

## Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

**BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA**  
UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
Chía - Cundinamarca

**INCIDENCIA DE PROCESOS DE IDENTIFICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN CICLO TRES, GRADO SEXTO DE LA IED  
GONZALO ARANGO.**

**JOSE VICENTE CONTRERAS JULIO**

**PROFESOR ASESOR  
HENRY ALEXANDER RAMÍREZ BERNAL**



**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
FEBRERO DE 2017**

## **DEDICATORIA**

A esas mentes dinámicas y jóvenes  
que en algún momento me han permitido compartir  
saberes y discusiones relacionados con el maravilloso mundo de las matemáticas.

A quienes desde diferentes roles  
han compartido momentos y experiencias de vida  
que han contribuido con mi crecimiento personal y profesional.

A mis padres  
que ahora son los ángeles que guían mi camino.

## AGRADECIMIENTOS

A Dios por permitirme encontrar,  
en los salones de clase,  
la razón de mi vocación docente.

A mis padres,  
a mi hija,  
a mi cómplice y compañera de vida:  
permanentes apoyos en mis proyectos de vida.

A la Universidad de la Sabana y sus docentes  
que me permitieron enriquecer la reflexión pedagógica  
y reconfigurar mi rol de docente investigador.

Al Colegio Gonzalo Arango IED  
por la disposición de sus directivos, y estudiantes  
para hacer posible este trabajo de investigación.

A los sueños e ilusiones de una administración  
que decidió construir una ciudad más humana.

Al profesor Henry Ramírez  
por su disposición, rigurosidad y pertinencia  
en las orientaciones para el desarrollo de esta investigación.

## Contenido

Resumen .....	7
Palabras Clave .....	7
Abstract .....	7
INTRODUCCIÓN.....	8
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	10
1. 1. OBJETIVOS.....	18
1. 1. 1. OBJETIVO GENERAL .....	18
1. 1. 2. OBJETIVOS ESPECIFICOS .....	18
1. 2. JUSTIFICACIÓN.....	19
2. MARCO TEÓRICO .....	21
2. 1. ALGUNOS ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACION.....	21
2. 2. REFERENTES TEÓRICOS .....	23
2. 2. 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	26
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	32
TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTACION SEMIOTICA.....	36
2. 3. MARCO LEGAL .....	48
3. METODOLOGÍA .....	49
3. 1. Enfoque .....	49
3. 2. Alcance.....	50
3. 3. Diseño de la Investigación.....	51
3. 4. Población .....	52
3. 5. Categorías de análisis. ....	53
3. 6. Instrumentos de Recolección de Información .....	55
3. 7. Plan de Acción.....	62
4. RESULTADOS Y ANALISIS DE LA INVESTIGACIÓN.....	67
4. 1. Resultados o Hallazgos.....	67
4. 2. Conclusiones .....	91
4. 3. Recomendaciones.....	93
4. 4. Reflexión pedagógica.....	94
REFERENCIAS .....	98
ANEXOS.....	105

## Índice de Figuras

Figura 1. Un proceso del estudiante E12.....	15
Figura 2. Un proceso del estudiante E24.....	15
Figura 3. Ejemplo de actividades cognitivas fundamentales de la representación semiótica.....	47
Figura 4. Presentación parcial del diario de campo.....	57
Figura 5. Problema 1, Prueba de entrada.....	67
Figura 6. Problema 2, Prueba de entrada.....	68
Figura 7. Problema 3 y problema 4. Prueba de entrada.....	69
Figura 8. Problema 5. Prueba de entrada.....	69
Figura 9. Problema 10. Prueba de entrada.....	71
Figura 10. Problema 1. Intervención.....	77
Figura 11. Problema 2. Intervención.....	79
Figura 12. Problema 4. Intervención.....	81
Figura 13. Problema 11. Intervención.....	84
Figura 14. Problema 11. Intervención. Por otro estudiante.....	85
Figura 15. Procesos de resolución de problemas de crucinúmero.....	86
Figura 16. Problema 4. Prueba de salida.....	88
Figura 17. Problema 6. Prueba de salida. ....	89
Figura 18. Problema 6. Prueba de salida. Proceso de otro estudiante.....	89
Figura 19. Problema 3. Prueba de salida.....	91

## Índice de Tablas

Tabla 1. Categoría de identificación de condiciones del problema.....	54
Tabla 2. Categoría de Gestión de Registros de Representación Semiótica.....	55
Tabla 3. Categoría de Resolución de problemas.....	55
Tabla 4. Organización de problemas de la prueba de entrada.....	69
Tabla 5. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada (Identificación)...	74
Tabla 6. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada (gestión de registros de representaciones semióticas.....	75
Tabla 7. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada (Resolución de problemas).....	75

# **INCIDENCIA DE PROCESOS DE IDENTIFICACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN CICLO TRES**

## **Resumen**

El propósito del presente trabajo fue diseñar, implementar y evaluar una propuesta que facilitara procesos de identificación en los procesos de resolución de problemas de aritmética (datos, relaciones entre los datos y la pregunta o exigencia), a través de la gestión de registros de representación semiótica con el propósito de fortalecer los procesos de resolución de tales problemas a estudiantes de grado sexto.

La propuesta implementada se sustentó, desde la Didáctica de La Matemática, en la teoría de las representaciones semióticas de Duval y se complementa con las posibilidades pedagógicas que puede ofrecer el trabajo con crucigramas matemáticos en la motivación de algunas reflexiones de los estudiantes sobre sus procesos de resolución de problemas aritméticos.

**Palabras Clave:** Resolución de problemas aritméticos, procesos de identificación, registros de representación semiótica.

## **Abstract**

The purpose of this work was to design, implement and evaluate a proposal that facilitates identification processes in the process of solving arithmetic problems (data, relation between data and the question or demand), through the management of register of semiotic representation, that allow sixth graders to strengthen solving processes of such problems.



The implemented proposal was supported, from the Mathematic Didactics, on Duval's theory of semiotic representation and is complemented with the pedagogic possibilities that a work with mathematical crosswords can offer in the motivation of some students' reflections about their arithmetic problem solving processes.

**Key words:** Arithmetic problem solving, identification processes, register of semiotic representation.

## INTRODUCCIÓN

Esta investigación surgió de la necesidad de implementar prácticas pedagógicas que permitieran el fortalecimiento de la resolución de problemas de aplicación de las cuatro operaciones aritméticas básicas, promoviendo procesos de identificación (datos, relaciones entre los datos y la pregunta o exigencia) durante su planteamiento y desarrollo a través de la gestión de registros de representación semiótica que podrían hacer los estudiantes de grado sexto durante la misma actividad de resolución de problemas aritméticos. En este trabajo, se entiende por identificación a la acción que permite reconocer y seleccionar rasgos, propiedades, características o cualquier otra unidad significativa del objeto, concepto, situación o contenido que se quiere representar<sup>1</sup>.

Al considerar la resolución de problemas como una estrategia didáctica en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, he considerado importante motivar, en los estudiantes, procesos de identificación de las condiciones y elementos presentados en el enunciado del problema ya que estos procesos de identificación podrían tener alguna incidencia en la

---

<sup>1</sup> En el apartado de Fundamentos Teóricos, se amplía el concepto de identificación.

misma resolución del problema. En este sentido, una adecuada gestión de registros de representación semiótica, puede contribuir a fortalecer los procesos de identificación ya que le permitiría al estudiante visibilizar el reconocimiento que hace de unidades significantes<sup>2</sup>, identificando las relaciones existentes entre ellas durante todo el proceso de resolución el cual implica, para esta investigación, el ejercicio de las tres actividades cognitivas fundamentales relacionadas con la semiótica (formación, tratamiento y conversión de representaciones semióticas) planteadas por Duval (1999) y el seguimiento de las fases de resolución de problemas propuesto también por Duval (2006).

En la primera parte de este trabajo se presenta un breve resumen de algunas dificultades, relacionadas con la posible falta de procesos de identificación, que se evidencia en los estudiantes, durante la actividad de resolución de problemas de aritmética. Luego se presenta un marco teórico con los conceptos fundamentales que sustentan esta investigación y que justificarían la promoción de procesos de identificación durante el planteamiento y desarrollo de problemas, la gestión de registros de representación semiótica y la misma resolución de problemas desde el punto de vista de las representaciones semióticas relacionados este trabajo.

Finalmente se presenta un análisis de los resultados obtenidos luego de haber aplicado un formato de procesos de resolución de problemas que permitió evidenciar la gestión de registros de representación semiótica y los procesos de identificación de la información

---

<sup>2</sup> Para Duval (1999), las unidades significantes son todos los elementos que provienen del léxico de un registro y son posibles de representar en otro registro.

(datos y sus relaciones) del problema que permitieron obtener algunas conclusiones importantes.

## **1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El aprendizaje estratégico es uno de los múltiples aspectos del aprendizaje de las matemáticas (Fandiño, 2010) y la resolución de problemas es fundamental en este aprendizaje estratégico debido a que “se busca potenciar y dar importancia a procedimientos y estrategias que se activan cuando se resuelve un problema” (D’Amore, Fandiño y Iori, 2013, p. 162). Esto se relaciona con los procesos nombrados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (2006) para explicar el *ser matemáticamente competente*, dentro de los cuales resalto la *formulación, tratamiento y resolución de problemas* de la vida cotidiana, de otras ciencias y de las matemáticas mismas debido a que este proceso requiere:

Analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. (p. 51)

Lo anterior permite pensar en una práctica pedagógica preocupada por el fortalecimiento de las competencias matemáticas relacionadas con la resolución de problemas que, desde entidades como el Ministerio de Educación Nacional y el Icfes, quien las evalúa en las Pruebas Saber, las han enunciado, organizándolas en tres grupos así:

- Razonamiento y argumentación.

- Comunicación, representación y modelación.
- Planteamiento y resolución de problemas (Icfes, 2015).

Considerando estos procesos de resolución de problemas aritméticos, específicamente en la IED Gonzalo Arango, grado sexto de la jornada de la tarde, he observado, durante mi práctica pedagógica, algunas dificultades relacionadas con el desarrollo de las competencias mencionadas y con las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolución de problemas, formuladas por Alan Schoenfeld (1987, como se cita en Santos Trigo, 2007): dominio de conocimientos o recursos, estrategias cognitivas o métodos heurísticos, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias.

Por ejemplo, haciendo referencia a los recursos, los estudiantes deberían poseer un conjunto de conceptos y recursos adquiridos en grados anteriores, según Estándares del Ministerio de Educación Nacional (2006), sin embargo, he observado que a varios estudiantes se les dificulta reconocer algunos de esos objetos, conceptos, modelos, algoritmos, operadores semánticos o relaciones que aparecen en el enunciado del problema y evidencian dificultades en la identificación de los rasgos que configuran la situación inicial, lo que puede ocasionar:

- Un análisis, posiblemente inadecuado del problema, lo que podría llevar a una escogencia de la operación aritmética que no corresponde al enunciado.

- Una comprensión parcial o errónea del problema ante una inadecuada formación de representaciones en un registro semiótico<sup>3</sup> ante la posible falta de correspondencia entre los elementos del enunciado del problema y su representación inicial en un registro, debido a que, como afirma Duval (1999, p. 42)<sup>4</sup>, “la formación implica la *selección de un cierto número de caracteres de un contenido* percibido, imaginado o ya representado, en función de las posibilidades de representación propias al *registro* escogido.”

En cuanto a las heurísticas, varios estudiantes solo hacen uso de representaciones<sup>5</sup> correspondientes a las operaciones del problema y no utilizan otro tipo de representaciones a través de registros escritos o gráficos. Esto no sería un problema cuando el estudiante obtiene la respuesta esperada, pero en el caso contrario, el uso de estas representaciones (auxiliares) puede ayudar al estudiante a mejorar su comprensión o a darle una visión diferente de la información del problema y le podría facilitar el reconocimiento o la identificación de los elementos que configuran el enunciado del problema. En lo referente a las estrategias metacognitivas, algunos estudiantes no evalúan si las operaciones aritméticas (cálculos) realizadas son correctas o si la estrategia seleccionada está funcionando en la resolución adecuada del problema o por el contrario, está llevando a obtener resultados contradictorios, incoherentes y poco adecuados en relación con el

---

<sup>3</sup> La formación de registros, debe atender a ciertas reglas que Duval (1999) llamó reglas de conformidad y que “permiten identificar un conjunto de elementos físicos o de trazos... como una representación de alguna cosa en un sistema semiótico” (p. 42).

<sup>4</sup> La letra cursiva es de Duval (1999).

<sup>5</sup> El uso de varias representaciones no garantiza que el estudiante resuelva un problema, pero puede contribuir a mejorar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas pues diversas representaciones en diferentes registros le permiten tener, posiblemente, una mejor visualización y comprensión de los elementos del problema.

enunciado del problema, evidenciando posibles errores en el tratamiento dentro de un mismo registro (operaciones aritméticas incorrectas) y durante la conversión de registros.

Frente a los sistemas de creencias, Jimeno dice que “para la mayoría de los estudiantes las matemáticas son una materia monótona, aburrida, tediosa, donde la reproducción de reglas y procedimientos es lo más importante”, (2006, p. 58). En relación con esta afirmación, he observado que en la resolución de problemas, varios estudiantes, hacen una lectura rápida del problema y proceden al desarrollo de operaciones para obtener algún tipo de resultado pues, al parecer ellos creen que esto es lo que el docente considera lo más importante en el trabajo de resolver problemas y por lo tanto el docente espera que se dé una respuesta y ellos la obtienen sin verificar si el algoritmo aplicado es el adecuado o si los cálculos están bien realizados. Aquí puede haber evidencias de una cláusula del contrato didáctico a la que D’Amore, (2006), llamó cláusula de delegación formal:

El estudiante lee el texto, decide que la operación a efectuar es... y que los números con los cuales debe operar son...; en ese punto aparece la cláusula de delegación formal: ya no le corresponde al estudiante razonar o controlar,... se desentiende de las facultades racionales, críticas, de control: el empeño del estudiante se terminó y ahora es responsabilidad del algoritmo... la tarea sucesiva del estudiante será la de transcribir el resultado, cualquier cosa sea y sin importar que signifique (D’Amore, 2006, p. 125).

Volviendo a la posible falta de procesos de identificación<sup>6</sup>, por ejemplo, en el caso del empleo de operaciones aritméticas al resolver problemas de cambio, de combinación, comparación o de igualación, es importante considerar las relaciones parte todo y saber identificarlas en diversos contextos o enunciados (Campistrous y Rizo, 1996). En este aspecto, se observan posibles dificultades en la identificación de esta relación, del conjunto completo o todo, con sus subconjuntos o partes, lo que hace que algunos estudiantes no seleccionen el registro correspondiente a las condiciones del enunciado. Otra situación que se evidencia es cuando los estudiantes intentan dar respuesta al problema en forma directa, sin hacer uso de posibles transformaciones de representaciones semióticas que les podrían ser útiles en la resolución del problema<sup>7</sup>. En estos casos, sobre todo para respuestas no correctas, es difícil verificar cómo han sido los procesos de identificación de los elementos del problema y su relación con la respuesta obtenida. En relación con lo anterior, llama la atención que los estudiantes pueden determinar el perímetro de un cuadrado conociendo la longitud de su lado, pero se les dificulta el proceso contrario: calcular el lado del cuadrado conociendo su perímetro. Por ejemplo, cuando se le propuso a los 40 estudiantes del curso 601 determinar el perímetro de un cuadrado de 12 cm. de lado, el 60 % de los estudiantes respondió sumando cuatro veces 12, es decir ( $12 + 12 + 12 + 12 = 48$ ), 20 % lo hicieron

---

<sup>6</sup> En esta investigación, el concepto de identificación se relaciona con el concepto de formación de representaciones semióticas el cual debe atender a ciertas reglas que Duval (1999) llamó reglas de conformidad y que “permiten identificar un conjunto de elementos físicos o de trazos... como una representación de alguna cosa en un sistema semiótico” (p. 42). La formación “implica *la selección de un cierto número de caracteres de un contenido* percibido, imaginado o ya representado, en función de las posibilidades de representación propias al registro escogido” (Duval, 1999, p. 42).

Este concepto de identificación también se relaciona con ese acto ligado a la conversión de representaciones que es la “discriminación de la información relevante para la elección de la operación aritmética correcta, o para la elección de la cantidad desconocida denotada con una letra” (Duval, 2006, p. 163).

<sup>7</sup> En este sentido es importante tener en cuenta a Duval (2006) cuando afirma que “la enseñanza de las matemáticas no es la elección del mejor sistema de representación sino lograr que los estudiantes sean capaces de relacionar muchas maneras de representar los contenidos matemáticos.” (p. 159).

multiplicando 12 por 4, (es decir  $12 * 4 = 48$ ), solo 17 % de los estudiantes hicieron el dibujo de un cuadrado<sup>8</sup>, el 80 % de los estudiantes, respondieron que el perímetro era 48 cm. Cabe resaltar que del 20 % de estudiantes que encontró una respuesta diferente a 48 cm., ninguno hizo dibujo del cuadrado<sup>9</sup>. Luego se le propuso a los mismos estudiantes determinar la longitud del lado de un cuadrado de 216 cm. de perímetro, el 30 % de los estudiantes calcularon el lado dividiendo 216 entre 4; el 10 % de los estudiantes dividieron 216 entre 2 y luego 108 dividido nuevamente entre 2. Solo el 40 % de los estudiantes contestó que el lado del cuadrado es 54 cm. El 60 % de los estudiantes encontraron respuestas diferentes a 54 cm., porque no hicieron correctamente la operación indicada o porque realizaron otro tipo de procesos. Algunos de estos procesos se muestran en las siguientes imágenes en donde se evidencia que no hay claridad en la relación entre el perímetro de un cuadrado y la longitud de sus lados. Para resolver esta situación, se esperaba que los estudiantes dividieran el perímetro del cuadrado entre cuatro, pero el estudiante E12, resolvió el problema multiplicando por dos y obteniendo un resultado que no corresponde con la respuesta esperada, como se muestra en la figura 1, donde se evidencia el uso de una estrategia de tanteo que el estudiante no completó de manera adecuada. El estudiante E24, en cambio, resolvió el problema, sin obtener la respuesta esperada, como se muestra en la de la figura 2, multiplicando el perímetro por cuatro en una clara evidencia de la no identificación de la relación entre perímetro y lado de un cuadrado.

---

<sup>8</sup> Como se evidencia en este tipo de problemas, para algunos estudiantes no es necesario dibujar el cuadrado para resolver el problema, pero una representación gráfica de un cuadrado puede ayudarle al estudiante a tener una mejor comprensión, visualización y posiblemente a mejorar su desempeño para relacionar varias maneras de representar los contenidos matemáticos (Duvall, 2006).

<sup>9</sup> Para los estudiantes que no encontraron la respuesta esperada, posiblemente una representación gráfica de un cuadrado les podría ayudar a visualizar la relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro y les daría la posibilidad de llegar al resultado esperado.



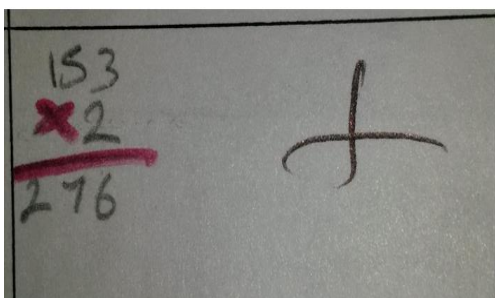


Figura 1. Un proceso del estudiante E12.  
Fuente: Producción de los estudiantes,

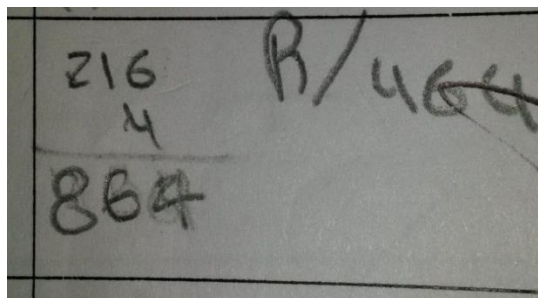


Figura 2. Un proceso del estudiante E24.  
Fuente: Producción de los estudiantes.

Para determinar el perímetro de un cuadrado conociendo el lado, no todos los estudiantes deben hacer uso de una representación gráfica del cuadrado, sin embargo, esta representación puede ser importante para resolver el problema inverso, es decir, determinar el lado de un cuadrado conociendo su perímetro ya que ofrecería al estudiante la posibilidad de identificar la relación entre lado y perímetro y la relación inversa (perímetro y lado) y podrían concluir que para calcular el lado de un cuadrado conociendo su perímetro, se puede utilizar la división del perímetro entre 4.

De las dificultades observadas, de manera empírica, una de las más comunes, al parecer, es la deficiencia en la lectura comprensiva del enunciado del problema, su interpretación, la identificación y discriminación de algunas características o propiedades (unidades significantes)<sup>10</sup> de los objetos matemáticos referidos en el problema, el reconocimiento de relaciones entre rasgos del mismo objeto o la identificación de las relaciones existentes entre las cantidades dadas y la exigencia o pregunta que se debería responder a través de

---

<sup>10</sup> Para Duval (1999), las unidades significantes son todos los elementos que provienen del léxico de un registro y son posibles de representar en otro registro.

una adecuada formulación y gestión de los registros de representación semiótica que permitirían la resolución del problema.

Por ejemplo, en el siguiente enunciado: *¿Cuál es la cantidad de caramelos que le quedan a Pablo si tenía 53 y le regaló 29 caramelos a Antonio?*, las unidades significantes a identificar y a representar son: el verbo “regalar” que indica una relación de cambio con desagregación entre las cantidades de caramelos de Pablo y de Antonio, los datos conocidos (53 y 29) y el dato a encontrar (cantidad de caramelos que le quedan a Pablo). La adecuada identificación de estas unidades significantes puede contribuir en la formación de registros de representación, en la escogencia de la operación adecuada al enunciado del problema y en el mismo proceso de resolución del problema.

Los anteriores aspectos observados, permiten suponer que los procesos inadecuados de identificación durante la formación de registros semióticos de representación, pueden tener cierta incidencia en los procesos de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del curso 601 de la jornada de la tarde del colegio Gonzalo Arango IED.

Los elementos antes mencionados, como resultado de observaciones realizadas durante mi práctica docente, han permitido evidenciar y plantear un problema que ha motivado la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo promover procesos de identificación a través de la gestión de registros de representación semiótica para fortalecer procesos de resolución de problemas aritméticos en

los estudiantes de grado sexto del Colegio Gonzalo Arango IED con el uso de un organizador gráfico y de crucigramas matemáticos?

## **1. 1. OBJETIVOS**

### **1. 1. 1. OBJETIVO GENERAL**

Diseñar, implementar y evaluar una propuesta didáctica sustentada en la gestión de registros de representación semiótica a través de un organizador gráfico y de crucigramas matemáticos para promover procesos de identificación que permitan fortalecer la resolución de problemas aritméticos escolares de aplicación de las operaciones básicas, en los estudiantes de grado sexto del Colegio Gonzalo Arango IED.

