

Universidad de La Sabana

Maestría en Pedagogía



MODELO DE PLANEACIÓN PROFESIONAL DE CLASES DE MATEMÁTICAS EN

EL MARCO DE LA EpC

MODELO DE PLANEACIÓN PROFESIONAL DE CLASES DE MATEMÁTICAS EN

EL MARCO DE LA EpC

OLIVER JOSÉ LÓPEZ OVIEDO

Trabajo de grado para optar al título de Magister en Pedagogía

Asesor

JOHN ALEXANDER ALBA VÁSQUEZ

Universidad de la Sabana

Maestría en Pedagogía

Facultad de Educación

Chía, junio de 2020

Contenido

Información del autor:	5
Resumen	6
1. Antecedentes de las prácticas de enseñanza estudiada.....	7
1.1. Contexto en el que se desarrolla la práctica de enseñanza estudiada.....	10
2. PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA AL INICIO DE LA INVESTIGACIÓN.....	12
2.1. Procesos de planeación	13
2.2. Procesos de implementación.....	25
2.3. Procesos de evaluación.....	25
3. CICLOS DE REFLEXIÓN	32
3.1. Primer ciclo	32
3.2. Segundo ciclo	43
3.3. Tercer ciclo.....	50
3.4. Cuarto ciclo	59
3.5. Quinto Ciclo.....	73
3.6. Sexto ciclo	84
3.7. Séptimo Ciclo	88
4. HALLAZGOS Y CONCLUSIONES.....	90
4.1. Propuesta de un modelo de planeación identificado para clases de matemáticas en el marco de la EpC.....	91
4.2. La nueva ruta propuesta para abordar la planeación.....	91
4.3. Revisión conceptual de los contenidos a trabajar	93
4.4. Diseño de actividades que conforman los desempeños de comprensión	93
4.5. Actividades de exploración	94
4.6. Actividades de investigación guiada	95
4.7. Actividades de proyecto final de síntesis.....	96
4.8. Diseño de instrumentos y selección de técnicas de evaluación	97
4.9. Lista de chequeo	97
4.10. Rúbrica	99
4.11. Revisión y adaptación de metas, tópicos e hilos conductores	99

Lista de tablas

Tabla 1. Ejemplo de planeación de clase.....	7
Tabla 2. Planeación característica del docente investigador en la IED Gonzalo Arango	13
Tabla 3. Propuesta de planeación.....	16

Tabla 4. Segunda propuesta de planeación	21
Tabla 5. Formato y las actividades planteadas inicialmente por el docente investigador	34
Tabla 6. Ajustes a formato y las actividades planteadas inicialmente por el docente investigador	36
Tabla 7. Nueva propuesta de planeación	60
Tabla 8. Transcripción de los episodios	68
Tabla 9. Planeación ajustada del docente investigador.....	74
Tabla 10. Apartados de la discusión entre el asesor y el docente investigador en relación con la planeación.....	80
Tabla 11. Ajustes realizados a la planeación de la evaluación diagnóstica	84
Tabla 12. Lista de chequeo.....	86
Tabla 13. Rúbrica de evaluación conceptual	87
Tabla 14. Unidad diseñada.....	89

Lista de ilustraciones

Ilustración 1. Secuencia de una evaluación del docente investigador al inicio de la investigación ..	27
Ilustración 2. Segunda secuencia de una actividad del docente investigador al inicio de la investigación	31
Ilustración 3. Muestra de estudiante 1.....	37
Ilustración 4. Muestra de estudiante 2.....	38
Ilustración 5. Muestra de estudiante 3.....	39
Ilustración 6. Muestra de estudiante 4.....	40
Ilustración 7. Muestra de estudiante 5.....	41
Ilustración 8. Evidencias de uno de los cuadernos	56
Ilustración 9. Evidencias de las memorias	58
Ilustración 10. ruta didáctica expuesta por el libro de texto	68

Información del autor:

Oliver López es Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad del Atlántico, Especialista en Educación Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y estudiante de la Maestría en Pedagogía de la Universidad de La Sabana. Labora en la IED Gonzalo Arango como docente nombrado de la Secretaria de Educación del Distrito de Bogotá en el área de matemáticas de los grados en Básica secundaria jornada tarde.

Correo de contacto: oliverloov@unisabana.edu.co

Resumen

La tesis de grado realizada da cuenta de los hallazgos establecidos por el docente investigador durante el proceso de investigación acción educativa realizado en la Maestría en Pedagogía de la Universidad de La Sabana. Ese hallazgo consiste en la propuesta pedagógica que, basada en el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC), le permitió diseñar un modelo de planeación profesional para clases de matemáticas. Dicho modelo plantea una ruta de planeación que, iniciando por los desempeños de comprensión, define actividades para las fases de exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis, que respondan a una estructura categorizada por actividades de tipo algorítmico, conceptual, de formas de comunicación y de solución de problemas. Posteriormente, el modelo propone criterios y realimentación diferenciados para cada categoría en la evaluación diagnóstica continua, instrumentalizados en listas de chequeo y rúbricas que facilitarían la captura de información del avance de los estudiantes a través de toda la secuencia de desempeños. Finalmente, el modelo muestra cómo las metas se relacionan con los criterios de evaluación permitiendo ser planteadas; de igual forma, asocia los hilos conductores a los estándares de desempeño de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN) y termina definiendo el tópico generativo a partir de las conexiones que el proyecto final de síntesis pueda generar el concepto central desarrollado a lo largo de la unidad de planeación.

PALABRAS CLAVES: práctica de enseñanza, investigación acción, Enseñanza para la Comprensión, enseñanza de las matemáticas, pedagogía, Lesson Study.

1. Antecedentes de las prácticas de enseñanza estudiada

El presente apartado sintetiza la experiencia de enseñanza del docente investigador. Se describe la formación profesional y laboral, sus inicios en la docencia y los hitos que se consideran relevantes en la estructura de la actual práctica de enseñanza.

En febrero del año 2000, el docente investigador inició sus estudios de Licenciatura en Matemáticas y Física en la Universidad del Atlántico, después de haber aprobado el examen de admisión que, como requisito principal, le permitió acceder al cupo de una cohorte que fue la última de su modalidad.

Siendo aún estudiante de la Licenciatura, tiene dos experiencias previas al grado de profesional. La primera, en el año 2005, en una escuela de primaria como docente de todas las asignaturas de cuarto grado, y la segunda, en el año 2006, en un colegio de bachillerato como docente de matemáticas de los grados de sexto a noveno. Ambas instituciones educativas eran de carácter privado y ambas estaban ubicadas en sectores populares de la ciudad de Barranquilla.

Luego, el 29 de septiembre de 2006, recibe grado de Licenciado en Matemáticas y Física en la Universidad del Atlántico. Con las dos certificaciones laborales y el título del pregrado, decide radicarse junto con su esposa en la ciudad de Bogotá en búsqueda de mejores horizontes laborales y de vida. Ambos llegaron a la capital del país el 17 de enero del 2007.

Entre los años 2007 y 2008, se vincula laboralmente a la concesión Asociación Alianza Educativa (AAE) como docente de matemáticas en distintos grados de secundaria del colegio La Giralda, ubicado en el sector de Las Cruces (localidad de Santa Fe).

Desde el momento en que se incorporó a la Alianza Educativa, el docente estuvo relacionado con procesos de planeación. Esa planeación se fundamentaba teóricamente en elementos de la pedagogía constructivista, el aprendizaje cooperativo y la Enseñanza para la Comprensión (EpC).

De acuerdo con esta forma de planeación, por cada clase, era necesario planear un desempeño de comprensión generalmente extraído del logro que traen las lecciones de los libros de texto, pero que se debían reescribir en términos de comprensión. Posteriormente, se declaraban una serie de actividades agrupadas en tres momentos fijos llamados ciclos de aprendizaje: exploración, aclaración y aplicación. En la *exploración* se debían revisar conocimientos previos del estudiante, seguido de la *aclaración* de los conceptos nuevos y después de su *aplicación* a nuevos ejemplos (Díaz & Vargas, 2009). Todo el proceso podía ser tomado o adaptado de un libro de texto.

En la siguiente tabla se presenta un ejemplo de la planeación característica del docente investigador en su periodo de vinculación laboral en la Asociación Alianza Educativa (ver tabla 1).

Tabla 1. Ejemplo de planeación de clase.

PLANEACIÓN DE CLASE REALIZADA POR OLIVER LÓPEZ EN LA ALIANZA EDUCATIVA DE ABRIL 3 DE 2010

Curso: undécimo	Abril 5 de 2010	Grado: 11	Trimestre: 1
<p>Desempeño:</p> <p>Escribe algoritmos como una secuencia de pasos lógicos para hallar áreas y volúmenes de figuras geométricas como una aplicación de la lógica matemática.</p>			
<p>Exploración:</p> <p>Participa en una lluvia de ideas sobre los conectores lógicos desarrollados en desempeños anteriores tales como: “y”, “o”, “si... entonces”, “si y solo si”, y “no”.</p>			
<p>Aclaración:</p> <p>Determina con ayuda del docente el concepto de “algoritmo”, establece el mismo como una serie de pasos lógicos y definidos que permiten solucionar un problema.</p> <p>Establece con la ayuda del docente la estructura general de un algoritmo de programación y resuelve algunos ejemplos propuestos por el mismo.</p> <p>Ej.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Escribe un algoritmo que permita encontrar el área de un cuadrado. • Escribe un algoritmo que permita encontrar el área de un triángulo. 			
<p>Aplicación:</p> <p>Socializa los algoritmos diseñados y valida con la ayuda del profesor los desarrollos encontrados.</p>			

Valoración continúa:

Mediante valoración informal, determinada por la participación en el tablero, el docente determinará el grado de comprensión de los estudiantes sobre la elaboración de algoritmos de programación.

Posteriormente, dentro de la misma organización, el docente investigador fue trasladado al colegio Jaime Hernando Garzón Forero ubicado en el sector de Britalia (localidad de Kennedy). Allí, entre los años 2009 y 2012, orienta la asignatura de matemáticas en secundaria

En el año 2013, consigue la asignación como líder del área de matemáticas de los cinco colegios que, hasta ese momento, hacían parte de la Alianza Educativa (colegio Miravalle, colegio Santiago de las Atalayas, colegio Argelia, colegio Jaime Garzón y Colegio La Giralda). Sus principales funciones consistían en

Asegurar la correcta aplicación del currículo de la AAE por parte de los docentes del área, hacer seguimiento en forma permanente a las estrategias para el logro de resultados en su área, apoyar la revisión del currículo de la AAE y el enriquecimiento de estrategias pedagógicas para el área (Agenda, 2014, pp. 22 - 23).

Estas funciones las ejerce hasta julio 31 de 2015. Otro hito importante es el hecho de que, durante este periodo, el docente investigador realiza estudios de Especialización en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, y, en septiembre del año 2011, obtiene el título de Especialista. Como trabajo de grado de esta Especialización realizó una investigación alrededor de la enseñanza de la proporcionalidad en grado séptimo.

Después de haber cursado satisfactoriamente todo el proceso del concurso público de méritos para ingreso a la carrera docente en sus distintas fases, el docente se presenta en audiencia pública y escoge voluntariamente la IED Gonzalo Arango, ubicado en la localidad de Suba, como lugar de labores para desarrollar su práctica de enseñanza como docente de matemáticas en el sector público. Inicia labores en periodo de prueba en agosto 3 de 2015. Al año siguiente, mediante Resolución No. 425 de marzo 4 de 2016, recibe el nombramiento en propiedad en la planta del personal docente de la Secretaría de Educación Distrital de Bogotá (SED Bogotá).

En la actualidad, sigue vinculado en la mencionada institución educativa de carácter público y en la misma jornada, ejerciendo el cargo de docente de matemáticas en bachillerato con asignación académica en los grados de sexto a octavo.

1.1.Contexto en el que se desarrolla la práctica de enseñanza estudiada

En este apartado se describen los contextos institucionales y de aula de la actual práctica de enseñanza del docente investigador, que, como se nombró anteriormente, se desarrolla en la IED Gonzalo Arango jornada tarde de la localidad de Suba.

Además, se expondrán los aspectos misionales y pedagógicos de la institución en relación con la labor del docente investigador, la estructura académica y administrativa, los cursos, el área, espacios de interacción con colegas, dinámica de planeación y evaluación, tamaño de los grupos y frecuencia de encuentros semanales.

La IED Gonzalo Arango fue fundada en marzo de 2005 como sede C de la IED Álvaro Gómez Hurtado. No obstante, la resolución que le da nombre y vida fue emitida el 15 de junio de 2007. En el año 2008, se da inicio con la nueva licencia y legalización de Colegio Distrital Gonzalo Arango. Para el año 2009, se construye y aprueba de manera participativa y democrática el manual o pacto de convivencia que rige al colegio hasta el momento, con los ajustes de ley que exige el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y la legislación presente.

En el 2019, la IED Gonzalo Arango consolida un convenio con el SENA para trabajar la formación para la vida en la Media Integral. Se establecen como énfasis iniciales Programación y Administración. Esos énfasis no son orientados por los docentes del colegio, sino por instructores traídos por el mismo SENA.

En el 2020, el SENA está trabajando con los grados décimo y undécimo de la IED Gonzalo Arango, los estudiantes deben realizar una pasantía que consiste en un trabajo de formación en contra jornada en el colegio. Las áreas fundamentales como Inglés y Matemáticas se deben articular al proyecto de Educación Media; los maestros del colegio dictan el inglés técnico que va encaminado al fortalecimiento del trabajo, y son quienes certifican a los estudiantes finalizado el proceso. Por otra parte, el área de Matemáticas apoya esos procesos de formación tecnológica desde lo conceptual, trabajando en las clases regulares aspectos tales como el pensamiento lógico y estadística básica.

El Proyecto Educativo Institucional (PEI) del colegio se denomina *Comunicación asertiva para el desarrollo humano*.

Está fundamentado en la pedagogía constructivista con elementos del aprendizaje autónomo y el aprendizaje significativo. De igual manera, referencia el horizonte del trabajo pedagógico a autores como Dewey, Decroly y Celestin Freinet, que iluminan la escuela activa y desarrollan las ideas de autonomía, motivación intrínseca y libertad del estudiante como presupuestos fundamentales en el proceso de aprender y las reflexiones del docente como mediador en el proceso de enseñanza (PEI Gonzalo Arango, 2007, p. 7).

La IED Gonzalo Arango expresa en su Misión contribuir en la formación de niños, niñas y jóvenes en los diversos procesos de comunicación asertiva desde lo estético y tecnológico para que sean ciudadanos competentes y gestores de su proyecto de vida. En cuanto a su Visión, en el PEI se indica que

En el año 2024, la IED Gonzalo Arango proyecta como visión ser reconocido como una institución de calidad por promover el desarrollo humano, a través de la ética de la comunicación, el liderazgo y los campos de pensamiento, en la formación de estudiantes transformadores de sí mismo y de su entorno (PEI Gonzalo Arango, 2007, p. 3).

En la IED las clases se desarrollan en aulas especializadas que involucran el esquema de rotación por parte de los estudiantes. “El modelo pedagógico privilegia el hecho de que el aprendizaje del estudiante depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información. En ese sentido, un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el estudiante ya sabe” (PEI Gonzalo Arango, 2007, p. 8). Así mismo, “se entiende por relación sustancial y no arbitraria que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo, un concepto o una proposición” (PEI Gonzalo Arango, 2007, p. 8).

Otros aspectos de la línea pedagógica del Colegio Gonzalo Arango tienen en consideración que lo que sabemos y aprendemos es producido por y desde el lenguaje; por lo tanto, se trabaja la realidad y sus elementos categorizados en acciones, procesos, situaciones y objetos que se relacionan en redes conceptuales estructuradas.

Por último, en sus fundamentos pedagógicos se asume que su apuesta pedagógica

fomenta el aprendizaje autónomo como un proceso que permite a la persona ser autor de su propio desarrollo, eligiendo los caminos, las estrategias, las herramientas y los momentos que considere pertinentes para aprender y poner en práctica de manera independiente lo que ha aprendido (PEI Gonzalo Arango, 2007, p. 8).

Por otra parte, la didáctica ha sido abordada desde distintos marcos de referencia. En la institución hay docentes que orientan sus prácticas desde elementos de “*Enseñanza para la comprensión*”, “*trabajo por proyectos*” y otras propias de las disciplinas (PEI Gonzalo Arango, 2007). En ese propósito, el docente investigador ha seguido la línea del marco conceptual de la *Enseñanza para la Comprensión* (EpC) como una herramienta para gestionar sus planeaciones de clase.

La IED Gonzalo Arango cuenta con una planta de noventa docentes de aula, cinco directivos docentes, cuatro orientadoras y dos profesionales de inclusión, que se distribuyen equitativamente para atender una población estudiantil de 2400 estudiantes, repartidos, a su vez, en dos sedes entre las jornadas de la mañana y de la tarde.

La rectora y el personal administrativo es el mismo para ambas jornadas y está compuesto por una secretaria administrativa, una secretaria académica, un contador y un almacenista.

En la sede B se encuentra todo lo relacionado con el nivel de primera infancia; mientras que en la sede A se encuentran los niveles de preescolar, primaria, básica y media integral.

El Colegio Gonzalo Arango cuenta con un laboratorio de química, un laboratorio de física, un laboratorio de tecnología, dos laboratorios de informática, un laboratorio de inglés, un laboratorio de música, un aula de danza, un aula polivalente, un auditorio, un comedor-restaurante, una biblioteca y 30 aulas regulares con un aforo promedio para 40 estudiantes. En primaria cada grado cuenta con tres cursos y en bachillerato con dos cursos por grado.

El docente investigador tiene asignado una de esas aulas regulares donde atiende a seis cursos compuesto por dos grados sextos, dos grados séptimos y dos grados octavos. Entre los recursos con los que cuenta el docente en su salón, para el desarrollo de su práctica de enseñanza, tiene asignado un computador portátil, un televisor, juegos didácticos asociados a las matemáticas, herramientas para la construcción de figuras geométricas y libros de texto. Los libros de texto son asignados por el Ministerio de Educación Nacional y pertenecen a la serie “*Vamos a aprender matemáticas*” que, como se verá más adelante, juegan un rol muy importante en la estructura de planeación del docente investigador.

El área de matemáticas a la que pertenece el docente investigador está conformada por cuatro docentes licenciados en matemáticas, dos por cada jornada, a los que también se suman un docente de primaria, uno preescolar y uno de primera infancia por jornada. Este equipo se reúne en las semanas de planeación institucional, a principio y final de año, cuando se asigna algún trabajo encaminado a la revisión de la malla curricular.

En la jornada tarde, el área de matemáticas está conformada por la asignatura de matemáticas y la asignatura de geometría. La primera cuenta con una intensidad horaria de cuatro horas semanales para cada curso de la secundaria y la segunda tiene asignada una hora semanal para los cursos de sexto a noveno. Los docentes licenciados en matemáticas tienen asignado las horas de matemáticas, siendo cubiertas las horas de geometría por los docentes de Informática y de Tecnología.

Dentro del horario de clases, los dos docentes de matemáticas de la jornada tarde cuentan con un espacio de una hora para tener un encuentro de pares denominado “*reunión de campo*”, cuyo propósito es discutir aspectos de planeación, estrategias didácticas y evaluación de los alcances conceptuales. Además de esta reunión, dependiendo de su mayor asignación horaria o académica, cada uno de los docentes del área de matemáticas debe asistir a las *reuniones de ciclo*. En el caso del docente investigador participa en las reuniones del ciclo tres, puesto que allí está concentrada su asignación académica por tener a su cargo los grados sextos y séptimos.

Las reuniones de ciclo tienen generalmente dos propósitos; por un lado, informarse o discutir aspectos de la gestión académica que emanan del Consejo Académico del colegio y, por otro lado, discutir estrategias en los casos de convivencia que afectan el desarrollo de las clases con el fin de servir de puente en el proceso que se debe seguir antes de remitir los casos a coordinación o al Comité de Convivencia.

2. PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA AL INICIO DE LA INVESTIGACIÓN

El presente apartado describe aspectos relacionados con los ciclos iniciales de reflexión, en el periodo de tiempo comprendido entre enero y noviembre del año 2018. Se describen las acciones constitutivas de la práctica de enseñanza del docente investigador. Así mismo, se presentan las acciones de planeación realizadas, el tipo de actividades implementadas en el aula y la forma de evaluación de los aprendizajes de sus estudiantes. Por último, se describen manifestaciones de aprendizaje observadas por el docente en los estudiantes durante el desarrollo de los ciclos iniciales de la investigación.

2.1. Procesos de planeación

En relación con los procesos de planeación, la acción se realizaba bimestralmente atendiendo al diligenciamiento de un formato establecido por la institución. (Ver tabla 2). En el formato se debía declarar unas competencias de carácter cognitivo, comunicativo, ecológico y socio afectivo. También se solicitaba declarar unos objetivos de aprendizaje. El docente investigador, debido a su experiencia en la Alianza, decide cambiar el nombre de objetivo de aprendizaje por el desempeño, incluyendo también la descripción de cuatro niveles de desempeño.

Por otra parte, el formato solicitaba declarar los ejes temáticos. En esta acción el docente se limitaba a transcribir la unidad junto con las temáticas propuestas en los libros de texto utilizados por el docente. En concordancia con lo anterior, las actividades consistían en anunciar los talleres, pruebas y evaluaciones que serían tomados de los libros de texto empleados.

Por último, el formato solicitaba describir los aspectos a evaluar en relación con lo académico y en lo convivencial. En los aspectos académicos, el docente investigador centra la evaluación en aspectos de forma como los siguientes: “Lleva el cuaderno marcado, aseado, al día y sin rayones”, “Escribe los ejercicios con lápiz”. También se proponían descriptores amplios, genéricos relacionados con las formas de acción de los estudiantes como, por ejemplo, “Desarrolla correctamente todos los talleres propuestos en la clase, con justificaciones completas”, “Desarrolla completamente los quices y exámenes”

Tabla 2. Planeación característica del docente investigador en la IED Gonzalo Arango

 <p>COLEGIO GONZALO ARANGO Institución Educativa Distrital JORNADAS MAÑANA-TARDE DANE 111001104388 LOC. 11 DE SUBA Resolución 2564 del 26 de junio de 2007 NIT. 900173145-6</p> 			
“Comunicación Asertiva para el desarrollo Humano			
AREA: MATEMÁTICAS	GRADO: SEXTO	CICLO: 3	IMPRONTA: PRIMER PERIODO
DOCENTE: OLIVER JOSE LOPEZ OVIEDO		AÑO: 2018	
COMPETENCIAS			
<p>COGNITIVA Formulo y resuelvo problemas empleando los números racionales en situaciones geométricas, numéricas y aleatorias.</p> <p>COMUNICATIVA Expresa y comunica los problemas, las preguntas, conjeturas y resultados matemáticos empleando los números racionales, la geometría y la estadística.</p> <p>ECOLOGICA Aplica conceptos de aritmética en la implementación de propuestas para el cuidado de su entorno ecológico.</p>			

SOCIO AFECTIVA

Cumple de manera respetuosa, responsable y ordenada con la realización y presentación de tareas, consultas, trabajos, llegadas al aula e implementos necesarios para la clase.

DESEMPEÑOS

Utiliza significativamente, en una amplia variedad de situaciones, las operaciones propias del conjunto de los números naturales en la solución de problemas.

Formula y resuelve problemas utilizando propiedades fundamentales de la teoría de números.

NIVELES DE DESEMPEÑO**SUPERIOR**

Justifica procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones de los números naturales y de la teoría de números.

ALTO

Justifica algunos procedimientos aritméticos mediante las relaciones y propiedades de las operaciones de los números naturales y de la teoría de números.

BASICO

Identifica algunos procedimientos aritméticos mediante las relaciones y propiedades de las operaciones de los números naturales y de la teoría de números.

BAJO

Se le dificulta justificar procedimientos aritméticos mediante las relaciones o propiedades de las operaciones de los números naturales y de la teoría de números

EJES TEMÁTICOS**Pensamiento numérico**

Unidad 1. Números naturales y teoría de números

- 1.Sistema de numeración decimal
- 2.Adición y sustracción de números naturales
- 3.Multiplicación y división de números naturales
- 4.Potenciación, radicación y logaritmación de números naturales
- 5.Múltiplos y divisores de un número
- 6.Criterios de divisibilidad
- 7.Números primos y números compuestos
- 8.Máximo común divisor
- 9.Mínimo común múltiplo

ACTIVIDADES

Los talleres, quices y evaluaciones serán tomados de los siguientes libros de texto:

- Vamos a aprender Matemáticas 6. MEN. Ediciones SM, S.A, 2017.
- Alfa 6 serie de matemáticas. Editorial Norma. 1999.
- Soluciones Matemáticas 6. Editorial futuro. 2007.
- Nuevas Matemáticas 6. Editorial Santillana. 2007

EVALUACIÓN	
ACADÉMICO	CONVIVENCIAL
<p>Registra en el cuaderno los apuntes de clase necesarios para poder repasar los conceptos y los ejemplos en casa.</p> <p>Lleva el cuaderno marcado, aseado, al día y sin rayones.</p> <p>Escribe los ejercicios con lápiz.</p> <p>Desarrolla correctamente todos los talleres propuestos en la clase, con justificaciones completas</p> <p>Realiza completamente las tareas asignadas y las sustenta en el tablero cuando se le solicita.</p> <p>Formula preguntas pertinentes y profundas que demuestren comprensión.</p> <p>Desarrolla completamente los quices y exámenes.</p>	<p>Llega puntual a la clase.</p> <p>Mantiene en el puesto asignado por el docente.</p> <p>Presta atención a las instrucciones dadas por el docente.</p> <p>Mantiene una actitud dispuesta para la clase y ayuda a los compañeros que lo necesiten</p> <p>Respeto a los compañeros, pide el favor sin agredir verbal ni físicamente a sus compañeros.</p> <p>Respeto al docente</p> <p>Llega a la clase con los útiles necesarios para desarrollar el trabajo asignado por el docente.</p> <p>Evita jugar dentro del salón.</p> <p>Se abstiene de comprar o comer comida dentro del salón.</p> <p>Utiliza aparatos electrónicos solo cuando el docente lo autoriza.</p> <p>Se mantiene dentro del salón de clase.</p> <p>Arroja los papeles dentro de la canasta de la basura sin lanzarlos.</p>

En el segundo semestre del año 2018, en vista de los bajos resultados obtenidos por el colegio en las pruebas de medición externa, para los grados quinto y noveno, en asignaturas como Lengua Castellana y Matemáticas, la Secretaría de Educación del Distrito de Bogotá (SED Bogotá) envió la empresa Asesoría y Gestión mediante contrato 405534 de la SED Bogotá para apoyar los procesos de planeación de los docentes que orientaban esas asignaturas.

La capacitación requería, en primera instancia, familiarizar a los participantes en la lectura de los documentos oficiales: los Estándares Básicos de Competencias para matemáticas, los Derechos Básicos de Aprendizaje y los Lineamientos Curriculares para matemáticas. El formato enunciaba un proceso matemático definido en los Estándares y determinaba competencias cognitivas y socioemocionales; posteriormente, categorizaba los desempeños relacionados con los aprendizajes a fortalecer desde lo cognitivo (Saber), otros relacionados con la aplicación en

contexto de los aprendizajes a fortalecer (Hacer) y otros más relacionados con las actitudes e intereses relacionadas con aprendizajes desde lo socioemocional (Ser).

También definían acciones pedagógicas desde una situación de contexto, que podían valerse de algún tópico generador, seguido por tres momentos para el aprendizaje. El momento uno, que permitía explorar los saberes previos de los estudiantes; el momento dos, relacionado con la construcción de conceptos y conocimientos junto a los estudiantes, mediante ejercicios, talleres, didácticas grupales o individuales; y, finalmente, el momento tres referido a herramientas didácticas a utilizar durante la sesión ya sean portafolios, bitácoras, cuadernos de notas, mapas mentales, mapas conceptuales y gráficos. Por último, había un proceso de evaluación definido por las etapas del desarrollo de la sesión: Diagnóstica, Formativa y Sumativa.

Para el mismo tiempo en que ocurría lo anterior, desde el seminario de Enseñabilidad II de la Maestría en Pedagogía, se solicitó un primer ejercicio de planeación colaborativa. En la primera sesión se solicitó llevar libros de texto que permitieran escoger actividades que se perfilaran hacia la solución de problemas y las metas de comprensión propuestas para una unidad temática. No hubo ningún formato sugerido, así que cada docente podía planear con lo venía realizando en sus respectivos colegios. El docente investigador tomó el formato de la capacitación. Una de las primeras dificultades que notó fue que las actividades y problemas que proponían los libros de texto no se ajustaban a la definición de problema auténtico.

Como resultado de la capacitación contratada por la Secretaría de Educación y del ejercicio propuesto en el seminario Enseñabilidad II de la Maestría en Pedagogía, el docente realiza una propuesta de planeación que se presenta a continuación (ver tabla 3):

Tabla 3. Propuesta de planeación

IED	COLEGIO GONZALO ARANGO	
AREA	Matemáticas	
GRADO o CICLO	Ciclo III (Grado sexto)	
Docente	Oliver López	
Pensamiento/ Componente/proceso		
Competencias	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza el algoritmo de la suma de números decimales en un contexto de medición. • Mantiene una actitud dispuesta para la clase y ayuda a los compañeros que lo necesiten. • Respeto a los compañeros, pide el favor sin agredir verbal ni físicamente a sus compañeros. 	
Desempeños y Evidencias		
Saber	Saber Hacer	Saber Ser
Aplica correctamente el algoritmo de la suma para resolver problemas con números racionales en su representación decimal.	Interpreta y justifica cálculos numéricos al solucionar situaciones problemas.	Mantiene una actitud atenta y participativa durante el desarrollo de la sesión. Realiza preguntas pertinentes al desempeño trabajado durante la clase.

