

**Universidad de La Sabana**

**Maestría en Pedagogía**



**TRANSFORMACIÓN DE LA PRÁCTICA DE ENSEÑANZA EN LA RURALIDAD  
COLOMBIANA: UN MÉTODO DE ENSEÑANZA BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS**

**TRANSFORMACIÓN DE LA PRÁCTICA DE ENSEÑANZA EN LA RURALIDAD  
COLOMBIANA: UN MÉTODO DE ENSEÑANZA BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS**

MIGUEL EDUARDO TAVERA CARDONA

**Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Pedagogía**

*Asesores*

JOHN ALEXANDER ALBA VÁSQUEZ

YIMMI SECUNDINO TRIANA ESTRELLA

Universidad de La Sabana Colombia.

Facultad de Educación.

Maestría en Pedagogía.

Chía, Cundinamarca, Colombia.

Junio de 2021

### **Agradecimientos**

Las metáforas como el artilugio máspreciado de la literatura, serían leves suspiros de gratitud para todos los maestros que hicieron parte de esa transformación, tan profundamente catalizada en mí ser por estos faros de esperanza en el proyecto de humanidad. Gracias profesores de la maestría en pedagogía de la Universidad de La Sabana.

En especial al rigor, audacia y confianza que me brindó el profesor John Alexander Alba en las mutaciones y transformaciones de mi práctica pedagógica.

Como quien rescata a un náufrago de las inclementes vicisitudes de la vida, al profesor Yimmi Secundino Triana Estrella, quien con sus perspicaces argumentos, bagaje profesional y cálido trato me permiten llegar a puerto seguro.

Gracias John y Yimmi por confiar y fortalecer los sueños de un psiconauta.

A mi madre fuente inagotable de profunda sabiduría; Cada mañana tus ojos verdes me recuerdan que los verdaderos laureles se encuentran a la esquina del servicio genuino.

A mi padre que con su lento caminar me dice suéltate y vuela que el universo es infinito.

A mi hermano del alma a quien con su guitarra y melodías convierten en carnaval la tarea más ardua.

Al amor que de su hoguera emerge lo que es y lo que será.

**Dedicatoria.**

Les dedico este trabajo a los niños, niñas y padres de familia del colegio de postprimaria vereda la Magola de Supatá, por su entrega, cooperación, solidaridad y confianza en mi labor profesional.

Contenido

Información del autor:.....	9
Resumen.....	10
1. Antecedentes de las prácticas de enseñanza estudiada.....	12
1.1. Contexto en el que se desarrolla la práctica de enseñanza estudiada.....	14
2. PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA AL INICIO DE LA INVESTIGACIÓN.....	15
2.1. Iniciando una nueva aventura.....	16
2.2 La aventura cambia de contexto.....	22
2.3 El regreso al colegio multigrado.....	24
3. Descripción de la investigación.....	26
4. CICLOS DE REFLEXIÓN.....	31
4.1. Ciclo 1 El hito de la canasta de la volqueta.....	31
4.1.1 Acciones de planeación.....	32
4.1.2 Acciones de implementación.....	34
4.1.3 Acciones de evaluación.....	37
4.1.4 Acciones de reflexión.....	38
4.2 Ciclo 2 Diseño de la casa de los sueños.....	41
4.2.1 Acciones de planeación.....	41
4.2.2 Acciones de implementación.....	45
4.2.3 Acciones de evaluación.....	45
4.2.4 Acciones de Reflexión.....	46
4.3 Ciclo 3 Diseño cubierta casa de los sueños.....	47

4.3.1	<i>Acciones de planeación</i> .....	47
4.3.2	<i>Acciones de implementación</i> .....	49
4.3.3	<i>Acciones de evaluación</i> .....	49
4.3.4	<i>Acciones de reflexión</i> .....	50
4.4	Ciclo 4 “Circuitos Eléctricos En Matemáticas”.....	50
4.4.1	<i>Acciones de planeación</i> .....	51
4.4.2	<i>Acciones de implementación</i> .....	53
4.4.3	<i>Acciones de evaluación</i> .....	54
4.4.4	<i>Acciones de reflexión</i> .....	55
4.5.	Ciclo 5 “El Objeto Matemático Función”.....	57
4.5.1	<i>Acciones de planeación</i> .....	58
4.5.2	<i>Acciones de implementación</i> .....	60
4.5.3	<i>Acciones de evaluación</i> .....	63
4.5.4	<i>Acciones de reflexión</i> .....	63
4.6	Ciclos 6 “La Finca de Descanso de Nuestros Sueños”.....	65
4.6.1	<i>Acciones de planeación</i> .....	65
4.6.2	<i>Acciones de implementación</i> .....	67
4.6.3	<i>Acciones de evaluación</i> .....	70
4.6.4	<i>Acciones de reflexión</i> .....	70
4.7	Ciclo 7 “Construyendo Un Xilófono y Un Filtro de Agua Potable”.....	72
4.7.1	<i>Acciones de planeación</i> .....	73
4.7.2	<i>Acciones de implementación</i> .....	75
4.7.3	<i>Acciones de evaluación</i> .....	77

4.7.4	<i>Acciones de reflexión</i> .....	78
4.8	<i>Ciclo 8 “La construcción de un brazo mecánico”</i> .....	80
4.8.1	<i>Acciones de planeación</i> .....	80
4.8.2	<i>Acciones de implementación</i> .....	81
4.8.3	<i>Acciones de evaluación</i> .....	83
4.8.4	<i>Acciones de reflexión</i> .....	84
4.9	<i>Ciclo 9 “El Diseño de Una Camioneta”</i> .....	85
4.9.1	<i>Acciones de planeación</i> .....	85
4.9.2	<i>Acciones de implementación</i> .....	86
4.9.3	<i>Acciones de evaluación</i> .....	87
4.9.4	<i>Acciones de reflexión</i> .....	88
5	<b>HALLAZGOS</b> .....	90
5.1	<i>Cambio de paradigma de la concepción ingenua de los problemas matemáticos y el impacto sobre la práctica pedagógica</i> .....	91
5.1.1	<i>¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?</i> .....	91
5.1.2	<i>¿Posibles causas que motivaron al PI realizar cambios?</i> .....	92
5.2	<i>Planeando la práctica pedagógica orientada a la resolución de problemas</i> .....	95
5.1.1	<i>¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?</i> .....	96
5.2.1	<i>¿Posibles causas que motivaron al PI realizar cambios?</i> .....	97
5.3	<i>La conexión entre los problemas de las matemáticas y otras disciplinas</i> .....	98
5.3.1	<i>¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?</i> .....	99

5.3.2	<i>¿Posibles causas que motivaron al PI realizar cambios?.....</i>	<i>102</i>
5.4	<i>Inclusión de otros tipos de pensamiento en el método de enseñanza basado en problemas.</i>	
5.4.1	<i>¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?.....</i>	<i>99</i>
5.4.2	<i>¿Posibles causas que motivaron al PI realizar cambios?.....</i>	<i>102</i>
6	<i>Conclusiones.....</i>	<i>105</i>



**TRANSFORMACIÓN DE LA PRÁCTICA DE ENSEÑANZA EN LA RURALIDAD  
COLOMBIANA: UN MÉTODO DE ENSEÑANZA BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS**

Miguel Eduardo Tavera Cardona, profesor Instituto Departamental Nuestra Señora De La Salud, Supatá Cundinamarca, Colombia, [migueltaca@unisabana.edu.co](mailto:migueltaca@unisabana.edu.co).  
mtaveracardona@gmail.com

John Alexander Alba Vásquez, profesor Universidad De La Sabana, Chía Cundinamarca, Colombia, [john.alba@unisabana.edu.co](mailto:john.alba@unisabana.edu.co).

Yimmi Secundino Triana Estrella, profesor Universidad De La Sabana, Chía Cundinamarca, Colombia, [ystriana@educacionbogota.edu.co](mailto:ystriana@educacionbogota.edu.co).

## **Resumen.**

La investigación analiza las prácticas de enseñanza de un profesor investigador (a partir de este momento nos referiremos al profesor investigador como PI) de postprimaria en un contexto rural colombiano en un colegio de aula multigrado también llamados colegios de Postprimaria. En este contexto el PI descubre su objetivo de investigación:

¿Qué cambios ocurren en una práctica enseñanza de la matemática a partir de la implementación de un método de enseñanza basado en la resolución de problemas?

A través de una investigación cualitativa plasmada en nueve ciclos de reflexión, observa como incesantemente las reflexiones en cada uno de estos ciclos de planeación, implementación y evaluación conducen a transformar su método de enseñanza de las matemáticas teoricista y tecnicista a un método basado en la implementación de problemas matemáticos.

Se identificó que la práctica de enseñanza está orientada a diseñar problemas matemáticos coherentes con el contexto social de los estudiantes, que contemplan los aspectos del aprendizaje de las matemáticas y los tipos de pensamiento matemático. Problemas que aspiran cumplir con la nueva noción de problema en la que el investigador indaga tanto en la teoría como en la práctica de enseñanza. Tomándose la decisión intencionada de desarrollar proyectos que posibilitan un escenario de aprendizaje colaborativo que se orienta a la autonomía dentro de los procesos de aprendizaje, al desarrollo de las competencias matemáticas, transformando y cambiando el rol en el aula del PI y de sus estudiantes.

**Palabras Claves:** enseñanza, investigación, enseñanza de las matemáticas, resolución de problemas.

### 1. Antecedentes de las Prácticas de Enseñanza en Estudio.

La investigación analiza las prácticas de enseñanza de un profesor de postprimaria en un contexto rural del municipio de Supatá Cundinamarca. El PI con formación de pregrado como ingeniero electrónico de la universidad Nacional de Colombia, se desempeñó durante diez años como constructor de software y auditor de sistemas en diferentes entidades privadas de la ciudad de Bogotá. Además de forma ocasional trabajó como profesor de matemáticas y física en un colegio privado de la capital y en un colegio confesional del municipio de Tocancipá Cundinamarca. En el año 2014 toma la decisión de ejercer como profesional de la enseñanza de las matemáticas, en el municipio de Supatá del departamento de Cundinamarca, en el colegio Instituto Departamental Nuestra Señora De La Salud. Cargo que obtiene por concurso de méritos desarrollado por la Comisión Nacional del Servicio Público. Inició labores en el colegio de Postprimaria de la vereda La Magola de Supatá, colegio multigrado.

Desconociendo el contexto social, institucional y de aula asume el reto de la docencia, consciente de lo que significaba el cambio que venía en su proyecto de vida; sin formación pedagógica y tampoco didáctica, aborda la enseñanza de la matemática apoyándose en libros como: *Alicia en el país de los números* (Frabetti, 2009). *El asesinato del profesor de matemáticas* (Sierra, 2000). *El diablo de los números* (Henzensberger, 1997). *La divina geometría* (Buhigas, 2008). El PI siempre con la inquietud sobre cómo enseñar de manera apropiada la matemática en su búsqueda de bibliografía que lo orientara.

Inconsciente de las competencias profesionales que requiere un PI de matemáticas

“el profesor no concebía la competencia como un concepto complejo y compuesto que involucra al menos tres dimensiones: la primera es la asociada con un conocimiento teórico - práctico relacionado con un campo académico o saber disciplinar(Conocer y comprender); una segunda dimensión asociada con la aplicación práctica y operativa del conocimiento a ciertas situaciones y contextos(Saber actuar); y una tercera está relacionada con los valores y principios que median la forma de percibir a los otros y así mismo en un escenario de interacción social (Saber ser) “. (Godino et al., 2012, p. 17):

Así mismo: “la competencia es un concepto complejo y dinámico, su complejidad asume dos componentes: el de uso exógeno, externo, consciente, intencional y contextualizado y el de dominio endógeno, asociados con la elaboración cognitiva, interpretativa de conocimientos que relacionan diferentes contenidos y posibilitan su aplicación en diferentes contextos” (D’Amore, Fandiño y Godino, 2008, p.115).

La formación disciplinar y aprecio por la matemática del docente investigador se han materializado en la participación de éste en eventos como las olimpiadas de matemáticas, de las cuales fue ganador departamental, distinción Andrés bello del año 1999 y la formación como ingeniero electrónico que ya había mencionado. Estas competencias matemáticas siempre estuvieron motivadas por una razón esencial de las matemáticas tal y como lo dice Brousseau citado por Fandiño y DÁmore:”Empecé a considerar la historia de la matemática occidental, en un sentido amplio, como respuesta a la necesidad de supervivencia y de trascendencia, y, principalmente, por las motivaciones místicas y prácticas de su desarrollo.” (Brousseau citado por Fandiño y DÁmore 2009, ).

El PI adelanta sus labores como docente en el colegio rural de la Magola durante seis meses. Para el año siguiente 2016 el rector de la institución le solicita al PI que se traslade al

colegio urbano. El PI acepta la propuesta y durante un año el PI ejerce como PI de matemáticas del grado once, octavo y séptimo. En el año 2017 retorna al colegio de postprimaria vereda la Magola de Supatá Cundinamarca y retoma el proceso con niños y niñas de la ruralidad del municipio de Supatá, luego inicia sus estudios en pedagogía en la universidad de la sabana el año 2018 concluyendo los seminarios en el año 2019. Hasta la fecha de hoy año 2021 se encuentra como profesor del colegio de Postprimaria en la vereda la Magola.

### **1.1 Contexto en el que se desarrolla la práctica de enseñanza estudiada.**

El Instituto Técnico Educativa Departamental Nuestra Señora de la Salud (IEDNSS), es una organización humana, oficial, mixta, calendario A, modalidad técnico agroindustrial que tiene como misión:

Contribuir en la educación integral de niños, jóvenes y adultos en los niveles de preescolar, primaria, básica secundaria, media técnica con especialidad agropecuaria y agroindustrial, atendiendo a población del sector rural y urbano, respondiendo así a las expectativas personales y colectivas a través de desempeños y competencias intrapersonales e interpersonales, enmarcados en la Ley General de Educación; proyectando profesionales emprendedores, con un sólido sustento humanista, científico y tecnológico, que aporten al desarrollo social, económico, político y ambiental de la sociedad colombiana, comprometidos en la solución de los problemas locales, regionales y nacionales, respetuosos del medio ambiente y con una visión crítica y creativa para comprender la globalización como una

oportunidad de proyección en habilidades, valores y aprendizajes para la vida (PEI, 2018, p.45).

Colegio que posee catorce escuelas veredales que imparten educación primaria, las que funcionan con el modelo pedagógico escuela nueva o multigrado. Una escuela de primaria ubicada en el casco urbano del municipio de Supatá que funciona con el modelo pedagógico tradicional. Además, cuenta con dos sedes, el colegio principal con los grados de sexto a once con un modelo pedagógico tradicional y el colegio de la Magola con un modelo pedagógico escuela nueva o multigrado. “Los colegios de postprimaria son una oferta educativa que busca ampliar la cobertura con calidad en educación básica rural, brindando a los jóvenes la posibilidad de acceder a la básica secundaria, fortaleciendo la organización del servicio educativo del municipio, optimizando el uso de los recursos y educación que responda a las condiciones y necesidades de la vida rural” (MEN, 2016).

El colegio es administrado por el Consejo Directivo presidido por el rector y conformado por dos representantes del cuerpo docente, dos representantes de los padres de familia, un representante de los estudiantes y un representante de los estamentos productivos de la institución.

Las instalaciones del colegio de postprimaria se ubican en la vereda la Magola, la cual funciona en una antigua estación de policía. Con dos salones donde funcionan los grados de sexto a noveno. Es un colegio que tiene los grados sexto, séptimo, octavo y noveno distribuidos con el grado sexto y séptimo en una misma aula y el grado octavo y noveno en otra aula. Además de este salón cuenta con un aula donde funciona el Kiosco Vive Digital, cancha deportiva, zonas verdes y espacios para la huerta y el jardín. El PI es responsable de mediar los saberes de matemáticas, sociales, informática, religión y ética. La mitad de la carga

académica comprende la formación en el área de matemáticas, la otra mitad corresponde a las demás áreas anteriormente mencionadas. Jornada laboral que inicia a las 7 am y finaliza a la 1:30 pm. La mitad de esta jornada se desarrolla con el curso de sexto y séptimo, la parte restante con los cursos de octavo y noveno. Está compuesta por un grupo de niños que provienen de familias de la región, niños que oscilan entre los 10 y los 18 años de edad. Hijos de familias dedicadas a las labores del campo. El colegio La Magola ha tenido entre 22 y 33 estudiantes en promedio, solo hasta el año 2021 el colegio registró una cifra récord de estudiantes, 53 estudiantes. Dada las circunstancias de la pandemia y la virtualidad. El colegio en este momento cuenta con estudiantes ubicados en diferentes regiones del país.

Supatá es una región de una belleza genuina, natural y prístina, ubicada en la provincia del Gualivá, cuenta con ricas fuentes hídricas, reservas naturales, biodiversidad vegetal y animal representativa a nivel nacional. Este bello municipio es el hogar de la endémica rana arlequín llamada popularmente la ranita dorada.

La población de niños y niñas del colegio La Magola, son niños que en un gran porcentaje están conformadas por familias monoparentales, donde un alto porcentaje de sus padres son analfabetas, también encontramos desplazados por la violencia y migrantes venezolanos. El analfabetismo de algunos padres de familia no les impide ser poseedores de un bagaje cultural en el saber matemático no formal. Lo suficientemente rico para participar de la formación del pensamiento matemático de sus hijos.

La sede del colegio La Magola funciona como una isla políticamente independiente dada la poca injerencia de las directivas del colegio, espacio donde las directivas se han acercado en dos oportunidades a la sede. El PI ha recibido gran apoyo del club rotario para hacer mejoras en la infraestructura dada las precarias condiciones en que se encontraban,

transformándose las instalaciones de ser el antiguo basurero de la vereda a un espacio limpio, con jardines y árboles. La comunidad, padres de familia y la Universidad Nacional también han cooperado enormemente para desarrollar proyectos de extensión que han tenido un impacto profundo en el crecimiento del colegio La Magola.

Las directivas del colegio en el año 2020 le apostaron a proponerle al cuerpo docente, que iniciaremos una estrategia pedagógica basada en el aprendizaje basado en proyectos. El PI con algunos conocimientos teóricos al respecto y algunas experiencias en su práctica pedagógica se adhiere a dicha propuesta y participa de las capacitaciones alrededor de dicho tema. Poniendo su práctica pedagógica al servicio de esta propuesta.

Para efectos de la investigación el docente investigador centrará el análisis en su práctica de enseñanza de la matemática sin desconocer que las transformaciones en sus prácticas de enseñanza también permean su actuación en las áreas de sociales, religión, informática y ética. Su práctica pedagógica en matemáticas ocupa el cincuenta por ciento del tiempo, además esta es el área donde el PI tiene mayor experiencia.

La vereda de la Magola, es una vereda que se encuentra entre los 1900 y 2100 m.s.n.m piso térmico que le ofrece hermosos bosques de niebla los cuales a su vez brindan la oportunidad de observar desde osos perezosos, pericos ligeros hasta múltiples variedades de orquídeas. Es un lugar lluvioso y soleado a la vez se puede observar desde hermosos cafetales y platanales hasta disfrutar el azahar de los cítricos que cultivan y como si esto fuera poco la imponente falla geológica del tablazo bordea el horizonte de esta vereda. La vereda es un caserío de aproximadamente veinte casas, que se encuentra entre los cascos urbanos de los municipios de Supatá y San Francisco. Sus gentes son personas tímidas, sencillas en sus maneras, cordiales y amplias en sus modales. Conservadores en sus valores y creencias,



aunque abiertos a escuchar los puntos de vista de otras personas. Es un remanso de paz tal y como reza el eslogan y cartel que da la bienvenida al municipio.

## **2. PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA AL INICIO DE LA INVESTIGACIÓN.**

Este apartado se dividirá en tres momentos que serán narrados de forma cronológica los cuales son: Inicio de labor en el colegio multigrado con sede en la Magola, traslado a la sede principal de bachillerato y retorno al colegio multigrado con sede en la vereda La Magola.

