflexión realizados anteriormente:

- La planeación se ha convertido en un escenario de anticipación y de toma de decisiones, que se piensa desde lo que se espera que los estudiantes lleguen a comprender. Esto permite el diseño de desempeños que tengan propósitos específicos que se orienten al alcance de las metas propuestas.
- Un aspecto fundamental en cada planeación es la exploración de ideas y conocimientos previos de los estudiantes.
- Las rutinas de pensamiento se han convertido en una herramienta potente para hacer visible los pensamientos de los estudiantes.
- El desarrollo de algoritmos y procedimientos ha dejado de ser el centro de las clases, se han involucrado otros procesos básicos de las matemáticas escolares como lo son la resolución

de problemas, la comunicación, el razonamiento, la modelación y la gestión de representaciones semióticas.

- El trabajo de los estudiantes ha pasado de ser individual a el trabajo en grupo.

A partir de las anteriores reflexiones, la docente investigadora ha formulado el siguiente plan de mejoramiento en diferentes tipos de aspectos sobre su práctica de enseñanza en aras de consolidar sus fortalezas y realizar cambios en los aspectos menos favorecedores:

- La situación planteada debe permitir que los estudiantes pregunten, indaguen, realicen conjeturas, recolecten y validen información, con el propósito de llegar a solucionar el problema, en particular, que empleen el conocimiento matemático que poseen en la construcción de argumentos que le den validez a determinada información o afirmación.
- Es necesario para que la resolución de problemas sea potente en el aula que los estudiantes realicen trabajo colaborativo, donde cada integrante del grupo de trabajo tenga un rol determinado, ya que, hasta el momento el trabajo ha sido propuesto en grupo, pero no se les ha llevado a trabajar en colaboración aprovechando las capacidades individuales.
- Se debe procurar que los estudiantes también puedan formular nuevos problemas, con el propósito de involucrarlos significativamente en el desarrollo de su propio aprendizaje.
- Se debe abordar en el aula diferentes tipos de actividades que generen paulatinamente en los estudiantes las habilidades y capacidades asociadas para el desarrollo del pensamiento crítico.
- Durante los últimos ciclos, no ha sido evidente el proceso de evaluación de los aprendizajes, por tanto, para los siguientes se debe hacer un mayor énfasis desde la planeación de este aspecto fundamental.
- Es importante que los estudiantes conozcan los aspectos que van a ser valorados y como se va a generar dicha valoración de los aprendizajes con el propósito de que sean conscientes de los que se espera de ellos en el desarrollo de las actividades propuestas.

Capítulo 6. Hallazgos e interpretación de datos

En el presente capítulo se exponen los hallazgos de cada una de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza de la docente investigadora en el transcurso de los ciclos de reflexión desarrollados y la interpretación de estos por medio de la triangulación de los datos recolectados y diversos referentes teóricos, con el propósito de generar comprensión del objeto de estudio de la investigación.

Planeación

De acuerdo con los antecedentes de la práctica de enseñanza de la docente investigadora, la planeación se reducía al diligenciamiento de formatos institucionales que esbozaban a grandes rasgos, los contenidos a exponer magistralmente a los estudiantes, seguido de la presentación de ejemplos, para posteriormente aplicar una guía de trabajo donde los estudiantes seguían los procedimientos enseñados por la docente.

Peralta (2016) afirma que la planeación no se debe desarrollar simplemente como una actividad técnica restringida a diligenciar formatos, sino que debe convertirse en propósitos educativos que son el resultado del análisis de diferentes elementos, entre los que resaltan componentes del contexto como la cultura, las condiciones socioeconómicas del entorno, donde los estudiantes emplean las habilidades cognitivas y aprendizajes previos que han construido en etapas anteriores, bien sea escolares o de desarrollo.

En ese orden de ideas, luego de establecer el contexto en el cual se desarrolla la práctica de enseñanza de la docente investigadora y desde el primer ciclo de reflexión la planeación estuvo en constante fortalecimiento teórico y práctico, en la búsqueda de estrategias que permitieran cumplir con su intención, organizar la intervención de forma sistemática, reflexiva, crítica y acorde con las necesidades del aula en la cual se genera el aprendizaje (Esquivel, 2017).

Estructura de la planeación

Para el primer ejercicio profesional de planeación se acogió el análisis didáctico de Gómez (2014) y algunos elementos de la EpC como lo son las metas de comprensión. Después de establecidos los objetivos de aprendizaje, la planeación entonces consistió en un documento elaborado detallando diferentes tipos de análisis como: los conceptos y procedimientos asociados, manejo de representaciones semióticas, fenómenos asociados al concepto objetivo y relación con los estándares curriculares y competencias. Posteriormente, con base a estos, plantear la secuencia didáctica considerando aspectos como los recursos, la metodología y la evaluación.

Esta organización, es coherente con lo propuesto por Esquivel (2017) que asevera que la planeación estructurada permite explorar las estrategias y elementos didácticos y pedagógicos que el docente empleará para favorecer los aprendizajes de cada estudiante. Asimismo, prever los recursos que utilizará en las clases, diseñar la evaluación y dilucidar el fundamento teórico que sustentará las actividades propuestas.

Sin embargo, la estructura del análisis didáctico de Gómez (2014) era muy densa de llevar cabo en la realidad del contexto docente, en cuanto a su extensión y por ende al tiempo empleado para su construcción, en particular, teniendo en cuenta la cantidad de grupos de estudiantes y número de asignaturas, fue difícil su apropiación en la cotidianidad de la práctica de enseñanza de la docente investigadora.

Por tal razón, construir una herramienta estructurada que permitiera realizar la planeación de manera práctica sin perder el carácter profesional fue fundamental para la transformación de esta acción constitutiva en la realidad de la docente investigadora.