Criterios de Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Verifica que la suma de decimales da como resultado un decimal. • Verifica la propiedad conmutativa en la suma de decimales. • Adiciona correctamente números decimales teniendo en cuenta las medidas realizadas con la regla sobre los lados de la tarjeta abierta en la actividad “personalizo mi tarjeta” ordenar los sumandos según la posición de los dígitos que conforman el número y colocando en columna la coma decimal. • Realiza operaciones de suma entre números decimales y entre estos y los números enteros. • Aplica la adición de números decimales en la solución de problemas. 		
Materiales y Recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Cartulina y tijeras • Cinta de color azul y rojo • Regla acrílica y colores • MEN. Vamos a aprender Matemáticas. Impreso en Colombia. Bogotá. 2017. 		
Número de sesiones para su implementación	<ul style="list-style-type: none"> • Una sesión de tres horas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Fecha de diligenciamiento 	<ul style="list-style-type: none"> • Octubre 1 de 2018
ACCIONES PEDAGÓGICAS DE AULA			
Situación para el Aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Modela a los estudiantes su propia tarjeta personalizada, indicándoles las especificaciones solicitadas por el docente. Siendo el adorno de la cinta obligatorio para la decoración. (Ver momento 1 de los momentos de aprendizaje). • Establece la pregunta problematizadora de la situación la cual es: ¿Cuánta cinta requiero para adornar el contorno de la tarjeta? • Aclara que la actividad no es de estimaciones o aproximaciones y que debe justificar matemáticamente con medidas y operaciones el largo de la cinta que solicitará al docente; con la condición de que tiene una sola oportunidad para hacerlo, es decir, no habrá reposiciones o añadidos sobre la cantidad de cinta solicitada la primera vez. • Establece junto con el grupo los procesos necesarios para realizar la suma de números decimales. 		

		<ul style="list-style-type: none"> • La participación de los estudiantes se realiza en orden, solicitando la palabra para el caso de los vayan a participar, respetando los aportes y las preguntas de los compañeros de clase.
	MODELO O ENFOQUE PEDAGÓGICO	Aprendizaje cooperativo
	Momentos para el aprendizaje	Actividades estratégicas para el Aprendizaje
MOMENTO 1	Exploración	<p>Presenta la actividad bajo el nombre de “Personalizo mi tarjeta”.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modela a los estudiantes su propia tarjeta, indicándoles lo bueno que es hacerle saber a un ser querido lo importante que es para nosotros. Para ello en la parte de delante de la tarjeta va escrito el nombre, o el diminutivo o un sobrenombre cariñoso con que llaman a esa persona. Junto con alguna frase o dibujo que lo represente. En el caso del docente es su propia esposa y a ella le dicen cariñosamente “Chachi” y el dibujo que los representa en su alianza matrimonial. Luego, abre la tarjeta y en una cara esta un mensaje que el docente le dedicó a ella y en la otra cara un dibujo que simboliza esa amistad o relación entre los dos. La tarjeta lleva una decoración en el contorno consistente en una cinta de color rojo aclarando que como la tarjeta va dirigida a una mujer ese fue el color escogido (si fuese para un hombre seria de color azul). En la parte posterior va un DE/PARA. • Reparte a cada estudiante la cartulina cortada en forma rectangular, pero de distintos tamaños para realizar la tarjeta. Cada tarjeta trae la medida del contorno, pero los estudiantes deben establecer las medidas de los lados y rectificar la suma con el dato dado por el docente. De esa manera, el docente le otorgará la cinta al estudiante una vez le muestre la suma realizada en el cuaderno. Aclarando que sin un procedimiento numérico el docente no

		<p>otorga cinta ya que no es una actividad de estimación.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aclara que el contorno decorado por la cinta debe quedar perfecto para sacar nota excelente y que no es posible solicitar más cinta después de haberla pedido una primera vez. 														
<p>MOMENTO 2</p>	<p>Estructuración y Práctica</p>	<p>En forma grupal</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone grupos de dos o tres para realizar la actividad grupal, asegurándose la tenencia de los materiales para evitar que los estudiantes estén caminando el salón. • Reparte las tarjetas para cada estudiante, las tarjetas como tal tienen formas y tamaños diferentes con el fin de que cada estudiante se focalice en su trabajo de medición y en obtener las medidas de los lados de la tarjeta. • Hace uso de la regla para realizar las mediciones de los contornos incluyendo el lado que une las dos partes de la tarjeta. Registra las mediciones y las sumas que le permiten coincidir su medida con la medida dada por el docente. • Solicita la cinta con las condiciones anteriormente registradas y termina la tarjeta. <p>En forma de plenaria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Antes de comenzar la plenaria, registra en el tablero la siguiente tabla que muestra la estructura posicional del sistema decimal, así: <table border="1" data-bbox="862 1648 1276 1780"> <tr> <td>C</td> <td>D</td> <td>U</td> <td>,</td> <td>d</td> <td>c</td> <td>m</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> • Solicita la participación ordenada de los estudiantes para socializar sus procedimientos y conclusiones. Los que logren pasar al tablero, deben escribir sus cálculos ordenando los 	C	D	U	,	d	c	m							
C	D	U	,	d	c	m										

		<p>números en la tabla de posicionamiento del sistema decimal.</p> <ul style="list-style-type: none"> En el caso de la adición, se busca que los estudiantes concluyan ellos mismos, la forma correcta de realizar una suma decimal teniendo en cuenta que los sumandos se escriben en columna, de tal forma que las comas ocupen la misma posición. Luego, se adicionan como números naturales y el resultado se coloca la coma en la misma columna. Si los sumandos no tienen la misma cantidad de cifras decimales, se escriben ceros a la derecha de la última cifra decimal hasta igualarlos.
MOMENTO 3	Transferencia y Valoración	<ul style="list-style-type: none"> Los niños reciben en forma individual el libro de texto “Vamos a aprender Matemáticas”. Editado por el MEN y resuelven el taller de competencias propuesto en la página 66. Los puntos propuestos por el docente son los siguientes: 8 ,12 y 24.
<p>EVALUACIÓN: el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y sus comprensiones para sacar la actividad adelante con los requerimientos solicitados. Participa activamente en la clase y mantiene buen comportamiento durante la misma. Realiza los puntos del taller asignados por el docente en el cuaderno y los presenta al final de la clase.</p>		

En la nueva propuesta de planeación, se destaca que esta se construye alrededor de una situación de aprendizaje, ya no es genérica. Así mismo, se introduce competencia a desarrollar en lugar de objetivos y se ajusta un concepto de desempeños a evidencias, discriminados en tres niveles: Saber, saber hacer y saber ser.

En cuanto a los criterios de evaluación, se pasa de una descripción genérica a una descripción puntual asociada a los contenidos trabajados. Se declaran criterios los siguientes: “*Verifica que la suma de decimales da como resultado un decimal*” y “*Verifica la propiedad conmutativa en la suma de decimales*”.

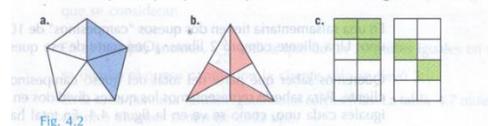
Por otra parte, se incluye una descripción detallada de las actividades que desarrollarán los estudiantes en clase de acuerdo con tres momentos: exploración, estructuración y práctica, y transferencia y valoración.

Finalmente, se describen las acciones de evaluación que desarrollará el docente para evidenciar los aprendizajes de los estudiantes.

Posteriormente, en noviembre del 2018, en el marco del seminario de Enseñanza para la Comprensión de la Maestría ya mencionada, se solicitó realizar un nuevo ejercicio de planeación. En este ejercicio el docente investigador incorpora elementos del marco a la estructura de planeación que venía desarrollando (ver tabla 4).

Tabla 4. Segunda propuesta de planeación

IED	GONZALO ARANGO
AREA	Matemáticas
GRADO o CICLO	Ciclo III (Grado sexto)
Docente	Oliver López
Hilo conductor anual	¿De qué manera los números racionales me ayudan a comprender el mundo que me rodea?
Tópicos generativos para una unidad de números fraccionarios	¿Cuáles son los distintos significados de las fracciones?
Metas de comprensión para la unidad	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante comprenderá que asumiendo la unidad como un objeto puede dividir en trozos iguales indicando la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. (Contenido). • El estudiante comprenderá que relacionando la unidad en un contexto continuo o discreto utilizando material concreto puede relacionar las partes iguales con el total de partes (que puede estar formado por varios “todos”). (Método). • El estudiante comprenderá que para un “todo” (continuo o discreto) al dividirlo en partes “congruentes”, la fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. (Propósito). • El estudiante comprenderá que para representar las particiones iguales que realiza en un contexto continuo o discreto utiliza los números racionales en su forma fraccionaria o un gráfico que represente la situación dada. (Comunicación).
Meta de comprensión para la clase	Los estudiantes comprenderán el significado de la fracción en su relación parte todo tomando una representación continua.
Materiales y Recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Papel iris • Cuaderno, lápiz, regla acrílica, borrador, tajalápiz y colores • Instructivo tomado de: https://www.youtube.com/watch?v=2UMaPfpvgyE • Prueba diagnóstica tomada del libro de texto Alfa 6 matemáticas, editorial Norma, pág. 109.

Número de sesiones para su implementación	Dos sesiones de tres horas.	Fecha de diligenciamiento	Nov. 15/ 2018
ACCIONES PEDAGÓGICAS DE AULA			
Situación para el Aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Inicialmente el docente planteara una actividad exploratoria tratando de establecer los conocimientos previos que traen los estudiantes a la clase con respecto a los números fraccionarios. • En esa actividad de exploración los estudiantes la realizarán en forma individual. Luego, compartirán sus procedimientos en los grupos de aprendizaje cooperativo previamente organizados por el docente. • Posteriormente los estudiantes presentarán sus conclusiones en plenaria orientada por el docente con el fin de socializar las respuestas obtenidas en los grupos y registrarán las correcciones en sus cuadernos. • En la actividad central de la clase, se iniciará con los dobleces de la hoja iris para determinar la fracción solicitada por el docente • Los estudiantes irán registrando en el cuaderno las figuras que van obteniendo en el cuaderno y la fracción que va solicitando el docente. • Obtendrán las conclusiones de las figuras que van obtenido según el dobles de la figura. 		
MODELO O ENFOQUE PEDAGÓGICO	Aprendizaje colaborativo		
Momentos para el aprendizaje	Actividades estratégicas para la comprensión		
MOMENTO 1	Exploración	 <p>1. Escribo la expresión que representa la parte coloreada en cada figura.</p> <p>a. $\frac{2}{4}$ b. $\frac{3}{4}$ c. $\frac{4}{9}$</p> <p>2. Represento gráficamente cada expresión.</p> <p>a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{7}{8}$ c. $\frac{9}{12}$ d. $\frac{3}{15}$ e. $\frac{4}{7}$ f. $\frac{12}{5}$</p> <p>3. Un atleta recorre la pista de un estadio olímpico en $\frac{1}{3}$ de hora y otro la recorre en $\frac{1}{4}$ de hora. ¿Cuál de los dos recorre la pista más rápido?</p> <p>4. El contenido de cinco botellas de gaseosa de 1 litro se reparte, por partes iguales, entre 15 niños. ¿Qué parte le corresponde a cada uno?</p> <p>5. Completo las expresiones de tal modo que la igualdad sea verdadera.</p> <p>a. $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$ b. $\frac{3}{7} = \frac{18}{\square}$ c. $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \square$ d. $\frac{7}{9} + \frac{2}{9} = \square$ e. $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \square$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Para las figuras propuestas en el primer punto de la prueba ¿Cuál sería el número fraccionario que representa cada situación? Justifica tu respuesta. (Comunicación). • Al intentar representar gráficamente cada fracción del punto dos, ¿Puedes determinar más de un gráfico para un mismo número? (Comunicación). 	

		<ul style="list-style-type: none"> • Para solucionar el punto tres ¿Qué estrategia utilizaste en la solución del problema? ¿Explícale a tu clase la estrategia para darle solución? (Método). • Para la solucionar el punto cuatro ¿Puedes representar gráficamente la parte que le corresponde a cada niño? (Comunicación). • Para el punto cinco ¿cómo sabes cuál es el número que va en la casilla del literal A y B? Escribe para un amigo que no vino a la clase cómo se debe solucionar los ejercicios de los literales C, D y E. (Método) (Comunicación).
MOMENTO 2	Investigación guiada	<p>En los grupos de aprendizaje cooperativo representa mediante los objetos solicitados para la clase las fracciones del punto 1 y 2 de la evaluación diagnóstica en contextos continuos o discretos. El docente realiza la siguiente pregunta: ¿qué diferencia encuentras entre un contexto y otro?, ¿cómo lograste representar la fracción C del punto 1?, ¿puedes explicar en tus propias palabras cómo lograste encontrar la fracción que representa esa situación? (Contenido) (Método) (Comunicación).</p> <p>La siguiente es una lista de víveres que tus padres realizaron para ir a la tienda del barrio y comprar algunas comestibles que necesitan: $\frac{2}{3}$ de mantequilla $\frac{3}{5}$ de un kilo de arroz $\frac{8}{10}$ de una libra de lentejas $\frac{1}{4}$ de libra de azúcar $\frac{1}{3}$ de libra de sal $\frac{9}{5}$ de libra de carne</p> <p>Tus padres te han pedido el favor que les ayudes a determinar exactamente la cantidad de cada producto que necesitan comprar. Ayuda a tus padres y determina esa cantidad. Ten en cuenta que: 1 Kilo son 1000 gramos y una libra es la mitad de un Kilo. (Propósito).</p> <p>Presenta a sus compañeros sus representaciones mediante una puesta en común dirigida por el docente. (Comunicación).</p>
MOMENTO 3	Proyecto final de síntesis	<ul style="list-style-type: none"> • En los grupos de aprendizaje cooperativo, cada integrante toma el papel iris solicitado por el docente y se establece como el “todo” el papel como tal sin dobleces. (Método). • Realizan sucesivos dobleces según la instrucción del docente obteniendo los medios, los cuartos, los octavos, etc, según las

		<p>particiones las cuales serán del mismo tamaño dentro de una figura regular hasta donde los primeros dobleces lo permitan. Anotan en el cuaderno las fracciones que van obteniendo, tratando posteriormente a petición del docente, realizar la suma de los fraccionarios iguales correspondientes para cada dobles. Se buscará establecer la relación de la unidad con el todo. Es decir:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Para los medios: $1/2+1/2=1$ • Para los cuartos: $1/4+1/4+1/4+1/4=1$ • Para los octavos: $1/8+1/8+1/8+1/8+1/8+1/8+1/8+1/8=1$ (Propósito). • Continúan con la actividad realizando dobleces según las instrucciones del docente, obteniendo a continuación figuras las cuales siguen siendo regulares, pero no de forma evidente y que tendrán generalmente dos particiones que son de color distinto del resto. En sus grupos, los estudiantes tratarán de establecer el número fraccionario según vayan surgiendo y establecerán alguna estrategia que les permita identificar correctamente el mismo. (Como estrategia deseada se busca que los estudiantes imaginen o que mejor dibujen la figura en el cuaderno y traten de completarla para tener la certeza de las particiones de cada figura). (Método) • Socializan en sus grupos y luego en la clase las respuestas y procesos para obtener el número fraccionario de las figuras que no le resultaban evidentes a simple vista, estableciendo la estrategia que más adecuada para encontrar la respuesta. (Comunicación).
<p>EVALUACIÓN: el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y sus comprensiones para sacar la actividad adelante con los requerimientos solicitados. Participa activamente en la clase y mantiene buen comportamiento durante la misma. Realiza los puntos del taller asignados por el docente en el cuaderno y los presenta al final de la clase.</p>		

Como se observa en la tabla 4, la estructura de planeación se modifica al incluir tres nuevos elementos: el hilo, los tópicos y las metas de comprensión; por lo anterior, la estructura de planeación mantiene la forma de la propuesta en primera instancia.

Producto de la reflexión derivada del ciclo de planeación, el docente identifica que reunió todas sus experiencias con el propósito de entregar el producto solicitado para el seminario; sin embargo, también comenzó a ser evidente en el docente investigador la idea de que, en términos

conceptuales, la planeación es una acción asociada a un formato, y que estaba fuertemente instaurada en su práctica de enseñanza; por lo tanto, ocasionaba conflictos en la secuencialidad e intensidad de las actividades previstas.

2.2. Procesos de implementación

Por otro lado, en el marco de la revisión de las acciones de implementación en el aula, fueron analizados dos vídeos. El primero, en el seminario de Investigación I (Primer semestre del 2018 <https://www.youtube.com/watch?v=ZWrZ2rxBkM8&t=35s>) y el segundo en el seminario de Enseñabilidad II (segundo semestre del 2018 <https://www.youtube.com/watch?v=aa7b3NONDEM&t=15s>).

En el primer video es posible observar una fuerte tendencia expositiva e instruccional por parte del docente para desarrollar la clase apegado al libro de texto, dado que la mayoría del tiempo el docente está exponiendo una temática. En ese sentido, todo el proceso gira en torno al docente y con niveles mínimos de socialización o realimentación por parte de los estudiantes y entre los estudiantes mismos.

En el segundo vídeo se observa que la actividad gira en torno al estudiante, no obstante, conserva una fuerte tendencia instruccional del docente. La implementación de una situación que contextualizaba el proceso permitió acciones de realimentación entre los estudiantes y de estos con el docente investigador pues los ponían a discutir sobre las estrategias para resolver el problema planteado y las acciones de validación fueron realizadas por el grupo teniendo en cuenta criterios acordados.

2.3. Procesos de evaluación

Por último, en cuanto a la evaluación, tradicionalmente se llevaba a cabo al final de la clase o unidad y se centraba en la calificación y en el cumplimiento de las tareas (Perkins & Blythe, 1999). El docente investigador manejaba una concepción sumativa de la evaluación, la cual pretendía medir y sintetizar los aprendizajes del estudiante reduciendo la información del proceso a un número (Fandiño, 2010).

A continuación, se presenta y analiza un examen realizado por el docente en el año 2018 es representativo del tipo de evaluación realizada, que corresponde a una prueba de geometría en grado sexto (ver ilustración 1).



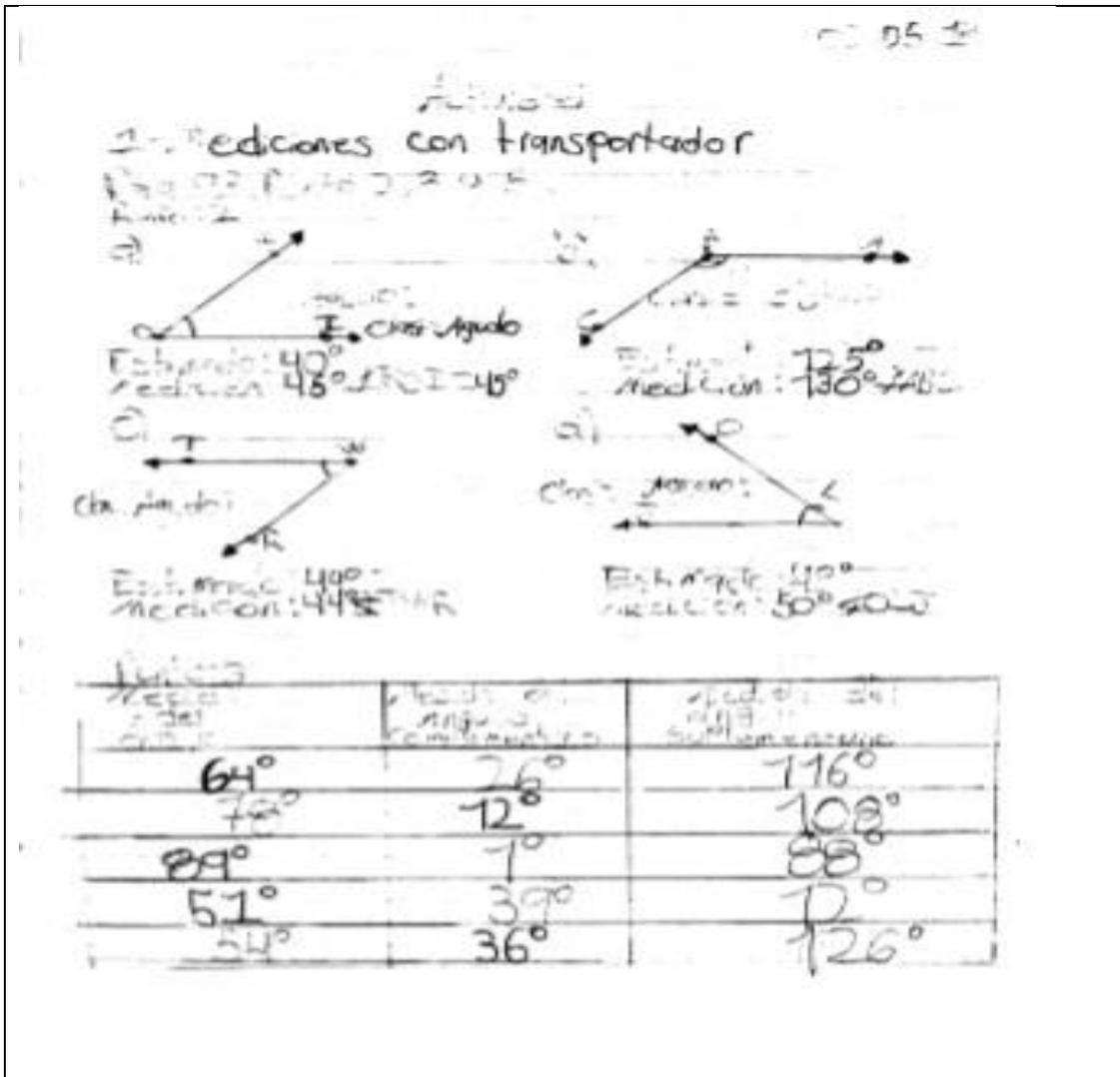
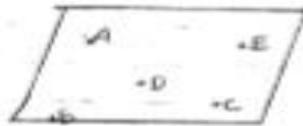


Ilustración 1. Secuencia de una evaluación del docente investigador al inicio de la investigación

El examen estaba compuesto por ejercicios del libro, en este caso asociado al concepto de la suma de ángulos, algunos resueltos en clase y otros que no, donde se le pedía a los estudiantes replicar lo realizado en clase. La realimentación consistía en indicar dónde se había equivocado y el resultado derivado del número de aciertos.

De otra parte, según las evidencias aportadas por el docente en el seminario de Investigación I, se observa que su modelo de talleres y exámenes consistía en replicar los ejercicios desarrollados en las explicaciones durante las clases. Esas mismas actividades eran tomadas, en su mayoría, del libro de texto asignado para cada grado. Las dificultades que podían presentar sus estudiantes frente a esas actividades eran resueltas con más actividades que tenían el mismo perfil. En ese sentido, el proceso estaba centrado en el desarrollo de operaciones y en memorizar procedimientos para la obtención de un resultado numérico. En la ilustración 2 podemos evidenciar esta nueva secuencia

Puntos coplanarios son puntos que pertenecen a un mismo plano.

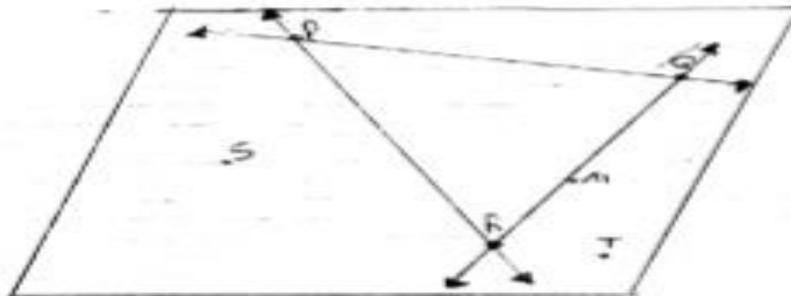


LOS Puntos A, B, C, D, y E son coplanarios porque pertenecen a un mismo plano.

1) Escribe plano, recta o punto al frente de cada afirmación, según convenga.

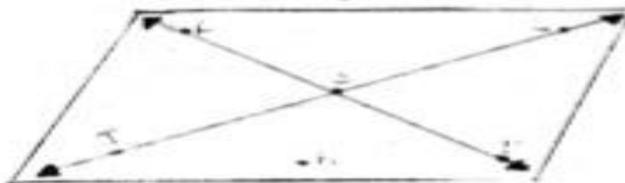
- a) La superficie de una mesa Plano.
- b) La punta de una espada Punto.
- c) La cabeza de un alfiler Punto.
- d) El filo de una hoja Recta.
- e) La superficie de una puerta Plano.
- f) Un vidrio Plano.
- g) Un grano de arena Punto.

2) Observa la figura y nombra los elementos que se te indican.

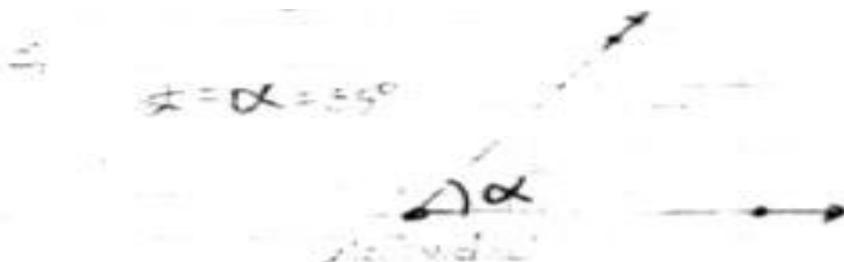


- a) Dos rectas distintas \overleftrightarrow{PQ} \overleftrightarrow{MQ}
- b) Tres puntos colineales R, M, Q.
- c) Tres puntos coplanarios S, M, T.
- d) Tres puntos no colineales R, T, S.
- e) Un plano M, P, S.

3) Indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F) de acuerdo con la figura.



- ¿El punto S pertenece a la recta \overleftrightarrow{TA} (V)
- ¿Los puntos RR y S son coplanarios (V)
- ¿Los puntos S, O, y P son colineales (V)
- ¿El punto Q es común a las rectas \overleftrightarrow{PD} y \overleftrightarrow{TA} (F)
- ¿El punto P pertenece a la recta \overleftrightarrow{TA} (F)
- ¿El punto R pertenece al plano \overleftrightarrow{TPD} (V)

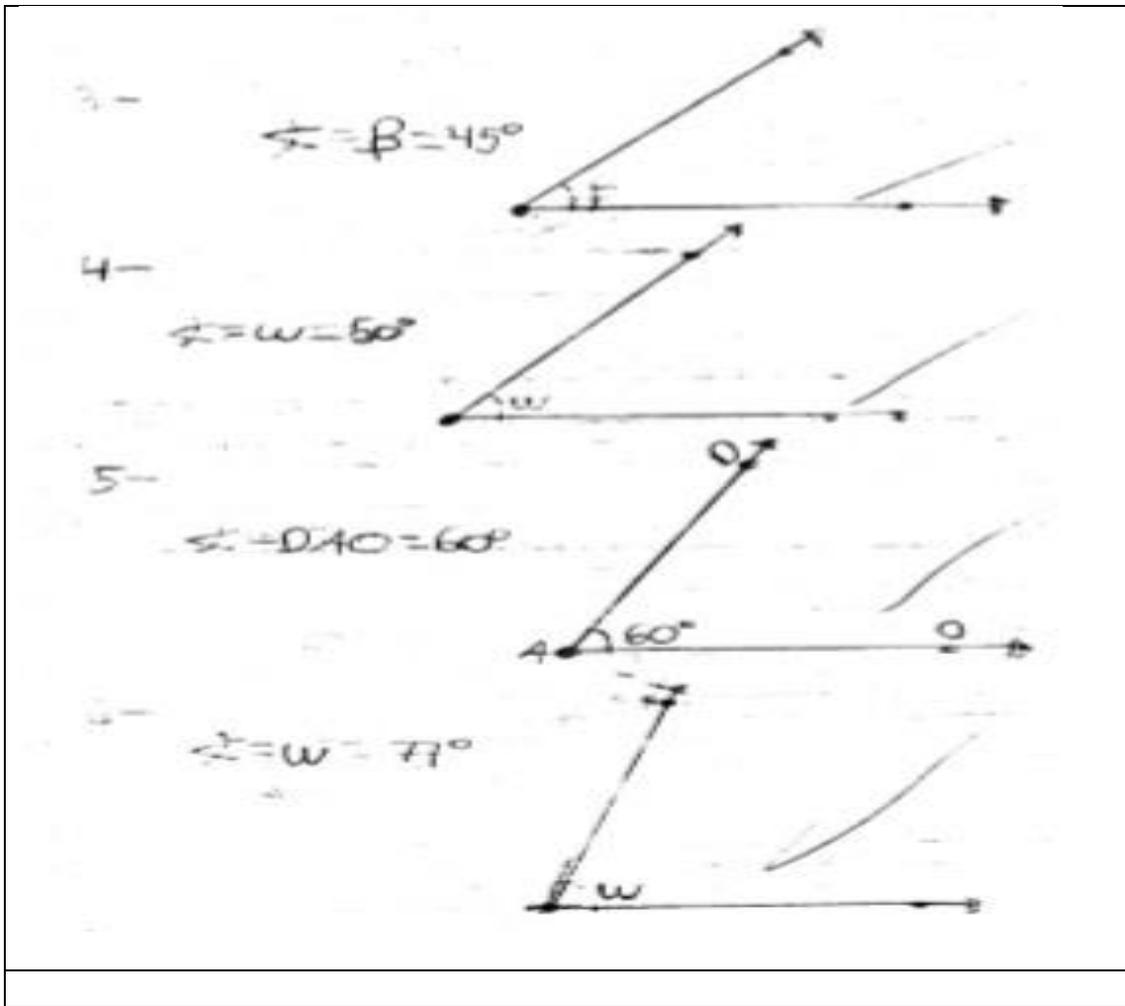


Trabaja los ángulos que tengan las siguientes medidas:
 $20^\circ, 27^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 77^\circ, 85^\circ, 90^\circ, 110^\circ, 117^\circ, 130^\circ, 135^\circ, 140^\circ, 150^\circ, 158^\circ, 165^\circ, 170^\circ, 175^\circ, 180^\circ$

Trabaja los nombrarlos adecuadamente (Tres letras o una letra griega).