### *2.1 Iniciando una nueva aventura.*

El PI, se presenta a labores al IEDNSS. Se encuentra con tres elementos del contexto relevantes y que lo toman por sorpresa, los cuales son la modalidad multigrado, las instalaciones en un avanzado estado de deterioro, un grupo de niños que durante los tres años anteriores de clase no habían recibido ningún tipo de educación formal en matemáticas dado que los dos profesores anteriores no tenían formación formal en matemáticas.

Al inicio de la práctica de enseñanza del docente investigador en el IEDNSS (Instituto Educativo Departamental Nuestra Señora de la Salud el 5 de julio del 2015). Se centra en observar el contrato didáctico de los estudiantes en el área de matemáticas.

La situación más relevante que el PI observa, es que los niños y niñas de este colegio estaban inmersos en unas cláusulas del contrato pedagógico y didáctico<sup>1</sup> (D'Amore, 2018).  
Producto de una práctica de enseñanza desarrollada con anterioridad a la llegada del PI. La

---

<sup>1</sup> Se aborda el concepto de contrato didáctico y pedagógico desde las ideas de Brousseau reportadas por D'Amore 2018

práctica consistía en el desarrollo de unas actividades propuestas por unas cartillas diseñadas para la escuela nueva. Cartillas que contienen un apartado teórico donde se explican de forma expositiva el contenido a ser desarrollado. Luego proponen un conjunto de ejercicios y al final de la unidad plantean unos enunciados de “problemas” para ser resueltos. El PI considera, en ese momento, que las cartillas son una excelente herramienta para que los estudiantes continúen desarrollando su aprendizaje. Los libros de postprimaria utilizados por el PI fueron: Matemáticas 6 grado (Duarte *et al*, 2010), Matemáticas 7 grado (Robles *et al*, 2010), Matemáticas 8 grado (Duarte *et al*, 2010), Matemáticas 9 grado (Robles *et al*, 2010).

Las acciones de planeación consistían en darle continuidad a las actividades que los niños y las niñas venían desarrollando a través de la cartilla. Se continuó con el desarrollo de los contenidos de dichas cartillas, la preparación de la clase se reducía a repasar con un día de anterioridad el tema o contenido a ser tratado. Esto con el objetivo de brindar una explicación magistral de dicho contenido y resolver previó a la clase algunos de los ejercicios de las cartillas. Es importante mencionar que el PI tenía una concepción de la matemática con un enfoque teoricista:

“modelos docentes teoricistas o, simplemente teoricismo, a los que están basados en una concepción del saber matemático que pone el acento en los conocimientos acabados y cristalizados en “teorías”, al tiempo que se pone entre paréntesis la actividad matemática y sólo toma en consideración el fruto final de esta actividad. Se trata de modelos docentes que se basan en uno de los principales rasgos del Euclidianismo, el que pretende reducir todo conocimiento matemático a lo que puede deducirse de un conjunto finito de proposiciones trivialmente verdaderas (axiomas) y que pueden enunciarse utilizando únicamente términos perfectamente conocidos”. (Gascón, 1994, p. 5).

El PI presentaba los objetos matemáticos que se estudiaban en la cartilla como objetos terminados. En sus clases magistrales abundaban las fórmulas matemáticas y sus aplicaciones. Estas aplicaciones eran narradas como fenómenos que ocurren muy lejos de su vida diaria y de su contexto.

En la ejecución de las clases brindaba una explicación inicial y general de dicho contenido, se explicaban unos cuantos ejercicios e ingenuamente el PI esperaba que estos resolvieran los demás ejercicios propuestos en la actividad de la cartilla. Además, se explicaban las dudas que los niños manifestaron de los ejercicios que se les proponía. El PI creía de forma ingenua “ayudarlos a resolver los demás ejercicios y problemas propuestos”. En la evaluación se elegían un conjunto de ejercicios y problemas muy similares a los del texto guía. Se imprimían en unas hojas individuales para cada estudiante, finalmente, se les solicitaba que los resolvieran. Esta actividad de evaluación era llevada a cabo al final de cada unidad de la cartilla.

Los “problemas” se utilizaban para aplicar, ejemplificar o consolidar los conceptos teóricos e, incluso, para motivarlos, introducirlos o justificarlos pero, en cualquier caso, estas funciones de los problemas son consideradas como meramente pedagógicas en el sentido negativo de “no constitutivas del conocimiento matemático” propiamente dicho. (Gascón, 1994, p.6).

Vila (1995). Este autor identifica, en su estudio sobre profesores de Educación Secundaria, tres tipos de profesores en cuanto al uso que hacen de la resolución de problemas (que denomina A, B y C). A y B usan prioritariamente ejercicios o cuestiones prácticas de aplicación, respectivamente; A y B, por otro lado facilitan toda la información necesaria haciendo referencia a una situación concreta; sus "problemas" no contienen información

innecesaria, imprecisiones, contradicciones, proponen la obtención de un único resultado numérico y tienden a la estandarización.

Dado lo anterior el PI es un profesor tipo A. Práctica pedagógica que el profesor justifica, dadas sus creencias sobre las matemáticas. Reproduciendo una práctica pedagógica aprendida durante su proceso de formación formal en matemática a lo largo de su vida. Es decir, el PI replica la forma en la que él aprendió con sus estudiantes. (Gascón, 1994, p.6).

Al realizar el análisis de esta etapa, se evidencia que algunos estudiantes hacían el esfuerzo sincero por desarrollar los ejercicios propuestos, pero la gran mayoría copiaba los ejercicios resueltos por los otros niños. Los niños no se sentían motivados a resolver los ejercicios.

Al revisar los resultados del proceso de evaluación se encuentra que muy pocos niños respondían a lo esperado por el PI en las evaluaciones. Los instrumentos de evaluación se formaban con una selección de ejercicios de los textos guías similares a los tratados durante la clase e impresos de forma individual para cada estudiantes.

Dado que el profesor- investigador esperaba que estos resolvieran los ejercicios que había propuesto en la evaluación tal y como habían sido desarrollados en las clases. Al no alcanzar los resultados esperados, el PI realiza algunos cambios en su quehacer. El primero de ellos se enfocó en el proceso de planeación, pues antes de iniciar un contenido nuevo, se realizaba una investigación de la génesis y origen de ciertos contenidos matemáticos. Con la intención de que los estudiantes se acercaran al origen de los conceptos y objetivos planteados en las cartillas. Desde estas investigaciones se preparan un conjunto de actividades en las que los estudiantes pudiesen recrear situaciones de la vida humana. Este cambio en la práctica

generó cumplimiento y desarrollo de las actividades en algunos de los alumnos, esto se evidenciaba dado que los estudiantes mostraron mayor interés en el desarrollo de las tareas propuestas y algunos manifestaban abiertamente que como única actividad resolver ejercicios de las cartillas era una actividad monótona y aburrida.

Sin embargo, los resultados de las evaluaciones esperados por el PI, sobre los ejercicios propuestos aunque mejoraron en algunos estudiantes, seguían manteniendo una tendencia muy negativa desde el punto de vista de los resultados esperados por el PI. Ya que la gran mayoría seguían sin poder resolver los ejercicios que les planteaba en las evaluaciones. ([Ver Anexo 0 Antecedentes](#)).

## ***2.2 La aventura cambia de contexto.***

Por invitación del rector de la institución, el PI se traslada al colegio urbano de Supatá, sede la granja e inicia una transformación en su práctica de enseñanza motivado por el cambio de contexto y el foco exclusivo en matemáticas que proponía el nuevo contexto. Lo cual conlleva a los siguientes cambios:

Como hechos aislados, llevaba acertijos y algunos “problemas” matemáticos con los enunciados típicos que ofrecen los diferentes textos de matemáticas escolares. Estas actividades al parecer, produjeron un interés genuino de algunos estudiantes, ya que se podía observar a los niños pidiendo aclaraciones del propósito de la actividad, sobre posibles estrategias y proponiendo soluciones y desarrollos de dichas actividades. Pero eran por lo general problemas descontextualizados de su entorno, no guardaban ninguna relación con los contenidos tratados en las clases.

“Podríamos afirmar que el PI se convierte en un profesor tipo C como lo define Este autor identifica, en su estudio sobre profesores de Educación Secundaria, tres tipos de profesores en cuanto al uso que hacen de la resolución de problemas (que denomina A, B y C). C, aunque encara problemas en el sentido amplio confiesa no estar seguro de haber hecho lo adecuado ni de haber creado el entorno más propicio para la resolución”. (Vila, 1995, p.32).

En el esfuerzo por lograr que la clase de matemáticas fuera un espacio ameno, iniciaba la clase con un cuento de la literatura universal, procedía a proponer un conjunto de ejercicios asociados con la temática que se desarrollaba, se explicaba el origen, historia del desarrollo matemático alrededor de dicho conocimiento, para luego proponer un conjunto de ejercicios y de forma aislada al final de la unidad proponía un acertijo matemático.

A partir de la indagación en algunos textos sobre literatura matemática. Se decide proponer un conjunto de actividades lúdicas, que le permitieran al estudiante encontrar patrones en la naturaleza. Se observa que el PI, toma libros de literatura matemática escolar con la intención de enriquecer su práctica pedagógica. Pero no se observa un PI que investigue temas pedagógicos o didácticos. Es un PI que tiene una idea ingenua sobre lo que es un problema matemático. Sus planeaciones se consignan intermitentemente en el planeador estándar propuesto por el colegio. Planeador que contiene los siguientes apartados de objetivos, actividades de clase y evaluaciones. Sus planeaciones siguen el hilo conductor propuesta en las cartillas de postprimaria. ([Ver Anexo 0 Antecedentes 1](#)).

Dado que el grueso de los estudiantes eran del octavo curso, el texto guía del PI era el Algebra de Baldor (Baldor, 1941) creyendo que este sería su mejor recurso. El PI se concentraba en comprender los algoritmos de los ejercicios propuestos del álgebra, comportándose como un PI tecnócrata:

“El tecnicismo parte de ciertas técnicas algorítmicas y plantea solamente aquellos ejercicios que sirven como “entrenamiento” para llegar a dominarlas; de esta forma excluye de su repertorio de técnicas las estrategias de resoluciones complejas y no algorítmicas. Proceso de enseñanza como un proceso mecánico y trivial totalmente controlable por el PI. El PI se comportaba como un ser que veía a sus estudiantes como autómatas que debían entrenarse en el procesamiento de dichos algoritmos como si este fuese el aspecto fundamental del pensamiento matemático”. (Gascón, 1994, p.8).

### **2.3 El regreso al colegio multigrado.**

En el año 2017 el PI decide regresar al colegio de la vereda la Magola, con una estructura nueva en el quehacer, otras miradas de la práctica pedagógica y muchos interrogantes dado el inicio de la maestría en pedagogía de la universidad de La Sabana. El PI inicia un proceso de investigación de su práctica pedagógica y empieza a pensar el impacto que tiene en su práctica pedagógica el conocimiento profesional entendido este como:

*El conocimiento profesional ha ido adquiriendo paulatinamente relevancia dentro del paradigma del pensamiento del profesor como un conocimiento de carácter dinámico, con una importante componente práctica y de carácter singular, en el sentido de que su evolución en cada sujeto tiene una gran dependencia de aspectos personales como las concepciones y creencias. (Contreras, 1998, p.54).*

*"El pensamiento, la planificación y la toma de decisiones de los docentes constituyen una parte considerable del contexto psicológico de la enseñanza. En ese contexto se interpreta*

*y se actúa sobre el currículum; en ese contexto enseñan los docentes y aprenden los alumnos. Los procesos de pensamiento de los maestros influyen sustancialmente en su conducta e incluso la determinan" (Clark y Peterson, 1989, p.443).*

El PI, empieza a realizar cambios en su práctica pedagógica, sus planeaciones empiezan a evidenciar la intención de plantear problemas matemáticos "genuinos", a documentar sus implementaciones de clase, a hacer evaluaciones diagnósticas, evaluaciones durante el proceso de implementación y a documentar sus reflexiones sobre su práctica pedagógica.

Sus estudiantes, continúan presentando dificultades en el desarrollo del pensamiento matemático. Resuelven ejercicios haciendo uso de algoritmos y procesos que no evidencian algún aprendizaje contextualizado. Los problemas que el PI les plantea los lleva a buscar en sus conocimientos soluciones, pero por lo general creen que se pueden resolver con los conceptos teóricos de las últimas clases recibidas. Estos conciben el quehacer matemático como una actividad de ejercicio única respuesta.

Al inicio de la maestría el PI, ante el fracaso de los resultados de sus estudiantes en sus evaluaciones, se empieza a cuestionar sus posturas teoricitas, euclidianas, algoritmistas y revitalizantes del saber matemático moviéndose hacia el paradigma que propone:

Que tanto el origen como el método de la matemática e incluso su propia justificación ha de provenir, como en el caso de las otras ciencias, de la "experiencia", aunque sin tomar esta noción en el sentido empirista más elemental, sino más bien en un sentido más sofisticado de "experiencia matemática".([Ver Anexo Antecedentes 3](#)).



### 3 DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.

La aproximación a algunas nociones de la didáctica de la matemática y la reflexión sistemática sobre las prácticas de enseñanza llevan al PI a revisar algunas concepciones y creencias sobre la matemática y su enseñanza, identificando dos ideas que orientan un cambio intencionado en su acción de enseñanza.

La primera idea está asociada con la resolución de problemas como proceso básico de la actividad matemática, en palabras de Santos –Trigo (Santos Trigo, 1996) “el hacer en matemáticas consiste en la resolución de problemas”. La segunda idea se relaciona con la posibilidad de proponer un método de enseñanza de la matemática cercana a las comunidades de práctica en la que se “hace matemática”.

“Para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y disposiciones de interpretación y encontrar sentido [a las ideas matemáticas] también como los modos apropiados de pensamiento matemático- las comunidades de práctica en la cual ellos [los estudiantes] aprenden matemáticas deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, los salones de clase deben ser comunidades en los cuales el sentido matemático, del tipo que esperamos desarrollen los estudiantes”. (Schoenfeld, 1992, p.345)

En el inicio de los estudios de maestría el PI se acerca por primera vez al documento del ministerio de educación nacional llamado Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Encontrándose con la siguiente postura y planteando al PI un nuevo paradigma.

“Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativo y comprensivo, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos”.(MEN, 2006, p.49).

“La meta es que los estudiantes desarrollen competencias para resolver no sólo los problemas que se enfrenta en un ambiente escolar; sino aquellos que aparecen fuera de la escuela”. (MEN, 2006 p.52).

“Además, el proceso de resolver problemas o comprender un concepto matemático involucra ciclos iterativos de discusión y colaboración en los que los estudiantes deben tener la oportunidad de expresar, revisar, contrastar, interpretar y refinar sus ideas y métodos de solución”. (Santos-Trigo, 2014, p. 496).

El PI tenía la creencia que los problemas matemáticos eran los ejercicios rutinarios propuestos al final de cada unidad de los libros expositivos de matemáticas. Concibe los problemas como una serie de ejercicios rutinarios totalmente relacionados con los temas del curriculum tratado en las clases anteriores.

Dadas las ideas anteriores surge el deseo de proponer prácticas de aula en la que los estudiantes resolvieran problemas reales. Es decir que estos desarrollaran actividades muy cercanas a un entorno de aprendizaje de una comunidad de matemáticos en ejercicio.

Producto del ejercicio de reflexión, el PI realiza una migración en su concepto de problema, conceptualizando este como una actividad que de antemano no se sabe cómo se va a resolver, no es una actividad operativa donde se hace un remplazo de datos y se ejecuta un

algoritmo para encontrar la respuesta, además implica dar solución a una necesidad cotidiana y contextual, que requiere ingeniar, pensar y desarrollar estrategias.

Con estas ideas en mente, se propone una actividad de clase la cual consiste en la construcción de la canasta de una volqueta con unas especificaciones y requerimientos técnicos particulares proponiendo a los estudiantes la siguiente tarea:

- Con un octavo de cartulina “CONSTRUYA” la canasta de una volqueta con capacidad para transportar 657 centímetros cúbicos de elementos sólidos.

El desarrollo de la tarea por parte de los estudiantes y los retos en la planeación e implementación que esta actividad genera una reflexión por parte del PI quien decide focalizar su trabajo de investigación alrededor de la pregunta:

¿Qué cambios ocurren en una práctica enseñanza de la matemática a partir de la implementación de un método de enseñanza basado en la resolución de problemas?

Para lo cual se trazan inicialmente los siguientes objetivos

1. Identificar los cambios en la práctica de enseñanza a raíz de la implementación de un método de enseñanza basado en la resolución de problemas.
2. Interpretar las posibles causas que permitieron los cambios identificados.

Considerando que el ejercicio de identificación de cambios en la práctica de enseñanza es un proceso longitudinal, se han venido recolectando evidencias del proceso de planeación,

implementación y evaluación del aprendizaje realizadas por el PI desde el mes de enero de 2018 hasta mayo del 2021, con el propósito de realizar un contraste y comparación de los elementos que se han transformado y en qué punto estos se han transformado.

Esta es una investigación basada en el modelo de investigación-acción desarrollado por Kemmis y McTaggart (1988), quien tomó como base la matriz de Lewin, quien elaboró un modelo que permite desarrollar investigaciones en contextos educativos a través de los cuales se pueden comprender y analizar los problemas de la escuela. Para ello, definió cuatro momentos interrelacionados, que para efectos de este proceso se denominó ciclo PIER (planear, implementar, evaluar y reflexionar); en cada uno está implícita una mirada y una intención retrospectiva que derivan en la reflexión constante de conocimiento y de acción (Latorre, 2007).

Dado lo anterior, se han planteado tres categorías de análisis: Acciones de planeación, acciones de intervención y acciones de evaluación del aprendizaje.

En la categoría de acciones de planeación se pretende analizar los cambios surgidos en las planeaciones a lo largo de la implementación de cada ciclo PIER, es decir se observará qué aspectos del aprendizaje se contemplan en la planeación y cuales no se contemplan; teniendo especial énfasis en el marco propuesto por Martha Fandiño en su libro múltiples aspectos del aprendizaje de las matemáticas. Identificando las razones metodológicas que llevaron a contemplar o no ciertos elementos de dichos aspectos.

De igual forma, se analizará qué tipos de pensamiento matemático se proponen en las planeaciones, qué cambios se dan en el desarrollo de los tipos de pensamiento cuando se proponen. Qué cambios ocurren en la implementación de un método de enseñanza orientado a resolver problemas en comparación con un método enfocado a tratar contenidos de un saber

específico. Además, se buscará identificar qué recursos tecnológicos o artefactos culturales participan en los escenarios de aprendizaje anteriormente expuestos.

De otra parte, se analizarán las actividades propuestas y se establecerá su coherencia y pertinencia con los propósitos de aprendizaje declarados.

En la categoría de acciones de intervención se revisarán las instrucciones, preguntas formuladas, respuesta a los cuestionamientos de los estudiantes y decisiones tomadas durante el desarrollo de las implementaciones pedagógicas. Se observarán los cambios de la competencia comunicativa del PI analizado en las grabaciones de la implementación de clases. Observando cómo se transforman las preguntas orientadoras, la pertinencia del lenguaje utilizado dado el público infantil y adolescente al que se dirige el PI, la empatía que se establece con los estudiantes, la claridad en la instrucción dada a los estudiantes y la retroalimentación que recibe éste de los estudiantes en el proceso de enseñanza - aprendizaje.

En la categoría de acciones de evaluación del aprendizaje, se revisarán las consideraciones frente a los saberes y saberes previos de los estudiantes tenidos en cuenta en las planeaciones. Observando que evaluaciones diagnósticas se planean con los estudiantes y el propósito de las mismas. De igual manera, se observará cómo cambian los objetivos de las evaluaciones realizadas, y los instrumentos utilizados.

Para la recolección de la información se han recogido diferentes evidencias entre las que se encuentran los documentos escritos de las planeaciones, las presentaciones de los problemas propuestos, los videos de la ejecución de las clases planeadas. Además de las

narrativas de la implementación de las clases. Narrativas donde se señalan los cambios dados entre un ciclo de reflexión precedentes y los subsiguientes.

#### **4 Ciclos de Reflexión.**

Hasta el momento se han realizado nueve ciclos de reflexión que permitieron identificar, las transformaciones de la práctica de enseñanza. A continuación, se describen nueve ciclos de reflexión asociados con la práctica de enseñanza de la matemática. Si bien en la práctica han ocurrido otros ciclos de reflexión se describirán los que a juicio del PI son los más relevantes dada la pregunta de investigación.