De esta manera, se construye la rejilla de desempeños que consolida en una estructura los elementos fundamentales de la planeación. De acuerdo con Canquiz-Rincón et al. (2021) estos elementos corresponden a los objetivos de aprendizaje, las decisiones didácticas y pedagógicas tomadas por el docente concretadas en actividades y su manejo, estrategias,

recursos y contenidos, especificando el tiempo en el que se desarrollarán. De igual manera, se consideraron algunos aspectos de la EpC como las metas (objetivos de aprendizaje) y los desempeños de comprensión (actividad con un propósito específico).

Específicamente, la rejilla de desempeño describe cada una de las actividades propuestas destacando su propósito hacia el cumplimiento de las metas de comprensión declaradas para las sesiones de clase y su descripción puntual de desarrollo indicando los recursos y materiales necesarios y el tiempo de ejecución.

Con el pasar de los ciclos, esta estructura se consolidó y fortaleció el ejercicio de planeación como una acción organizada y sistemática que orientó el trabajo en el aula de la docente investigadora.

Planeación didáctica

Más allá de los aspectos de forma, la planeación es una acción anticipativa que estructura el rumbo por el cual el docente encaminará el escenario de aprendizaje de sus estudiantes. Por lo tanto, es necesario tomar decisiones pertinentes para la actuación docente, que considere entre otros aspectos, las necesidades de los estudiantes, los objetivos previstos y los medios necesarios, atendiendo a las demandas y exigencias de la sociedad, y el marco educativo legal (Esquivel, 2017).

La organización de ideas en término de actividades que permiten desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje con sentido, significado y continuidad, consolidando en un modelo que facilite al docente enfrentar su práctica de forma ordenada y congruente, es lo que Peralta (2016) entiende como *planeación didáctica*.

Adicionalmente, la *planeación didáctica* se refiere al estudio de los criterios elementales de la planeación y cómo los docentes realizan actividades relacionadas con este proceso, tales como el diagnóstico de necesidades de aprendizaje de los estudiantes, la selección y organización de contenidos y el diseño de estrategias generales de trabajo. Por consiguiente, la *planeación didáctica* es considerada un instrumento que permite estructurar en el ejercicio de

intervención aquellas actividades que faciliten el mejoramiento de la actuación en las aulas como resultado de un conocimiento y dominio amplio de los contenidos de enseñanza. Es fundamental, puesto que mediante ésta se presentan de manera específica las actividades y estrategias metodológicas que se desarrollaran en el aula en tiempos específicos, con el propósito de alcanzar de forma consciente y organizada, los propósitos de aprendizaje deseados en la formación. En otras palabras, la *planeación didáctica* se convierte en un componente de orientación de los procesos de enseñanza y aprendizaje (García y Valencia-Martínez, 2014).

En coherencia con lo anterior, la docente investigadora en el avance de cada uno de los ciclos de reflexión comprendió que para diseñar espacios propicios para el aprendizaje de los estudiantes era necesario considerar aspectos como el contexto, el planteamiento de metas claras, actividades enfocadas al cumplimiento de propósitos específicos orientados al cumplimiento de metas, recursos, acciones de evaluación y retroalimentación de los aprendizajes, aplicando todo su conocimiento disciplinar y pedagógico, sin de dejar de lado lo establecido a nivel normativo desde el MEN. Por otra parte, estos aspectos se han consolidado y fortalecido a través de la reflexión constante derivada del proceso investigativo, direccionando al mejoramiento profesional de la docente investigadora.

Materiales y recursos

Arrieta (1998) afirma que “el aprendizaje es mucho más eficaz cuando el alumno está activo que cuando es un mero receptor de la enseñanza del profesor” (p.110). Desde esta perspectiva, los recursos y materiales se convierten en instrumentos y medios que dan pautas y criterios al docente para la toma de decisiones, tanto en la planeación como en la intervención directa en el proceso de enseñanza (Zabala, 1990), además del papel que juega el estudiante en el proceso de aprendizaje.

Carretero et al. (como se citó en Flores et al., 2011) define como *recurso* cualquier material no necesariamente diseñado para el aprendizaje de un contenido o procedimiento, que el docente decide usar en el aula para la enseñanza. De la misma forma, establece que los

materiales se diferencian de los recursos porque por lo menos de manera inicial se diseñan con propósitos educativos. En muchas ocasiones el material elaborado trasciende de la intención de uso original y permite diversas aplicaciones, es por esto por lo que hay una diferencia sustancial entre qué es un material y lo que es un recurso.

Sin embargo, indistintamente su caracterización los materiales y recursos sirven de apoyo para que los estudiantes actúen de manera práctica frente a las diversas tareas propuestas por el profesor (Flores et al., 2011).

Se podría decir desde una perspectiva didáctica que recurso es una forma de actuar, en otras palabras, la capacidad de decidir sobre el tipo de estrategia que se va a emplear en los procesos de enseñanza-aprendizaje, por lo tanto, es una característica propia de la acción del docente (Herrero, 2004).

La experiencia muestra que el uso de recursos y materiales favorece la comprensión e incluso la comunicación porque facilita describir ideas desde lo tangible, permite la visualización (proceso de formación de imágenes mentales o materiales) que es clave en la comprensión de conceptos y beneficia la motivación y la actitud positiva hacia el aprendizaje, siendo su uso el punto de partida para la construcción del conocimiento (Arrieta, 1998).

Bajo estas consideraciones y teniendo en cuenta que la docente investigadora al inicio del proceso investigativo solo empleaba el tablero y guía como recursos para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, se evidencio un cambio en el desarrollo de los ciclos de reflexión, desde la planeación se declaraban los recursos y materiales necesarios para el desarrollo de los desempeños, algunos recursos fueron fuentes de información como la prensa, caricaturas, fuentes de datos, elaboración de carteleras y materiales como presentaciones interactivas. Como resultado, los estudiantes enfrentaron escenarios diferentes para interactuar con los conocimientos, siendo ellos los protagonistas en su proceso de aprendizaje.