Solución:





D. 1 = 18

Enunciación del ejercicio:

a)

Estimador $\angle LSP = 110^\circ$
 Construcción: obtuso
 Medida $\angle LSP = 120^\circ$

b)

Estimador $\angle CED = 40^\circ$
 Construcción: Acudo
 Medida $\angle CED = 45^\circ$

¿cuántos ángulos obtusos hay?
 ¿cuántos ángulos agudos hay?

Respuesta:

\angle BAD
 \angle BCF
 \angle FCH
 \angle DEF

\angle BIF
 \angle BOF

10

$\frac{4 \times 10}{12}$

4,5

May 87

Ilustración 2. Segunda secuencia de una actividad del docente investigador al inicio de la investigación

En relación con estas secuencias, no es posible hacer una descripción del aprendizaje ya que los procesos evaluación se limitaba a la réplica de los ejercicios del libro de texto.

3. CICLOS DE REFLEXIÓN

En este apartado se describe, con detalle y soportado con evidencias, el desarrollo del proceso realizado por el docente investigador a lo largo de siete ciclos de reflexión durante el año 2019 y el primer semestre del 2020. Así mismo, se hace énfasis en las acciones de planeación de las actividades, estrategias de implementación y formas de evaluar el aprendizaje de los estudiantes. Además, se mostrará la discusión académica que realizó el grupo de planeación colaborativa para pensar y sustentar desde lo teórico sus decisiones para plantear las actividades.

3.1. Primer ciclo

Para el tercer semestre de la Maestría, a inicios del año 2019, se realizó el primer ciclo de reflexión desde la asesoría del proyecto de grado. En esta nueva etapa se conformó un grupo con dos estudiantes de la Maestría en Pedagogía, quienes, junto con el docente investigador, tenían en común el ser licenciados en matemáticas, trabajar en el sector oficial y tener asignados cursos en secundaria, lo cual permitió que las discusiones pudieran girar en torno a las prácticas de enseñanza de docentes de matemáticas en secundaria.

La discusión inicial giró en torno a la pregunta siguiente: ¿cuáles son las bases teóricas y metodológicas que dan comienzo al proceso de transformación de las prácticas de enseñanza en un docente de matemáticas de nivel secundario? Para dar respuesta a esta pregunta, el grupo de investigación se enfoca en la acción de planeación.

Según lo expresado por John Elliott citando a Lo y Pong (2015)

Los docentes involucrados en la experiencia son responsables de diseñar experiencias de aprendizaje que pueden traer consigo el discernimiento necesario y en cuyas condiciones deben satisfacer primeramente la selección cuidadosa de los objetos de aprendizajes, prever las posibles dificultades que puedan presentar los estudiantes frente a ese objeto y planificar las actividades significativas que ayuden a esos estudiantes a centrarse en los aspectos fundamentales del objeto en cuestión (Elliot. 2015, p. 39).

Fue necesario, entonces, que el grupo de investigación buscara espacios donde se diera dicha colaboración. A partir de lo cual, se encontró en las acciones de planeación un elemento de colaboración y discusión.

Posteriormente, empezaron a trabajar desde un marco metodológico común: la Lesson Study, que tiene como premisa la acción colaborativa. En este punto, era necesario que los docentes en cuestión se reunieran a planear una clase y determinaran un foco de planeación que pudiese ser lo suficientemente abarcador e independientemente de la asignación académica regular.

Al respecto, Elliott (2015) sostiene que

Los objetos de aprendizaje hacen referencia a las finalidades que persiguen las actividades de aprendizaje y que tales finalidades tienen un aspecto general y otro específico.

Refiriéndose las primeras a las capacidades, habilidades de pensamiento de orden superior, disposiciones, actitudes y virtudes y mientras que las últimas se refieren al contenido del tema sobre el cual está siendo la capacidad desarrollada o ejercitada (Elliot. 2015, p. 34).

Consecuentes con las dos premisas expuestas, el grupo de investigadores encuentra que, al momento de pensar en el foco, la planeación debe girar en torno a las habilidades, capacidades y competencias que los docentes quieren que sus estudiantes desarrollen y no haciendo alusión a una temática en particular. Llevando esa idea a un contexto más cercano, esos objetos de aprendizaje fueron ubicados claramente en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional, en los cuales se plantea que “los cinco procesos generales de la actividad matemática son: La formulación, tratamiento y resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos” (MEN. 2006, p. 51).

Cualquier tema en matemáticas puede resultar importante, aunque un tema no es el foco ni el centro o la directriz del proceso de enseñanza, pues ese objeto de aprendizaje resulta muy específico y particular. Sin embargo, el resultado de la unión de las prácticas del grupo de investigación colaborativa fue lo que el Ministerio de Educación define como procesos. En ellos se encuentran los focos que permitieron hablar un mismo lenguaje entre el grupo de docentes.

El primer proceso seleccionado por el grupo como foco fue la resolución de problemas. La propuesta se encaminó a pensar una planeación que le apuntara a ese proceso e implementarla en cada una de las clases de los integrantes del grupo. Pensando los elementos, los desempeños, las actividades que se podrían llevar al aula independientemente del tema particular que cada uno pudiese estar abordando en sus respectivas prácticas.

En consecuencia, para una clase de resolución de problemas, lo primero que habría que definir sería *qué es un problema*. Algunas de las premisas que surgieron en el primer encuentro de planeación colaborativa entre los docentes que buscaban definir un foco común, apuntaban al hecho de que no tendría que surgir necesariamente de un contexto cotidiano a la realidad del estudiante. Esa idea de por sí puede representar una dificultad para los involucrados en el proceso. Más bien las características apuntaban a que el problema no se resuelva en corto tiempo, que debería privilegiar la metodología de grupos colaborativos ya que individualmente no sería posible garantizar los mismos resultados y que dicho problema no debe tener una única solución.

Posteriormente, se consultó los Estándares Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, encontrándose que

La resolución de problemas es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexiones e interdisciplinariedad (MEN. 2006, p. 54).

Dentro de las consideraciones siguientes realizadas por el grupo de investigación colaborativa, se discutió que, aunque posiblemente ninguno de los presentes piense las clases con un eje común, donde todas las semanas ocurran resoluciones de problemas, si resulta necesario que las situaciones que se aborden sean cotidianas y sean más significativas para los estudiantes.

Estando suficientemente justificadas las razones que los convocaban, lo siguiente fue declarar que el foco de la planeación colaborativa que se abordaría sería responder la pregunta ¿qué es un problema?, cuya meta de comprensión fue definida en los siguientes términos: *El estudiante comprenderá qué es un problema.*

Definido el foco, cada integrante del grupo de planeación colaborativa redactaría una planeación de cómo abordaría esa meta con sus estudiantes. Después la planeación sería socializada para realizar observaciones mutuas antes de presentarlas en el próximo encuentro. Entre las indicaciones dadas para la redacción de la planeación, estuvo que cada actividad planteada buscaría únicamente desarrollar el foco y que, establecida la actividad, se pudiera declarar inmediatamente el propósito de esta. En ese mismo instante, empezaba lo colaborativo, planteando el desarrollo de una sesión de clase de dos horas para que los estudiantes se aproximaran a la idea de problema.

Se estableció un formato donde se registrarían las actividades y su propósito. Se acordaron los tiempos para redactar y enviar a los pares ese ejercicio recibiendo, a su vez, las observaciones que vinieran al caso, con las cuales podríamos realizar los ajustes pertinentes.

El formato y las actividades planteadas inicialmente por el docente investigador fueron las siguientes (ver tabla 5):

Tabla 5. Formato y las actividades planteadas inicialmente por el docente investigador

CLASE – ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

GRADO 6°

REJILLA DE DISEÑO DE DESEMPEÑO		
	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	PROPÓSITO
A1	Individualmente los estudiantes escriben en el cuaderno una respuesta personal con relación a la pregunta propuesta por el docente la cual es: “¿Qué es un problema?”	Se trata de explorar las ideas preconcebidas que tienen los estudiantes en relación a la pregunta planteada.
A2	En parejas socializan su respuesta y redactan una nueva definición con base a los consensos que hayan podido llegar.	Busca afinar la definición socializando con un par.
A3	En grupos de cuatro personas socializan las dos definiciones de cada pareja y consolidan una sola respuesta a la pregunta planteada para la clase.	Establece acuerdos que buscan construir lo que para ellos creen es la respuesta que mejor los representa.
A4	En los mismos grupos recibe papel craft y marcadores; expresa en palabras o a través de un dibujo o grafiti lo que ellos piensan es un problema. También puede escribir un poema o una canción.	Son creativos para expresar sus ideas.
A5	Socializan sus ideas en forma de galería, rotan por las presentaciones de los otros grupos y en el papel craft escriben un comentario o pregunta que le podrían hacer al grupo. Se aclara que las observaciones no pueden ser groseras ni en tono de burla.	Retroalimentan ideas con los otros grupos con el fin de conocer otros puntos de vista.

A6	Consulta a un experto: observa un video de Martín Aparicio tomado de la red social YouTube https://www.youtube.com/watch?v=uhC1xdG3xHY&t=4s toma apuntes de las ideas más relevantes y realiza ajustes a la definición de cada grupo.	Realiza ajustes a sus definiciones teniendo en cuenta la opinión de un experto.
A7	Organiza una mesa redonda y socializa las ideas en relación con la pregunta planteada, saca conclusiones y redacta en colectivo una definición.	Saca una conclusión común en relación con la pregunta.

Las observaciones recibas por parte del grupo de planeación colaborativa fueron:

Colega 1	Colega 2
<ul style="list-style-type: none"> • Me parece importante incluir el tiempo estimado para cada actividad. • [A1]. Considero que, si la actividad es para ser trabajada con grupos de ciclo cinco, es pertinente. Sin embargo, si es para ser trabajad con ciclo tres o cuatro puedes comenzar con una actividad exploratoria asignando un problema para que los estudiantes identifiquen las características de lo que es o no un problema. Creo que puedes indagar en los estudiantes sobre sus concepciones a partir de otros cuestionamientos. • [A6]. Me parece muy pertinente la actividad del video 	<ul style="list-style-type: none"> • [A2]. Esta actividad me parece repetitiva con respecto a la siguiente y realmente no es mucho el aporte en término de los propósitos. Puede ser más potente A3 en la medida que en el equipo de 4 estudiantes puedan poner sobre la mesa cada uno sus respuestas y establezcan una en conjunto. • [A4]. Esta indicación puede generarles dificultades no asociadas con el tema. Puedes proponer algo más práctico y potente para ellos como un slogan, metáfora o rima. • [A6]. Esta actividad la puedes desarrollar antes de la elaboración de las carteleras de la galería. Considero que puede en ese momento contribuir en mayor medida a la construcción de la definición por parte de los estudiantes que dejándola al final. • [A6]. ¿Qué aspectos de lo dicho por el experto contribuirán al trabajo realizado por los estudiantes considerando el propósito de la clase? El experto aborda aspectos relacionados con lo emocional y ejemplos de contextos ajenos al aula ¿De qué manera puedes guiar la actividad para que los estudiantes no divaguen o se vayan por aspectos que no conciernen con el propósito de la definición de problema en el contexto de la clase de matemáticas? • [A7]. En este momento puedes destacar aspectos comunes de las

	definiciones expuestas por los grupos y aspectos que consideres retomar que no hayan sido considerados hasta el momento para generar la definición grupal.
--	--

Después de las observaciones la planeación recibió los ajustes siguientes (ver tabla 6):

Tabla 6. Ajustes a formato y las actividades planteadas inicialmente por el docente investigador

CLASE – ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

GRADO 6°

REJILLA DE DISEÑO DE DESEMPEÑO		
	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	PROPÓSITO
A1	Individualmente los estudiantes escriben en una hoja la respuesta personal con relación a la pregunta propuesta por el docente la cual es: “ ¿Qué es un problema? ”	Se trata de explorar las ideas preconcebidas que tienen los estudiantes en relación a la pregunta planteada.
A2	En grupos de cuatro personas socializan las dos definiciones de cada pareja y consolidan una sola respuesta a la pregunta planteada para la clase. Puede ser una definición nueva o sumativa de los compañeros. Cada integrante escribe la respuesta concertada en su respectiva hoja.	Establece acuerdos que buscan construir lo que para ellos creen es la respuesta que mejor los representa.
A3	Consulta a un experto: observa un video de Martín Aparicio tomado de la red social YouTube https://www.youtube.com/watch?v=uhC1xdG3xHY&t=4s toma apuntes de las ideas más relevantes y realiza ajustes a la definición de cada grupo.	Realiza ajustes a sus definiciones teniendo en cuenta la opinión de un experto.
A4	Vuelven a sus puestos e individualmente realiza ajustes a su definición de qué es un problema, teniendo en cuenta los aportes de sus compañeros y la opinión del experto. Entrega la hoja al docente y continúa con la clase.	Con la nueva información se verificará qué tanto cambió la opinión de cada estudiante respecto a la idea original.

En la puesta en común, pese a las observaciones realizadas por el grupo de planeación colaborativa, en relación a la conveniencia del recurso escogido, en este caso video, la decisión final por parte del docente investigador estuvo en sostener esa actividad tal como lo había reformulado, por lo tanto, se acordó que la recopilación de la información sería escrita y que se seleccionaría una muestra representativa de la población de estudiantes.

Después de haber hecho los ajustes y de implementar lo planeado, el grupo de planeación colaborativa se reunió de nuevo para socializar sus experiencias y hallazgos, a fin de proceder a la

evaluación de la actividad sobre la evidencia recopilada. La planeación se implementó el jueves 28 de febrero de 2019, con estudiantes de sexto grado de la IED Gonzalo Arango jornada tarde de la localidad de Suba.

A continuación, se presentan algunas muestras representativas (ver ilustraciones 3 a 7).

ESTUDIANTE 1

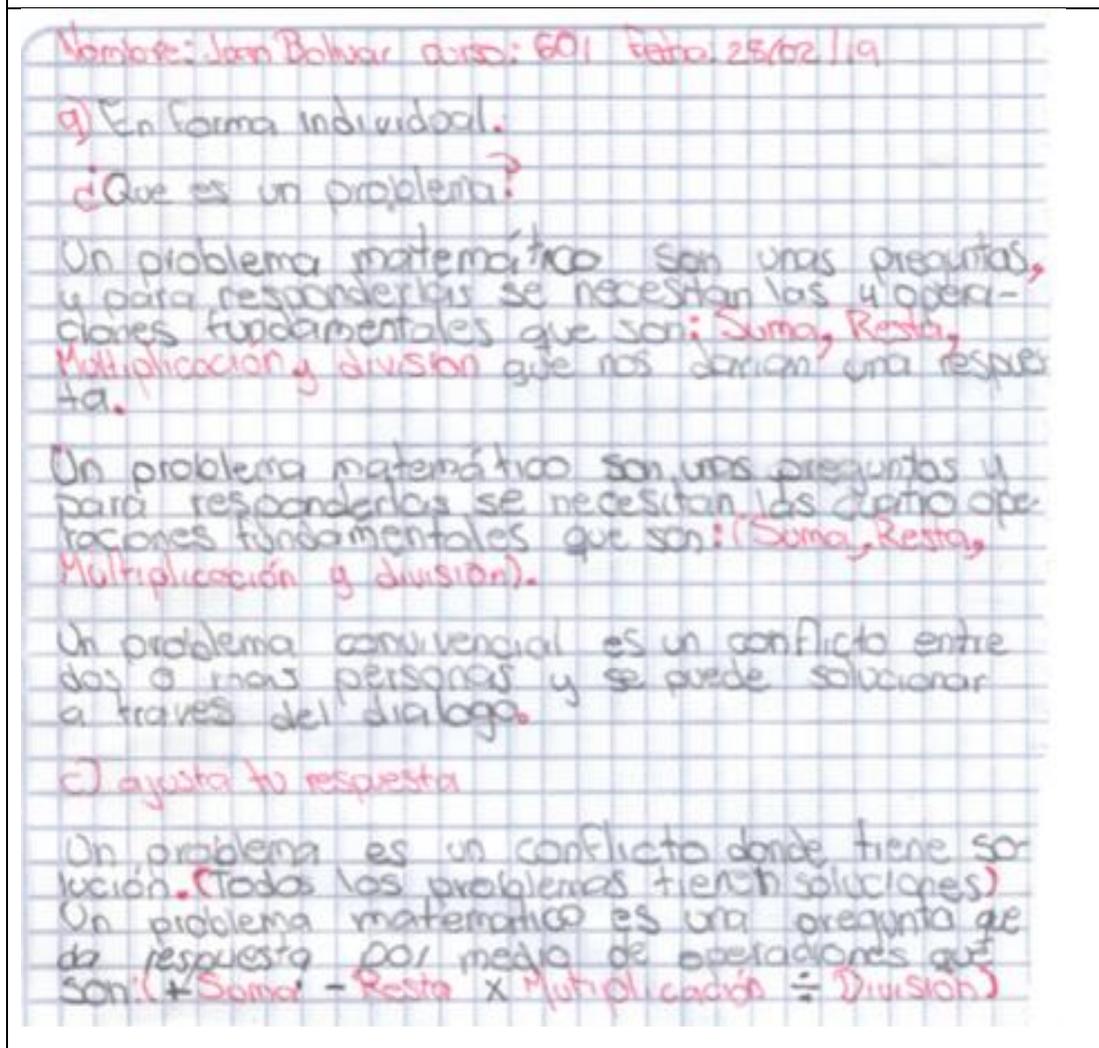


Ilustración 3. Muestra de estudiante 1

ESTUDIANTE 2

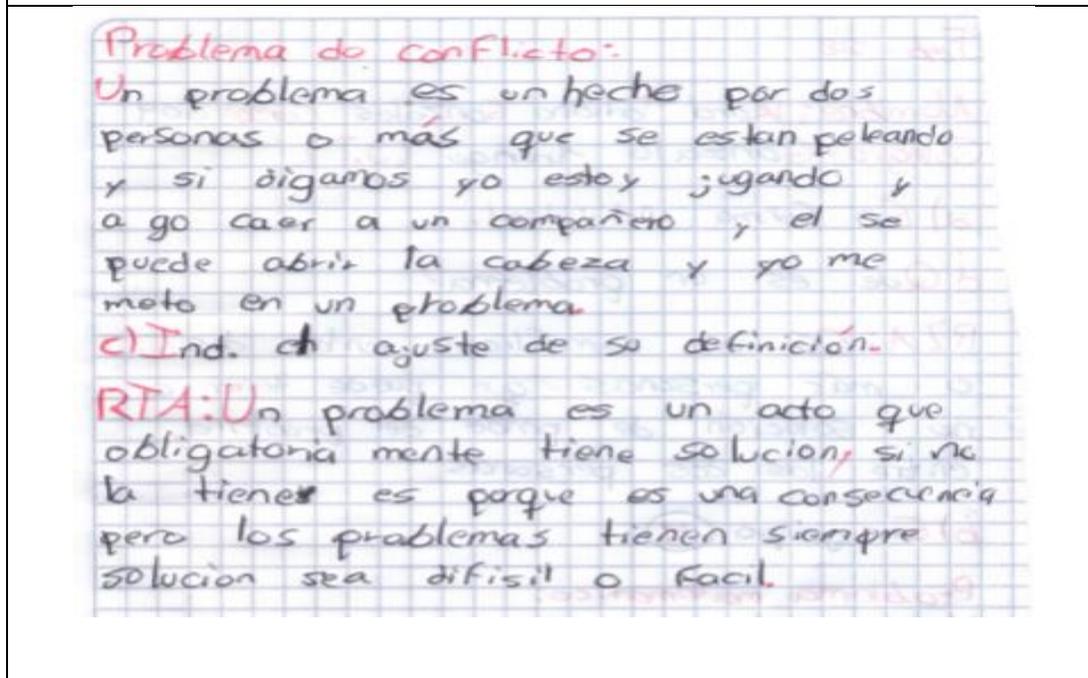


Ilustración 4. Muestra de estudiante 2

ESTUDIANTE 3

Colegio Gonzalo Arango

Nombre: Danna Sofía Ramos Medina
Curso: 6º.1 **Fecha:** 28/02/2018

a) En forma individual

¿Qué es un problema?

Un problema es una operación matemática como una suma, resta, multiplicación y división a eso se le llama un problema matemático.

A lo que yo también entiendo de **problema** es si digamos yo estoy jugando y hago caer a un compañero y él se puede abrir la cabeza y yo me meto en un problema y tengo que pagarle el servicio médico para que lo atiendan y le tendrían que coger puntos.

B) En grupo! ⊕

Problema Matemático

Un problema matemático es cuando te ponen una suma una resta una multiplicación o división a eso se le llama un problema matemático.

Problema de conflicto

Un problema es un hecho por dos personas o más que se están peleando y si digamos yo estoy jugando y hago caer a un compañero y él se puede abrir la cabeza y yo me meto en un problema.

c) En forma individual ajuste su definición a lo que entienda del experto

Solución

Un problema es algo que tiene solución como si yo digo el carro se me dañó eso es un problema y tiene solución o si digo que un familiar fallece eso ya no tiene solución porque ya no se puede revivir de nuevo y ya no podrá tener solución.

Ilustración 5. Muestra de estudiante 3

ESTUDIANTE 4

Ingrid Natalia Martinez Got Feb 18

a). En forma individual.

¿Que es un problema?

ATA: Un problema es cuando te ponen una suma una resta una multiplicacion o division en el problema y haces la suma o resta y demas segun como es y how te puedes dar la solucion si un problema.

b) En grupo (4)

Problema matematico:

Un problema matematico es cuando te ponen una suma una resta una multiplicacion o division a eso se le llama un problema matematico.

2) Problema de conflicto:

Un problema es un hecho por dos personas o más que se están peleando y si digamos nosotros jugando y hago caer a un compañero y el se puede haber la cabeza y yo me meto en un problema.

a) Ind el autor su definicion.

*Un problema matematico es la suma la resta la multiplicacion o division que te ponen en el problema y tienes que resolver o sea tiene solucion.

*Un problema de conflicto es un hecho por dos personas o más y si hago algo malo o lo que afronto a las consecuencias.

*Un problema es cuando una persona siente dolor por eso dolor tiene solucion.

Ilustración 6. Muestra de estudiante 4

ESTUDIANTE 5

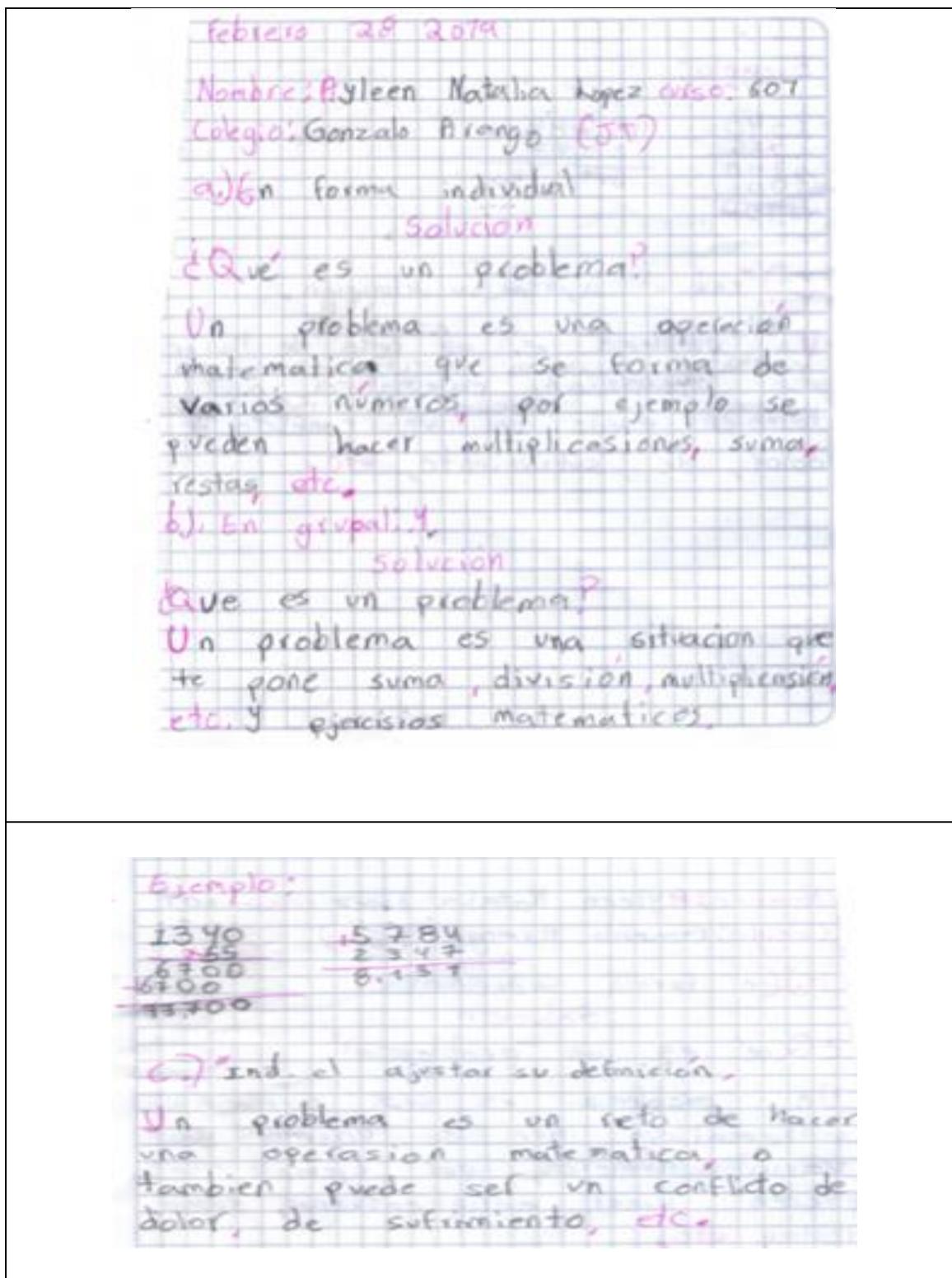


Ilustración 7. Muestra de estudiante 5

Inicialmente, los estudiantes estuvieron organizados en forma individual para responder la pregunta central “¿Qué es un problema?”. El propósito de la actividad era indagar las ideas que ellos tenían sobre la pregunta planteada. Los estudiantes escribieron individualmente lo que pensaban, luego formaron grupos de cuatro o tres estudiantes y socializaron sus ideas, debían sacar una definición general, que podía ser nueva o también podía ser sumativa; posteriormente,

observaron el video y, por último, individualmente, debían hacer un ajuste a su definición de problema.

En la evidencia es clara la actividad porque se pueden ver esos pasos. Por ejemplo, en la primera parte, dice un estudiante *“para mi es una operación matemática para resolver como multiplicación, división, suma o resta”* esa fue su respuesta inicial. Y, al final, dice que existen dos clases de problemas: *“el problema humano, que es un conflicto”* y da un ejemplo *“que es como un conflicto en la familia o con uno mismo”* y un problema matemático, dice textual, *“que es un ejercicio con operaciones como división, multiplicación, suma y resta”* y agrega los símbolos básicos de esas operaciones.

Algunas conclusiones obtenidas fueron las siguientes:

- La mayoría de los estudiantes confunden el concepto de problema con conflicto. Para los estudiantes, un problema es *“una pelea que se arma entre dos personas”* en la que alguien puede resultar herido, y las consecuencias graves de herir a otra persona es que el agresor sea obligado a pagar los costos médicos de curar las heridas del agredido.
- Los estudiantes tienen la idea de problema matemático básicamente con la realización de sumas, restas, multiplicación o división asociada a un ejercicio. A pesar de las discusiones y de lo que ellos pudieron ver en el vídeo, el concepto como tal no cambió mucho. Posiblemente, al final, cuando hicieron el ajuste, habían integrado la idea del experto con relación a que *“todo problema tenía solución y si no tiene solución ya deja de ser un problema”*, el experto afirma que, si las personas no afrontan el problema y lo dejaban pasar, la situación dejaba de ser problema y había entonces que asumir las consecuencias.

En cuanto al cumplimiento de los objetivos al aplicar la actividad desarrollada con los estudiantes, se podría concluir lo siguiente:

- Para este grupo de niños, es clara la postura de que un problema es hacer una operación o algo con una operación, en ese sentido, la actividad fue positiva.
- No fue posible modificar la concepción inicial de los estudiantes de que un problema sea solamente resolver operaciones aritméticas. Las explicaciones al respecto podrían definirse, primero, porque la pregunta era muy abierta; segundo, la opinión del experto no se centraba en las matemáticas, era más general, aplicado la vida; tercero, no se les mostró qué podía ser un verdadero problema matemático, auténtico problema matemático.