##### **4.1 Ciclo 1 “El hito de la canasta de la volqueta”:**

La descripción de este ciclo de reflexión inicia con una explicación de cómo era la práctica pedagógica del PI y qué lo motiva a plantearse un cambio en esta. Con la intención de desarrollar competencias en el saber matemático y en la disciplina matemática, el PI de matemáticas planea y ejecuta diferentes estrategias didácticas, estrategias que no brindan los mejores resultados en el propósito de desarrollar competencias matemáticas en sus estudiantes. También Escoge unos contenidos sugeridos por el currículo propuesto por el ministerio de educación, realiza explicaciones magistrales, desarrollan algunos ejemplos y toman estos ejemplos para evaluar los aprendizajes de estos contenidos. Pero se encuentra un conjunto de fenómenos tales como que los estudiantes pertenecientes al colegio de Postprimaria no comprenden los conceptos e ideas matemáticas, tampoco desarrollan sus

competencias, no alcanzan las habilidades para aplicar los conceptos matemáticos a un contexto distinto del planteado en los ejercicios matemáticos propuestos. Finalmente el PI observa desmotivación, desinterés y malos resultados en el área de matemáticas por parte de sus estudiantes.

Es importante aclarar que para el PI en esta etapa de la investigación afirmar que los estudiantes “no comprenden los conceptos matemáticos” lo que está afirmando es que se observa a sus estudiantes incapaces de resolver los ejercicios matemáticos como él espera que los resuelvan, no muestran interés por las matemáticas y no cumplen con las actividades propuestas en la implementación de las clases. Además el PI tiene para ese momento la creencia de que “aprender matemáticas es poder resolver los ejercicios que el PI lleva a la clase de los libros guías que este utiliza.

#### **4.1.1 Acciones de Planeación:**

Dado ese contrato didáctico que se estableció con los estudiantes, El PI de matemáticas es quien resuelve ejercicios que tienen única solución, además, que todos los problemas matemáticos tiene solución y finalmente se abordan con una única estrategia posible. “Conduciendo a nuestros estudiantes a que en sus mentes sustituyan la razón por la autoridad y a que estos no razonen más”. (Bruno D’Amore, 2010, p. 24). Dada esta forma ingenua de abordar el conflicto del aprendizaje, se decide explorar desde la estrategia de solución de problemas otra ruta que les permita a los estudiantes el aprendizaje de competencias matemáticas. Partiendo del fenómeno anterior se propone un desempeño con el propósito de superar las limitaciones anteriormente mencionadas. Se les plantea a los estudiantes un problema matemático que intenta abordar la enseñanza desde un “problema matemático

genuino”, que despierte el interés auténtico de los estudiantes, rompiendo con el contrato didáctico y generando una experiencia que permita que visibilicen sus pensamientos. Así las ideas y conceptos matemáticos de los niños puedan ser observables y evaluables. Adquiriendo el auténtico desarrollo de competencias y saberes matemáticos.

A estos niños y niñas de entre los 13 y 18 años de edad se les proponen un conjunto de desempeños, orientados a cumplir unos objetivos, los cuales son:

- Elaborar el concepto de número racional.
- Estudiar el objeto número racional.
- Estudiar el objeto geométrico figura Ortogonal y sus propiedades de volumen y capacidad.
- Desarrollar la competencia matemática de la estimación.
- Descubrir la aplicación de los conceptos propios de la disciplina matemática en su vida práctica y avanzar del saber al saber hacer. [Ver Anexo 1 Hito Volqueta](#)

El PI observa que su práctica pedagógica no establece conexiones entre la actividad y un contexto y para que una estrategia pueda realmente asimilarse tiene que estar necesariamente ligada a un contexto o a un contenido específico (Santos Trigo, 1996).

“Problemas contextuales bien seleccionados ofrecen oportunidades para que los estudiantes desarrollen estrategias de solución informales, altamente contextualizadas, y se utilizan en la construcción de conceptos matemáticos...el contexto puede aun ser no realista o [ubicarse] dentro de las matemáticas, si el desarrollo del concepto lo requiere. Sin embargo, el contexto del problema debe ser experimentado como real por los estudiantes...El mundo real



se utiliza como un dominio en el cual podemos usar nuestros conceptos matemáticos en la forma que deseemos".(MEN, 2006, p. 54)

Así mismo desea reproducir una experiencia desarrollada en su seminario de investigación en donde el profesor John Alexander Alba, comparte un problema matemático. El problema contrastaba dos cilindros uno más alto y el otro más ancho, luego preguntaba a los estudiantes del seminario que argumentáramos cuál de estos dos cilindros tenía más capacidad. El PI observa cómo puede proponer este problema a sus estudiantes y conectarlo con la actividad de construcción de la canasta de una volqueta. [Ver Anexo 1 Hito Volqueta](#)

#### ***4.1.2 Acciones de Implementación.***

Dado lo anterior se puede decir que el contexto donde se desarrolla la práctica pedagógica es un contexto típico de la ruralidad colombiana, donde los padres de familia de los niños se dedican en su gran mayoría a actividades agrícolas, ganaderas o al cuidado y mantenimiento de fincas de recreo. Indagando en la comunidad escolar e institucional se rastreó y logró establecer qué tópico le llamaba la atención a los niños de su realidad social. Algunos mostraron un interés genuino en la siembra o cuidado de plantas o el cuidado de animales, pero la gran mayoría manifestó un interés por la maquinaria agrícola y en especial por la maquinaria de trabajo de obras civiles. Teniendo en cuenta que la comunidad se encontraba en la temporada invernal y que se presentó un derrumbe en la vía que conduce del municipio de Supatá al municipio de San Francisco. Entonces el PI le propone a los estudiantes que explorarán e investigarán alrededor de los objetos geométricos presentes en la maquinaria que se encontraba reconstruyendo la carretera. Las acciones de implementación tienen origen en el segundo semestre del año 2018 entre los estudiantes del ciclo de octavo y noveno,

estudiantes que se encuentran entre los 13 y 18 años de edad, el investigador toma la decisión de implementar esta práctica con estos estudiantes por que el PI cree que un problema de estas características para poder ser resuelto se le debe proponer a los estudiantes mayores en edad.

Los estudiantes exploraron los diferentes objetos geométricos presentes en la maquinaria de obras civiles. Realizaron un taller donde pudieron identificar los elementos que forman una volqueta. Por ejemplo, ellos hicieron consciente que una volqueta está formada por una cabina y una canasta que tiene formas cúbicas o las llantas tienen formas cilíndricas, que una retroexcavadora tiene unas palas en forma de prismas etc. Exploraron los diferentes objetos geométricos que pueden relacionar con las máquinas y las propiedades geométricas de estos objetos. En paralelo los estudiantes realizaron ejercicios que involucran el uso de los números racionales, sus diferentes representaciones semióticas, en formato decimal y formato fraccionario. Realizaron operaciones con los números decimales, operaciones tales como la multiplicación, división, suma y resta. Se les propusieron ejercicios que los entrenan para identificar igualdades y desigualdades entre los números racionales. Estudiaron las formas, definiciones del objeto geométrico cubo perfecto y sus características. Se presentaron ejercicios para representar algebraicamente el concepto de capacidad de un objeto ortogonal.

Fueron desarrolladas estas actividades con el interés de presentarles los elementos que el PI consideraba necesarios para resolver el problema que se les propuso.

Problema e indicaciones que se realizará a continuación:

- Conforme equipos de tres personas.

- Considere su actitud frente al problema como si usted fuera un ingeniero mecánico que está apunto de construir un elemento muy importante de una máquina.
- Con un octavo de cartulina “CONSTRUYA” la canasta de una volqueta con capacidad para transportar 657 centímetros cúbicos de elementos sólidos.
- Puede hacer uso del computador, el cuaderno y de cualquier libro de matemáticas.
- Puede solicitar aclaraciones al problema.

La primera reacción de los niños fue de total desconcierto dado que las prácticas pedagógicas que realizaba anteriormente el PI no permitían el acceso a ninguna fuente de información a los estudiantes, generalmente las actividades con intención evaluativa contenían alrededor de cinco ejercicios similares entre sí, los cuales eran tratados en clases anteriores. Pasada esta etapa los niños entraron a considerar el problema, se observó que algunos hacían preguntas que evidenciaban la comprensión de lo que se quería resolver. Otros que no comprenden el problema fueron abordados de forma inquisitiva y se les preguntó: ¿Qué forma tiene la canasta de una volqueta y a que objeto geométrico se les parece? De forma inmediata los estudiantes comprendieron qué debían resolver. Algunos tomaron la ruta, de consultar cual era la fórmula del volumen de una figura cúbica, algunos otros la recordaban, pero todos en general no comprenden cómo utilizar la fórmula dado que siempre se les presentaron ejercicios en los que debían reemplazar un dato para hallar la capacidad, aquí no tenían ningún dato que reemplazar y esto los puso en un lugar de cierta incertidumbre. Discutían entre ellos, algunos afirmaban que faltaba información en el problema, luego un niño preguntó profesor me puedo inventar las medidas, esta pregunta les dio luces de cómo ejecutar el proceso del problema. Empezaron a probar con números naturales para acercarse a la capacidad necesaria, pero por más que lo intentaba ninguno parecía cumplir con el requerimiento de capacidad. Un grupo de

niñas preguntó si podía hacer uso de “números con coma” de inmediato todos los grupos empezaron a encontrar respuestas precisas. Finalmente se dieron a la construcción de su canasta para al final entregar cinco canastas con soluciones completamente diferentes y acertadas dentro de los requerimientos del problema.

La siguiente actividad que el PI desarrolla fue construir dos cilindros con un octavo de cartulina, uno a lo largo y otro a lo ancho. Los estudiantes construyen sus dos cilindros los cuales describen con un lenguaje informal, hablando del cilindro gordo y del cilindro flaco. Los estudiantes proponen sus diferentes hipótesis y las argumentan alrededor de la pregunta cuál cilindro tiene más capacidad. Luego estos lo comprueban experimentalmente. Se observa al PI proponiendo problemas matemáticos a los niños donde no estamos buscando una única solución y donde los estudiantes argumentan y contra argumentan sus distintos puntos de vista. [Anexo 1 Hito Ver Volqueta.](#)

#### **4.1.3 Acciones de Evaluación.**

El PI empieza a considerar la implementación de su práctica como un espacio donde puede evaluar a sus estudiantes, empieza a considerar que el proceso de aprendizaje es parte de la evaluación. Empieza a considerar la competencia de resolución de problemas se puede evaluar en la medida que sus estudiantes estén en la capacidad de resolver los problemas propuestos.

El PI ya no evalúa una respuesta acertada o desacertada por que no está evaluando ejercicios, dado que el problema tiene múltiples soluciones, el PI evalúa la estrategia que los niños llevaron a cabo para resolver el problema, sus argumentos y sus opiniones, pero ya no

evalúa respuestas correctas u/o erradas. Dado que esta estrategia de evaluación ya no tiene ningún sentido desde su nueva noción de problema.

#### **4.1.4 Acciones de Reflexión.**

El PI descubre que sus estudiantes se encuentran en plena capacidad de resolver problemas matemáticos con las características de su nueva noción de problema. El problema propuesto por este le da la posibilidad de descubrir que sus prácticas pedagógicas no establecen relaciones entre los sistemas numéricos, de ligar tres tipos de pensamiento matemático. Estos tres tipos de pensamiento eran desarrollados sin ninguna cohesión y tan poco con su aplicación en la vida cotidiana.

Se evidencia una planeación del investigador, dado que diseña un problema, establece una dinámica de trabajo colaborativa, define en los recursos materiales y tecnológicos necesarios para desarrollar el problema, establece unos tiempos para las actividades propuestas y programa actividades que le permita acercar a sus estudiantes a los saberes que el PI considera que sus estudiantes deben dominar para acercarse al problema. Esta secuencia de eventos no se presentaba en su práctica pedagógica. Esta forma de proceder del investigador es tan novedosa que su motivación, entusiasmo y compromiso se describen y se observan en las narraciones que hace sobre la implementación del desarrollo del problema propuesto. En los niños también es novedoso incluso algunos manifiestan su descontento y otros expresan que este cambio les parece un reto interesante. Quienes manifiestan descontento expresan que no les gusta trabajar en equipo, que prefieren hacer ejercicios del libro, que el problema es muy difícil. Pero el PI descubre que los beneficios de proponer

problemas matemáticos a los estudiantes son tantos que considera encontrar los medios para vencer las resistencias al cambio y encontrar la forma que sus estudiantes descubran los beneficios para el desarrollo del pensamiento matemático.

El PI aspira que el próximo ciclo de reflexión que proponga a sus estudiantes debe ser un reto que involucre los tipos de pensamiento métrico, sistemas numéricos, geométrico e incluir el pensamiento variacional el desea que sus estudiantes se enfrenten a resolver problemas que requieran del desarrollo y aplicación de estos tipos de pensamiento. Además descubrió que la complejidad y alcances del problema pueden ser mayor al propuesto tanto en tipos de pensamiento involucrados, conceptos y dimensión del problema. El PI debe pensar en los estudiantes que se sentían cómodos con el antiguo contrato didáctico y llevarlos por una ruta que su resistencia al cambio no resienta sus auto percepciones de sus capacidades, competencias y habilidades.

La experiencia anteriormente planteada, rompe el contrato didáctico que establecía una estrategia única donde se plantea una ecuación a un niño y este debe reemplazar de forma completamente operativa la información suministrada, el PI ya no implementa una práctica automática y no espera que sus estudiantes se comporten como tal, tal como diría (Perkins, 1981):

“Un conocimiento general incluye estrategias ampliamente aplicables para resolver problemas, para tomar decisiones, para desarrollar un pensamiento inventivo para regular o monitorear el proceso de solución de un problema”.

Por lo tanto se aborda el problema desde la palabra mágica que el PI llamó: “construya” lo que permite desarrollar un pensamiento inventivo. Esto a su vez produce una genuina motivación en los niños para enfrentarse a un problema, discernirlo, discutirlo e intentar resolverlo.

“La resolución de problemas propone: un pensamiento no algorítmico, un pensamiento en que el individuo tenga que contemplar varias formas de solución, el uso de criterios que pueden estar en conflicto y un pensamiento que implique cierto grado de incertidumbre”. (Santos Trigo, 1996, p. 11).

Una habilidad matemática como la estimación fue explorada y descubierta, dado que los niños no lograban entender cómo era posible construir una canasta de volqueta de 637 centímetros cúbicos con un octavo de cartulina esta dimensión les parecía un valor muy grande ilustrando que mi práctica pedagógica no los había entrenado en la estimación de dimensiones cúbicas.

Se concilian los intereses personales de los niños con los intereses de la sociedad. Los niños reconocieron como el saber matemático puede enriquecer sus posibilidades de resolver problemas de su quehacer cotidiano.

“Los sistemas de creencias mostrados por los estudiantes acerca de las matemáticas provienen del tipo de instrucción que reciben en el salón de clases”. (Schoenfeld, 1992).

El PI empieza a establecer conexiones entre los problemas y clases anteriores, con las siguientes clases. Ya no se observan cambios abruptos en sus clases que se saltan de un contenido al siguiente sin establecer conexiones. Conduciendo al investigador a poner en práctica su nueva creencia de que el desarrollo del pensamiento matemático implica formular hipótesis y contrastarlas con la realidad. El profesor toma la decisión consciente de seguir diseñando, planeando e implementando acciones pedagógicas, con problemas que cumplan estas características.

#### **4.2 Ciclo 2 “Diseño de la casa de los sueños”.**

El siguiente apartado tiene el objetivo de plantear un problema matemático que considere algunos de los tipos de pensamiento matemático enunciados en los estándares básicos de aprendizaje (MEN, 2006, p.56). Además que el problema matemático cumpla con el nuevo paradigma que el PI tiene sobre lo que es un problema matemático. Espera seguir repitiendo experiencias como el hito de la volqueta porque esta experiencia permite motivar a los estudiantes, desarrollar un proceso de pensamiento matemático, desarrollar la competencia de resolución de problemas y finalmente identificar los pensamientos matemáticos que sus estudiantes no tienen desarrollado con la complejidad que se espera o por qué no lo habían trabajado de forma formal. Por ello el próximo ciclo de reflexión que el PI describe, pretende generar conexiones en los tipos de pensamiento y propiciar el desarrollo de ciertas competencias matemáticas que no se han entrenado.

#### ***4.2.1 Acciones de planeación.***

Se propone a los estudiantes del ciclo de octavo y noveno grado que diseñan los planos de las casas de sus sueños, que construyan una maqueta de la casa de sus sueños y que argumenten todas y cada una de las decisiones que tomaron durante este proceso. Para lograr dar respuesta a este problema se les pide que desarrollen una serie de actividades que serán expuestas a continuación.

Propósitos:

1. Desarrollar competencias matemáticas en la estimación de superficies y volúmenes.



2. Desarrollar habilidades previas necesarias para la solución de problemas tales como la construcción de la maqueta de una vivienda.
3. Desarrollar las competencias necesarias para la construcción de la maqueta de una vivienda a escala.
4. Desarrollar competencias comunicativas de los saberes matemáticos.
5. Familiarizar a los estudiantes con el uso de lenguaje algebraico.

Objetivos:

1. Construir una definición en equipo del concepto de ecuación.
2. Identificar los elementos de un polinomio.
3. Resolver ecuaciones de primer grado de forma analítica.
4. Reconocer el origen histórico del álgebra.
5. Desarrollar habilidades en la resolución de ejercicios que involucren el uso de ecuaciones de primer grado.

En el primer ciclo de reflexión llamado el hito de la volqueta encuentra que sus estudiantes a pesar de encontrarse en el ciclo de octavo y noveno. No dominan los saberes y competencias propuestas para estos cursos según los derechos básicos de aprendizajes. Que sus estudiantes no han desarrollado un pensamiento métrico, decimal, que sus estudiantes no hacen representaciones algebraicas, que los estudiantes no elaboran definiciones de objetos geométricos. La manera de comunicar sus argumentos, descripciones e hipótesis sobre los diferentes objetos geométricos se dan en expresiones coloquiales del lenguaje, es decir no utilizan un lenguaje propio del saber matemático. Esto motiva al PI a proponerles un problema

en el que se puedan dar tratamiento a estos elementos identificados en el ciclo de reflexión anterior. Dado lo anterior le propones a sus estudiantes construir una maqueta de la casa de sus sueños, pero para esto desarrolla lo que él llama una etapa exploratoria del problema Ver ([Anexo 2 Diseño Casa](#)). En paralelo planea desarrollar con los estudiantes un conjunto de actividades que le permita construir unas definiciones sobre los objetos geométricos punto, recta, cuadrado y triángulo, cubo. Además el PI planea que los diferentes problemas que vayan surgiendo en la construcción de la vivienda proponerles que desarrollemos representaciones algebraicas de estos problemas. Ver ([Anexo 2 Diseño Casa](#)).

Desempeños.

1. Investigar la definición de la palabra ecuación,
2. ver el video el origen del algebra <https://www.youtube.com/watch?v=JRk33WB901U>
3. Resolver los ejercicios adjuntos a continuación:
4. Transformar en lenguaje algebraico las siguientes proposiciones:
  - a) La mitad de un número más 3.
  - b) Tres números pares consecutivos.
  - c) La cuarta parte más la quinta parte de un número.
  - d) El triple del cuadrado de un número.
  - e) La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos.
  - g) El doble de un número más 3 es igual a 15.
  - h) El cubo de un número es igual a 27.
  - i) El doble del cubo de un número.

Resuelva los siguientes ejercicios:

- Juana tiene 5 años más que Amparo. Si entre los dos suman 73 años, ¿qué edad tiene cada una?
- Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?
- Determinar tres números consecutivos que suman 444.
- Ver el video como trabajar del lenguaje común al lenguaje algebraico  
<https://www.youtube.com/watch?v=DK53BxBRY1o>

Resuelva los siguientes problemas:

- 1- Si decide aumentar las dimensiones de los cuartos en un valor  $x$ , cuál sería el área del que ahora dispondrá cada cuarto.
- 2-Defina cuántos ladrillos necesita para construir su vivienda.
- 3-Defina cuántas baldosas requiere su casa.
- 4-Estime la altura que tendrá su vivienda y argumente las razones.
- 5-Las tuberías de desagüe de la cocina y del baño se van a encontrar en un punto defina qué tan larga debe ser la tubería, tanto de la cocina y de los baños e identifique los puntos de cruce.

