

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

Desarrollo de las Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre Mediante un Ambiente

B-learning en Estudiantes de 10 a 12 años de dos Colegios Públicos de Bogotá

Wilson Darío Buitrago Sánchez

Javier Mauricio Buitrago Sánchez

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

CENTRO DE TECNOLOGÍAS PARA LA ACADEMIA

MAESTRÍA EN INFORMÁTICA EDUCATIVA

CHÍA, 2017

Desarrollo de las Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre Mediante un Ambiente
B-learning en Estudiantes de 10 a 12 años de dos Colegios Públicos de Bogotá

Presentado Por:

Wilson Darío Buitrago Sánchez

Javier Mauricio Buitrago Sánchez

Directora:

Mónica Marcela Sánchez Duarte

Trabajo presentado como requisito para optar por el título de

Magíster en Informática Educativa

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

CENTRO DE TECNOLOGÍAS PARA LA ACADEMIA

MAESTRÍA EN INFORMÁTICA EDUCATIVA

CHÍA, 2017

Tabla de contenido

Resumen y Palabras claves.....	1
Introducción.....	3
Justificación.....	9
Planteamiento del problema.....	14
Análisis del contexto.....	14
Descripción del problema.....	20
Pregunta de investigación.....	26
Objetivos.....	27
Objetivo General.....	27
Objetivos específicos.....	27
Marco Referencial.....	28
Estado del arte.....	28
Enseñanza y aprendizaje de la probabilidad.....	28
Uso de las TIC en la enseñanza de la probabilidad.....	35
Marco Teórico.....	41
Referentes Habilidades de Pensamiento.....	41
Referentes Pedagógicos.....	47
Referentes TIC y Educación.....	51
Marco Metodológico.....	54
Sustento epistemológico.....	54
Diseño de la investigación.....	56
Población y muestra.....	59

Cronograma del proyecto.....	61
Categorías de análisis.....	63
Técnicas, instrumentos y validación.....	72
Análisis de los instrumentos.....	74
Consideraciones éticas.....	80
Ambiente B-learning.....	81
Justificación.....	81
Objetivos.....	82
Descripción del ambiente de aprendizaje.....	83
Actividades del ambiente de aprendizaje.....	89
Prueba piloto.....	98
Hallazgos y discusión.....	112
Descripción del análisis.....	112
Análisis de resultados de los colegios Carlo Federici y Antonio García.....	113
Situación 1: Identificación de sucesos.....	113
Situación 2: La carrera de autos.....	132
Situación 3: Extracción de balotas.....	155
Situación 4: Combinatoria.....	175
Situación 5: Organizar una fiesta.....	193
Conclusiones.....	222
Aprendizajes.....	238
Recomendaciones.....	239
Referencias.....	241
Anexos.....	267

Lista de tablas

Tabla 1. Resultados del ejercicio N°1 sobre clasificación de los juegos colegio CF

Tabla 2. Resultados de la clasificación de los juegos colegio AG

Tabla 3. Explicación de las preguntas abiertas sobre la clasificación de los sucesos

Tabla 4. Explicación de la clasificación de los sucesos en las preguntas abiertas

Tabla 5. Resultados pregunta 6 colegio AG

Tabla 6. Resultado del ejercicio de combinatoria en el laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria

Tabla 7. Utilización Regla de Laplace

Lista de figuras

- Figura 1.** Comparación de porcentajes según niveles de desempeño en matemáticas grado 5° Colegio AG.
- Figura 2.** Comparación de porcentajes según niveles de desempeño en matemáticas grado 5° Colegio CF.
- Figura 3.** Comparación de componente aleatorio 5° grado en los colegios AG y CF.
- Figura 4.** Resultados de quinto grado en el área de matemáticas. Comparación Bogotá D.C. y Colombia.
- Figura 5.** Comparación de porcentajes según niveles de desempeño en matemáticas grado quinto.
- Figura 6.** Clasificación de las habilidades que conforman el pensamiento crítico.
- Figura 7.** Mapa conceptual del Aprendizaje significativo.
- Figura 8.** Ciclo de la Investigación-Acción. Fuente: Latorre (2003, p. 21).
- Figura 9.** Red semántica de las categorías de análisis.
- Figura 10.** Curso Exploremos la Probabilidad aula virtual del colegio CF.
- Figura 11.** Curso Exploremos la Probabilidad plataforma Schoology colegio AG.
- Figura 12.** Sesión 1 dispuesta en el aula virtual del colegio CF.
- Figura 13.** Sesión 3 en Schoology para el colegio AG.
- Figura 14.** Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria.
- Figura 15.** Actividad del lanzamiento de un dado tomada del laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria.
- Figura 16.** Secuencia de las sesiones del ambiente de aprendizaje: Exploremos la Probabilidad.
- Figura 17.** Sesión 1: sucesos posibles, imposibles y seguros.
- Figura 18.** Sesión 2: La carrera de autos con dados.
- Figura 19.** Sesión 3: Simulación con uno y dos dados.

Figura 20. Sesión 4: Extracciones de balotas.

Figura 21. Sesión 5: Combinando elementos.

Figura 22. Sesión 6: Organizar una fiesta.

Figura 23. Identificación de sucesos, preguntas abiertas, prueba diagnóstica.

Figura 24. Identificación de sucesos, pregunta cerradas, prueba diagnóstica.

Figura 25. Solución de situaciones problema en preguntas abiertas, pilotaje.

Figura 26. Solución de situaciones problema en preguntas cerradas, prueba piloto diagnóstica.

Figura 27. Resultados del cuestionario sobre los dados.

Figura 28. Resultados de los estudiantes del cuestionario sobre los dados.

Figura 29. Triangulación entre métodos.

Figura 30. Identificación de sucesos, preguntas abiertas, colegio CF.

Figura 31. Identificación de sucesos, preguntas cerradas, colegio CF.

Figura 32. Identificación de sucesos, pregunta abiertas, colegio AG.

Figura 33. Identificación de sucesos, pregunta cerradas, colegio AG.

Figura 34. Identificación de sucesos a partir de los videos colegio CF.

Figura 35. Identificación de sucesos a partir de los videos colegio AG.

Figura 36. Identificación de sucesos, preguntas abiertas, prueba final colegio CF.

Figura 37. Identificación de sucesos, preguntas cerradas, prueba final colegio CF.

Figura 38. Identificación de sucesos, preguntas abiertas, prueba final colegio AG.

Figura 39. Identificación de sucesos, preguntas cerradas, prueba final colegio AG.

Figura 40. Resultados la carrera de autos preguntas abiertas y cerradas colegio CF.

Figura 41. Resultados prueba diagnóstica la carrera de autos colegio AG.

Figura 42. Resultados la carrera de autos con dados colegio CF.

Figura 43. Resultados la carrera de autos prueba final, pregunta abierta, colegio AG.

Figura 44. Resultados la carrera de autos con dados, pregunta cerrada, colegio CF.

Figura 45. Resultados la carrera de autos, prueba final, pregunta cerrada, colegio AG.

Figura 46. Resultados simulación del lanzamiento de un dado.

Figura 47. Resultados simulación del lanzamiento de dos dados.

Figura 48. Resultados sobre el lanzamiento de un dado colegio AG.

Figura 49. Resultados sobre el lanzamiento de dos dados colegio AG.

Figura 50. Resultados del cuestionario sobre experimentos con dados colegio CF.

Figura 51. Resultados sobre el espacio muestral de uno y dos dados colegio AG.

Figura 52. Resultados extracciones de balotas, preguntas abierta y cerrada, colegio CF.

Figura 53. Resultados prueba diagnóstica extracciones colegio AG.

Figura 54. Taller grupal extracciones de balotas. problema 3, colegio CF.

Figura 55. Resultados extracción de balotas colegio AG.

Figura 56. Taller sesión 4: extracción de balotas, colegio AG.

Figura 57. Resultados del taller grupal extracciones de balotas, colegio CF.

Figura 58. Taller grupal extracciones de balotas, problema 4, colegio CF.

Figura 59. Taller sesión 4: regla de Laplace, colegio AG.

Figura 60. Experimentos con ruletas, prueba final colegio CF.

Figura 61. Regla de Laplace, prueba final, colegio AG.

Figura 62. Combinatoria, preguntas abierta y cerrada, colegio CF.

Figura 63. Elaboración de combinaciones, pregunta abierta, colegio CF.

Figura 64. Dos ejemplos de la pregunta 3 de combinatoria, colegio AG.

Figura 65. Resultados prueba diagnóstica combinatoria, colegio AG.

Figura 66. Actividad de combinatoria, sesión 5 presencial, colegio CF.

Figura 67. Problema de combinatoria en el laboratorio básico de azar, colegio CF.

Figura 68. Soluciones de los estudiantes aplicando la regla de Laplace, colegio CF.

Figura 69. Ejercicio de combinatoria en el laboratorio virtual.

Figura 70. Problema de combinatoria, pregunta abierta, colegio CF.

Figura 71. Combinatoria, preguntas abierta y cerrada, colegio CF.

Figura 72. Combinatoria, prueba final, pregunta abierta colegio AG.

Figura 73. Combinatoria, prueba final, pregunta cerrada colegio AG.

Figura 74. Diagrama de barras, pregunta abierta colegio CF.

Figura 75. Diagrama de barras, pregunta cerrada, colegio CF.

Figura 76. Diagrama de barras, prueba diagnóstica, pregunta abierta colegio AG.

Figura 77. Interpretación diagrama de barras, pregunta cerrada, colegio AG.

Figura 78. Elaboración de tablas de frecuencia, colegio AG.

Figura 79. Elaboración de diagrama de barras, colegio AG.

Figura 80. Interpretación y análisis de la información, colegio AG.

Figura 81. Interpretación de gráficas de barras, pregunta abierta, colegio CF.

Figura 82. Interpretación diagrama de barras, prueba final, pregunta abierta colegio AG.

Figura 83. Material educativo digital. Sesión 1 virtual.

Figura 84. Simulador de probabilidad. Sesión 4 virtual.

Figura 85. Miembros plataforma Schoology.

Figura 86. Bienvenida al curso a través de un Voki.

Figura 87. Respuestas de los estudiantes frente a la primera actividad en Schoology.

Figura 88. Análisis estadístico del curso exploremos la probabilidad, colegio AG.

Figura 89. Análisis estadístico de los enlaces de curso exploremos la probabilidad, colegio AG.

Figura 90. Comparación de los resultados pruebas diagnóstica y final de los dos colegios.

Figura 91. Comparación de los resultados pruebas diagnóstica y final situaciones 2 a 5.