Entre las retroalimentaciones realizadas por el grupo de planeación colaborativa al docente investigador, se destacan las siguientes:

- La actividad en estructura fue muy interesante, ya que ese manejo del ejercicio comenzando por lo individual, luego el equipo y posteriormente retomando individualmente la pregunta; resultó ser muy potente y el hecho de que se haya escrito, permitió tener las evidencias, en términos de evaluación. El diseño de la actividad permitió ver que no se alcanzó un propósito de transformación; pero, la actividad en estructura resultó interesante.
- Hay coincidencia en el grupo colaborativo de que la elección del recurso (video) tuvo un inconveniente y, aunque en la fase inicial de planeación y luego la planeación revisada ese tema se anticipó, no se tuvo en cuenta, sin embargo, eso estuvo bien porque es parte de

ejercicio. Cada uno termina aplicando y actuando como se siente cómodo, sin embargo, la evidencia dice que tomar en cuenta ese recurso pudo ser no adecuado.

- La estructura de la actividad como tal fue muy buena, además se logró un objetivo muy fuerte al reconocer la concepción de problema tienen los niños, pues es posible mirar cuáles son esas causas que le apuntan a esa concepción. Así mismo, se puede decir que eso que tradicionalmente se ha propuesto como problemas en realidad son ejercicios. De hecho, los niños usan la palabra ejercicio reiteradamente, lo afirman cuatro o cinco veces: “un problema es un ejercicio”; por lo tanto, en ese sentido, eso sería la evaluación.

Entre las reflexiones se considera necesario realizar ajustes a la actividad central que se presentará a los estudiantes, a fin de consolidar en sus comprensiones la idea de problema auténtico visto de las matemáticas y de diferenciarlo de la estructura generalizada que se tiene de problema algorítmico.

Respecto al ejercicio de la planeación como tal, se puede apreciar que de la presentada en el seminario de EpC al ejercicio en el primer ciclo de asesoría, el formato desaparece y el docente investigador se centra más en una secuencia de actividades, una descripción de actividades y haciendo una claridad de propósito. Lo destacado es que hay dos versiones de la planeación, es decir, hay una planeación inicial, unos ajustes sugeridos que se hacen a partir de socializar lo escrito, y una planeación que, finalmente, se llega a implementar. Incluso hay una actividad de reflexión al final del vídeo que, si bien en la fase de planeación se había sugerido, en la libertad de actuación de cada participante, no se tuvo en cuenta, aunque, cuando se aplicó, el docente investigador corroboró que fue un factor de distracción.

Finalmente, la estructura de planeación realizada permitió darle énfasis a una secuencia estructurada de actividades que perseguían un aprendizaje específico. Las metas de comprensión enuncian aquello que los estudiantes (Gould & Blythe 1999, p. 104), eso en la planeación anterior donde se había hablado de la EpC no se habían incluido como un desempeño. La planeación de este ciclo uno, aunque no tiene los elementos de la planeación anterior en elementos que se enuncian como propios de la EpC, tiene un énfasis muy fuerte en la estructura de actividades, ya que cada una cuenta con un propósito para llegar a esa meta establecida. Por otro lado, también es muy valioso que la colaboración alrededor de un foco, el hecho de poder discutir la planeación con otros colegas resultó un ejercicio que permite abrir posibilidades y de sincerar nuestras ideas a un nivel más real del que habitualmente pensamos que estamos.

3.2.Segundo ciclo

Este ciclo de clase se realiza bajo el marco del seminario Contextos de Desarrollo y Aprendizaje de la Maestría en Pedagogía de la Universidad de la Sabana. La planeación se elaboró siguiendo las consideraciones de la EpC. La planeación de este ciclo se realizó de manera individual, ya que el objetivo del seminario se centraba en la fase de análisis de evidencias de intervención; por lo tanto, la acción colaborativa se centró en el análisis de los episodios de clase grabados en vídeo. Luego la propuesta desde el seminario se centró más en la fase de implementación y en la evaluación de la práctica y no en planeación colaborativa. La clase de matemáticas se ubicó en el grado octavo con el tema de los irracionales y en su ubicación sobre la recta numérica. Vale la pena aclarar que en esta fase individual el docente investigador se regresa inconscientemente a focalizar su clase sobre la temática, tal vez porque en este ejercicio no se hizo

una planeación desde lo colaborativo. Las categorías de análisis en lo teórico estuvieron basadas en la teoría de Planas e Iranzo (2009).

A continuación, se presenta la planeación que sustentó la fase del análisis colaborativo de este seminario.

PLANEACIÓN

a. Tema

Ubicación de números irracionales en la recta numérica

b. Tópico generativo

Números irracionales en la recta numérica.

c. Metas de comprensión

- El estudiante comprenderá a ubicar correctamente números irracionales en la recta numérica. (Contenido).
- El estudiante comprenderá que mediante la aplicación del teorema de Pitágoras y el uso de la regla y el compás es una de las técnicas más habituales para ubicar números irracionales en la recta numérica. (Método).
- El estudiante comprenderá que hay puntos en la recta numérica que no le corresponden a un número racional, sino a un número irracional. Esto significa que los números racionales e irracionales ocupan la recta numérica en toda su extensión. (Propósito).
- El estudiante comprenderá que para representar un número irracional sobre la recta numérica se toma como referencia la longitud de la hipotenusa y esa medida se traslada sobre la recta por medio del compás. (Comunicación).

d. Desempeños de comprensión

✓ Desempeños Exploración

Historia de las matemáticas. Los griegos, y más exactamente los pitagóricos, se esforzaron por alcanzar la armonía en el reino de los números, tratando de captar todo el universo bajo la mirada de los números. Ellos definían al número desde el punto de vista geométrico como una suma de puntos representados en el espacio. La palabra número era usada para referirse a los enteros positivos, las fracciones las consideraban como la razón entre dos enteros positivos. Pero el principal aporte de los pitagóricos es el descubrimiento de los números irracionales, estos eran para ellos, magnitudes inconmensurables, es decir, que eran imposibles de medir. Además de ello, consiguieron la manera de representar los números irracionales mediante la construcción de segmentos usando el teorema de Pitágoras.

Para obtener la longitud de los segmentos correspondientes a cada número irracional y ubicarlo en la recta numérica se aplica sucesivamente el teorema de Pitágoras.

CONSTRUCCIÓN DE NÚMEROS IRRACIONALES

Paso 1. Los estudiantes trazarán una recta numérica y sobre ella señalan \overline{AB} , en donde el punto A corresponde al número cero y el punto B al número 1.

Paso 2. Los estudiantes dibujan \overline{BC} , perpendicular a \overline{AB} y de longitud 1, formando \overline{CA} .

La longitud \overline{CA} se halla aplicando el teorema de Pitágoras

$$\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{CA} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

Paso 3. Los estudiantes construyen \overline{CD} perpendicular a \overline{CA} y de longitud uno. Luego, se construye el segmento \overline{DA}

Por Pitágoras

$$\overline{DA}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{CD}^2$$

$$\overline{DA}^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$$

$$\overline{DA}^2 = 2 + 1$$

$$\overline{DA} = \sqrt{3}$$

Paso 4. Los estudiantes construyen un segmento perpendicular a \overline{DA} con longitud uno y se usa el teorema de Pitágoras para hallar la longitud. Se repite el proceso. Cada segmento trazado desde A tendrá longitud $\sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$ y así sucesivamente.

Paso 5. Los estudiantes trasladan cada longitud de los segmentos con origen en A, sobre la recta numérica. Así se encuentra el punto sobre la recta, que corresponde a cada número irracional. Repiten el procedimiento anterior y ubican las raíces cuadradas desde 2 hasta donde más puedan. Obteniendo la figura 1.

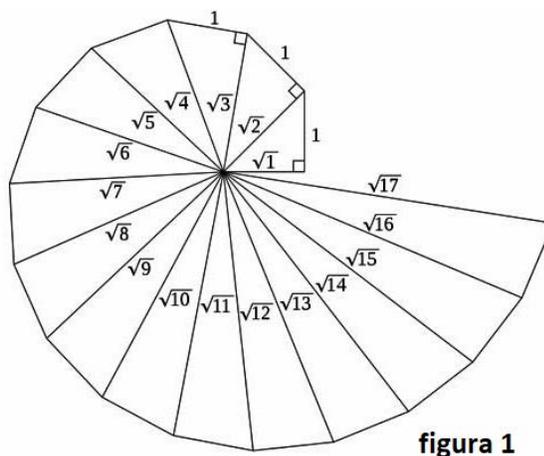


figura 1

✓ **Investigación guiada**

- Ordenan los resultados obtenidos en una tabla.

Número obtenido	Expresión decimal equivalente
$\sqrt{2}$	1.41421356237...
$\sqrt{3}$	1.73205080757...
$\sqrt{4}$	2
$\sqrt{5}$	2.2360679775...
$\sqrt{6}$	2.44948974278...
$\sqrt{7}$	2.64575131106...
$\sqrt{8}$	2.82842712475...
$\sqrt{9}$	3
$\sqrt{10}$	3.16227766017...
$\sqrt{11}$	3.31662479036...

Responden las siguientes preguntas a partir de los datos recolectados en la tabla:

- ¿Qué características logras ver en los números decimales que obtuviste? ¿cómo es su expresión decimal? ¿finita? ¿infinita?
- En comparación con las expresiones decimales para números racionales ¿qué características son similares o cuáles son distintas? ¿notas que tengan periodo? ¿o no tienen periodo?
- ¿Cuáles raíces te dieron exactas y cuáles inexactas?
- ¿Podrías clasificar las raíces exactas dentro del conjunto numérico de los racionales?
- ¿Podrías clasificar las raíces inexactas dentro del conjunto numérico de los racionales?

La comprensión que se debe alcanzar en esta fase es: “*Los números como $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$ son ejemplos de otra categoría de números llamados números irracionales, pues tienen decimal infinito no periódica*”.

✓ **Proyecto final de síntesis**

- En los grupos colaborativos conformados por el docente determinan cuáles de los siguientes números son irracionales y justifica por qué si o por qué no.

- $\sqrt{6}$
- 2,55555555...
- $\sqrt{100}$
- 3,14159254...
- π
- $\sqrt{8}$
- 1,40506070...
- $6,5\widehat{45}$
- 16, 653758519...
- $\sqrt{3600}$
- $\sqrt{160}$
- 0,8
- $13,\widehat{4}$
- 2π

- Cada grupo debe escoger un vocero el cual presentará las conclusiones de la discusión en plenaria. La clase con ayuda del docente validarán si las justificaciones son ajustadas a luz de la teoría.
- Representa en la recta numérica el número $\sqrt{2}$, para ello construye un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 1 cm, entre el número 0 y el 1, se obtiene la diagonal $d = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$. Se hace un arco con centro en 0 y radio igual a la diagonal. La distancia entre el punto de corte y el 0 es $\sqrt{2}$ (figura 2)

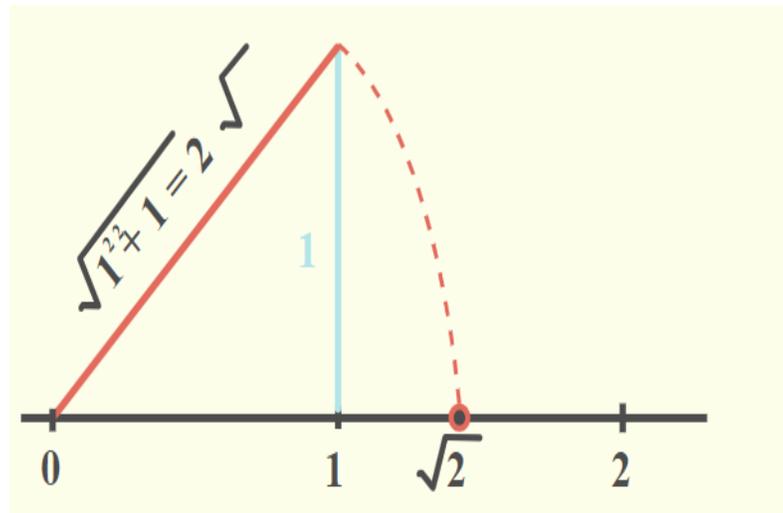


Figura 2.

- Repite el proceso para representar los números $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ y $\sqrt{5}$, entre otros.

Un hecho importante en este segundo ciclo que, temporalmente, es posterior al realizado en planeación colaborativa, se fundamenta en que el primero se declaró todo sobre el foco. Pero aquí, como ya se aclaró, se abandonó y se devolvió otra vez a la temática. Es una aplicación de la práctica de enseñanza muy apegado a los procesos algorítmicos. Se aprecia, entonces, un movimiento que puede ser llamado de “péndulo”, como que va y viene, pero eso en estos procesos puede ser natural. A pesar de que el docente investigador involucró en la planeación del segundo ciclo más elementos de la EpC, lo realizado en el anterior ciclo no se retoma aquí ni se realiza una descripción de la actividad. Por ello, será importante contrastar estos imberbes primeros ensayos de planeación basada en el marco de la EpC con el modelo planteado en los últimos ciclos de reflexión. (triangulación).

El docente grabó un video de cinco minutos (<https://www.youtube.com/watch?v=1LekIs4RjDg&t=271s>) compuesto por tres momentos significativos de clase para ser analizados por los docentes que conforman el Énfasis de Pensamiento Matemático, entre las cuales se encontraban las compañeras del grupo de investigación. Las siguientes conclusiones salen de sus comentarios y apreciaciones.

Desde la perspectiva de Planas e Iranzo (2009), la práctica matemática se trata de describir qué se hace (identificación de prácticas), qué valor se da a lo que se hace (identificación de normas) y qué experiencias personales y colectivas se generan sobre lo que se hace (identificación de conflictos). En las evidencias aportadas por el docente de la clase, cuya situación presentaba la forma de ubicar números irracionales sobre la recta numérica usando regla y compás, se lograron identificar algunas acciones de las prácticas de enseñanza del profesor investigador tales como:

- El docente hace énfasis en la ejecución algorítmicas de los procesos que los estudiantes deben realizar, aunque eso implique que la mayoría de sus estudiantes no comprendan la totalidad del sentido que hay detrás de esos procesos.
- El sentido original de la clase, que trataba de hacer comprender que la recta numérica queda completa cuando los espacios que dejan los números racionales son ocupados por los números irracionales, se desvió por la falta de destreza que manifestaron los estudiantes para el uso del compás y la ausencia de relación con la teoría previa que sustentaba la actividad, tal como era el teorema de Pitágoras.
- Ante la falta de claridad de sus estudiantes para responder las preguntas planteadas en clase, se nota una fuerte intervención del docente para orientar esas respuestas.

Algunas de las normas identificadas en la práctica del docente fueron:

- El docente hizo énfasis en el uso correcto de la herramienta que en las comprensiones de sus estudiantes.
- El docente interviene en el proceso la mayoría del tiempo y las interacciones de los estudiantes son muy escasas. Aunque esto pudo darse por las mismas características de la temática planteada.

Respecto a la identificación de conflictos, algunas reflexiones alcanzadas fueron:

- Sería importante que los estudiantes contaran con suficientes prácticas previas para pasar a otro nivel de comprensión. En este caso, el docente le da mucha importancia a la variable del tiempo y, en cierta manera, lo precipitado puede estar jugando en contra de los intereses de la clase.
- Aunque el docente había realizado trabajo previo para abordar la actividad que presentó, resulta necesario que esas actividades acerquen a los estudiantes a situaciones variadas y significativas. En este caso, jugó en contra de las comprensiones de la clase el haber realizado la exploración con el sistema numérico de los enteros, sin embargo, las situaciones de prácticas con el sistema numérico de los irracionales.
- Asociada a la anterior, la falta de conexión de los estudiantes entre el teorema de Pitágoras y la ubicación de irracionales sobre la recta numérica. Al pensar formar un irracional, los estudiantes pensaban en dos números que sumados les diera la cantidad subradical, no obstante, omitían la existencia del radical o del hecho que el número que pensaban debían elevarlo al cuadrado, lo cual tiene que ver con las normas mismas del sistema matemático en cuestión. Los estudiantes deben madurar en sus mentes el paso de los números enteros a los racionales y luego a los irracionales más o menos en año y medio, cuando a la humanidad le llevó siglos llegar a esas comprensiones.
- Cuando una actividad requiere que el docente intervenga la mayoría del tiempo de la clase para tratar de explicar lo que se debe hacer, se puede cuestionar sobre la idoneidad de la misma actividad: ¿Es realmente importante enseñar algo que requiere que el docente hable todo el tiempo? Puede que, si sea importante, tal vez la actividad debe ser mejor pensada o mejor estructurada. Puede que existan comprensiones más

relevantes que otras, pero no dejan de ser comprensiones, al fin y al cabo. más allá de esto, sería apropiado preguntarse todo el tiempo ¿es realmente importante esto que pretendo enseñar?

Teniendo la perspectiva de todo el ejercicio, lo interesante que resultó a luz de la teoría y de las observaciones de los colegas y del profesor dar una mirada analítica a las prácticas de enseñanza. Mucho del trabajo que se realiza a diario con los estudiantes, por la falta de registro, cae en situaciones anecdóticas o en pequeñas reflexiones ocasionales que rápidamente se olvidan. Sin embargo, esta herramienta resulta poderosa en términos de la información que puede ser recolectada y de las reflexiones posteriores que ayudan a mejorar la practicas. Resulta importante el trabajo colaborativo y el hecho de compartir información bajo una comunidad académica de estudio.

Finalmente, lo interesante de este ejercicio es que el docente investigador retorna al formato de la EpC, aunque no sigue el desarrollado en el seminario de EpC, ni lo que había hecho en el foco del anterior ciclo. Se nota aquí que, en la fase de planeación, al hacerlo de forma individual, se pierde el foco que se había declarado de los procesos matemáticos. Aunque sigue con un formato de la EpC no se nota una secuencialidad entre la EpC y el foco

3.3.Tercer ciclo

En el desarrollo del seminario de Investigación IV, segundo semestre del año 2019, se consolidó un nuevo ciclo de reflexión. Cada integrante del grupo de investigación colaborativa expuso consideraciones que apuntaban a plantear con mucha suficiencia las inquietudes, aspiraciones y visiones más profundas alrededor del foco que serviría para dar inicio al nuevo ciclo de Lesson Study. Los docentes exploraron algunos postulados que les permitiera establecer un foco alrededor del cual giraría el ejercicio de planeación y reflexión.

Fue así como la competencia más destacada, en vista de que ya se había abordado la solución de problemas, giró en torno al razonamiento y el pensamiento crítico. Se buscaron algunos artículos que proporcionaron soporte, con el fin de dar asidero teórico a los pensamientos de los docentes involucrados, destacándose algunas ideas que bridaron luces al respecto.

Para el grupo de investigación, un maestro no puede ser un agente neutral en el aula, debe procurar que sus estudiantes logren comprender el mundo que le rodea a partir de sus conocimientos y experiencias dentro y fuera del aula, y pueda así mismo transformarla. El aula no puede ser un escenario ajeno a lo que actualmente afronta la sociedad, sino por el contrario, debe preparar las mentes jóvenes para afrontar los retos que a diario se generan y que logren adaptarse a los cambios a los que los desarrollos de las tecnologías ameritan.

Todo lo anterior ayudó para que establecieran directrices generales de la actividad que estaban a punto de iniciar. Encontrándose entre las siguientes: realizar un proceso reflexivo en colaboración con pares que contribuya al mejoramiento de la práctica de enseñanza de cada profesor. Desarrollar competencias profesionales en torno a la investigación, que contribuyan al desarrollo de conocimiento pedagógico. Identificar los aspectos de la práctica de enseñanza de los docentes investigadores que inciden en el aprendizaje y las comprensiones de los estudiantes.

Desde el currículo oficial, los docentes establecieron que es necesario partir del conocimiento matemático que los estudiantes han generado en sus actividades cotidianas o en el contexto de su realidad, considerando que el aprendizaje de las matemáticas no se relaciona únicamente con los aspectos conceptuales y algorítmicos, sino que también aborda factores de tipo social y afectivo. Bajo esta perspectiva, la formación matemática asume finalidades de tipo social, por una parte, en términos de la utilidad del conocimiento matemático en el mundo laboral y tecnológico que cada vez es más demandante respecto a las competencias de los individuos, y por la otra, que el conocimiento matemático es fundamental para que todo ciudadano pueda desenvolverse con soltura y criticidad en su vida social y política, y esté en capacidad de tomar decisiones acertadas en diverso tipo de situaciones (MEN, 2006).

De ese modo, el grupo de docentes estableció el foco de planeación en los siguientes términos: Potenciar el desarrollo del pensamiento crítico a partir del tratamiento de situaciones problemáticas contextualizadas que involucren el conocimiento matemático. De igual forma, se redactaron algunos objetivos específicos en los siguientes términos: Desarrollar en los estudiantes la habilidad de analizar información con el propósito de establecer su validez y los argumentos que lo sustentan. Incentivar en los estudiantes la construcción de posturas abiertas que permitan la confrontación de ideas argumentadas con la intención de construir consensos o aceptar las disensiones. Desarrollar en los estudiantes la habilidad de establecer las condiciones necesarias para la toma de decisiones de diversas situaciones problemáticas.

Como propósitos a alcanzar con este nuevo ciclo se expresaron ideas en el sentido de que los estudiantes puedan abordar situaciones problemáticas en diversos contextos de manera crítica empleando su conocimiento matemático. Establezcan la veracidad de la información en cualquier contexto empleando argumentos variados con base en la realización de análisis matemáticos y confronten sus ideas con otros construyendo acuerdos y admitiendo las diferencias.

En ese momento, establecido y acordado el foco, se inició la planeación de las actividades que los docentes llevarían al aula. Al respecto, Ennis (2011) describe

Quince capacidades del pensamiento crítico, las cuales se enuncian a continuación: 1. Centrarse en la pregunta y analizar los argumentos, 2. Formular las preguntas de clarificación y responderlas, 4. Juzgar la credibilidad de una fuente, 5. Observar y juzgar los informes derivados de la observación, 6. Deducir y juzgar las deducciones, 7. Inducir y juzgar las inducciones, 8. Emitir juicios de valor, 9. Definir los términos y juzgar las definiciones, 10. Identificar los supuestos, 11. Decidir una acción a seguir e Interactuar con los demás, 12. Integración de disposiciones y otras habilidades para realizar y defender una decisión. Con habilidades auxiliares tales como: 13. Proceder de manera ordenada de acuerdo con cada situación, 14. Ser sensible a los sentimientos, nivel de conocimiento y grado de sofisticación de los otros y 15. Emplear estrategias retóricas apropiadas en la discusión y presentación (oral y escrita) (p. 03)

Teniendo en cuenta las capacidades del pensamiento crítico anteriormente expuestas, el equipo investigador acordó realizar la planeación de su siguiente clase orientándola al desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes.

PLANEACIÓN

Para dar cumplimiento al acuerdo, el docente investigador decide diseñar una clase que implementará con los estudiantes de grado octavo en la temática del experimento aleatorio haciendo énfasis en las capacidades de observar y juzgar los informes derivados de la observación, deducir y juzgar las deducciones y emitir juicios de valor del pensamiento crítico.

La actividad presentada a los estudiantes fue tomada con algunas modificaciones de un libro preparatorio a pruebas Saber 11 (Espinosa, García & Orobio, 2009, p. 53). Se escogió esa en particular porque, a consideración del docente, plantea una situación que resulte atrayente a los estudiantes y posiblemente los invite a colocarse en lugar de las personas involucradas para dar respuesta a sus inquietudes.

A partir de la adaptación de la actividad, se establecieron cuatro metas de comprensión cada una orientada a cubrir una de las dimensiones de la comprensión (Boix & Gardner, 1999) contenido, método, propósito y comunicación (*ver anexo 1: formato de planeación*).

Posteriormente, se inicia el diseño de los desempeños de comprensión organizados en las fases de exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis. Es necesario aclarar que, inicialmente, la actividad estaba prevista para que los estudiantes exploraran variadas situaciones de juegos de azar, pero, por razones de tiempo, solo se realizaron los juegos con dados.

El propósito de la fase de exploración era que los estudiantes conocieran el juego y estudiaran distintas estrategias y posibilidades para ganar. Los estudiantes debían discutir en grupos las respuestas a unas preguntas que, según el criterio del docente, les ayudarían a entender el juego de los dados y a establecer las probabilidades de apostar a un número determinado que resultará más ventajoso para sus propósitos.

En la parte final de la planeación, se presentaba el proyecto final de síntesis, con base a los datos recolectados en las dos fases anteriores. Se esperaba que los estudiantes dieran cuenta de cómo y por qué les puede convenir o no el juego de los dados. Llegando a determinadas conclusiones, justificarían estrategias y procedimientos en el tratamiento de situaciones problemas, formularían hipótesis y conjeturas, con argumentos estructurados.

Las evidencias que se recolectarían serían el trabajo realizado en los cuadernos, la tabla donde registrarían el experimento de los cien lanzamientos del dado, el registro escrito de las preguntas orientadoras y la redacción de la memoria por cada grupo, en la que los estudiantes debían dar sus recomendaciones argumentadas a la pareja hipotética de esposos.

A continuación, se presenta la planeación realizada.

1. Tema

Procesos de pensamiento crítico utilizando un experimento de tipo aleatorio.

2. Tópico generativo

¿El casino?: ¡Ojo que la vista engaña!

3. Situación:

María Teresa y Danilo son prestigiosos profesionales, él abogado, con un doctorado en derecho laboral de una reconocida universidad de los Estados Unidos. Ella, graduada en medicina, también con un doctorado en medicina interna. Él manejaba una oficina de abogados y a través del tiempo de su ejercicio honesto y dedicado había amasado una no despreciable fortuna. Ella, tenía un consultorio en algún barrio de estrato 1 para atender a las gentes de escasos recursos; su dedicación a los más pobres era recompensada por los clientes que atendía en su consultorio de un sector de estrato 6; llevaban una vida, como se dice, sin afugas.

Pero sucedió lo imprevisto: los clientes empezaron a escasear; los de abajo porque el salario mínimo comenzó de pronto a ser mínimo; y los de arriba, porque la economía del país no crecía y la carga tributaria cada vez era más pesada. La crisis económica les cayó encima como una pesada lápida.

En resumidas cuentas, cerraron consultorios, cerraron oficinas. Y de donde se seca y no se echa...

Al borde de la desesperación por no poder encontrar trabajo, decidieron, parodiando al poeta, jugar los restos en el azar.

María Teresa y Danilo piden a ustedes, antes e arriesgarse, orientación sobre los riesgos en los juegos de azar, pues nunca han conocido las puertas de un casino.

A manera de ilustración ustedes van a darles a conocer los profundos secretos de los juegos de dados, la baraja de póker, de la ruleta (pero no la rusa, ¡por favor!), la maquina traga monedas y del atractivo Baloto.

4. Metas de comprensión

- El estudiante comprenderá la existencia de procesos que están preparados para mostrar un resultado que no es posible prever más que debido a la invención del azar. (Contenido).
- El estudiante comprenderá que el juego de los dados es un proceso sujeto al azar, ya que no es posible prever su resultado sino hasta después de ser lanzados. (Método).
- El estudiante comprenderá la existencia de la incertidumbre del resultado que se puede obtener sobre un experimento controlado de tipo aleatorio. (Propósito).
- El estudiante comprenderá que para dar una recomendación sobre eventos de tipo aleatorio debe tener en cuenta el factor de incertidumbre existente en este tipo de eventos. (Comunicación).

5. Desempeños de comprensión

a. Desempeños Exploración

- Como se trata de conocer un dado de la mejor manera posible para poder jugar y tener la posibilidad de ganar, en grupos de 4, van a discutir sobre las siguientes preguntas cuestiones, que de seguro les servirán a María Teresa y Danilo a la hora de tomar una

decisión sobre el juego de lanzar los dados, si resultará más ventajoso para sus propósitos.

Juegos de dados

1. Identificar las características de un dado
2. Identificar las variables asociadas a las características de los dados.
3. Formular preguntas que ayuden a comprender mejor el juego de los dados.
4. Enumerar las características esenciales de los dados, es decir, las características sin las cuales el dado dejaría de ser dado.
5. Construir una tabla con un número que indiquen la posibilidad de que aparezca una cualquiera de las caras, al lanzar el dado una vez:

	1	2	3	4	5	6
Número						

b. Investigación guiada

- En base a los datos registrados en la tabla anterior responde las siguientes preguntas:
 - a) Realiza la suma de los números hallados.
 - b) ¿Qué comentario les pueden hacer a María Teresa y Danilo sobre los números de la tabla y sobre la suma obtenida?
 - c) ¿Cuál es la posibilidad de que al lanzar el dado una vez aparezca uno, dos, tres, cuatro, cinco o seis?
 - d) ¿Cuál es la posibilidad de que al lanzar el dado una vez aparezca el número siete?
 - e) Explique a María Teresa y a Danilo si existe alguna ventaja al aportar a un número par en vez de a un número impar (y viceversa).
 - f) ¿Cuál es la posibilidad de que no salga un número par? (o de que no salga un número impar).
- Experimento:

Lanza un dado 100 veces y anota los resultados en una tabla como la siguiente:

Lanzamiento	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						

100						

- ¿Cuántos lanzamientos resultaron favorables a cada número del dado?
- ¿Se pueden formular alguna hipótesis con respecto a lo anterior?
- ¿Qué se “sospecha” si el número de lanzamientos aumenta a 200, 1000, 2000, ...