#### **4.2.2 Acciones de Implementación.**

Los problemas anteriormente propuestos se fueron desarrollando en diferentes jornadas, a ritmos que dependen de las habilidades de los niños este problema fue implementado en el segundo semestre del año 2018. El cambio más profundo en términos de

las competencias tecnológicas se da en la necesidad de incluir en la clase el software Geogebra. Desencadenando el cambio de una cláusula del contrato pedagógico, el cual dictaba mantener las herramientas tecnológicas para momentos muy específicos y limitados. A partir de este momento la tecnología empieza a cohabitar con toda libertad en nuestro escenario de aprendizaje.

En la resolución de los problemas los niños necesitaban de variados tipos de pensamientos matemáticos, la práctica de enseñanza comienza a girar alrededor de las necesidades de saberes matemáticos que proponen los diferentes problemas, no alrededor de un contenido específico. Por lo tanto, se evidencia una necesidad genuina de los estudiantes por los saberes matemáticos. Esto cambia el rol del estudiante dado que es el estudiante el que se dirige al conocimiento matemático en su afán de dar soluciones a sus problemas. Se observa un PI que toma la decisión de proponer problemas más complejos a sus estudiantes, si lo comparamos con el hito de la volqueta el PI se encuentra involucrando diferentes tipos de pensamiento matemático, también se observa al investigador seleccionando y preparando los conocimientos que él considera necesario que los niños desarrollen para enfrentarse a este tipo de problemas. Ver ([Anexo 3 Diseño Casa.](#)).

#### **4.2.3 Acciones de Evaluación.**

Se observa cómo los estudiantes consultan diferentes planos en internet, además realizan los cálculos necesarios, resuelven los problemas propuestos. El PI evalúa a los estudiantes durante la implementación de las actividades propuestas, evalúa el cumplimiento de las actividades propuestas, el nivel de profundidad de los diseños de los planos y en este proceso indaga sobre los elementos que los niños no consideran y que son necesarios para la

construcción del artefacto. También evalúa cómo los estudiantes hacen uso de la cinta métrica y si dominan el sistema métrico en los conceptos de medidas lineales, de superficie y volumétricas. Evalúa el dominio del sistema numérico racional, pero ya no evalúa sólo los ejercicios que les propone a sus estudiantes sino que también evalúa la capacidad de sus estudiantes para utilizar estos saberes para resolver el problema. Evalúa cómo los niños resuelven las diferentes etapas del problema es decir el PI observa las preguntas que los niños elaboran, los métodos que estos utilizan para resolverlas.

#### ***4.2.4 Acciones de Reflexión.***

Se observa que el PI les propone un problema complejo a los niños que implican la construcción de un artefacto, para este caso el diseño de los planos de una vivienda. El PI realiza una etapa exploratoria con los estudiantes, etapa que los familiariza con el problema que desean solucionar, para esto consideran los requerimientos necesarios. El PI encuentra que el problema que les propuso a los niños se divide en varias etapas, etapas que son el diseño de los planos de una vivienda donde se determinan el área de la vivienda, de los cuartos, de los espacios sociales, el tamaño de las paredes, el tamaño de las puertas, la altura que tendrá la vivienda. Se observa que el PI integra el sistema métrico, los objetos geométricos área, volumen de un cubo y el sistema numérico de los números racionales. Es la primera vez que el PI integra diferentes tipos de pensamiento matemático en un mismo problema. El PI propone un conjunto de problemas que tienen múltiples soluciones y múltiples estrategias de solución. Es la primera vez que los estudiantes y el PI se deciden enfrentar un problema de estas características. El PI propone ejercicios a los estudiantes para brindarles los

conocimientos que este considera necesarios para que los niños puedan resolver los problemas. Los grupos de niños entregaron los planos de sus casas de sus sueños, desarrollaron las maquetas, hicieron representaciones algebraicas entre un conjunto de actividades que convergieron en los problemas propuestos. Se observa que este problema le permite avanzar en otros tipos de pensamiento y acercarse a otro tipo de problemas manteniendo un hilo conductor, una conexión y coherencia. por ello su próximo ciclo de reflexión se encuentra íntimamente ligado a este problema.

### **4.3 Ciclo 3 “La cubierta de la casa de mis sueños”.**

El PI continúa en su proceso de implementar problemas matemáticos y en este proceso descubre que puede mantener una coherencia con los tipos de pensamiento que ya desarrollo y los que espera desarrollar por lo tanto le propone a sus estudiantes un problema que complementa y finiquita el problema de la casa de los sueños.

#### **4.3.1 Acciones de planeación.**

El último ciclo de reflexión del año escolar ocurre con la última actividad propuesta a los estudiantes de octavo y noveno finalizando el año 2018.

Se les solicita a los estudiantes que construyen la maqueta de la cubierta de la casa que realizaron a lo largo de este año académico, por lo tanto, deben diseñar un techo a dos aguas o cuatro aguas para sus casas, deben tener en cuenta que pendiente van a utilizar dependiendo

de las variables climáticas de los sitios que estos escogieron para la construcción de sus viviendas y finalmente deben resolver a las siguientes preguntas:

1. Cuantas tejas necesitan para cubrir sus maquetas, por lo tanto, cuanto cartón paja requieren para sus maquetas.
2. Cuantas tejas requieren para la construcción de su vivienda a escala real.
3. Qué saberes matemáticos utilizaron para dar respuesta a la pregunta anteriormente planteada.

El PI toma la decisión de continuar con el problema de la casa de los sueños, para establecer conexiones en los tipos de pensamiento matemático y en los aspectos del aprendizaje de estas, además quiere seguir desarrollando el tipo de pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Ver ([Anexo 3 Diseño Techo.](#))

“El pensamiento espacial, entendido como ... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales”. (MEN, 2006, p.61).

#### **4.3.2 Acciones de Implementación.**

El PI identifica los saberes matemáticos necesarios para solucionar el problema propuesto, los estudiantes debieron investigar sobre las propiedades de los triángulos, el teorema de Pitágoras, el teorema de semejanza de triángulo de Tales, el objeto función lineal, el objeto geométrico pirámide, entre otros saberes que emergen en diferentes momentos del desarrollo del problema. Estos saberes surgían de forma natural, como una herramienta cuyo principal objetivo era resolver el problema. Sus competencias de estimación, reconocimiento de patrones, búsqueda de estrategia de solución ocurrieron de diferentes formas. La motivación en el desarrollo de este proyecto fue una constante y todos los grupos de niños alcanzaron la meta de construir la cubierta de su maqueta y diseñar la de esta para una casa a escala. Ver ([Anexo\\_3\\_Diseño\\_Techo.](#))

#### **4.3.3 Acciones de Evaluación**

Se finalizó la actividad con una serie de ejercicios que involucran los mismos tipos de pensamientos matemáticos. Todos los niños sin excepción realizaban estos ejercicios con un dominio propio de quien domina los objetos matemáticos en cuestión. El PI entra a considerar los aspectos del aprendizaje de las matemáticas propuestos por Martha Fandiño, observando que aunque el aprendizaje algorítmico tiene relevancia para la solución de problemas, considera en su evaluación aspectos como el pensamiento estratégico, la modelación y la comunicación de dichos saberes.

#### **4.3.4 Acciones de Reflexión.**

Se observa que el PI involucra varios tipos de pensamiento matemático como el sistema métrico, pensamiento geométrico con los ángulos, el teorema de Pitágoras. Ya no de forma



secuencial como los plantean los libros de texto, sin ninguna cohesión, el problema les ofrece la posibilidad de trabajar en paralelo y de acuerdo a las necesidades y requerimientos del problema. El paradigma del PI se está transformando desde sus creencias hasta las acciones de su práctica pedagógica el PI descubre que se encuentra en condiciones de gestionar los saberes necesarios para resolver el problema sin importar que sean diferentes tipos de pensamiento. El profesor investigador es interrogado por el profesor John Alba sobre sus concepciones con respecto a los niños pequeños específicamente las concepciones que este tiene sobre los niños y niñas entre los 10 y 13 años del ciclo de sexto y séptimo descubriendo el profesor tiene serias dudas respecto de proponer acciones pedagógicas como las que viene adelantando con los estudiantes de mayor edad. Por lo tanto el investigador toma la decisión que su próximo ciclo de reflexión lo adelantara con los niños de grado sexto y séptimo.

#### **4.4 Ciclo 4 “Circuitos Eléctricos En Matemáticas”.**

El PI desarrolla el siguiente ciclo de reflexión con los niños del ciclo del grado séptimo y sexto niños entre los 10 y 13 años de edad el primer semestre del año 2019.

##### **4.4.1 Acciones Planeación.**

El PI se encuentra en el inicio de un ciclo de reflexión que coincide con el inicio de un año escolar, permitiéndole de esta forma dar inicio a una práctica pedagógica con los cambios sugeridos en el ciclo de reflexión anterior dichos cambios se empiezan a manifestar en la definición de unos propósitos que le permitieran en su contexto inmediato de aula establecer un ambiente óptimo de aprendizaje es decir el PI desea; conocer a sus estudiantes para fomentar unas implementaciones de prácticas pedagógicas que le permitan conocer de sus estudiantes

sus orígenes, sus historias de vida, su hábitat natural y cultural, conocer a sus familias. Además espera que los estudiantes sientan confianza, seguridad, tranquilidad, amabilidad lo que permite generar un espacio de esparcimiento, de relajación y de alegría en los estudiantes de tal forma que los niños se brinden en sus relaciones interpersonales. Reducir la tensión y vergüenza inicial que sienten los niños al inicio de su año escolar, ayudar a desarrollar sentimientos de bienestar en un espacio compartido, Favorecer procesos colaborativos y crear ambientes participativos catalizando integración de nuevos miembros al grupo, con la intención de potenciar sus habilidades sociales.

El PI recurriendo a los estándares básicos de aprendizaje propuestos por el ministerio de educación nacional, decide iniciar con una de las esferas del pensamiento matemático. Para esto se concentra en realizar una planeación del pensamiento numérico y los sistemas numéricos. Cumpliendo además con la propuesta de desarrollo curricular propuesta por el ministerio de educación. Se fija objetivos como: Comprender el significado y sentido de las operaciones y de las relaciones entre los números, el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación, ligar el pensamiento métrico y el pensamiento numérico, comprender que es la medida relativa de una magnitud con respecto a un punto de referencia, identificado con el cero.

El PI decide iniciar su planeación con un acercamiento a los sistemas numéricos, específicamente los números enteros, el desea iniciar con la noción de número cero y la noción de polaridad, para ello inicia planteando que los niños identifiquen y ubiquen en el espacio los puntos cardinales.

El PI en anteriores ciclos de reflexión observa que sus estudiantes no dan sentido al signo negativo de los números enteros y para esto se propone desde las experiencias científicas de la electricidad darle sentido a los signos de los números enteros. El PI hace uso de sus conocimientos previos en electricidad y se plantea el signo menos desde la polaridad. Para ello indaga e investiga sobre los principios filosóficos de la dualidad.

El PI propone una serie de experimentos alrededor de la electricidad que son un gran insumo para que los estudiantes exploren y alcancen comprensiones de la energía eléctrica y su subyacente idea de polaridad. Plantea diferentes laboratorios en los que se observa un cambio en la planeación del docente dado que involucra un plan en el que requiere de más recursos que el tablero, el marcador, la cartulina y la regla. Ampliando sus horizontes y planificando con sus estudiantes los recursos necesarios para dicha práctica. Rompiendo con el juicio a priori de que los estudiantes no llegaron a conseguir elementos tan complejos para la práctica de laboratorio.

La propuesta del PI implica trabajo en equipo para optimizar los recursos de los estudiantes, el PI logra encontrar financiación para los elementos más costosos de los laboratorios que este se propone adelantar. [Ver Anexo 4 Circuito.](#)

#### ***4.4.2 Acciones de Implementación.***

El PI queriendo darle sentido al número “cero” no desde la perspectiva de ausencia de valor si no como punto de referencia desarrolla actividades donde propone a sus estudiantes

que definan lo que es un punto de referencia. Valiéndose de diferentes ejercicios y problemas prácticos como por ejemplo; que sus estudiantes indiquen en la vereda donde se encuentran los puntos cardinales, los niños y niñas con algunos conocimientos previos resuelven los problemas propuestos. En consecuencia, los estudiantes redefinen lo que ellos entienden como punto de referencia. En estas experiencias científicas el PI indaga sobre los saberes previos de los niños, alrededor de lo que estos entendían por polaridad, dualidad, contrarios y opuestos.

[Ver Anexo 4 Circuito.](#)

Durante la etapa de implementación de las clases la intervención del maestro fue mucho menor que en otras implementaciones de la clase. Se evidencia que los estudiantes no solo utilizan nuevos elementos para su experimentación ya que el estudiante hace parte del computador y el internet como un recurso útil dentro de su experimentación. El PI plantea su clase desde los interrogantes, su clase se enriquece alrededor de las preguntas que formulan los estudiantes. El PI evalúa de forma diagnóstica durante todas las implementaciones de las clases los experimentos desde las preguntas orientadoras.

La tendencia del PI a dar respuesta inmediata a la conjetura de los niños, se vio reprimida y el PI se sintió obligado a realizar más preguntas con la firme intención de que los niños elaborarán sus propias conclusiones. La frustración que género en el docente investigador que la primera etapa del experimento no saliera como se planeó fue tal, que se perdió la oportunidad de generar algunas conjeturas e hipótesis que enriquecieran el experimento lo que lo lleva a preguntarse de qué forma puede enriquecer su práctica pedagógica el planteamiento de hipótesis y tesis de las experiencias científicas.

#### **4.4.3 Acciones de Evaluación**

Este comienza a comprender el proceso de evaluación como un proceso que inicia desde el mismo momento de la planeación de la clase planeando y diseñando su rúbrica de evaluación.

Uno de estos problemas no se consideró pertinente proponerse, Encontrando este problema muy complejo para el alcance que se le quiere dar a esa práctica pedagógica con ese grupo de estudiantes. La pregunta problema mencionada arranca así: De estos fenómenos físicos que hemos visto en clase se puede inferir ¿que surge la ley de multiplicación de los signos? Pregunta a la que el PI no pudo dar respuesta. Los cambios observados en la implementación también estuvieron presentes en el proceso de evaluación.

Este conjunto de experimentos científicos, problemas matemáticos, construcción de definiciones y conceptos, construcción de artefactos electrónicos implican la elaboración de un nuevo tipo de rúbrica que le permitiera, incluir la elaboración de hipótesis, la elaboración de preguntas problemas y las conclusiones de los experimentos como un componente indispensable para contemplar en el proceso de evaluación.

Tenía el prejuicio que el concepto de energía era un concepto demasiado complejo para ser abordado con niños de sexto y séptimo es decir niños de 11 y 12 años pero el PI se llevó una gran sorpresa con los saberes previos y aproximaciones a la definición de los niños y niñas. La tendencia del PI a dar respuesta inmediata a la conjetura de los niños, se vio reprimida y me obligó a realizar mas preguntas con la firme intención de que los niños elaborarán sus propias conclusiones. [Ver Anexo Rubrica Circuito.](#)

#### **4.4.4 Acciones de Reflexión.**

El PI en su planeación se justifica en los lineamientos del ministerio de educación nacional, tanto en su propuesta curricular, como en las definiciones de los diferentes aspectos de las matemáticas. El PI encuentra una estrecha relación entre los aspectos del aprendizaje de las matemáticas propuesta por Martha Fandiño y los estándares de aprendizaje propuestos por el ministerio de educación nacional.

Evidenciándose un cambio en la práctica pedagógica del PI ya que el PI no parte de la explicación de los números enteros en una recta numérica, si no que propone problemas cotidianos, como la ubicación de los puntos cardinales, la ubicación de infraestructuras públicas como puntos de referencia y logra su objetivo alcanzando una definición del cero como punto de referencia. El PI ya no define un problema matemático alrededor de un enunciado, sino que encuentra en la vida cotidiana situaciones que le permiten proponer problemas matemáticos. Además el PI encuentra espacios diferentes al salón de clases tales como el caserío de la vereda para plantear problemas matemáticos. Se observa que el PI trabaja en la construcción de conceptos de sus estudiantes que se amplían en la medida que se enfrenten a diferentes problemas.

Se evidencia en la práctica pedagógica del PI un genuino deseo de profundizar en conceptos que con anterioridad daba por comprendidos con la suficiente profundidad, los problemas que sus estudiantes le plantean lo llevan también al PI a ampliar las definiciones y conceptos que él daba por culminadas. El PI de matemáticas descubre la estrecha relación que se está generando entre el aprendizaje del pensamiento numérico y el desarrollo de las competencias científicas.

El PI encuentra que los niños se encuentran en condiciones de desarrollar experimentos que les permitan dar sentido a algunas definiciones matemáticas. Además el PI se plantea escuchar las opiniones y conclusiones de los estudiantes permitiéndose un cambio radical en su práctica, puesto que el PI era quien se tomaba el trabajo de concluir, decir quien tenía la razón y quienes habían adquirido algún conocimiento. El PI era quien orientaba toda la clase, con un discurso intencionado a la memorización de conceptos. En las experiencias científicas mencionadas con anterioridad se plantearon problemas que los niños desarrollan paso a paso dada una planificación propuesta y modificada entre estudiantes y PI, un trabajo colaborativo no sólo entre los estudiantes sino entre los estudiantes y el PI.

Se observa que el PI con la intención de obtener claridad por parte de los estudiantes en la elaboración del concepto. En el proceso inquisitivo al que se expone a los estudiantes se pierde la oportunidad de aprovechar el rumbo diferente que toma la experiencia. Una de las experiencias consistía en que el estudiante comprendiera cuál es el concepto de polaridad y de dualidad, pero en este emergen problemas que pueden ayudar a formar una noción inicial de función. Incluso se observa que hay problemas que pueden ser útiles haciendo planteamientos algebraicos.

Las experiencias brindan la oportunidad de que se formulen y planteen problemas que el PI nunca antes había hecho y que implica que el PI profundice. El PI se empieza a plantear si dichos problemas podrían ser planteados como un problema de clase para los niños.

En definitiva, el PI de matemáticas redescubre la estrecha relación que existe entre las ciencias y las matemáticas. Relación inseparable desde los albores de la civilización. El cambio más profundo ocurre no solo en sus percepciones de la relación ciencia y las matemáticas, si

no en cómo la competencia matemática se desarrolla si se permite establecer una práctica muy cercana a la realidad disciplinar de las ciencias y las matemáticas. El PI desea llevar su práctica pedagógica hacia la reproducción genuina de cómo los hombres dedicados a las matemáticas hacen matemáticas. El PI encuentra en esta relación una gran oportunidad de transformación de su práctica en beneficio de los propósitos mencionados al inicio de este apartado pues volvemos a romper con el contrato didáctico previamente establecido.

#### **4.5 Ciclo 5 “El Objeto Matemático Función”.**

Este ciclo de reflexión se desarrolló durante el año 2019 con los estudiantes del ciclo de octavo y noveno. Cuando el PI desarrolló estas acciones pedagógicas partía de los contenidos propuestos por el currículo diseñado por el colegio, pero sin apartarse del currículo el investigador se siente más cómodo con una visión curricular desde los tipos de pensamiento matemático propuestos por los estándares básicos de aprendizaje. Además el profesor desea llevar las acciones pedagógicas adelantadas con los niños de sexto y séptimo a los niños de octavo y noveno, descubre que puede y debe involucrar otros saberes y otras disciplinas en los problemas que implementa con sus estudiantes.