### **1. 1. 2. OBJETIVOS ESPECIFICOS**

1. Diseñar una estrategia basada en un organizador gráfico que permita promover procesos de identificación y realizar una mejor gestión de registros semióticos en la resolución de problemas matemáticos.
2. Implementar una estrategia en torno al crucigrama matemático que permita promover procesos de identificación, a través de la gestión de registros de representación semiótica en la resolución de problemas aritméticos.
3. Evaluar la eficacia de la estrategia implementada en la promoción de procesos de identificación, a través de la gestión de registros de representación semiótica en la resolución de problemas de aritmética.

## **1. 2. JUSTIFICACIÓN**

Desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, definidos por el Ministerio de Educación Nacional (2006), se plantea, a modo de subtítulo, “Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!”, y a continuación se describen cuatro elementos importantes de la competencia matemática (formular y resolver problemas; usar diferentes registros de representación; argumentar validando o rechazando conjeturas, y dominar procedimientos y algoritmos matemáticos), se enuncian los cinco procesos generales de la actividad matemática que se relacionan con la competencia matemática y la hacen posible (formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos), se definen los cinco tipos de pensamiento matemático (pensamiento numérico y los sistemas numéricos; pensamiento espacial y los sistemas geométricos; pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas; pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos) y se hacen reflexiones sobre enseñanza, aprendizaje, didáctica y evaluación de las matemáticas. Estos constituyen una invitación al desarrollo del pensamiento matemático, dando cierta importancia a la resolución de problemas como elemento central de la competencia matemática.

Esto implica tener en cuenta las dificultades de orden práctico que motivaron esta investigación como son: el análisis, posiblemente inadecuado del problema; la incorrecta interpretación de operadores semánticos que ocasionaría la escogencia de operaciones aritméticas que no corresponden con el enunciado del problema; el poco uso de representaciones semióticas auxiliares; la falta de procesos adecuados de identificación y la

ausencia de revisión y reflexión por parte del estudiante de sus mismos procesos de resolución.

Estas dificultades hacen que para este trabajo, el proceso de identificación sea uno de los más importantes debido a su incidencia en la formación y gestión de los diferentes registros de representación semiótica que se presentan durante todo el proceso de resolución de problemas. La promoción de procesos de identificación podría mejorar los desempeños de los estudiantes en la resolución de problemas lo que contribuiría al fortalecimiento de las dimensiones en el proceso de resolución de problemas enunciadas por Schoenfeld (1987, como se cita en Santos Trigo, 2007)<sup>11</sup>, la conceptualización de objetos matemáticos basada en diversas representaciones semióticas (Duval, 1999) y la aplicación de un modelo de resolución de problemas basado en un enfoque de registros de representaciones semióticas (Duval, 2006).

Con la promoción y mejora de procesos de identificación en la resolución de problemas, además de optimizar procesos de resolución de problemas a través de una mejor gestión de registros de representación semiótica, se persigue, como lo plantean los estándares básicos de competencias (Ministerio de Educación Nacional, 2006), “Potenciar el pensamiento matemático”, y reflexionar sobre la necesidad de hacer de la clase de matemáticas, una clase para aprender a pensar. En este sentido, Perkins (1992) plantea la urgencia de crear en la escuela una cultura en donde el pensamiento sea lo cotidiano, lo permanente, lo que

---

<sup>11</sup> No es propósito de este documento teorizar sobre estas dimensiones, pero se enuncian por considerarlas importantes en cualquier modelo de resolución de problemas. Estas dimensiones son: dominio de conocimientos o recursos, estrategias cognitivas o métodos heurísticos, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias.

enlaza la actividad de los docentes y de los estudiantes, luego de hacer mención de algunos aspectos de teorías y prácticas existentes sobre el trabajo en el aula, escribe lo que se puede llamar la afirmación más importante de la Teoría Uno: “La gente aprende más cuando tiene una oportunidad razonable y una motivación para hacerlo” (Perkins, 1992, p. 53).

Otro aspecto importante de este trabajo de investigación es el fortalecimiento del PEI de la institución titulado “Comunicación asertiva para el Desarrollo Humano”, pues al mejorar las competencias para la resolución de problemas matemáticos se contribuye a mejorar el desarrollo del pensamiento crítico y del pensamiento matemático.

## **2. MARCO TEÓRICO**

### **2. 1. ALGUNOS ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACION**

A continuación se presentan y comentan algunos resultados de investigaciones en torno a la resolución de problemas aritméticos y la gestión de registros de representación semiótica.

Marmolejo y Vega (2005), se refieren a la dificultad que se presenta cuando se hacen tratamientos de registros de representación semiótica y sugieren algunas estrategias para visualizar diferentes elementos de figuras planas y de sus áreas. Su aporte radica en la importancia que se le da al uso de figuras en la resolución de problemas resaltando el papel heurístico que puede tener su uso y las posibilidades desde el punto de vista del tratamiento de registros de representación ya que facilitan la visibilidad de algunas operaciones sobre las mismas figuras. Aunque este trabajo se refiere a figuras geométricas, su aporte puede

ser válido para representaciones en registros figurativos o gráficos de problemas aritméticos.

González y García (2015), muestran las posibilidades de transformación en el tratamiento de las representaciones semióticas de la función cuadrática realizado por estudiantes de grado 9° de educación básica, presentando una variedad de registros de representación (algebraico, gráfico, pictórico, tabular y verbal) con ejemplos muy concretos en cuanto a su tratamiento y a las funciones semióticas correspondientes a cada registro que aportan elementos relacionados con la identificación de unidades significantes de las representaciones semióticas de la función cuadrática en diferentes registros. (González y García, 2015).

García (2012), refiriéndose a las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal, privilegia los registros gráficos por las numerosas unidades significantes que posee y la correspondencia de estas con diferentes registros. Además hace un análisis sobre congruencia y no congruencia durante la conversión y resalta que este análisis, realizado por los estudiantes, facilita la comprensión de la diferencia entre representación semiótica del concepto y el objeto matemático representado. Resalta que la contextualización de la función cuadrática facilita la gestión de los registros de representación semiótica y su comprensión debido a las posibilidades de representaciones que la función cuadrática posee (García, 2012).

En estos trabajos de investigación, se evidencia el interés por los registros semióticos de representación, y el desarrollo de estrategias que pueden permitir un fortalecimiento en procesos de formación, tratamiento y conversión de estos registros durante el análisis y resolución de problemas de aritmética evidenciando procesos adecuados de identificación a través de la gestión de registros de representación semiótica (García, 2012). El aporte de estas investigaciones para este trabajo, está en el desarrollo de conceptos de la teoría de los registros de representación semiótica y su aplicación en diversos contextos de aprendizaje que evidencian la importancia del uso de diversos registros de representación semiótica en la comprensión y aprendizaje de diferentes conceptos debido a la posibilidad de visibilizar las representaciones elaboradas por los estudiantes permitiendo así, la visualización de los procesos de identificación, de reconocimiento y de interpretación de objetos matemáticos a través de la gestión de registros de representación semiótica permitiéndole al estudiante la posibilidad de mejorar su desempeño en la resolución de problemas.

## **2. 2. REFERENTES TEÓRICOS**

En relación con la resolución de problemas, sus métodos, sus fundamentos psicológicos y cognitivos, se han presentado diversos trabajos que se constituyen en referentes teóricos generales, de los cuales se pueden resaltar por su impacto los siguientes:

Polya (1945), el gran referente de trabajos posteriores, afirma que para resolver un problema se necesita: 1. Comprender el problema, 2. Concebir un plan, 3. Ejecución del plan y 4. Examinar la resolución obtenida. El desarrollo de este método está basado en la formulación de una lista de preguntas bien estructuradas y relacionadas con los



requerimientos necesarios para guiar al estudiante a una exitosa resolución del problema. Este método de preguntas se convierte en un dialogo entre el instructor y quien resuelve el problema (resolutor), dialogo que hace que la resolución de problemas sea un descubrimiento, una invención o una recreación para el resolutor con una estrategia basada en métodos Heurísticos.

Majmutov (1975), hace un análisis de los fundamentos metodológicos, psicológicos y didácticos de la enseñanza problémica, presentando un cuadro de correspondencia entre métodos de enseñanza y métodos de aprendizaje y sugiere que la enseñanza problémica está basada en un método motivador de enseñanza al cual le corresponde un método de aprendizaje para la búsqueda. Este método motivador de enseñanza prioriza la comunicación (manejo de la información), un modelo de acción (definición de un plan de acción), planteamiento de tareas problémicas (ejecución del plan en tareas parciales) y planteamiento de preguntas problémicas (resolución del problema y formulación de otras situaciones generadas del proceso anterior). Como correspondencia al método propuesto, está el método de aprendizaje para la búsqueda que hace énfasis en un monólogo del estudiante, argumentación y diálogo con el docente para pasar a una fase heurística, investigativa que hace que predomine la independencia de los estudiantes en la adquisición del conocimiento y formación de hábitos bajo la dirección del maestro, conceptos que, desde el punto de vista de esta investigación, pueden ser muy importantes en la resolución de problemas aritméticos.

Schoenfeld (1985, citado por Santos Trigo, 2007), afirma que de la concepción que se tiene sobre la naturaleza de las matemáticas, depende la concepción de su enseñanza y por lo tanto el reconocimiento de la importancia de la resolución de problemas en relación con los métodos y su conexión con otras áreas del conocimiento. Además afirma que la resolución de problemas puede ayudar a desarrollar y promover una disposición más dinámica hacia la matemática en los estudiantes. No se limita a plantear un método de resolución sino que hace énfasis en la importancia de métodos generales y particulares de resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas y en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. El aprendizaje de estrategias de resolución de problemas es muy importante, pero es más importante saber aplicar estrategias de acuerdo a las situaciones a resolver.

Los aportes de Santos Trigo (2007) en la fundamentación de cuatro actividades de instrucción que se han mostrado como importantes en la implantación de ideas asociadas a la resolución de problemas que contribuyen a que el estudiante desarrolle una disposición matemática y una forma de pensar consistente en el quehacer matemático. Estas ideas que pueden configurar un modelo de resolución de problemas son:

1. Exposición por parte del instructor.
2. Discusión en grupos pequeños.
3. Presentaciones individuales por parte de los estudiantes.
4. Participación grupal.

Los aportes de Santos Trigo (2007), contribuyen al estudio de los procesos de identificación en la resolución de problemas pues, además de contener aspectos cognitivos relacionados con la resolución de problemas, son un modelo que se desarrolla en contextos latinoamericanos con algunas similitudes con el contexto nacional.

### **2. 2. 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS**

La presente investigación se sustenta en la Teoría de los Registros de representación Semiótica y la resolución de problemas (propuestas por Duval). Según Duval (2006, p. 145) “Los contextos de representación usados en la actividad matemática son necesariamente semióticos y tener en cuenta la naturaleza semiótica de las mismas implica tener en cuenta tanto las formas en que se utilizan como los requisitos cognitivos que involucran”. El segundo concepto está relacionado con la resolución de problemas considerado como uno de los aspectos fundamentales de la actividad matemática.

Para tratar la resolución de problemas desde la teoría de los registros de representación semiótica, es importante considerar los problemas aritméticos como objetos matemáticos compuestos a su vez por otros objetos, ya que la única forma de acceder a ellos para su resolución es a través de signos y representaciones semióticas. De acuerdo con D’Amore un objeto matemático es: todo lo que es indicado, señalado, nombrado cuando se construye, se comunica o se aprende matemática. Esta idea es tomada de Blumer (1982, p. 8): un objeto es “cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo (D’Amore, 2006 b., p. 181).

Por otra parte Duval (2006) caracteriza la naturaleza de los objetos matemáticos. Con respecto a la naturaleza de estos objetos, dice Duval:

Los objetos de conocimiento (los números, las funciones y sus propiedades...) no son accesibles físicamente, a través de evidencias sensoriales directas o mediante el uso de instrumentos. La única forma de acceder y trabajar con ellos es a través de signos y representaciones semióticas (Duval, 2006, p. 157).

En coherencia con estos referentes, en la presente investigación, los problemas matemáticos son considerados objetos matemáticos compuestos a su vez por otros objetos como términos, expresiones, conceptos, etc, expresados, inicialmente, en un registro escrito y que deben pasar por la mediación semiótica para ser resueltos. “En matemática, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas.” (D’Amore, Fandiño y Iori, 2013, p. 129). Lo mismo sucede con los problemas matemáticos, deben pasar por una gestión de registros de representación semiótica para su resolución.

## **PROBLEMAS ARITMÉTICOS**

A continuación se presentan algunos conceptos que permiten contextualizar el tipo de problemas aritméticos trabajados en esta investigación.

**Problema:** Para el propósito de este documento, se asume la definición de problema dada por Campistrous y Rizo (1996, p. IX):

Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida; cuando es conocida deja de ser un problema.

Además, se debe tener en cuenta que la persona quiera realmente hacer las transformaciones que le permitan resolver el problema, es decir que la situación planteada genere motivación en quien va a resolver el problema (el estudiante en este caso), (Campistrous, 1996). Lo anterior permite destacar tres condiciones que diferencian a un problema de otro ejercicio matemático (Capote, 2005):

1. Es una situación en donde hay un planteamiento inicial sustentado por datos, y una exigencia o pregunta que debe responderse con el uso de conocimientos y habilidades que el estudiante posee.
2. La vía utilizada para que el estudiante resuelva el problema debe ser desconocida para él. “Es decir, que no existe un algoritmo predeterminado que permita darle solución al ejercicio.” (Capote, 2005, p. 2).
3. Es importante que el estudiante sienta un interés en la resolución del problema propuesto.

**Problemas Escolares:** Corresponden a situaciones que el maestro redacta con unas intenciones didácticas determinadas, orientadas a cumplir un objetivo como consolidación, adquisición o aplicación de conocimientos (conceptos, relaciones y procedimientos), (Capote, 2005). Por lo general, el tiempo de trabajo de estas situaciones no excede al

tiempo de cada clase y se enmarca dentro del programa de una asignatura, en este caso la asignatura de matemáticas.

**Problemas Aritméticos:** De acuerdo con Capote (2005, p. 3): “son aquellos problemas matemáticos donde se aplican una o varias de las cuatro operaciones básicas con números naturales, aspectos relacionados con la numeración, entre otros”.

En concordancia con estos conceptos de problema, es conveniente precisar que cuando, en este documento se habla de resolución de un problema, se hace referencia a la actividad que debe hacer el estudiante para llegar a la situación final requerida, es decir, es la búsqueda de las vías para provocar la transformación de una situación inicial (exigencia, requerimiento o pregunta), a una situación final (respuesta), teniendo en cuenta las condiciones señaladas en el problema y apoyándose en esas mismas condiciones, (Campistrous, 1996).

En cuanto al tipo de problemas aritméticos empleados en esta investigación se tomó como referente la clasificación de Castro, Róbinson y Castro, Ruby (2015).

**Problemas aditivos-sustractivos:** “son aquellos que se resuelven por medio de la adición o la sustracción”, (Castro, 2015, p. 32). Según la situación planteada, pueden ser problemas de cambio, problemas de clase parte-parte-total, problemas de comparación entre dos cantidades o problemas de igualación.

**Problemas de Cambio:** “Se identifican porque en el texto del enunciado incluyen una secuencia temporal, muchas veces manifiesta a través de los tiempos verbales utilizados”, (Castro, 2015, p. 32). El enunciado tiene una cantidad inicial  $C_i$ , la cual se ve modificada en algún momento  $M$ , para dar lugar a otra cantidad final  $C_f$ . De estas cantidades, dos de ellas corresponden a los datos y la otra corresponde a la incógnita. Para esta clase de problemas se generan tres posibilidades si la situación es de aumento y otras tres si la situación es de disminución (Castro, 2015).

**Problemas de cambio que plantean reunión o agregado:** Son problemas de cambio en donde se relacionan tres ingredientes, una cantidad inicial, una cantidad agregada que corresponde a la modificación y una cantidad final (Castro, 2015).

**Problemas de cambio que plantean disgregación:** Son problemas de cambio en donde se relacionan tres ingredientes, una cantidad inicial que debe ser la mayor de las cantidades, una cantidad de desagregación que corresponde a la modificación y una cantidad final o diferencia que es la menor de las cantidades (Castro, 2015).

**Problemas de Clase parte-parte-total:** “en su enunciado se describe una relación entre conjuntos  $C_1$ ,  $C_2$  cuya reunión conforma un total  $C_t$ . De esta clase y dos tipos de problemas: cuando el total es desconocido o cuando una parte es la desconocida.” (Castro, 2015, p. 34).

**Problemas de Comparación entre dos Cantidades:** “son situaciones en las que, a través de los comparativos *ser mayor que* o *ser menor que* se establece una relación de

comparación entre dos cantidades” (Castro, 2015, p. 35). Igual que en los problemas de cambio, de las tres cantidades que aparecen (cantidad de referencia  $C_r$ , cantidad de comparación  $C_c$  y la diferencia entre ambas cantidades  $D$ ), dos de ellas serán datos y la otra será la incógnita. Además, la comparación puede efectuarse en términos de aumento o disminución lo que generaría tres posibilidades para cada caso (Castro, 2015).

**Problemas de Igualación:** “en el enunciado de esta clase de problemas se incluye un comparativo de igualdad: *tantos como, igual que*. Son situaciones en las que se da al mismo tiempo un problema de cambio y un problema de comparación” (Castro, 2015, p. 36). En esta clase de problemas, una de las cantidades, cantidad de referencia  $C_r$ , debe modificarse, aumentando o disminuyendo,  $D$  para llegar a ser igual a la otra cantidad, cantidad comparada  $C_c$ . Como en los otros casos, dos de estas cantidades serán los datos y la otra será la incógnita. También se presentan se posibilidades según la modificación  $D$  sea de aumento o de disminución (Castro, 2015).

**Problemas de Multiplicación-División:** Son aquellos que se resuelven por medio de la multiplicación o la división. Según la situación planteada en el enunciado pueden ser problemas de repartos equitativos, problemas de comparación multiplicativa o problemas de razón (Castro, 2015).

**Problemas de Repartos Equitativos:** “situaciones en las que una cantidad debe repartirse en grupos iguales, de manera que cada uno reciba el mismo número de elementos” (Castro, 2015, p. 50). En el enunciado se hace referencia a tres informaciones: la cantidad objeto del



reparto  $O_r$ , el número de grupos para formar  $N_g$  y el número de elementos por cada grupo  $N_e$ , dos de las cuales son los datos y la tercera es la incógnita generándose así tres tipos de situaciones posibles (Castro, 2015).

**Problemas de Comparación Multiplicativa:** Son similares a los problemas aditivos de comparación en donde intervienen dos cantidades (cantidad de referencia  $C_r$  y cantidad comparada  $C_c$ ) del mismo tipo las cuales se debe comparar para establecer entre ellas una razón o factor F. En los enunciados de esta clase de problemas se usan cuantificadores como *veces más que*, *veces menos que*. Como en los casos anteriores, dos de estas cantidades corresponden a los datos y la tercera a la incógnita lo que puede generar seis situaciones posibles (Castro, 2015).

**Problemas de Razón:** incluye en el enunciado información que hace referencia a las medidas de tres magnitudes diferentes:  $R$ ,  $C_{el}$ ,  $C_e$ . La razón  $R$  está dada por la igualdad:  $R=C_e/C_{el}$ . Dos de estas cantidades corresponden a los datos y la otra corresponde a la incógnita lo que permite generar tres posibilidades (Castro, 2015).

## **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.**

La resolución de problemas es la actividad que debe hacer el estudiante para llegar al resultado, es decir, corresponde a la búsqueda de las vías para provocar la transformación de una situación inicial (exigencia, requerimiento o pregunta), a una situación final (respuesta), teniendo en cuenta las condiciones señaladas en el problema y apoyándose en esas mismas condiciones (Campistrous, 1996). Como afirma Santos Trigo (2008, p. 4), “la

meta no es solo reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema”. Es decir, la resolución de problemas requiere de la aplicación de diversos procesos y operaciones matemáticas que permitan alcanzar la meta sugerida en el problema, y a la vez, aprender sobre el mismo proceso de resolución.

### **Modelos de resolución de problemas:**

Diversos investigadores han propuesto algunos modelos o métodos, con diferentes enfoques (matemáticos o cognitivos) para la resolución de problemas.

El modelo de Polya (1945) presenta el siguiente modelo con enfoque matemático y heurístico:

- I. Comprensión de problema: Comprender claramente el enunciado, reconocer las condiciones iniciales del problema con sus datos y determinar la incógnita.
- II. Concebir un plan: determinar las relaciones que existen entre los diversos elementos del problema y trazar un plan para llegar a la solución.
- III. Ejecución del plan: Poner en marcha el plan hasta obtener una solución del problema.
- IV. Examinar la solución obtenida: Verificar cada paso, reexaminar los procesos desarrollados, reconsiderar la solución obtenida y buscar otra forma de resolver el problema.

Bransford y Stein (1987, citado por Dominguez, J. H., y Robayna, M., 1994), proponen un modelo de resolución de problemas de matemáticas de enfoque cognitivo denominado IDEAL. Las letras indican los elementos del modelo se puede resumir así:

- I. Identificación del problema.
- II. Definición y representación del problema.
- III. Exploración de posibles estrategias.
- IV. Actuación fundada en una estrategia.
- V. Logros, observación y evaluación de los efectos de la actividad.

Majmutov, (1975), con un enfoque cognitivo plantea un modelo que ha sido referente de varios investigadores en Cuba. Este modelo se resume así:

- I. Reconocimiento de las condiciones del problema.
- II. Análisis de la situación y planteamiento del problema.
- III. Búsqueda de procedimientos para resolver el problema
- IV. Realización del procedimiento de resolución.
- V. Comprobación de la solución.

Puig y Cerdan (1988). También con enfoque cognitivo plantea el siguiente modelo de resolución de Problemas Aritméticos Elementales, PAE:

- I. Lectura: hacer una visualización del enunciado.
- II. Comprensión: interpretar el enunciado proyectando un proceso de resolución.
- III. Traducción: conversión del lenguaje verbal a un lenguaje matemático formal.
- IV. Calculo: desarrollo de los algoritmos correspondientes al problema.
- V. Solución: Encontrar la respuesta a la pregunta del problema.

VI. Revisión y comprobación: verificar si el resultado corresponde a la exigencia del problema.

Schoenfeld (1985, citado por Santos Trigo, 2007), con un enfoque matemático propone la existencia de cuatro dimensiones que intervienen en el proceso de resolución de problemas:

1. Los recursos (conocimientos previos); 2. Las heurísticas (estrategias cognitivas); 3. El control (estrategias metacognitivas) y 4. El sistema de creencias. Santos Trigo (2007), resume así el método de Schoenfeld:

- I. Análisis: dibujar un diagrama, examinar casos especiales, y tratar de simplificar el problema.
- II. Exploración: considerar problemas equivalentes, considerar problemas modificados ligeramente, y considerar problemas sustancialmente modificados.
- III. Verificar la solución: pertinencia de procesos y datos.

Duval (2006), identifica las siguientes tres fases en la resolución de problemas de matemáticas en un modelo basado en la teoría de las representaciones semióticas:

- I. Problemas verbales con datos pertinentes o no.
- II. La conversión en expresiones simbólicas que encajen con el procedimiento matemático pertinente.
- III. Solución por tratamiento (La transformación de representaciones dentro del mismo registro) (Duval, 2006, p. 164).