Lista de anexos

Anexo 1. Prueba diagnóstica

Anexo 2. Evaluación sobre el juego de los dados

Anexo 3. Taller sesión 4: extracciones de balotas

Anexo 4. Guía de la sesión 6: organizar una fiesta

Anexo 5. Prueba final

Anexo 6. Lluvia de ideas

Anexo 7. Guía: sucesos posibles, imposibles y seguros

Anexo 8. Guía: la carrera de autos

Anexo 9. Combinatoria con frutas en el laboratorio

Anexo 10. Guion de la entrevista colegio CF

Anexo 11. Guion de la entrevista colegio AG

Anexo 12. Consentimiento informado

Anexo 13. Autorización del rector para la investigación

Resumen

Esta investigación se propuso incidir en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, que hacen parte del pensamiento crítico, en estudiantes de 10 a 12 años de dos colegios públicos de Bogotá. Para alcanzar dicho propósito, se diseñó e implementó un ambiente de aprendizaje de modalidad B-learning, en el cual se integraron herramientas tecnológicas y recursos educativos digitales dentro de las plataformas de aprendizaje Moodle y Schoology. Por otra parte, este trabajo de investigación en su marco metodológico, se ubica desde un enfoque cualitativo con diseño de Investigación Acción.

Además, se eligieron tres técnicas para recolectar la información: cuestionarios de preguntas abiertas y cerradas, observación sistemática y entrevistas semiestructuradas, a las cuales se les aplicó la triangulación entre métodos. Así, entre las conclusiones más relevantes se encontró que, los estudiantes de los dos colegios lograron avances significativos en el desarrollo de sus habilidades de probabilidad e incertidumbre gracias a dos factores fundamentales: la estrategia de enseñanza basada en la resolución de problemas y toma de decisiones, y la experiencia positiva que tuvieron en la modalidad B-learning, lo que les permitió mejorar sus nociones de probabilidad y aplicarla en diferentes situaciones o contextos.

Palabras claves: Pensamiento Crítico, Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre, Aprendizaje Significativo, Ambiente B-learning.

Abstract

This research intended impact the development of the probability and uncertainty skills which are part of the critical thinking in students among 10 to 12 years of two public schools in Bogotá. To achieve this proposal a learning environment mode blended was designed and implemented in which technological tools and digital educational resources were integrated within the learning platforms Moodle and Schoology. Moreover, this research on its methodological framework, is located from a qualitative approach with a design of Action Research.

In addition, three techniques were chosen to collect the information: questionnaires of open and closed questions, systematic observation and semi-structured interviews, to which the triangulation among methods was applied to them. Thus, between the most relevant conclusions we found that, the students of both schools obtained significant advances in the development of their probability and uncertainty skills. This thanks to two fundamental factors: the strategy of education based on the resolution of problems and making decision, and the positive experience that they had in the B-learning modality, which allowed them to improve its slight knowledge of probability and of applying it in different situations or contexts.

Key words: Critical Thinking, Likelihood and Uncertainty Skills, Meaningful Learning, B-learning Environment.

Introducción

Las habilidades de probabilidad e incertidumbre, que han sido categorizadas dentro del grupo de habilidades del pensamiento crítico, según Halpern (2003), se pueden desarrollar en los niños a partir de las intuiciones primarias que poseen del azar (Fischbein, 1975) y teniendo en cuenta la experiencia previa que tienen de eventos aleatorios en los juegos de azar y en situaciones cotidianas, con el fin de facilitar su comprensión (Batanero, 2005).

En países como España, se ha incluido recientemente la enseñanza de la probabilidad desde la educación primaria. El Ministerio de Educación y Ciencia (MEC, 2006), incluye la probabilidad en el bloque 4, tratamiento de la información, azar y probabilidad, que se presenta conectado con problemas que implican a otras áreas del conocimiento. Asimismo, en éste se incluyen los siguientes contenidos específicos, sobre azar y probabilidad en la Educación Primaria, de la cual se trae a colación lo que compete al rango de edades del tercer ciclo, por ser de especial interés para el presente estudio:

- Tercer Ciclo (10-11 años): Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso (MEC, 2006).

También, se señala que los juegos de azar proporcionan ejemplos que permiten introducir las nociones de probabilidad e incertidumbre. Con la probabilidad se pretende que el alumnado sea capaz de razonar sobre los posibles resultados de un experimento aleatorio sencillo, que asignen probabilidades a sucesos equiprobables o no, utilizando distintas estrategias sobre técnicas de conteo. De igual manera, se propicia la asignación frecuencial, a partir de experimentos organizados en la clase, que permiten enlazar estadística y probabilidad (MEC, 2006).

De la misma manera, los recientes cambios curriculares, propuestos por el Ministerio de Educación de Chile en las Bases Curriculares (2012) organizan, para la enseñanza básica, la asignatura de matemática en cinco ejes temáticos: Números y Operaciones; Patrones y Álgebra,

Geometría, Medición; Datos y Probabilidades, cada uno de ellos compuesto de una serie de objetivos de aprendizaje. Dentro del eje Datos y Probabilidades del currículo chileno, se presenta como objetivo, que todos los estudiantes registren, clasifiquen y lean información dispuesta en tablas y gráficos, y que se inicien en temas relacionados con las probabilidades. Estos conocimientos les permiten reconocer gráficos y tablas en su vida cotidiana. Para lograr este aprendizaje, es necesario que conozcan y apliquen encuestas y cuestionarios por medio de la formulación de preguntas relevantes, basadas en sus experiencias e intereses, y después registren lo obtenido y hagan predicciones a partir de ellos. Es así que, para los niños de 10 años, que corresponden al ciclo Quinto Básico, deben describir la posibilidad de ocurrencia de un evento por sobre la base de un experimento aleatorio, empleando los términos: seguro - posible - poco posible-imposible, y comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas (MINEDU, 2012).

No obstante, desde hace 16 años los norteamericanos definieron los Principios y Estándares para la Matemática Escolar (NCTM, 2000) dentro de los cuales proponen la enseñanza de la probabilidad desde el nivel K-2 (5 años) y continúa a lo largo de toda la escolaridad. En los grados 3-5 concretamente, todos los estudiantes deberían poder: proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos y diseñar estudios para sacar conclusiones o predicciones. Respecto a los conceptos básicos de probabilidad en los mismos grados, todos los estudiantes deberían describir sucesos probables o improbables y discutir el grado de probabilidad usando palabras como cierto, igualmente probable e imposible. Asimismo, deben predecir la probabilidad de resultados de experimentos sencillos y poner a prueba las predicciones; entender que la medida de la probabilidad de un evento puede ser representado por un número de 0 a 1.

El proyecto GAISE (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education) publicado en el año 2005 propone en el nivel A, que los estudiantes desarrollen las ideas básicas de la probabilidad, por lo cual deben entender que es la medida de la posibilidad de que algo va a

suceder. De esta manera, apoyarán su uso posterior para sacar conclusiones en los niveles B y C.

Gómez (2014) afirma:

El clásico lanzamiento de monedas, girar ruletas simples, y el lanzamiento de dados numéricos son herramientas confiables para ayudar a los estudiantes del Nivel A, a desarrollar una comprensión de la probabilidad. El concepto de interpretaciones frecuencia relativa será importante en el nivel B cuando el estudiante trabaja con el razonamiento proporcional, al pasar de cuenta o frecuencias a proporciones o porcentajes. (p. 9)

En el caso de México, los propósitos generales del programa vigente para la asignatura de la predicción y el azar en la educación básica de las Escuelas Normales en México, señalan lo siguiente:

- Que los estudiantes usen los conocimientos probabilísticos como herramienta para dar solución a problemas de carácter social, científico o tecnológico.
- Que los estudiantes tengan una precisión del lenguaje probabilístico, sepan dar una explicación sistemática de alternativas y cuenten con la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones y además fomentar la curiosidad e imaginación.
- Que los estudiantes desarrollen las habilidades de inferir, generalizar y comunicar los conocimientos de probabilidad y sepan relacionarlos con los temas que se abordan en nociones de probabilidad en secundaria (Elizarrarás, 2013).

Finalmente, en Colombia, a partir de la Ley General de Educación 115 del 8 de febrero de 1994, se exige la definición de los lineamientos curriculares en todas las áreas del conocimiento, y en particular, se generan para matemáticas. En estos lineamientos se definen los conocimientos básicos y dentro de ellos se clasifican en cinco pensamientos y sistemas:

1. Pensamiento numérico y sistema numéricos
2. Pensamiento espacial y sistemas geométricos
3. Pensamiento métrico y sistemas de medida
4. Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
5. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos

Con respecto a este último pensamiento el MEN (1998) afirma:

La introducción de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas crea la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo al permitir, sobre un conjunto de datos, proponer diferentes inferencias, las cuales a su vez van a tener diferentes posibilidades de ser ciertas. Este carácter no determinista de la probabilidad hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos significativos, en donde la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación permita exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones. (p. 70)

A continuación, en el año 2006, el Ministerio de Educación Nacional propone los Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, que constituyen uno de los parámetros de lo que todo niño y joven debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo (MEN, 2006).

Los estándares se distribuyen en cinco conjuntos de grados (primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a undécimo) para dar mayor flexibilidad a la distribución de las actividades dentro del tiempo escolar y para apoyar al docente en la organización de ambientes y situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo que estimulen a los estudiantes a superar a lo largo de dichos grados los niveles de competencia respectivos y, ojalá, a ir mucho más allá de lo especificado en los estándares de ese conjunto de grados (MEN, 2006).

Para el caso particular, los estándares básicos de competencias en matemáticas de cuarto a quinto dentro del pensamiento aleatorio y sistemas de datos proponen lo siguiente:

- Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
- Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.
- Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.
- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos. (MEN, 2006)

De la propuesta anterior, se puede deducir que no se introduce la palabra probabilidad en ningún momento, a diferencia de los lineamientos curriculares de España, Chile y Estados Unidos, donde aparece de manera explícita. Este aspecto es muy importante ya que el docente de primaria no percibe claramente que debe introducir el concepto de probabilidad en los grados de primero a quinto. Esto trae como consecuencia que los estudiantes de estos grados no tengan experiencias previas sobre aleatoriedad, azar, e incertidumbre y por lo tanto no comiencen a construir la noción de probabilidad.

En el caso de Colombia, si bien estas habilidades están contempladas dentro del pensamiento aleatorio en los lineamientos curriculares y en los estándares de competencias en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional, se presentan dificultades en su aplicación y

desarrollo; esto se pudo constatar, al revisar los resultados tanto de las pruebas Saber de los últimos tres años en el componente aleatorio, como en la prueba diagnóstica aplicada para esta investigación, donde se evidencia de manera general un bajo nivel de desempeño en los estudiantes de 10 a 12 años de las instituciones públicas Carlo Federici y Antonio García.

Es por este motivo, que la presente investigación se propone potenciar el desarrollo de estas habilidades, especialmente en los niños de 10 a 12 años de edad de los colegios en mención, a través de la resolución de problemas y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, como su estrategia didáctica fundamental y a través de la integración de las TIC en un ambiente de aprendizaje de modalidad B-learning, titulado: Exploremos la Probabilidad, y que fue implementado en las dos instituciones educativas de manera independiente por medio de las plataformas de aprendizaje Moodle y Schoology. Esta modalidad a partir de la cual se realizó el diseño del ambiente de aprendizaje, permitió la articulación de los componentes presencial y virtual, flexibilizando el proceso de enseñanza, a la vez que facilitó el aprendizaje en los estudiantes de esas edades e incrementó su motivación en el proceso de fortalecer sus habilidades de pensamiento.