##### **4.5.1 Acciones de Planeación.**

Este ciclo de reflexión inicia con el propósito de trabajar sobre el objeto matemático función, dicho objeto representa un reto para el PI dada la complejidad que tiene el objeto en sí mismo, por lo difícil que es para el PI abordar problemas que involucre el objeto función. Pero principalmente los obstáculos que este objeto presenta al momento de enseñarlo de la forma



clásica. Es decir como lo presentan los libros de texto de enseñanza de las matemáticas. Ya que la modelación de problemas se termina diluyendo en la forma de modelar los problemas sin establecer ninguna conexión con el problema real. La modelación termina siendo un procedimiento sin la conexión mutua entre los fenómenos de la naturaleza y sus formas. Se aspira en este ciclo de reflexión que la práctica pedagógica problematice el objeto matemático y desarrolle conocimiento matemático sin perder de vista el contexto donde se encuentra adscrito el conocer y saber hacer con dicho conocer.

El PI debe investigar y profundizar en el objeto función. Por lo tanto investiga, lee y consulta los orígenes, la transformación que ha sufrido a lo largo de la historia.

El PI quiere lograr que los estudiantes tengan claro que es un objeto función, el PI busca que ellos mismos construyan una definición. El PI sospecha que la definición matemática del objeto función explícita en los libros de texto no es condición suficiente para el desarrollo noético de dicho objeto. El PI en sus anteriores prácticas pedagógicas donde trata el objeto función observó que para los estudiantes es una actividad que carece de sentido, de imaginación y de aplicación. Desde estas premisas el PI se propone hacer cambios importantes en su planeación. Concluye que si comprende y tiene claridades sobre ciertos objetos de las matemáticas puede realizar implementaciones de clase muy cercanas a los problemas que permitieron a la humanidad desarrollar dichos conceptos.

El PI plantea problemas de diferente índole alrededor del objeto función, problemas que siguen siendo muy cercanos a la ciencias naturales, en este caso narraremos un problema que le planteamos a los niños para desarrollar la idea desde un problema ejemplo.

El objeto función es un objeto matemático que plantea el problema de cómo modelar ciertas formas y patrones de la naturaleza, Esta labor se complejiza si en la práctica pedagógica se quiere llegar al modelamiento cartesiano. Es en este objetivo de la práctica donde el concepto matemático quedaba fuera de contexto científico y cultural. Impuesto como única forma de modelar. Presentado como un conocimiento desconectado de los problemas reales que llevaron a su invención. Asumiendo que en la práctica pedagógica los niños tienen el nivel de abstracción necesaria para asumir la modelación cartesiana como el método ideal. En detrimento de las representaciones icónicas, de las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas).

El PI se aventura a desarrollar proyectos de construcción de un artefacto como un cohete e introducir a los estudiantes a funciones específicas como la función cuadrática. Las posibilidades se amplían a las formas parabólicas. Los problemas propuestos por los estudiantes terminan orientando la práctica pedagógica ya que no es el PI el que exclusivamente propone. [Ver Anexo Funcion.](#)

#### **4.5.2 Acciones de Implementación.**

Se les solicita a los niños que durante todas las noches observen la luna, le tomarán una foto. Estimemos en que porcentaje de iluminación se encuentra llena. El problema, superó las expectativas de los propósitos iniciales ya que observa que las actividades propuestas al ser actividades experimentales y novedosas tienen un compromiso y cumplimiento satisfactorio. Los niños durante estos 14 días obtuvieron los datos solicitados. Luego hicimos una relación de dos conjuntos numéricos. Tiempo versus porcentaje de iluminación. Los

experimentos de observación y recolección de datos propios de las ciencias naturales se realizaron durante todo el tiempo en el que nos acercamos de forma pragmática al objeto matemático. Con la pretendida intención de que los niños se acercaran a la idea de relacionar dos conjuntos numéricos sin perder de vista que estos conjuntos numéricos son fenómenos y formas de la naturaleza que representamos con conjuntos numéricos.

Aquí en este momento de la práctica el PI desea que el objeto matemático sea entendido y puesto al servicio de los problemas que se aborden. Brindando respuestas a este temerario reto el PI ejecuta con sus estudiantes un conjunto de actividades que les permita a los estudiantes modelar problemas del objeto función, con la libertad creativa y desde sus formas sabidas y comprendidas de representación. Se espera que ellos consideren la mejor forma de modelar estos problemas. Los niños empiezan a ver en los datos numéricos una relación. Los niños encuentran en el dibujo y el arte una forma de modelar los problemas y otros que ven en los números una mejor forma de relacionar dos conjuntos numéricos.

Ahora se ve un PI no solo que reproduce en la clase de matemáticas un escenario de investigación cercano a la práctica real de la disciplina matemática si no un PI que planea sus clases con la intención y el propósito de que los estudiantes descubran y se pregunten por los problemas y obstáculos que ofrecen desde las soluciones propuestas por ellos mismos. El investigador espera que los niños identifiquen las ventajas y desventajas de sus soluciones. Enriqueciendo sus competencias de pensamiento crítico.

Es un patrón antes identificado que el investigador cambia sus creencias de concebirse como alguien que planea enseñar un contenido, definición o un concepto, a un PI que plantea

problemas y desde las soluciones propuestas para el problema conduce a sus estudiantes a preguntar y problematizar sus ideas.

El PI encuentra que en el redescubrimiento del plano cartesiano se pueden plantear problemas geométricos, que brindan la oportunidad de resolver problemas de tipo científico, problemas propios de las ciencias sociales, o del arte. En esta variedad de problemas el PI ya no siente el temor de abordar todos estos problemas si estos conducen a una apropiación y redescubrimiento del concepto que espera sea conocido.

Durante la implementación de este ciclo se observó que las preguntas que los estudiantes elaboran, no son preguntas alrededor de un algoritmo, procedimiento, de cómo tabular un conjunto de datos. Son preguntas donde el PI debe pensar en elaborar y formular otras preguntas que ayuden a los estudiantes a cuestionar la mejor forma de resolver un problema. En la ejecución de clase emergen qué conceptos matemáticos son pertinentes para resolver este o aquel problema. La comunicación PI estudiante cambia dado que no es una comunicación unidireccional, donde el PI está esperando un conjunto de datos o de resultados. La comunicación ocurre en doble vía dado que el PI se encuentra en un proceso de pensamiento para solucionar también el problema, aportar las preguntas acertadas. El PI se transforma en un cazador de oportunidades que le facilite compartir sus saberes matemáticos. La implementación de clase surgen diferentes problemas ya no es un único problema que el PI propone, son casi tantos problemas como estudiantes en el salón, el PI no debe perder de vista cuál es el propósito y debe hacer una tarea de contener los alcances que surgen de los diferentes problemas.

El PI debe realizar una recolección de problemas de la implementación de la clase y evaluar no si los estudiantes se encuentran resolviendo “bien” unos ejercicios o si están aprendiendo un concepto matemático de memoria, si no que para estos casos particulares él identifica problemas que enriquecen el propósito fijado en la planeación.

En este transcurrir de su práctica propone a los estudiantes hacer metáforas de las relaciones que encuentran en los conjuntos de datos, en sus observaciones, análisis, descripciones y soluciones.

Quedan preguntas elaboradas por los niños en el tintero, preguntas por fenómenos de la naturaleza que ignoramos; el patrón y la certidumbre y emergen conceptos como el azar tal y como se define en los estándares básicos de matemáticas del ministerio de educación. El azar se relaciona con la ausencia de patrones o esquemas específicos en las repeticiones de eventos o sucesos. Emerge en la práctica pedagógica el deseo de los estudiantes y del PI de dar respuesta a los problemas del universo de la teoría de probabilidades. El PI encuentra que su práctica pedagógica navega en el océano de los problemas matemáticos llegando a puerto con los insumos necesarios para su próxima aventura. [Ver Anexo Funcion.](#)

#### **4.5.3 Acciones de evaluación.**

La evaluación adquiere otros matices dado que el PI empieza a proponer autoevaluaciones en la que los niños critican las propuestas de sus compañeros con el ánimo de darle solución al problema de la manera más clara. El investigador y los niños no se encuentran en una crítica defecto lógica, ellos se encuentran en una crítica que nutre sus

dudas y certezas. En la evaluación comienzan a emerger un conjunto de verbos que no se encontraban en la práctica del PI. Verbos presentes en frases como: El niño observa y describe fenómenos naturales, el niño representa numéricamente sus observaciones, el niño analiza y encuentra relaciones entre los datos y la experiencia, el niño extrapola ideas. El PI ya no evalúa que un niño se encuentre en capacidad de usar una única forma de modelar. “Concibe el modelar como una representación que puede ser figurativa mental o gráfica que represente la realidad”. (MEN, 2006, p. 52).

#### **4.5.4 Acciones de Reflexión.**

Se evidencia que el PI en su análisis de planeación descubre que no tenía clara las relaciones existentes entre la idea de función lineal, las funciones del cálculo diferencial y las aplicaciones que estas tienen en la ingeniería. Redescubre con sorpresa la importancia que tuvo en su labor como ingeniero los conceptos del objeto función. Se sorprende de observar como en su práctica pedagógica pasó por alto la relación tan íntima entre la ingeniería y el objeto función. Se evidencia que el PI es consciente como sus comprensiones, creencias y la falta de claridad alrededor de un objeto matemático pueden terminar afectando su forma de enseñar.

Esta nueva visión le permite conjeturar el universo tan amplio de problemas que puede plantear a sus estudiantes. El PI observa que permitir la lluvia de ideas y las diferentes propuestas los acercan y conducen más claramente hacia el sentido de la modelación por conjuntos numéricos, tabulándolos en unas tablas de causa y efecto.

El problema matemático ofrece a la práctica pedagógica la contextualización del saber matemático con los desafíos de la vida humana.

El PI identifica que sus planeaciones son más flexibles y que los aportes de los niños pueden modificar sus planeaciones de clase. También observa cómo los insumos de las actividades de los niños lo orientan alrededor de la mejor forma de conducir la implementación de una clase. El PI empieza a identificar hitos con sus estudiantes que le facilitan el desarrollo de un objeto matemático. Por ejemplo con el objeto función se plantean constructos conceptuales como el plano cartesiano. Invención que permite a las matemáticas modelar muchos problemas matemáticos. El PI decide que en su práctica pedagógica este hito conceptual no debe ser enseñado como un artefacto ya construido. Si no que este debe ser redescubierto por los estudiantes para que de esta forma ellos puedan reconocer los beneficios que esta invención de descartes aporta a las soluciones de nuestros problemas.

El PI ve una oportunidad en la modelación matemática de hacer ciertas analogías y metáforas, el PI no quiere caer en el datismo tal y como lo expresa Byun Chul Hang quien dice que el dataismo es una forma pornográfica de conocimiento que anula el pensamiento. No existe un pensamiento basado exclusivamente en los datos.

#### **4.6 Ciclo 6 “La Finca de Descanso de Nuestros Sueños”.**

Este ciclo de reflexión se desarrolló con estudiantes del ciclo del grado sexto y séptimo durante el año 2019. Los ciclos de reflexión anteriores se realizaron con los estudiantes de octavo y noveno este hito de reflexión marca un nuevo hito que consiste en llevar sus cambios a los niños y niñas más pequeños.

##### **4.6.1 Acciones de planeación**

El PI se propuso en la planeación de este ciclo de reflexión trabajar los cinco procesos del pensamiento matemático que vendrían siendo: formular y resolver problemas, la

modelación de procesos y fenómenos de la realidad, la comunicación de saberes matemáticos, comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Se observa que el PI debe consignar en sus planeaciones problemas matemáticos que proponga a los estudiantes situaciones cercanas a la vida cotidiana. Se observa que un porcentaje considerable de las familias se encuentran haciendo remodelaciones en sus viviendas por el programa de la alcaldía municipal que tiene el objetivo de hacer mantenimiento a las viviendas campesinas y construir infraestructuras como baños, locaciones para animales entre otras. Además observa cómo los padres de los niños tienen conocimientos en construcción y conocimientos matemáticos necesarios para desarrollar estas construcciones. Descubriendo que varios de estos padres de familia trabajan en el programa de la alcaldía.

Para este ciclo de reflexión el PI se propone diseñar una finca de descanso con sus estudiantes. Ellos plantean un enunciado de problema abierto: Niños pensemos en cuál sería su finca de descanso ideal. Plantear la idea de una finca de descanso dispone el pensamiento de los estudiantes alrededor de inquirir sobre cómo es una finca de descanso, que construcciones incluyen una finca de descanso y cuál es el orden en la construcción de una finca de descanso. Es un problema con múltiples sub problemas, el cual pueden abordar desde diferentes perspectivas.

Es claro que el investigador ya no plantea ejercicios de rutina de los libros de texto en sus planeaciones como el centro de la actividad matemática. Este desea que los problemas sean lo suficientemente atractivos y conectados al contexto cotidiano que están viviendo los estudiantes. En esta propuesta y planeación el PI desea que los estudiantes inventen e imaginen los problemas a los que se van a enfrentar. Durante la planeación el PI encuentra un



conjunto de problemas centrales propuestos por los estudiantes, los niños desean diseñar una maqueta de una casa, desean diseñar la maqueta de una piscina, desean diseñar un jardín, desean diseñar una pista de baile y desean diseñar un gallinero. Se observa que el PI plantea un problema del que emergen diferentes problemas que tienen diferentes soluciones. Se observa que el PI aborda en su planeación e implementación los problemas que proponen sus estudiantes.

El PI espera que sus estudiantes desarrollen modelamientos tridimensionales que representen la realidad del problema que se encuentra proponiendo. Plantea el modelamiento arquitectónico. Lo anterior con el objetivo de estudiar la interacción de diferentes volúmenes.

El PI evidencia en sus planeaciones el objetivo de que sus estudiantes desarrollen la competencia de representar los números racionales en dos sistemas de representación diferente. Podría decirse con Raymond Duval que si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, formas que él llama “registros de representación” o “registros semióticos”, no parece posible aprender y comprender dicho contenido. Además planea sus prácticas pedagógicas con la intención de que los niños puedan representar estos números con los números en representación decimal. Con ello su planeación involucra el aspecto comunicativo de las matemáticas, Esperando así que los niños se entrenan en el razonamiento inductivo como se verá en la implementación.

En los documentos de planeación propósitos y objetivos fija la meta de que sus estudiantes exploren los diferentes algoritmos que existen para tratar las transformaciones de las diferentes representaciones de los números racionales, que logren sintetizar fórmulas que le permitan trabajar objetos geométricos a los que antes no se habían enfrentado. Además trabaja

en su práctica pedagógica el pensamiento métrico o de medidas.

[Ver Anexo 6 Finca Descanso.](#)

#### **4.6.2 Acciones Implementación.**

El PI usa la maqueta como un modelo a escala de un edificio, en este caso es una casa, una piscina o un galpón. Modelación pensada para mostrar la funcionalidad y volumetría de los artefactos propuestos. Durante las implementaciones de su práctica pedagógica se observa que los niños se encuentran en capacidad de representar números racionales a través de las representaciones en fracciones, por ello decide indagar en los saberes previos de los niños. No como un requisito impuesto, sino como un acto consciente y necesario en su práctica pedagógica. En este caso concreto por ejemplo el PI se cerciora que los niños están en capacidad de resolver problemas haciendo uso de estas representaciones fraccionarias.

Durante la implementación de la clase el PI prepara la clase junto con los estudiantes, para poder contar con los materiales e insumos necesarios para desarrollar la clase. No implementa su práctica pedagógica usando solo los elementos clásicos como el compás o la regla. En la implementación de la práctica la cinta métrica utilizada en las obras de construcción se convierte en un objeto imprescindible, la plomada es otro elemento fundamental. El PI encuentra que los problemas planteados se pueden ordenar de tal forma que el desarrollo de las competencias de resolución de problemas pueda alcanzar un buen término y no desencantan en una frustración para los niños. Se reta a sus estudiantes a que exploren diferentes procedimientos y algoritmos en el manejo de los números racionales en procedimientos tales como la multiplicación, suma, resta y división de números racionales. El PI y los estudiantes encuentran en la calculadora un aliado y otro recurso al que se le da un

sentido más amplio a los números racionales. Dado que están haciendo una actividad matemática más profunda que una operación mecánica, carente de contexto y propósito. Durante la implementación el PI se ocupa de que sus estudiantes usen la calculadora con la claridad de que la información que ingresan y la información que obtienen. Se observa que el interés porque los estudiantes establezcan la diferencia entre unidades de medida, de patrones y de instrumentos y procesos de medición. En anteriores ciclos de reflexión el PI, no exploraba con diferentes instrumentos de medidas, con diferentes patrones y mucho menos con las diferentes unidades de medidas. Las implementaciones de clase se caracterizaban por un único patrón de medida. Además observa que las fórmulas de área y volumen pueden ser una introducción a las representaciones algebraicas y les da una importancia que antes no les daba en ese sentido. También hay evidencia del PI brindándoles a los niños una introducción a este tipo de representaciones y observando si los estudiantes plantean sus problemas con este tipo de representaciones. Encontrando dificultades de algunos niños para trabajar en equipo, se observa que el PI investiga dinámicas para que los estudiantes tomen conciencia de los beneficios de trabajar en equipo.

El PI desarrolla preguntas que le permitan inferir si los niños están comprendiendo los enunciados de los problemas y espera que los niños, hagan preguntas que les permita completar los enunciados de los problemas. Las preguntas del PI y los enunciados de los problemas siempre contienen una serie de requerimientos y exigencias que hacen más complejos los problemas que propone a los niños, no con la intención de aumentar la dificultad, sino con el propósito de que estos problemas sean cercanos a la realidad y al contexto.

El PI ve la oportunidad de que sus preguntas y retos afiancen conceptos previos que son necesarios para avanzar en el aprendizaje de nuevos conceptos.

El PI se comunica con sus estudiantes utilizando un lenguaje propio del saber matemático, sin perder de vista el lenguaje coloquial que los estudiantes utilizan para referirse a un objeto matemático. Se observa la utilización de recursos concretos de sólidos platónicos como apoyos didácticos para ayudar a los estudiantes a relaciones objetos geométricas. Objetos platónicos que no se tenían en cuenta en las implementaciones anteriores, es común observar en la clase sólidos platónicos hechos en materiales reciclables o el software GeoGebra-Geometria siendo utilizado en las clases como soporte geométrico para resolver los problemas propuestos.

El PI tiene preguntas preparadas para sus estudiantes y durante su implementación es un espacio donde la pregunta está para ayudar al estudiante, el PI le permite al estudiante hacer de la pregunta no un acto intimidatorio que está evaluando si sabe algo o no sabe, la pregunta como un insumo y oportunidad para resolver sus problemas matemáticos. Se observa cómo el PI empieza a permitir el cohabitar de diferentes representaciones semióticas de un mismo objeto matemático y en esa misma medida los estudiantes avanzan en su representación. [Ver Anexo 6 Finca Descanso.](#)

#### **4.6.3 Acciones de Evaluación.**

El PI evalúa a sus estudiantes en la implementación de su práctica pedagógica, incluyendo aspecto que antes no estaban en su proceso de evaluación el PI evalúa las representaciones semióticas de diferentes sistemas numéricos, evalúa la modelación matemática, evalúa la comunicación de los saberes matemáticos evalúa las estrategias que los

estudiantes utilizan para resolver un problema. La resolución de problemas le ofrece al PI evaluar todos estos aspectos de las matemáticas en este caso.

El PI evalúa el proceso de construcción de las maquetas, las diferentes estrategias abordadas por los estudiantes para resolver los problemas, valorando todos los esfuerzos intuitivos y creativos de los niños y las niñas.

#### **4.6.4 Acciones de Reflexión.**

Además se planea las maquetas con la intención de dar rienda suelta a la creatividad de los niños. La maqueta no era reconocida de forma consciente por el PI como un artefacto de modelación matemática. Dentro de las creencias que el PI tenía estaba la idea de que la maqueta era un trabajo con material concreto que no propende por el pensamiento abstracto. En este ciclo de reflexión el PI permite que en sus implementaciones el artefacto maqueta esté presente sin restricciones del tipo, el estilo y los materiales utilizados.

Es importante mencionar que el PI en sus planeaciones no lograba integrar los cinco procesos matemáticos. El PI por lo general se concentraba en un único y exclusivo pensamiento matemático.

Principalmente el PI persigue que los datos tengan sentido para ellos. Anteriormente el PI se cuestionaba por el uso de herramientas como la calculadora, dado que pensaba que esta herramienta les quitaba la posibilidad de la repetición de un procedimiento que podría ser útil en sus vidas. El PI cambia su creencia y observa que la calculadora puede acelerar un proceso, proceso que si es comprendido y tiene sentido puede aportar un nuevo conocimiento, tal y como es aprender a usar las herramientas tecnológicas.