Trabajo entre pares

Para Duran (2001), el trabajo cooperativo o el cooperar “consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes” (p.73). Es una opción de educativa que requiere dejar de lado la enseñanza habitual competitiva, para dar paso a una estrategia que promueva el involucramiento de todos los estudiantes en tareas de aprendizaje, brindando oportunidades en especial a aquellos estudiantes con necesidades educativas especiales o aquellos excluidos por su conducta (Maldonado, 2019)

La cooperación es una metodología que busca ventajas de las diferencias existentes entre los estudiantes, con el propósito de que cada uno de ellos aprenda de los demás y se sienta responsable tanto de su aprendizaje como el de sus compañeros (Duran, 2001).

Según Rueda (como se citó en Mora y Guerrero, 2007), las prácticas colaborativas deben basarse a la implicación y el compromiso de los estudiantes, como responsables de su proceso de aprendizaje, para que la experiencia sea efectiva y significativa. Alcanzando este fin, no solo será eficaz en la tarea colaborativa, sino que a su vez se promoverá la interacción entre individuos, hecho que fortalece los vínculos de pertenencia a un grupo.

En congruencia, el papel del docente consiste en orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje sin imponer el conocimiento con un aspecto alejado de la realidad social y académica de la cual los estudiantes forman parte, por tanto, las clases encaminadas bajo el trabajo colaborativo logran que el desempeño docente sea menos transmisivo y se fundamente en la aceptación de los estudiantes como personas activas, que conducidas por sus docentes adquieren capacidades para la búsqueda de información, el conocimiento de contenidos y la resolución de situaciones contextualizadas (Ramírez y Rojas 2014).

Considerando lo anterior, desde el primer ciclo de reflexión la docente investigadora incursionó en sus planeaciones con actividades que involucraban el trabajo colaborativo entre estudiantes, bien fuera en la reunión o contraste de ideas, construcción de alternativas de solución a un problema planteado o la elaboración de un concepto, entre otras. Cada vez que se

realizó la implementación de esta estrategia de trabajo, fue visible el impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes de acuerdo con sus producciones. Esto contrastó con el trabajo propuesto por la docente en el momento inicial de la investigación, considerando que su puesta en el aula privilegiaba el trabajo individual, competitivo y tradicional de los estudiantes. De esta manera, el trabajo colaborativo se convirtió en un aspecto fundamental para el planteamiento e implementación de actividades en aula de clase de la docente investigadora.

Implementación

Las sesiones de clase en el momento inicial de la práctica de la docente investigadora privilegiaban la presentación magistral de los contenidos, donde la mayor parte del tiempo estaba destinado para su discurso. El estudiante no era un protagonista activo en los encuentros en el aula, su papel se reducía al desarrollo de guías de ejercicios que se fundamentaban en lo enseñando. Sin embargo, fruto de los seminarios de la maestría y el trabajo colaborativo del grupo investigador se formularon cambios profundos en este panorama, generándose nuevas comprensiones sobre el actuar del docente en el aula de clase. A continuación, se presentan los hallazgos relacionados con esta acción constitutiva de la práctica de enseñanza.

Comunicación

El propósito fundamental de las acciones que el docente ejerce en el aula de clase es que los estudiantes alcancen la comprensión sobre los objetos que conforman su asignatura, para lo cual, hace uso de todo su conocimiento disciplinar, didáctico y pedagógico para orientar su práctica de enseñanza, sin embargo, pocas veces es consciente de cómo se propicia la comunicación en su puesta en escena en clase y por ende no da cuenta de cómo esta incide en el aprendizaje de los estudiantes.

Considerando este panorama, es fundamental poner sobre la mesa el análisis sobre el papel de las acciones comunicativas en el proceso de enseñanza - aprendizaje, y como estas contribuyen en el mejoramiento de la calidad educativa. Por tanto, se hace necesario particularizar este concepto, entendiéndolo como todas las interacciones que se gestan entre

dos o más individuos con capacidad de emplear un lenguaje y acciones comunes, orientadas a alcanzar la comprensión mutua y logrando establecer acuerdos entre los participantes, dichas interacciones pueden ser verbales o no verbales (Rodríguez, 2013). Es aquí, donde la acción comunicativa no se da de forma horizontal, pues, se necesita al otro para que se dé una transacción de significados, y de aspectos fundamentales como lo son la validez y la veracidad que se deben generar entre los interlocutores (Habermas, 1994).

Bajo esta perspectiva, es importante establecer de qué manera se va a reflexionar sobre las acciones comunicativas inherentes al aula con el propósito de inferir acerca del impacto que estas propenden en el aprendizaje de los estudiantes. Al respecto, Martínez-Otero (2004) propone de un modelo pentadimensional para caracterizar el discurso educativo, centrando su atención en el profesor, del cual, para efectos del presente análisis sobre las acciones comunicativas de la docente investigadora, se emplearán cuatro dimensiones:

- **Instructiva:** Considera todos los aspectos relacionados con el dominio del profesor sobre la asignatura y su forma de transmitir los conocimientos. De ésta se analizará específicamente, el rigor en las explicaciones dadas a los estudiantes y la claridad de los conceptos por parte del profesor.
- **Afectiva:** Se fundamenta en las funciones expresivas del lenguaje empleado por el profesor. Al respecto se considerarán las expresiones de estímulo brindadas a los estudiantes.
- **Motivacional:** Contempla todas las acciones por parte del profesor que propenden en un aprendizaje significativo en los estudiantes. Puntualmente, se planteará el manejo del tono de voz como estrategia estimulante en el discurso.
- **Social:** Aborda aquellos aspectos del discurso del profesor que favorecen el desarrollo personal y social del que aprende. Particularmente, de esta categoría se analizará la consideración en el discurso de la realidad inmediata en la que se encuentran los estudiantes.

Las anteriores dimensiones dan cuenta de aspectos fundamentales en las acciones comunicativas puestas en marcha en el aula y aunque se centran en el profesor, de acuerdo con Martínez-Otero (2004) de la conjunción de estas dimensiones en su discurso y de las interacciones que se generen, así mismo se evidenciará en el tipo de estudiante que se formará.