Justificación

En los últimos años se ha reconocido la necesidad de formar el conocimiento y razonamiento probabilístico desde la infancia, para que el ciudadano pueda desenvolverse con éxito en las situaciones inciertas. A su vez, una razón principal para introducir el estudio de las situaciones aleatorias y las nociones básicas sobre probabilidad en la enseñanza primaria es que las tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana de los niños, comúnmente en el ámbito del juego.

Cuevas (2011), afirma:

Son varios los que han generado un interés creciente por efectuar estudios en estas disciplinas. Uno de los más importantes es el relacionado con el impulso de una alfabetización cuantitativa en los ciudadanos. Otro factor es el que hace alusión a las políticas educativas internacionales que promueven el establecimiento de estándares en todos los niveles educativos, particularmente en el básico y medio superior. Ambos factores tienen una estrecha relación con la reconfiguración curricular y la incorporación de tópicos relativos a la estocástica en los planes y programas de estudio. (p. 2)

Es así, que esta investigación se sustenta, en primer lugar, en la necesidad de desarrollar las competencias matemáticas, en particular, el pensamiento aleatorio desde la educación primaria, como se ha propuesto últimamente en diferentes países como EE.UU., España, Chile, México y el proyecto GAISE (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education¹), lo cual se evidencia en las diferentes reformas educativas y documentos generados en estos países respectivamente (NCTM, 2000), (MEC, 2006), (MINEDUC, 2012), (SEP, 1999) y (Franklin et al., 2007).

¹ Lineamientos para la evaluación y la instrucción en educación estadística.

En segundo lugar, tanto la UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 2010) como la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, 2010) cuando hacen referencia a las competencias y habilidades que todo ciudadano debería desarrollar para el siglo XXI, seleccionan entre otras el pensamiento crítico, la toma de decisiones, la resolución de problemas y el uso de las TIC. Lo anterior está directamente relacionado con esta propuesta de investigación, donde estos cuatro elementos van a estar presentes, con el valor agregado que se pretenden desarrollar desde la educación primaria y prestando atención especial a las habilidades de probabilidad e incertidumbre que hacen parte del pensamiento crítico según la Dra. Diane Halpern (2003).

En tercer lugar, en Colombia, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Curriculares de Matemáticas (MEN, 2006) han incluido el estudio de la probabilidad dentro del pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Como a su vez, las pruebas Saber que aplica el ICFES cada año a los grados tercero, quinto y noveno, contemplan como uno de los componentes fundamentales en matemáticas, la aleatoriedad (ICFES, 2014). Estos dos elementos apoyan la pertinencia de este proyecto de investigación para las dos instituciones mencionadas, en la medida que pretende fortalecer las habilidades de probabilidad e incertidumbre en los estudiantes de 10 a 12 años de edad.

En este sentido, vale la pena destacar que los conceptos básicos y procedimientos propios de la probabilidad dejan al descubierto “la amplia gama de sus aplicaciones no sólo para y con las demás ramas de las matemáticas, sino también respecto a otras disciplinas que se derivan de las ciencias experimentales e incluso, con las ciencias sociales y humanidades” (Elizarrarás, 2013, p. 25). Esto permite proponer a los estudiantes situaciones cercanas a ellos, pero en diferentes contextos, no sólo matemáticos, de tal manera que el interés de la investigación se centre en las

habilidades de probabilidad e incertidumbre que usa el alumno en el momento de abordar diferentes problemas, y no los contenidos matemáticos específicos de la probabilidad.

En cuarto lugar, se ha comprobado al analizar los resultados de las pruebas Saber de grado 5° en los años 2012, 2013 y 2014 (ver análisis de contexto) en los colegios Antonio García y Carlo Federici, que hay un alto porcentaje de los estudiantes en niveles insuficiente y mínimo, en especial en el año 2014, en el área de matemáticas. Asimismo, el componente aleatorio que evalúa la prueba Saber aparece como una debilidad en algunos años en los dos colegios, comparándola con instituciones que obtienen resultados similares en esta área. Por lo tanto, es necesario diseñar e implementar estrategias didácticas para mejorar los resultados de este componente en estas instituciones y, en consecuencia, la implementación de un Ambiente B-Learning puede ser una buena estrategia para fortalecer la habilidad de probabilidad e incertidumbre en estos estudiantes.

Para tal fin, se han seleccionado los estudiantes de 10 a 12 años como población para realizar la investigación, ya que este grupo de edades recoge las habilidades y competencias desarrolladas a lo largo de este proceso de estudio de aproximadamente 6 años. A su vez, los niños de este rango de edades se encuentran en el estadio de desarrollo cognitivo de operaciones concretas y comienzo del estadio de las operaciones formales. En este sentido, en la etapa de las operaciones concretas “el niño es capaz de realizar operaciones mentales, en la cual reemplaza la acción física por la acción mental, y puede resolver problemas concretos de manera lógica, donde la experimentación y manipulación es fuente primordial de su razonamiento” (Piaget citado por Gerrid & Zimbardo, 2005, p.326).

Lo anterior, proporciona elementos para plantear a los estudiantes un Ambiente B-learning, donde ellos puedan abordar situaciones problema que son capaces de resolver a partir de la experimentación de situaciones aleatorias en simuladores o laboratorios virtuales. Es así como la International Association for Statistics Education (IASE) ha destacado y reconocido la influencia

de las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad, como también sobre el software disponible para la enseñanza, los cambios que deben llevarse a cabo en el contenido y la metodología, y el efecto de la tecnología, tanto en el aprendizaje como en las actitudes de los alumnos. Las posibilidades de simulación y creación de micromundos estocásticos virtuales permiten explorar los conceptos de probabilidad y sustituir las demostraciones formales por razonamientos más intuitivos (Ruiz, 2013).

Asimismo, el planteamiento de actividades de aprendizaje para desarrollar las habilidades de probabilidad e incertidumbre deben considerar

el tratamiento de los conceptos en forma dinámica, de tal modo que la idea de modelo de urna y simulación representa una gran oportunidad para que los estudiantes puedan explorar la naturaleza de la idea de azar al realizar un número suficiente de repeticiones de fenómenos aleatorios diversos susceptibles de ser simulados mediante dispositivos aleatorios tales como: dados, urnas, monedas ordinarias, etc. (Elizarrarás, 2013, p.25)

Lo que a su vez fortalece la propuesta de investigación de implementar un Ambiente B-Learning, donde el uso de simuladores y laboratorios virtuales les permitan a los estudiantes encontrar patrones, regularidades, formular hipótesis y así resolver los problemas dados.

Por otro lado, es conveniente que los alumnos que están en proceso de formación comiencen a valorar la importancia de desarrollar el pensamiento crítico y sus habilidades, como la toma de decisiones, la resolución de problemas y las habilidades de probabilidad e incertidumbre desde su educación primaria, ya que éstas les van a ser útiles en su proceso de estudio, en su vida cotidiana y a lo largo de la vida; pero también, deben mirar las nuevas tecnologías como una herramienta importante no solamente para jugar y comunicarse con otros, sino para generar procesos de aprendizaje, como lo afirma David Jonassen (2000),

el apoyo que las tecnologías deben brindar al aprendizaje no es el de intentar la instrucción de los estudiantes sino, más bien, el de servir de herramientas de construcción de conocimiento, para que los estudiantes aprendan con ellas, no de ellas. (p. 8)

En quinto lugar, es importante destacar que para esta investigación, los dos colegios públicos de Bogotá seleccionados contaban con salas de cómputo actualizadas, portátiles de última generación, conexión a Internet por WiFi y plataforma virtual de Moodle, lo que facilitó el proceso de implementación. De igual modo, los rectores, los directivos docentes y los profesores de las dos instituciones educativas, mostraron interés en este proyecto y en apoyar la implementación de las TIC en los estudiantes, lo que constituyó un factor muy importante para el éxito de este trabajo.

Y finalmente, este trabajo de investigación pretende ser un punto de partida, para que se empiece a desarrollar en los estudiantes de la educación básica primaria de las dos instituciones educativas distritales, el pensamiento crítico y, en particular, las habilidades de probabilidad e incertidumbre. De manera colateral se incentiva a los docentes de primaria y secundaria a utilizar de forma responsable y pertinente las TIC en los procesos de enseñanza de las situaciones de aleatoriedad, incertidumbre y de probabilidad.

Planteamiento del problema

Análisis del contexto

El presente proyecto de investigación se implementó en dos instituciones educativas distritales de la ciudad de Bogotá. La primera es el colegio Antonio García de la localidad 19 de Ciudad Bolívar y la segunda es el colegio Carlo Federici de la localidad 9 de Fontibón. En cada colegio se seleccionó un curso de estudiantes entre los 10 y 12 años de edad, para la implementación del Ambiente de Aprendizaje.

Caracterización del Colegio Antonio García IED

El Colegio Antonio García IED, en adelante denominado **AG**, es un megacolegio que comenzó a funcionar en el año 2008 y se encuentra ubicado en la UPZ² 67 (El Lucero) de la localidad 19 de Ciudad Bolívar. La institución cuenta con dos jornadas académicas: mañana y tarde, que atiende a una población de 2.240 estudiantes, con 95 docentes, 5 coordinadores y 4 orientadoras.

Este colegio cuenta con el programa de 40x40, que tiene vínculos con el Instituto Distrital de Recreación y Deportes (IDRD), y la filarmónica de Bogotá. También está implementando el proyecto de educación media fortalecida (EMF) con el acompañamiento de la universidad Uniminuto, que ofrece tres énfasis: electrónica, diseño gráfico y sistemas. Además, incorporó el programa llamado “aceleración” para la educación básica primaria.

En cuanto a su infraestructura, el colegio cuenta con 3 aulas de informática, 2 aulas de tecnología, un aula polivalente, una biblioteca, laboratorios de biología y química, algunas aulas con video beam y tableros inteligentes, un auditorio, un comedor escolar y un aula de audiovisuales.

² Unidades de Planeamiento Zonal: Son áreas urbanas más pequeñas que las localidades y más grandes que el barrio en Bogotá, Colombia.

La población de esta institución son niños y jóvenes de estratos 1, 2 y algunos de estrato 3, que viven en su gran mayoría cerca al Colegio. Son pocos los estudiantes en condiciones de pobreza extrema, y se atiende a algunos estudiantes, en todos los niveles, con necesidades educativas especiales.

Caracterización del Colegio Carlo Federici IED

El Colegio Carlo Federici IED, en adelante denominado **CF**, se encuentra ubicado en la UPZ 77 (Zona Franca), Localidad 9 de Fontibón, cerca de varias urbanizaciones de casas y apartamentos de estrato 2, principalmente. La Institución cuenta con dos jornadas académicas con una población de 2.400 estudiantes, 80 docentes, 4 coordinadores, 3 orientadoras, 3 docentes asesores del Proyecto de Bilingüismo y del Aula de Inmersión y dos docentes extranjeros.