- Explica a María Teresa y Danilo el porqué de esa sospecha.

- Representa en el plano cartesiano los números del dado contra el número de lanzamientos. Si el número de lanzamientos es muy grande, ¿qué se puede concluir sobre la gráfica?

c. Proyecto final de síntesis

Con base a los datos recolectados en las dos fases anteriores, los estudiantes en sus grupos deben elaborar una memoria. Como se trata de conocer un dado de la mejor manera posible para poder jugar y tener la posibilidad de ganar, van a discutir sobre las cuestiones desarrolladas en la clase, que de seguro les servirán a María Teresa y Danilo a la hora de tomar una decisión sobre si el juego de dados resulta ventajoso para sus propósitos. Los estudiantes darán cuenta de cómo y por qué les puede convenir o no el juego de los dados. Llegarán a determinadas conclusiones, justificarán estrategias y procedimientos en el tratamiento de situaciones problemas, formularán hipótesis y conjeturas, con argumentos estructurados.

Implementación

A continuación, se presentan algunas de las evidencias durante la implementación de la actividad planeada.

Una vez revisadas las evidencias recolectadas durante la implementación el docente investigador identificó que en las fases de exploración e investigación guiada no es posible identificar elementos del pensamiento crítico. Los estudiantes se limitan a seguir las instrucciones y a realizar las tareas propuestas. Como se ve en la ilustración 8

Evidencias de uno de los cuadernos

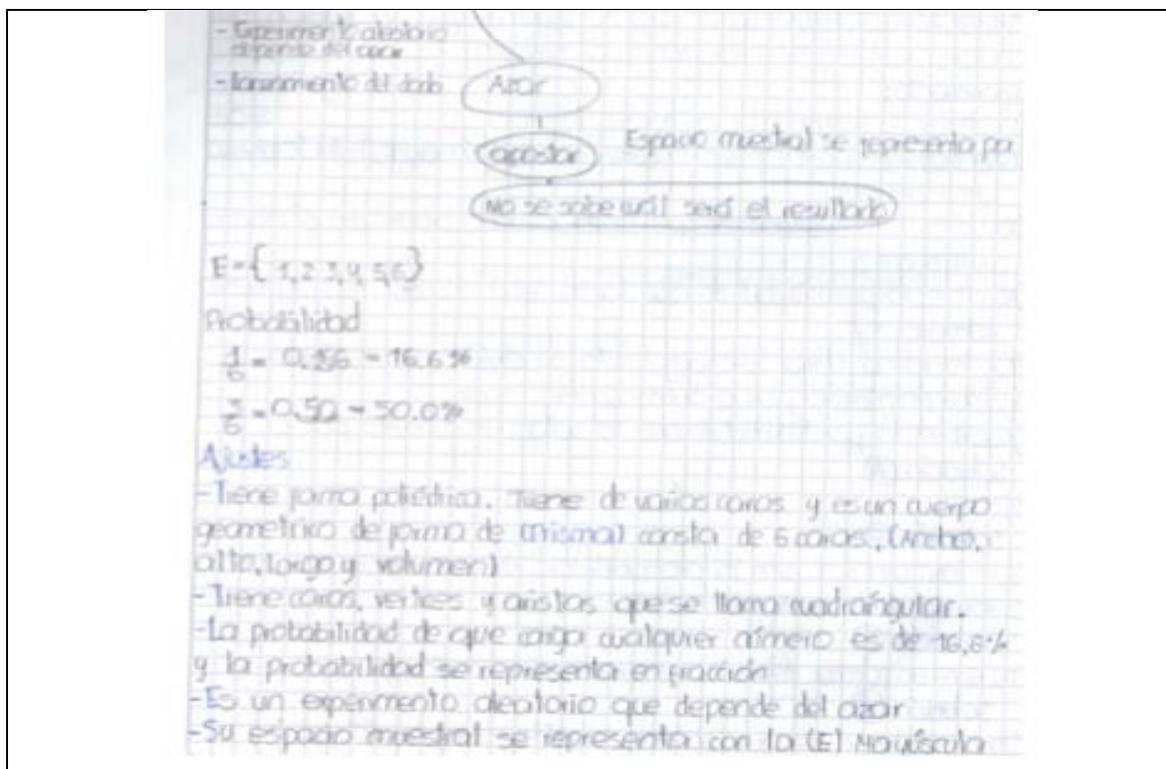


Ilustración 8. Evidencias de uno de los cuadernos

No obstante, en las evidencias recolectadas del trabajo realizado por los estudiantes en la fase del proyecto final de síntesis, es posible de reconocer algunas manifestaciones de capacidades del pensamiento crítico. Sin embargo, no coinciden con las tres seleccionadas inicialmente.

Evidencias de las memorias

Informe:

Juendos Maria Tereza Y Danilo Hemos observado y jugado el juego de dados a lo que hemos llegado a concluir que este juego es determinado como un experimento aleatorio ya que no se sabe cual va a ser el resultado con anticipación.

El dado tiene unas características particulares como:

Es un poliedro un prisma cuadrangular ya que es de la forma de un cubo, tiene 6 caras; por ello tambien tienen 8 vertices y 12 aristas.

Se compone de Alto, Largo, Ancho y Volumen, Cada lado del dado y su lado opuesto cuando lo sumas da como resultado 7.

Ademas realizando un ejercicio lanzando el dado 100 veces por ello te aconsejamos elegir los numeros pares

Yopasa Eduvar

Scarpeta Danna

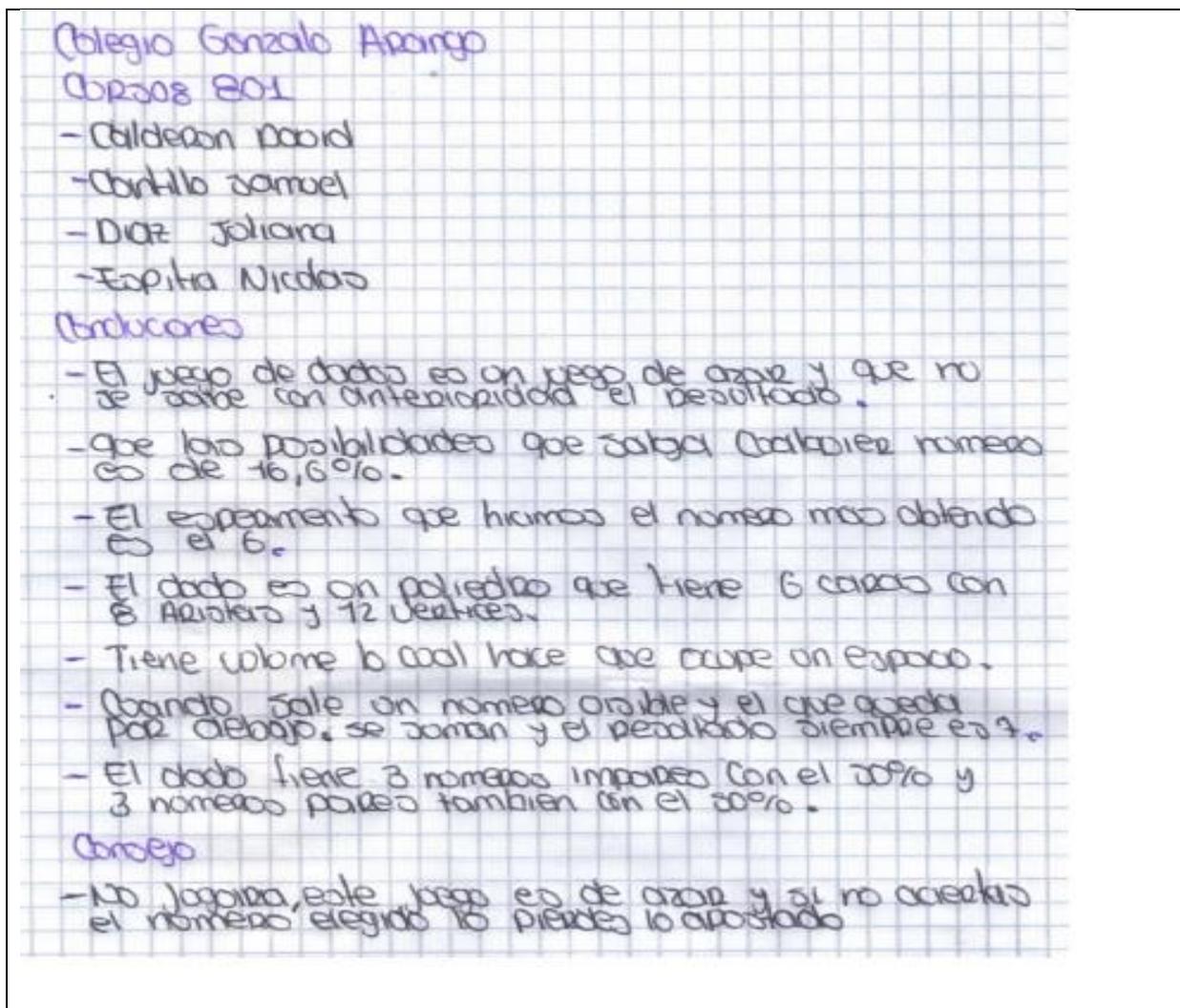


Ilustración 9. Evidencias de las memorias

En la ilustración 9 se presenta la memoria que, a juicio del docente investigador, se acercó más al resultado esperado. Sin embargo, en ellas solo se muestran algunos procesos de argumentación derivados de la observación. No obstante, no es posible identificar acciones asociadas a la deducción y juzgamiento de las deducciones, ni a la capacidad de emitir juicios de valor. De igual forma, se aportó el video de la clase, que consta de una serie de episodios significativos filmados por el docente. El video puede ser revisado en siguiente enlace <https://www.youtube.com/watch?v=APSIJOMCuTQM&t=11s>.

Evaluación

Luego del análisis de los episodios realizado con el equipo de investigación, se encontraron los siguientes hechos:

Fue necesario inducir a los estudiantes en el proceso exploratorio en relación con las características del dado y también en cuanto al concepto de probabilidad y azar. Los estudiantes divagaban en confusas ideas y lugares comunes en conceptos relacionados con el componente aleatorio. Se hace necesario reforzar esa parte, pues, es probable que la falta de contexto, cuando

se abordan estas comprensiones, hace que solo se apele al aprendizaje memorístico de los procesos y no se estén trabajando aspectos que pongan a los estudiantes a pensar lo que aprenden.

Solo un grupo se atrevió a dar una sugerencia directa al respecto, en ese sentido, manifestaron que: *“No jugaría, este juego es de azar y si no aciertas el número elegido lo pierdes lo apostado”* (Ilustración 9). Los demás trataron redactar un informe contando sus procesos, pero no asumieron una postura crítica hacia el juego y de este en relación con la situación difícil de la pareja ficticia.

En relación con otros aspectos, la actividad misma, por su perfil, estaba planteada para estudiantes de undécimo grado y el hecho de presentarla a estudiantes de octavo grado, que no tenían ningún acercamiento previo al concepto de probabilidad, generó dificultades adicionales que obligaron a centrar más la atención en construir esos conceptos previos, que en generar una postura crítica frente a la situación propuesta por el docente.

El perfil de la actividad estaba diseñado para recordar conceptos, no para construirlos. Al no tener en cuenta las comprensiones previas de los estudiantes, el docente se vio obligado a estar *“empujando”* constantemente a los estudiantes para que logran entender primero qué era una probabilidad, por qué se llaman juegos de azar, cómo se representa una probabilidad, cuándo un evento es probable y cuándo no. Lo anterior se vio reflejado en las memorias donde los estudiantes centraron más su atención en aspectos teóricos y no en dar una razón argumentada de los juegos de azar.

Reflexión

Lo anterior permitió establecer, como acción de mejora, que para futuras planeaciones se debe tener un mejor criterio al momento de seleccionar la actividad o al diseñarla. No es suficiente con que la actividad sea interesante, al criterio del profesor, sino que requiere que esté estructurada a la luz de los resultados esperados de aprendizaje y de los marcos teóricos que se trabajan en la fase de focalización del grupo. De igual forma, debe pensarse en que la actividad permita la participación de los estudiantes, para lo cual, se debe considerar también sus bases conceptuales y qué tan cercana es la situación a ellos.

Finalmente, este nuevo ciclo de Lesson Study significó otra oportunidad para interiorizar mejor esta metodología con la rigurosidad que le imprimió el profesor del seminario de Investigación III. Lo que vuelve un propósito documentarse mejor en relación con el foco que se seleccione y a tomar muy en serio las retroalimentaciones que el par evaluador sugiera. En este ejercicio de colaboración, alcanzar la competencia se vuelve un propósito en sí mismo, ya que se puede estar en un grupo planeando en colaboración y dando retroalimentación, pero, finalmente, es cada uno en su aula quien debe dar cuenta de las comprensiones personales y de cuánto está interiorizando toda la teoría con la que se pretende realizar un ejercicio de reflexión de la práctica de enseñanza.

3.4. Cuarto ciclo

Nuevamente, en asesoría del proyecto de grado, inicios de marzo del 2020, el asesor le solicitó al docente investigador que presentara una planeación de clase donde se pudiera

caracterizar el paso a paso de una secuencia de desempeños sobre alguna temática aplicada a las matemáticas en los grados donde él ejerce su práctica de enseñanza. La planeación presentada para el análisis se situó en el grado octavo y la unidad temática fue la de los “Números racionales”.

Planeación

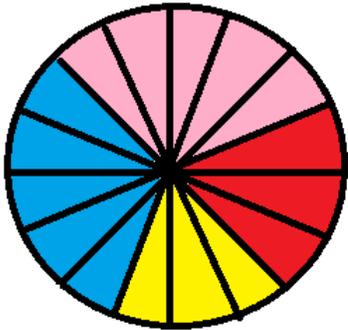
A continuación, se presenta, en la tabla 7, la planeación realizada por el docente investigador bajo esa nueva perspectiva.

Tabla 7. Nueva propuesta de planeación

Grado y materia: 8° Grado área de matemáticas					
Desempeños de comprensión	Evaluación diagnóstica continua				
<p>Desempeños de exploración:</p> <p>a. Los estudiantes organizados en pequeños grupos discuten los procedimientos y respuestas a los siguientes ejercicios planteados por el docente y tomados del libro guía “<i>Vamos a aprender matemáticas 8</i>”.</p> <p>b. Simplifican hasta obtener una fracción irreducible.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{56}{72}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{24}{60}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{72}{120}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{80}{320}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>c. Luego, los estudiantes responden algunas preguntas planteadas por el docente para ser igualmente discutidos en sus grupos. Las preguntas fueron las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué es simplificar? • ¿Cómo sabemos que un número tiene mitad? • ¿Cómo sabemos que un número tiene tercera? • ¿Cómo sabemos que un número tiene quinta? • Escribe los primeros 10 números primos- • ¿Cómo es una fracción dada con respecto a la simplificada? Es decir, ¿Son iguales o diferentes? • ¿Qué es amplificar una fracción? ¿Qué operación asocias con la amplificación? • Supongamos que tu mejor amigo(a) se ausentó de la clase y te pide que le escribas cómo es el proceso de amplificación, de qué manera le escribirías el paso a paso 	$\frac{56}{72}$	$\frac{24}{60}$	$\frac{72}{120}$	$\frac{80}{320}$	<p>Criterios: En qué manera los estudiantes pueden llegar al concepto de simplificación y amplificación y a las distintas formas de interpretar una fracción.</p> <p>Realimentación: Informal. Se buscará que los estudiantes primeramente entre ellos y después en la socialización en la clase hagan consientes algunos conceptos desarrollados en años anteriores.</p>
$\frac{56}{72}$	$\frac{24}{60}$				
$\frac{72}{120}$	$\frac{80}{320}$				

para amplificar cualquier fracción dada y que él logre presentar la tarea asignada por el docente

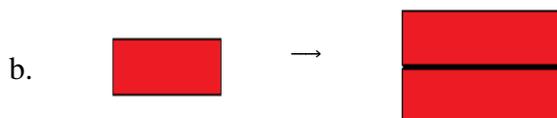
- d. La siguiente figura está dividida en regiones con cuatro colores diferentes.



- e. Responden las preguntas: ¿cómo representas cada región con un número fraccionario? ¿Cuáles colores ocupan la misma superficie?
- f. Después de analizar en grupo, socializa para toda la clase las conclusiones que logró establecer, validando con la ayuda del docente y realizando correcciones donde fuese necesario.
- g. Los estudiantes solucionan algunas situaciones tomadas del libro de texto Alfa 7 de editorial Norma. de donde es posible ver la aplicación de los números racionales, los estudiantes deben tratar de solucionar cada situación y clasificarla según algunas categorías ofrecidas por el docente como: fracciones como Razón, fracciones como cociente, fracciones como medidor, fracciones como operador.
- El Coliseo de Roma, terminado por el emperador Tito en el año 80 d. de C., tenía capacidad para 45000 espectadores, 5000 de los cuales debían permanecer de pie. Estando lleno, ¿cuántas personas sentadas había en El Coliseo por cada una de las que permanecía de pie?
 - En el universo existen, aproximadamente, 319 especies de colibríes. 210 habitan en la Amazonia. ¿Qué parte del total de las especies de colibríes no se encuentra en la Amazonía?
 - Un automóvil consume 12 galones de gasolina en recorrer 468 km. ¿Cuántos kilómetros recorre el automóvil por galón?
 - A un segmento de 45 cm se le ha aplicado consecutivamente la acción del botón 3 y luego la del

botón $\frac{1}{5}$. ¿De cuántos centímetros quedó el segmento original?

- Escribo el operador utilizado en cada caso.



- h. Los estudiantes representan gráficamente cada una de las siguientes fracciones:

a. $\frac{3}{6}$

b. $\frac{7}{16}$

c. $\frac{11}{8}$

d. $\frac{11}{4}$

e. $2\frac{1}{2}$

b. $5\frac{2}{3}$

- i. El docente les recomienda usar círculos. Así se les facilitará percatarse de que, cuando se realiza este tipo de representación, lo que debe cambiar son los tamaños de las porciones del círculo y no el tamaño del círculo.

Desempeños de investigación guiada:

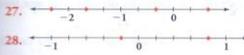
- a. El docente orienta a los estudiantes para que comparen el orden de varios números racionales, ya sean entre de igual signo y distinto signo, entre un entero y una fracción, entre una fracción y un decimal y entre un entero y un decimal.
- b. Los estudiantes en sus grupos deben colocar ya se ($<$) menor que... o ($>$) mayor que... según corresponda y deben tatar de colocar una justificación a su elección, se busca que, en la socialización general, sean los mismos estudiantes quienes establezcan los criterios de orden entre un número racional positivo y uno negativo; entre el cero y un número negativo, y, entre dos negativos.
- c. Luego el docente les propone que establezcan la relación de orden entre fraccionarios de igual signo, para ello les

Criterios: establecer un método de homogenizar fracciones dadas y determinar correctamente la relación de orden.

Realimentación: Informal y bridada por el docente durante el trabajo realizado en los pequeños grupos. Más formal durante las socializaciones en la plenaria de aula, en las cuales los compañeros validan las conclusiones a las que se puede llegar. También resulta más forma cuando se

<p>propone a los estudiantes compara las fracciones $-\frac{3}{5}$ y $-\frac{7}{10}$ e intenten establecer un proceso matemático que le permita determinar cuál de las dos fracciones es mayor que la otra, para ello vuelve a discutir en sus grupos un procedimiento matemático y lo socializa en plenaria en clase, tratando de validar con sus compañeros.</p> <p>d. Se orientará la validación buscando que realicen alguna conexión con lo desarrollado anteriormente, por ejemplo, con el proceso de amplificación que permitiría homogeneizar las fracciones y comparar solamente los numeradores. Se buscará mostrar la situación grafica que sucede antes y después de aplicar la homogeneización de las fracciones heterogéneas.</p> <p>e. De igual manera se les explicara a los estudiantes que pueden establecer equivalencias entre números racionales de varias formas: representando la misma la misma parte de la unidad, indicando el mismo el mismo punto en la recta numérica o mediante el mismo número decimal.</p> <p>f. Desarrolla un taller propuesto por el docente para reforzar los conceptos de equivalencia y de homogeneización de números racionales. Tomado del libro <i>“Los Camino de Saber”</i> de la editorial Santillana. Pág. 15</p>	<p>socializan los puntos del taller.</p>
--	--

1 Escribe los números racionales representados en cada recta.



2 Ordena de mayor a menor cada grupo de números racionales. Luego, relaciona cada número con la letra correspondiente y determina el nombre de un lugar único de Colombia.

29. $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{4}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$
 A R A O M P

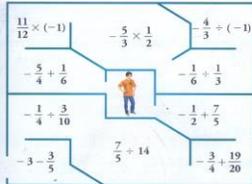
30. $-\frac{13}{8}$, $-\frac{8}{5}$
 E D

31. $-\frac{11}{5}$, $-\frac{4}{9}$, $-\frac{2}{15}$, $-\frac{1}{5}$, $-\frac{7}{3}$, $-\frac{43}{45}$, $-\frac{3}{5}$
 A M S U Z P A



32. ¿Cuál es el nombre del lugar?

33. Resuelve las operaciones del laberinto. Luego, determina el camino a la salida, siguiendo los resultados de menor a mayor.



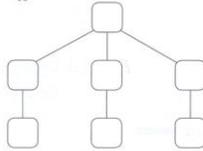
34. Resuelve las siguientes operaciones.

34. $-\frac{1}{2} + \left\{ \left(\frac{3}{7} - \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{2} \right) \right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{7} \right) \right\}$

35. $\left\{ \left[\frac{5}{3} - \left(-\frac{2}{5} \right) \right] - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \right\} \times \left(-\frac{2}{5} + \frac{7}{2} \right)$

36. Ubica cada uno de los números racionales $\frac{7}{4}$,

$-\frac{1}{3}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{14}{20}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$; en cada cuadro de tal forma que el producto en cada rama sea igual a $-\frac{7}{40}$.



37. Lee y resuelve.

37. Si un ladrillo pesa 1 kilogramo y medio ladrillo, ¿cuánto pesa ladrillo y medio?

38. El área de hielo del monte Kilimanjaro se ha reducido en $\frac{2}{5}$, los glaciares del monte Kenya se han reducido en $\frac{3}{4}$ de su superficie y los glaciares del Cáucaso, en Rusia, han disminuido su superficie en $\frac{1}{2}$. ¿Qué lugar ha perdido más hielo en su superficie?

39. Lee y responde.

39. Tomás ha gastado $\frac{1}{2}$ de sus ahorros en un vestido, $\frac{2}{5}$ en un par de zapatos y $\frac{1}{8}$ en una blusa. Si en total tenía \$1.200.000:

40. ¿Qué fracción representa la parte del dinero que gastó?

41. ¿Cuánto dinero empleó en la compra de cada uno de los artículos?

42. ¿Cuánto dinero le quedó a Tomás después de las compras?

43. Si el costo de una chaqueta es \$650.000, ¿puede comprar la chaqueta con $\frac{1}{2}$ del dinero que tenía inicialmente?

Actividades del proyecto final de síntesis

En los grupos de trabajo los estudiantes resuelven el siguiente problema planteado por el docente y que fueron tomados del libro de texto "Aritmética y Geometría 7" de la editorial Santillana. Páginas 62 y 63. La instrucción dada los estudiantes sobre los problemas como tal es mínima, solo se les permiten interactuar con los integrantes del grupo y docente advierte que no responderá ningún tipo de pregunta de interpretación no de procedimiento en relación con los problemas

1. El servicio meteorológico brinda información sobre el estado del tiempo. Pero lo que pronostica apenas se cumple, ya que hay muchos factores que intervienen y no todos son previsible. La presión, la humedad y la temperatura pueden variar.

Las técnicas y los instrumentos de medición, cada vez más sofisticados, disminuyen las posibilidades de error en el pronóstico, pero no los anulan.

El pronóstico del tiempo indica que el mes de julio sería lluvioso. Observa en el calendario lo que sucedió

Criterios: Desarrollados por los alumnos y el docente antes que aquellos comiencen a escribir.

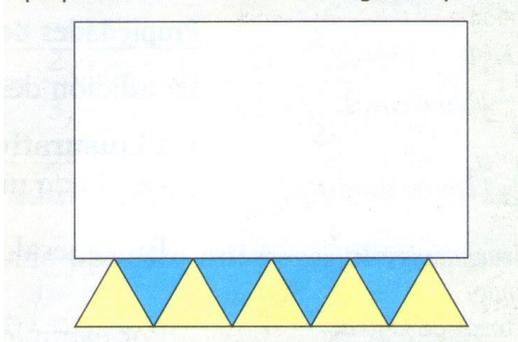
Realimentación: Formal. Los estudiantes en sus grupos deben evidenciar en sus registros los procesos traídos a colación durante la exploración y la fase de investigación.

D	L	M	M	J	V	S
		☀️ 1	☀️ 2	☁️ 3	☀️ 4	☀️ 5
☁️ 6	☁️ 7	☁️ 8	☀️ 9	☀️ 10	☀️ 11	☀️ 12
☀️ 13	☀️ 14	☀️ 15	☁️ 16	☁️ 17	☁️ 18	☁️ 19
☁️ 20	☀️ 21	☁️ 22	☀️ 23	☀️ 24	☁️ 25	☁️ 26
☁️ 27	☀️ 28	☀️ 29	☀️ 30			

- ¿Qué fracción del mes llovió?
- ¿qué fracción del mes hizo sol?
- ¿Cuál de las dos fracciones fue mayor?
- ¿El pronóstico fue acertado? ¿Por qué?

Completar un calendario del mes de diciembre si los pronósticos meteorológicos son los siguientes.

- $\frac{14}{31}$ días soleados.
 - $\frac{7}{31}$ días nublados.
 - $\frac{10}{31}$ días de lluvia.
2. En la siguiente figura se muestra, tapado por una hoja, un triángulo equilátero grande, que se ha armado con fichas pequeñas en forma de triángulo equilátero.



- ¿Qué fracción del total de los triángulos equiláteros pequeños se encuentra tapada?
- ¿Qué fracción del total de los triángulos pequeños con vértice hacia arriba se encuentran destapados?
- ¿Qué fracción de triángulos pequeños con vértice hacia abajo tiene el triángulo grande?
- ¿Qué fracción de triángulos pequeños están coloreados de amarillo?

e. ¿Qué fracción de triángulos pequeños están coloreados de azul?

3. El peso es el resultado de la fuerza de atracción, o fuerza de gravedad, que un astro ejerce sobre los cuerpos.

Aunque el peso de un cuerpo está relacionado con su masa, es importante diferenciarlos dos conceptos: la masa de un cuerpo es la misma en la Luna y en la Tierra, pero su peso en la Luna es $\frac{1}{6}$

De su peso en la Tierra. Esto se debe a que, entre más pequeño es un astro, menor es la fuerza de gravedad.

Completar la tabla teniendo en cuenta las equivalencias de peso en cada astro.

Astro	Equivalencia de peso	Peso de un cuerpo de 45 kg $m = 45 \text{ kg}$
Sol	$28 \times m$	$28 \times 45 = 1.260 \text{ kg}$
Luna	$\frac{1}{6} \times m$	
Mercurio	$\frac{17}{45} \times m$	
Venus	$\frac{11}{45} \times m$	
Marte	$\frac{17}{45} \times m$	
Júpiter	$\frac{23}{9} \times m$	
Saturno	$\frac{49}{45} \times m$	
Urano	$\frac{41}{45} \times m$	
Neptuno	$\frac{6}{5} \times m$	
Plutón	$\frac{2}{25} \times m$	

Implementación

Esta planeación no pudo ser aplicada debido a las circunstancias de aislamiento generadas por la situación de salubridad que ocurrieron en el mes de marzo. Esto permitió hacer énfasis en un análisis reflexivo y evaluativo de la planeación.

Evaluación y reflexión

Cabe anotar que esta planeación se fundamentó en el uso del texto guía utilizado por el docente investigador el cual pertenece a la serie *Vamos a Aprender Matemáticas* de la editorial

SM. El libro de texto presenta siguiente ruta didáctica: unos que se titulan *Saberes previos y Analiza y Conoce*. El primero propone estrategias al docente para explorar saberes previos o activarlos y facilitar así la conexión con la siguiente etapa del proceso. Los otros dos proporcionan herramientas al docente para establecer la conexión entre los conocimientos previos y los nuevos contenidos. Además, se brindan recursos para acompañar al estudiante en la construcción de conceptos.

Un desarrollo temático con algunos *Ejemplos* que resultan ser una aplicación inmediata de los conceptos explicados; unas *Actividades de Aprendizaje* que desarrollan y refuerzan lo que los estudiantes han aprendido y que se encuentran agrupados en tres categorías: *ejercitación, comunicación y resolución de problemas*, que sugieren al docente la manera de utilizar las actividades planteadas para desarrollar los procesos y habilidades necesarios para la apropiación de los conceptos del área. Esas actividades favorecen *Procesos cognitivos* mediante convenciones, representados en cada actividad a través de la memoria, la comprensión, el análisis, la aplicación, la síntesis y la evaluación.

Por último, presenta una *Evaluación del aprendizaje*, donde se proponen estrategias para que el docente realice el seguimiento y el refuerzo de los aprendizajes, se exponen estrategias pedagógicas de seguimiento y refuerzo de los desempeños de los estudiantes y se promueven diferentes formas de evaluación: autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

A continuación, se presenta la ruta didáctica expuesta por el libro de texto (*ver ilustración 10*).