Por otra parte, dichas acciones están enmarcadas en contextos sociales específicos y su propósito es siempre la comprensión y es el aula el mejor escenario para considerar la forma en la que estas se manifiestan, pues se debe propender por el diálogo y la comunicación interpersonal entre los actores del proceso educativo (Rodríguez, 2013).

Considerando la perspectiva teórica anteriormente descrita y de acuerdo con lo desarrollado en cada ciclo de reflexión por la docente investigadora, teniendo en cuenta la información recolectada en formato de video, se establecen los siguientes hallazgos:

- En la dimensión Instructiva, la docente demuestra el dominio tanto disciplinar como didáctico en el uso de un lenguaje claro y riguroso, lo que facilita que los estudiantes realicen conexiones con experiencias y conocimientos previos gracias a la realización de ejemplos y contextualizaciones de la situación problémica planteada, a su vez que logran apropiarse de los nuevos conceptos y expresiones.
- Al respecto de la dimensión afectiva la docente genera un ambiente de respeto que permite que los estudiantes puedan expresar sus ideas, es afectuosa en el tono y la forma en la cual se dirige a los estudiantes, los trata con respeto haciendo los respectivos llamados de atención desde la conciencia y el trabajo en clase.
- En la dimensión Motivacional, fue distintivo evidenciar que la docente no emplea las modulaciones de voz para captar la atención y mantener motivados a los estudiantes en el desarrollo de las actividades de clase, ya que mantiene un mismo tono durante todas sus intervenciones, generando espacios que propician la dispersión.

- Finalmente, en la categoría social la docente involucra la realidad en la que se encuentran los estudiantes para la puesta en escena de un concepto matemático, aborda aspectos que contribuyen al desarrollo personal y social como lo son las interacciones humanas, el trabajo colaborativo y la incidencia de las tecnologías en las relaciones sociales.

Los resultados del análisis realizado a la luz de los referentes teóricos escogidos corroboran la relación existente entre las acciones comunicativas en la enseñanza con el aprendizaje de los estudiantes, ya que es menester del profesor llevar propuestas al aula que promuevan la interacción entre todos los participantes e involucrar los aspectos pertenecientes a cada una de las dimensiones en su discurso. De la forma en como dicho discurso esté estructurado, dependerá las competencias que el estudiante desarrolle, su desempeño en el aula y las comprensiones a las que pueda llegar. Este tipo de análisis sobre las acciones comunicativas en el proceso de enseñanza - aprendizaje contribuyen al desarrollo del conocimiento pedagógico que el profesor debe considerar en su práctica de enseñanza, en la medida que este conocimiento se base en diversas experiencias y contextos variados, que permitan comprender las dinámicas que se gestan en la comunicación en el aula.

Gestión del aula

La gestión de aula abarca una serie de acciones de variada índole que permiten la construcción de un contexto apto para el aprendizaje. Estas acciones parten desde la organización de los contenidos y de la planeación, hasta el desarrollo de interacciones pacíficas y colaborativas entre los estudiantes (Montes y Gelves, 2020).

En la misma línea, Brophy (como se citó en Montes y Gelves, 2020) plantea que la gestión de aula envuelve todas aquellas acciones contribuyen a mantener un ambiente de aprendizaje donde se manifiestan elementos que potencian la construcción y organización de un ambiente físico del aula, estableciendo reglas y procedimientos que facilitan la atención de los estudiantes.

Un docente comprometido con su profesión no sólo tiene un fuerte conocimiento de los contenidos, sino que además cuenta con experiencia y conocimientos sobre que deben hacer

sus estudiantes para que aprendan y mejoren sus comprensiones. Planificar diversas actividades de enseñanza por medio de diferentes estrategias, gestionando el trabajo de aula, de manera que promueva aprendizaje significativo en todos sus estudiantes, es reconocer lo complejo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y el papel del docente como agente de cambio y oportunidad, y como un factor importante y diferenciador en las escuelas. Las características de los docentes a la hora de enseñar, su compromiso y expectativas, determina las características de su aula y su metodología (Fuentes, 2011).

Los cambios suscitados por la docente investigadora en el transcurso del proceso investigativo como los expuestos en los anteriores apartados, han impactado positivamente en la gestión de su aula. La diversidad de actividades, los metas de comprensión, los recursos y el trabajo colaborativo, han generado un ambiente que potencia las capacidades de los estudiantes frente a su aprendizaje. El cambio de rutinas monótonas, por estrategias participativas y colaborativas han promovido una mayor atención hacia los conocimientos y competencias matemáticas. Esto se evidencia desde la disposición del aula, que ha cambiado de la estructura tradicional a un espacio libre donde los estudiantes pueden interactuar entre si y con la docente.

Visualización de pensamiento

¿Qué significa la visualización del pensamiento? Esta se refiere a cualquier tipo de representación observable que pruebe y apoye el progreso de las ideas, preguntas, razones y reflexiones que desarrolla un individuo o grupo. Los mapas mentales, gráficos, diagramas y listas se considera como visualización del pensamiento, ya que revelan las ideas en desarrollo de los estudiantes conforme piensan sobre un tema (Tishman, y Palmer, 2005).

“Como educadores, podemos trabajar para lograr hacer el pensamiento mucho más visible de lo que suele ser en el aula. Cuando así lo hacemos, les estamos ofreciendo a los estudiantes más oportunidades desde dónde construir y aprender” (Perkins, 1997, p.1).