De los modelos enunciados, tal vez los que más se ajustan a la resolución de problemas elementales de aritmética, porque son ilustrados, entre otros, con algunos ejemplos de problemas de aritmética de educación básica, son el modelo de Puig (1988) y el modelo de Duval (1995). La mayoría de los otros modelos están, desde mi punto de vista, orientados a problemas un poco más complejos como sugieren los mismos problemas de ejemplo que explican cada modelo.

En esta investigación, se toma como referente principal el modelo de resolución de problemas de Duval, debido a que se requiere, necesariamente de una cuidadosa gestión de registros de representación semiótica que posiblemente permita la promoción de procesos de identificación que se presentan dentro del trabajo de resolución de problemas y que pueden incidir en la obtención de una respuesta adecuada a cada problema desarrollado.

### **TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTACION SEMIOTICA**

Para Duval (1999), el aprendizaje de las matemáticas constituye un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Es por esto que se hace necesaria la utilización de varios sistemas de expresión y de representación distinta a los del lenguaje natural o de las imágenes.

A continuación se definen algunos de los conceptos de la Teoría de las Representaciones Semióticas consideradas en esta investigación.

**Representaciones Mentales:** son el “conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquello que les está asociado” (Duval, 1999, p. 14). Son conceptualizaciones que el individuo puede tener sobre objetos, situaciones o elementos asociados a ellos. Las representaciones mentales permiten mirar al objeto en ausencia total de significante (puntos, trazos, caracteres, sonidos...) perceptible (Duval, 1999).

**Representaciones Semióticas:** son “aquellas producciones constituidas por el empleo de signos,... el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales; es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros” (Duval, 1999, p. 14).

Las representaciones semióticas son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma. De hecho, los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción o experiencia intuitiva inmediata, como sucede comúnmente con objetos "reales". Solo se puede acceder a estos objetos matemáticos con el uso de diferentes sistemas de representación semiótica debido a que estos sistemas cumplen también con las funciones de transformación de la información y de objetivación y toma de conciencia sobre estos objetos (Duval, 1999).

Las representaciones semióticas son a la vez representaciones conscientes y externas y “permiten una *“mirada del objeto”* a través de la percepción de estímulos (puntos, trazos, caracteres, sonidos...) que tienen el valor de significantes” (Duval, 1999, p. 34).

**Representaciones Conscientes:** Estas representaciones se clasifican en virtud de la oposición conciente/no conciente. Según Duval (1999, p. 32) corresponden a “la oposición entre lo que aparece a un sujeto y él observa, de una parte, y lo que a él se le escapa y no puede observar, de otra.” El paso de lo no conciente a la conciencia corresponde a un proceso de objetivación para el sujeto que toma conciencia. (Duval, 1999).

**Representaciones Externas:** Estas representaciones se clasifican en virtud de la oposición externo/interno, “oposición entre lo que de un individuo, de un organismo o de un sistema es directamente visible y observable y lo que, por el contrario, no lo es” (Duval, 1999, p.33). Las representaciones externas, son representaciones producidas como tales por un sujeto o por un sistema. La producción de estas representaciones externas solo se puede efectuar a través de la aplicación de un sistema semiótico (Duval, 1999).

#### **Actividades Cognitivas Fundamentales en la Representación semiótica:**

Para que un sistema semiótico pueda ser un sistema de registros de representación debe permitir la tres actividades cognitivas fundamentales relacionadas con la semiosis: **formación** de representaciones en un registro semiótico particular, **tratamiento** cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro, y **conversión** cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial (Duval, 1999).

**Formación de Representaciones Semióticas:** Para Duval (1999, p. 41) “Formar una representación semiótica es recurrir a uno(s) signo(s) para actualizar, o sustituir la visión de

un objeto.” Es la actividad de “formación de representaciones en un registro semiótico particular, ya sea para “expresar” una representación mental, o bien para “evocar” un objeto real” (Duval, 1999, p. 40). Formar una representación es constituir una o más marcas perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado. Los actos más elementales de formación son, desde un enfoque de registros semióticos, la designación nominal de objetos, la reproducción de un contorno percibido, la codificación de relaciones o de algunas propiedades de su movimiento. Estos actos se articulan en relaciones de orden superior como frase, imagen, esquema, tabla,... y dependen de las posibilidades de estructuración propias del sistema semiótico empleado. Es importante que la formación de representaciones semióticas respete las reglas propias del sistema empleado. Una representación semiótica no debe salirse del dominio definido por las reglas que constituyen un sistema semiótico (Duval, 1999).

**Las reglas de conformidad:** Son reglas que definen un sistema de representación y, en consecuencia los tipos de unidades constitutivas de todas las representaciones posibles en un registro. Permiten el reconocimiento de las representaciones como representaciones en un registro determinado. Estas reglas se refieren esencialmente a:

- La determinación (estrictamente limitada, o al contrario, abierta) de unidades elementales (funcionalmente homogéneas o heterogéneas...): símbolos, vocabulario...
- Las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior: reglas de formación de un sistema formal, gramática de las lenguas naturales...



- Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias de un género literario o a un tipo de producción de un registro (Duval, 1999. P. 42).

**Tratamiento de las representaciones Semióticas:** Un tratamiento es la transformación de una representación inicial en otra representación, respecto a una cuestión, a un problema o a una necesidad, que proporcionan el criterio de interrupción en la serie de transformaciones efectuadas. Un tratamiento es una transformación que se lleva a cabo dentro del mismo registro donde ha sido formada dicha representación. El tratamiento es una transformación interna a un registro (Duval, 1999).

**Conversión de las Representaciones:** “Es una transformación de esa representación en una representación en otro registro conservando la totalidad o una parte del contenido de la representación inicial. La conversión es una transformación externa al registro inicial” (Duval, 1993, p. 42).

Una conversión “es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro” (Duval, 1999, p. 44). Las operaciones correspondientes a la conversión de representaciones, son designadas generalmente con los términos traducción, ilustración, transposición, interpretación, codificación, etc. La conversión es una transformación externa relativa al registro de la representación de partida (Duval, 1999).

**Función Semiótica:** Se dice que se establece entre dos objetos matemáticos (ostensivos o no ostensivos)<sup>12</sup> una función semiótica cuando entre dichos objetos se establece una dependencia representacional o instrumental, esto es, uno de ellos se pone en el lugar del otro o uno es usado por otro (D'Amore, 2006 b. p. 181). Es la posibilidad de hacer uso de diferentes representaciones semióticas de diversos objetos matemáticos.

Para Godino (2003), los constructos que designan los conocimientos del sujeto (representaciones mentales o internas) se relacionan con los objetos ostensivos (notaciones, símbolos, gráficos, materiales manipulativos, etc.), que se consideran como representaciones externas de los conocimientos individuales. “El lenguaje es, por tanto, no sólo el medio por el cual se expresan los no ostensivos, sino también el instrumento para su constitución y desarrollo. Por ello lo consideramos como la faceta ostensiva de los objetos matemáticos” (Godino, 2003, p. 142).

De acuerdo con estos conceptos de ostensivo y no ostensivo, se puede entender para esta investigación, que las entidades que se evocan como representaciones mentales al hacer matemáticas (objetos no ostensivos), se pueden considerar ostensivos cuando son representados en forma textual, oral o gráfica.

**Registros de Representación Semiótica:** En matemáticas, las representaciones semióticas son el medio del cual dispone una persona para exteriorizar o hacer visibles sus

---

<sup>12</sup> Bosch y Chevallard (1999, citados por Godino, 2003) usan los términos ostensivo y no ostensivo para clasificar el mundo de los objetos en dos clases disjuntas: Los ostensivos, que tienen una cierta materialidad, y los no ostensivos, que no la tienen (conceptos, nociones, intuiciones, etc.).

representaciones mentales o imágenes y concepciones que esa persona pueda tener sobre un objeto o sobre una situación y los objetos asociados a ella. Los registros de representación semiótica “constituyen los grados de libertad de los que puede disponer un sujeto para objetivarse él mismo una idea aun confusa, un sentimiento latente, para explorar las informaciones o simplemente, para comunicarlas a un interlocutor” (Duval, 1999, p. 29).

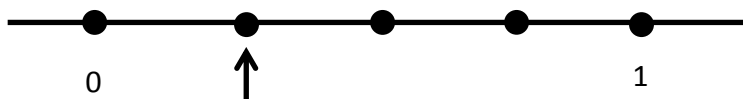
Un registro de representación semiótica corresponde al tipo de lenguaje utilizado para una determinada representación: lenguaje común, lenguaje aritmético, lenguaje algebraico, lenguaje figural, lenguaje pictográfico. Como ejemplo sugiero, representar el objeto matemático “cuarta parte” en diversos registros:

Registro semiótico: lenguaje común: un cuarto, la cuarta parte,...

Registro semiótico: lenguaje aritmético:  $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{7}{28}, \dots$  en escritura fraccionaria; 0,25 en escritura decimal;  $2,5 \times 10^{-1}$  en escritura en notación científica; 25% en escritura porcentual.

Registro semiótico: lenguaje algebraico:  $\{x \in \mathbb{Q}^+ / 4x - 1 = 0\}$  en escritura en la teoría de conjuntos;  $y = f(x) = x \rightarrow \frac{x}{4}$  en escritura de funciones.

Registro semiótico: lenguaje figural o gráfico.



Registro semiótico: lenguaje pictográfico.



**Unidades Significantes:** Corresponden al conjunto de elementos físicos o de trazos (sonidos, posiciones opuestas de un circuito, caracteres, rayas...) que pueden ser identificadas como una representación de alguna cosa en un sistema semiótico y pueden ser representadas en otro. Son todos los elementos que provienen del léxico de un registro y son posibles de representar en otro registro. Las unidades significantes que componen un representación, es decir, un enunciado, una fórmula o un texto... pueden ser tanto palabras o símbolos como reagrupamiento de palabras o de símbolos (Duval, 1999).

**Congruencia y no congruencia entre registros de representación:** Dos representaciones son congruentes, si al segmentar cada una de las representaciones en sus respectivas unidades significantes (todo lo que proviene del léxico de un registro y es posible representar en otro registro) es posible establecer correspondencia entre ellas. Al término de esta segmentación comparativa se puede ver si las unidades significantes son, en cada uno de los dos registros, unidades significantes simples o combinaciones de unidades simples. Según Duval (1999), para determinar si dos representaciones son congruentes, se debe verificar el cumplimiento de los siguientes criterios:

- correspondencia semántica entre las unidades significantes propias de cada registro: a cada unidad significativa simple de una de las representaciones, se puede asociar una unidad significativa elemental.
- univocidad semántica terminal: a cada unidad significativa elemental de la representación de salida, no le corresponde más que una única unidad significativa elemental en el registro de la representación de llegada.

- conservación del orden de organización de las unidades significantes en las dos representaciones comparadas.

En el marco de esta investigación, siguiendo de acuerdo con Duval (2006), se afirma que quien quiere resolver un problema de aritmética debe partir de la lectura del problema, expresado en un registro verbal con datos para obtener una representación inicial apropiada del mismo. Esa representación inicial debe ser una representación semiótica que permita las transformaciones de conversión y de tratamiento pertinentes. La respuesta final o exigencia del problema se obtiene por tratamiento en los últimos registros aritméticos o algebraicos.

### **Concepto de Identificación:**

Como elementos fundamentales para hacer una aproximación a un concepto de identificación, se toma la definición de Cazares (1999),

Es la acción que permite la inclusión o no de un objeto de estudio en un concepto o fenómeno a partir de las propiedades necesarias y suficientes que caracterizan al mismo objeto. Para referir al objeto con conceptos es preciso realizarlo a partir de sus propiedades, que pueden ser necesarias, suficientes o ambas a la vez.

La identificación se realiza sobre la base de indicios esenciales.... Hay que determinar si el objeto en cuestión cumple o no estas propiedades esenciales del concepto. Esto se hace a través de tres tipos de acciones:

- Acciones relativas a la diferenciación del concepto mediante sus rasgos esenciales.
- Acciones relativas a determinar la estructura lógica del concepto.

- Acciones relativas a determinar si el objeto tiene o no los rasgos esenciales (Cazares 1999, p. 35).

Davydov (citado por Cazares 1999), define los indicios substanciales como aquellos que son "comunes" a un cierto grupo de objetos y a su vez "necesarios y suficientes" para "distinguir" el grupo dado de los demás.

Vázquez Sánchez (2013) proporcionando una explicación de los procesos cognitivos vinculados con la percepción, hace un estudio dirigido al análisis de aquellos tipos de percepción que pueden ser utilizados en la evaluación empírica del conocimiento. Luego de afirmar que la percepción es una fuente de información, se refiere a la identificación como la acción de prestarle cierta atención a los rasgos del entorno que son percibidos. Al respecto afirma Vázquez (2013)

Se explica la identificación o reconocimiento de los nuevos miembros de una categoría por su *similitud* con el *prototipo* (teoría de prototipos) o con los *ejemplares* (teoría de ejemplares) ya almacenados en la memoria... la identificación, depende tanto de la estimulación sensorial como de procesos inferenciales sustentados en los conocimientos previos disponibles... La estimulación procedente del mundo exterior o del propio organismo nos proporciona información sensorial que, a la luz de las representaciones ya almacenadas en la memoria, se organiza dando lugar a la identificación categorial de los ítems percibidos (p. 56).

Teniendo en cuenta estos dos conceptos de identificación, se puede hacer la siguiente aproximación al concepto: para este trabajo, se entiende por identificación a la acción que

permite reconocer y seleccionar rasgos, propiedades, características o cualquier otra unidad significativa del objeto, concepto, situación o contenido que se quiere representar. La percepción de la información es sensorial, mientras que la organización de esta información que hace posible la identificación se desarrolla dentro del marco de representaciones ya almacenadas en la memoria del sujeto. La identificación está vinculada a la identidad del objeto es decir al conjunto de rasgos que caracterizan al objeto y lo hacen diferente de otros objetos.

Este concepto de identificación se relaciona con el de formación de registros de representación semiótica ya que los actos más elementales de la formación, enunciados por Duval (1999, p. 41) que “son, según los registros, la designación nominal de objetos, la reproducción de su contorno percibido, la codificación de relaciones o de algunas propiedades de un movimiento” requieren de la identificación como la acción que permite reconocer y seleccionar rasgos, propiedades, características pertinentes para la formación. Así lo complementa Duval (1999, p. 42) al afirmar que “las reglas de conformidad permiten identificar un conjunto de elementos físicos o trazos... como una representación de alguna cosa en un sistema semiótico.

En la resolución de un problema aritmético, la primera percepción que se tiene del problema está dada en un determinado registro (por lo general escrito como enunciado discursivo) de representación del cual se deben reconocer las unidades significantes que hacen posible la formación del registro de representación semiótica que pueden hacer visible la acción de identificación de las unidades significantes seleccionadas para dar

inicio a un proceso de resolución del problema que continuará con el tratamiento y la conversión de los registros que se van configurando en la resolución del problema evidenciando, acciones de identificación, sobre todo en la formación y en la conversión para verificar la congruencia o no congruencia de los mismos. Se muestra el siguiente ejemplo:

Primera percepción del problema	En una ruta escolar viajan 25 estudiantes. Si en otra ruta viajan 12 estudiantes más que en la primera, ¿Cuántos estudiantes viajan en esta última ruta?
Identificación de unidades significantes	Primera ruta con 25 estudiantes Segunda ruta con 12 estudiantes “más” que la primera Estudiantes que viajan en la segunda ruta: x
Formación de registro (el signo “+” corresponde al operador semántico “mas” que representa la diferencia entre los dos polos comparados.	
Conversión	$25 + 12 = x$
Tratamiento	$25 + 12 = x$ $37 = x$
Nueva Conversión	En la segunda ruta viajan 37 estudiantes

Figura 3. Ejemplo de actividades cognitivas fundamentales de la representación semiótica.  
Fuente: Elaboración propia.

En la figura 3, se observa la congruencia entre el enunciado del problema con las unidades significantes identificadas (incluyendo el operador semántico “más”), el registro inicial y su conversión en una ecuación (registro algebraico) de donde se obtiene la respuesta por tratamiento (cálculo) sobre el mismo registro algebraico. La respuesta obtenida es escrita en el mismo tipo de representación en que fue propuesto el problema, lo que implica una nueva conversión.



### **2. 3. MARCO LEGAL**

La Ley General de Educación, Congreso de la República (1994), representa una importante decisión del estado por reglamentar el sistema educativo y señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público.

De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, define y desarrolla la organización y la prestación de la educación formal en sus niveles preescolar, básica (primaria y secundaria) y media, no formal e informal, dirigida a niños y jóvenes en edad escolar, a adultos, a campesinos, a grupos étnicos, a personas con limitaciones físicas, sensoriales y psíquicas, con capacidades excepcionales, y a personas que requieran rehabilitación social.

Esta ley permitió el ejercicio de pensar la educación y definir lineamientos curriculares tanto generales como particulares de cada área. Los Lineamientos curriculares de matemáticas, Ministerio de Educación Nacional (1998) sirvieron de marco para definir los Estándares Básicos de Matemáticas, Ministerios de Educación Nacional (2006) y la Fundamentación Conceptual del Área de Matemáticas, Icfes (2007) en donde la Resolución de Problemas de Matemáticas tiene un papel fundamental en la competencia matemática.

En los lineamientos generales de las pruebas Saber 11 (Icfes, 2014), se mantiene el mismo marco contextual de las pruebas anteriores pero se definen algunas situaciones o contextos desde las cuales se evalúa la competencia matemática. Estas situaciones son: Familiares o personales, Laborales u ocupacionales, Comunitarias o sociales, Matemáticas o científicas.

De otro lado, en las Orientaciones para el área de matemáticas de La Secretaría Educación Distrital (Sed, 2014) se plantean elementos importantes para un currículo para la excelencia académica y la formación integral en donde es importante fortalecer toda la transdisciplinariedad de esta área con el desarrollo de la competencia matemática para resolver problemas de los diferentes contextos y poder lograr una formación en el marco de una educación para el buen vivir.

### **3. METODOLOGÍA**

#### **3. 1. Enfoque**

Para esta investigación se optó por un estudio con enfoque cualitativo que permitió un acercamiento a los procesos de resolución de problemas aritméticos por parte de los estudiantes y a sus explicaciones sobre posibles dificultades en la identificación de las condiciones de cada problema propuesto y en sus procesos de resolución. Lo anterior está sustentado en lo expresado por Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, sobre la investigación cualitativa.

El enfoque cualitativo se selecciona cuando se busca comprender la perspectiva de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas a los que se investigará) acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y

significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad (2006, p. 364).

De acuerdo con Strauss y Corbin (2002, p. 20), la investigación cualitativa puede tratarse “sobre la vida de la gente, las experiencias vividas, los comportamientos, emociones y sentimientos, así como al funcionamiento organizacional, los movimientos sociales, los fenómenos culturales y la interacción entre las naciones”, además, permite tomar información a partir de entrevistas, observaciones, documentos escritos o registros de audio y video que facilitan un análisis de tipo cualitativo de los datos con procesos de interpretación no matemáticos realizado con el propósito de descubrir conceptos y relaciones en los datos brutos y luego organizarlos en un esquema explicativo teórico (Strauss, 2002), lo que sustenta el enfoque del presente trabajo de investigación.

### **3. 2. Alcance**

El análisis de la información obtenida por observación directa dentro del salón de clase, con el uso de algunos instrumentos como observaciones de campo, análisis de evaluaciones y actividades desarrolladas por la población objeto de la investigación, entrevistas realizadas a estudiantes permitirá describir y explicar la incidencia de procesos de identificación en la resolución de problemas, para tomar algunas acciones que permitan mejorar la resolución de problemas aritméticos, por esta razón el alcance de este trabajo es descriptivo y explicativo (Hernández Sampieri, 2006).

### **3. 3. Diseño de la Investigación**

Este trabajo se enmarca en la investigación acción-participación debido a que parte de la reflexión sobre posibles dificultades que presentan los estudiantes cuando deben cumplir actividades de resolución de problemas durante la clase de matemáticas lo que implica un cambio de rol del docente quien asume el papel de docente investigador. Para Hernández Sampieri (2006), el propósito fundamental de la investigación acción se centra en aportar información que guíe la toma de decisiones para programas, procesos y reformas estructurales. Elliot (1991, citado por Hernández Sampieri, 2006) conceptúa la investigación-acción como el estudio de una situación social con miras a mejorar la calidad de la acción dentro de ella. Para León y Montero (2002, citado por Hernández Sampieri, 2006), la investigación acción representa el estudio de un contexto social donde mediante un proceso de investigación se investiga al mismo tiempo que se interviene. En relación con este trabajo se pretende investigar una situación observada desde la práctica pedagógica como es el estudio de algunas dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas, para encontrar acciones que permitan mejorar la misma práctica pedagógica.

Para McKernan (2001, citado por Hernández Sampieri, 2006) los diseños de investigación-acción están fundamentados en tres pilares: son los participantes que están viviendo un problema los que están mejor capacitados para abordarlo en un entorno natural; la conducta de estas personas está influida de manera importante por los entornos naturales en que se encuentran y, la metodología cualitativa es la mejor para el estudio de estos entornos.

La elección de este tipo de investigación, responde a la intención de promover procesos de identificación a través de la gestión de registros de representación semiótica para fortalecer procesos de resolución de problemas aritméticos en los estudiantes de grado sexto del Colegio Gonzalo Arango IED.

### **3. 4. Población**

La población de la investigación corresponde a 40 estudiantes del curso 601 del Colegio Gonzalo Arango de la localidad de Suba, Bogotá. La edad promedio de estos estudiantes es 11 años lo que indica que estarían en la parte final del estadio de las operaciones concretas, con algunos rasgos bien marcados de esta etapa. Su visión del mundo sigue siendo muy concreta, su elaboración y verificación de hipótesis no es fuerte y su marcado egocentrismo influye en continuos brotes que afectan la convivencia, en el no cumplimiento de instrucciones y en el desconocimiento reflexivo de la norma, dificultando el aprendizaje reflexivo (Piaget, citado por Santrock, 2006). Presentan altos índices de inestabilidad frente al seguimiento de instrucciones pues han pasado de tener un docente que hacía de director de grupo y dirigía el desarrollo de la mayoría de las asignaturas, a tener un docente especializado en cada asignatura.

Al interior del ciclo tres, se tiene como impronta “me comunico y me expreso” con la cual se pone de manifiesto la pertinencia de promover procesos de identificación y mejorar la gestión de registros semióticos para fortalecer procesos de resolución de problemas aritméticos en los estudiantes de grado sexto del Colegio Gonzalo Arango IED.

De acuerdo con Hernández Sampieri (2006), es una población homogénea pues los estudiantes (unidades de estudio) poseen un mismo perfil o características y comparten rasgos similares ya que sus edades oscilan entre los 11 y 13 años, comparten el mismo currículo, tienen necesidades académicas similares y las dificultades que motivaron esta investigación, son similares para la mayoría de los estudiantes pues tienen inadecuados procesos de identificación, planteamiento y desarrollo de problemas de aritmética.