Lección tomada del libro de texto “ <i>Vamos a Aprender Matemáticas 8º</i> ” de donde el docente investigador basó su secuencia de desempeños de planeación.
--

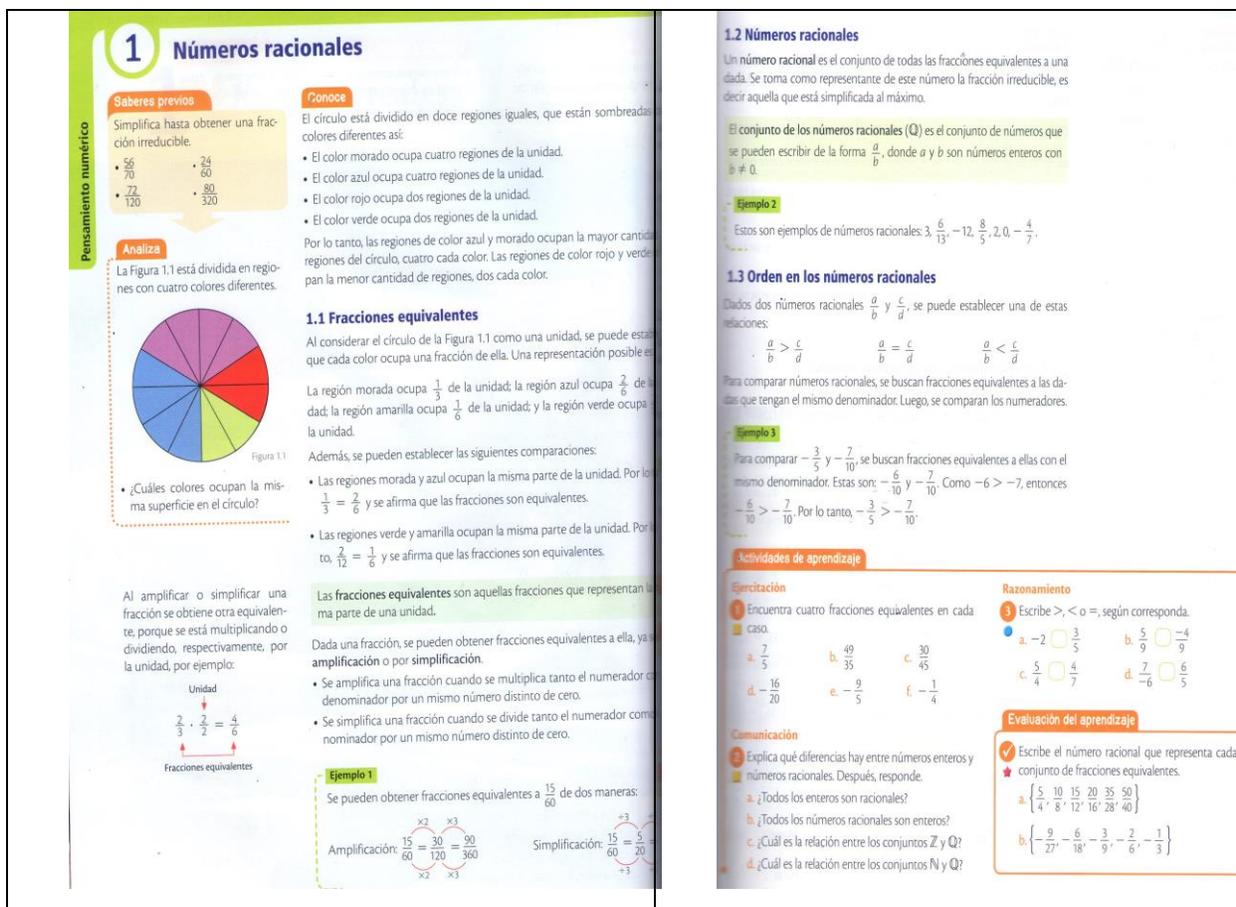


Ilustración 10. Ruta didáctica expuesta por el libro de texto

La investigación docente requiere de la asunción de una posición autocrítica y de una disposición para someter el trabajo de cada uno al escrutinio de los demás. De «una comunidad profesional de práctica» (Elliot, 2015, p. 03). Esa misma comunidad académica o grupo de investigación en diálogo de pares sometió a análisis y discusión la anterior planeación. A continuación, se presenta la transcripción de los episodios, que, a juicio del docente investigador, fueron los más significativos para la reflexión (ver tabla 8).

Tabla 8. Transcripción de los episodios

Convenciones: DI: docente investigador/ A: asesor

En la parte de la exploración
<ul style="list-style-type: none"> - GI: ¿Tú le haces algún análisis a ese ejercicio de “saberes previos” o asumes que en libro está bien? - DI: Solo miro qué tanto me puede ayudar en la construcción del concepto que quiero desarrollar, en ese caso repasar el tema de simplificación resultaba pertinente; por lo tanto, lo terminé incluyendo dentro de la rutina de exploración. Me parecieron que los dos ejercicios eran factibles (“Saberes previos” y “Analiza”), pero, así como estaban me parecía a mí que estaban muy “livianos” y lo que hice finalmente fue introducirle preguntas para darle un perfil

más de “*comprensión*” y las preguntas tienen la intención de guiar a la persona a medida que van desarrollando el ejercicio a ser un poco más consciente de las cosas que van haciendo.

- GI: ¿Pero también piensas en el rol del autor, por qué seleccionó esos números y no otros?... ¿si tu fueses el autor qué números seleccionarías y por qué?
- DI: De pronto para mí en el momento que los seleccioné me pareció pertinente que solo fuesen cuatro puntos y no tantos porque la idea era solamente recordar que era simplificar y no realizar un taller de simplificación... podía recordar que era simplificar, podía recordar qué operación se hace para simplificar, podía recordar los criterios de divisibilidad, podía recordar las fracciones equivalentes... las preguntas tienen la intención de que el estudiante vea lo que yo veo y que lo desarrollen entre ellos sin intervención mía.
- GI: ¿Podrías agrupar las preguntas en algunas categorías? ¿Podrías organizarlas de alguna forma categórica? ¿Hay unas preguntas que la apuntan a algo y otras preguntas que le apuntan a otra cosa? ¿Podrías ver alguna lógica?
- DI: Hay preguntas meramente “*algorítmicas*”.
- GI: ¿Qué características tendría para cualquier tema en matemáticas cualquier pregunta asociada al algoritmo?
- DI: Los algorítmicas están asociadas al procedimiento del ejercicio... pensaría que la última pregunta tiene ese perfil “*Supongamos que tu mejor amigo(a) se ausentó de la clase y te pide que le escribas cómo es el proceso de amplificación, de qué manera le escribirías el paso a paso para amplificar cualquier fracción dada y que él logre presentar la tarea asignada por el docente*” que eso lo dice Fandiño... que es una forma de plantear el algoritmo, “*explícale a tu mejor amigo cómo lo hiciste... o como es el paso a paso*”.
- GI: ¿Qué otra categoría? ¿Existirá otra o será la única? ¿Qué categoría le podemos dar a esa pregunta de “*qué es simplificar*”?
- DI: Sería de “*contenido*” o de tipo “*Conceptual*”.
- GI: ¿Los criterios de divisibilidad serán algorítmicos o conceptuales?
- DI: “*Conceptuales*” me parecen más bien...
- GI: El siguiente ejercicio que fue tomado tal cual del libro se llama “*Analiza*” y la ruta parece la misma... está el ejercicio planteado y tú le hiciste unas adaptaciones... que sería la “*e*”, la “*f*” y la “*g*” ... eso tú se las agregaste... ¿de qué tipo sería esa pregunta?
- DI: En la “*e*” y la “*f*” serían formas de representar del concepto. La “*g*” “*los estudiantes solucionan algunas situaciones...*” las situaciones fueron tomadas de otro libro... según Vasco en la parte de la exploración es importante colocar las distintas concepciones que tendría la fracción... y por eso busqué en otro texto que incluyera la fracción como razón, la fracción como cociente, la fracción como operador... que son los perfiles de esos ejercicios... o de los problemas... y del punto “*Escribo el operador utilizado en cada caso*” y él también toca el tema de la representación de la fracción en la recta... y por eso también incluí el último punto... que tiene que ver con “*las formas de representación*” que él dice que es necesario

hacer... en el modelo de él... él dice que hay que desarrollar el concepto como tal... yo apenas lo estoy explorando... yo no estoy desarrollando el concepto como tal... pero yo incluí que esa exploración me sirve como plataforma para desarrollar ese concepto... y por eso fue que lo incluí.

- GI: Todo eso que estás haciendo lo haces pensando en que el estudiante estructure un concepto... y el concepto acá es de número racional... y para eso estás repasando... repasaste la simplificación... y tomaste algunos ejercicios del libro y a partir de allí hiciste unas adaptaciones... hiciste unas preguntas, unas actividades y hasta el momento de eso que tu propones has encontrado como cuatro categorías... unas actividades y unas preguntas asociadas o ajustadas a lo “operativo” o lo “algorítmico”, lo asociado a los “conceptos” o lo “conceptual”, lo asociado a las formas de “comunicación y representación” y otra última asociado a la “aplicación” o “solución de problemas”... como cuatro grandes categorías...
- DI: Si... y con eso armé la fase de exploración.

En la parte de la investigación guiada

- GI: ¿Qué es eso de la “investigación guiada”?... Según tu modelo “se focaliza en la construcción de un concepto matemático”... “desde el contenido, la representación del objeto y el tipo de problemas que soluciona”... “el recurso fuerte es el paso a paso para abordar el concepto”... “trabajo colaborativo con instrucción paso a paso a través del taller e instrucción guiada del docente”... “actividades que permitan recoger información sobre el nivel de apropiación del concepto”... y allí están las dimensiones del “contenido, propósito y formas de comunicación”... miremos eso en tu planeación. Fíjate que cuando tu planteas esto del “a”, el “b”, el “c” e incluso el “d”... lo que estás buscando es que el estudiante se apropie de una idea clave y que es “la relación de orden en los conjuntos numéricos” o sea, tú quieres que ellos entiendan que al igual que en los números naturales y números enteros los estudiantes comprendan que los racionales también lo tienen... menor, mayor o igual a otro... y eso es un concepto al cual le quieres trabajar... y estás haciendo una exploración para que él entienda eso digamos que esa es la intención base.. ¿Qué otra noción quieres que los estudiantes apropien de los racionales?
- DI: Creo que esas tres le apuntan al “concepto” ... en las otras ya intento ver otras cosas... En la “d” trato de establecer cuál es el proceso para determinar el menor y el mayor y allí tendría un perfil meramente “algorítmica” ... porque es tratar de desarrollar el procedimiento para determinar cuál es menor y cuál es mayor...
- GI: Aquí en el “e” trabajas en encontrar formas de equivalencia y luego el taller que llamas es la copia del libro... Y allí hay una ventaja y es que ese libro que es de Santillana... hay unas cosas de Interpretación, de Ejercitación, unas cosas de Razonamiento y unas cosas de Solución de Problemas... fijate que si se usa eso como modelo para todo esa puede ser la ruta... como la Investigación Guía implica cosas de Interpretación, de Razonamiento, de Resolución de Problemas... si ese fuese el modelo... ese taller ya te resumió... pero si no tuvieses esa hoja... si te das cuenta aquí lo hacen por categorías... o sea el autor de este libro cuando se sienta a escribir esta parte de su libro que se llama “Afianzo Competencias” tiene en cuenta estás cuatro categorías para plantear sus ejercicios...

- DI: Un poco lo que estamos buscando nosotros... en esa fase de *Investigación Guiada*... cuáles serían esa categoría que debo tener en cuenta para plantear esa fase...
- GI: Tú las tienes acá descritas en tu modelo... "*Contenido*", "*Representación*" y "*Resolución de problemas*" ... coincides con este autor en los "*Problemas*" ... pero él tiene otra ruta... como tú eres investigador estás mirando qué hacen otros y qué haces tú... estás tratando de mostrar tu modelo que es lo que falta afianzar... ¿Qué está ocurriendo en esta actividad que tú hiciste?
- DI: Que no estoy usando mi modelo.
- GI: Por eso estamos dando tantas vueltas acá... porque si hubiésemos seguido el modelo aquí tendrías que encontrar actividades que estén enfocadas a las "*Formas de Representación*", actividades que estén orientadas a la fase de "*Conocimiento*" y actividades que estén enfocadas a la "*Resolución de Problemas*".
- DI: Es decir, que si mi modelo de planeación implica tres tipos de actividades debo tener en claro cada vez que lo planteo dónde están esas actividades porque es mi modelo.
- GI: ¡Exactamente!

En la parte del proyecto final de síntesis

- GI: Miremos la última fase que es la de "*Proyecto final de síntesis*". ¿Qué esperas con esa fase?
- DI: "*Busca que el estudiante aplique el concepto trabajado*" en una situación nueva o en varias... Actividades de proyecto final de síntesis "*busca que el estudiante aplique el concepto trabajado*", "*el recurso fuerte es el problema a solucionar*", el trabajo es colaborativo con menos instrucción y se fomenta la búsqueda autónoma de la solución, "*actividades que permitan recoger información acerca de las comprensiones y las relaciones que puedan hacer con el concepto o conceptos trabajados*", dimensiones del "*Método y formas de comunicación*" miremos cómo está eso en tu planeación...
- GI: ¿En este caso qué estás privilegiando tú... modelación o resolución de problemas?
- DI: Resolución de problemas.
- GI: ¿Cómo estamos privilegiando las formas de comunicación?
- Unas de las cosas que me llamó la atención de estos problemas es tratan de hacer la conexión con otras ciencias... Pues allí yo pensaría en las distintas formas de representar los números racionales.
- GI: ¿Cuál es el método para resolver estos problemas? ¿Cuál creerías que sería la forma de resolver estos problemas? ¿Son problemas según *Santos Trigo*? ¿Tienen múltiples respuestas, múltiples formas de hacerse? ¿La respuesta no es obvia? Simplemente son cuestionamientos para mirarlos, pero va en esa línea y tú aquí estás haciendo, adaptaste unas situaciones.

- DI: Unas de las cosas que me llamó la atención de estos problemas es tratan de hacer la conexión con otras ciencias...
- GI: Si... que eso es una característica interesante... que tiene que ver mucho con la Aplicación. Es un poco de ver las matemáticas en otra parte... y no solamente las matemáticas por las matemáticas.
- DI: La conexión con otras ciencias ayuda a comprender... y de pronto no tendrían las características que enuncia *Santos Trigo*... pero tienen esa relación con otras ciencias...
- GI: ¿Y según el modelo... después que hiciste todo eso te devolviste?
- DI: Y empiezo a plantear la Evaluación Diagnostica...

En la anterior planeación el docente investigador acentuó el uso del marco conceptual de la EpC para plantear una secuencia de desempeños. Haciendo visible, por primera vez, dos notorios avances que antes no había evidenciado: el primer esbozo de categorías de planeación profesional y la introducción de la evaluación diagnóstica continúa para cada fase del desarrollo de la clase.

Las categorías establecidas por el docente investigador se enfocaron en cuatro aspectos: lo algorítmico, de lo conceptual, de las formas de comunicación y de la solución de problemas.

Para esta planeación, esas categorías se hicieron más visibles en la fase de la exploración, ya que, en los otros dos momentos, como la investigación guiada o en el proyecto final de síntesis, persistían rasgos no evolutivos que el docente investigador empieza a estructurar en la consolidación de un modelo propio de planeación utilizando el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC).

También el docente empieza a actuar sobre lo seleccionado, ampliando el alcance de los ejercicios a través de la introducción de preguntas que les permitieran a los estudiantes gestionar su propia comprensión, establecer conexiones con conceptos previos y favoreciendo la realimentación entre ellos.

El docente asumió una posición más crítica y reflexiva frente a las actividades que pretendía desarrollar, no limitándose solamente a transcribir de un libro de texto cualquier ejercicio, sino que empieza a aplicar criterios de búsqueda y selección ajustados a las categorías establecidas que le permitan dar cuenta de comprensiones auténticas en sus estudiantes.

En el modelo de planeación del docente investigador, la primera decisión fue gestionar académicamente la construcción de su propia comprensión conceptual del marco de la EpC, que le permitiera caracterizar cada momento de la ruta de enseñanza. Su propia ruta, ya no una impuesta como requisito de permanencia laboral en una institución educativa determinada o para salir avante de alguna tarea en cualquier seminario de la Maestría.

Sin embargo, en su apropiación del marco, el docente investigador comenzó por definir la posible secuencia de actividades que conformará el desempeño de comprensión, focalizando el propósito de cada una, estableciendo los recursos que usará, determinando las evidencias que se

recolectarán en cada actividad y perfilando la dimensión de la comprensión que se quiere desarrollar.

El docente inicia su ejercicio de planeación profesional consultando el libro de texto guía o consultando otros textos, identificando en ellos actividades que le permitan perfilar la exploración en términos de recordar conceptos, de introducir la temática, de captar la atención de los estudiantes y de hacer consiente conceptos que podrían haber olvidado.

Luego, piensa la evaluación diagnóstica para los desempeños planteando criterios y realimentación para cada momento de la clase. Eso le ayuda a mejorar la redacción de las metas de comprensión, ya que puede identificar nítidamente lo que quiere que el estudiante aprenda o comprenda de los grupos desempeños que caracteriza cada momento de la clase.

Las actividades de exploración deben servir en su entender, como plataforma para la investigación guiada. El recurso fuerte del docente es formular preguntas y actividades en consonancia con los criterios que ha establecido de su ejercicio investigativo, que como ya se señaló, le apunten caracterizar actividades de perfil algorítmico, de tipo conceptual, de tipo comunicativo y de solución de problemas o aplicación.

En esta etapa, el trabajo es colaborativo y recibe mucho acompañamiento del docente en realimentación con actividades que permitan recoger información de los conocimientos previos y concepciones de los estudiantes sobre lo que saben o piensan del concepto. La dimensión de la comprensión que más se favorece en este momento es la conceptual.

Posteriormente, el docente investigador se focaliza en las actividades de investigación guiada que deben favorecer la construcción del concepto matemático central para la unidad temática en cuestión. Las categorías que más perfila son la conceptual, las formas de comunicación y el tipo de problemas que soluciona.

Para ese bloque de actividades, su recurso fuerte es el paso a paso para abordar el concepto, favoreciendo en todo tiempo el trabajo colaborativo con instrucción guiada del docente, con actividades que permitan recoger información sobre el nivel de apropiación del concepto.

Luego vienen las actividades de proyecto final de síntesis, donde el docente investigador busca que los estudiantes apliquen el concepto trabajado. Allí el propósito es fomentar la modelación y resolución de problemas y en ese mismo sentido, el recurso fuerte sería el problema para solucionar. El trabajo de los estudiantes sigue siendo colaborativo, pero con una fuerte reducción instruccional por parte del docente que fomenta la búsqueda autónoma de la solución. La actividad debe permitir recoger información acerca de las comprensiones y relaciones que puede hacer el estudiante con el concepto o con los conceptos trabajados.

Durante cada etapa del proceso, el docente investigador plantea la evaluación diagnóstica para los desempeños, estableciendo criterios y realimentación para cada momento de la clase.

Por último, con ese panorama general, el docente investigador plantea las metas de comprensión para el momento de clase que pretende desarrollar, identificando lo que quiere que el estudiante aprenda o comprenda en cada uno de los desempeños. Terminando por establecer el tópico generativo y el hilo conductor.

3.5. Quinto Ciclo

Nuevamente, en el marco de la asesoría del trabajo de grado, finales del mes de marzo del 2020, el docente investigador socializó al asesor los ajustes a la planeación modelo de acuerdo a las categorías establecidas en la anterior sesión.

Planeación

A continuación, se presenta la planeación ajustada del docente investigador en donde introdujo los cambios sugeridos por el asesor (ver tabla 9). En esta ocasión se seleccionó la planeación de un momento de clase para grado sexto en la temática de Máximo Común Divisor (MCD).

Tabla 9. Planeación ajustada del docente investigador

Grado y materia: 6º Grado área de matemáticas	
Desempeños de comprensión	Evaluación diagnóstica continua
<p>Desempeños de exploración:</p> <p>Algorítmico</p> <p>a. A los estudiantes se les presenta una división efectuada donde se identifican sus partes por los nombres. Luego, el docente les presenta una serie de divisiones donde se describe el proceso de la división, los estudiantes deben decir si el ejercicio tiene errores o está correcto.</p> <p>Eje: Determina si la siguiente división es correcta o incorrecta. La división tiene como dividiendo 2345, como divisor el 93, su cociente es 23 y el residuo es 92.</p> <p><i>[Ejercicio tomado del libro de texto Alfa 6 de editorial Norma].</i></p> <p>b. Los estudiantes deben encontrar los múltiplos y divisores de los siguientes números:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los 10 primeros múltiplos de: 12, 6, 24, 42, 60 • Todos los divisores de: 36, 48, 12, 54, 66 • Luego intentan definir qué es ser un múltiplo y un divisor... Cómo son los dos conjuntos en cuanto a su extensión, 	<p>Realimentación: Informal para los puntos a y b, los mismos estudiantes verificarán sus repuestas usando calculadoras y también de calculadoras de múltiplos y divisores en línea http://nosolomates.es/ayuda/ayuda/divisor.es.htm?numero=36&solucion=</p> <p>Criterios: En los puntos a y b se apreciará el grado de exactitud en que los estudiantes pueden presentar sus operaciones según lo solicitado por el docente.</p> <p>Realimentación: Informal para el punto c, el estudiante hará uso de calculadora de números primos en línea https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/calculadora-de-numeros-primos/ para verificar el mismo si sus repuestas son correctas.</p> <p>Criterios: Para el punto c, se instará a los estudiantes a realizar autocorrección de sus repuestas y de que ellos mismos reporten su nota según el número de aciertos que lograron obtener.</p>

en qué momento se puede parar de escribir múltiplos, en qué momento se puede parar de encontrar divisores, hay divisores de un número más allá de la mitad del número.

- c. Siguiendo en sus grupos, retoman el concepto de número primo y escriben todos los números primos menores de 100. Para ello siguen la técnica de La Criba de Eratóstenes. El paso a paso es proyectado en el televisor del aula y al final los estudiantes deben entregar a modo de quiz el listado de todos los números primos menores que 100. Las instrucciones son las siguientes:

- Empezamos colocando los números del 1 al 100 en una tabla.
- Tachamos el 1, que no se considera un número primo.
- Encerramos el 2, que se considera primo y después de él se tachan todos los múltiplos de 2.
- Encerramos el 3, que se considera primo y después de él tachamos todos los múltiplos de 3.
- Encerramos el 5, que se considera primo y después de él tachamos los múltiplos de 5.
- Encerramos el 7, que se considera primo, y después de él tachamos todos los múltiplos de 7
- El listado de números sobrevivientes son todos los números primos menores que 100.

Conceptual

- d. Luego los estudiantes definen en sus grupos bases qué es un número primo y que es un número compuesto, justifica con ejemplos y socializa en la clase sus conclusiones en participación guiada por el docente.

Formas de comunicación

- e. Escribo si cada enunciado es falso o verdadero y escribo la razón que lo hace verdadero en cada caso ya sea con un argumento o con ejemplo numérico.

Realimentación: Informal para los puntos d y e los estudiantes contrastaran sus definiciones con la del libro de texto.

Criterios: en la que detalla que tanto pudieron los estudiantes acercarse a la definición validada del libro de texto guía. Se tendrá en cuenta la pertinencia de su descripción del proceso de descomposición en factores primos y en comunicación de ideas matemáticas que le permitan a cualquier persona seguir la instrucción que ellos redactaron en la situación hipotética.

<ul style="list-style-type: none"> • Todo número par es divisible por 4. • Todo número impar es divisible por 3. • Algunos números impares son divisibles por 5. • Todo número divisible por 2 y por 3 es divisible por 6. <p>f. Supón que tu mejor amigo no asistió a clases y te ha pedido a ti que le escribas detalladamente en qué consistió la clase para el poder presentar también la tarea que el docente asignó, la cual se trata en descomposición de factores primos. Explícale en tu escrito por qué usas números primos y por qué se multiplican los factores, qué se obtiene cuando se multiplican los factores, de qué maneras se pueden organizar los factores multiplicando uno por uno cada factor u organizándolos como factores de potencias, explica la escritura de potencias y su funcionamiento y procedimiento.</p> <p>Solución de problemas</p> <p>g. Resuelven las siguientes situaciones tomadas del libro guía “Vamos a aprender matemáticas 6”.</p> <ul style="list-style-type: none"> • “¿Qué medida tendrán los trozos de igual longitud en los que puedes cortar una cuerda de 18 cm? Escribe todas las posibilidades. • Pedro tienes tres tablas una de 6 m, otra de 12 m y otra de 18 m. ¿Cómo debe cortarlas en pedazos de la misma longitud (y la máxima posible) sin que se desperdicie madera? 	
<p>Desempeños de investigación guiada:</p> <p>Algorítmico</p> <p>a. En sus grupos los estudiantes hallan todos los divisores por aparte de los siguientes números 6, 12 y 18. Luego el docente les pide que identifiquen los divisores que son</p>	<p>Realimentación: Informal. Para los puntos a, b, c y d nuevamente los estudiantes hacen uso de calculadoras en línea para verificar lo acertado de sus procedimientos.</p> <p>https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/mcd/</p>

comunes en los tres conjuntos y por último de los comunes cual es divisor más grande o máximo. Se les informa que esa sería una forma de hallar el MCD y que esa técnica se llama método largo.

- b. Descompone cada número en sus factores primos y con la descomposición de cada número establece el criterio para encontrar el MCD de los números dados. Éste sería otro método al que podríamos llamar método medio.
- c. Intenta descomponer los tres números de una sola vez, el docente guía la actividad haciendo énfasis en el hecho de que los tres números deben ser divididos por un divisor en común para los tres y que este proceso se detiene cuando ya no hay divisores en común para todos los números involucrados. Ha este proceso lo llamaremos método corto o rápido.
- d. Calcula el MCD de los siguientes grupos de números. Identificando aquellos que son primos entre sí. Tomado del libro guía “Vamos a aprender Matemáticas 6”

Criterios: Para el punto c, se instará a los estudiantes a realizar autocorrección de sus respuestas y de que ellos mismos reporten su nota según el número de aciertos que lograron obtener.

Realimentación: Informal para el punto e los estudiantes contrastaran sus definiciones con la del libro de texto.

Criterios: en la que detalla que tanto pudieron los estudiantes acercarse a la definición validada del libro de texto guía. Se tendrá en cuenta la pertinencia de su definición la cual será validada por el docente.

Ejercitación

1 Calcula el máximo común divisor de los siguientes grupos de números. Identifica aquellos que son primos entre sí.

a. 33 y 12

b. 54 y 36

c. 28 y 39

d. 24 y 39

e. 12, 18 y 27

f. 36, 45 y 127

g. 28, 48 y 53

h. 48, 64 y 98

i. 120, 156 y 228

j. 200, 400 y 600

k. 350, 500 y 925

l. 560, 640 y 820

m. 802, 926 y 888

n. 900, 1 000 y 2 500

Conceptual y Formas de comunicación

- e. Los estudiantes tratan de redactar una definición de lo que sería entonces el concepto de MCD. Es habitual en los estudiantes cuando se les pide definir algo que en realidad describen un ejemplo, aquí se hará énfasis en que puedan escribir una generalización del proceso y que luego la van a contrastar con la definición del libro guía “Vamos a aprender matemáticas 6” para determinar que tanto se acercaron a una definición validada.