De igual manera, al respecto de la postura de los docentes que tienen como intención visibilizar el pensamiento de sus estudiantes Perkins (1997) afirma:

Los docentes que no esperan respuestas inmediatas, que hacen visible sus propias dudas, que toman el tiempo para pensar “qué tal si” o “qué tal si no” o “¿De qué otra manera podríamos hacer esto?” o “¿Cuál sería la posición contraria de esta situación?” muestran respeto por el proceso del pensamiento e implícitamente instan a los estudiantes a estar atentos a los problemas y oportunidades y pensar sobre ellos. (p.2)

Bajo estas consideraciones, una forma de promover el pensamiento visible facilitar diferentes oportunidades de pensamiento durante el aprendizaje de una asignatura. Es en este escenario, donde las rutinas de pensamiento son importantes. “Las rutinas de pensamiento son patrones sencillos de pensamiento que pueden ser utilizados una y otra vez, hasta convertirse en parte del aprendizaje de la asignatura misma” (Perkins, 1997, p.2)

Una característica propia de las rutinas de pensamiento es no solo piden a los estudiantes repetir hechos, en su lugar, les invitan a involucrarse activamente en un tema al solicitarles que piensen más allá de los hechos que conocen haciendo preguntas, sacando ventajas de sus conocimientos previos, considerando la veracidad de sus ideas y conectando de manera visible el conocimiento anterior con el nuevo (Tishman, y Palmer, 2005).

De este modo, “como investigadores y educadores podemos trabajar en las aulas para que el pensar sea mucho más visible de lo que usualmente es. Al hacerlo, les estamos dando a nuestros estudiantes más para construir sobre ello y aprender de ello” (Linck, 2013, p.2).

La docente investigadora en el desarrollo de los ciclos fue involucrando preguntas, actividades y rutinas que invitaban a los estudiantes a manifestar lo que pensaban respecto a los temas y situaciones propuestos en clase, buscando generar en ellos comprensiones de acuerdo con las metas establecidas. De igual manera, estas permitieron establecer contrastes entre sus conocimientos previos y los nuevos. A su vez, el ser conscientes de sus pensamientos les facilito valorar y evaluar el alcance de sus comprensiones y las de sus compañeros. Por otra parte, para la docente, el visibilizar el pensamiento de sus estudiantes, permitió una toma consiente de decisiones en la implantación de las clases de acuerdo con las necesidades que los estudiantes

fueron evidenciando. Las rutinas de pensamiento fueron emergiendo en algunos ciclos como una alternativa adecuada, sin embargo, es necesario que la docente profundice al respecto con el ánimo de sacar el mayor provecho de estas en pro de la construcción de conocimiento y comprensión de los estudiantes.

Evaluación

Al revisar lo realizado en el proceso investigativo, en particular sobre las acciones evaluativas del aprendizaje, fue evidente el poco énfasis que la docente investigadora ejerció al respecto. Sin embargo, dentro de los hallazgos relacionados con esta acción constitutiva de su práctica de enseñanza se destaca la implementación de las rúbricas de evaluación.

Rúbricas de evaluación

“Este concepto se ha utilizado en el ámbito educativo para designar a los instrumentos en los que se definen criterios y diferentes estándares que corresponden a niveles progresivos de ejecución de una tarea” (Gil, 2007).

De la misma manera, Cebrián (2007) define la rúbrica de evaluación como una herramienta legítima para el proceso de enseñanza-aprendizaje que contribuye a definir y describir a los estudiantes lo que espera el docente que aprendan, y expone de criterios sobre cómo va a ser valorado su accionar con ejemplos claros y puntuales, de tan forma, que el estudiante pueda observar sus avances en términos de competencias, para saber en cualquier momento qué le falta por alcanzar y qué ha logrado superar y cómo.

Por consiguiente, las rúbricas de evaluación se consolidan en una herramienta efectiva tanto para el profesor como para el estudiante. Al ser instrumentos de medición en los cuales se plantean criterios por niveles mediante la distribución en escalas que permiten establecer la calidad de la ejecución en unas actividades específicas (Vera, como se citó en Irlés et al., 2011).

“Por tanto, permiten al profesor especificar cuáles son las competencias que se han de alcanzar y con qué criterios se van a calificar. De esta manera el estudiante puede regular su propio aprendizaje y participar en su propia evaluación” (Irlés et al, 2011, p.4).

Concretamente, la docente investigadora formuló rúbricas de evaluación y autoevaluación para valorar los roles y acciones de los estudiantes en las tareas asignadas. Estas fueron presentadas a los estudiantes y retroalimentadas. El proceso fue interesante y provechoso en la medida que los estudiantes se involucraron en su proceso de valoración. Este hito fue muy importante para la docente investigadora, en la medida que fue evidente la necesidad de emplear otras formas de evaluación de los aprendizajes de los estudiantes y que sería un reto por superar en el ejercicio de su práctica de enseñanza luego de la finalización del proceso investigativo.

Capítulo 7. Comprensiones y aportes al conocimiento pedagógico

La presente investigación, da cuenta del proceso de transformación de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza de una docente de matemáticas de secundaria empleando la Lesson Study como metodología para estructurar ciclos de reflexión y análisis. Este escenario, centra a la docente como observadora principal de sus acciones en el proceso de enseñanza y por ende quien mejor puede comprender su práctica a través de la reflexión constante y enriquecido por el aporte de los pares, con el propósito de profesionalizar su quehacer.

La estructura cíclica de la reflexión sobre las acciones constitutivas pone en juego el conocimiento disciplinar, pedagógico y didáctico en función de la transformación de la práctica de enseñanza para hacer más efectivo el proceso de aprendizaje. A su vez, al finalizar cada ciclo el docente desarrollada y profundiza su conocimiento práctico.

En particular, la docente en el ejercicio de su práctica estableció su concepción sobre las matemáticas y como estas se encontraban reflejadas en las decisiones y acciones que realizaba en el aula respecto al proceso de aprendizaje de sus estudiantes. Este fue el punto de partida de análisis y transformación de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza, teniendo en cuenta que inicialmente era necesario evaluar sus concepciones sobre el significado de aprender matemáticas.

Bajo estas consideraciones, la planeación se consolida como un elemento fundamental en el cual se deben considerar aspectos contextuales del aula, el marco legal que rige la enseñanza de la disciplina en las instituciones educativas y el conocimiento tanto disciplinar como pedagógico y didáctico, con el propósito de plantear diversas actividades que desarrollen el pensamiento y generen comprensiones en los estudiantes.