El colegio CF tiene el énfasis en Ciencia, Tecnología y Comunicación, y además de los proyectos transversales obligatorios, se encuentra desarrollando hace 5 años el proyecto de Bilingüismo, que se expresa actualmente en la formación del grupo focal del proyecto, la implementación de cursos de inglés en jornada contraria para estudiantes y docentes en el Aula de Inmersión con el apoyo de dos profesores extranjeros, el desarrollo de un syllabus de ciencias naturales en inglés (science), desde el ciclo inicial, con el apoyo de estudiantes practicantes de inglés de la Universidad Distrital.

En cuanto a su infraestructura, el colegio cuenta con el servicio de comedor escolar, aulas especializadas, aula de inmersión, aulas de tecnología e informática para primaria y secundaria, biblioteca, laboratorios, auditorio y aulas dotadas en su mayoría con video beam y próximamente tableros inteligentes.

Con relación a la socioestructura, la mayor parte de la comunidad Federiciana está conformada por padres de familia, acudientes y estudiantes que se concentran en las nuevas urbanizaciones del sector, pertenecen a los estratos 2 y 3, con algunas excepciones en el estrato 4,

según la clasificación del DANE, y en el que se observa que el cuidado de los estudiantes, en muchos casos está a cargo de la familia extensa, es decir, de otros familiares diferentes a sus padres, o son familias monoparentales.

Resultados pruebas Saber Grado 5° matemáticas (2012, 2013 y 2014)

A continuación, se analizan los resultados de las pruebas Saber en matemáticas de grado quinto, realizadas en los años 2012, 2013 y 2014 en estas instituciones. Estos resultados se tomaron de la página oficial del ICFES³.

Las pruebas Saber en matemáticas evalúan tres competencias agrupadas así: el razonamiento y la argumentación; la comunicación, la representación y la modelación; y el planteamiento y resolución de problemas. Para estructurar la prueba se reorganizan los cinco pensamientos, descritos en los lineamientos curriculares (MEN, 1998) y en los estándares básicos de competencias (MEN, 2006) en tres componentes: el numérico-variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio. (ICFES, 2014).

Este último componente, el aleatorio, es el foco principal para la interpretación de los resultados de las pruebas Saber de los colegios seleccionados; debido a que éste evalúa lo que corresponde a la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión; y por el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios. (ICFES, 2014, p.68)

³ <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>

Los cuales son los conceptos y procedimientos que utilizan los niños en el momento de resolver situaciones de azar, y son parte fundamental para el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, que es el objeto de estudio de esta investigación.

Asimismo, el componente aleatorio representa el 20% del resultado de la Prueba Saber de matemáticas para el rango de 10 a 12 años, distribuidos así en las tres competencias: 6% razonamiento y argumentación, 10% comunicación, representación y modelación; y 4% planteamiento y resolución de problemas.

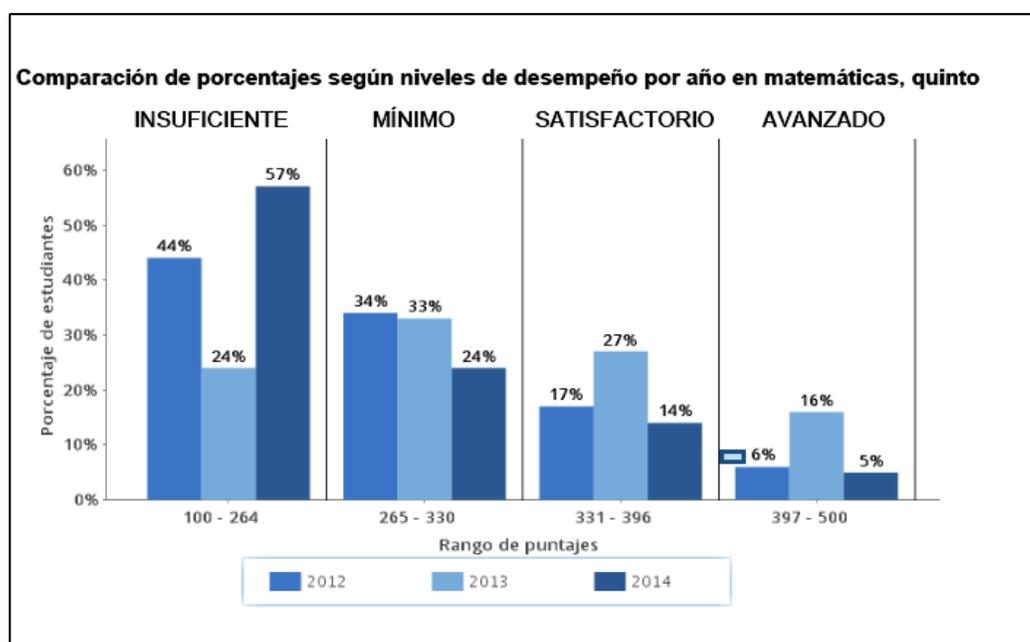


Figura 1. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas grado 5° Colegio AG.

Fuente: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>

La figura 1 presenta la comparación en porcentajes de los resultados obtenidos por los estudiantes en matemáticas de grado 5° del Colegio AG, clasificados en cuatro niveles de desempeño, que corresponde a los años 2012, 2013 y 2014.

En la figura 1, se puede apreciar que en el año 2013 los resultados fueron mejores, ya que los desempeños satisfactorios y avanzados son más altos que el de los otros dos años. Sin embargo, los porcentajes de los niveles insuficiente y mínimo son altos en los tres años analizados, ya que

suman en su orden cronológico 78%, 57% y 81%, lo que implica claramente que hay una gran deficiencia en los estudiantes de 5° grado en sus competencias matemáticas para esta institución, en especial para el año 2014.

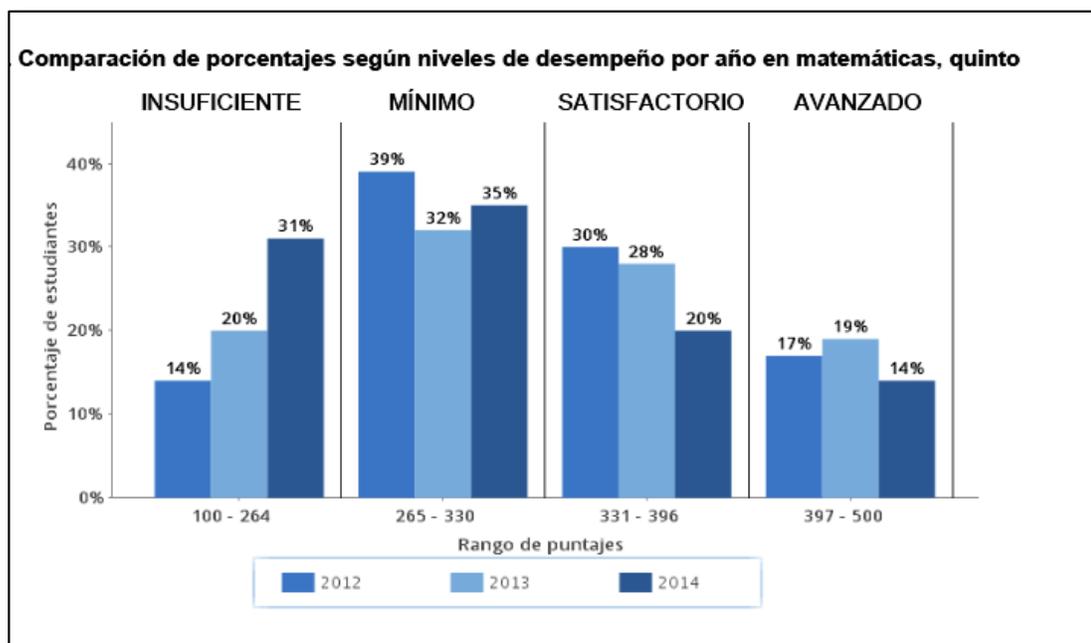


Figura 2. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas grado 5° Colegio CF.

Fuente: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>

Al hacer el mismo análisis para el Colegio CF (ver figura 2) se puede concluir que en el año 2013 obtuvo mejores resultados, al igual que el Colegio AG, con la diferencia que las variaciones en los niveles satisfactorio y avanzado son más bajas. No obstante, los porcentajes de los niveles insuficiente y mínimo son también altas, que al sumarlas cronológicamente nos dan 53%, 52% y 66%, lo que permite concluir que hay deficiencias en los estudiantes de 5° grado en sus competencias matemáticas en esta institución, siendo el 2014 el año más crítico.

Por otro lado, los resultados del componente de aleatoriedad que proporciona el ICFES de las Pruebas Saber, entendido como el resultado de la comparación del puntaje promedio del colegio con el conjunto de instituciones del país que tuvieron un puntaje similar al del área, y los cuales se

agrupan en 5 niveles, a saber: muy fuerte, fuerte, similar, débil y muy débil. Se puede afirmar (ver figura 3) que en el colegio AG este componente se considera débil en dos años consecutivos y similar en el último año. En cambio, en el colegio CF se ve un progreso desde el 2012 hasta el 2014, donde ya aparece como un componente fuerte. De lo anterior se infiere que el componente de aleatoriedad se debe fortalecer en las dos instituciones, en la primera para convertirlo en una fortaleza y en la segunda para mantenerla y llevarla al nivel de muy fuerte.

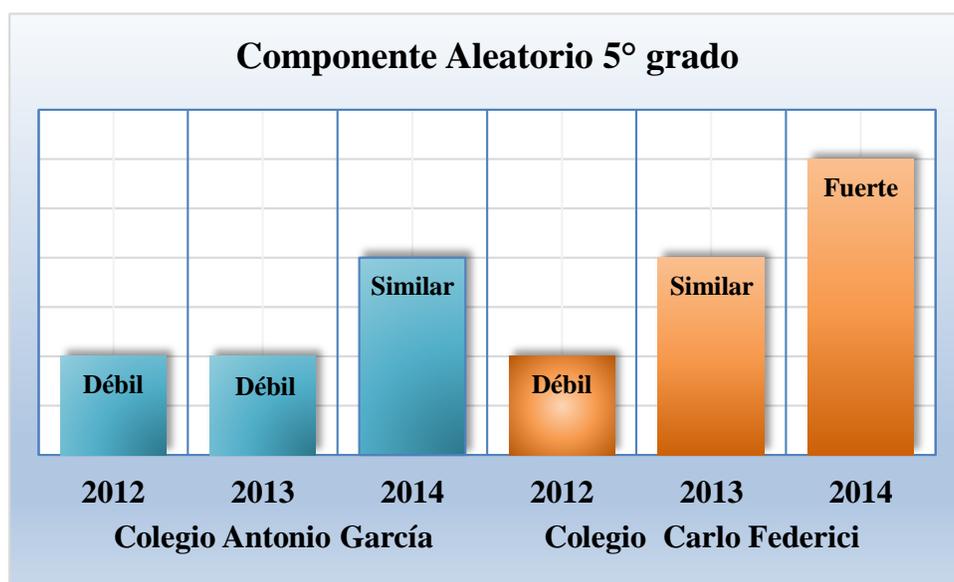


Figura 3. Comparación de componente aleatorio 5° grado en los colegios AG y CF. Fuente: Elaboración propia basado en los resultados prueba saber 5° (2012, 2013 y 2014).