El PI creía que si proponía problemas con diferentes unidades de medidas sería una carga cognitiva muy difícil de afrontar por los estudiantes. El único patrón de medida que se permitía en la implementación de la clase era el patrón internacional. Se observa que el maestro indaga por patrones de medidas diferentes. Encontrando por ejemplo que un niño en el que su padre tiene una ferretería usan el sistema inglés para la venta de tornillos, sistema con el que el niño se encuentra familiarizado. Generando una curiosidad en los niños por estos diferentes patrones de medidas.

El PI avanza no solo en una implementación de clase donde les permite a los niños trabajar en equipo si no que patrocina e investiga distintas estrategias para motivarlos al trabajo en equipo. Podríamos afirmar que la maqueta es un artefacto de modelación concreto y tridimensional que permite al maestro transversalizar los diferentes tipos de pensamiento matemático.

Los diversos artefactos maquetas que se están construyendo en la práctica pedagógica ofrecen una diversidad de contextos que le dan sentido a los problemas que plantean los niños y brindan un imaginario que el PI no esperaba alcanzar y es que los estudiantes encuentren e identifiquen las diferentes aplicaciones que tienen las matemáticas.

El PI discierne que los problemas que está planeando son proyectos de aprendizaje. Dado que las actividades que este está proponiendo son un conjunto de tareas problema, que se desarrollan en un proceso compartido de negociación entre el PI y sus estudiantes. El PI parte de los intereses y necesidades de los estudiantes considerando esto una oportunidad para propiciar un aprendizaje significativo. Estos proyectos surgen como una necesidad de la vida real. Se interesa el PI por investigar sobre esta metodología de trabajo e inicia el acopio de

información necesaria para plantear su próximo proyecto acercándose a una metodología del aprendizaje basado en proyectos. Requiere ordenar su práctica con herramientas de gestión de proyectos dado que su esquema de planeación y evaluación no logra gestionar y administrar el conjunto de tareas problemas que surgen en el proceso del desarrollo del proyecto.

El PI reflexiona y observa cómo la geometría no es un apéndice de su programa de estudios, como sí lo fue durante los primeros años de su práctica. La geometría se transforma en un recurso didáctico que fortalece otros aspectos del aprendizaje de las matemáticas. Finalmente nos encontramos con un PI que espera que su práctica pedagógica se acerque al aprendizaje basado en proyectos con todos los cambios que sugieren sus reflexiones.

#### **4.7 Ciclo 7 “Construyendo Un Xilófono y Un Filtro de Agua Potable”.**

Este ciclo se desarrolla durante el año 2020 con estudiantes del ciclo sexto y séptimo, el cual fue la construcción del xilófono y con estudiantes de octavo y noveno la construcción del filtro de agua el profesor identifica en los ciclo de reflexión anteriores que se puede arriesgar a desarrollar problemas que los niños sean los que los proponen, este ciclo narra esta arriesgada decisión consciente.

##### **4.7.1 Acciones de Planeación.**

El PI pretende desarrollar un proyecto con sus estudiantes y para ello entra a considerar los siguientes aspectos en la planeación del proyecto: El sentido del proyecto, las metas del proyecto, la complejidad del proyecto, la duración del proyecto, los espacios de desarrollo del proyecto, los apoyos auxiliares de investigación, recursos tecnológicos, Ambiente de trabajo en

el grupo y en los equipos, el tipo de autonomía, resultados esperados, el cronograma del proyecto.

John Dewey y su amigo Kilpatrick demostraron en 1910 que cuando un alumno se enfrenta a experiencias concretas, éste proporciona respuestas activas y logra aprendizajes significativos en el proceso de la solución de problemas, vistos como proyectos de investigación de corte educativo, y a raíz de esto, propone su principio fundamental: “aprender haciendo” (Learning by doing), de aquí los métodos activos.

El PI inició su proceso de transformar su práctica pedagógica hacia la solución de problemas matemáticos y en este trasegar ha ido transformando su práctica de problemas puntuales, para luego resolver un conjunto de problemas que solucionan un problema más complejo y finalmente su práctica pedagógica está embarcada en un aprendizaje basado en problemas y un aprendizaje basado en proyectos. Sus planeaciones entran a considerar los elementos propios de esta metodología.

El PI tal y como lo plantea los Estándares básicos de aprendizaje tiene como propósito el diseño de situaciones matemáticas que posibiliten a los estudiantes tomar decisiones; exponer sus opiniones y ser receptivos a las de los demás; generar discusión y desarrollar la capacidad de justificar las afirmaciones con argumentos. Todo ello conlleva a incluir en la organización del aprendizaje matemático el trabajo en equipo y a fomentar la cooperación entre los estudiantes.

Los estudiantes y el PI planean en conjunto la construcción de un xilófono, el interés de los niños se da alrededor de la música, motivado fuertemente por un grupo de niños que hacen parte de la banda musical del municipio. Ellos proponen la construcción de un instrumento



musical. El PI patrocina las iniciativas que han surgido en los niños. El PI les lleva varias propuestas de instrumentos. Les propone la construcción de una quena, una marimba o de un xilófono. Finalmente los estudiantes se decantan por el xilófono, dado que los materiales que pueden utilizar son materiales reciclables y de bajo costo. Los estudiantes y el PI hacen una planeación que divide en tres pequeños proyectos: la construcción de la base del xilófono, el llenado de las botellas y la preparación de una canción tocada con el xilófono.

En la planeación de la construcción de la caja musical el PI encuentra la oportunidad de proponer varios problemas. Les solicita la construcción de una caja de cierto volumen y para ello les proponemos que realicen una maqueta inicial y de esta forma presupuesten la cantidad de materiales que deben comprar para desarrollar la caja musical. Se observa al PI planeando problemas significativos para los estudiantes, con un sentido para sus vidas. El PI espera que los estudiantes sean protagonistas y el centro de su aprendizaje, además por primera vez se ve al PI solicitándolo a sus estudiantes que construyan un cronograma de actividades.

Además la proposición de problemas de los estudiantes lleva al PI a articular el currículo de una forma íntegra y significativa. El PI se ve abocado a trascender a una amplia documentación bibliográfica para poder ayudar a los niños a la construcción de este xilófono dado que para él también este proyecto es un problema, dado que el PI no sabe cómo se construye un xilófono.

Se encuentra además con la planeación del desarrollo de la construcción de un filtro de agua potable, en un recipiente cilíndrico, con materiales presentes en el medio natural de su vereda. Proyecto que surge de forma paralela al proyecto inicial de la construcción de un xilófono.

#### **4.7.2 Acciones de Implementación.**

El PI inicia su planeación e implementación de práctica pedagógica indagando en los estudiantes sobre los asuntos que para ellos son de su interés, o les generan curiosidad. Los niños plantearon diferentes situaciones problemas tales como el cambio climático, el diseño de artefactos para la automatización de labores propias del campo y los orígenes de la música. Se observa un PI que se interesa por los deseos de los niños y niñas. Después de discutir las diferentes propuestas de proyectos que se plantearon durante las clases los niños se decidieron por conocer los orígenes de la música.

Los estudiantes dentro de un contrato didáctico a punto de cambiar preguntan al PI como logran ellos presupuestar los materiales que van a necesitar para desarrollar el proyecto. El PI entrega esta responsabilidad a los estudiantes y prepara unas actividades en las que enlistan el conjunto de conceptos y habilidades deben aprender para dar solución a este problema. El encuentra una oportunidad para trabajar con los objetos geométricos área y volumen. Se observa un PI fomentando actitudes de aprecio, confianza y seguridad hacia las matemáticas el PI que desafía a los estudiantes entre lo que ya saben y lo que deben aprender para lograr construir los mismos artefactos que ellos desean construir.

Superada la construcción de la caja el PI se encuentra ante un gran reto, el llenado de las botellas de tal forma que logremos una escala musical de ocho tonos. Ante esto nos encontramos ante el concepto de volumen. Para esto el PI les propone otro problema que fue una de las propuestas iniciales que no tuvo la acogida mayoritaria. El proyecto es la construcción de un filtro de agua potable.

Inicia la construcción de un filtro de agua, se observa al PI realizando dinámicas con juegos para observar cómo se encuentran los saberes previos de sus estudiantes, se observa a un PI proponiendo juegos en plataformas como el Kahoot o quien quiere ser millonario, con el objetivo de darle dinamismo a su práctica pedagógica.

Se observa un PI dándole solución a la problemática de la comunidad dado que los niños manifestaron inicialmente que un gran problema en su comunidad era la ausencia de agua potable. El PI les propone a los niños una salida al campo para conseguir los materiales necesarios para la construcción del filtro. Los niños y el PI encuentran todos los materiales en el campo, encuentran las diferentes piedras para los filtros. Cuando tienen todos los materiales desarrollan un cronograma para la construcción de sus filtros. Se observa un PI que le facilita la información necesaria a sus estudiantes, los medios y los materiales para que estos puedan redescubrir cómo se obtiene el volumen de un cilindro.

El PI observa que en su práctica pedagógica ocurren interacciones entre los actores de esta. En la solución de problemas, el PI y sus estudiantes diseñan proyectos donde deben tomar decisiones, dar opiniones, respetar las de los compañeros y generar discusiones donde estos argumentan las decisiones y estrategias que estos escojan.

El PI implementa con sus estudiantes la segunda etapa del proyecto del xilófono que consiste en el llenado de las botellas y para eso plantea el problema de llenar su primera botella para establecer esta como la nota musical do, la siguiente botella a la mitad de la primera. El gran reto de los estudiantes se da cuando ellos deben llenar las otras botellas, para obtener las notas musicales restantes.

El PI se encuentra con un proceso de implementación de una metodología, que le permite una recolección de suficientes evidencias se observa que el PI, cuenta con fotos, carteleras, exposiciones orales en diferentes formatos, laboratorios, salidas de campo, maquetas, modelos, prototipos en herramientas tecnológicas como el GeoGebra y hasta obras de teatro en la que sus estudiantes evidencian sus actuaciones.

#### **4.7.3 Acciones de Evaluación.**

El PI utiliza los insumos producidos por los estudiantes para realizar una evaluación formativa más profunda dado que en los productos entregados por los estudiantes el PI puede identificar, que dudas, que preguntas, problemas surgen entre sus estudiantes.

El PI evalúa a sus estudiantes no solo alrededor de los resultados esperados en la construcción de los artefactos, sino que entra a valorar las diferentes estrategia de que los alumnos se valieron, de la autonomía en el desarrollo del proyecto, en el compromiso por alcanzar sus propias metas, pues son ellos quienes ahora se fijan las metas y los plazos.

Los estudiantes interpretaron una canción muy sencilla llamada la cucaracha. En la que llenos de alegría todos los grupos compartieron la melodía. Comprobando que estábamos en capacidad de resolver problemas matemáticos y de desarrollar problemas que parecían muy complejos para todos.

#### **4.7.4 Acciones de Reflexión.**

El interés genuino de los niños se evidencia en la curiosidad que estos manifiestan con su curiosidad por la Tetraktys, sobre el uso que los pitagóricos le dieron a los cuatro primeros

números naturales. El PI aprovechando la curiosidad los estudiantes les propone explorar la serie de Fibonacci.

El proyecto inicialmente desborda el cronograma de planeación inicial los tiempos se quedaron cortos por todas las preguntas que formularon los estudiantes y los diferentes problemas matemáticos que también surgieron. Se encuentra un PI que permite que sus estudiantes propongan un problema, identifiquen sus necesidades de aprendizaje, busquen la información necesaria y finalmente regresemos al problema para resolverlo.

El PI encuentra una gran oportunidad para observar que tanto dominan los sistemas numéricos, los sistemas de medidas, los objetos geométricos. Partiendo de allí desarrollar las potencialidades en estos conocimientos matemáticos necesarios para la caja de soporte del xilófono. Se observa un PI utilizando todos los recursos didácticos a su alcance para ayudar a los estudiantes a desarrollar sus conocimientos formales e informales.

En la práctica pedagógica los estudiantes utilizan los números racionales, los conceptos del volumen de un cilindro, del área de un círculo y utilizan sus conocimientos para el llenado de las botellas además que utilizan las matemáticas para corroborar que los sonidos corresponden a lo que esperan sus oídos.

Durante todo el proceso el PI le propone a sus estudiantes reflexiones sobre la forma en que están ejecutando sus problemas. Estos mencionan que la forma de aprender les parece menos aburrida, pues rompe la rutina de unos aprendizajes carentes de contexto y de sentido. El PI ofrece en sus prácticas pedagógicas problemas relevantes para sus vidas, donde las actividades no son obligatorias y donde aprender hace parte del mundo real. El PI ya no cuenta y narra en sus clases el valor que tienen las matemáticas para la sociedad, si no que propone a

sus estudiantes actividades que ellos descubren el por qué y para que de aprender matemáticas. Se observan diferentes áreas de conocimiento convergiendo para este caso específico tenemos la música, la ecología y el desarrollo social resolviendo problemas genuinos de los niños y de la pequeña sociedad que se sienten parte.

El PI crea alianzas con sus estudiantes, propone razonamientos profundos sobre sus creencias, estrategias y modelos matemáticos, el PI retroalimenta de forma continua las implementaciones de sus prácticas pedagógicas. El PI no solo logra que sus estudiantes elijan los materiales para aprender si no que le da total libertad. El PI observa cómo ha logrado que sus alumnos asuman la responsabilidad de su aprendizaje, de los recursos que ellos necesitan y de los problemas a los que ellos le quieren dar solución.

El PI re direcciona sus planeaciones de forma continua dado la gran variedad de insumos que los estudiantes entregan. Logrando el PI tomar decisiones en el que los estudiantes mantengan sus aprendizajes significativos.

Se evidencia la inexperiencia del PI en este tipo de metodologías dado lo lejos que estuvieron estos del cronograma, lo poco. Atendiendo la frustración de los estudiantes al inicio del proyecto. Dado que ellos no esperaban que el reto que nos habíamos propuesto implica tantos conceptos y objetos matemáticos. Llegando a manifestar en algunas oportunidades que las actividades que estábamos desarrollando no tenían nada que ver con el proyecto.

#### **4.8 Ciclo 8 “La construcción de un brazo mecánico”.**

Este ciclo de desarrollo tiene efecto en el primer semestre del año 2021, con los estudiantes del ciclo de octavo y noveno. El profesor investigador está abierto a que sean los problemas y los proyectos que los niños propongan sin importar el área de conocimiento o disciplina que

participen de su solución se encuentra en un ciclo en el que desarrollará las propuestas hechas por los estudiantes. Además existen tipos de pensamiento como los sistemas numéricos de los números inconmensurables que pueden ser desarrollados y trabajados con el proyecto que los niños proponen.

#### **4.8.1 Acciones de Planeación.**

Este ciclo de reflexión inicia con un documental sobre la cuarta revolución industrial y sobre procesos de automatización electrónica. Los niños motivados por el documental mencionado plantean su propuesta, mencionan que quieren hacer un robot. Para ello el PI se siente retado a enseñarles electrónica y programación de micro-controladores a los niños y niñas. Esta intención se ve frustrada ante los costos del proyecto. La pregunta que los niños plantean es ¿Qué es un robot y cómo se hace un robot? Ante tal curiosidad sobre la robótica y la poca noción del concepto de ángulo evidenciada en los estudiantes. El PI les propone construir un brazo robótico. El PI identifica los conocimientos y conceptos que son necesarios que los niños adquieran para la construcción del brazo robótico en cuestión. Los conocimientos que este identifica son los números irracionales y el concepto de Ángulo. El PI ve en el número  $\Phi$ , la serie de Fibonacci. Una serie de problemas más pequeños que los puede acercar al concepto de número irracional y en la construcción de ciertos sólidos otra oportunidad para desarrollar los conceptos sobre los ángulos. El PI establece dos cronogramas un cronograma para adquirir los conceptos sobre los números inconmensurables y un cronograma para la construcción de sólidos platónicos que involucren la conceptualización de ángulos. El PI reconoce como un proyecto complejo como el de un brazo mecánico intervienen saberes complejos como la cibernética, la física, la tecnología y la matemática. Además el PI identifica fácilmente proyectos en los que convergen distintas ideas del pensamiento matemático. Este proyecto escolar

despliega una estrategia completa y diversa en los aspectos del aprendizaje de las matemáticas y los diversos saberes del aprendizaje matemático. El PI tiene la conciencia de que él también se encuentra en un proceso de aprendizaje que ciertos conceptos que para él son complejos deben ser comprendidos cabalmente para poder ser mediados.

#### **4.8.2 Acciones de Implementación.**

Durante la implementación del proyecto el PI le propone a sus estudiantes varias salidas de campo, para que identifiquen el mayor número de especies de flores que identifiquen en el campo. Que elaboren un registro fotográfico, que ordenen la información en foto, especie de la flor y número de pétalos. Además de realizar una visita donde un vecino de la escuela, con la intención de conocer el jardín de suculentas de este vecino. El PI reconoce la matemática como un proceso que ocurre en la naturaleza y es esta una fuente de conocimiento.

El PI propone a los estudiantes que encuentren la relación que existe entre las distintas partes de su cuerpo centrándose en las proporciones del número de oro presentes en su brazo humano. El PI ya no deja para el final el desarrollo del proyecto si no que transversal a la adquisición de ciertos conocimientos desarrollan ciertos elementos del proyecto. Para este caso particular le propone a los niños que en cartón o en madera elaborem las partes de la madera necesarias para el brazo mecánico. El PI aborda el sistema numérico irracional desde una perspectiva completamente diferente, dado que su creencia sobre un número irracional ya no es solo un decimal no periódico, ahora su comprensión se amplió, asumiendo que un número irracional es un número que tiene sentido en la vida real y práctico. Se observa que el PI se apasiona al sentirse un niño más dentro de su grupo de estudiantes que aprende y se sorprende ante nuevos aprendizajes. Paralelo a estos problemas propuestos por el PI trabajan



en la construcción de diferentes prismas, deteniéndose en los detalles relevantes del concepto ángulo. El PI encuentra que los niños asumen retos complejos y que la frustración de no concentrarse exclusivamente en la construcción del artefacto es menor en la medida que estos comprendan el sentido que tiene esos saberes matemáticos para el proyecto y para sus vidas.

El PI encuentra oportunidades para plantear dilemas morales a sus estudiantes y de esta forma desarrollar el pensamiento crítico de los estudiantes. Se genera un debate alrededor de las consecuencias de los procesos de automatización y la industria.

Los niños planean desarrollar una clase de arte y de dibujo por lo tanto el PI les propone dibujar cuerpos humanos, suculentas, estrellas de cinco puntas, flores y caracolas. Para esto el PI organiza diferentes proyectos de arte en diferentes sesiones de trabajo y dentro de la planeación de su proyecto macro, se encuentran indagando mucho más alrededor de los números irracionales. El PI continúa en su proceso de integrar diferentes disciplinas tales como el arte y la técnica alrededor del desarrollo del pensamiento matemático. Se observa un PI consciente de lo compleja que se ha transformado su práctica pedagógica y lo flexible que se puede tornar su planeación al identificar problemas que los niños proponen aceptando estos problemas que los niños proponen como unas excelentes oportunidades para desarrollar las competencias matemáticas.

Los niños desarrollaron y construyeron sus brazos mecánicos fieles al patrón del número otros fieles al patrón de sus propios brazos humanos es decir fieles al proporción del número. Se propuso una olimpiada entre los estudiantes buscando el grupo de estudiantes que fuera el más preciso en los diferentes grados de giro del brazo mecánico. El PI encuentra en

los proyectos propuestos la forma verificar de forma genuina si un concepto tan importante como el concepto de ángulo es dominado por los estudiantes.

#### **4.8.3 Acciones de Evaluación.**

El PI evalúa el cumplimiento en los plazos de los entregables propuestos en el cronograma, establece criterios de calidad en los entregables del proyecto en mención, define objetivos con sus estudiantes además de cerciorarse que los estudiantes comprenden los objetivos fijados. Evalúa cómo se desarrolla el trabajo en equipo, los recursos materiales, didácticos e investigativo utilizado por los estudiantes.