Por otra parte, la implementación va más allá de la simple ejecución de lo planteado en la planeación, debe considerar entre varios aspectos la promoción de la comunicación asertiva,

la exploración y discusión de ideas entre los participantes, la visualización del pensamiento a partir de preguntas exploratorias que proporcione información al docente y a los estudiantes sobre sus comprensiones y la construcción de un ambiente propicio para el aprendizaje estableciendo normas que promuevan una buena convivencia entre los integrantes del aula.

Al respecto de la evaluación, no se puede limitar a una verificación del manejo de conceptos y procedimientos que se realiza al finalizar, debe generarse durante el proceso de aprendizaje y manifestarse de diversas maneras. De igual forma, es fundamental que el docente establezca los criterios a valorar considerando los objetivos de aprendizaje y que estos sean conocidos por el estudiante, de manera que sea consciente de su avance y resultados durante el proceso.

Estas consideraciones bajo el marco del presente proceso investigativo ratifican la idea que el docente como investigador de su práctica de enseñanza a partir del ejercicio de reflexión constante y colaborativo entre pares, genera transformaciones que redundan en el mejoramiento del proceso de enseñanza. Igualmente, este tipo de investigaciones conforman un compendio importante para la generación de conocimiento práctico y pedagógico que es fundamental para el docente en ejercicio.

Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones

En el presente apartado, se presentan las conclusiones relativas a los objetivos planteados para el proceso investigativo y las recomendaciones que surgen a partir de los hallazgos encontrados luego de la triangulación de los datos obtenidos de los ciclos de reflexión sobre las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza de la docente investigadora.

Objetivo general

Describir la transformación de la práctica de enseñanza de la docente investigadora a partir la reflexión permanente en pro del aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de secundaria.

El alcance de este objetivo comienza desde la revisión de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza inicial de la docente investigadora, dicha revisión fue el punto de partida para proyectar las transformaciones necesarias en pro de contribuir al aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes en el transcurrir de los ciclos de reflexión. Es importante resaltar que la docente al inicio del proceso desarrollaba sus clases implementando el modelo docente tecnicista propuesto por Gascón (2000) y que tanto su forma de planear como de evaluar y la implementación en el aula eran acciones incipientes, monótonas y enfocadas principalmente hacia el desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos.

El desarrollo de los ciclos fue mostrando cambios en estas posturas iniciales, comenzando por la concepción sobre las matemáticas y por ende en los significados del aprender matemáticas. Puntualmente, la docente investigadora ejercía su práctica desde el Euclidianismo, donde las matemáticas se conciben como un conjunto de objetos de conocimientos existentes a los cuales se puede acceder. Desde esta perspectiva, su aprendizaje se condicionaba a la apropiación de dichos conocimientos. Fruto del trabajo reflexivo y teórico realizado en los seminarios de énfasis de la Maestría se fue transformando esta concepción hacia el constructivismo que entiende las matemáticas como una construcción humana permanente, de

esta manera, su aprendizaje es dinámico e involucra aspectos más profundos que el simple manejo de los conceptos y procedimientos, y está fuertemente ligado con la resolución de problemas. De igual forma, la escogencia de los focos de reflexión con el grupo investigador y sus aportes fueron fundamentales para generar las transformaciones tanto en la planeación, como en la implementación y la evaluación de los aprendizajes en el desarrollo de cada uno de los ciclos de reflexión.

El proceso cíclico de las reflexiones permitió a la docente investigadora proponer acciones de mejora que se fueron apropiando los ciclos posteriores, generando nuevas comprensiones sobre las connotaciones de su práctica atendiendo al contexto, las características de sus estudiantes y el aprendizaje de las matemáticas, por consiguiente, su práctica de enseñanza se hizo más efectiva respecto a las metas de aprendizaje propuestas en el transcurso del proceso investigativo.

En el desarrollo de los ciclos de reflexión la practica de la docente investigadora fue migrando del modelo tecnicista al modelo modernista caracterizado por la implementación de la resolución de problemas de manera exploratoria de situaciones no triviales, es decir, la realización de actividades cuando todavía no se sabe mucho acerca de la solución (Gascón, 2000). De manera complementaria, se fueron incorporando otros procesos básicos de la matemática escolar como lo es la modelación, el razonamiento y la comunicación.

Objetivos específicos

- Determinar las características de la práctica de enseñanza de la docente investigadora, destacando los aspectos que posibilitan el aprendizaje de las matemáticas.

El análisis de la práctica de enseñanza inicial de la docente investigadora fue el punto de partida para determinar las características de sus acciones frente a la construcción de aprendizaje de las matemáticas en sus estudiantes. Estas principalmente, se encontraban enfocadas a la instrucción de conceptos y procedimiento que promovían el aprendizaje

memorístico a partir de la repetición de algoritmos. En concordancia, la evaluación correspondía la verificación de la apropiación de lo enseñado y ejercitado en las sesiones de clase.

Posteriormente gracias a las reflexiones de la docente y retroalimentaciones de los docentes del grupo investigador fueron surgiendo diversos cambios, que se fueron afinando y consolidando en cada siguiente ciclo.

Finalizado el proceso investigativo, las características de la práctica de enseñanza de la docente investigadora migraron hacia la proposición diferentes tipos de actividades o desempeños de comprensión, que privilegiaran los procesos básicos de la matemática escolar permitió la implantación de diferentes recursos, la promoción del trabajo colaborativo entre estudiantes, estructuración de su planeación vinculando su conocimiento didáctico y pedagógico en el planteamiento de las sesiones de clase, mejoramiento de los procesos comunicativos, la gestión de aula y aplicación de la visualización del pensamiento e incursión en el uso de rúbricas para la evaluación de los aprendizajes; innegablemente todas estas transformaciones fueron en procura al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

- Plantear una propuesta pedagógica por medio de la reflexión constante que promueva la consolidación de los cambios en la práctica de enseñanza en pro del aprendizaje de las matemáticas.