Finalmente, de los resultados anteriores, se concluye que las dos instituciones educativas necesitan reforzar en sus estudiantes el componente de aleatoriedad en la educación básica primaria, de tal forma que sus alumnos puedan solucionar de manera exitosa situaciones que involucran las habilidades de probabilidad e incertidumbre, y a su vez mejorar los desempeños en el área de matemáticas.

Descripción del problema

Las dificultades y vacíos que presentan los estudiantes por el bajo nivel de desarrollo en las habilidades de probabilidad y de incertidumbre, que se evidencian en todos los niveles educativos, pero principalmente en el nivel de la educación básica primaria, han sido abordados por investigaciones en países como Estados Unidos, Inglaterra, España, Chile, México y Costa Rica, que presentan tanto la problemática evidenciada en estos primeros niveles de escolaridad, como las causas que la han generado.

Una de esas causas tiene que ver con la forma como están estructurados los lineamientos y estándares curriculares, que no favorecen la organización de planes de estudio al interior de las instituciones educativas que potencien, en el caso de la asignatura de matemáticas, las habilidades de probabilidad e incertidumbre en relación con la resolución de problemas cotidianos. A este respecto Cuevas (2012) afirma que un factor importante en el mejoramiento de la enseñanza de la probabilidad con el fin de favorecer la comprensión del concepto, debe estar asociado con el planteamiento de situaciones cotidianas para el estudiante y de este modo fortalecer otras habilidades del pensamiento crítico como: la resolución de problemas el razonamiento lógico y la toma de decisiones.

Con respecto a la diferencia entre lo que se plantea en los lineamientos curriculares en matemáticas, y en especial, en lo referente al desarrollo del pensamiento probabilístico en los niños, y lo que se ha detectado en las aulas de primaria y secundaria en países como España, la educación estocástica relacionada con las habilidades de probabilidad e incertidumbre, sigue siendo una asignatura pendiente de su sistema educativo; y si bien hoy en día están presentes en los desarrollos curriculares desde los primeros niveles, sin embargo su presencia en las aulas sigue siendo básicamente insignificante (Serradó, Azcárate & Cardeñoso, 2006).

Otra de las causas del bajo nivel de desempeño en las habilidades probabilísticas de los estudiantes de la educación básica, que se replica en otros países, además de España, se refiere a la escasa formación de los maestros encargados de la asignatura de matemáticas en este nivel de escolaridad. Es así que Serradó et al. (2006) buscaron comprender las razones por las cuales los profesores omiten la enseñanza de la probabilidad en la escuela. Los resultados indican que es debido a su creencia de que la probabilidad no tiene suficiente consistencia educativa en la enseñanza obligatoria, ni garantiza propósito práctico alguno para los estudiantes, o bien por las dificultades que el estudiante enfrentaría, ya que suponen que se requiere una metodología particular. Los autores concluyen, que es la falta de información, la que supone un obstáculo para incorporar la enseñanza de la probabilidad en los niveles de la educación básica.

Por otra parte, los doctores Peter Bryant y Terezinha Nunes en un proyecto de investigación llevado a cabo en la Universidad de Oxford en Inglaterra, escribieron recientemente un informe para Nuffield Foundation en 2012, sobre la comprensión de la probabilidad en los niños. Estos investigadores encontraron que, en las escuelas del Reino Unido, específicamente de Inglaterra, no existe una capacitación o educación de manera sistemática acerca de las probabilidades en los estudiantes de básica primaria; hay clases de probabilidad que se brindan a los jóvenes entre 16 y 18 años, pero principalmente se basan en ingreso de datos y principios estadísticos que les brindan muy poca comprensión de la probabilidad. Además, para estos autores, los niños de 8 y 10 años pueden desarrollar un razonamiento lógico frente a situaciones o experimentos en los que esté presente la aleatoriedad y la incertidumbre (Bryant & Nunes, 2012).

También en Italia se han detectado dificultades en el desempeño de los estudiantes de la educación básica, en el razonamiento lógico y en la solución de problemas de probabilidad e incertidumbre, lo que ha llevado a realizar reformas a los currículos escolares. De otro lado, si bien esta problemática tiene múltiples aristas, sin embargo, una de las más representativas y

documentadas es la dificultad que presentan los estudiantes para distinguir con claridad entre situaciones de certeza o de incertidumbre (Ottaviani & Rigatti, 2004).

Para el caso de Colombia, el MEN⁴ ha publicado tanto los lineamientos curriculares en matemáticas (MEN, 1998) como los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN, 2006) que son los referentes que deben orientar la estructuración curricular en los colegios del país. Ahora bien, para los grados cuarto y quinto de primaria, se presentan estándares básicos que definen lo que un niño o niña de esos grados debería alcanzar y desarrollar en el pensamiento aleatorio y en el planteamiento y resolución de problemas; de manera que la situación planteada en los estándares curriculares es ideal y contrasta con la situación real evidenciada en los estudiantes del país. Un ejemplo de esta brecha entre lo que presentan los estándares básicos de competencias en matemáticas propuestos por el MEN, y los niveles reales de desempeño de los estudiantes del país, es el último informe publicado en la página institucional del ICFES⁵ (ver figura 4), que además establece un comparativo de niveles de desempeño en matemáticas entre la ciudad de Bogotá, D.C. y Colombia.

⁴ Ministerio de Educación de Colombia

⁵ Instituto Colombiano para el fomento de la Educación Superior

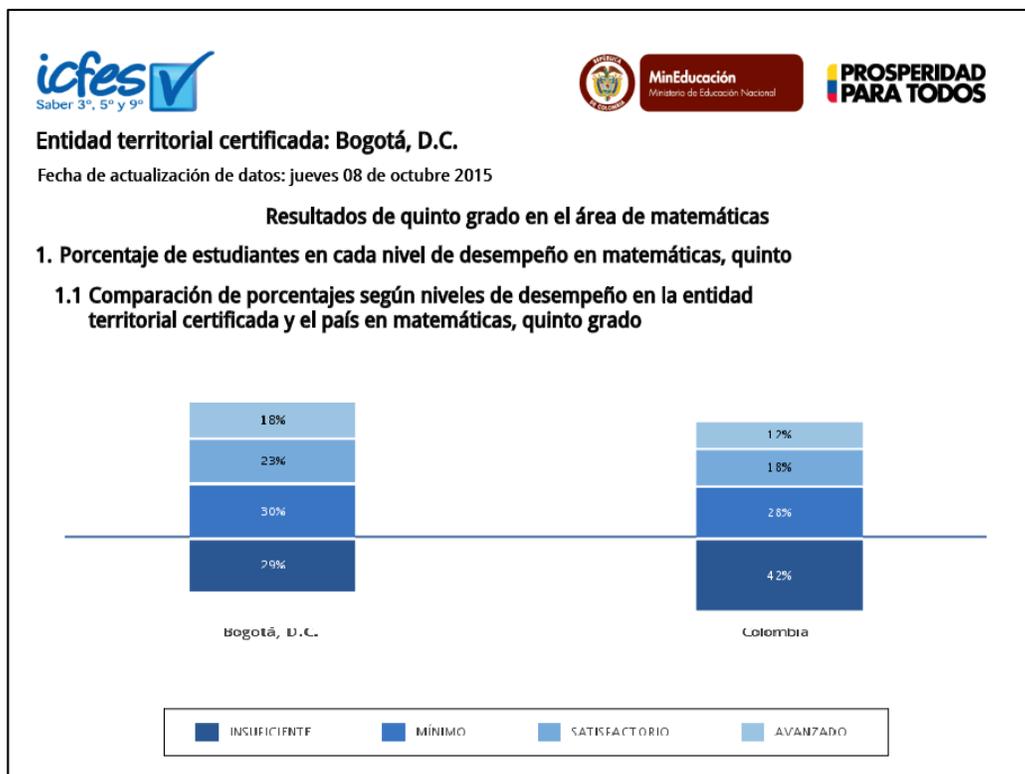


Figura 4. Resultados de quinto grado en el área de matemáticas. Comparación Bogotá D.C. y Colombia. Fuente: ICFES, 2015.

Para el 2014, el nivel de desempeño en competencias matemáticas fue insuficiente para un 29% de la población estudiantil de quinto grado en Bogotá, frente a un 42% de nivel insuficiente en Colombia; en tanto que un 30% de los estudiantes de Bogotá presenta niveles de desempeño mínimos, en los distintos pensamientos matemáticos evaluados, frente al 20% de desempeños mínimos en Colombia. Por otra parte, para el caso de Bogotá, en el informe 2014 del ICFES, que establece una comparación de porcentajes según niveles de desempeño de los estudiantes de 10 a 12 años en competencias matemáticas, los colegios oficiales urbanos presentaron mayores porcentajes de niveles de desempeño insuficientes y mínimos, con respecto a instituciones educativas no oficiales, como se observa en la figura 5.

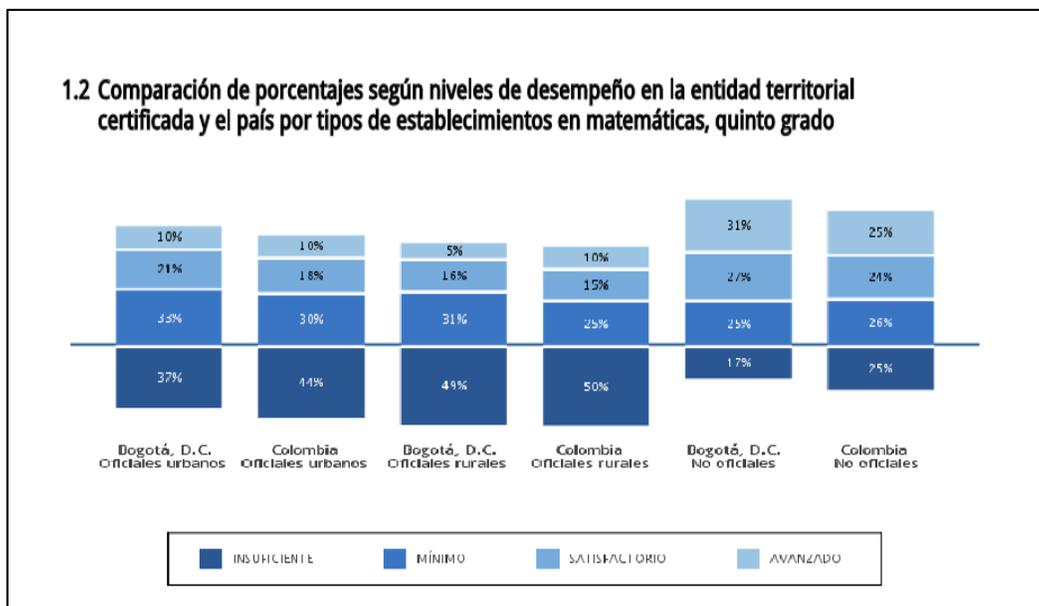


Figura 5. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño en matemáticas grado quinto. Fuente: ICFES, 2015.