### **3. 5. Categorías de análisis.**

Por ser un trabajo con enfoque cualitativo y un diseño de investigación-acción, la definición de categorías de análisis se hace atendiendo al propósito inicial de promover procesos de identificación a través de la gestión de registros semióticos para fortalecer procesos de resolución de problemas aritméticos en los estudiantes de grado sexto del Colegio Gonzalo Arango IED. Lo anterior se sustenta en las características que Elliott, J. (1990) al definirla como

... una práctica reflexiva social en la que no hay distinción entre la práctica sobre la que se investiga y el proceso de investigar sobre ella.... Desde esta perspectiva, la docencia no es una actividad y la investigación-sobre-la-enseñanza otra. Las estrategias docentes suponen la existencia de teorías prácticas acerca de los modos de plasmar los valores educativos en situaciones concretas, y cuando se llevan a cabo de manera reflexiva, constituyen una forma de investigación-acción (Elliott, J., 1990, p. 15).

Para Hernández (2006, p. 417), “la observación cualitativa no es un asunto de unidades y categorías predeterminadas”, por esta razón, en la medida en que se configuraba un

diagnóstico relacionado con el problema de investigación, surgen tres categorías como resultado de la información obtenida en la prueba de entrada: Identificación de las condiciones del problema, resolución de problemas y gestión de registros de representación semiótica.

**Identificación de las condiciones del problema:** Es uno de los procesos más importantes relacionado con las tres actividades fundamentales de la representación semiótica ya que se pone de manifiesto en el reconocimiento de las representaciones que se presentan ante el sujeto, lo que implica una selección de unidades significantes (rasgos) en el contenido a representar (Duval, R., 1999). En esta categoría se analizan las subcategorías definidas en la tabla 1.

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Identificación de las condiciones del problema</b>	Identificación de palabras relacionadas con el enunciado del problema.	Identifica las palabras relacionadas con el problema y que le pueden ayudar en su adecuada resolución.
	Identificación de las unidades significantes y sus relaciones.	Identifica datos, relaciones entre datos conocidos. significado del operador semántico y las relaciones entre los polos del operador semántico
	Identificación del operador semántico.	Identifica si el problema es de cambio o comparación aditiva o multiplicativa, teniendo solo una idea, en relación con el operador semántico que permite tomar decisiones frente a procesos a desarrollar.
	Identificación de la pregunta a resolver.	Identifica la pregunta a resolver en términos de variaciones o comparaciones.
	Identificación y selección de las operaciones adecuadas.	Identifica y selecciona la operación correspondiente al problema.
	Obtención de la respuesta esperada.	Obtiene la respuesta esperada de acuerdo a lo identificado en la pregunta

Tabla 1. Categoría de identificación de condiciones del problema.

### Gestión de Registros de Representación Semiótica:

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Gestión de Registros de Representación Semiótica.</b>	Representaciones auxiliares. Formación.	Hace representaciones en registros gráficos o dibujos según las leyes de conformidad.
	Representación en un registro aritmético. Conversión.	Efectúa conversión de representaciones atendiendo a los criterios de congruencia.
	Tratamiento de representaciones	El tratamiento adecuado en un mismo registro, refleja el desarrollo correcto de las operaciones.
	Uso de un registro final.	Obtiene la respuesta esperada de acuerdo a lo identificado en la pregunta, indicando que corresponde a lo pedido.

Tabla 2. Categoría de Gestión de Registros de Representación Semiótica.

### Resolución de Problemas:

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Resolución de problemas</b>	FASE I. Problemas verbales con datos pertinentes o no.	Usa un registro de representación correspondiente al registro discursivo del enunciado del problema
	FASE II. La conversión en expresiones simbólicas que encajen con el procedimiento matemático pertinente	Efectúa conversión de representaciones atendiendo a los criterios de congruencia.
	FASE III. Solución por tratamiento (La transformación de representaciones dentro del mismo registro)	Hace tratamiento adecuado hasta obtener la respuesta esperada.
	Reflexión sobre el proceso de resolución <sup>13</sup> .	Verifica si la respuesta obtenida es correcta, o corresponde a la pregunta del problema. Reflexiona sobre el proceso de resolución del problema.

Tabla 3. Categoría de Resolución de problemas.

### 3. 6. Instrumentos de Recolección de Información

Con el fin de tener evidencia suficiente para la estructura de la investigación, el análisis de los resultados obtenidos y de posibles hallazgos y teniendo en cuenta el enfoque cualitativo

<sup>13</sup> No corresponde a las Fases propuestas por Duval, pero es importante para esta investigación atendiendo a las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolución de problemas, formuladas por Alan Schoenfeld (1987, como se cita en Santos Trigo, 2007): dominio de conocimientos o recursos, estrategias cognitivas o métodos heurísticos, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias, y al uso del crucigrama como material de trabajo en este documento.



de esta investigación, los instrumentos que se emplearon en la recolección de información fueron los siguientes:

**Diario de Campo:** Fue necesario llevar registros y elaborar anotaciones durante los eventos o sucesos vinculados con el planteamiento del problema (ver figura 4). No siempre fue posible tomar nota durante la actividad desarrollada por lo que se complementaba la información al terminar la actividad como lo sugiere Hernández (2006).

Las observaciones registradas en el diario de campo tenían el propósito de verificar, en primer lugar, si se evidencia en los estudiantes procesos adecuados en la resolución de problemas entendiendo como tales procesos la presencia de las cuatro dimensiones plateadas por Alan Schoenfeld (como se cita en Santos Trigo, 2007): dominio de conocimientos o recursos, estrategias cognitivas o métodos heurísticos, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias. Estas observaciones permitieron bosquejar un diagnóstico y preparar otras actividades que permitieron observar ausencia de gestión de registros de representación y posiblemente de procesos de identificación correspondiente a los enunciados de cada problema. En estas últimas actividades también se evidenció una posible falta de disposición para el uso de estrategias metacognitivas.

DIARIO DE CAMPO


FECHA	PRECATEGORIA	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	OBSERVACIONES	INTERPRETACION	REGISTRO FOTOGRAFICO
09/02/2016	Resolución de problemas	Se propone a los estudiantes el desarrollo del crucinúmero 01 del libro Desarrollo de Pensamiento Matemático, Nivel Inicial. Este crucigrama matemático está compuesto de 48 situaciones relacionadas con conceptos básicos de geometría como perímetro y área, y operaciones básicas de aritmética. Se explica el concepto de clave para el crucigrama y como se debe diligenciar el tablero de casillas en donde se deben escribir los resultados de cada	En H1a, varios estudiantes preguntan cómo se calcula el área de un rectángulo. El profesor pregunta a los estudiantes por el concepto de área y el de perímetro y, en discusión con el grupo, se acuerda una forma de calcular cada uno. En H1b, varios estudiantes preguntan por la operación que se debe hacer. En H2, varios estudiantes determina los perímetros sin dificultad, algunos preguntan si se hace por suma o multiplicación. En H3a, la mayoría pregunta por el significado del cuadrado de un número. En discusión con los estudiantes se acuerda la forma de calcular potencias de un número dado. Al llegar al punto H3c, la	Los estudiantes leen el enunciado del problema una vez y no se preocupan por dividir cada situación en condiciones iniciales y exigencia de resolución, lo que puede significar ausencia de estrategias heurísticas. En cuanto a los recursos, los estudiantes olvidan conceptos trabajados recientemente en clase como números primos, porcentaje, perímetro y área de triángulos, cuadrados y rectángulos. En cuanto a actitudes y creencias, Los estudiantes se distraen con mucha frecuencia lo que implica llamar la	

Figura 4. Presentación parcial del diario de campo.  
Fuente: Elaboración propia.

### Prueba de Entrada:

Luego de la manifestación de algunas dificultades durante la resolución de problemas aritméticos propuestos en los crucinúmeros, se diseñó una prueba de entrada con el propósito de observar procesos de identificación y su incidencia durante la resolución de problemas de aritmética.

Esta prueba constaba de 12 problemas de aritmética de los cuales el problema 1, era de cambio agregado; el problema 2, de cambio con disgregación; los problemas 3 y 4 eran de comparación aditiva; el problema 5, era de comparación de segundo nivel; los problemas 6,

7, 8, 9 y 10 eran de reparto equitativos y los problemas 11 y 12 eran de comparación multiplicativa. (Ver Anexo 1.)

Para Arribas (2004, p. 6), la validez “es el grado en que un instrumento de medida mide aquello que realmente pretende medir o sirve para el propósito para el que ha sido construido”. Para verificar la validez de la prueba de entrada se aplicó una prueba piloto a los 40 estudiantes del curso 602 de la jornada de la tarde de colegio Gonzalo Arango IED, quienes presentan condiciones similares a la población objeto de esta investigación, (Arribas, 2004)

**Organizador Gráfico:** Del análisis de la prueba de entrada, se definió como instrumento central de la intervención, un formato para la resolución de problemas en forma de organizador gráfico.

Un organizador gráfico se concibe como una combinación de representaciones no lingüísticas (formas, símbolos y flechas) con elementos lingüísticos (palabras y frases). Facilitan el descubrimiento y diseño de patrones, relaciones, e interrelaciones. Ayudan a desarrollar el pensamiento creativo, facilitan tanto el desarrollo de habilidades cognitivas a través de la práctica de estrategias de aprendizaje como el despliegue visual interactivo de contenidos (López, Ponce, Labra, y Jara, 2008, p. 105).

Este organizador gráfico, diseñado para esta investigación, fue utilizado durante la intervención a manera de rutina de pensamiento con el propósito de evidenciar procesos de identificación en la resolución de problemas desde un enfoque de registros de

representación semiótica tratando de generar hábitos de gestión de registros y del mismo modelo de resolución.

Para Richhart, Church, y Morrison, (2014), las rutinas de pensamiento no son solo procedimientos, procesos o patrones de acción que se utilizan de manera repetitiva para manejar y facilitar el logro de metas o tareas, son procedimientos que ofrecen un marco para enfocar la atención en movimientos específicos del pensamiento que ayudan a construir la comprensión.

Los elementos que conforman el organizador gráfico utilizado son (Ver Anexo 2):

- Enunciado del problema: Escrito en registro discursivo, o lenguaje común.
- Vocabulario relacionado: Palabras que ayudan a entender el enunciado. Si no se tiene idea del significado de alguna palabra, se debe consultar
- Situación Inicial: Escribir con sus propias palabras el enunciado del problema resaltando datos dados.
- Pregunta a Resolver: Escribir con sus propias palabras la exigencia del problema resaltando datos a determinar
- Gráfica o Dibujo: Posibles registros gráficos o figurativos del problema o de algunos de sus elementos.
- Representación Inicial y Procesos: Registro aritmético inicial, tratamiento y conversión de registros de representación semiótica. (Operaciones).
- Registro Final y respuesta: Igualdad entre el último registro y el resultado final del problema.

- Observaciones sobre el proceso de resolución y coherencia de los resultados.  
Reflexión sobre el proceso de resolución de problemas y sobre coherencia y pertinencia del resultado obtenido.

**Crucinúmero:** Como complemento de la intervención, para propiciar estrategias de reflexión y verificación de procesos en algunos problemas, se propuso el desarrollo de un crucigrama matemático ya que durante esta actividad, en algún momento, el estudiante requiere de la verificación de algunos procesos ya realizados.

El crucinúmero es una actividad matemática, basada en el concepto del crucigrama de palabras. Consiste en un tablero compuesto por casillas horizontales y verticales que se deben llenar en la medida en que se resuelven algunas situaciones o problemas relacionados con cantidades escritas en forma numérica. Las casillas negras sirven para separar dos cantidades. Estas cantidades que se escriben en el tablero se obtienen al resolver la situación o el problema planteado, (Contreras, s. f.).

El propósito, en términos didácticos, de este tipo de crucigramas matemáticos, compuesto fundamentalmente por problemas de aritmética y algunos ejercicios que representan el desarrollo de algoritmos aritméticos básicos, está sustentado en el reconocimiento de las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolución de problemas, formuladas por Alan Schoenfeld, (1987, como se cita en Santos Trigo, 2007): dominio de conocimientos o recursos, estrategias cognitivas o métodos heurísticos, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias. Además, permite el ejercicio de los cinco procesos generales que se

presentan cuando se tiene actividad matemática: 1. Formular y resolver problemas. 2. Modelar procesos y fenómenos de la realidad. 3. Comunicar. 4. Razonar. 5. Formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos como plantea el Ministerio de Educación Nacional (2006).

Los crucinúmeros propuestos en esta investigación tienen 24 situaciones o problemas horizontales y 24 verticales, llamados claves, cuyas respuestas son números naturales de dos, tres o cuatro dígitos (Ver Anexo 4.). No hay respuestas de un dígito. Estas 48 claves, se deben resolver en su totalidad (horizontales y verticales) para verificar la concordancia entre las cantidades en el cruce de las casillas horizontales y verticales correspondientes (Contreras, s. f.).

**Hoja de Procesos de Resolución de Problemas de Crucinúmeros:** Corresponde a una hoja que contiene, por un lado, 24 casillas que corresponden a las claves horizontales y por el otro lado, 24 casillas que corresponden a las claves verticales. Estas casillas son espacios en donde se deben escribir los procesos de cada clave del crucinúmero las cuales están codificadas en esta hoja. Como ejemplo de esta codificación están, (Ver Anexo 5):

H1a., corresponde a la primera situación de la primera línea horizontal.

H1b., corresponde a la segunda situación de la primera línea horizontal.

V3a., corresponde a la primera situación de la tercera línea vertical.

V3b., corresponde a la segunda situación de la tercera línea vertical.

V3c., corresponde a la tercera situación de la tercera línea vertical.

**Prueba de Salida:** Se aplicó la prueba de salida con el propósito de evaluar intervención verificando la existencia de procesos de identificación y de una mejor gestión de registros de representación durante la resolución de problemas. Esta prueba constaba de 12 problemas de aritmética de los cuales el problema 1, era de cambio agregado; el problema 2, de cambio con disgregación; los problemas 3 y 4 eran de comparación aditiva; el problema 5, era de comparación de segundo nivel; los problemas 6, 7, 8, 9 y 10 eran de reparto equitativos y los problemas 11 y 12 eran de comparación multiplicativa.

En esta prueba, se modificó el orden de la situación dada y la exigencia de cada problema para adecuarla al esquema o formato de las situaciones del crucinúmero en el que en cada problema aparece primero la exigencia o pregunta y a continuación las condiciones iniciales del problema, por ejemplo: Estampillas que tiene José, si tiene 7 cajas y en cada caja hay 16 estampillas, (Ver Anexo 6).

**Registros Fotográficos y de Audio:** Como soporte de las actividades realizadas se tienen registros fotográficos y de audio que se utilizaron como evidencia en el análisis de la información (Ver Anexo 7 y Anexo 8).

### **3. 7. Plan de Acción.**

El desarrollo de esta investigación se llevó a cabo en tres fases: Una primera fase de diagnóstico y diseño, luego una fase de implementación y por último una fase de evaluación.

## **Fase I: Diagnóstico y diseño.**

**Diagnóstico:** Este trabajo de investigación inició luego de un trabajo intenso con los estudiantes para resolver el crucinúmero 1 y el crucinúmero 2, con diferentes situaciones que involucraban conceptos ya vistos por los estudiantes, (Contreras, 2014). Esta actividad permitió estructurar un diagnóstico relacionado con algunas dificultades en los procesos de identificación que tenían los estudiantes, del curso 601 de la jornada de la tarde de colegio Gonzalo Arango IED.

**Consulta Bibliográfica:** Luego del diagnóstico, fue necesario iniciar un periodo de búsqueda de información sobre resolución de problemas para verificar el estado del arte y encontrar algunos referentes teóricos que sirvieran de guía para el propósito de esta investigación.

**Diseño de la Propuesta de Intervención:** Después de haber seleccionado como referente fundamental la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval, se procedió al diseño la propuesta de intervención la cual, para su implementación, requería del diseño de los siguientes instrumentos: prueba de entrada, organizador gráfico, crucinúmeros adecuados a la prueba de entrada y hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros<sup>14</sup>.

El análisis de la prueba de entrada permitió la definición de la categoría gestión de registros de representación semiótica de la cual se observaron los siguientes elementos:

---

<sup>14</sup> Estos instrumentos ya se han explicado arriba.



representación gráfica o dibujo, representación inicial en un registro aritmético, congruencia de la representación inicial con el lenguaje discursivo, tratamiento de representaciones, conversión de dos o más representaciones, y uso de un registro final.

## **Fase II: Implementación de la propuesta.**

Se procedió a aplicar la prueba de entrada, la cual fue resuelta de manera individual por los estudiantes objeto de la investigación. Para su interpretación, se realizó una codificación de los nombres de los estudiantes de acuerdo al número de la lista que le corresponde en el curso. Del análisis de esta prueba de entrada se decidió realizar 7 sesiones de implementación.

Los propósitos de aprendizaje para cada una de las primeras 4 sesiones fueron:

1. Propiciar procesos de identificación de los elementos dados en el problema (datos, relaciones entre los datos, pregunta a resolver).
2. Hacer uso de diferentes registros de representación de acuerdo al enunciado del problema.
3. Resolver el problema a través de los procesos de identificación y de representación semiótica realizados.

La selección de los problemas sugeridos, se hizo atendiendo a la clasificación de problemas aritméticas realizada por Castro (2015) y a las dificultades observadas durante la fase de diagnóstico en el desarrollo de este tipo de problemas.

Cada una de estas cuatro sesiones iniciales se desarrolló de acuerdo al diseño del Formato de Procesos de Resolución de Problemas sobre el cual se propuso la discusión de cada uno de sus elementos atendiendo al enunciado del respectivo problema a resolver (Anexo 2.).

**Sesión 1.** El docente investigador presentó a los estudiantes el organizador gráfico llamado Formato de Procesos de Resolución de Problemas, explicó cada una de sus componentes y entregó, a todos los estudiantes, cuatro formatos en donde ellos, deberían resolver cuatro problemas de aritmética sugeridos por el docente. Esta sesión se desarrolló en discusión con toda la clase.

**Sesión 2.** Los estudiantes, organizados en grupos de cuatro, resuelven, usando el organizador gráfico llamado Formato de Procesos de Resolución de Problemas, cuatro problemas aritméticos en cuyos procesos de resolución deben usar distintos registros de representación semiótica como se indicó en la anterior sesión.

**Sesión 3.** Los estudiantes, de manera individual, resuelven, usando el organizador gráfico llamado Formato de Procesos de Resolución de Problemas, seis problemas de aritmética para identificar posibles errores en la gestión de registros semióticos necesarios durante el proceso de resolución.

**Sesión 4.** Entrevistas a los estudiantes sobre el proceso de resolución de las situaciones sugeridas, mientras se continúa con el ejercicio de resolución usando el formato de procesos de resolución de problemas.

El propósito de las sesiones 5 y 6 fue verificar procesos de identificación, de gestión de registros de representación semiótica, resolución de problemas y reflexión sobre algunos procesos de resolución durante la actividad del crucinúmero.

**Sesión 5.** Socialización con los estudiantes sobre el trabajo con el crucigrama matemático y su desarrollo en el formato llamado hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros. Se inicia trabajo de desarrollo de un crucigrama matemático. Los estudiantes se organizan en grupos de cuatro para discutir los problemas del crucinúmero, pero cada estudiante debe diligenciar, su propio formato de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros.

**Sesión 6.** Los estudiantes continúan el trabajo con el crucigrama y simultáneamente, el docente investigador entrevista a algunos estudiantes para verificar sus procesos de resolución evidenciados en la hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros.

**Sesión 7.** Aplicación de la prueba de salida diseñada para este momento.

### **Fase III: Evaluación de la intervención.**

**Sesión 8.** Los estudiantes organizados en parejas desarrollan otro crucinúmero diligenciando, cada uno, su propia hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros. Simultáneamente, el docente investigador realiza entrevistas, a algunos estudiantes, sobre sus progresos en la resolución de problemas, la intervención realizada,

algunos procesos de verificación de algunos problemas (Estrategias metacognitivas) y su propia percepción de las actividades desarrolladas con el organizador gráfico y con la hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros.

## **4. RESULTADOS Y ANALISIS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **4. 1. Resultados o Hallazgos**

Los resultados de la investigación están organizados según evidencias y documentos recogidos de acuerdo al plan de acción desarrollado.

#### **Diagnóstico:**

El diagnóstico se realizó a partir de la observación de las dificultades de los estudiantes durante el desarrollo de dos crucinúmeros propuestos. Durante cuatro sesiones de trabajo con el crucinúmero, los estudiantes en discusiones plenarias, manifestaron dudas, interrogantes y preguntas aproximadamente en el 90% de las situaciones presentadas en los dos crucinúmeros desarrollados, como se evidencia en el respectivo diario de campo, Anexo 9.

Por ejemplo, ante el enunciado siguiente:<sup>15</sup> *Área de un rectángulo de 18 unidades de base y 36 unidades de altura* (H1a), algunos estudiantes preguntan cómo se calcula el área de un rectángulo. Al preguntar por el *Dinero que pagué por la compra de cinco lápices si cada*

---

<sup>15</sup> Es importante resaltar la estructura semántica de cada enunciado en el crucinúmero, pues inicia con la exigencia de la situación lo que puede ser relevante en términos de la identificación y de la gestión de registros de representación semiótica, ya que tal vez una de las primeras acciones sea plantear una pregunta coherente con la situación que propone el crucinúmero, que sería una primera acción de formación.

*uno vale \$ 850 (H1b)*, varios estudiantes preguntan por la operación que se debe hacer. A la situación *Longitud del lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es 54 unidades (H3c)*, algunos los estudiantes preguntan por la forma de calcular el lado de un triángulo conociendo su perímetro. Ante la situación *Cantidad de dinero que me devuelven cuando pago con un billete de \$10.000 un cuaderno cuyo costo es de \$ 4680 (V3b)*, varios estudiantes no entienden el enunciado de la situación. Las situaciones tomadas como ejemplo corresponden al crucinúmero 1, (Ver anexo 9).

Durante el desarrollo del crucinúmero 3 (Ver anexo 9), se presentaron preguntas y dudas que los estudiantes habían discutido durante el desarrollo del crucinúmero anterior, por ejemplo, a la pregunta *Área de un terreno rectangular de 17 metros de largo y 15 metros de ancho, (H4b)*, de nuevo, varios estudiantes preguntan por la forma de resolver la situación y algunos de ellos no obtienen la respuesta esperada. En H5a, *Cantidad de lápices que tengo, si al comprar 52 docenas me dan 8 lápices de más*, algunos estudiantes preguntan por la forma de resolver la situación.

### **Prueba de Entrada:**

Luego de la manifestación de algunas dificultades durante la resolución de problemas aritméticos propuestos en los crucinúmeros, se diseñó una prueba de entrada con el propósito de observar procesos de identificación y su incidencia durante la resolución de problemas de aritmética.

Los tipos de problemas por pregunta de la prueba de entrada se muestran en la tabla 4.

Numero de Problema	Tipo de Problema
Problema 1.	Cambio agregando
Problema 2.	Cambio desagregando
Problemas 3 y 4.	Comparación aditiva
Problema 5.	Comparación de segundo nivel
Problemas 6, 7, 8, 9 y 10	Repartos equitativos
Problemas 11 y 12	Comparación multiplicativa

Tabla 4. Organización de problemas de la prueba de entrada.