Solución de problemas

Resuelve algunas situaciones planteadas en el libro guía “Vamos a aprender matemáticas 6”

<p>Resolución de problemas</p> <p>3 Se tienen 60 lápices, 90 esferos y 120 borradores, y se quieren distribuir paquetes en los que haya estos tres tipos de artículos. ¿Cuál es el máximo número de paquetes que se puede armar usando todos los artículos? ¿Cuántos lápices, esferos y borradores deben ir en cada paquete?</p> <p>4 Un agricultor recoge 96 manzanas, 68 peras y 128 naranjas. Si desea armar cajas de tal forma que en cada una de ellas se encuentre la mayor cantidad posible de frutas, ¿cuántas cajas necesita? ¿Cuántas frutas debe empacar en cada caja?</p> <p>5 Henry necesita empacar en la menor cantidad de cajas, cinta de color rojo y cinta de color verde. Si hay 120 metros de cinta de color rojo y 160 metros de cinta de color verde, ¿qué cantidad de cinta roja y verde deberá empacar Henry en cada caja?</p> <p>6 Alejandra desea cortar una tela de 40 cm de ancho por 60 cm de largo en cuadrados lo más grandes posibles y sin que sobre tela. ¿Cuánto tiene que medir el ancho de cada cuadrado?</p> <p>7 Diana tiene dos cuerdas, una de 200 cm y la otra de 260 cm. Si ella quiere recortarlas en trozos de la misma longitud sin que sobre cuerda, ¿cuál es la longitud máxima de cada uno de los pedazos recortados?</p> <p>8 Un maestro de obra quiere pegar baldosas cuadradas en una habitación de 520 cm de largo por 380 cm de ancho. Si quiere utilizar el menor número de baldosas, ¿qué dimensiones debe tener cada una para cubrir exactamente el piso de la habitación?</p>	
<p>Actividades del proyecto final de síntesis:</p> <p>Aplicación y formas de comunicación</p> <p>Resuelve la siguiente situación en sus grupos, para ellos se les da la información necesaria, pero sin mayores ayudas deben plantear y comunicar por escrito una solución coherente.</p> <p>“La hora punta u hora pico es la denominación que se le da al periodo de tiempo, no necesariamente una hora, en el que regularmente se producen congestiones. Generalmente se refieren a congestiones en la vía pública, y pueden ser una sobredemanda o congestión en las autopistas o avenidas principales como de la saturación del transporte público, y las principales razones por las cuales se producen estas congestiones son debido a que, en las grandes ciudades, la mayor parte de la masa laboral ingresa o se retira de sus puestos de trabajo a una misma hora [https://es.wikipedia.org/wiki/Hora_punta].</p>	<p>Realimentación: Formal. Se tendrá en cuenta la creatividad del estudiante para dar respuesta al problema, la pertinencia de la solución, la originalidad, el uso de procesos matemáticos para justificar sus conclusiones y la manera clara de presentar sus conclusiones usando lenguaje matemático y de palabras para dar respuesta al problema.</p> <p>Criterios: se tendrá en cuenta uso de procesos matemáticos que evidencien apropiación de operaciones básicas y de los conceptos desarrollados durante los momentos previos al proyecto final de síntesis tales como la descomposición de un número en factores primos y el encontrar el MCD de varios números. Que todas las variables están incluidas en la solución.</p>

<p>Justo en un momento de esos, el portal de TransMilenio de Suba se encuentra a punto de colapsar con 27648 usuarios, que se encuentran represadas esperando su transporte. Aparte, dada las circunstancias actuales producidas por la emergencia sanitaria, se ha establecido una normativa que limita a un máximo de 50 personas reunidas en un mismo lugar. Las autoridades estudian la forma de enviar buses que permitan evacuar ese número de personas distribuyéndolas de manera que quepan el máximo número de personas sin que se excedan.</p> <p>Si ellos te piden tu opinión a ti, siendo tú un experto y teniendo en cuenta que en ese momento la empresa solo tiene buses cuya capacidad son de 24, 32 y 48 personas y que el costo del pasaje vale \$1800, \$2200 y \$2400 respectivamente para cada bus según su capacidad.</p> <p>¿Cuántos buses de cada capacidad se necesitarían de modo que sea rentable para la empresa trasportar a sus usuarios y que a la vez no deje a ninguno de ellos sin llegar a su destino?”</p>	
---	--

Reflexión y evaluación

Al igual que en ciclo anterior, la reflexión y evaluación se centró en análisis de planeación presentada. Por ello, se presentan algunos apartados de la discusión entre el asesor y el docente investigador en relación con la planeación presentada (ver tabla 10).

Tabla 10. Apartados de la discusión entre el asesor y el docente investigador en relación con la planeación

Convenciones: DI: docente investigador/ A: Asesor

<ul style="list-style-type: none"> - GI: Sobre la exploración, el literal b ¿Los números que colocaste obedecen a algún patrón o a alguna razón? - DI: Si, más adelante en la misma exploración en la parte de la solución de problemas y en la parte algorítmica de la investigación guiada utilizo los mismos números con el fin de ser posible ellos puedan establecer algún patrón o alguna estrategia que dé cuenta para hallar el MCD. Tenía mis dudas con el punto (C), porque lo planteé como especie de un quiz pero como lo asocio a una actividad de tipo algorítmico, entonces planeé una serie de pasos, ya que en su definición un algoritmo es una serie de pasos
--

lógicos, el ejercicio consiste en encontrar la lista de números primos que hay contenidos del 1 al 100 haciendo la Criba de Eratóstenes pero no explicándoselas, sino, colocando las instrucciones en el tablero o en el televisor para que ellos determinaran ese listado que sería la respuesta y luego intercambiarían cuadernos para calificarlos entre ellos, la idea es determinar los números primos pero no hacerlo del modo rutinario, sino hacer este tipo de ejercicio para hacerlo más retador e interesante.

- GI: ¡Interesante!... igual cumple con el objetivo de la exploración.
- DI: Esa parte ahí la termino y creo que la encadeno con la parte Conceptual cuando les pido a ellos que *“los estudiantes definen en sus grupos bases que es un número primo”* en base a lo que acaban de hacer y ahora que logren encontrar una definición ellos de qué es un número compuesto, justifica con ejemplos y socializa en la clase sus conclusiones en participación guiada por el docente creo que intenté conectar la parte algorítmica con la conceptual, pidiéndoles la definición del número primo en base a todo lo que ellos hicieron ¿qué sería el número primo? y ¿qué sería el número compuesto?

Luego, en las *“formas de comunicación”* propuse un falso y verdadero con unos enunciados y el ejercicio no termina solamente en decir si es falso o verdadero sino en explicar por qué, dar una razón escrita del por qué es falso y del por qué es verdadero, puede ser escrita o justificada mediante un procedimiento.

Termino la parte de la aplicación con los dos problemas del libro guía, me pareció que ya era pertinente incluir el libro allí y entonces trato de abordar las dos situaciones que se proponen para que los estudiantes las resuelvan teniendo en cuenta lo desarrollado antes, considero que podrían haber elementos conceptuales que les podrían dar a ellos las pistas para resolver las dos situaciones, no aplicando necesariamente el MCD sino que ya hay divisores, ya hay números primos, de pronto a alguien se le puede ocurrir algo que yo pueda aprovechar para meterme enseguida con la parte de la investigación guiada... ya hay argumentos que los niños pueden esbozar para resolver ese tipo de problemas.

Después, abordo la parte de la investigación guiada, teniendo en cuenta las categorías que se identificaron en la anterior sesión, las categorías mías no las de otro, empecé de nuevo con la parte algorítmica, tuve en cuenta que la mayoría de los libros de textos presentan métodos cortos y largos de encontrar un MCD.

Luego paso a la parte Conceptual que pensé que la podía asociar de una vez con las formas de comunicación *“Los estudiantes tratan de redactar una definición de lo que sería entonces el concepto de MCD”*. Es habitual en los estudiantes cuando se les pide definir algo que en realidad describen un ejemplo, aquí se hará énfasis en que puedan escribir una generalización del proceso y que luego la van a contrastar con la definición del libro guía *“Vamos a aprender matemáticas 6 para determinar que tanto se acercaron a una definición validada.”*

Luego paso a la aplicación, y tomo nuevamente el libro guía en las situaciones que plantea, vamos a resolver los ejercicios de esas situaciones que hay allí, esos problemitas.

Y por último la actividad de proyecto final de síntesis que lo asocio a la categoría de método y forma de comunicación y plateé un problema en base a algunas indicaciones que leí de *Santos Trigo*.

- GI: ¿Cómo te sentiste planeando esta vez? ¿Qué dificultades experimentaste? ¿Fue más fácil?
- DI: Tenía una guía. Me sentí muy cómodo, fue muy rápido planear, obviamente el trabajo de preparación lleva más tiempo y uno va buscando que todo se vaya ajustando a los criterios y al diagrama.
- GI: Pero fíjate para no perder eso, mira como tener una estructura tiene beneficios... uno; en que te sentiste cómodo. Dos; en que se reduce el tiempo de planeación porque ya puedes poner en práctica todo lo que sabes y te vas orientando, como que hay un criterio para seleccionar los ejercicios, adaptarlos y apoyen al modelo. Eso es potente y es parte de lo que tenemos darle como sustento a ese modelo que quieres presentar, pero nos parece que está bien.

La declaración de un modelo de planeación para dar clases de matemáticas en el marco de la EpC empezó a consolidarse cada vez más como uno de los hallazgos más significativos para el docente investigador en su proceso de maestría. Tener un modelo de planeación facilitaba ostensiblemente la organización de las ideas y las actividades que serían presentadas a los estudiantes en una secuencia categorizada e intencionada, muy distinta a solamente apilar ejercicios algorítmicos que solo ejercitan o desarrollan una sola arista de la comprensión.

Esa secuencia categorizada, asociada a lo algorítmico, a lo conceptual, a las formas de comunicación y a la solución de problemas o aplicación le permite al docente organizar mejor la caracterización de las actividades de los desempeños de comprensión. En este punto, el docente investigador debía alinear el modelo de planeación con la evaluación diagnóstica continua. Para este fin, fue de gran utilidad identificar que el docente investigador utilizaba tres conceptos distintos y que, sin embargo, en el modelo propuesto se evidencia que no hay claridad al respecto y que se declaran indistintamente: medio de evaluación, instrumento y técnica de evaluación.

Consecuente con lo anterior, el docente investigador identifica que está proponiendo un medio de evaluación potente referido al conjunto de actividades. Cuando el estudiante realiza cada una de las actividades propuestas por el docente en lo algorítmico, en lo conceptual, en las formas de comunicación y en la solución de problemas, no solo está aprendiendo, sino que, a la vez, está devolviendo información que le permite al docente y a él evaluar el proceso de aprendizaje, a eso se le llama “medio”.

El análisis también permite identificar que, aunque el docente redacta criterios de evaluación, aún le falta construir un instrumento de evaluación que le permite al estudiante, al docente o los compañeros capturar información sobre el aprendizaje derivado de los productos obtenidos en las diferentes actividades que componen el desempeño.

Suponiendo que en la primera actividad el estudiante tiene que hacer unos ejercicios operativos y luego verifica si acertó o no, eso es posible utilizando una lista de chequeo. En lo conceptual, quizás el instrumento adecuado sea una rúbrica.

Por lo anterior, y teniendo en cuenta que los procesos algorítmicos y conceptuales son similares y solo cambian en la temática, el docente investigador identifica la posibilidad de diseñar una lista de chequeo y una rúbrica con criterios similares. Para el caso de la rúbrica, estos criterios le permitirán revisar una definición que tuvo que construir o que escribió otro en relación con el vocabulario, la claridad de concepto y la redacción.

En la resolución de problemas, la rúbrica también puede ser un instrumento apropiado. En este caso, los criterios a evaluar serían el uso de procesos matemáticos, la apropiación de operaciones básicas, los conceptos desarrollados y la creatividad.

Además, se plantea una división por niveles; por lo tanto, si en estos ejercicios se pensara cómo son esos instrumentos que permiten recoger esa información de la evaluación, las acciones realimentación con distintos actores sería un poco más fáciles de hacer y le permitirían al docente investigador calificar con mayor facilidad y hasta podría identificar las habilidades de sus estudiantes.

En conclusión, el docente investigador tiene en teoría de evaluación, lo que se conoce como medios de evaluación, que es todo esto que diseña en actividades. Los instrumentos de evaluación que no es aún claro cómo van a realizar esos análisis, pero que ya tiene los criterios que son la base para hacer esos instrumentos.

En cuanto a la técnica, que pueden ser técnicas de observación, de comparación, técnicas donde solo participa el profesor o técnicas donde participan los estudiantes. Definiendo lo anterior, este modelo podría quedar mejor establecido teniendo claridad sobre cuáles son los criterios, afinando algunos instrumentos de evaluación, que como ya se ha determinado existen patrones en lo algorítmico, en lo conceptual, en las formas de comunicación y en la resolución de problemas.

Esos patrones se repetirían no importa cuál fuese el tema. Esos instrumentos se pueden usar en varios momentos, sin que esto suponga que el docente investigador tenga que diseñar una rúbrica cada vez que tenga un tema nuevo, porque la rúbrica lo que está buscando no es el tema sino la habilidad para argumentar o para conceptualizar, la habilidad para hacer procesos algorítmicos o la habilidad para resolver problemas. En ese sentido, se puede aplicar en varios momentos la misma rúbrica.

Lo anterior organizaría mejor la parte de la evaluación continua, puesto que se tiene cómo generar criterios en este modelo, aunque esos criterios hay que volverlos instrumentos, y los instrumentos son: rúbricas, listas de chequeo, elementos que permitan devolver una información de dónde es que el estudiante puede mejorar y ese es un poco el principio de evaluación, la evaluación como evaluación formativa.

Con los insumos de los criterios y la realimentación, es posible diseñar instrumentos para verificar qué tanto aprendió el estudiante aquello que el docente planteó que aprendiera. Esos instrumentos son las rúbricas o las listas de chequeo que tendrían como encabezado esos mismos criterios. Uno de esos criterios es que el estudiante sea creativo al momento de resolver un problema. Ahora bien, esa creatividad se puede dividir en niveles, estableciendo la acción de que “el estudiante sea creativo al momento de plantear una solución” como la máxima aspiración. Pero

también podemos pensar en un estudiante poco creativo, cuyo criterio podría definirse tal vez en los siguientes términos: “el estudiante copia la solución de Google”. Luego el nivel más bajo se podría constituir como: “copia la respuesta o el procedimiento del libro o de otros”. Por lo tanto, cuando el docente aprecia lo que el estudiante está devolviendo en el ejercicio, en la guía o en el taller es una réplica de lo realizado en el tablero, en el libro o en la página de internet; se podría concluir que el estudiante está siendo repetitivo y no ha alcanzado el nivel de desempeño deseado.

Ese nivel de desempeño, asociado con la creatividad y la excelencia, promulgaría que el estudiante hace uso de todas las herramientas a su alcance, tanto las vistas en el curso u otras que él pueda aplicar de forma adecuada, de forma novedosa para dar solución a un problema. El estudiante muy creativo es que de todas esas formas encuentra otras formas de resolver el problema, pero teniendo la capacidad de comparar las soluciones y saber cuál es la mejor y cuál es la menos efectiva. Teniendo en cuenta lo anterior, aquí solo se está evaluando la creatividad porque lo que se está haciendo es dividir toda la habilidad de resolución de problemas en unos criterios que van desde lo poco creativo “repetiendo lo que otro hizo”, lo medianamente creativo “sigue pasos y aplica lo visto en clase” y lo muy creativo en términos de “aplica una solución eficaz y novedosa al problema”.

Por último, el docente presentaría para el próximo ciclo los ajustes sugeridos a la evaluación diagnóstica continua, ajustando también según la ruta establecida por él mismo, para que responda también a las necesidades del modelo y de las categorías establecidas.

3.6.Sexto ciclo

En la asesoría trabajo de grado, realizada a mediados de abril del 2020, la discusión se centró en la evaluación diagnóstica continúa tomando como referente la planeación presentada en el quinto ciclo. El docente investigador presentó una organización de criterios y formas de realimentación por cada una de las categorías trabajadas en los ciclos anteriores (algorítmico, conceptual, formas de comunicación y la solución de problemas). Además, presentó dos instrumentos de evaluación diseñados a partir de la organización realizada. A continuación, se presentan los ajustes realizados a la planeación de la evaluación diagnóstica (ver tabla 11).

Tabla 11. Ajustes realizados a la planeación de la evaluación diagnóstica

Evaluación diagnostica continua
Para los desempeños de exploración
<p>Aspectos Algorítmicos</p> <p>Realimentación: Informal para los puntos a y b, los mismos estudiantes verificaran sus repuestas usando calculadoras y también de calculadoras de múltiplos y divisores en línea http://nosolomates.es/ayuda/ayuda/divisores.htm?numero=36&solucion=</p> <p>Criterios: En los puntos a y b se apreciará el grado de exactitud en que los estudiantes pueden presentar sus operaciones según lo solicitado por el docente.</p>

Realimentación: Informal para el punto c, el estudiante hará uso de calculadora de números primos en línea <https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/calculadora-de-numeros-primos/> para verificar el mismo si sus respuestas son correctas.

Criterios: Para el punto c, se instará a los estudiantes a realizar autocorrección de sus respuestas y de que ellos mismos reporten su nota según el número de aciertos que lograron obtener.

Aspectos Conceptuales

Realimentación: Informal para los puntos d y e los estudiantes contrastaran sus definiciones con la del libro de texto.

Criterios: en la que detalla que tanto pudieron los estudiantes acercarse a la definición validada del libro de texto guía. Se tendrá en cuenta la pertinencia de su descripción del proceso de descomposición en factores primos y en comunicación de ideas matemáticas que le permitan a cualquier persona seguir la instrucción que ellos redactaron en la situación hipotética.

Desempeños de investigación guiada:

Aspectos Algorítmicos

Realimentación: Informal. Para los puntos a, b, c y d nuevamente los estudiantes hacen uso de calculadoras en línea para verificar lo acertado de sus procedimientos.

<https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/mcd/>

Criterios: Para el punto c, se instará a los estudiantes a realizar autocorrección de sus respuestas y de que ellos mismos reporten su nota según el número de aciertos que lograron obtener.

Aspectos Conceptuales

Realimentación: Informal para el punto e los estudiantes contrastaran sus definiciones con la del libro de texto.

Criterios: en la que detalla que tanto pudieron los estudiantes acercarse a la definición validada del libro de texto guía. Se tendrá en cuenta la pertinencia de su definición la cual será validada por el docente.

Desempeños de proyecto final de síntesis:

Aspectos de las formas de comunicación

Realimentación: Formal. Se tendrá en cuenta la creatividad del estudiante para dar respuesta al problema, la pertinencia de la solución, la originalidad, el uso de procesos matemáticos para justificar sus conclusiones y la manera clara de presentar sus conclusiones usando lenguaje matemático y de palabras para dar respuesta al problema.

Criterios: se tendrá en cuenta uso de procesos matemáticos que evidencien apropiación de operaciones básicas y de los conceptos desarrollados durante los momentos previos al proyecto final de síntesis tales como la descomposición de un

número en factores primos y el encontrar el MCD de varios números. Que todas las variables están incluidas en la solución.

A continuación, se muestra la lista de chequeo (ver tabla 12) y la rúbrica (ver tabla 13). Que el docente investigador diseño para su planeación

Tabla 12. Lista de chequeo

LISTA DE CHEQUEO			
CRITERIO		SI	NO
Criterio 1 Conceptual	Identifica las partes de una división y las ubica correctamente según sus posiciones.		
Criterio 2 Algorítmico	Realiza correctamente el repartimiento entre un número y otro dependiendo del número de cifras que hay en divisor.		
Criterio 3 Algorítmico	Hace uso del algoritmo de la división aritmética para comprobar que una división es correcta.		
Criterio 4 Algorítmico	Realiza seguimiento estricto de instrucciones.		
Criterio 5 Conceptual	El estudiante implementa una estrategia que le permite identificar correctamente todos los divisores de un número y la mayor cantidad de múltiplos de otro número dado.		
Criterio 6 Conceptual	Realiza el manejo de los criterios de divisibilidad con suficiencia que le permite establecer una ruta propia ya sea ascendente o		

	descendente entre los divisores.		
--	----------------------------------	--	--

Tabla 13. Rúbrica de evaluación conceptual

RÚBRICA DE EVALUACIÓN CONCEPTUAL			
	1	2	3
(A) Definición de un número primo	Captura las condiciones básicas que definen un número primo tales como de tener solo dos divisores	Solo tiene en cuenta alguna de las dos condiciones básicas que define un número primo.	Se le dificulta establecer conceptualmente las condiciones que define un número primo.
(B) Definición de número compuesto	Captura las condiciones básicas que definen un número compuesto tal como de tener infinitos múltiplos.	Asume que los múltiplos de un número son finitos o no tiene en cuenta colocar los puntos suspensivos que así lo indiquen.	Confunde el concepto de compuesto con el de divisor o no logra determinar el número de múltiplos pedido en el ejercicio.
(C) Descomponer un número en factores primos	Relaciona correctamente que todo número compuesto se puede expresar como un producto de factores primos	Descompone correctamente algunos números compuestos o escribe el desarrollo del producto de números primos de manera desordenada.	Presenta dificultades para aplicar los criterios de divisibilidad, utiliza números compuestos en la descomposición y no logra determinar una definición.
(D) Para los problemas planteados en el formulario.	Presenta soluciones originales que le permiten dar una solución razonable al problema atendiendo a todas las variables planteadas en el mismo	Presenta una solución aceptable que puede sustraer algunas variables dadas en el problema o que en el desarrollo manifestó dificultades.	No soluciona el problema o que en el proceso de solución olvida las condiciones dadas ofreciendo una solución descontextualizada.

Reflexión y evaluación

El docente investigador ya contaba con la forma de generar criterios en su modelo, sin embargo, esos criterios sirvieron de base para la construcción de instrumentos. Se diseñó una lista de chequeo, cuyo propósito era recolectar información sobre el avance de los aprendizajes de los estudiantes en las categorías algorítmica y conceptual.

Como se puede observar, en la lista de chequeo diseñada (tabla 12) los criterios 2, 3 y 4 están enfocados a la evaluación de categorías algorítmicas; en este caso, asociadas con el cálculo del MCD de un conjunto de números.

Al analizar los criterios de la lista de chequeo, es posible identificar tres características que permitirían al docente evaluar el aprendizaje algorítmico. Si el estudiante realiza correctamente procedimientos u operaciones, hace uso de algoritmos para obtener resultados y realiza el seguimiento estricto de instrucciones, podemos, en cierta medida, afirmar que avanza en el desarrollo de sus habilidades algorítmicas. Las anteriores características fácilmente se podrían extrapolar a diferentes temáticas matemáticas.

Por otro lado, en la misma lista de chequeo, hay otras tres características que le permitirían a un docente determinar si el estudiante está alcanzando aprendizajes de tipo conceptual, que también pueden proyectarse a toda temática. Esas características están asociadas a la identificación de las partes de una operación o procedimiento, la aplicación de estrategias que permitan identificar patrones y realización procesos reversibles en operaciones y procedimientos matemáticos.

En cuanto a la rúbrica, las características predominantes que tendría en cuenta un docente al momento de hacer seguimiento a los aprendizajes asociados con las formas de comunicación, la construcción conceptual y la solución de problemas estarían enfocados a la identificación de características que definen un objeto matemático, la utilización de distintos sistemas de representación para expresar un objeto matemático y el uso de herramientas para dar una solución y verificar la pertinencia de la respuesta.

Como última recomendación en este ciclo, se le pidió al docente investigador que redactara las metas de comprensión, los hilos y el tópico generativo. El producto de este ajuste se presenta en el siguiente ciclo.

3.7.Séptimo Ciclo

Finalmente, el docente investigador en este punto del proceso, finales de abril de 2020, terminaría el ciclo de planeación planteando las metas, hilos y tópicos de la planeación. El docente investigador con los insumos de los criterios y la realimentación presentados en el sexto ciclo, declara las metas de comprensión que espera el estudiante logre en esta unidad.

Identificadas las metas, se contrastaron con los estándares del Ministerio de Educación para adaptar uno de ellos y declarar el hilo. Finalmente, revisando la temática, el hilo y las metas se planteó un tópico para la unidad.

A continuación, se presenta el resultado (ver tabla 14).

Tabla 14. Unidad diseñada

Metas de comprensión
<p>El estudiante comprenderá que el Máximo Común Divisor de dos o más números naturales es el mayor número que los divide sin dejar resto (Conceptual).</p> <p>El estudiante comprenderá que haciendo uso de conceptos como el del múltiplo, el divisor, el número primo, la descomposición en factores primos puede determinar el mayor número que divide a otros números sin dejar residuo (Método).</p> <p>El estudiante comprenderá que el Máximo Común Divisor sirve para solucionar situaciones problemas que obedecen a un modelo donde se debe realizar un tipo especial de reparto (Propósito).</p> <p>El estudiante comprenderá que para expresar correctamente sus ideas acerca del concepto de Máximo Común Divisor debe hacer uso de símbolos, operaciones y definiciones matemáticas para expresar lo que sabe (Formas de comunicación).</p>

Tópico generativo
Los números y sus relaciones... más allá de contar y saber quién es mayor o menor.

Hilo
El estudiante resuelve y formula problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, la de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

Reflexión y evaluación

El docente investigador, a lo largo de estos ciclos, ha documentado conscientemente su evolución en la forma de planear. Ha mostrado que tiene una estructura que está reforzada teóricamente sin importar el tema, por lo tanto, es posible concluir que la planeación ha migrado en su forma y fondo. El docente investigador ya sabe que al planear una temática comienza a pensar las fases tomando decisiones, por ejemplo, en la sola etapa de exploración buscando componentes algorítmicos, conceptuales, de comunicación y de resolución de problemas.

Para el docente investigador, la planeación en el marco de la EpC es un ejercicio que realiza el profesor para diseñar actividades, formas de seguimiento y distintas interacciones que buscan la comprensión de los estudiantes. Por lo tanto, planear, básicamente, significa anticiparse a lo que va a suceder en la clase y eso incluye tanto lo que piensa que sea más importante enseñar como las reacciones o los pensamientos de los estudiantes frente a esas actividades que va a proponer.

Esa definición como una acción profesional del sujeto que enseña donde toma decisiones sobre la actividad que va a proponer, sobre el medio que va a proponer, sobre la forma en que va a hacer el seguimiento de esa comprensión y sobre la forma en que va a realimentar esa información que recibe.

Entonces, el modelo que el docente investigador está planteando lo ha llevado a realizar unas reflexiones distintas a las que hubiese realizado dos años atrás en una etapa muy incipiente de su práctica pedagógica donde la planeación se limitaba a transcribir del libro de texto, acción que ya él no puede hacer porque ha adquirido una estructura y una comprensión distintas.

4. HALLAZGOS Y CONCLUSIONES

En este apartado se reportan los principales hallazgos y comprensiones alcanzadas por el docente investigador en relación con su práctica de enseñanza. Una vez analizados los datos recolectados a través de los siete ciclos de reflexión, se identifica un modelo de planeación para las clases de matemáticas soportado en el marco de la Enseñanza para la Comprensión. A continuación, se presentará las características y estructura del modelo de planeación identificado.

El docente investigador encontró en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) un soporte conceptual para orientar su práctica de enseñanza. Ese marco le ayudó a estructurar las acciones de planeación facilitándole el análisis, diseño, puesta en práctica y evaluación de desempeños centrados en el desarrollo de la comprensión de sus estudiantes (Stone, 1999, p. 25).

Es por ello, que la agenda principal del docente investigador es disponer, apoyar y armar secuencias de desempeños de comprensión (Perkins, 1999, p. 86); por lo tanto, hace parte integral de su cotidianidad encontrar en la planeación desde el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión una muy buena forma de organizar su práctica de enseñanza.

Una de las metas de la investigación era comprender el proceso que implica conectar el marco conceptual de la EpC con el pensamiento y la práctica del docente (Stone, Hammerness & Wilson, 1999, p. 146), de tal forma que se constituyera en una herramienta para realizar planeaciones de sus clases con características profesionales.

Esto se debe a que el docente investigador determinó que antes de la investigación no tenía un modelo de planeación que orientara lo que hacía todos los días y eso provocaba que su práctica de enseñanza estuviera en niveles ingenuos, aunque con la aplicación del marco de la EpC identificó una gran oportunidad de orientar sus procesos de planeación. En este sentido, el marco le ha brindado una ruta para profesionalizar su acción de planeación. Sirviéndole como una herramienta, un modelo, un método y una guía que le ayuda a planear sus clases.

Lo anterior significa para el docente investigador que el marco conceptual de la EpC le ha permitido convertir el conocimiento en una herramienta reflexiva para diseñar, implementar y

evaluar las actividades que componen los desempeños de comprensión. La investigación sobre el desarrollo y el uso de este marco conceptual no sólo generó actividades y estrategias de aula novedosas, sino que también iluminó las condiciones que promueven la práctica reflexiva (Stone, 1999, p. 25).

4.1. Propuesta de un modelo de planeación identificado para clases de matemáticas en el marco de la EpC

Tradicionalmente, la ruta abordada para realizar planeaciones en el marco de la EpC parte de lo general a lo específico. Se parte por la declaración de hilos conductores, que resultan ser metas abarcadoras que describen las comprensiones más importantes que deberían desarrollar los estudiantes durante todo el curso (Outerbridge & Blythe, 1999, p. 71).

Luego se formula el tópico generativo, que es la idea central que orienta el curso, esta debe ser accesible e interesante para los estudiantes y vinculados con las pasiones del docente (Stone, 1999, p. 24). Después, se plantean las metas de comprensión, que definen de manera más específica las ideas, procesos, relaciones o preguntas que los estudiantes comprenderán mejor por medio de su indagación (Stone, 1999, p. 101).