La anterior información es relevante debido a que el contexto en el que se realiza la investigación y se llevará a cabo la implementación del ambiente de aprendizaje, corresponde a dos instituciones oficiales de la ciudad, concretamente los colegios CF y AG.

En relación con estos colegios, los resultados de las pruebas Saber de los últimos tres años, no son los más alentadores; como se explicó en el apartado de la contextualización de estas instituciones, los estudiantes de 10 a 12 años en el componente de aleatoriedad, así como en el de planteamiento y resolución de problemas, presentaron resultados débiles y similares en relación con otras instituciones con características semejantes, en mayor medida; lo que demuestra un vacío en los estudiantes de estas instituciones en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en relación con la resolución de problemas y toma de decisiones en situaciones no deterministas.

Finalmente, para el caso de las poblaciones o público objetivo de la implementación en los dos colegios oficiales mencionados, se aplicó una prueba diagnóstica o prueba de entrada para

determinar el nivel de desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, en la cual se observó, que si bien hay algunas fortalezas en la lectura e interpretación de gráficas de barras o de frecuencias, se presentaron falencias en la comprensión de situaciones problema en las que están presentes la aleatoriedad y la incertidumbre, en la identificación y diferenciación de sucesos deterministas y aleatorios, y en la identificación de los resultados posibles de un experimento aleatorio como por ejemplo: el lanzamiento de uno o dos dados, o la estimación numérica de la probabilidad al hacer extracciones de objetos, así como dificultades para combinar elementos y hallar todos los resultados posibles de un suceso.

De otro lado, en diálogo con los docentes de primaria del área de matemáticas de las dos instituciones educativas, se ha podido establecer que el tópico de probabilidad no se aborda desde el ciclo inicial, aunque se establece desde los estándares básicos de competencias trabajar el pensamiento aleatorio en todos los grados; sin embargo, normalmente queda relegado por cuestión de tiempo o por falta de dominio del concepto de probabilidad y de su aplicación por parte de los docentes; además, al hacer la revisión de las mallas curriculares y los planes de estudio de matemáticas de las dos instituciones, en lo referente a la enseñanza de la probabilidad desde el ciclo inicial hasta el rango de 10 a 12 años durante la primaria, se detectaron dos debilidades: en primer lugar, la probabilidad se plantea como un tema desligado de otras asignaturas o de situaciones cotidianas para el estudiante, y en segundo lugar, no se observa una secuencia que promueva la formación de estas habilidades desde los primeros grados de escolaridad.

Por otra parte, en el proceso de planeación llevado a cabo por los docentes del ciclo inicial y de la básica primaria en lo referente a la estrategia didáctica, las actividades y los recursos, no se privilegia el uso de las TIC en la enseñanza de la probabilidad ni se considera el empleo de simuladores, laboratorios virtuales de azar y probabilidad, materiales educativos digitales o juegos interactivos que estimulen el desarrollo de dichas habilidades en los estudiantes.

Pregunta de investigación

Es por toda la problemática anteriormente explicada desde el contexto internacional, nacional y local, de las pruebas Saber en matemáticas de los últimos tres años, así como las causas detectadas que permiten explicar el problema que se evidencia en los estudiantes de 10 a 12 años de las dos instituciones educativas distritales, que se formula el siguiente problema de investigación: Existe un bajo nivel de desarrollo en las habilidades de probabilidad e incertidumbre que hacen parte del pensamiento crítico en estudiantes de 10 a 12 años de los colegios CF, de la localidad de Fontibón y AG, de la localidad de Ciudad Bolívar.

De lo anterior, se deriva la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo contribuye un ambiente B-learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en estudiantes de 10 a 12 años de dos colegios públicos de Bogotá?

Objetivos de la investigación

Objetivo general

Analizar la contribución de un Ambiente B-learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, en estudiantes de 10 a 12 años de los colegios distritales Carlo Federici y Antonio García.

Objetivos específicos

Los objetivos específicos definidos para esta investigación son:

1. Identificar el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en los estudiantes de 10 a 12 años, antes de la implementación del Ambiente B-learning.
2. Describir el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre alcanzado por los estudiantes de 10 a 12 años, durante la implementación del Ambiente B-learning.
3. Comparar el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en los estudiantes de 10 a 12 años, después de la implementación del Ambiente B-learning.
4. Determinar la contribución del Ambiente B-learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, en los estudiantes de 10 a 12 años.

Marco referencial

Estado del arte

El estado del arte o estado de la cuestión de este trabajo de investigación, presenta la revisión de la literatura consultada y el aporte de autores de reconocida trayectoria, tanto en el contexto internacional como en el contexto nacional, estructurado en dos aspectos en los que se fundamenta y orienta teóricamente el proyecto de investigación.

En el primer aspecto, se presentan algunos estudios de autores que han investigado sobre la comprensión de la probabilidad y la incertidumbre, especialmente en niños de primaria, y sobre las estrategias didácticas para desarrollar estas habilidades en el aula.

En el segundo aspecto, se hace una revisión de trabajos de investigación que dan cuenta de la enseñanza de la probabilidad e incertidumbre en los niños, a través del diseño de ambientes de aprendizaje que integran las TIC, por medio del uso de algunas herramientas tecnológicas y de diferentes tipos de recursos, especialmente los simuladores o laboratorios virtuales de probabilidad.

Enseñanza y aprendizaje de la probabilidad.

A continuación, se presenta una breve descripción de los trabajos de investigación más representativos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, indicando el aporte que dichas investigaciones proporcionan a este trabajo. También se organizan de manera cronológica y se referencian al final los trabajos más recientes.

Para comenzar, el grupo de investigación sobre Educación Estadística de La Universidad de Granada, coordinado por la Dra. Carmen Batanero, ha hecho desde hace dos décadas grandes aportes a la enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad, y ha publicado libros, artículos, y asesorado tanto tesis de maestría como de doctorado.

Uno de sus trabajos, es el artículo titulado “Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo” en donde afirma que el azar es inherente a nuestras vidas y aparece

en múltiples situaciones cotidianas o de la vida profesional. Aquí reflexiona sobre las situaciones aleatorias de la vida cotidiana que suelen ser más complejas que los problemas escolares presentados en la enseñanza de la probabilidad. Finaliza mostrando una amplia gama de aplicaciones de la probabilidad, sobre todo en la enseñanza secundaria, que permite reforzar el desarrollo del razonamiento probabilístico para vida real (Batanero, 2006).

En el trabajo titulado “Investigación en Didáctica de la Probabilidad” (2007), la misma autora de la mano de Juan Jesús Ortiz y Luis Serrano, presenta una revisión de las investigaciones realizadas en torno a la probabilidad, cuyos focos eran: desarrollo cognitivo, toma de decisiones, enseñanza y resolución de problemas, y currículo y formación de profesores. Se concluye que ha habido un aumento notable del uso de ideas de probabilidad y estadística en diferentes disciplinas. Sin embargo, se comprueba que muchos conceptos fundamentales de probabilidad, incluso los aparentemente elementales, se usan incorrectamente o no se comprenden.

Su trabajo, sin embargo, se remonta a décadas anteriores de las cuales se trae de 1987, el libro titulado “Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares”, donde Batanero, en colaboración con Godino y Cañizares sugieren comenzar la enseñanza de la probabilidad a partir de su significado intuitivo, aprovechando el interés de los niños por los juegos. Para asignar probabilidades a sucesos, en este nivel, se puede hacer comparaciones de la verosimilitud de sucesos con palabras del lenguaje habitual. Los autores proponen hacer corresponder un valor numérico entre 0 y 1 a sucesos comparados previamente, o situar los sucesos de interés sobre un gráfico, mostrando la escala de la probabilidad, de modo que 1 corresponda al suceso seguro y 0 al imposible. A pesar de no saber cuál suceso ocurrirá en una prueba particular, algunos merecen más confianza que otros, en función del conocimiento previo sobre las condiciones del experimento aleatorio que se realice.

De igual manera con José Fernandes, José Contreras y Carmen Díaz publican el artículo: A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações en 2009, abordando la utilización de la simulación en la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad y estadística y, discutiendo el potencial y las limitaciones en relación a otros enfoques. Se da como ejemplo el problema de Monty Hall⁶ y presenta algunas implicaciones del uso de la simulación para el aprendizaje de estas dos disciplinas.

A su vez, este artículo plantea el dilema sobre el uso de las computadoras y calculadoras frente a materiales concretos en la simulación. Se afirma que la tecnología proporciona recursos de simulación importantes, explotando prácticamente todos los objetos estadísticos, y es especialmente variada la gama de recursos para la simulación disponible en Internet. Por otro lado, la naturaleza pseudo-aleatoria de los números generados por calculadoras y ordenadores deben ser confrontados con la aleatoriedad genuina generada por los experimentos con objetos concretos, que se constituyen en modelos cognitivos que se puede utilizar como la primera etapa de modelado. Ante este dilema, se propone que el primer acercamiento de los estudiantes al estudio de las probabilidades lo realicen con los materiales de simulación concretos tales como monedas, dados y ruletas, para posteriormente establecer comparaciones con simulaciones por ordenador (Fernandes et al., 2009).

Entre los trabajos más recientes se encuentran los artículos titulados “La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación?” de Carmen Batanero (2013) y; “Azar y probabilidad en la Escuela Primaria, ¿Qué podemos aprender de la investigación?” de Carmen Batanero y Ernesto Sánchez (2013), que describen cómo se ha

⁶ Supón que estás en un concurso, y se te ofrece escoger entre tres puertas: detrás de una de ellas hay un coche, y detrás de las otras cabras. Escoges una puerta, digamos la nº 1, y el presentador, que sabe lo que hay detrás de las puertas, abre otra, digamos la nº 3, que contiene una cabra. Entonces te pregunta: ¿No prefieres escoger la nº 2? ¿Es mejor para ti cambiar tu elección?

caracterizado el razonamiento probabilístico en los niños a partir de diversas investigaciones realizadas por Piaget, Inhelder y Fischbein. A su vez, ofrecen orientaciones didácticas a los profesores para enseñar la probabilidad a niños en la Educación Primaria.