Aparece en su evaluación del PI la idea de los informes de los entregables de los estudiantes, donde los niños comparten los avances las dificultades que se les presentó, tanto en el desarrollo del proyecto como en los temas concernientes a las relaciones interpersonales. El PI empieza a ver en cada dificultad del proceso una oportunidad para socializar con sus estudiantes estrategias para resolver problemas técnicos como problemas de convivencia.

El PI ya no evalúa si un estudiante identifica un número irracional por la cantidad de decimales infinitos, si no que este evalúa si el niño se acerca a la idea o concepto de los números inconmensurables. El PI aprovecha la olimpiada de los brazos mecánicos para evaluar cómo se encuentra la estimación de los ángulos. El ángulo se acerca un poco más a la definición etimológica.

#### **4.8.4 Acciones de Reflexión.**

Los números inconmensurables hacían parte del sistema numérico que no era contemplado por el PI, dado que para el PI no existían aplicaciones prácticas para este sistema

numérico. Además los textos guías que el PI utilizaba abordaba este sistema numérico como unos números que sus decimales son infinitos, llegando a ser algo muy poco claro. Estas creencias del PI indiscutiblemente limitaban las posibilidades de proponer problemas que involucran los números inconmensurables. El PI con anterioridad y llevado por la curiosidad realizó investigaciones sobre los números inconmensurables que le permitieron llegar a otro tipo de comprensiones más profundas. Cuando los niños propusieron la construcción de un robot el PI de forma muy entusiasta los apoyo pero fue en la misma investigación inicial donde descubrió que esta era una gran oportunidad para desarrollar y profundizar sobre los números inconmensurables con sus estudiantes.

El PI se mueve entre los dos paradigmas entre el paradigma platónico en contraste con el paradigma experimental. Ya no ve la enseñanza como un tomar partido alrededor de uno de estos paradigmas. Evidentemente el PI sin darse cuenta ya no trivializa el los saberes matemáticas. Esté está migrando de un enfoque deductivo a un enfoque inductivo más parecido al de las ciencias naturales.

El PI se acerca al arte de una forma inocente, reconociendo sus malas experiencias alrededor del arte pictórica, observa el enorme potencial que los niños tienen, permitiéndoles toda la libre imaginación y creatividad. El PI nunca se imaginó gestionando unas clases de arte y de matemáticas.

El PI encuentra problemas que le permite a él y a sus estudiantes acercarse de una forma más profunda a los objetos matemáticos.

#### **4.9 Ciclo 9 “El Diseño de Una Camioneta”.**

Este ciclo de reflexión se desarrolla con los niños de séptimo grado el año 2021, aunque el proyecto tiene orígenes a finales del año 2019, fue un proyecto que se desarrolló inicialmente con los estudiantes de octavo y noveno. Dado que el PI cambió sus creencias alrededor de los proyectos que se le puede proponer a niños más pequeños es decir a niños entre los diez y los trece años toma la decisión de poner en marcha este proyecto con los niños de séptimo grado.

#### **4.9.1 Acciones de planeación.**

Los niños y niñas plantearon el deseo de construir una camioneta de juguete, algunos expresaron su deseo de hacer la maqueta con un motor eléctrico de nueve wátios. El deseo de los niños surge alrededor de una serie de debates que estábamos llevando a cabo sobre la revolución industrial. El PI les propone la construcción de algún artefacto de la revolución industrial tales como un barco de vapor, una rueda con motor. Pero los estudiantes llegan con un proyecto en mente. La construcción de un carro de juguete. El PI les propone el desarrollo del proyecto en tres etapas: el Diseño de la cabina de la camioneta, el diseño de la carrocería de la camioneta y el diseño de las llantas para la camioneta. Para esto observa que los niños deben estar en capacidad de relacionar diferentes cuerpos geométricos, manejar los sistemas numéricos de los números racionales y acercarse a los números irracionales. Otro grupo de niños me solicita una integración con el grupo de ciencias y estos me proponen el diseño de una maqueta de invernadero. Se observa que en los dos proyectos existe una pregunta de investigación la primera plantea cómo se diseñan los automóviles y la otra es cómo podemos aportar a mitigar los problemas del calentamiento global. El cronograma contempla las fechas con día y hora, tipo de producto a entregar, forma de presentación e indicación de la fase del proyecto. El PI comparte su planeación por Whatsapp, por Classroom, fijando los propósitos y

los objetivos de los proyectos y de las actividades, las secuencias de actividades, los cronogramas de entregas.

#### ***4.9.2 Acciones de Implementación.***

El PI les propone a los niños que investiguemos qué dimensiones debe tener la cabina de un auto para que en esta estén cómodos tres personas y cuál es la forma más adecuada para las cabinas de estos autos. Los niños contemplan conceptos de área y volumen, desarrollan ejercicios para fortalecer sus conceptos y construyen sus diferentes prototipos. Prototipos que son de diferentes formas y de diferentes dimensiones. Se observa un PI que espera que sus estudiantes argumenten las decisiones que tomaron en las construcciones de sus diferentes prototipos. En el proceso del diseño de las llantas se observa un PI que busca diferentes estrategias para que los niños se acerquen a los conceptos referentes a radio, diámetro, circunferencia.

El PI explora con sus estudiantes diferentes prototipos de invernaderos, con diferentes formas geométricas. Se observa un PI que le da vía libre a las diferentes propuestas de proyecto de sus estudiantes, pero indaga las razones y argumentos que los estudiantes toman para desarrollar el proyecto. Estas decisiones las toma a la luz de resolver una pregunta de investigación, aceptando criterios estéticos, criterios sobre la eficiencia y criterios de tipo científico. El PI a pesar de no contemplarlo en la secuencia de eventos del proyecto permite que los estudiantes le monten motores eléctricos a sus camionetas, les propone investigaciones sobre ese objeto motor eléctrico, sobre la polaridad del motor, sobre el sentido del giro del motor, sobre el concepto de frecuencia y de periodo.

El proyecto del invernadero se desarrolló en tres etapas, el diseño de las dimensiones de los invernaderos en miniatura, las plantas que deseaban incluir en el invernadero, el presupuesto de los materiales necesarios, palos de balsa, tubos, decímetros cuadrados de plástico. Una segunda etapa alrededor de la construcción del techo del invernadero el diseño de la pendiente del techo y el presupuesto de la cantidad de materiales necesarios para construir el techo.

Es importante mencionar que dada la complejidad que representó el diseño de las llantas el PI les propuso la construcción de una torre de Hanoi, en la que construyeron sus discos y encontraron la relación existente entre el radio y las circunferencias de los discos. Este proyecto fue propuesto por el PI y el juego matemático tuvo una gran acogida entre los estudiantes, aclarando conceptos que les permitió diseñar las ruedas de sus camionetas.

#### ***4.9.3 Acciones de Evaluación.***

El PI ya no solo evalúa la construcción y proceso de desarrollo del proyecto, sino que también evalúa el dominio de los conocimientos necesarios, sus estrategias y recursos de investigación utilizados y las formas de presentar la información de sus procesos e investigaciones. El PI evalúa los recursos de los que disponen, los materiales, los equipos, los laboratorios, entre otros. Además, evalúa estos como mejoran sus habilidades académicas, sociales y de tipo personal a través del trabajo en equipo. El PI evalúa cómo los niños interactúan de manera enriquecedora con sus comunidades, que preguntas hacen a sus familiares, vecinos y personas que ellos consideran pueden ayudar a resolver sus inquietudes y preguntas.

El PI entrevista a los estudiantes, donde consulta las emociones, los interrogantes y las ideas innovadoras que surgen en sus procesos de aprendizaje. En estas entrevistas el PI encuentra un insumo para orientarlos y conducirlos al buen término de los problemas que se encuentran desarrollando. Aunque trabajan en equipo.

#### **4.9.4 Acciones de Reflexión.**

El PI se interesa por las actividades atractivas y complejas que proponen los estudiantes. El PI investiga con ellos en diferentes fuentes de información y acota los alcances de los proyectos que los niños plantean teniendo en cuenta los presupuestos de los que sus familias disponen. El PI escoge proyectos que son del interés de los estudiantes y en conjunto los delimita con los conocimientos y habilidades que se esperan desarrollar. Se observa que el PI mantiene una cohesión de los proyectos que está desarrollando con sus estudiantes y los diferentes contenidos tratados en áreas diferentes a las matemáticas.

Se observa que el PI está en capacidad de atender dos proyectos con preguntas de investigación diferentes y encuentra una ventaja para enfocar un proyecto a estudiantes que están en capacidad de enfrentar retos más complejos y niños que no tienen las competencias lo suficientemente desarrolladas para abordar todas las complejidades de un proyecto.

El PI conduce y monitorea diferentes proyectos al tiempo con la habilidad y saberes necesarios. La tranquilidad y calma a la hora de compartir las opiniones o preguntas orientadoras que el PI gestiona con los estudiantes brinda un espacio a los niños para que estos den sus opiniones y elaboren preguntas a sus compañeros con la curiosidad genuina de saber, no con la intención de criticar. El PI en el proceso de planeación se ve como un líder más

entre los estudiantes estudiantes líderes, el cual guía y conduce el proyecto con total concertación de sus estudiantes.

Durante la implementación de este proyecto se presentaron algunos choques entre los estudiantes, diferencias con respecto a cuál debía ser la estrategia para desarrollar el proyecto en los tiempos estipulados. El PI gestiona estas dificultades de forma serena y consciente que ante los cambios que se presentan en la forma de trabajar estas situaciones enriquecen el proceso dado que se hace más cercano a un proyecto en la vida real. El PI se interesa en ordenar la secuencia de tareas y actividades con el propósito de que los niños alcancen aprendizajes significativos. Valora la retroalimentación continua de los avances de los estudiantes como un proceso fundamental para gestionar las dificultades que los niños encuentran en sus procesos de aprendizaje.

## **5 Hallazgos.**

En esta sección narraremos cuales fueron los hallazgos que emergieron durante la investigación, analizados los nueve ciclos de reflexión, observaremos como un PI que carecía de saberes pedagógicos y didácticos fue desarrollando un método de enseñanza basado en problemas.



## ***5.1 Cambio de paradigma de la concepción ingenua de los problemas matemáticos y el impacto sobre la práctica pedagógica.***

### ***5.1.1 ¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?***

El PI cambia su concepción con respecto a lo que es un problema matemático, el PI tenía la creencia de que los problemas matemáticos eran los ejercicios que se encontraban al final de cada unidad de los textos guías de postprimaria, o los acertijos de matemática que en palabras coloquiales del investigador él llamaba “acertijos que los ponen a pensar”. El PI transforma su paradigma y ahora concibe un problema como una situación a la que los estudiantes se enfrentan por primera vez, un problema matemático es una actividad que tiene múltiples soluciones, un problema matemático es un evento que está relacionado con un contexto que imita un fenómeno de la vida cotidiana.

El PI ya no sigue la secuencia de eventos propuesta por el libro de texto guía para este caso en particular los libros de postprimaria. El PI diseña problemas de matemáticas que cumpla con las características de su nueva concepción de lo que es un problema matemático. El PI identifica un conjunto de contenidos y conocimientos que este considera que los estudiantes deben conocer para solucionar el problema.

El PI diseña unas actividades exploratorias de los conocimientos formales que está esperando que los niños adquieran. Acciones del PI orientadas a darle un contexto y una aplicación al problema matemático. Además para acercar a los estudiantes a los tipos de pensamiento que el PI desea desarrollar en los estudiantes.

El PI les propone a sus estudiantes problemas matemáticos que cumplen con las características de su nueva creencia de lo que es un problema. El PI les permite a los niños trabajar en equipo y hacer uso de todos los recursos necesarios y disponibles. Antes de este ciclo de reflexión el PI le daba prioridad al trabajo individual en detrimento del trabajo en equipo. El PI no les da una clase magistral a los estudiantes donde explica qué pasos deben seguir, ni les da ejemplos con la intención de que los reproduzcan y tampoco les propone ejercicios cercanos al problema propuesto. El PI rompe con su contrato didáctico anterior.

El PI reconoce que una práctica educativa tiene cuatro momentos durante el proceso. Estas son la planeación, la implementación, la evaluación y la reflexión. Momentos que no tenía claramente diferenciados. Se concentra en la planeación y en la implementación. Anteriormente realizaba planeaciones como un requisito de la coordinación académica, pero no con la consciencia del valor de preparar una secuencia de actividades preguntándose el ¿Por qué? de todas las decisiones que toma en su práctica pedagógica.

El PI descubre que el problema que él propone tiene la intención de CONSTRUIR un objeto. Actividad que es novedosa, pragmática y que tiene un sentido tanto para él, como para sus estudiantes. El PI orienta a sus estudiantes con preguntas no con afirmaciones tal y como era anteriormente.

El PI por primera vez toma la decisión de observar, describir y analizar sus ciclos de reflexión. Llegando a una conclusión que para él es sorprendente: los problemas que diseñó les brindan la posibilidad a sus estudiantes de realizar estimaciones, contrastar unidades de medida, evidenciándose la ausencia de esta habilidad en el quehacer matemático de sus alumnos ya que anteriormente los ejercicios que el PI proponía no permitían el entrenamiento del pensamiento métrico.

El PI cuestiona su creencia de que sus estudiantes no pueden resolver problemas matemáticos con estas características y toma la decisión de seguir planeando, implementando, evaluando y reflexionando actividades con estos elementos.

El cambio en sus creencias de lo que él entiende por problema matemático lo motiva a dar un giro en su práctica matemática donde esté la orienta hacia esa nueva manera de entender los problemas matemáticos tal y como el profesor John Alba planteó el paradigma de lo que es un problema matemática y la concepción explícita en los estándares básicos de aprendizaje

“Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativo y comprensivo, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos”. (MEN, 2006, p.49).

### ***5.1.2 ¿Posibles causas que el PI identifica que lo motivaron a realizar estos cambios?***

El PI desarrolla una actividad durante su seminario de investigación en la que su PI le propone que diseñe sus propios problemas matemáticos, esta actividad además de novedosa, inquietante y retadora significó que el PI sintiera la confianza necesaria para arriesgarse y proponer problemas matemáticos diseñados por el PI a sus estudiantes. El PI en sus propias palabras afirmó: “no deseo ser más un PI de cartilla, necesito salir de las recetas, innovar y crear mis propias experiencias pedagógicas”.

“Se reconoce, que los profesores de matemáticas, son los que propician condiciones y proponen actividades de aprendizaje para los estudiantes, deben no solamente poseer una formación sólida en matemáticas; sino también deben poder interpretar y orientar el proceso de construcción y aprendizaje de los estudiantes. Además, los profesores mismos deben mostrar diversas maneras de razonamiento y capacidades de resolución de problemas matemáticos. Papick (2011)”.

El PI toma la decisión de desarrollar sus competencias matemáticas lo cual incluye la capacidad de diseñar sus propios problemas matemáticos. Por otra parte, el diseñar los propios problemas y la complejidad con la que el PI los concebía lleva al PI a replantearse la idea del trabajo en equipo de sus estudiantes. Teniendo en cuenta que el PI en los diferentes seminarios se acercó a las ideas que daban cuenta sobre las ventajas del trabajo colaborativo.

“Para Vigotsky, el aprendizaje colaborativo se avala porque el ser humano es un ser social que vive en continua interacción con otros y con los grupos de expresión de los vínculos que surgen entre ellos; del mismo modo, el psiquismo humano se forma en la actividad de la comunicación, en la que destacan los beneficios cognitivos y afectivos que conlleva el aprendizaje grupal como elemento que establece un vínculo dialéctico entre el proceso educativo y el de convivencia en la sociedad donde se generó” (Estrada, 2010).

Esto lleva al PI a romper el prejuicio que le dictaba que los niños trabajaran de forma individual, dado que él creía que esta forma de trabajar le permitiría saber si un estudiante comprendía o no comprendía un tema - contenido. El PI con esta propuesta de problema matemática pudo observar como todos los niños participaban, aportan ideas y preguntaban sobre cómo resolver el problema propuesto por el PI relaciones que se establecen con el PI y

con sus compañeros, permitiendo desarrollar una competencia matemática que se espera desarrollar:

“Un hábito inquisitivo que le permita formular, representar y hacer disertaciones al resolver problemas matemáticos. Es decir, el estudiante constantemente se debe plantear preguntas que lo lleven a la búsqueda de relaciones o conjeturas y formas de representarlas que permitan explorarlas de manera sistemática”.

El PI concibe su práctica pedagógica como un fenómeno singular y en esta singularidad se sabe competente para proponer problemas que impliquen la construcción de artefactos, que todos juguemos a ser ingenieros. En sus seminarios de investigación ve claramente los momentos de una práctica pedagógica profesional y en aras de profesionalizar su labor docente el PI se propone planear, implementar y evaluar su labor y además observar, documentar y describir.

El PI en su clase de metodología de investigación tocan el tema de la profesionalización de la docencia y el profesor John Alba, nos propone una reflexión alrededor de que es la profesionalización. Hace una analogía entre la medicina y la práctica pedagógica más específicamente entre la preparación de un médico cirujano ante una cirugía y un PI ante unas competencias que desea desarrollar, comparación que me lleva a reflexionar sobre la importancia de la etapa de planeación de las clases y dentro de esta planeación la definición de sus objetivos y propósitos dado que:

“Los objetivos de aprendizaje constituyen el primer elemento a considerar en la programación, ya que expresan los resultados de aprendizaje que se pretenden y tienen gran influencia en el resto de elementos” (Yániz et al, 2006).

El PI observa que el proponer problemas matemáticos bajo estas consideraciones, permite la observación de los múltiples aspectos del aprendizaje de las matemáticas. Teniendo en cuenta que el PI dadas sus creencias era un PI inmerso en el paradigma teorícista euclidiano y algorítmico automático, la resolución de problemas le da la posibilidad de desarrollar una práctica que contemple los diferentes aspectos del aprendizaje. Este cambio ocurre gracias al acercamiento en el seminario de investigación a los escritos de Martha Fandiño, las ideas fueron compartidas y motivaron al PI a hacer la lectura de algunos de sus libros. Se evidencia que el PI propone ejercicios para desarrollar su aprendizaje algorítmico pero con la intención de que este aprendizaje sea útil para resolver el problema, aprender matemáticas ya no es para el investigador el aprendizaje y dominio de unos algoritmos sino que este espera que este dominio sea útil para resolver el problema desarrollen sus competencias estratégico es decir que hagan conjeturas, deduzcan e induzcan, además que las puedan comunicar en un lenguaje propio del saber matemático. (MEN, 2006, p. 49).

### ***5.2 Planeando la práctica pedagógica orientada a la resolución de problemas.***

El PI a la hora de planear su práctica pedagógica debe considerar claramente sus creencias y paradigmas alrededor de lo que es un problema. Para el caso del PI el diseño que este hace del problema lo hace buscando cumplir con el paradigma que él definió en el apartado anterior. Además debe observar que este problema involucra los diferentes aspectos del aprendizaje de la matemática y debe entrar a considerar qué tipos de pensamiento matemático requieren y por lo tanto que pequeños problemas y ejercicios debe diseñar el PI para que los estudiantes desarrollen estos tipos de pensamiento, Además puede fijar sus

propósitos y objetivos desde los tipos de pensamiento y aspectos del aprendizaje que el PI desea desarrollar. En este apartado describiremos como el nuevo paradigma de problema matemático lo lleva a realizar grandes transformaciones en la planeación e implementación de las secuencias didácticas, lo que implica cambios en los recursos que requieren contando con la inclusión de recursos tecnológicos y de otro tipo.

### **5.2.1 ¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?**

El PI continúa proponiendo problemas a sus estudiantes, define una acciones de planeación, implementación, evaluación y reflexión, considera los aspectos del aprendizaje de la matemáticas propuestos por Martha Fandiño y los problemas que diseña le exigen involucra temas diversos del saber matemáticas. Antes el PI se adscribe a un solo tema-contenido y no creía posible plantear un problema matemático que involucrara contenidos tan diversos.

El nuevo paradigma de problema lleva al PI a diseñar problemas más complejos y esto le exige planear y programar los saberes necesarios para resolver el problema, el PI observa que un problema real requiere de varios tipos de pensamiento matemático y no solo de uno tipo de pensamiento.