Considerando que el aprendizaje de las matemáticas no puede estar limitado a los aspectos conceptuales y procedimentales, sino que además debe considerar otros elementos como la resolución y planteamiento de problemas, la modelación, el razonamiento y la comunicación de ideas matemáticas, la docente investigadora desde la planeación propuso actividades que se enfocaran en el ejercicio de estos procesos. A partir del planteamiento, la discusión y socialización de ideas se promovieron la construcción de modelos, alternativas de solución a una situación problémica, el razonamiento para la toma de decisiones argumentadas desde la disciplina y la comunicación de estas empleando el lenguaje matemático, sin dejar de lado los conceptos y procedimientos, consolidando así un panorama más completo sobre la

actividad matemática y su aprendizaje. En la implementación el papel de la docente fue el de mediadora, promoviendo la visibilización del pensamiento de los estudiantes a partir de preguntas y rutinas de pensamiento, facilitando el intercambio de ideas y el trabajo colaborativo. Asimismo, para la evaluación se emplearon rúbricas para valorar los roles de los estudiantes y cómo sus acciones permitieron el alcance de las metas propuestas en la planeación.

- Evaluar el proceso de transformación de las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes.

La transformación de la práctica de la docente investigadora se produce como resultado de los ciclos reflexivos de acción en el aula enriquecidos por los aportes del grupo investigador siguiendo las fases de la metodología Lesson Study. La recolección de datos y su posterior análisis desde la perspectiva teórica permitió establecer las fortalezas y debilidades que proyectaron acciones de mejora con miras a la siguiente intervención.

Lo anterior se evidencia en primera instancia en la planeación, pasando de la presentación de contenidos y ejemplos de la ejecución de procedimientos al planteamiento espacios de exploración de ideas, análisis y resolución de situaciones problemáticas, construcción de modelos matemáticos y el uso de razonamientos para desarrollo del pensamiento crítico, empleando diversos recursos. De igual manera, al establecimiento y declaración de metas de comprensión u objetivos de aprendizaje claros, de tal forma que cada una de las actividades formuladas cumpliría un propósito puntual encaminados a su alcance.

En la implantación la docente paso del discurso magistral a promover la comunicación asertiva, la visualización del pensamiento por medio preguntas orientadoras y rutinas de pensamiento, el trabajo colaborativo, mejorando de esta manera la gestión de aula.

Finalmente, la evaluación dejo de considerarse como la verificación del manejo conceptual y procedimental de lo enseñando, a un proceso que considera el avance del estudiante frente a las metas establecidas, implementando como instrumento las rúbricas de evaluación.

Bajo estas consideraciones, la docente investigadora reconoce que su práctica de enseñanza es cambiante y que se transforma contantemente de acuerdo con sus experiencias y reflexiones y que de sus acciones depende el proceso de aprendizaje de las matemáticas de sus estudiantes.

Recomendaciones

Gracias al presente proceso investigativo la docente investigadora reconoce que la práctica de enseñanza en su naturaleza dinámica debe convertirse en un escenario de investigación que propenda el mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje. En esta medida, la difusión y promoción de este tipo de experiencias profesionales deben extenderse entre las comunidades de docentes, con el ánimo de incentivar el análisis de las acciones constitutivas en diversos contextos y disciplinas de enseñanza. De esta manera, se contribuirá a la construcción de conocimiento pedagógico y la generación de nuevas comprensiones sobre la práctica de enseñanza.

Referencias

- Aquino Zúñiga, S. P., Izquierdo, J., & Echalaz Álvarez, B. L. (2013). Evaluación de la práctica educativa: una revisión de sus bases conceptuales. *Actualidades Investigativas en Educación*, 13(1), 23-44.
- Arias Valencia, M. M. (2000). La triangulación metodológica: sus principios, alcances y limitaciones.
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de psicodidáctica*.
- Benavides, M. O., & Gómez-Restrepo, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista colombiana de psiquiatría*, 34(1), 118-124.
- Bonilla-Castro, E., & Sehk, P. R. (2005). Más allá del dilema de los métodos: la investigación en ciencias sociales. Editorial Norma.
- Bronfenbrenner, U. (1992). Teoría de sistemas ecológicos. Jessica Kingsley Editores.
- Buitrago Gómez, L. E., Verónica Torres, L., & Hernández Velásquez, R. M. (2009). La secuencia didáctica en los proyectos de aula un espacio de interrelación entre docente y contenido de enseñanza.
- Cabrera, F. C. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *theoria*, 14(1), 61-71.
- Canquiz-Rincón, L., Mayorga-Sulbarán, D., & Sandoval-Fontalvo, C. (2021). Planeación didáctica para el desarrollo de la comprensión lectora. *Ocnos. Revista de estudios sobre lectura*, 20(2), 96-106.
- CDPF (2019). Manual de Convivencia Escolar. Secretaria de Educación Distrital.

- Cebrián, M. (2007). Buenas prácticas en el uso del e-portafolio y e-rúbrica, *In El practicum: buenas prácticas en el Espacio Europeo de Educación Superior* por A. Cid, M. Raposo y A. Pérez (coords.), (pp.67-87) Tórculo.
- Clemente Estevan, R. A., & Hernández Blasi, C. (1996). Contextos de desarrollo psicológico y educación. *Colección educación y psicología*.
- Colmenares E, A. M. (2012). Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción. *Voces y Silencios. Revista Latinoamericana de Educación*, 3(1), 102-115.
- De Lella, C. (1999). Modelos y tendencias de la formación docente.
- Duran, D. (2001) Cooperar para triunfar. Cuadernos de pedagogía núm. 298. Pp.74-75. Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona, España.
- Elliott, J. (1990). La investigación-acción en educación. Ediciones Morata.
- Elliott, J. (2015). Lesson y learning Study y la idea del docente como investigador.
- Esquivel, Y. L. S. (2017). Elementos curriculares de la planeación didáctica argumentada para la generación de aprendizajes. *Educando para educar*, (32), 61-72.
- Fandiño, M. (2010). Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática. Editorial Magisterio. Bogotá.
- Flores Martínez, P., Lupiáñez Gómez, J. L., Berenger, L., Marín, A., & Molina González, M. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas.
- Freire, P. (1993). Pedagogía de la esperanza: un reencuentro con la pedagogía del oprimido. Siglo xxi.
- Fuentes, X. V. (2011). Reflexión en torno a la gestión de aula ya la mejora en los procesos de enseñanza y aprendizajes. *Revista Iberoamericana de Educación*, 55(3).