En síntesis, estas investigaciones evidencian, que los niños pueden adquirir nociones probabilísticas al introducirlas mediante actividades basadas en juegos de azar porque favorecen su adquisición intuitiva. De este modo diversos investigadores sugieren experiencias sencillas que pueden llevar a los niños a la comprensión progresiva de otras nociones más complejas, como el espacio muestral, la cuantificación de la probabilidad, la aproximación frecuencial, la equiprobabilidad, o la ley de los grandes números⁷.

Se encuentran otros autores igualmente versados en el tema, como Francisco Vecino, quien en el libro titulado “Didáctica de las Matemáticas para Primaria” (2003) capítulo 12, afirma que el desarrollo del pensamiento aleatorio en educación primaria propone una serie de ideas, sugerencias y recomendaciones para la iniciación de los niños en el pensamiento aleatorio. Dentro de la propuesta didáctica presentada se identifican los siguientes elementos:

- Aprovechar tanto el entorno familiar como el escolar del niño.
- Enmarcar las situaciones propuestas en un campo de experimentación (monedas, dados, cartas, balotas, etc)
- Desarrollar el vocabulario específico de los saberes que se pretenden introducir.
- Utilizar diversas formas de representación y la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau como marco teórico para proponer las situaciones.
- Proponer situaciones donde el trabajo en grupo sea constante.

⁷ La ley de los grandes números afirma que las frecuencias relativas de las obtenciones de un experimento de carácter aleatorio se estabilizan en un número que coincide con la probabilidad, cuando el experimento se realiza muchas veces.

El autor plantea que estas situaciones deben estar acompañadas por la realización física, repetida en múltiples ocasiones, ya que así se dará una justificación práctica a las respuestas que se intuyan a partir del concepto primario de probabilidad al que se puede llegar en estas edades.

Además, Serradó, Cardeñoso y Azcárate (2005) en el trabajo titulado “Obstacles in the learning of probabilistic knowledge: influence from the textbooks”; presentan en primer lugar, los resultados relacionados con el análisis de los obstáculos epistemológicos, ontogénicos y didácticos, que se pueden inducir desde los libros de texto a la hora de desarrollar los contenidos probabilísticos; y en segundo lugar, un análisis de las unidades dedicadas al “Tratamiento del Azar” en una muestra de libros de texto españoles de Educación Secundaria Obligatoria (de 12 a 16 años) con la finalidad de mostrar algunos posibles obstáculos que puede inducir la presentación de este conocimiento en dichos textos, y aportar criterios en la elaboración de estos libros para que tengan en cuenta las investigaciones sobre didáctica de la probabilidad.

La misma colaboración de autores en 2006, en el trabajo titulado “Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education”, explora las concepciones que tienen los docentes de la probabilidad, las fuentes de conocimientos profesionales que utilizan ellos para enseñarla, y el contenido de esta en los libros de texto españoles. Allí se presentan los resultados de esta investigación de carácter cualitativo, que constituyen un estudio de caso, donde se analizan los argumentos de los docentes para justificar su resistencia a la introducción de la probabilidad en la Educación Secundaria Obligatoria.

Se recolectó información por medio de cuestionarios y entrevistas para comprender las razones por las cuáles los profesores omiten la enseñanza de la probabilidad en la escuela y las fuentes de información que pueden influenciar esta decisión. Los resultados indican que los profesores omitían la enseñanza de la probabilidad debido a su creencia de que la probabilidad no tiene suficiente consistencia educativa en la enseñanza obligatoria, ni garantizaba un propósito

práctico para los estudiantes, por los imaginarios acerca de las dificultades que el estudiante podría tener con el tema y que la metodología usual para otros temas no sería útil para esta materia. Los autores concluyen que la falta de información relacionada con el tema por parte de los docentes, supone un obstáculo para incorporar la probabilidad en la enseñanza (Serradó et al., 2006).

Peter Bryant y Terezinha Nunes en un proyecto denominado “Children’s understanding of probability” financiado por Nuffield Foundation (2012), exploran las formas más efectivas para enseñar a los niños probabilidad, donde se asume que es un concepto importante en la educación y en la vida diaria, pero que puede ser difícil de entender para los niños y adultos.

Estos autores identifican cuatro tipos de demandas cognitivas en los niños para aprender probabilidad:

- Entender la naturaleza de la aleatoriedad.
- Trabajar sobre el espacio muestral.
- Comparar y cuantificar probabilidades.
- Comprender las correlaciones (o relación entre eventos).

En su trabajo, proponen dos recomendaciones. La primera, es aprovechar los resultados de las investigaciones que han tenido éxito sobre otros aspectos del desarrollo intelectual de los niños, recomendando en particular, el uso combinado de dos métodos de intervención para estudiar los vínculos entre los cuatro aspectos de la probabilidad antes mencionados; adicionalmente, para establecer qué experiencias y habilidades los niños necesitan para aprender acerca del cambio y la incertidumbre, lo cual según los autores, proporcionaría una base científica para la efectiva enseñanza de la probabilidad.

La segunda recomendación que sugieren los investigadores, es prestar mucha atención a las demandas cognitivas que exige el aprendizaje de la probabilidad y que en su mayoría son

compartidos con otros aspectos del desarrollo cognitivo. Además, los análisis del espacio muestral requieren razonamiento combinatorio, que también lo hacen muchas ramas del pensamiento científico, el cual es muy importante al momento de calcular la probabilidad. Estos investigadores afirman que muchas personas que hacen investigación sobre probabilidad no han prestado suficiente atención a estudios sobre estos temas relacionados y, han perdido información potencialmente valiosa (Bryant & Nunes, 2012).

Por último, la tesis de maestría titulada “Desarrollo de estrategias metodológicas para mejorar el rendimiento académico en el área de estadística en temas relacionados con el concepto de probabilidad y de aleatoriedad en los estudiantes de quinto grado de básica primaria de la Institución Educativa el Salvador” realizada por Paula Andrea Calderón (2013), propone utilizar una herramienta didáctica de aprendizaje, aplicarla y lograr que los estudiantes con esta propuesta comprendan los conceptos de probabilidad y aleatoriedad. Cabe anotar que esta es una propuesta que busca utilizar una de las herramientas que utilizan los jóvenes comúnmente, como es el computador, para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de las Ciencias Exactas (estadística).

La estrategia utilizada fue aplicada a dos grupos: uno experimental y otro control. El grupo experimental estaba conformado por 36 estudiantes del grado 502 y el grupo control por 35 estudiantes del grado 503 de la mencionada institución. Además, se recolectó información por medio de la observación, la aplicación de encuestas y una prueba de desempeño.

Esta investigación comprobó a partir de las evaluaciones efectuadas y del resultado obtenido, que sí es posible exponer el concepto de probabilidad y aleatoriedad para un nivel de quinto de básica primaria, al igual que construir nociones e ideas sobre dicho concepto, conjeturar, argumentar, interpretar y crear entendimiento con respecto a su propiedad de representatividad.

La autora recomienda comenzar con conceptos básicos de estadística, ojalá desde inicios de la educación básica, porque así el estudiante puede asimilar mejor otros conceptos más elaborados y utilizar las TIC para comprenderlos mejor y reforzar (Calderón, 2013).

Uso de las TIC en la enseñanza de la probabilidad.

A continuación, se presenta una breve descripción de los trabajos de investigación más significativos sobre el uso de las TIC en la enseñanza de la probabilidad, mostrando el aporte que cada trabajo proporciona a esta investigación.

La International Association for Statistics Education (IASE) ha destacado y reconocido la influencia de las nuevas tecnologías en la estadística y su enseñanza en diversas conferencias sobre educación estadística e Internet. Allí se discutió sobre el software disponible para la enseñanza, los cambios que deben llevarse a cabo en el contenido y la metodología, y el efecto de la tecnología, tanto en el aprendizaje como en las actitudes de los alumnos. Las posibilidades de simulación y creación de micromundos estocásticos virtuales permiten explorar los conceptos de probabilidad y sustituir las demostraciones formales por razonamientos más intuitivos (Ruiz, 2013).

Por su parte, Aspinwall y Tarr (2001) en su artículo “Middle school students' understanding of the role sample size plays in experimental probability” evalúan el efecto de un programa de instrucción en 23 estudiantes estadounidenses de grado 6°, con el objeto de determinar si las tareas de simulación de fenómenos aleatorios influyen en la comprensión del papel que juega el tamaño de muestra al estimar probabilidades bajo un enfoque frecuencial. Utilizan un programa instruccional de cinco sesiones, que comprendía tareas de resolución de problemas, preguntas clave y la escritura por parte de los alumnos de un reporte escrito. Los autores observaron diferencias significativas entre las evaluaciones que realizaron de los conocimientos previos y posteriores a la instrucción. Puesto que la diferencia es positiva, lo asumen como

evidencia de que el programa de instrucción propuesto puede facilitar la comprensión de la ley de los grandes números que no es un concepto intuitivo.

Asimismo, las investigaciones de Pratt y Noss (2002) en el artículo “The Microevolution of Mathematical Knowledge: The Case of Randomness”, profundizan en los significados que atribuyen los niños de 10 y 11 años a fenómenos aleatorios. Estos autores diseñaron un micromundo computacional con dados, monedas y ruletas electrónicas, que podían ser manipulados por los niños en cuanto a la distribución de la probabilidad, el número de ensayos, donde también se consideró la opción gráfica y numérica para ver los resultados. Además, el software podía producir resultados no aleatorios para observar el comportamiento de los niños al confrontar esta situación.

Previo al uso del programa, los niños fueron entrevistados para deducir el significado que daban al término aleatorio, clasificándose como impredecible, irregular, incontrolable y equitativo. Se pidió a los niños ver si varios generadores eran o no aleatorios. Al finalizar el experimento algunos niños habían construido algunos conocimientos de probabilidad frecuencial, como la relación entre las frecuencias de los resultados y la estructura del generador, y el efecto sobre las frecuencias relativas del número de ensayos y la distribución inicial de probabilidades.

De igual manera, Polaki (2002), en el documento titulado “Using instruction to identify key features of Basotho elementary students’ growth in probabilistic thinking”; contrastó el desempeño de dos grupos de 12 niños en Italia, de 4° y 5° grado, que recibieron instrucción sobre probabilidad con metodología diferente. En uno de los grupos se generaban muestras pequeñas con datos experimentales y se utilizaba el análisis de la estructura del espacio muestral para determinar las probabilidades, de una forma clásica. En el otro grupo se simulaban en un computador grandes muestras de un experimento, antes de considerar el análisis de la composición del espacio muestral, usando por tanto el enfoque frecuencial para estimar las probabilidades. El resultado del estudio

mostró que los niños que tuvieron la oportunidad de hacer muchas veces los experimentos y verificar las frecuencias de los resultados, lograron estimar probabilidades con más facilidad, con el apoyo de la simulación, que aquellos que solo se guiaron del espacio muestral para determinar la probabilidad en cada caso de manera formal, pero sin hacer los experimentos con elementos concretos o con la simulación computarizada.