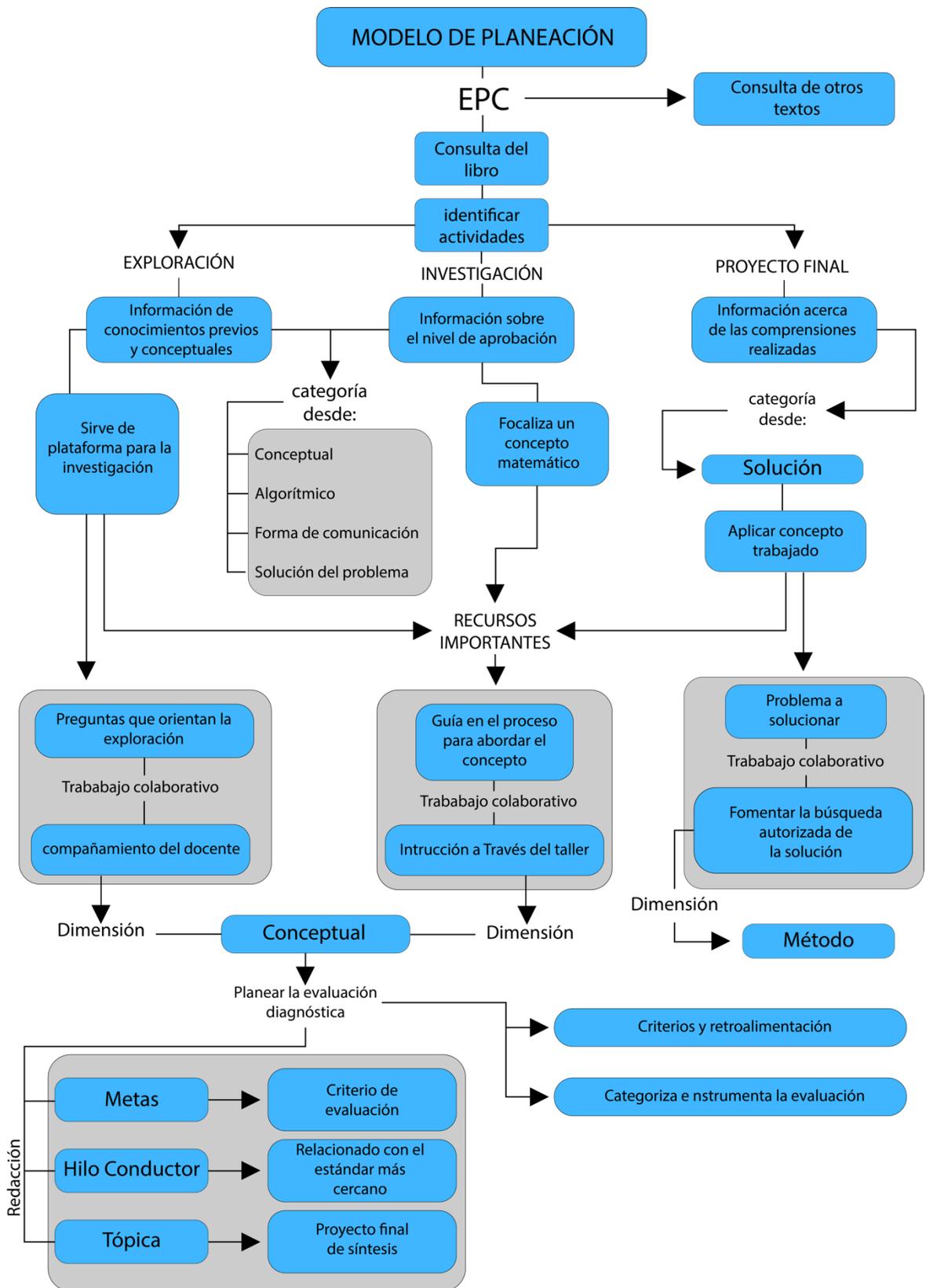
Posteriormente, se establecen los desempeños de comprensión que se definen como el conjunto de actividades que el docente propone a los estudiantes para extender, sintetizar y aplicar lo que saben (Stone, 1999, p. 25). Terminado en la evaluación diagnóstica continua, cuyos factores constantes son los criterios públicamente explicitados, la realimentación regular y la reflexión durante el proceso de aprendizaje (Perkins & Blythe, 1999, p. 48).

En este modelo, se propone invertir el orden tradicional anteriormente descrito, comenzando por definir la posible secuencia de actividades que conformará el desempeño de comprensión, focalizando el propósito de cada una, estableciendo los recursos que usará, determinando las evidencias que se recolectarán en cada actividad y perfilando la dimensión de la comprensión que se quiere desarrollar. Lo anterior, coincide con lo propuesto por Blythe (1999) cuando afirma que “empezar por los desempeños y trabajar luego con las metas- es utilizado por muchos docentes que suelen tener una suerte de “olfato” –basado en años de experiencia en el aula- para descubrir las actividades que a los alumnos les resultarán más fructíferas” (Blythe (1999, p. 90).

4.2. La nueva ruta propuesta para abordar la planeación

Atendiendo a la acción natural de planeación natural de un docente, se estructura una propuesta que parte de la revisión de contenidos y actividades en libros de texto, el diseño de actividades y su organización por desempeños, el diseño de instrumentos y selección de técnicas de evaluación y la revisión y adaptación de metas, tópicos e hilos conductores que orientan la unidad de comprensión.

A continuación, presentamos el modelo de planeación propuesto:



4.3.Revisión conceptual de los contenidos a trabajar

No obstante, la gran variedad de recursos educativos existentes y los avances producidos en el campo tecnológico, la práctica de enseñanza se sigue apoyando en el libro de texto como herramienta central de planeación e intervención (Cabero, Duarte, & Barroso, 1989; García Mateos& Caballero García, 2005). Las ideas de muchos docentes sobre sus actividades están definidas en los libros de texto, que están acostumbrados a usar. A menudo estas actividades son demasiados amplias y superficiales, centradas en hechos, operaciones con fórmulas y conjuntos poco profundos y excesivamente amplios de información más que en las “grandes ideas” (Stone, 1999, p.103).

Por lo anterior, un modelo de planeación que respete la acción natural del docente parte de esta práctica habitual. Sin embargo, la acción no se puede limitar a la copia de contenidos y ejercicios, sino que requiere una revisión y análisis de los conceptos presentados y de la estructura de los ejercicios propuestos. Es poco probable que los docentes cuya familiaridad con su materia está configurada primordialmente por libros de texto imaginen metas que puedan exigir reemplazar o alterar la secuencia de los tópicos en materiales tradicionales (Stone, 1999, p. 104).

Por lo anterior, no necesariamente el profesor debe seguir el libro al pie de la letra, apoyado en su experiencia y construcción conceptual, él puede seguir el orden lógico de desarrollo que considere conveniente (Murillo, 2003). De igual forma, los ejercicios, actividades y sugerencias presentadas ayudaran al profesor en la generación de ideas que soporten su planeación.

Consecuentemente, la primera fase del modelo de planeación requiere de una consulta, por parte del docente, de diversas fuentes. Esta consulta debe orientarse al refuerzo conceptual y a la exploración de distintas actividades que favorezcan las comprensiones de los estudiantes. Como resultado de esta búsqueda, el docente configurará un mapa conceptual asociado al objeto o procedimiento matemático a trabajar y un listado de posibles actividades y recursos que le servirán de insumos para la organización de los desempeños de comprensión.

4.4.Diseño de actividades que conforman los desempeños de comprensión

Según Blythe (1999), los desempeños de comprensión son actividades que exigen de los estudiantes usar sus conocimientos previos de maneras nuevas o en situaciones diferentes para construir la comprensión del tópico de la unidad. Los desempeños se refieren en rigor a las actividades de aprendizaje que brindan tanto al docente como a sus estudiantes la oportunidad de constatar el desarrollo de la comprensión a lo largo del tiempo, en situaciones nuevas y desafiantes (Blythe 1999, p.96).

En concordancia con la definición de Blythe, en el modelo, se entiende el desempeño de comprensión como un conjunto de actividades estructuradas y orientadas a la consecución de una comprensión particular por parte del estudiante.

Las actividades que componen los desempeños de comprensión deben ir más allá de la memorización y la rutina. Deben involucrar al estudiante en acciones que le exijan extender, sintetizar y aplicar lo que saben. Materializando su comprensión en productos concretos que le permitan a él y al docente monitorear sus avances (Blythe, 1999).

Por esta razón, los desempeños de comprensión toman tiempo y deben desarrollarse progresivamente para ayudar a los estudiantes a transferir su comprensión a contextos nuevos (Stone, 1999, p. 185); por lo anterior, las actividades que componen el desempeño deben proponer al estudiante tareas intelectualmente estimulantes (Blythe, 1999). Es por esto que las acciones que desarrolla el estudiante al realizar la tarea se enfocan en la explicación, la aplicación, la evaluación y la reflexión.

4.5. Actividades de exploración

Las actividades de exploración sirven para atraer al estudiante al concepto central que se quiere desarrollar, ayudan a ver conexiones entre el concepto planteado y sus experiencias previas (Stone, 1999). De igual forma, estas actividades permiten al docente estimar la comprensión común de los estudiantes alrededor de ese concepto (Blythe, 1999).

En ese sentido, estas actividades podrían ser relativamente simples o elementales en rigor académico (Blythe, 1999). En esencia buscan establecer conexiones entre el conocimiento nuevo y el previo, explorar conceptos y ofrecer información tanto al docente como al estudiante, acerca de los saberes previos y aquello que están interesados en aprender (Stone, 1999, p.112).

En consecuencia, el modelo propone la selección y adecuación de las actividades identificadas en los libros de texto que sirvan para recordar conceptos asociados al nuevo concepto, introducir la temática y focalizar la atención del estudiante sobre la actividad. La estructura de las tareas propuestas debe ofrecer evidencias que permita visualizar las concepciones y creencias de las estudiantes asociadas con el concepto a trabajar (Ritchhart, Church & Morrison, 2014, p. 64).

Para tomar la decisión de si alguna actividad tiene perfil exploratorio, los libros de texto pueden dar alguna pista, ya que generalmente se ubican al inicio de la lección. En algunos libros de texto, se asigna a estas actividades nombres como “saberes previos”, “conexión” o incluso “exploración”; sin embargo, no es suficiente con copiar y pegar el ejercicio del libro a la planeación, sino que se requiere una adaptación al contexto cercano del estudiante, a los objetivos de aprendizaje propuestos por el docente y que permita conexiones con las siguientes etapas del desempeño. En palabras de Stone (1999), “él <docente> perfila sus desempeños de exploración pensando en plantar las semillas de la investigación guiada” (p.177).

Un recurso que permite hacer la adaptación de estos recursos del libro para convertirlos en actividades de un desempeño de comprensión, en diseñar preguntas que orienten la exploración. Por ejemplo, frente a un ejercicio común de suma de fracciones, el profesor puede preguntar a los estudiantes ¿qué entiendes por fracción?, ¿qué es la suma?, ¿qué métodos conoces para sumar fracciones?, ¿en qué se utiliza la suma de fracciones?, entre otras. Eso lo hace con el fin de despertar en los estudiantes un interés reflexivo hacia la materia que están aprendiendo (Blythe & Perkins, 1999, p.36) y comprometerlos activamente en convertir las ideas en propias (Perrone, 1999, p. 66).

Otro recurso que el modelo propone para realizar la adaptación de las actividades es la organización por categorías. La investigación permitió identificar cuatro posibles categorías de actividades en la etapa de exploración que sirven también de plataforma en las etapas de investigación guiada y de proyecto final de síntesis. Esos criterios están asociados a lo operativo

o lo algorítmico, a lo conceptual, a las formas de comunicación o representación y a la solución de problemas.

La categoría algorítmica implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, que procuran aumentar la velocidad y precisión de la ejecución de ejercicios (MEN, 2006, p. 55). Pueden ser utilizados con propósitos múltiples por parte del docente, ya sean para explicar el sentido de lo que hacen, repasar un concepto, enfocarse a una estrategia de solución o comunicar ideas asociadas al algoritmo. (Fandiño, 2010, p. 60).

La categoría conceptual la conforman actividades encaminadas a la definición de conceptos matemáticos, la búsqueda de relaciones entre distintos conceptos y la argumentación de procedimientos, técnicas o estrategias. Busca que los estudiantes trasciendan de perspectivas intuitivas o no escolarizadas a moverse con flexibilidad entre ejemplos y generalizaciones en una red conceptual coherente y rica (Boix & Gardner, 1999, p. 230). Esas construcciones pueden y deben construirse en “*comunidad*” dándoles aquellos significados que emergen y se concretizan precisamente en la acción de negociación (Fandiño, 2010, p. 43). En resumen, considera que lo más importante son los conceptos detrás o debajo de los símbolos y el sistema conceptual que se piensa, se construye y se elabora mentalmente (Vasco, 1985, p. 15).

En la categoría de las formas de comunicación, las actividades se enfocan a la adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas que posibiliten y fomenten la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones (MEN, 2006. P. 54). Además, promueven el uso de distintos lenguajes con el cual se va a comunicar las matemáticas natural, oral o escrito, lenguaje simbólico específico, diseños, figuras, esquemas, íconos y lenguaje no verbales (Fandiño, 2010, p. 134), es decir, en el proceso por el cual la matemática es comunicada a otros (Boix & Gardner, 1999, p. 237).

La categoría de resolución de problemas, la conforman actividades suscitadas por una situación problema, que permiten desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas (MEN, 2006, p. 54). Entendiendo de ese modo las matemáticas como un campo integrado, que ayudar a los estudiantes a resolver problemas, comunicarse, razonar y hacer conexiones. (Perrone, 1999, p. 55).

4.6. Actividades de investigación guiada

En las actividades de investigación guiada, los estudiantes deben centrar su atención en aspectos concretos del concepto que resultan importantes para el docente (Blythe, 1999, p. 100). De ese modo, las actividades giran alrededor de construir un concepto o procedimiento matemático.

Las actividades se orientan de acuerdo con las categorías definidas por el modelo a fortalecer aprendizajes algorítmicos, lo conceptuales, asociado a las formas de comunicación y a la resolución de problemas. Se espera con estas actividades contribuir a la construcción del concepto o procedimiento matemático y proyectar sus posibles aplicaciones. En esta etapa el paso a paso desarrollado en cada una de las actividades se convierte en orientación o guía para acompañar al estudiante en la construcción conceptual.

En ese sentido, las actividades propuestas a los estudiantes se orientan a la aplicación del concepto o procedimiento matemático estudiado, a las técnicas y métodos operativos, a encontrar conexiones entre conceptos y poner en práctica una comprensión cada vez más compleja y sofisticada (Stone, 1999, p. 113).

La investigación realizada muestra que el trabajo colaborativo favorece la comprensión en esta etapa. Las actividades que incentivan el trabajo en grupos pequeños donde los estudiantes realizan el registro de sus ideas, preguntas y conclusiones permiten recolectar información sobre el nivel de apropiación del concepto, como también valorar el avance y resolver interrogantes con el fin de ayudarlos a organizar sus pensamientos y articular sus ideas (Ritchhart, Stone, Buchovecky, Hetland, 1999, p. 178).

En el mismo sentido, el proceso de realimentación de estudiantes con el docente y entre pares se facilita, ya que permite a los estudiantes explicar sus acciones, manifestar y resolver sus propias dificultades. De otra parte, brinda al docente la posibilidad de monitorear el proceso de aprendizaje y realizar intervenciones apropiadas (Ritchhart, Stone, Buchovecky, Hetland, 1999, p. 180).

4.7. Actividades de proyecto final de síntesis

Una vez explorado y desarrollado el concepto central que se focalizó en las etapas de exploración e investigación guiada, se inicia la fase del proyecto final de síntesis. El conjunto de actividades que conforman este momento resulta ser más complejas y exigen que los estudiantes integren las distintas comprensiones desarrolladas en los desempeños anteriores, permitiendo que sintetizen y demuestren la comprensión desarrollada (Blythe, 1999: 101).

Consecuentemente, se busca que el estudiante aplique el concepto central trabajado (Stone, 1999, p. 113). Esa claridad exige proponer al estudiante problemas reales que lo inviten a descifrarlo, estudiarlo y proponer soluciones (Blythe, 1999, p. 103). En este sentido, las actividades deben girar alrededor de una situación problema.

Retomando los estándares de Ministerio de Educación Nacional (MEN) se establece claramente que la formulación, el tratamiento y la resolución de problemas permiten desarrollar en el estudiante una actitud perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas (MEN, 2006, p.13)

Según Polya (1945) las actividades orientadas a la solución de problemas matemáticos deben considerar cuatro componentes importantes: entender un problema, diseñar un plan de solución, la implementación del plan y evaluar los resultados, el proceso y plausibilidad de la solución. En este sentido, la fase de proyecto final de síntesis debe proponer actividades que inviten al estudiante a desarrollar cada uno de estos pasos en la resolución de la situación problema planteada.

La resolución de problemas es un proceso donde se observa una distinción entre la respuesta que un estudiante reporta como solución a una situación problema y los métodos y procedimientos que utilizó para llegar a tal solución (Branca, 1980). En este sentido, las actividades de esta fase deben privilegiar más el proceso que la respuesta, focalizar la acción en las estrategias de solución y en el uso de conceptos matemáticos para llegar a posibles soluciones.

En palabras de Fandiño (2010) “Se requiere convencer a los estudiantes que lo que cuenta es el proceso más que el producto y, en la actividad estratégica de resolución de problemas, esto es lampante” (p.24).

Por otro lado, la interacción entre los estudiantes sigue siendo colaborativa, aunque se invita a los estudiantes a trabajar de maneras más independiente (Stone, 1999, p. 113). Fomentando la búsqueda autónoma de la solución al problema propuesto e invitando al estudiante a la socialización y argumentación de los resultados obtenidos.

Hasta aquí se ha presentado la estructura de las actividades que propone el modelo de planeación derivado de la investigación. Una vez el docente ha estructurado el conjunto de actividades que componen su desempeño de comprensión tendrá insumos suficientes para iniciar la planeación de las acciones de evaluación que adelantará para acompañar el proceso de comprensión de sus estudiantes.

4.8. Diseño de instrumentos y selección de técnicas de evaluación

En esta fase el docente focalizará sus acciones de planeación en el diseño de instrumentos y la selección de técnicas de recolección de información que permitan a él y a sus estudiantes monitorear continuamente el proceso de aprendizaje.

Es importante en este punto definir qué entendemos en el modelo por instrumento y técnica de evaluación. Al respecto Hamodi, López & López (2015) definen tres conceptos asociados medio, técnica e instrumento de evaluación.

Los autores definen los medios de evaluación como “todas y cada una de las producciones del alumnado que sirven para demostrar lo que los discentes han aprendido” (Hamodi, López & López (2015, p.59). En el modelo cada una de las actividades planteadas por el docente se convierten en medios que proveen información sobre el aprendizaje del estudiante. Por lo tanto, es necesario identificar las evidencias que se derivan de la acción que el estudiante ejecuta en cada actividad.

Una vez identificada la evidencia derivada de la tarea propuesta, el docente deberá determinar qué técnica y qué instrumento le permitirán recolectar y sistematiza dicha evidencia. Para los autores citados, las técnicas de evaluación son “las estrategias que el profesorado utiliza para recoger información acerca de las producciones y evidencias creadas por el alumnado (de los medios); son de dos tipos, en función de si el alumnado participa o no en el proceso de evaluación.” (Hamodi, López & López (2015, p.155)

En el mismo sentido, los autores definen los instrumentos de evaluación como: “las herramientas que tanto los profesores como los alumnos utilizan para plasmar de manera organizada la información recogida mediante una determinada técnica de evaluación” (Hamodi, López & López (2015, p153)

Como producto de la investigación se definieron dos instrumentos con sus respectivos criterios de evaluación que facilitan la recolección y análisis de evidencias en las distintas fases del modelo.

4.9. Lista de chequeo

Las “listas de control “o “listas de chequeo” son formatos creados para realizar actividades repetitivas, controlar el cumplimiento de una lista de requisitos o recolectar datos ordenadamente y de forma sistemática. La recolección ordena y sistemática de evidencias requiere de criterios claramente definidos que faciliten al evaluador la observación, en los productos derivados de las actividades, los aprendizajes de los estudiantes.

El modelo propone el uso de este instrumento para evaluación de la categoría algorítmica y conceptual y establece tres posibles criterios en cada una de ellas:

En cuanto a lo algorítmico, los criterios propuestos son:

- *Realiza correctamente procedimientos u operaciones.* Este criterio evalúa la ejecución correcta de los pasos que componen un procedimiento u operación matemática. El observador busca identificar posibles errores cometidos por el estudiante al momento de la ejecución de un determinado algoritmo o procedimiento. Algunos ejemplos en la declaración de este criterio pueden ser: “el estudiante ejecuta correctamente el algoritmo de la suma”, “el estudiante utiliza correctamente la fórmula cuadrática”
- *Hace uso de algoritmos para obtener resultados.* Este criterio evalúa la capacidad del estudiante para identificar el algoritmo o procedimiento apropiado para obtener un resultado específico. Un ejemplo, al respecto, sería un estudiante que tiene que resolver una ecuación cuadrática no factorizable y se le presenta una serie de opciones para resolver el ejercicio, entre ellas la fórmula general, la técnica de igualación y el algoritmo del cálculo de la pendiente. El estudiante entre esas opciones debe escoger el algoritmo apropiado para resolver el ejercicio.
- *Realiza el seguimiento estricto de instrucciones.* Este criterio evalúa la capacidad del estudiante de seguir una serie de comandos durante la realización de un proceso. Un ejemplo, al respecto, son las instrucciones que se llevan a cabo para encontrar todos los números primos contenidos entre el 1 y el 100 aplicando el proceso de la Criba de Eratóstenes.

En cuanto a lo conceptual, los criterios propuestos son:

- *Identifica los componentes y su función dentro una operación o procedimiento matemático.* Este criterio está asociado con el hecho de que el estudiante logre identificar en una operación o procedimiento los elementos constitutivos, sus nombres, la función que cumple cada uno y entienda la transformación que ocurre cuando se aplica un operador. Un ejemplo, al respecto, tendrá que ver con la capacidad del estudiante para identificar en la operación de potenciación, los elementos que la componen (base, exponente y potencia), que identifique el significado de la operación y rol de cada elemento en ella.
- *Identifica patrones.* Este criterio evalúa la capacidad del estudiante de abstraer información que les permita identificar características generales de una secuencia o una tendencia. Un ejemplo, al respecto, puede ser identificar el patrón de crecimiento en un grupo de datos.
- *Realiza procesos de reversibilidad en matemáticas.* Este criterio evalúa la capacidad del estudiante de revertir o retornar al estado original en que inició un proceso luego de aplicarle una transformación. Un ejemplo de ello consiste en la factorización algebraica que revierte el proceso de multiplicación polinómica.

4.10. *Rúbrica*

La rúbrica tiene un formato matricial que permite registrar una serie de criterios estandarizados que van desde baja calidad hasta alta calidad, permitiendo valorar un proceso y ubicar su condición de acuerdo con una descripción aproximada de su estado real de cosas.

El modelo propone el uso de este instrumento para evaluación de las categorías de formas de comunicación, la construcción conceptual y la solución de problemas.

En cuanto a las formas de comunicación, el nivel avanzado está relacionado con la utilización de distintos registros semióticos (Duval, 2004) para representar un objeto matemático. Ligado con la capacidad de un estudiante de utilizar correctamente el lenguaje matemático para expresar una idea o concepto asociado a la disciplina.

Respecto categoría conceptual, el nivel avanzado está relacionado con la capacidad el estudiante para identificar las características que definen un objeto matemático. Asociado a la capacidad de describir las partes constitutivas del objeto y tener claro su funcionamiento.

En relación con la categoría solución de problemas, el nivel avanzado se relaciona con la capacidad el estudiante para proponer y utilizar herramientas matemáticas para buscar la solución a un problema y verificar la pertinencia de la respuesta. Asociado a la capacidad de realizar conexiones entre conceptos y procesos para plantear un proceso que dé cuenta satisfactoria de una situación.

4.11. *Revisión y adaptación de metas, tópicos e hilos conductores*

Una vez diseñadas las actividades, organizarlas por fases (exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis), identificar claramente el propósito de cada actividad y cada fase, establecer las evidencias a recolectar en cada una de ellas y definir los criterios a observar en los productos derivados, se tienen los elementos suficientes para redactar las metas de comprensión que se busca alcanzar con la unidad.

La investigación muestra que las metas se relacionan estrechamente con los criterios de evaluación definidos y se convierten estos en la base de la redacción de las declaraciones de aprendizaje de la unidad. En este sentido, coincide con la definición de Blythe (1999) quien afirma que “las metas de comprensión son enunciados o preguntas donde se expresan cuáles son las cosas más importantes que deben comprender los estudiantes en una unidad o en un curso” (Blythe 1999, p. 45). Lo novedoso del modelo propuesto es que se llega a estas declaraciones a partir del análisis de lo que se espera que el estudiante haga en el desarrollo de cada una de las actividades diseñadas.

Además, los criterios de evaluación que se utilizaron para redactar las metas están organizados en una estructura compleja de categorías (algorítmicas, conceptual, formas de comunicación y solución de problemas) que en conjunto llevan a la declaración de metas amplias y permiten ser adaptadas a conceptos y procedimientos matemáticos.

Con esta estructura de metas permite aglutinarlas en una declaración de comprensión más amplia, hilos conductores, que según Blythe (1999) “describen las comprensiones más importantes que deberían desarrollar los estudiantes durante todo el curso” (p. 71). Lo anterior coincide con la definición de estándar utilizada por el Ministerio de Educación Nacional (MEN)

Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto, cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media (p. 11)

Por lo anterior, es posible redactar los hilos conductores ubicando el o los estándares que más se acerca al conjunto de declaraciones de metas de comprensión, una vez ubicados estos se convertirán en las comprensiones, aprendizajes y habilidades centrales de la unidad y del curso.

Por último, el modelo propone declarar el tópico generativo. Según Stone (1999) esta declaración “debe ser central para el dominio de la disciplina, accesible e interesante para los estudiantes, excitar las pasiones intelectuales del docente y conectar fácilmente con otros tópicos tanto dentro como fuera del dominio o disciplina particular” (Stone (1999, p. 99).

Por lo tanto, la declaración del tópico requiere de un alto nivel de creatividad del docente, que puede partir de identificar en los proyectos finales de síntesis los usos, problemas, situaciones y/o conexiones que el concepto matemático trabajado permite resolver o comprender.

Referencias

- Asociación Alianza Educativa (2014). Funciones del líder de área (pp. 22 y 23). En: *Agenda del docente Asociación Alianza Educativa*. Bogotá: Distribuidora e Impresiones Sión Ltda.
- Blythe, T. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Blythe, T., Bondy, E., & Kendall. B. (1999). Evaluación diagnóstica continua. En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Boix V. & Gardner H. (1999). ¿Cuáles son las cualidades de la comprensión?, En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Blythe T., Boix V., James P. & Jaramillo R. (1999). Tópicos generativos. En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Branca, N. A. (1980). “Problem solving as a goal, process, and basic skill”, en SANTOS TRIGO, Luz Manuel. La resolución de problemas matemáticos. Fundación cognitivos. México. Editorial Trillas. Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas. 2007.

- Díaz, M. & Vargas, L. (2009). *Principios pedagógicos constructivistas*. Bogotá: Alianza Educativa.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidad del Valle, Colombia.
- Elliott, J. (2015). Lesson y Learning Study y la idea del docente como investigador. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 29, (3), pp. 29-46.
- Ennis, R. (2011). *La naturaleza del pensamiento crítico: un esbozo de las disposiciones y habilidades del pensamiento crítico*. Presentación en la Sexta Conferencia Internacional sobre Pensamiento en MIT, Cambridge. Recuperado de http://faculty.education.illinois.edu/rhennis/documents/TheNatureofCriticalThinking.51711_000.pdf
- Espinosa, L., García, M. & Orobio, H. (2009). *Intensificación Matemáticas*. Bogotá: Universidad Nacional Abierta y a Distancia-UNAD. Maz Impresores E.U.
- Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Gould D. & Blythe T. (1999). *Desempeños de comprensión*. En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Hamodi, C., López Pastor, V & López Pastor, A (2015). Medios, técnicas e instrumentos de evaluación formativa y compartida del aprendizaje en educación superior. *Perfiles educativos*, 37 (147), pp.146-161.
- Hetland, L., Hammerness, K., Unger C. & Wilson D. (1999) ¿Cómo demuestran los alumnos que comprenden? En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós
- Murillo, M. (2003). El uso de los libros de texto en la enseñanza secundaria. Lo que los profesores opinan. *Uniciencia*, 20 (1), 47-55.
- Ministerio de Educación Nacional (2006) *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Imprenta nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Bogotá: Imprenta nacional de Colombia.
- Ortega, A. (2012). *Del Currículo a la Acción Docente en el Aula*. México: Ediciones CEIDE.
- Outerbridge D. & Blythe T. (1999) Metas de comprensión, En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós
- PEI Gonzalo Arango, (2007). “Proyecto educativo institucional colegio Gonzalo Arango”. Bogotá.
- Planas, N. & Iranzo, N. (2009). Consideraciones metodológicas para la interpretación de procesos de interacción en el aula de matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 12(2), 179-213

- Perkins, D. & Blythe, T. (1999) El marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión, En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Perkins, D. (1999) ¿Qué es comprensión? En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós
- Perrone, V. (1999) ¿Por qué necesitamos una pedagogía de la comprensión? En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós
- Polya, G. (1945), How to solve it, Princeton University Press, Princeton,, en SANTOS TRIGO, Luz Manuel. La resolución de problemas matemáticos. Fundación cognitivos. México. Editorial Trillas. Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas. 2007.
- Ritchhart, R., Stone, M., Buchovecky, E. & Hetland, L. (1999) ¿Cómo se ve en la práctica a Enseñanza para la Comprensión? En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós
- Ritchhart, R., Church, M. & Morrison, K. (2014) *Hacer visible el pensamiento*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Stone, Martha. La Enseñanza para la Comprensión, vinculación entre la investigación y la práctica. Editorial Paidós. Buenos Aires. 1999.
- Stone, M., Hammerness, K. & Wilson. G. (1999) ¿Cómo aprenden los docentes a enseñar para la comprensión? En T. Blythe. *La Enseñanza para la Comprensión, guía del docente*. Buenos Aires: Editorial Paidós
- Vasco, Carlos. (1985). El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas. En Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Wilson D. Conferencia (2017) “Enseñanza para la Comprensión”. Universidad de la Sabana. 2017. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=MVbdyiXw9JY&t=1372s>. Wilson, Daniel. Las Dimensiones de la Comprensión. Fundacies Colombia. 2007 http://fundacies.org/site/?page_id=480
- Zilberstein, J., Silvestre, M. & Olmedo, S. (2016). Diagnóstico y transformación de la institución docente. México: Ediciones CEIDE.