De la información obtenida se encontró que existen algunas dificultades que se manifiestan en el momento de la resolución de problemas por parte del estudiante. Estas dificultades permitieron establecer las siguientes categorías de análisis:

- 1 Identificación de las condiciones del problema.
- 2 Gestión de registros de representación semiótica
- 3 Resolución de problemas

#### **Identificación de las condiciones del problema:**

De la información obtenida en esta prueba se obtienen los siguientes resultados que evidencian algunos errores o dificultades que presentaron varios estudiantes en el proceso de *identificación de las condiciones del* problema durante la resolución de los problemas de aritmética propuestos:

Por ejemplo, en un problema de cambio con agregación, el estudiante E14 desarrolla el proceso de la figura 5.

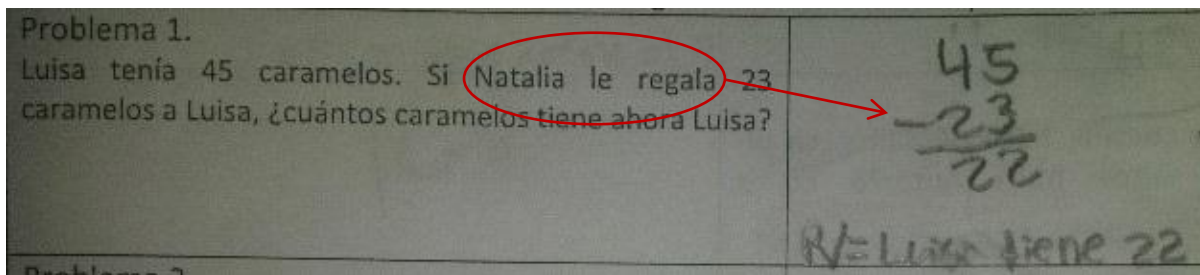


Figura 5. Problema 1, Prueba de entrada.  
Fuente: Producción de los estudiantes.

El estudiante no reconoce que Natalia le regaló 23 caramelos a Luisa, quien tenía 45 caramelos y ahora deberá tener 45 más 23 caramelos. No identifica si debe hacer una suma o una resta. En el enunciado del problema, el estudiante no identificó alguna palabra, (operador semántico)<sup>16</sup> que le ayudara a interpretar mejor la información. Tampoco identificó la relación existente entre los polos del operador, (quien le regala a quien).

En un ejemplo de resolución de un problema de cambio con disgregación, el estudiante E16 desarrolló el siguiente proceso que se muestra en la figura 6.

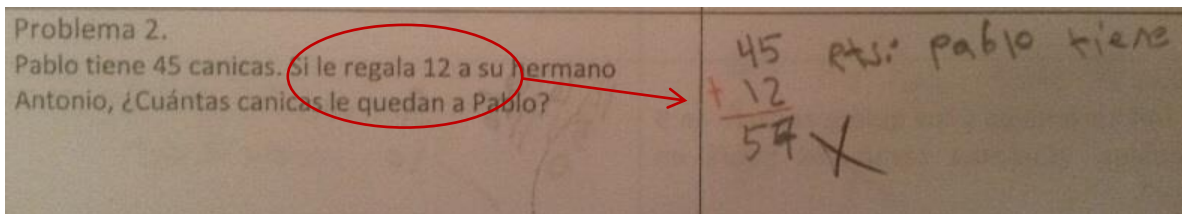


Figura 6. Problema 2, Prueba de entrada.  
Fuente: Producción de los estudiantes.

<sup>16</sup> En este caso, se hace referencia a operadores semánticos definidos por Ehrlich (1990), “los operadores semánticos son unidades semánticas que reúnen, en una sola palabra, un concepto y una expresión verbal y que ejercen una función específica en el enunciado, marcando según el caso, un proceso de acumulación o comparación” (Ehrlich, 1990, como se cita en Chamorro, 2003, p. 282)

El estudiante manifestó “yo pensé que era un problema de suma, por eso sumé... pensé que era como el anterior...” un problema de cambio agregado y procedió a hacer un proceso similar (suma de las dos cantidades dadas). El estudiante no identificó que era un problema diferente al anterior. Cuando se le pidió explicación, al estudiante, sobre su proceso, reconoció, luego de leer de nuevo el problema, que la operación correspondiente era la resta ya que Pablo le regaló a su hermano 12 de las 45 canicas que tenía, por lo que le quedaban, a Pablo, 45 canicas menos las 12 que le había regalado a su hermano. Por la idea inicial de resolución del problema que aplicó, el estudiante, no identificó la nueva relación entre los polos del operador semántico.

En los problemas de comparación aditiva, el error de seleccionar una operación que no corresponde, es más frecuente lo que se constituye en evidencia de una inadecuada identificación de la relación de comparación marcada por los polos del respectivo operador semántico como se muestra en la figura 7, correspondiente a procesos del estudiante E5. El estudiante identifica sobre cuál de los dos polos, se está haciendo la pregunta del problema, pero no relaciona los polos con el operador semántico “más” en el problema 3. En el problema 4, el estudiante no identificó el significado del operador semántico “más” con una connotación diferente a la del problema 3. Además, se evidencia un desarrollo incorrecto de la operación seleccionada (circulo verde).

En la retroalimentación que se hizo con el estudiante manifestó que había leído cada problema “una sola vez. Y me pareció que se resolvían así. Pero veo que hay que volver a leer el problema para entenderlo mejor.”



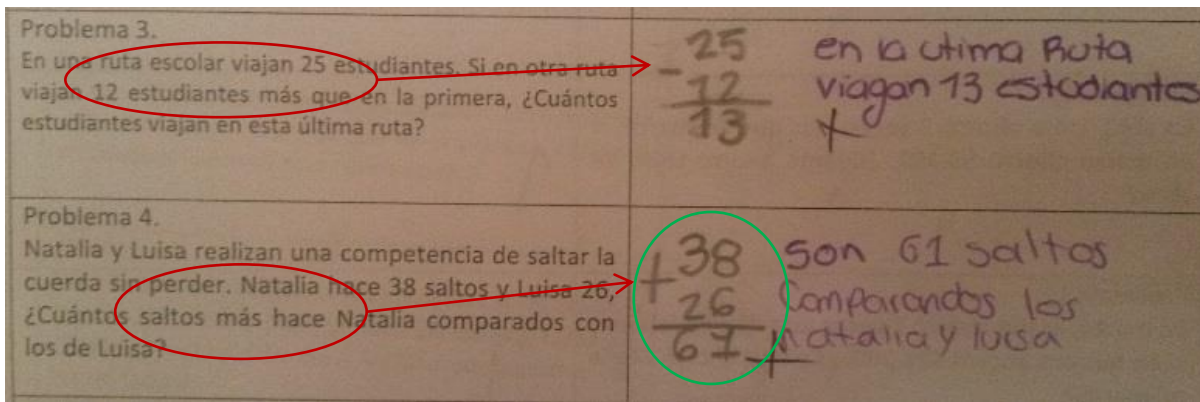


Figura 7. Problema 3 y problema 4. Prueba de entrada.  
Fuente: Producción de los estudiantes.

En los problemas de segundo nivel donde existe comparación aditiva, la dificultad más común es que el estudiante se fija en la primera condición del problema y resuelve la primera parte del enunciado asumiéndola como la respuesta final del problema. También se observa que al efectuar la primera condición del enunciado, en algunas ocasiones, selecciona una operación que no corresponde como sucede en los problemas de cambio o comparación de un solo nivel.

Por ejemplo, el estudiante E41, realizó el proceso de la figura 8, en donde se evidencia que el estudiante sumó lo que tenía María con la diferencia entre lo que tenía María y lo que tenía Natalia y pensó que al sumar estas dos cantidades estaría resuelto el problema. No identificó las dos condiciones del problema. No reconoció que debía hacer dos operaciones: primero determinar las estampas que tiene Natalia y luego sumarlas con las estampas que tiene María. Identificó la diferencia entre las dos, como uno de los dos polos de la comparación.

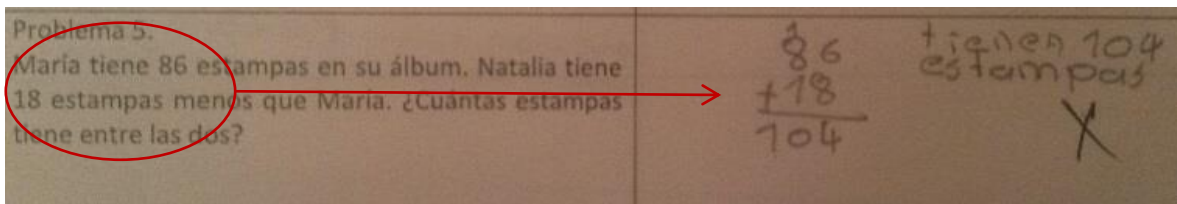


Figura 8. Problema 5. Prueba de entrada.  
Fuente: Producción de los estudiantes.

En los problemas de repartos equitativos, la dificultad más frecuente relacionada con la identificación, se presenta en la escogencia de la operación respectiva cuando se debe hacer el reparto de una cantidad elementos entre varios sujetos. Así se observa en el proceso realizado por el estudiante E12 mostrado en la figura 9, en donde es evidente que la operación no corresponde con el enunciado del problema.

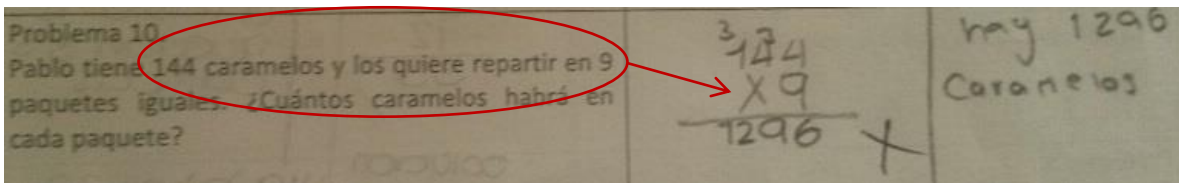


Figura 9. Problema 10. Prueba de entrada.  
Fuente: Producción de los estudiantes.

En las tablas 5, 6 y 7, se presenta una síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada en cada una de las categorías. (Ver figuras 5, 6, 7, 8 y 9)

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Identificación de las condiciones del problema</b>	Identificación de palabras relacionadas con el enunciado del problema.	Identifica las palabras relacionadas con el problema y que le pueden ayudar en su adecuada resolución.
	Identificación de las unidades significantes y sus relaciones.	Identifica datos, y algunas relaciones entre datos conocidos. No reconoce el significado del operador semántico ni las relaciones entre los polos del operador semántico.
	Identificación del operador semántico.	No identifica si el problema sugiere cambio o comparación aditiva o multiplicativa, en relación con el operador semántico que permite tomar decisiones frente a procesos a desarrollar.
	Identificación de la pregunta a resolver.	No identifica la pregunta a resolver en términos de variaciones o comparaciones. En los problemas de segundo nivel solo se identifican las dos condiciones dadas en el enunciado y tratan de resolver operando una de las partes con la diferencia entre ellas.
	Selección de la operación adecuada.	No selecciona la operación correspondiente al problema.
	Obtención de la respuesta esperada.	No obtiene la respuesta esperada de acuerdo a lo identificado en la pregunta. En ocasiones se presenta cuando el estudiante selecciona la operación indicada pero falla en el tratamiento algorítmico.

Tabla 5. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada (Identificación)

Categoría	Dificultades/Hallazgos
<b>Gestión de registros de representación semiótica</b>	En esta categoría se observa que la mayoría de los estudiantes tienen, como único registro de representación semiótica, la operación seleccionada y su desarrollo, si mostrar evidencias de uso de representaciones auxiliares como gráficos o dibujos, por esta razón no se considera necesario hacer tabla con las subcategorías definidas. Aunque el no uso de representaciones auxiliares no es un problema para la resolución de problemas, pues varios estudiantes obtienen la solución esperada realizando correctamente la operación, si es importante tenerlo en cuenta ya que los dibujos u otras representaciones “Son pues representaciones auxiliares que pueden ayudar al estudiante a comprender cada etapa del proceso de resolución (Duval, 2006, p. 164).

Tabla 6. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada (gestión de registros de representaciones semióticas).

Categoría	Subcategorías	Indicadores
<b>Resolución de problemas</b>	FASE I. Problemas verbales con datos pertinentes o no.	No hace formación de representaciones en registros auxiliares.
	FASE II. La conversión en expresiones simbólicas que encajen con el procedimiento matemático pertinente	Se evidencia una conversión de registros, en la selección de una operación que a veces no corresponde con el enunciado del problema
	FASE III. Solución por tratamiento (La transformación de representaciones dentro del mismo registro)	Efectúa la operación seleccionada de manera incorrecta. No logra obtener la respuesta esperada.
	Reflexión sobre el proceso de resolución	No muestra evidencias de verificación de procesos o de operaciones. Algunos estudiantes dejaron el espacio de trabajo en blanco.

Tabla 7. Síntesis de dificultades observadas en la prueba de entrada (Resolución de problemas)

### **Programa de Implementación**

El programa de implementación se realizó durante 4 sesiones de trabajo con el uso del formato de procesos de resolución de problemas diseñado en donde se pretende motivar y evidenciar procesos de identificación de las condiciones del problema, gestión de registros

de representación semiótica y la misma resolución de problemas. Luego de entregar el material de trabajo a los estudiantes y de explicar el significado de cada uno de los apartados del organizador gráfico, se trabajó, en discusión plenaria con el curso, en la resolución de problemas de aritmética.

Algunos de los procesos realizados por estudiantes se presentan a continuación:

En la Figura 10, se resaltan procesos realizados por el estudiante E25, relacionados con las categorías de identificación de condiciones del problema, gestión de registros semióticos de representación y resolución de problemas.

**Categoría de identificación de las condiciones del problema:**

Se evidencia, durante la fase de intervención, que en el formato de procesos de resolución de problemas, el estudiante E25 ha copiado el problema dictado por el profesor, esto significa que ha escuchado el problema y posiblemente puede ir haciendo una reflexión interna sobre el enunciado. Luego, el estudiante ha realizado una selección de palabras que pueden ser importantes para su interpretación; en esta selección, aunque no hay datos, si está el operador semántico (regala) y otras palabras que permiten identificar los polos del operador (Luisa y Natalia). Tanto la identificación de las condiciones del problema como la identificación de la pregunta a resolver son correspondientes al enunciado como se evidencia en la Figura 10.

Problema: 1 Luisa tenía 68 caramelos. Si Natalia le regala 35 caramelos a Luisa ¿Cuántos caramelos tiene ahora Luisa?		Enunciado del problema	
Vocabulario Relacionado: caramelos, Luisa, Natalia, Regala	Situación Inicial: Luisa tenía 68 caramelos y Natalia le Regala 35	Pregunta a Resolver: ¿Cuántos caramelos que tiene ahora Luisa?	Elementos del proceso de identificación y formación de registro.
Gráfica o Dibujo: 	Representación Inicial y Procesos: $X = 68 + 35$ 	Registro algebraico. Observar correspondencia de unidades significantes con el registro figurativo.	Registro aritmético Registro figurativo
Registro Final y Respuesta: Luisa tiene ahora 103 caramelos		Observaciones sobre el proceso de solución y coherencia de los resultados: el resultado es coherente	Registro final antes de escribir la respuesta esperada.
Registro Final y Respuesta: Luisa tiene ahora 103 caramelos		Observaciones sobre el proceso de solución y coherencia de los resultados: el resultado es coherente	Conversión y respuesta en registro discursivo Elementos de verificación

Figura 10. Problema 1. Intervención.  
 Fuente: Elaboración propia.

En el momento de hacer una gráfica o dibujo correspondiente al enunciado, los estudiantes en discusión acordaron que una gráfica que puede representar la información es la que se muestra en la Figura 10, “ya que al juntar los dos cuadrillos con los números 68 y 35, se obtiene otro que corresponde a lo que tendría Luisa al final” explicó el estudiante E25. Algunos estudiantes como el estudiante E25, plantearon la respectiva ecuación y desarrollaron en forma de columnas la operación correspondiente, como se evidencia en el

registro aritmético de la figura 10. Además se observa correspondencia entre los distintos elementos que representan el enunciado del problema, su identificación y la formación del registro inicial de acuerdo a lo planteado por Duval (1999) referente a la formación de representaciones semióticas. También se puede observar una correspondencia entre *la pregunta a resolver y el registro final y respuesta*.

### **Categoría de gestión de registros:**

En esta categoría se evidencian, durante la fase de intervención, aspectos relacionados con la gestión de registros de representación semiótica que no pueden estar separados de los procesos de identificación de las condiciones del problema ni del mismo proceso de resolución de problemas.

En la Figura 11, correspondiente a procesos realizados por el estudiante 7, se observan las tres actividades cognitivas fundamentales de la representación ligadas a la semiosis: Formación de un registro, conversión o cambio de registro y tratamiento de la representación al interior del mismo registro (Duval, 1999).

Como es de suponer, el estudiante no necesita saber conceptos relacionados con la teoría de registros de representación semiótica para hacer uso de diversas representaciones que le dan al estudiante, como plantea Duval (2006, p.163)

la oportunidad de demandar un amplio rango de representaciones no verbales relacionadas con la experiencia concreta o con las operaciones matemáticas a realizar... Enfrentados

con estos problemas, los estudiantes y los profesores podrían escoger las mejores representaciones para trabajar con el contenido matemático que encierran y para resolver los problemas.

Problema: 2 Pablo tiene 63 canicas. Si le regala 28 a su hermano Antonio, ¿cuántas canicas le quedan a Pablo?		Unidades significantes y su congruencia entre el registro discursivo y el registro figurativo: Formación de un registro.  <b>Correspondencia semántica.</b>  <b>Univocidad semántica terminal.</b>  <b>Conservación del orden de aprehensión de las unidades significante.</b>
Vocabulario Relacionado: Resta Regala Quedan Pablo Antonio	Situación Inicial: Pablo tiene 63 canicas y regala 28 a Antonio	
Gráfica o Dibujo: 	Representación Inicial y Procesos: $X = 63 - 28$ $X = \begin{array}{r} 63 \\ -28 \\ \hline 35 \end{array}$	
Registro Final y Respuesta: $X = 35$ a Pablo le quedan 35 canicas		Observaciones sobre el proceso de solución y coherencia de los resultados: Si está bien el resultado
		Conversión o cambio de registro (flecha azul)  Tratamiento.  Nueva Conversión

Figura 11. Problema 2. Intervención.  
 Fuente: Elaboración propia.



La formación se evidencia cuando se pasa del lenguaje discursivo del enunciado a un registro de cualquier clase, en este caso la formación se realizó sobre un registro figurativo. En la figura 11, se evidencia el cumplimiento de las reglas de conformidad enunciadas por Duval (1999)<sup>17</sup>. Por ejemplo, de acuerdo con la primera ley, existe una determinación de las unidades significantes<sup>18</sup> elementales (cada dato: 63 y 28; el operador semántico “le regala” y la relación entre los polos del operador semántico “quien le regala a quien”. Con respecto a la segunda ley, se evidencian combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior representadas en el registro figurativo donde se observa una equivalencia entre un bloque con un valor de 63 y dos bloques, uno con valor 28 y otro con valor “x” por determinar. Con respecto a la tercera regla, se evidencia la pertinencia de la formación del registro figurativo la que facilita una adecuada conversión de este registro en un registro algebraico.

También en la misma figura 11, en letra negrita, se resaltan los criterios de congruencia enunciados por Duval (1999), entre un registro de partida (discursivo) y un registro de llegada (gráfico o figurativo). Estos criterios se vuelven a evidenciar en la conversión o cambio del registro gráfico al registro algebraico (planteamiento de una ecuación). El tratamiento se evidencia en el desarrollo de la operación lo que significó, en este caso, una pequeña conversión del registro algebraico en un registro aritmético expresado en forma de la operación indicada y su respectivo cálculo.

---

<sup>17</sup> Definidos en la sesión de referentes teóricos

<sup>18</sup> “Se considera unidad significativa elemental toda unidad que depende del “léxico” de un registro” (Duval, 1999, p. 50)

Además de observar en la Figura 11, las tres acciones cognitivas enunciadas arriba, se observa el proceso de identificación de las unidades significantes del enunciado propuesto y su correspondiente representación cuando se pasa de un registro a otro. En este caso, las unidades significantes son los datos dados (63 y 28), el dato pedido (cuantas canicas le quedan a pablo), el operador semántico (regala), los polos del operador semántico (Pablo y su hermano Antonio) y la relación entre los polos (quien le regala a quien).

### **Categoría de resolución de problemas:**

En esta categoría se evidencia, durante la fase de intervención, el proceso de resolución de problemas desde los registros de representación semiótica.

En la Figura 12, se observan los procesos de resolución del estudiante E15. Aquí se evidencian las fases de resolución de problemas planteadas por (Duval, 2006, p. 164):

“FASE I: Problemas verbales con datos pertinentes o no, FASE II: La conversión en expresiones simbólicas que encajen con el procedimiento matemático pertinente y FASE III: Solución por tratamiento (La transformación de representaciones dentro del mismo registro)”.

Como se evidencia en la figura 12, se parte de un problema contextual expresado en un lenguaje verbal con datos (un registro discursivo), para llegar a la formación de un registro figurativo que atiende a las reglas de conformidad analizadas en el ejemplo anterior. Se efectúa conversión de registros evidenciando los criterios de congruencia, dándose la

oportunidad de utilizar “representaciones no verbales relacionadas con la experiencia concreta o con las operaciones matemáticas a realizar” (Duval, 2006, p. 163). Se evidencia también el tratamiento sobre el registro algebraico o aritmético que corresponde a la transformación de la representación dentro del mismo registro el cual, finalmente, conduce al desarrollo de la operación planteada y a la obtención de la respuesta esperada.

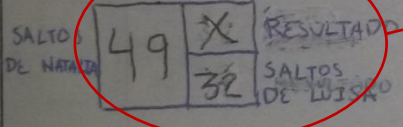
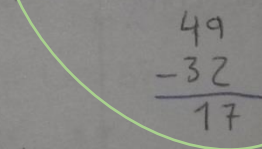
Problema: <u>4</u> Natalia y Luisa realizaban una competencia de saltar la cuerda sin perder. Natalia hace 49 saltos y Luisa 32. ¿Cuántos saltos más hace Natalia comparados con los de Luisa?			FASE I Problemas verbales con datos pertinentes o no.
Vocabulario Relacionado: Natalia Luisa Competencia Saltar Lazo	Situación Inicial: Natalia y Luisa hacen una competencia. Natalia hace 49 y Luisa 32	Pregunta a Resolver: ¿Cuántos saltos más hace Natalia comparados con los de Luisa	
Gráfica o Dibujo: 	Representación Inicial y Procesos: $X = 49 - 32$ $X = 17$ 		FASE III Solución por tratamiento (La transformación de representaciones dentro del mismo registro)
Registro Final y Respuesta: $X = 17$ Natalia hace 17 saltos más que Luisa	Observaciones sobre el proceso de solución y coherencia de los resultados: El resultado es coherente con la pregunta		

Figura 12. Problema 4. Intervención.  
 Fuente: Elaboración propia.