- García, M., & Valencia-Martínez, M. (2014). Nociones y prácticas de la planeación didáctica desde el enfoque por competencias de los formadores de docentes. *Ra Ximhai*, 10(5), 15-24.
- Gascón, J. (2000). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. RELIME. En *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 4(2), 129-160.
- Gifre, M., & Guitart, M. (2013). Consideraciones educativas de la perspectiva ecológica de Urie Bronferbrenner. *Contextos educativos. Revista de educación*, (15), 79-92.
- Gil Flores, J. (2007). La evaluación de competencias laborales, *Revista Educación XXI*, 10, 83-106. Recuperado de: <http://revistas.uned.es/index.php/educacionXX1/article/view/298>
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: Gami, 91-95.
- Gómez, Á. I. P., & Gómez, E. S. (2011). Lesson Study: la mejora de la práctica y la investigación docente. *Cuadernos de pedagogía*, (417), 64-67.
- Gómez, P. (2014). *Apuntes sobre el currículo. Módulo 1 MAD 3*. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Guerrero Bejarano, M. A. (2016). La Investigación Cualitativa. *INNOVA Research Journal*, 1(2), 1-9. <https://doi.org/10.33890/innova.v1.n2.2016.7>
- Habermas, J. (1994). *Observaciones sobre el concepto de acción comunicativa (1982)*. *Teoría de la Acción Comunicativa: Complementos y Estudios Previos*. Ediciones Cátedra: Madrid.

- Hernández-Sampieri, R., & Torres, C. P. M. (2018). Metodología de la investigación (Vol. 4, pp. 310-386). México: McGraw-Hill Interamericana.
- Herrero, I. M. (2004). La utilización de medios y recursos didácticos en el aula. *Universidad Complutense de Madrid*, 6-7.
- Hummel, V. B., Breda, A., Seckel, M. J., & Moll, V. F. (2020). Criterios de Idoneidad Didáctica en una clase basada en el Lesson Study. *Praxis & Saber*, 11(26), 2.
- Irlles, M. G., Ortells, J. S., de la Calle, F. M., & De la Sen Fernández, M. L. (2011). La rúbrica de evaluación como herramienta de evaluación formativa y sumativa. *IX Jornades de xarxes d'investigació en docència universitària: Disseny de bones pràctiques docents en el context actual*, 144.
- Jiménez-Espinosa, A., & Sánchez-Bareño, D. M. (2019). La práctica pedagógica desde las situaciones a-didácticas en matemáticas. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(2), 333-346.
- Linck, L. (2013). Pensamiento visible. *Recuperado de: <https://educreea.cl/pensamientovisible>*.
- López, G. (2012). Pensamiento crítico en el aula. *Revista Docencia e Investigación*. (22), 41-60
- Maldonado Curimilla, Y. D. P. (2019). Trabajo cooperativo y escritura. Un estudio sobre el trabajo entre pares y la producción de textos informativos con estudiantes de cuarto básico de colegio particular subvencionado de la comuna de Conchalí.
- Martínez-Otero, V. (2004). La calidad del discurso educativo: análisis y regulación a través de un modelo pentadimensional. *Revista complutense de educación*, 15(1), 167-184.

- MEN. (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá. Magisterio.
- MEN. (2006). Estándares curriculares de matemáticas. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Montes, E. H., & Gelvez, C. M. R. (2020). Gestión de aula como estrategia orientadora en el proceso enseñanza aprendizaje. *CIENCIAMATRIA*, 6(10), 662-673.
- Mora, J. L., & Guerrero, C. S. (2017). Trabajo entre pares en la curación digital de contenidos curriculares. *RELATEC: Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 16(2), 177-191.
- Peralta, C. A. (2016). Adecuación de la planeación didáctica como herramienta docente en un modelo universitario orientado al aprendizaje. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 14(3), 109-130.
- Perkins, D. (1997). ¿Cómo hacer visible el pensamiento? *Artículo publicado por la Escuela de Graduados de la Universidad de Harvard. Traducido por Patricia León y María Ximena Barrera.*
- Piaget, J. (1978). Problemas de la psicología genética (No. 155.4 P51).
- Planas, N., & Iranzo, N. (2009). Consideraciones metodológicas para la interpretación de procesos de interacción en el aula de matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 12(2), 179-213.
- Ramírez, E, y Rojas, R. (2014). "El trabajo colaborativo como estrategia para construir conocimientos". En: *Revista Virajes*, Vol. 16, No. 1. Manizales: Universidad de Caldas.
- Rodríguez, M. (2013). Perspectivas de la educación desde la teoría de la acción comunicativa de Jünger Habermas. *Visión Educativa IUNAES*, 7(16), 47-57.

- Santos Trigo, L (2007). La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos. Editorial Trillas. México.
- Santos Trigo, L (2014). La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos. Segunda Edición. Editorial Trillas. Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas. México.
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. una empresa docente.
- Tishman, S., & Palmer, P. (2005). Pensamiento visible. *Leadership compass*, 2(4), 1-3.
- Vidal Ledo, María, & Rivera Michelena, Natacha. (2007). Investigación-acción. *Educación Médica Superior*, 21(4) Recuperado en 16 de mayo de 2022, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412007000400012&lng=es&tlng=es.
- Villa, J., & Ruíz, H. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista virtual Universidad católica del norte*, 1(27).
- Vygotski, L. (1996). El desarrollo de los procesos lógicos superiores. Grijalbo Mondadori, Barcelona, 141.
- Zabala, A. (1990). Materiales curriculares. En MAURi, T. y otros. El currículum en el centro educativo. Barcelona: ICE de la UB/Horsori, col.: Cuadernos de Educación, 125-167.