El PI toma decisiones como considerar que propósitos y objetivos tienen el problema y las actividades que desea desarrollar con sus estudiantes, además desea incluir en su práctica los múltiples aspectos del aprendizaje la matemática. Estos aspectos son:

“El aprendizaje de las matemáticas comprende por lo menos cinco tipologías, aprendizaje conceptual, aprendizaje algorítmico, aprendizaje estratégico, aprendizaje de gestión y representación de registros semióticos y el aprendizaje comunicativo”. (Fandiño, 2010, ).

El PI ya no solamente quiere que los problemas que diseña y propone a sus estudiantes, sean de múltiples soluciones, novedosos, ligados a un contexto, que no necesariamente especifique todas las condiciones, que a lo mejor no tenga solución. Sino que sus problemas consideren los múltiples aspectos del aprendizaje de las matemáticas. Se evidencia como el PI plantea a sus estudiantes actividades que trabaja el aprendizaje algorítmico, trabaja la gestión y representación de registros semióticos de una forma consciente. Pero lo que es definitivamente nuevo es que el PI gracias a los problemas que diseña puede trabajar el aspecto estratégico y el aspecto comunicativo.

### ***5.2.2 ¿Posibles causas que el PI identifica que lo motivaron a realizar estos cambios?***

El PI considera que para poder enfrentar problemas complejos los estudiantes requieren del dominio de ciertos conceptos matemáticos y de ciertos conocimientos para estar en capacidad de resolver los problemas que se desean proponer. El PI se acerca por primera vez a los derechos básicos de aprendizaje para considerar cuáles tipos de pensamiento deberían estar desarrollando sus estudiantes. Se observa que el PI decide hacer uso de la cinta métrica en sus prácticas y del software GeoGebra, el PI enriquece el recurso necesario. La evaluación del PI ya no gira alrededor de la respuesta correcta, pueden ser muchas las respuestas correctas, el evalúa la estrategia utilizada, el modelo utilizado y la evaluación empieza a ser una evaluación formativa.

“La educación del siglo pasado no se ajusta a las necesidades del siglo XXI. Desarrollaremos una educación que estimule los talentos y la riqueza individual de cada uno de los niños y jóvenes colombianos, liberando su creatividad y permitiéndoles descubrir su vocación, en lugar de homogeneizar y estandarizar, valores imperantes en la educación del



siglo pasado. Los educaremos para la incesante flexibilidad mental y formativa que demanda el nuevo siglo". (MEN, 2013. p. 7).

"Dentro del contexto educativo, la competencia tecnológica se puede definir como la capacidad para seleccionar y utilizar de forma pertinente, responsable y eficiente una variedad de herramientas tecnológicas entendiendo los principios que las rigen, la forma de combinarlas y las licencias que las amparan".(MEN, 2013. p. 31).

"El momento de exploración es la primera aproximación a un mundo desconocido en el que es muy apropiado imaginar, o traer a la mente cosas que no están presentes para nuestros sentidos. Lo más importante del momento de exploración es romper con los miedos y prejuicios, abrir la mente a nuevas posibilidades, soñar con escenarios ideales y conocer la amplia gama de oportunidades que se abren con el uso de TIC en educación"(MEN, 2013. p. 34).

### ***5.3 La conexión entre los problemas de las matemáticas y otras disciplinas.***

Las acciones de planeación e implementación ya no solo se adscriben a los aspectos del aprendizaje de las matemáticas, los tipos de pensamiento matemático y el diseño de un problema matemático genuino asociado al contexto de los niños. El PI debe planear e implementar sus prácticas considerando el trabajo colaborativo y herramientas tecnológicas propias del saber matemático como el GeoGebra. El PI también considera una etapa exploratoria del problema y trabaja alrededor de preparar un escenario de aprendizaje que contemple el ambiente del aula, los recursos necesarios tales como una cinta métrica, el transportador, el compás y otros recursos propios de otras disciplinas. En este apartado

observaremos como el PI logra diseñar, planear e implementar problemas matemáticos que puede conectar con disciplinas como las ciencias naturales, la cibernética, la electrónica, la ecología y las ciencias sociales.

### **5.3.1 ¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?**

El PI es consciente de que cada ser humano de sus aulas de clase son seres singulares, con unas historias de vida diferentes, con unas creencias, habilidades y competencias diferentes. Para el PI empieza a ser el contexto un elemento en plena consideración para su práctica pedagógica. El PI desarrolla prácticas como la meditación, el yoga y variadas técnicas de integración, con la clara intención de que los estudiantes manifiesten sus opiniones, historias de vida, creencias, narran sus contextos familiares y sociales. El PI contempla en sus prácticas pedagógicas los lineamientos de los estándares básicos de aprendizaje y desarrolla las sugerencias propuestas allí como ligar los sistemas numéricos con el sistema métrico, encadenamiento que se encuentra presente en los problemas que el PI les propone a sus estudiantes. El PI se permite desarrollar con sus estudiantes una etapa exploratoria considerando mayores tiempos, variados recursos que nunca antes pensó utilizar en su práctica pedagógica. El PI reconoce la etapa exploratoria como un momento clave para el desarrollo del saber saber, del saber hacer y del saber ser. Además encuentra en la etapa exploratoria el momento para crear un contexto y un escenario de aprendizaje del problema matemático que este desea proponer a sus estudiantes. Para el PI la etapa exploratoria durante el proceso de investigación era un tiempo que se debía agilizar para llegar a la almendra del problema. El PI ahora cree que la etapa exploratoria es la semilla, el abono y la tierra necesaria para poder abordar el problema.

Estos cambios se cimientan y se proponen a los niños de menor edad dada la experiencia con los estudiantes de los ciclos superiores, el investigador ingresa en una nueva etapa en la que empieza a establecer conexiones con otros saberes.

Se observa como un problema matemático involucra diferentes áreas del conocimiento para comprender el problema es fundamental en la etapa exploratoria acercarse a esta área de conocimiento las preguntas problemas no pretenden tener soluciones desde todas las disciplinas que involucran, las preguntas problemas se orientan para que el problema se acote al desarrollo del pensamiento matemático y de las competencias matemáticas. Así, el conocimiento matemático para la enseñanza y la investigación en educación matemática debe entonces incluir:

“Un claro dominio no solamente del contenido que se enseña; sino también el conocimiento de un contexto más amplio para establecer conexiones entre el material a enseñar y otros contenidos matemáticos”. (Santos, 2012). El PI agregaría que ese contexto más amplio debería establecer conexiones entre los tipos de pensamiento y competencias matemáticas y otros saberes.

Esta diversidad de saberes involucrados llevan a que cada vez menos el PI sea el protagonista de su práctica pedagógica, dado que son los niños los que preguntan, los que indagan, los que cuestionan e investigan sus problemas de interés. El PI en la implementación de sus prácticas orienta a los niños por medio de las preguntas no por medio de las afirmaciones.

Las evaluaciones contemplan la elaboración de hipótesis, la elaboración de preguntas problemas y las conclusiones de los experimentos como un componente indispensable para contemplar en el proceso de evaluación.

El PI experimenta con sus estudiantes, encontrando en las ciencias naturales un campo para explorar, para definir y desarrollar las competencias matemáticas desde las competencias científicas. Establece conexiones entre las disciplinas de las ciencias naturales, la electrónica, el arte y las competencias matemáticas. Ahora se ve un PI no solo que reproduce en la clase de matemáticas un escenario de investigación cercano a la práctica real de la disciplina matemática si no también un PI que planea sus clases con la intención y el propósito de que los estudiantes descubran y generen los problemas y las diversas soluciones propuestas por ellos mismos. El investigador espera que los niños identifiquen las ventajas y desventajas de sus soluciones. Enriqueciendo sus competencias de pensamiento crítico. El PI considera un aspecto que estaba ausente de forma consciente en su práctica pedagógica este es la modelación matemática. El enfoque de plantear ejercicios como método del desarrollo del pensamiento matemático no brinda la posibilidad de ejercitar formas de modelación de las matemáticas.

Es un patrón antes identificado que el investigador cambia sus creencias de concebirse como alguien que planea enseñar un contenido, definición o un concepto, a un PI que plantea problemas y desde las soluciones propuestas para el problema conduce a sus estudiantes a preguntar y problematizar sus ideas. Se observa que el PI recurre a disciplinas variadas como la astronomía y recurre a la observación de la naturaleza como la fuente primera de conocimiento y recurre a la curiosidad propia de los niños. El PI no explica a los niños los fenómenos de la naturaleza, los niños observan y describen la naturaleza. Para luego ellos elaborar sus conjeturas y conclusiones y contrastarlas con las del PI o las teorías que las sustentan.

### **5.3.2 ¿Posibles causas que el PI identifica que lo motivaron a realizar estos cambios?**

El PI en el seminario le plantea al profesor John Alba la inquietud al respecto de cómo desarrollar el concepto de los números enteros negativos, el profesor John le plantea un conjunto de preguntas al PI que lo llevan a la conclusión que la electrónica y la electricidad son las ramas de la física donde se pueden llegar a observar con relevancia lo positivo y lo negativo.

Esta orientación sacude las creencias del investigador y lo conducen a establecer conexiones con diferentes saberes lo que le permite generar un espacio en el que los niños también propongan sus propios problemas tanto en el saber matemático como las diferentes disciplinas que lo involucran. El enfoque inquisitivo, argumentativo, crítico y de discusión que el investigador propone alienta a sus estudiantes a preguntar, a ser consciente de sus inquietudes a buscar argumentos a cuestionar sus argumentos y este ejercicio los conduce a proponer preguntas problema de interés para los estudiantes y para el PI. Se observa como el contrato didáctico que el PI modifica le permite ampliar los horizontes y que sean los estudiantes los que proponen los problemas que estos desean resolver ya no es el PI el único que propone los problemas el PI le permite a sus estudiantes proponer los problemas.

Como lo expresa (Santos, 2012)

“La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas

matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad”.(Santos, 2012).

Además observa que los problemas propuestos por los libros expositivos de postprimaria no cumplen con su nuevo paradigma de “problema matemático” esto lo lleva a preguntarse cómo diseñar un problema en los que se puedan desarrollar los aspectos del aprendizaje de las matemáticas y las conexiones necesarias con los contenidos de la propuesta curricular. Por lo tanto el investigador tiene una nueva misión y decide involucrar de forma consciente otros saberes.

#### ***5.4 Inclusión de otros tipos de pensamiento en el método de enseñanza basado en problemas.***

En este apartado veremos como el tipo de pensamiento y contenidos de estos tipos de pensamiento que no habían sido parte de la propuesta de enseñanza basada en problemas se fueron incluyendo.

##### **5.4.1 ¿Qué y Cómo cambian la práctica pedagógica del PI?**

El PI toma la decisión de identificar cuáles de los cinco tipos de pensamiento matemático se encuentran ausentes de su práctica pedagógica. El identifica que ha desarrollado problemas alrededor del tipo de pensamiento numérico y de los sistemas numéricos, en el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, en el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, pero el pensamiento variacional el PI no ha implementado acciones pedagógicas en ese sentido, o en los sistemas numéricos como los números inconmensurables tampoco. El PI ya no planea sus clases alrededor de un contenido específico

o de un conjunto de contenidos, planea sus clases teniendo en cuenta un tipo de pensamiento, investiga y profundiza en tipos de pensamiento matemático que antes no lo hacía y en objetos de la matemática que antes no se atrevía a profundizar por sus creencias a priori.

La comprensión de los tipos de pensamiento le permite al PI desarrollar actividades exploratorias en las que logra establecer conexiones en el tipo de pensamiento variacional con la vida cotidiana y las ciencias naturales. Por primera vez les propone a los niños de los ciclos de sexto y séptimo problemas que involucren el pensamiento variacional. El PI permite que en la etapa exploratoria los estudiantes propongan diferentes tipos de problemas ya no es el problema que el PI elige, los problemas los proponen los niños. La modelación de fenómenos de la naturaleza se presenta de nuevo como una característica muy fuerte que emerge en la práctica pedagógica del PI y como un elemento indiscutible del pensamiento variacional.

#### **5.4.2 ¿Posibles causas que el PI identifica que lo motivaron a realizar estos cambios?**

El PI observa que hay tipos de pensamientos matemáticos de los lineamientos curriculares que se encuentran con poco desarrollo dentro de su práctica pedagógica tal y como su objetivo como PI es lograr que sus estudiantes logren ser competentes matemáticamente tal y como lo definen los estándares básicos de aprendizaje.

Ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el Espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional.

Además el PI con su formación como ingeniero lo lleva a preguntarse si esta preparando a sus estudiantes para que estén en capacidad de resolver problemas del pensamiento variacional.

## **6 Conclusiones.**

### **6 Desarrollando un método de enseñanza – aprendizaje basado en problemas.**

El PI diseña, planea, implementa y evalúa sus propios problemas matemáticos entendidos los problemas como unas situaciones de la vida real, donde se debe construir o diseñar artefactos tecnológicos con una aplicación práctica. Para lograr este diseño o construcción debe pensar diferentes caminos y estrategias de solución, descubrir o aplicar sus conocimientos y competencias matemáticas y hacer uso de las que ya posee. Estos problemas contemplan los tipos de pensamiento matemático y los aspectos del aprendizaje de las matemáticas, problemas que pueden girar en torno al desarrollo de un proyecto, además donde se implementa un escenario de aprendizaje que orienta y planifica el uso de recursos e insumos tecnológicos de otra índole. Riqueza y diversidad de recursos que apoyan problemas que tienen clara relación con otras disciplinas del conocimiento como son las artes, las ciencias naturales, la ingeniería o la arquitectura.

Considerando que en una práctica de enseñanza el estudiante se somete a aprender un saber que este desconoce, es decir no sabe qué es lo que se le va a enseñar, el PI debe formarse en la tarea de enriquecer sus habilidades en dicho saber, pero este proceso no es un fenómeno que debe hacerse fuera del aula de clase, por el contrario, al interior del aula.



Reconocerse como un aprendiz experto entre sus estudiantes, que desconoce, que se pregunta, que indaga, que siente curiosidad genuina por el problema que se propone. Resolver los problemas con sus estudiantes tal y como lo haría un aprendiz. El PI debe someterse a dicho saber y descubrirlo junto a sus estudiantes. El PI debe llegar con un problema al que este se somete y por ende desconoce el puerto seguro. Arriesgarse a la misma incertidumbre de sus estudiantes, ser un miembro más del equipo. Diseñar un problema para un PI de matemáticas, es entender los componentes del aprendizaje de la matemática que permiten resolverlo. La resolución de problemas propone: un pensamiento no solamente algorítmico, un pensamiento en que el individuo tenga que contemplar varias formas de solución, el uso de criterios que pueden estar en conflicto y un pensamiento que implique cierto grado de incertidumbre. (Santos Trigo, 1996).

El PI transforma su práctica en las acciones pedagógicas en la planeación define unos objetivos y propósitos, coherentes con los tipos de pensamiento, matemático y los aspectos del aprendizaje de la matemática. Es consciente que sus planeaciones son flexibles durante todo el proceso y que esta flexibilidad apunta a un proceso de enseñanza óptimo. Sus implementaciones se acercan al plan trazado pero esto no es camisa de fuerza para navegar en procesos o eventos que nutran y enriquezcan el aprendizaje. nutriendo su práctica con recursos materiales y tecnológicos coherentes al desarrollo de las competencias matemáticas. También evalúa a la luz de los propósitos y objetivos, dicha evaluación es una evaluación formativa y continua en la que el proceso de construcción de un artefacto y sus resultados son insumos para discernir la ruta de una enseñanza y aprendizajes en continua visibilización del pensamiento.

Finalmente encontramos en el proceso de reflexión el potencial para que en una espiral creciente de análisis, conjeturas y contrastes con los ciclos anteriores transformar de forma ininterrumpida la práctica de enseñanza de un PI que lleva un método de aprendizaje basado en problemas matemáticos genuinos no ingenuos.

El PI observa en su investigación que surgen tres categorías emergentes de investigación, abriendo caminos nuevos para su investigación, la primera sería el análisis de las competencias comunicativas del PI en las acciones de implementación, el análisis de las creencias que tiene el PI alrededor del saber matemático y el impacto sobre su práctica de enseñanza. Finalmente el análisis de cómo y qué instrumentos de evaluación permiten desarrollar e enriquecer su reflexión pedagógica quedando así abiertas las puertas para continuar investigando y transformando su práctica pedagógica.

### Referencias

- Alba, J, (2015) Didáctica de las matemáticas, *Universidad de la sabana*.
- Baldor, A. (1941). *Álgebra de Baldor*, México: Grupo Editorial Patria.
- Buhigas, J. (2008). *La divina geometría. (1era ed.)*. España: La Esfera de los Libros.
- Contreras L. (1998). Resolución de problemas: un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula (tesis doctorado). Universidad de Huelva. UH.
- CLARK, C. y PETERSON, P. (1989). Procesos de pensamiento de los docentes. En WITTROCK, M. (Ed.) *La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos*. Paidós: Barcelona. [40, 132]
- D'Amore, Bruno; Díaz Godino, Juan; Fandiño Pinilla, Martha I. (2008). *COMPETENCIAS Y MATEMÁTICA*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- D'Amore, B. (2018). *El Contrato Didáctico en Educación Matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'Amore, B. (2010). *La Didáctica y la dificultad de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*.
- D'Amore, B., Laborde, C., Romero, L. R., Puga, A. B., Brousseau, G., & Pinilla, M. I. F. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Duarte, A. (2010). *Matemáticas 6 grado*. Bogotá: Imprenta nacional de Colombia.

Duarte, A (2010). *Matemáticas 8 grado*, Bogotá: Imprenta nacional de Colombia.

Fandiño, M. (2009). *Área y Perímetro Aspectos Conceptuales y Didácticos*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Fandiño, M. (2011). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Magisterio.

Frabetti, C. (2009). *Alicia en el país de los números. (1era ed.)*. España: Alfaguara

GASCÓN, J. (1994). *El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas*, Educación Matemática, 6/3, 37-51.

Godino, J., Rivas, M., Castro, W., & Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat*.

Henzensberger, H. (1997). *El diablo de los números. (1era ed.)*. Alemania: Henry Holt and Company.

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.

Ministerio de Educación Nacional (2006) *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Imprenta nacional de Colombia.

Ministerio de Educación. (2017).

[https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-340091.html?\\_noredirect=1](https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-340091.html?_noredirect=1).

Latorre, A. (2007). *La investigación-acción*. En A. Latorre, *La investigación acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Graó.

Pinilla, M. I. F. (2013). Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática. *4to Seminario Taller en Educación Matemática: La enseñanza del cálculo y las componentes de su investigación*, 45.

Perkins, (1981) *The Minds best work*, MA: *Harvard University Press, Cambridge*.

Papick, I. (2011). Stengthening the mathematical content knowledge of middle and secondary mathematics teachers. *Notices of the AMS*, 58 (3), 389-392. Robles, C (2010). *Matemáticas 7 grado*, Bogotá: Imprenta nacional de Colombia.

Robles, C (2010). *Matemáticas 9 grado*, Bogotá: Imprenta nacional de Colombia.

Santos-Trigo, M. (2014). Problem solving in mathematics education. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* NY: Springer.

Santos Trigo, M. (2016). La resolución de Problemas Matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales, Cuadernos de investigación y formación matemáticas.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan.

Schoenfeld, (1992), Learning to think mathematically, *National Council of Teachers of Mathematics*.

Sierra, J. (2000). *El asesinato del profesor de matemáticas. (1era ed.)*. España: Grupo Anaya.

Trigo, L. M. S. (1996). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. *Grupo Editorial Iberoamérica*.

VILA, A. (1995). *Els problemes, estandarizats a la classe de matemàtiques. Una contribució al l'estudi de les seves causes i conseqüències*. *Traball de Recerca del Programa de Doctorat. Universitat Autònoma de Barcelona*. [32, 42, 107].

Yániz, C. y Villardón, L. (2006). *Planificar desde competencias para promover el*

*aprendizaje. El reto de la sociedad del conocimiento para el profesorado universitario.* Bilbao: ICE de la UD. Cuadernos monográficos del ICE, núm. 12.