Como se evidencia en la figura 12, en el formato de procesos de resolución de problemas hay un espacio para observaciones sobre el proceso de resolución y coherencia de los resultados que invita a los estudiantes a reflexionar sobre sus propios procesos. No es evidente el uso de estrategias de verificación, pero algunos estudiantes han manifestado que han revisado todo el proceso y han verificado si el resultado corresponde con las condiciones del problema, diciendo que el resultado es “coherente” o “sí está bien”.

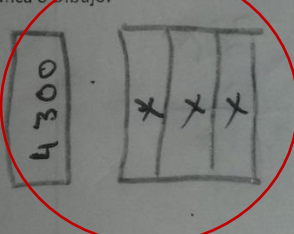
Una de las mayores dificultades que presentan algunos estudiantes es cuando quieren hacer un registro gráfico de un problema de comparación multiplicativa o de repartos equitativos como se evidencia en la figura 13, en donde el estudiante E25 hace una representación gráfica que no corresponde con el registro discursivo, pues la representación realizada por E25 puede corresponder a un problema de cambio agregado o comparación aditiva y no a una comparación multiplicativa. A pesar de lo anterior, este estudiante obtiene la respuesta esperada de acuerdo a las condiciones del problema. El estudiante E25 dice “lo que pasa es que no sé hacer la gráfica, pero el resultado del problema sí está bien”, pues explica que verificó la operación realizada. Lo anterior puede significar que para la resolución de problemas no es necesario hacer uso de registros auxiliares, como la gráfica en este caso, pero el uso de estas representaciones da un amplio rango de posibilidades en la gestión de registros de representación enriqueciendo la experiencia de los estudiantes y su hábito de trabajar con registros auxiliares.

Problema: 11 En abril, Luisa ahorro 3 veces más que en marzo, si en marzo ahorro 4,300 pesos ¿cuánto ahorro Luisa en abril?		
Vocabulario Relacionado: abril, marzo, veces, más, ahorro	Situación Inicial: En abril Luisa ahorro 3 veces más que en marzo	Pregunta a Resolver: ¿Cuánto ahorro Luisa en abril?
Gráfica o Dibujo: 	Representación Inicial y Procesos: $\begin{array}{r} 4,300 \\ \times 3 \\ \hline 12,900 \end{array}$ $X = 12,900$	
Registro Final y Respuesta: Luisa ahorra 12,900 en abril $X = 12,900$		Observaciones sobre el proceso de solución y coherencia de los resultados: la respuesta es coherente

No existe una correspondencia entre el registro discursivo y el registro figurativo, pues la gráfica de E25 no corresponde a un esquema de comparación multiplicativa.

Figura 13. Problema 11. Intervención.  
 Fuente: Elaboración propia.

En el mismo problema 11, la mayoría de los estudiantes hizo formación de representación semiótica a través de un registro figurativo mostrado en la figura 14, en donde se evidencia aplicación, por parte del estudiante 39, de reglas de conformidad y criterios de congruencia plateados por Duval (1999), como ya se había explicado en la figura 12. Es de resaltar la verificación de la multiplicación utilizando la división como una evidencia de verificación por parte del estudiante 39.

Problema: 11 En abril Luisa ahorro 3 veces mas que en marzo. Si en marzo ahorro \$4300 ¿cuanto ahorro Luisa en abril?		
Vocabulario Relacionado: Marzo Abril Ahorro Veces	Situación Inicial: Luisa ahorro mas en Abril que en marzo	Pregunta a Resolver: ¿cuanto ahorro Luisa en abril?
Gráfica o Dibujo: 	Representación Inicial y Procesos: $X = 4300 \times 3$ $4300$ $\times 3$ <hr/> $12900 \quad 3$ $09 \quad 000 \quad 4300$	
Registro Final y Respuesta: $X$ es igual a 12900		Observaciones sobre el proceso de solución y coherencia de los resultados: Coherente

Formación de representación semiótica a través de un registro figurativo correspondiente con registro discursivo

Figura 14. Problema 11. Intervención. Por otro estudiante.  
 Fuente: Elaboración propia.

Este tipo de actividad se llevó a cabo en las primeras cuatro sesiones en las cuales se le propuso a los estudiantes 20 problemas de aritmética para resolver con el formato de procesos de resolución de problemas.

Como complemento a esta actividad, y con el propósito de verificar las categorías de análisis definidas con la información anterior y a la vez poder propiciar, como parte de la categoría de resolución de problemas, algunos procesos de verificación y reflexión sobre

los procesos mismos de resolución de problemas del crucinúmero y los resultados obtenidos, se desarrolló la quinta y sexta sesión, en donde se le propuso a los estudiantes la solución del Crucinúmero T – 1 (ver anexo 7), el cual debería ser resuelto en grupos de trabajo de cuatro estudiantes pero con la condición de que cada estudiante evidenciara sus procesos en la hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros.

V1a. 2013 - 90 1923 2013 -40 X	V1b. 92 - 17 75 + 92 167 92 -17 X MARIA NATALIA	V2a. 58   2 18   29 0 58 X 2 H 7 m
V2b. 50 66 + 76 66 66 + 50 232 L = X	V3a. 184   4 24   46 184 L = X	V3b. 10.000 - 4.680 05.320 4680 X
V3c. 60 + 13 73 60 13 X	V4a. 123 x 3 369 X L=123	V4b. 19 x 5 95 19 m Area = X
V4c. 8 x 4 = 32 32 x 8 256 Area = X	V5a. 4098 x 2 8196 4098 X	V5b. 80   4 00   20 80 L = X
V6a. 47	V6b. 2000 x 4 8000 6185 1875 8000 -6185 X	V7a. 139 139 278 MIAD 739 X WESA 70
V7b. 172   4 72   43 0 172 L = X	V7c. 1000 + 2000 3006 - 2047 959 3006 -2047 X	V8a. 8 x 7 = 56 CARAMELOS = X 7 7 7 7 7 7 7 7
V8b. 2014 - 87 1927 2014 -87 X	V8c. 69 - 14 55 69 -14 X	V9a. 93 + 26 119 93 212 93 + 26 X
V9b. 47	V10a. 2196   4 19   549 39 0 2196 X X 19 549 X X	V10b. 4680 - 2500 2180 2500 + X 4680

Se observa en los óvalos formación de diversos registros figurativos, además de conversión y tratamiento de registros.

Figura 15. Procesos de resolución de problemas de crucinúmero.  
Fuente: Elaboración propia.

En esta actividad se evidencia una gestión de registros de representación semiótica, por parte del estudiante E15, (ver figura 15) durante la resolución de los problemas propuestos en el crucinúmero enunciado arriba. Este tipo de procesos fue desarrollado por la mayoría de los estudiantes quienes resolvieron sus dudas en discusión con el grupo, y las preguntas sobre procesos a desarrollar u operaciones a seleccionar fueron muy pocas. Durante el desarrollo de las claves verticales, se manifestaron algunos procesos de revisión por parte de los estudiantes, de problemas con claves horizontales ya resueltos, como se evidencia en entrevistas a algunos estudiantes en el Anexo 7.

#### **4. 2. Evaluación de la Intervención:**

Prueba de salida: Se realizó la sesión 7 con la propuesta de resolución de 12 problemas de aritmética distribuidos así: el problema 1, era de cambio agregado; el problema 2, de cambio con disgregación; los problemas 3 y 4 eran de comparación aditiva; el problema 5, era de comparación de segundo nivel; los problemas 6, 7, 8, 9 y 10 eran de reparto equitativos y los problemas 11 y 12 eran de comparación multiplicativa. Los estudiantes se organizaron en grupos de cuatro pero cada estudiante tenía su propia hoja de trabajo. Los resultados de esta actividad se sintetizan así:

Categoría: Identificación de las condiciones del problema: En esta categoría se evidencia que la mayoría de estudiantes (ver figura 16)

- Subrayan las palabras importantes de cada problema
- Escriben las condiciones del problema
- Escriben la pregunta del problema



- Identifican el significado del operador semántico del enunciado y la relación entre los polos del mismo operador
- Identifican unidades significantes del enunciado
- Utilizan, cuando es posible, una gráfica o dibujo como representación inicial correspondiente con el enunciado del problema
- Seleccionan la operación correspondiente con el enunciado y con la representación gráfica del problema

Los aspectos anteriores se evidencian en los procesos desarrollados para el problema 4 por el estudiante E07 que se muestran en la figura 16.

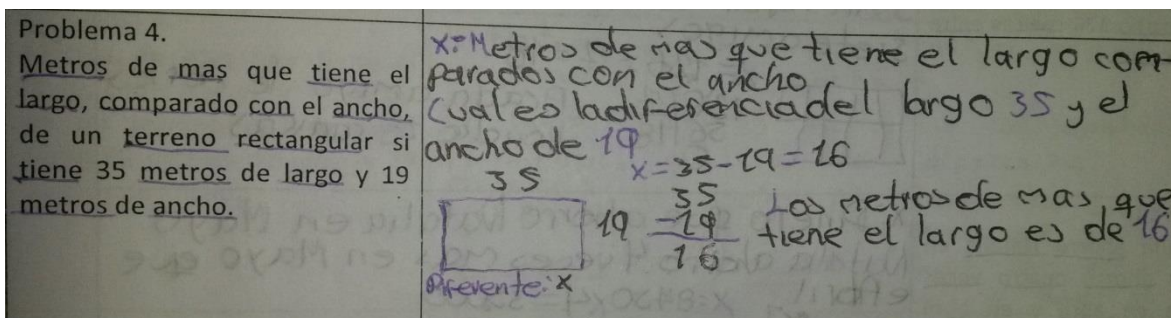


Figura 16. Problema 4. Prueba de salida.  
Fuente: Producto de los estudiantes.

Categoría: Gestión de registros de representación semiótica: En esta categoría se evidencia que la mayoría de estudiantes (ver figura 17 y figura 18)

- Hace formación de una representación semiótica inicial en un registro que por lo general es un dibujo o un gráfico
- Usan nuevas formas de representaciones gráficas

- Hace conversión o cambio de la representación de un registro gráfico a un registro aritmético o algebraico
- Hace tratamiento de la representación dentro del mismo registro aritmético obteniendo, a través de este tratamiento la respuesta del respectivo problema
- Usa un registro discursivo para escribir su respuesta

Los aspectos mencionados se evidencian las figuras 17 y 18 que muestran los procesos desarrollados por los estudiantes E10 y E15 respectivamente para el mismo problema 6, que dan cuenta del uso de distintas representaciones graficas del enunciado del problema.

Problema 6.  
Estampillas que tiene José, si tiene siete cajas con estampillas y en cada caja hay una quincena de ellas

$X = \text{Estampillas que tiene José si tiene 7 cajas con estampillas 7 en cada caja hay una quincena}$

Jose tiene 105 estampillas

Diagram: A box containing the number 7 is connected by an arrow to a box containing the letter X. Above the arrow is a small box containing the number 15.

Calculation: 
$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 7 \\ \hline 105 \end{array}$$

Figura 17. Problema 6. Prueba de salida.  
 Fuente: Producto de los estudiantes.

Problema 6.  
Estampillas que tiene José, si tiene siete cajas con estampillas, y en cada caja hay una quincena de ellas

$X = \text{Estampillas que tiene José}$

Jose tiene 7 cajas con estampillas y en cada una hay una quincena

Diagram: Two rows of boxes. The first row contains four boxes, each with the number 15. The second row contains three boxes, each with the number 15.

Calculation: 
$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 7 \\ \hline 105 \end{array}$$

Respuesta: Las estampillas que tiene José son 105

Figura 18. Problema 6. Prueba de salida. Proceso de otro estudiante.  
 Fuente: Producto de los estudiantes.

Categoría: Resolución de problemas: En esta categoría se observa que la mayoría de estudiantes (ver figura 19)

- Evidencia el seguimiento de las tres Fases de resolución de problemas enunciadas por Duval R., (2006):

FASE I: parte de problemas verbales con datos pertinentes

FASE II: conversión en expresiones simbólicas que encajan con el procedimiento matemático pertinente

FASE III: solución por tratamiento de registros de representación semiótica (transformaciones dentro del mismo registro, cálculos)

- Obtiene la respuesta esperada
- No evidencian, en esta actividad, procesos de verificación de la solución obtenida aunque algunos estudiantes entrevistados dicen que el proceso fue discutido en el grupo y por eso creen que está bien.

Los anteriores aspectos referentes a esta categoría, se evidencian en los procesos realizados por el estudiante E15 mostrados en la figura 19, en donde se puede observar una buena gestión de registros y el desarrollo de las tres Fases de resolución de problemas planteadas por Duval, (2006).

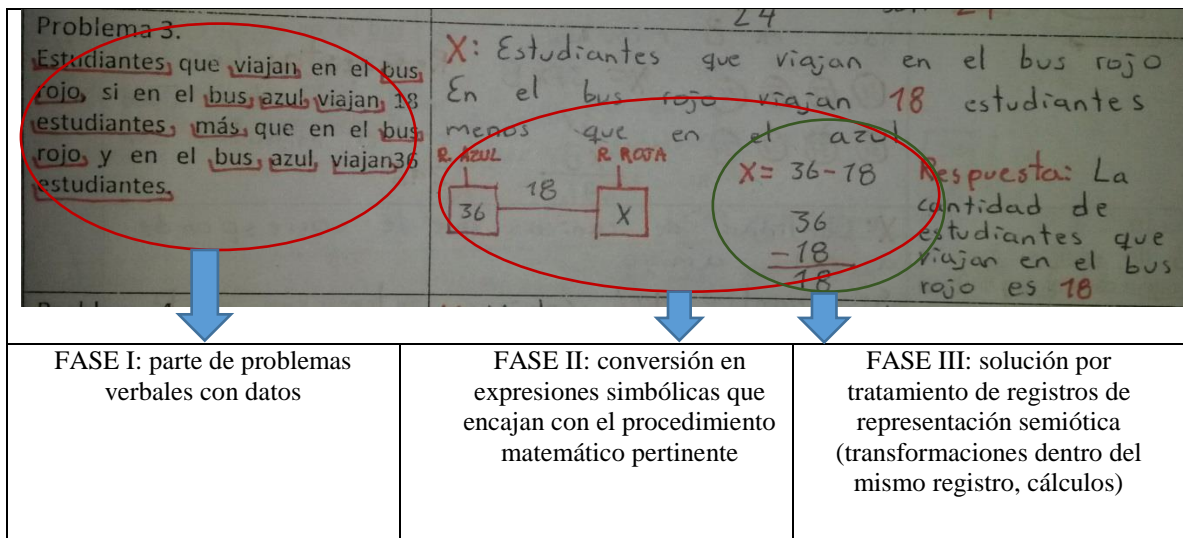


Figura 19. Problema 3. Prueba de salida.  
Fuente: Elaboración propia.

#### 4. 2. Conclusiones

- Del análisis de los hallazgos y resultados de la prueba de entrada (Figuras 5, 6, 7, 8 y 9) y de las figuras 10, 11, 12, 13 y 14 de la fase de intervención se puede concluir que existe una estrecha relación entre la identificación de las condiciones del problema y los procesos de resolución del mismo, ya que generalmente procesos de identificación adecuados pueden llevar a obtener la respuesta esperada de acuerdo a las condiciones del problema, y procesos de identificación no adecuados conducen a respuestas que no corresponden a las condiciones del problema.
- La gestión de registros de representación semiótica en donde se apliquen correctamente las tres acciones cognitivas de un sistema semiótico puede facilitar la identificación de las condiciones del enunciado de un problema y garantizar efectivos procesos de resolución de problemas, aunque, algunos estudiantes no consideran la formación de

representaciones auxiliares en la resolución adecuada de algunos problemas. (Ver figuras 13 y 14)

- Los procesos de resolución de problemas se fortalecen cuando se hacen procesos de identificación de las condiciones del problema con una adecuada gestión de registros de representación semiótica.
- El uso de un organizador gráfico diseñado para visualizar procesos de resolución de problemas (Figuras 10, 11, 12 y 13), contribuye a facilitar procesos de identificación de los elementos de un problema, a hacer una adecuada gestión de registros de representación semiótica y a mejorar procesos de resolución de problemas ya que permite la visualización de estos procesos.
- Una adecuada gestión de registros de representación semiótica, permita hacer visible los procesos de resolución de problemas que hacen los estudiantes (Figuras 10, 11, 12 y 13).
- El uso frecuente de un formato de resolución de problemas contribuye a mejorar procesos de identificación, gestión de registros de representación semiótica y a consolidar una estrategia de resolución basada en representaciones semióticas.
- El uso de un organizador gráfico acompañado de una adecuada gestión de registros de representación semiótica, permite hacer visible algunas acciones cognitivas usadas por los estudiantes durante todo el procesos de resolución de un problema.
- La resolución de problemas propuesta a través de crucinúmeros, permite aplicar con mayor frecuencia conceptos ya trabajados en clase (Figura 15.) y propiciar procesos de

reflexión de algunos problemas ante la no coincidencia de sus respectivas líneas horizontales con algunas líneas verticales.

- La estrategia implementada en la promoción de procesos de identificación, a través de la gestión de registros de representación semiótica en la resolución de problemas de aritmética, desarrollada con un organizador gráfico, permitió a los estudiantes mejorar sus procesos de resolución de problemas.

#### **4. 3. Recomendaciones**

- Aunque no es necesario que los estudiantes tengan un conocimiento sobre la teoría de los registros de representación semiótica, es muy importante, desde el punto de vista educativo, que el docente le dé la oportunidad al estudiante de conocer “un amplio rango de representaciones no verbales relacionadas con la experiencia concreta o con las operaciones matemáticas a realizar” (Duval, 2006, p. 163).
- Es importante el uso frecuente de formatos de procesos de resolución de problemas que permitan hacer visibles algunos procesos de identificación de la información pertinente del problema para su resolución y formar un hábito de resolución de problemas acorde con el modelo de Duval (2006).
- Desde el punto de vista cognitivo, es importante, durante el proceso de resolución de problemas, que los estudiantes y los docentes reconozcan que todos los problemas “conllevan los mismos procesos complejos y plantean el tema de la relevancia de las representaciones usadas” (Duval, 2006, p. 163), por lo que en procesos de resolución, se deben considerar la tres fases propuestas por Duval (2006) que implican el uso implícito de las tres acciones cognitivas de los sistemas semióticos de representación.

- Desde el punto de vista pedagógico, es importante fortalecer las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolución de problemas, formuladas por Alan Schoenfeld, (como se cita en Santos Trigo, 2007): dominio de conocimientos o recursos, estrategias cognitivas o métodos heurísticos, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias.
- Cuando se orienta a los estudiantes en procesos de resolución de problemas, se recomienda enfatizar en procesos de identificación a través de la gestión de registros semióticos de representación, desde su formación en un registro inicial auxiliar de cualquier tipo haciendo reconocimiento de las unidades significantes del problema.
- Frente a los llamados operadores semánticos enunciados por Chamorro, M., (2003), se sugiere hacer frecuentes discusiones con los estudiantes para facilitar la identificación de diversos significados y su relación con los mismos polos de dichos operadores y la escogencia de la operación adecuada para la resolución esperada de cada problema de aritmética propuesto.
- Desde el punto de vista pedagógico, se recomienda la implementación de actividades ricas en representaciones semióticas y que combinen conceptos y recursos utilizados en diferentes momentos para lograr una mayor comprensión de ellos y propiciar momentos de reflexión sobre procesos de resolución de algunos problemas. Una actividad sugerida, es el trabajo de problemas de aritmética en forma de crucigrama matemático.

#### **4. 4. Reflexión pedagógica**

Durante el ejercicio de la docencia, siempre he estado en una búsqueda permanente de estrategias que permitan asegurar ambientes más propicios para el aprendizaje y la

enseñanza de las matemáticas, al grupo de estudiantes que en diferentes momentos he orientado. Esta búsqueda implica una mirada reflexiva sobre la manifestación de los estudiantes de las cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolución de problemas, formuladas por Alan Schoenfeld, (1987, como se cita en Santos Trigo, 2007): dominio de conocimientos o recursos, estrategias cognitivas o métodos heurísticos, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias, y sobre la necesidad de su fortalecimiento como condición necesaria para el desarrollo, por parte de los estudiantes, de estrategias para la resolución de problemas. La adquisición de conceptos matemáticos y de estrategias de resolución de problemas pueden ser útiles para aplicaciones meramente matemáticas, pero si este aprendizaje se convierte en pensamiento crítico que contribuya a la comprensión del entorno y de la realidad del estudiante, se le está dando la oportunidad de tener un pensamiento matemático cada vez más creativo que le permita resolver problemas cotidianos en contextos no necesariamente matemáticos.

Esta búsqueda de estrategias para propiciar ambientes de aprendizaje más adecuados para el ejercicio de las prácticas matemáticas en el aula, no es posible sin una vocación de docente investigador, que le permita reconocer algunas de las dificultades que se presentan en su práctica cotidiana y lo lleven a definir acciones para tratar de superar esas dificultades, mejorando así en su propia practica y propiciando espacios de reflexión que le permitan un crecimiento profesional y personal continuo.

Generalizando un poco estas ideas, se puede asegurar que los docentes, en su práctica pedagógica diaria, se convierten en investigadores que se mueven en contextos reales, con



situaciones dinámicas, con problemáticas que la comunidad evidencia en el día a día y que motivan el interés de observar, reflexionar, analizar e investigar, estableciendo alternativas para enriquecer su propia práctica pedagógica con los aportes y saberes que su rol como docente investigador le proporciona.

El docente, cuando convierte la investigación en el aula, en una actividad propia, puede tener la oportunidad de diversos aprendizajes como el enriquecimiento de sus saberes disciplinares, de sus propias didácticas, de los estilos de aprendizaje y de enseñanza, de reconocer características, debilidades y fortalezas de su propia práctica. Además se encuentra con otros docentes investigadores en el reconocimiento de trabajos relacionados con intereses de investigación similares resultado, de condiciones similares dentro de las aulas.

Otra oportunidad del docente investigador es la de sistematizar su experiencia y compartirla con otros docentes que tienen intereses similares, propiciando así, además de su reconocimiento como investigador, un cambio positivo en las prácticas pedagógicas relacionadas con sus investigaciones al convertirse en referente teórico para otros docentes y para algunas instituciones que, vean en su trabajo, elementos importantes para hacer modificaciones en sus prácticas pedagógicas y por lo tanto en su propio currículo.

Algunos de los aspectos mencionados se evidencian en este trabajo de investigación, en donde más que verificar si los estudiantes cumplen con rigor algunas fases para resolver los problemas de aritmética que se les propone, se pretende generar un entorno de aprendizaje

que permita consolidar el pensamiento matemático de los estudiantes a través del fortalecimiento de estructuras cognitivas mediante la promoción de procesos de identificación desde una adecuada gestión de registros de representación semiótica que evidencian, haciendo visibles, los procesos de resolución de problemas que hacen los estudiantes.

El desarrollo de esta investigación me permitió un acercamiento a la teoría de las representaciones semióticas de Duval en donde encontré un modelo de referencia para la resolución de problemas de aritmética desde una mirada de las representaciones semióticas como un elemento fundamental en la promoción y la visibilización de procesos de identificación que hacen los estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos y en el estudio y aprendizaje de nuevos conceptos y objetos matemáticos que permiten el uso de diversas representaciones para su mejor comprensión. Ahora, en mi actividad como docente de matemáticas, estoy más comprometido, a través del formato de procesos de resolución de problemas diseñado para esta investigación, con el desarrollo de crucigramas matemáticos y con el trabajo de representaciones semióticas, con la consolidación de un pensamiento matemático de los estudiantes que implica el desarrollo de competencias y procesos matemáticos planteados por los Estándares del Ministerio de Educación Nacional (2006)

Para terminar esta breve reflexión, es importante el reconocimiento de un crecimiento profesional y el enriquecimiento del saber pedagógico que ha propiciado, en mi práctica docente, el desarrollo de este trabajo de investigación. Esto me permite pensar en seguir

buscando medios para compartir mis experiencias con otros docentes y motivarlos a emprender investigaciones que redunden en tener buenas prácticas pedagógicas. En este aspecto, acudiré al fortalecimiento de mi página web (<http://jvcontrerasj.com/>) y de mi canal de youtube (jvcontrerasj) como herramientas que me permiten compartir mis experiencias investigativas.

## **REFERENCIAS**

Arribas, M. (2004). Diseño y validación de cuestionarios. *Matronas profesión*, 5 (17), 23-29. Recuperado de: [http://evidencia.com/wpcontent/uploads/2014/07/validacion\\_cuestionarios.pdf](http://evidencia.com/wpcontent/uploads/2014/07/validacion_cuestionarios.pdf)

Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Buenos Aires: Editorial Paidós.

Campistrous, L. Rizo, C. (1996) *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.

Campistrous, L. (2013). *La resolución de problemas en la escuela*. Centro de Investigación en Matemática Educativa Universidad Autónoma de Guerrero. México. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1379.pdf>.

Capote, M. (2005). *La etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos para la escuela primaria*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.

Castro, Robinsón y Castro, Ruby. (2015). *La enseñanza de las matemáticas a través de la formulación de problemas*. Bogotá: Ecoe ediciones.

Cázares Serna, H. (1999). *La identificación en la resolución de problemas de geometría plana para matemáticas II en nivel de preparatoria* (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Nuevo León).

Congreso de la Republica (1994). *Ley General de Educación*. Bogotá: Editorial El Pensador.

Contreras, J. V., (s. f.). *Crucinúmeros*. Disponible en <http://jvcontrerasj.com>.

Contreras, J, V., (2014). *Desarrollo de Pensamiento matemático*. Nivel Inicial. Bogotá: Autor- editor.

Chamorro, M., (2003). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Pearson Educación, S. A.

- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Magisterio.
- D'Amore, B. (2006 b). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 177-196.
- D'Amore, B., Fandiño M., Marazzani, I., Sbaragli, S. (2010). *La Didáctica y la Dificultad en Matemáticas*. Análisis de situaciones con falta de aprendizaje. Bogotá: Magisterio.
- D'Amore, B., Fandiño, M. y Iori, M. (2013). *La semiótica en la Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Magisterio.
- Domínguez, J. H., y Robayna, M. (1994). *Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en matemáticas*. Recuperado de <http://www.fespm.es/sites/revistasuma.es/IMG/pdf/16/082-090.pdf>.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 5, pp. 37-65).
- Duval, R. (1999). Traducción del libro “*Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*” por VEGA R, Miryam. Merlyn I D. Cali.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168. Recuperado de [http://www.usc.es/dmle/pdf/GACETARSME\\_2006\\_9\\_1\\_05.pdf](http://www.usc.es/dmle/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf).

Elliott, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. Argentina: Ediciones Morata.

Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Magisterio.

Gardner, H., (1994). *Estructuras de la mente*. La teoría de las inteligencias múltiples. México: Fondo de Cultura Económica.

Godino, J. D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. *Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada*.

González Chica, G., García Castro, L. I. (2015). *Tratamiento de las representaciones semióticas de las funciones cuadráticas* (Doctoral disertación). Universidad autónoma de Manizales.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, M. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.

Icfes, (2007). *Fundamentación Conceptual, Área de Matemáticas*. Recuperado de [www.icfes.gov.co](http://www.icfes.gov.co)

Icfes, (2014). *Lineamientos Generales del Examen Saber*. Recuperado de [www.icfes.gov.co](http://www.icfes.gov.co)

Icfes (2015), Prueba saber 3<sup>o</sup>, 5<sup>o</sup> y 9<sup>o</sup>. *Lineamientos para la aplicación muestral y censal 2015*. Icfes. Bogotá.

Jimeno, M. (2006). *¿Por qué las niñas y los niños no aprenden matemáticas?* Barcelona: Ediciones Octaedro.

López, M., Ponce, H., Labra, J., y Jara, H. (2008). Organizadores Gráficos Interactivos: Add-in para MS PowerPoint. *Nuevas Ideas en Informática Educativa*, 4, 102-110. Recuperado de [https://www.researchgate.net/profile/Hector\\_Ponce2/publication/65886622\\_rganizadores\\_Grficos\\_Interactivos\\_Addin\\_para\\_MS\\_PowerPoint/links/551bdd220cf2fe6cbf75f4a1.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Hector_Ponce2/publication/65886622_rganizadores_Grficos_Interactivos_Addin_para_MS_PowerPoint/links/551bdd220cf2fe6cbf75f4a1.pdf)

Majmutov, M. (1975). *La enseñanza Problemica*. Moscú: Editorial Pedagogika.

Marmolejo, G., & Vega, M. (2005). *Geometría desde una perspectiva semiótica: visualización, figuras y áreas*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/5985/1/MarmolejoGeometr%C3%ADaGeometr%C3%ADa2005.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá.

Perkins, D., (1992). *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Barcelona: Gedisa.

Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas. (Versión original en inglés 1945).

Puig, L. y Cerdan, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid. Recuperado de <http://www.uv.es/puigl/lpae1.pdf>.

Santos Trigo, L. M. (2007). *La Resolución de Problemas Matemáticos. Fundamentos Cognitivos*. México: Trillas.



Santrock, J. (2006). *Psicología de la educación*. México: Mc Graw Hill.

Sed Bogotá, (2014). *Matematizar la Ciudad para vivir con Razón y Corazón* Secretaría de Educación del Distrito. Bogotá

Sed Bogotá, (2014). *Orientaciones para el área de Matemáticas*. Secretaría de Educación del Distrito. Bogotá.

Strauss, A. L., y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Universidad de Antioquia.

Torregrosa, G. y Quesada, H. (2007). *Coordinación de procesos cognitivos en geometría*. Universidad de Alicante. España. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n2/v10n2a5.pdf>

Vázquez Sánchez, J. (2013). *La arquitectura cognitiva de la percepción*. Universidad Santiago de Compostela.

## ANEXOS

### ANEXO 1. Prueba de entrada.

COLEGIO GONZALO ARANGO  
RESOLUCION DE PROBLEMAS

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Resolver los problemas siguientes haciendo los procesos necesarios.

<p>Problema 1. Luisa tenía 45 caramelos. Si Natalia le regala 23 caramelos a Luisa, ¿cuantos caramelos tiene ahora Luisa?</p>	
<p>Problema 2. Pablo tiene 45 canicas. Si le regala 12 a su hermano Antonio, ¿Cuántas canicas le quedan a Pablo?</p>	
<p>Problema 3. En una ruta escolar viajan 25 estudiantes. Si en otra ruta viajan 12 estudiantes más que en la primera, ¿Cuántos estudiantes viajan en esta última ruta?</p>	
<p>Problema 4. Natalia y Luisa realizan una competencia de saltar la cuerda sin perder. Natalia hace 38 saltos y Luisa 26, ¿Cuántos saltos más hace Natalia comparados con los de Luisa?</p>	
<p>Problema 5. María tiene 86 estampas en su álbum. Natalia tiene 18 estampas menos que María. ¿Cuántas estampas tiene entre las dos?</p>	
<p>Problema 6. José tiene 9 cajas de estampillas, si cada caja tiene una docena de estampillas, ¿Cuántas estampillas tiene José?</p>	

<p>Problema 7. Luisa tiene 15 bolsitas de chocolates, si cada bolsa tiene 8 chocolates, ¿Cuántos chocolates tiene Luisa?</p>	
<p>Problema 8. En el curso de Natalia hay 35 estudiantes. Si se reparte entre todos una bolsa de chocolates, a cada estudiante le corresponden 6 chocolates. ¿Cuántos chocolates contenía la bolsa?</p>	
<p>Problema 9. Antonio, saltando la cuerda, hace 36 saltos en un minuto. ¿Cuántos saltos hace Antonio en 9 minutos?</p>	
<p>Problema 10. Pablo tiene 144 caramelos y los quiere repartir en 9 paquetes iguales. ¿Cuántos caramelos habrá en cada paquete?</p>	
<p>Problema 11. En abril, Luisa ahorró 3 veces más que en marzo, si en marzo ahorró \$3.400, ¿Cuánto ahorró Luisa en abril?</p>	
<p>Problema 12. En marzo, María ahorró 7 veces más que en febrero, si en febrero ahorró \$18.200, ¿Cuánto ahorró Luisa en marzo?</p>	

## ANEXO 2. FORMATO DE PROCESOS DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

### COLEGIO GONZALO ARANGO FORMATO DE PROCESOS DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Problema 1. Enunciado:		
Vocabulario relacionado: Palabras que ayudan a entender el enunciado. Si no se tiene idea del significado de alguna palabra, se debe consultar	Situación Inicial: Escribir con sus propias palabras el enunciado del problema resaltando datos dados.	Pregunta a Resolver: Escribir con sus propias palabras la exigencia del problema resaltando daos a determinar
Gráfica o Dibujo: Posibles registros gráficos o figurativos del problema o de algunos de sus elementos.		Representación Inicial y Procesos: Tratamiento y conversión de registros de representación semiótica. (Operaciones) y resultado final
Registro Final y respuesta: Se escribe el resultado final del problema en el registro en que se dio el enunciado del problema, por lo general es un registro discursivo.		Observaciones sobre el proceso de solución y coherencia de los resultados. Reflexión sobre el proceso de resolución de problemas y sobre coherencia y pertinencia del resultado obtenido.

COLEGIO GONZALO ARANGO  
FORMATO DE PROCESOS DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Problema 1. Enunciado:		
Vocabulario Relacionado:	Situación Inicial:	Pregunta a Resolver:
Gráfica o Dibujo	Representación Inicial y Procesos:	
Registro Final y Respuesta:	Observaciones sobre el proceso de resolución y coherencia de los resultados:	

### ANEXO 3. 20 Problemas de la intervención

#### Problema 1.

Luisa tenía 68 caramelos. Si Natalia le regala 35 caramelos a Luisa ¿Cuántos caramelos tiene ahora Luisa?

#### Problema 2.

Pablo tenía 63 canicas. Si le regala 28 a su hermano Antonio, ¿Cuántas canicas le quedan a Pablo?

#### Problema 3.

En una ruta escolar viajan 32 estudiantes. Si en otra ruta viajan 14 estudiantes más que en la primera ruta, ¿Cuántos estudiantes viajan en esta segunda ruta?

#### Problema 4.

Natalia y Luisa realizan una competencia de saltar la cuerda sin perder. Natalia hace 49 saltos y Luisa 32, ¿Cuántos saltos más hace Natalia comparados con los de Luisa?

#### Problema 5.

María tiene 76 estampas en su álbum. Natalia tiene 19 estampas menos que María. ¿Cuántas estampas tiene entre las dos?

Problema 6.

José tiene 7 cajas de estampillas, si cada caja tiene una quincena de estampillas, ¿Cuántas estampillas tiene José?

Problema 7.

Luisa tiene 18 bolsas de chocolates. Si cada bolsa tiene 9 chocolates, ¿Cuántos chocolates tiene Luisa?

Problema 8.

En el curso de Natalia hay 41 estudiantes, si se reparten chocolates en este curso, a cada estudiante le corresponde 7 chocolates, ¿Cuántos chocolates se repartieron?

Problema 9.

Pablo tiene 153 caramelos y los quiere repartir en 9 paquetes iguales, ¿Cuántos caramelos habrá en cada paquete?

Problema 10.

Antonio saltando la cuerda hace 39 saltos en un minuto, ¿Cuántos saltos hace Antonio en 7 minutos?

Problema 11.

En abril, Luisa ahorró 3 veces más que en marzo, si en marzo ahorró \$4.300, ¿Cuánto ahorró Luisa en abril?

Problema 12.

En marzo, María ahorró 5 veces más que en febrero, si en febrero ahorró \$19.300, ¿Cuánto ahorró María en marzo?

Problema 13.

Área de un terreno cuadrado de 85 unidades de lado. Perímetro de un triángulo equilátero de 206 unidades de lado.

Problema 14.

Perímetro de un cuadrado de 23 centímetros de lado.

Problema 15.

Perímetro de un pentágono regular de 19 unidades de lado.

Problema 16.

Lado de un cuadrado de 128 unidades de perímetro.

Problema: 17.

Dinero que ahorró Luisa en marzo, si ahorró una tercera parte de lo que ahorró en abril y en abril ahorró \$ 21.900.



Problema: 18.

Dinero que ahorró Luisa en abril, si ahorró 3 veces más que en marzo y en marzo ahorró \$5.400.

Problema: 19.

Salto de más que hace Natalia comparados con los de Luisa, en una competencia de saltar la cuerda sin perder, si Natalia hace 48 saltos y Luisa 29, ¿Cuántos saltos más hace Natalia comparados con los de Luisa?

Problema: 20.

Perímetro de un terreno rectangular si longitud tiene 8 metros más que su ancho y su ancho mide 16 metros.

#### ANEXO 4. CRUCINUMERO T – 01

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	■	□	□	□	■	□	□	□	□	■
2	□	■	□	□	□	■	□	□	■	□
3	□	□	■	□	□	□	□	■	□	□
4	□	□	□	■	□	□	■	□	□	□
5	□	■	□	□	□	■	□	□	□	■
6	■	□	□	□	■	□	□	□	■	□
7	□	□	□	■	□	□	■	□	□	□
8	□	□	■	□	□	□	□	■	□	□
9	□	■	□	□	■	□	□	□	■	□
10	■	□	□	□	□	■	□	□	□	■

#### Horizontales:

1. Estampas que tiene Luisa ahora, si tenía 96 estampas y Natalia le regaló 47. Dinero que pagué por la compra de seis lápices si cada uno vale \$ 875.
2. Metros de malla que se requiere para encerrar un terreno cuadrado de 167 metros de lado. Metros de malla que se requiere para encerrar un terreno cuadrado de 19 metros de lado.
3. Perímetro de un cuadrado de 23 unidades de lado. Dinero que ahorró Natalia en Mayo, si ahorró cuatro veces más que en abril y en abril ahorró \$2287. Lado de un cuadrado cuyo perímetro es 96 unidades.
4. Costo de un borrador si por cuatro borradores pagué \$ 1180. Mayor número primo de dos dígitos. Caramelos que tiene Natalia, si María tiene 93 caramelos y Natalia tiene 26 caramelos más que María.

5. Cantidad de chocolates que Natalia repartió entre sus 33 compañeros de curso si a cada uno le correspondió una docena de chocolates. Metros de largo que tiene un terreno rectangular, si tiene 249 metros de ancho y su largo mide 243 metros más que su ancho.
6. Estampillas que tiene José, si tiene quince cajas con estampillas y en cada caja hay una quincena de ellas. Chocolates que tiene Natalia, si tiene 11 bolsitas con chocolates y en cada bolsa hay una docena de ellos.
7. Estampitas que tenía Luisa, si le regaló a Natalia 48 y le quedan 82 estampitas. Lado de un cuadrado de 112 unidades de perímetro. Perímetro de un triángulo equilátero de 247 unidades de lado.
8. Doble del menor número primo comprendido entre 30 y 40. Año en que se celebran 50 años de la llegada del hombre a la luna si este acontecimiento fue en el año 1969. Cantidad de canicas que le corresponde a cada amigo de Juan si Juan repartió 126 canicas entre sus siete amigos.
9. Caramelos que tiene Natalia, si María tiene 92 caramelos y Natalia tiene 17 caramelos menos que María. Total de minutos que hay en nueve horas y cuarto.
10. Dinero que ahorré en marzo, si ahorré el doble de lo que ahorré en febrero, y en febrero ahorré \$4680. Cantidad de sobres que se obtiene cuando se organizan 1416 estampas en sobres de cuatro estampas cada uno.

### Verticales:

1. Año del nacimiento del escritor colombiano Álvaro Mutis si murió en el año 2013 a la edad de 90 años. Caramelos que tienen entre María y Natalia, si María tiene 92 caramelos y Natalia tiene 17 caramelos menos que María.
2. Cantidad de copias que saca una fotocopidora en un minuto, si saca 58 copias en dos minutos. Perímetro de un terreno rectangular si la medida de su largo es 16 metros más que su ancho y su ancho mide 50 metros.
3. Lado de un cuadrado que tiene 184 unidades de perímetro. Dinero que me devuelven cuando pago con un billete de \$10.000 un cuaderno cuyo costo es de \$ 4680. Total de estampillas que tiene Luisa, si Natalia tiene 60 estampillas y Luisa tiene 13 estampillas más que Natalia.
4. Perímetro de un triángulo equilátero de 123 unidades de lado. Área de un corredor rectangular de 19 metros de largo y 5 metros de ancho. Área de un terreno rectangular, si su ancho es 8 metros y su largo es cuatro veces su ancho.
5. Dinero que tengo al final, si tengo ahorrados \$4098 y mi padre me regala una cantidad igual a la que tengo. Lado de un terreno cuadrado de 80 metros de perímetro.
6. Mayor número primo comprendido entre 40 y 50. Dinero que me devuelven cuando pago con cuatro billetes de \$2000 pesos un cuaderno cuyo valor es \$ 6185.
7. Caramelos que tenía, si le regalé la mitad a Luisa y me quedaron 139 caramelos. Lado de un cuadrado que tiene 172 unidades de perímetro. Dinero que me devolvieron cuando compré un compás cuyo precio es \$ 2047 si pagué con un billete de \$ 1000 y otro de \$ 2000.

8. Cantidad de dulces que debo comprar si quiero regalarle 7 dulces a cada uno de mis 8 amigos. Año del nacimiento del escritor colombiano Gabriel García Márquez si murió en el año 2014 a la edad de 87 años. Caramelos que tiene Juan, si tiene 14 caramelos menos que José y José tiene 69 caramelos.
9. Caramelos que tienen entre María y Natalia, si María tiene 93 caramelos y Natalia tiene 26 caramelos más que María. Menor número primo comprendido entre 40 y 50.
10. Costo de un borrador si por cuatro de borradores pagué \$ 2196. Dinero que me falta ahorrar para comprar un cuaderno cuyo costo es de \$ 4680 si hasta ahora tengo \$2500.

Anexo 5. Hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros

HOJA DE PROCESOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CRUCINUMEROS

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Crucinúmero \_\_\_\_

H1a.	H1b.	H2a.
H2b.	H3a.	H3b.
H3c.	H4a.	H4b.
H4c.	H5a.	H5b.
H6a.	H6b.	H7a.

H7b.	H7c.	H8a.
H8b.	H8c.	H9a.
H9b.	H10a.	H10b.

V1a.	V1b.	V2a.
V2b.	V3a.	V3b.

V3c.	V4a.	V4b.
V4c.	V5a.	V5b.
V6a.	V6b.	V7a.
V7b.	V7c.	V8a.
V8b.	V8c.	V9a.
V9b.	V10a.	V10b.



Anexo 6. Prueba de salida

COLEGIO GONZALO ARANGO  
RESOLUCION DE PROBLEMAS  
RELACION PARTE TODO

Nombre \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

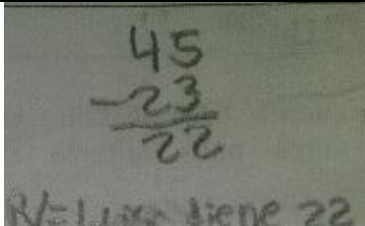
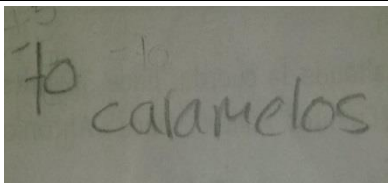
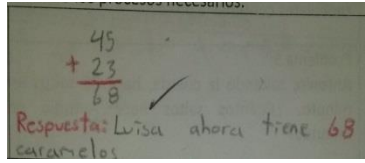
Resolver los problemas siguientes haciendo los procesos necesarios.

<p>Problema 1. Estampas que tiene Luisa ahora, si tenía 56 estampas y Natalia le regaló 37.</p>	
<p>Problema 2. Caramelos que le quedan a Pablo si tenía 53 y le regaló 29 caramelos a Antonio.</p>	
<p>Problema 3. Estudiantes que viajan en el bus rojo, si en el bus azul viajan 18 estudiantes más que en el bus rojo y en el bus azul viajan 36 estudiantes.</p>	
<p>Problema 4. Metros de mas que tiene el largo, comparado con el ancho, de un terreno rectangular si tiene 35 metros de largo y 19 metros de ancho.</p>	
<p>Problema 5. Caramelos que tienen entre María y Natalia, si María tiene 92 caramelos y Natalia tiene 17 caramelos menos que María.</p>	

<p>Problema 6. Estampillas que tiene José, si tiene siete cajas con estampillas y en cada caja hay una quincena de ellas</p>	
<p>Problema 7. Chocolates que tiene Natalia, si tiene 12 bolsitas con chocolates y en cada bolsa hay media docena de ellos.</p>	
<p>Problema 8. Cantidad de caramelos que le corresponde a cada una de las amigas de Luisa, si Luisa repartió 117 caramelos entre sus 9 amigas.</p>	
<p>Problema 9. Saltos sobre la cuerda que hace José en 8 minutos, si hace 37 saltos por minuto.</p>	
<p>Problema 10. Cantidad de canicas que le corresponde a cada amigo de Juan si Juan repartió 126 canicas entre sus siete amigos.</p>	
<p>Problema 11. Dinero que ahorró Natalia en Mayo, si ahorró cuatro veces más que en abril y en abril ahorró \$8.750</p>	
<p>Problema 12. Dinero que tiene María, si tiene 6 veces más que Luisa y Luisa tiene \$12.300.</p>	

## Anexo 7. Tablas de Resultados y Hallazgos

En esta tabla se muestran los resultados y hallazgos más comunes durante la prueba de entrada, por esta razón se seleccionan algunos estudiantes representativos en cada caso.

PROBLEMAS DE CAMBIO CON AGREGACION (Problema 1.)			
Dificultad o error identificado	Evidencia Instrumento escrito	Explicación del estudiante (Audio)	Diagnóstico Investigador/ observaciones
Utiliza la resta para resolver el problema, operación que no corresponde.	 <p>Estudiante 14</p>	<p>R. “No estaba seguro si era una suma o una resta... hice una resta pero ahora creo que es una suma...”</p> <p>P. ¿Alguna palabra te puede indicar si es suma o resta?</p> <p>R. “no se...”</p>	<p>La única representación utilizada, aunque no corresponde al enunciado, es la operación desarrollada. No identifica el cambio por agregación. No se evidencia intención de verificar el proceso.</p>
Escribe la respuesta incorrecta sin evidencias de operación alguna.	 <p>Estudiante 20</p>	<p>P. ¿Por qué no hizo procesos en el desarrollo de los problemas.</p> <p>R. “si hice los procesos en una hoja aparte.”</p> <p>P. ¿Qué procesos hizo en este problema?</p> <p>R. “no recuerdo, como que fue una suma.”</p> <p>P. ¿cómo verificar si el resultado corresponde al problema.</p> <p>R. “tendría que volver a hacer la suma”</p>	<p>La respuesta es la única representación utilizada. No evidencia uso escrito o gráfico de alguna representación del enunciado. No se evidencia intención de verificar el proceso o el resultado. La respuesta no corresponde con el resultado esperado</p>
No presenta dificultad en la resolución del problema	 <p>Estudiante 15</p>	<p>“era un problema muy fácil, si Luisa tenía 45 caramelos y le regalan 23, pues se debe hacer una suma”</p>	<p>Identificó correctamente el operador semántico, seleccionó la operación correspondiente y obtuvo la respuesta esperada.</p>

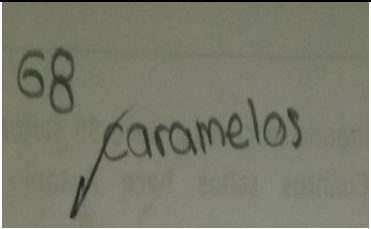
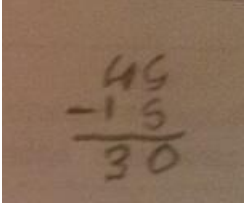
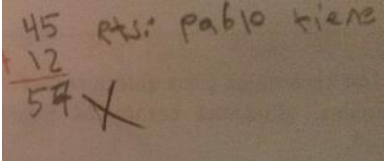
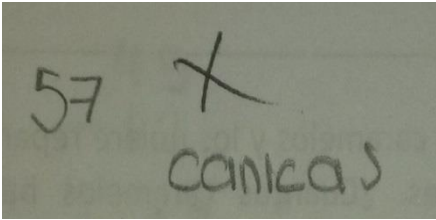
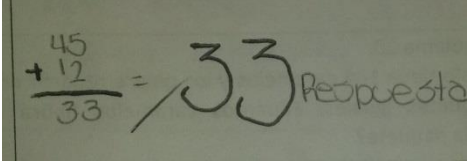
<p>Escribe la respuesta correcta sin evidencias de operación alguna.</p>	 <p>Estudiante 23</p>	<p>P. ¿Por qué no hizo procesos en el desarrollo de los problemas?  R. “los realice en la parte de atrás del cuaderno de matemáticas.  P. ¿Cómo saber si la respuesta es correcta o no?  R. “Es un problema muy fácil en donde tocaba hacer una suma. Yo la hice y miré si estaba bien hecha”  P. Solo verificaste la operación o el resultado del problema?  R. “solo verifique que la suma estuviera bien”</p>	<p>El estudiante mostró las operaciones realizadas en las últimas hojas del cuaderno, en donde se muestra el desarrollo de una suma para este problema.</p>
--	--	--	---

Tabla 2. Problemas de cambio con agregación

<b>PROBLEMAS DE CAMBIO CON DISGREGACION (Problema 2.)</b>			
Dificultad o error identificado	Evidencia Instrumento escrito	Explicación del estudiante (Audio)	Diagnóstico Investigador/ observaciones
<p>Escribe la operación con uno de los operadores que no corresponde, pero la efectúa de manera correcta.  No obtiene la respuesta esperada.</p>	 <p>Estudiante 01</p>	<p>P. ¿Cómo hiciste este problema?  R. “es un problema de suma, estaba muy fácil”  P. Lee de nuevo el problema por favor.  P. Luego de leer el problema, agregó: “huy si me equivoque, no sé por qué vi un 15 en lugar de un 12.  P. ¿Verificaste el resultado del problema?  R. “no pues la suma es fácil y yo creo que la hice bien”</p>	<p>El estudiante no obtuvo la respuesta esperada. Efectuó una operación de manera correcta, pero con un operador que no corresponde al enunciado del problema.</p>

<p>Utiliza la suma para resolver el problema, operación que no corresponde.</p>	 <p>Estudiante 16</p>	<p>R. “yo pensé que era un problema de suma, por eso sumé... pensé que era como el anterior... pero ahora leyendo otra vez el problema veo que tocaba hacer una resta... Pablo le regaló 12 canicas a su hermano, entonces debe quedar con menos canicas...”</p>	<p>La única representación utilizada, aunque no corresponde al enunciado, es la operación desarrollada. No identifica el cambio por disgregación. No se evidencia intención de verificar el proceso.</p>
<p>Escribe la respuesta incorrecta sin evidencias de operación alguna.</p>	 <p>Estudiante 23</p>	<p>P. Déjame ver el proceso de este problema  R. “acá esta”  P. ¿Cómo saber si la respuesta es correcta o no?  R. “Este es un problema de suma, como el anterior y verifiqué que la suma fuera correcta”  P. ¿Verificaste si la respuesta corresponde al enunciado?  R. “no, solo verifique que la suma estuviera bien”  P ¿Qué palabra te ayudo a escoger la suma?  El estudiante lee el problema de nuevo y agrega “no, está mal, tenía que hacer una resta... entendí mal el problema.”</p>	<p>El estudiante muestra la suma realizada correctamente, pero no interpretó el significado del operador semántico “le regala” como reconoció cuando se le pregunto por la forma como resolvió el problema.</p>
<p>Indica una suma, pero efectúa una resta como corresponde al enunciado del problema.</p>	 <p>Estudiante 28</p>	<p>P. ¿Cómo resolvió este problema?  El estudiante lee el problema y responde:  R. “Es un problema de resta</p>	<p>El estudiante obtiene la respuesta esperada a través de una operación correcta lo que significa que con la segunda lectura del problema</p>

		<p>muy fácil”  P. ¿Por qué escribió un signo de suma pero hizo una resta?  R. “cuando lo leí la primera vez, pensé que era una suma, pero lo volví a leer y vi que era una resta”</p>	<p>reconoció el significado del operador semántico “le regala”</p>
--	--	---	--

Tabla 3. Problemas de cambio con disgregación

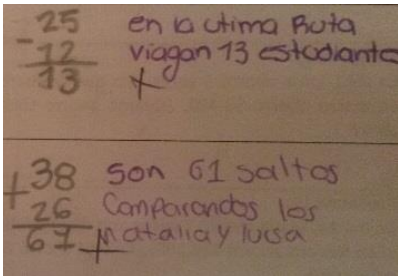
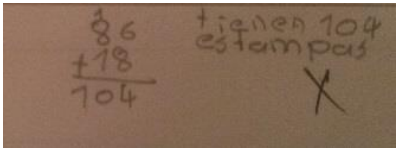
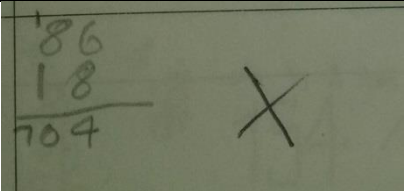
PROBLEMAS DE COMPARACION ADITIVA (Problemas 3 y 4)			
Dificultad o error identificado	Evidencia Instrumento escrito	Explicación del estudiante (Audio)	Diagnóstico Investigador/ observaciones
<p>Escribe la operación correspondiente al problema 3 en forma correcta, pero la efectúa de manera incorrecta.</p>	<p>Estudiante 04  Estudiante 16</p>		<p>La única representación utilizada es la operación desarrollada, aunque hay error en su desarrollo.</p>
<p>Utiliza la operación que no corresponde al enunciado en problema 3 y en el problema 4.</p>	 <p>Estudiante 05</p>		<p>La única representación utilizada, aunque no corresponde al enunciado, es la operación desarrollada. No identifica adecuadamente la comparación aditiva. No hay evidencia de verificación del proceso.</p>
<p>Escribe la operación que no corresponde al problema 4.</p>	<p>Estudiante 18</p>		<p>La única representación utilizada, aunque no corresponde al enunciado, es la operación desarrollada. No identifica adecuadamente la comparación aditiva. No hay evidencia de verificación del proceso.</p>
<p>No efectúa proceso alguno ni escribe resultado en los problemas 3 y 4.</p>	<p>Estudiante 4141</p>		<p>No identifica o reconoce comparaciones de tipo aditivo.</p>

Tabla 4. Problemas de comparación aditiva

PROBLEMAS DE COMPARACION DE SEGUNDO NIVEL (Problema 5.)			
Dificultad o error identificado	Evidencia Instrumento escrito	Explicación del estudiante (Audio)	Diagnóstico Investigador/ observaciones
Efectúa la operación que no es correspondiente con la primera condición de comparación, pues suma una de las dos partes con la diferencia entre las dos, y la asume como respuesta final.	<p>Estudiante 41</p> 	<p>R. María tiene 86 estampas y Natalia tiene 18, pues toca sumar...</p> <p>P. Verificaste el resultado?</p> <p>R. "No porque como es una suma, yo hago las sumas bien"</p>	<p>La única representación utilizada es la operación desarrollada. No identifica adecuadamente la comparación aditiva. Identifica la diferencia como uno de los dos polos de la comparación. No identifica la reunión indicada de objetos. No realizó las dos operaciones correspondientes al enunciado. No hay evidencias de verificación de procedimientos</p>
No selecciona la operación correspondiente a la primera condición de comparación. Efectúa la operación que no es correspondiente con la primera condición de comparación, pues suma una de las dos partes con la diferencia entre las dos, y la asume como respuesta final.	 <p>Estudiante 34</p>	<p>P. ¿cómo fue el desarrollo del problema 5?</p> <p>R. "permítame leer el problema.... Una tiene 86 estampas y la otra tiene 18, entonces se suma..."</p> <p>P. en el problema dice que Natalia tiene 18 estampas menos que María...</p> <p>R. "entonces debería restar..."</p> <p>P. Pero preguntan por cuanto tienen entre las dos.</p> <p>R. "si debería restar para saber cuánto tiene una y luego sumar con lo que tiene la otra..."</p>	<p>La única representación utilizada es la operación desarrollada. No identifica adecuadamente la comparación aditiva. Identifica la diferencia como uno de los dos polos de la comparación. No identifica la reunión indicada de objetos. No realizó las dos operaciones correspondientes al enunciado. No hay evidencias de verificación de procedimientos. En la explicación pedida interpreto el problema y reconocí que se había equivocado</p>

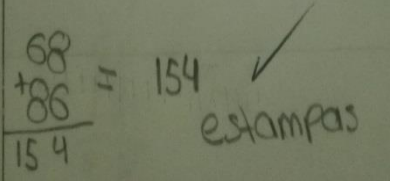
<p>Obtiene la respuesta esperada.</p>	 <p>Estudiante 20</p>	<p>P. ¿Cómo desarrolló el problema?  R. “primero resté para calcular lo que tenía Natalia y luego sumé este resultado con lo que tenía María.”  P. ¿En dónde hiciste la resta?  R. “En el pupitre y luego borre”  P. ¿la respuesta si corresponde con lo que piden en el problema?  R. si claro, lo revise cuando terminé de hacer el problema””</p>	<p>Muestra la representación de una operación que corresponde a la suma entre lo que tiene cada una de las chicas del problema.  Es evidente que efectuó una resta para obtener lo que tiene Natalia.</p>
---------------------------------------	--	--	---

Tabla 5. Problemas de comparación de segundo nivel

<b>PROBLEMAS DE REPARTOS EQUITATIVOS (Problemas 6, 7, 8, 9, 10)</b>			
<b>Dificultad o error identificado</b>	<b>Evidencia Instrumento escrito</b>	<b>Explicación del estudiante (Audio)</b>	<b>Diagnóstico Investigador/ observaciones</b>
<p>Escribe la respuesta correcta, pero no efectúa procesos.</p>	<p>Estudiante 01</p>		<p>La única representación utilizada es respuesta escrita.</p>
<p>Escribe una operación que no corresponde al enunciado del problema 6</p>	<p>Estudiante 03  Estudiante 08</p>		<p>La única representación utilizada es la operación, que no corresponde, desarrollada. No identifica la condición de reparto enunciada en el problema. No hay evidencias de verificación de procesos.</p>
<p>Selecciona la operación correspondiente al problema 6, pero la efectúa de manera incorrecta.</p>	<p>Estudiante 19</p>		<p>La única representación utilizada es la operación desarrollada. No identifica la condición de reparto enunciada en el problema.</p>



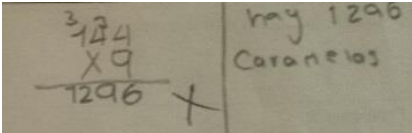
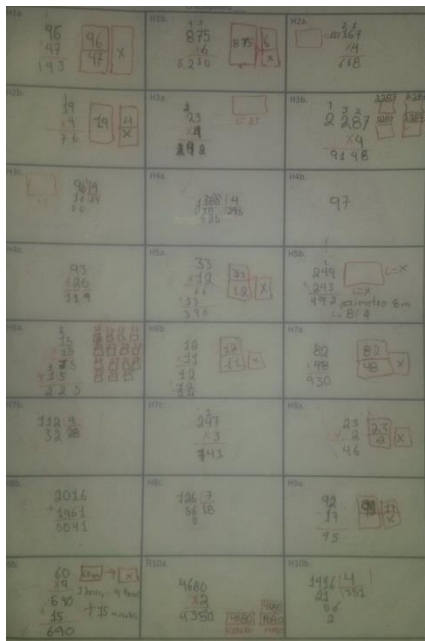
			No se evidencia verificación de procesos.
Del problema 9, no hace procesos ni escribe resultado alguno.	Estudiante 14		No reconoce condiciones del problema.
Escribe una operación que no corresponde al enunciado del problema 9.	Estudiante 12 		La única representación utilizada es la operación, que no corresponde, desarrollada. No identifica la condición de reparto enunciada en el problema. No hay evidencias de verificación de procesos.

Tabla 6. Problemas de repartos equitativos

PROBLEMAS DE COMPARACION MULTIPLICATIVA (Problemas 11 y 12.)			
Dificultad o error identificado	Evidencia Instrumento escrito	Explicación del estudiante (Audio)	Diagnóstico Investigador/ observaciones
En los problemas 11 y 12, no hace procesos ni escribe resultados.	Estudiante 14 estudiante17		No reconoce condiciones dadas en cada problema.
Escribe la operación correcta del problema 12, pero la efectúa de manera incorrecta.	Estudiante 08		La única representación utilizada es la operación desarrollada. Se evidencia dificultad al desarrollar la multiplicación. No hay evidencias de verificación de procesos.


Tabla 7. Problemas de comparación multiplicativa

Anexo 8. Tabla de resultados con el crucinúmero luego de la intervención

TRABAJO CON EL CRUCINUMERO LUEGO DE INTERVENCIÓN			
Dificultad o error identificado	Evidencia Instrumento escrito	Explicación del estudiante (Audio)	Diagnóstico Investigador/ observaciones
	 <p style="text-align: center;">Estudiante 13</p>	<p>P. ¿Qué dificultades se le presentaron durante el desarrollo del crucigrama?</p> <p>p. “Cuando trabaje las horizontales no encontré dificultad, Los problemas estaban fáciles, pero en el desarrollo de las verticales algunos líneas no correspondían”</p> <p>P. ¿por ejemplo?</p> <p>R. “La vertical 3 no salía”</p> <p>P. ¿Y que hizo entonces?</p> <p>R. “tuve que verificar dos problemas de las horizontales y vi que estaban mal”</p> <p>P. ¿Qué opina del trabajo con el crucigrama?</p> <p>R. “Es muy bueno y, ahora que hemos practicado con los problemas que el profe nos puso antes, es más rápido trabajar con el crucigrama ... además, cuando alguna línea no cuadra, tenemos que mirar cual problema quedo mal y corregir”</p>	<p>Se evidencia, durante el desarrollo del crucinúmero propuesto, un uso de varios registros gráficos en diferentes situaciones.</p>

Anexo 9. Diario de campo sobre trabajo de crucinúmeros que permitió configurar parte del diagnóstico.

DIARIO DE CAMPO

FECHA	PRECATEGORIA	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	OBSERVACIONES	INTERPRETACION	REGISTRO FOTOGRAFICO
09/02/2016	Resolución de problemas	Se propone a los estudiantes el desarrollo del crucinúmero 01 del libro Desarrollo de Pensamiento Matemático, Nivel Inicial. Este crucigrama matemático está compuesto de 48 situaciones relacionadas con conceptos básicos de geometría como perímetro y área, y operaciones básicas de aritmética. Se explica el concepto de clave para el crucigrama y como se debe diligenciar el tablero de casillas en donde se deben escribir los resultados de cada	En H1a, varios estudiantes preguntan cómo se calcula el área de un rectángulo. El profesor pregunta a los estudiantes por el concepto de área y el de perímetro y, en discusión con el grupo, se acuerda una forma de calcular cada uno. En H1b, varios estudiantes preguntan por la operación que se debe hacer. En H2, varios estudiantes determina los perímetros sin dificultad, algunos preguntan si se hace por suma o multiplicación. En H3a, la mayoría pregunta por el significado del cuadrado de un número. En discusión con los estudiantes se acuerda la forma de calcular potencias de un número dado. Al llegar al punto H3c, la	Los estudiantes leen el enunciado del problema una vez y no se preocupan por dividir cada situación en condiciones iniciales y exigencia de resolución, lo que puede significar ausencia de estrategias heurísticas. En cuanto a los recursos, los estudiantes olvidan conceptos trabajados recientemente en clase como números primos, porcentaje, perímetro y área de triángulos, cuadrados y rectángulos. En cuanto a actitudes y creencias, Los estudiantes se distraen con mucha frecuencia lo que implica llamar la	

		situación. Luego de la explicación y la aclaración de dudas sobre el desarrollo de esta actividad, los estudiantes se organizan en grupos de cuatro con la condición de que cada estudiante debería hacer el proceso en su propio cuaderno.	mayoría de los estudiantes pregunta por la forma de calcular el lado de un triángulo conociendo su perímetro. El profesor puso en discusión el problema, hay mucha dificultad para comprender la situación, finalmente se logra su comprensión. En H4a, la mayoría de los estudiantes afirma que no entienden lo que quiere decir el problema. El docente explica la situación pero los estudiantes se toman bastante tiempo para entenderla. Luego continúan con la actividad. En H4b, varios estudiantes no se acordaban que en el cuaderno tenían una criba de números primos entre 1 y 100. En H4c varios estudiantes preguntan de nuevo sobre el significado de potencia. El profesor promueve la discusión sobre el	atención pues descuidan el desarrollo de la actividad y no manifiestan una adecuada concentración. Se observa en la mayoría de los estudiantes falta de compromiso con la actividad lo que puede pensarse en un "hacer por hacer" por parte de ellos estudiantes, esto se manifiesta posiblemente, cuando no recuerdan que minutos antes se había aclarado un proceso idéntico o similar al que están preguntando. Se nota que los estudiantes que preguntan por la operación a aplicar en una clave dada, no identifican las condiciones de la situación.	
--	--	---	--	--	--

			<p>concepto.</p> <p>En H5, varios estudiantes preguntan por la operación a realizar. En discusión general se logra resolver la línea.</p> <p>En H6a, la mayoría de los estudiantes pregunta por el concepto de números consecutivos, y sobre cómo resolver el problema. En discusión general se resuelve la situación.</p> <p>En H6b, la mayoría de los estudiantes pregunta por el concepto de cuádruplo, los estudiantes discuten el significado de doble, triple y cuádruplo.</p> <p>En la clave H7b, se hace necesario explicar series aritméticas resultado de diversas multiplicaciones, pues varios estudiantes no logran identificar la serie.</p> <p>En H7c, varios de los estudiantes vuelven a manifestar dudas en el cálculo del área de un cuadrado.</p>		
--	--	--	---	--	--

DIARIO DE CAMPO

FECHA	PRECATEGORIA	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	OBSERVACIONES	INTERPRETACION	REGISTRO FOTOGRAFICO
16/02/2016	Resolución de problemas  Identificación	<p>Se propone a los estudiantes el desarrollo del crucinúmero 03 del libro Desarrollo de Pensamiento Matemático, Nivel Inicial. Este crucigrama matemático está compuesto de 48 situaciones relacionadas con conceptos básicos de geometría como perímetro y área, y operaciones básicas de aritmética.</p> <p>Se recuerda el concepto de clave para el crucigrama y como se debe diligenciar el tablero de casillas en donde se deben escribir los resultados de cada situación.</p> <p>Luego de la explicación y la aclaración de dudas sobre el</p>	<p>En H1b, el 85% de los estudiantes, calculó el doble y no contestaron lo que se pedía.</p> <p>En H2a, el 35% pregunta por la forma de calcular el área de un cuadrado. Se genera discusión en grupo. El 15% no resuelve el problema.</p> <p>En H2b, el 90% opina que se debe dividir el área del cuadrado entre 4 para obtener el lado del cuadrado. Los otros estudiantes no opinan.</p> <p>Luego de una discusión general, solo el 15% resolvió la situación. En H3a, el 35% pregunta por los números impares consecutivos y el 70% pregunta por el concepto de promedio y su forma de calcularlo.</p> <p>Luego de la respectiva discusión, el 78% resolvió correctamente</p>	<p>Los estudiantes leen el enunciado del problema una vez sin preocuparse por dividir cada situación en condiciones iniciales y exigencias de resolución.</p> <p>Se nota en los estudiantes olvido de conceptos ya trabajados recientemente en clase como números primos, porcentaje y, perímetro y área de triángulos, cuadrados y rectángulos.</p> <p>Los estudiantes se distraen con mucha frecuencia lo que implica llamar la atención pues descuidan el desarrollo de la actividad y no manifiestan una adecuada</p>	

		<p>desarrollo de esta actividad, los estudiantes se organizan en grupos de cuatro con la condición de que cada estudiante debería hacer el proceso en su propia hoja de procesos de resolución de problemas de crucinúmeros..</p>	<p>la situación.</p> <p>En H3b, el 15% pregunta por el concepto de cuadrado de un número.</p> <p>En H3c se presenta la misma discusión de H3a. El 80% resuelve correctamente la situación.</p> <p>En H4a, el 55% de los estudiantes pregunta por la forma de resolver la situación. El 27% no obtiene la respuesta correcta.</p> <p>En H4c, el 95% preguntan cómo resolver la situación. En discusión general se encuentran algunas estrategias para resolverlo. El 70% logra resolver correctamente la situación.</p> <p>En H5a, el 75% de los estudiantes pregunta por la forma de resolver la situación. Luego de la respectiva discusión, el 80% encontró la respuesta correcta.</p>	<p>concentración.</p> <p>Se observa en la mayoría de los estudiantes falta de compromiso con la actividad lo que puede pensarse en un "hacer por hacer" por parte de los estudiantes, esto se manifiesta posiblemente, cuando no recuerdan que minutos antes se había aclarado un proceso idéntico o similar al que están preguntando.</p> <p>Se nota que los estudiantes que preguntan por la operación a aplicar en una clave dada, no identifican las condiciones de la situación.</p> <p>No se anotan cantidad ni porcentaje de estudiantes por observación, debido a que las preguntas</p>	
--	--	---	--	---	--