De otro lado, en el artículo “The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics” (2007) de Chance Beth, Ben-Zvi Dani, Garfield Joan y Medina Elsa, ofrecen una visión general sobre el papel que las herramientas tecnológicas pueden desempeñar para ayudar a los estudiantes a desarrollar la cultura estadística y el razonamiento. Sugieren que la utilización eficaz de la tecnología requiere una planificación cuidadosa y deliberada, así como la creatividad y el entusiasmo. Del mismo modo, la elección de una herramienta tecnológica particular, debe hacerse con base en la facilidad de uso, la interactividad, los vínculos dinámicos entre los datos, gráficos, análisis y portabilidad.

Estos autores concluyen que aún faltan más estudios sobre las formas más eficaces de integrar la tecnología en los cursos de estadística en el desarrollo de razonamiento de los estudiantes acerca de conceptos particulares, y determinar los medios adecuados para evaluar el impacto en el aprendizaje del estudiante en estos contextos.

Asimismo, en el artículo titulado “Aprendizaje de los fundamentos de la probabilidad apoyado en las TIC” (2012), escrito por Fuensanta Arnaldos y Úrsula Faura; se menciona la importancia de las simulaciones interactivas incorporadas en la docencia, pues un formato más atractivo y dinámico, permite al estudiante realizar cambios y observar su efecto en el fenómeno que se representa, lo cual incide de forma directa en su proceso de aprendizaje. A su vez, para la planificación de actividades que incluyan simulaciones sugieren lo siguiente: el número de simulaciones propuestas no debe ser muy elevado; debe prepararse el momento de su uso y debe

comprobarse si, con el uso de las simulaciones, se mejora el proceso de aprendizaje de los temas tratados.

También, las autoras proponen una clasificación y breve descripción de algunos recursos disponibles en la red, que abordan la probabilidad, y los cuales se pueden incorporar muy fácilmente en las aulas de clase.

A su vez, Osorio, Suárez y Uribe en el artículo “Revisión de alternativas propuestas para mejorar el aprendizaje de la Probabilidad” (2013), presentan los resultados de una exploración en Internet sobre diferentes alternativas para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, aplicable en el nivel básico, en el que hacen una recopilación de software educativo, simuladores, Applets, actividades lúdicas y metodologías basadas en la práctica. Estos autores concluyen que existe la tendencia de utilizar las TIC en los procesos de enseñanza de la probabilidad, además de servir como complemento para mejorar la adquisición de los conceptos, y finalmente como una estrategia efectiva para fomentar el aprendizaje autónomo y la motivación del estudiante por la probabilidad.

En la tesis de maestría titulada “Análisis de Recursos en Internet para la Enseñanza de la Probabilidad en la Educación Primaria”, realizada por Karen Ruiz (2013) en la Universidad de Granada en España; se presenta una selección, clasificación y análisis de los materiales didácticos disponibles en Internet, pensados para la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. La autora, valora la idoneidad didáctica de los mismos y las posibles dificultades a priori que se pueden dar en su utilización. Concluye que para enseñar probabilidad es necesario partir del diseño de unidades didácticas que incorporen los recursos TIC, incluyendo la evaluación que permita determinar si hay avances e interés en el manejo de los conceptos probabilísticos y adicionalmente si se estimula el aprendizaje autónomo (Ruiz, 2013).

En la Universidad de Valencia en España, el investigador Manuel Huerta Palau (2015) en su artículo “La manera de resolver problemas de probabilidad por simulación”, propone una reflexión sobre la importancia de la simulación, entendida como método para resolver problemas de probabilidad e incertidumbre y, aplicada en la experimentación de los fenómenos aleatorios. El autor clarifica el concepto simulación en un doble sentido: “como proceso o manera de resolver problemas de probabilidad y como experimentación en el seno del problema simulado” (Huerta, 2015, p.57).

Además el autor se refiere a la irrupción de nuevas herramientas tecnológicas y de software educativo que facilitan los procesos de simulación de los experimentos aleatorios, la recolección de la información en tablas de frecuencia o gráficas de barras, así como la posibilidad de repetir los experimentos un mayor número de veces y a mayor velocidad, a diferencia de las simulaciones de “lápiz y papel”, lo que le permite al estudiante llegar a las soluciones de los problemas originales planteados.

En la investigación mencionada, también se proponen modelos de resolución de problemas de probabilidad, basados en autores como Shaughnessy (1983), Bryan (1986) o, Maxara y Biehler (2006). El investigador se refiere tanto al método heurístico, es decir, que el estudiante pueda resolver un problema original de probabilidad e incertidumbre mediante la resolución de un problema simulado, como al empleo de modelos de simulación de los fenómenos aleatorios mediante algún generador de azar, por ejemplo, un software educativo.

Particularmente en Colombia, Fernández y Soler (2006) en “Una aproximación al estado del arte de la Educación Estadística Escolar en Colombia”; presentan una recopilación, resumen y análisis de más de cuarenta referencias de autores colombianos relativos a la educación estadística conformada por trabajos de carácter monográfico y/o de investigación en educación estadística, ponencias presentadas en eventos de educación matemáticas, y textos de nivel escolar que

abordaron de manera principal temas de estadística y/o probabilidad. Como resultados se señalan, entre otros, que existen pocas personas que tengan continuidad en su producción escrita en torno a temas de educación estadística y escasos trabajos que aborden conexiones de la estadística y la probabilidad con el uso de la tecnología.

Por último, en el artículo titulado “Efectos de la simulación en la comprensión de la ley de los grandes números”, Gabriel Yáñez y Édgar Jaimes de la Universidad Industrial de Santander en Colombia, presentaron en 2013 algunos resultados obtenidos en una investigación con estudiantes de 12 y 15 años de edad, sobre el proceso que siguieron en su razonamiento probabilístico con el fin de llegar a la comprensión de la ley de los Grandes Números. Los autores explican que este proceso se realizó a partir de la experiencia directa con ejercicios y problemas en los que se aplicó la simulación computacional para su resolución. Estos resultados de la investigación sugieren la necesidad de trabajar con los estudiantes en la comprensión del espacio muestral, es decir, de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, y también en los resultados obtenidos en dicho experimento, o aproximación frecuencial a la probabilidad.

Si bien la realización de experimentos físicos en el aula, favorecen la comprensión del espacio muestral o de la asociación entre posibilidades y resultados alrededor del experimento aleatorio, el hecho de que estos experimentos se limiten a pocas repeticiones, le dificultan al estudiante percibir regularidades de los eventos aleatorios, darle significado a dicha experiencia y construir estimaciones claras sobre las probabilidades de un suceso (Yáñez & Jaimes, 2013).

No obstante, según este estudio, la limitante de los experimentos aleatorios físicos es superada, en gran medida, por las herramientas tecnológicas de que se disponen para la realización de simulaciones en dichos experimentos. Este tipo de herramientas de simulación le facilitan al estudiante la observación de regularidades y el razonamiento probabilístico para la resolución de problemas de esta índole. La simulación computacional (Yáñez & Jaimes, 2013) le ayuda al

estudiante a superar sesgos o errores comunes en la estimación de probabilidades como el sesgo de los valores recientes, el sesgo de desorden o el sesgo de equiprobabilidad, entre otros.

Para fundamentar este estudio, los autores se basan en las investigaciones de Pratt (1998), Reátiga (2004) y Drier (2000), que han tenido resultados destacables en el uso de la simulación computacional y su contribución en la comprensión de los fenómenos aleatorios y de conceptos de probabilidad en estudiantes de educación básica, que se encuentran en un rango de edades entre los 10 y los 15 años. Sin embargo, los autores aclaran que no se trata de reemplazar el experimento aleatorio físico que se realiza en el aula con las simulaciones digitales, sino que se busca complementar las dos experiencias, de modo que le permita al estudiante generar conexiones significativas entre ellas, no solo para comprender conceptos de probabilidad sino para desarrollar habilidades como la de razonamiento probabilístico y la de resolución de problemas y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

Marco teórico

En el marco teórico de esta investigación, se pretende precisar los conceptos principales en los que se fundamenta este trabajo, luego de hacer una revisión de autores que han investigado y aportado teóricamente a la construcción de cada uno de los conceptos seleccionados. De este modo, para la adecuada comprensión de este trabajo de investigación, se presenta la definición de los siguientes conceptos, que se consideran fundamentales: Pensamiento Crítico, Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre, Aprendizaje Significativo y Enfoque Constructivista, y Ambiente de Aprendizaje B- Learning.

Referentes habilidades de pensamiento

Pensamiento Crítico.

El pensamiento crítico ha sido abordado por diferentes autores como Ennis (1985), Halpern (2003), Walker (2003), Paul y Elder (2006), Duron, Limbach y Waugh, (2006) y, Rivas y Saiz

(2008); quienes han proporcionado distintos acercamientos y significados que permiten una mejor comprensión del concepto sobre este pensamiento de orden superior.

Las siguientes son algunas de las definiciones contemporáneas de pensamiento crítico construidas por estos investigadores:

- “Reflective and reasonable thinking that is focused on deciding what to believe or do” (Ennis, 1985, p.45). Lo que se puede interpretar como, el pensamiento reflexivo y razonable que se centra en decidir qué creer o hacer.
- “The art of thinking about thinking in order to make thinking better” (Paul & Elder, 2006, p.27), que se interpreta como el arte de pensar sobre el pensamiento con el fin de pensar mejor.
- Walker (2003) descompone el pensamiento crítico en cuatro definiciones diferentes pero equivalentes. En primer lugar, lo define como el pensamiento cuyo propósito es que las personas impongan sistemática y habitualmente criterios y estándares intelectuales sobre su pensamiento. En la segunda definición, lo considera como una composición de las habilidades y actitudes que implican la capacidad de reconocer la existencia de problemas y apoyar la veracidad de los mismos. En la tercera definición, el pensamiento crítico es “The propensity and skill to engage in an activity with reflective skepticism” (p.264), es decir, la propensión y habilidad para participar en una actividad con escepticismo reflexivo. Y en la última definición es “The process of purposeful, self-regulatory judgment” (p.264), que se puede traducir como el proceso para establecer juicios decididos y autorregulados.
- “...the ability to analyze and evaluate information”, es decir, la habilidad o capacidad para analizar y evaluar la información (Duron, Limback, & Waugh, 2006, p.160).

- “El pensamiento crítico es un proceso de búsqueda de conocimiento, a través de las habilidades de razonamiento, solución de problemas y toma de decisiones, que nos permite lograr, con la mayor eficacia, los resultados deseados” (Rivas & Saiz, 2008, p.28).

Ahora bien, las investigaciones y trabajos de la Dra. Diane Halpern (2003, 2006, 2010a, 2010b), con relación al pensamiento crítico, son un importante marco de referencia y se adaptan a los intereses y necesidades de esta investigación. Para Halpern (2003)

Critical thinking is the use of those cognitive skills or strategies that increase the probability of a desirable outcome. It is used to describe thinking that is purposeful, reasoned, and goal directed—the kind of thinking involved in solving problems, formulating inferences, calculating likelihoods, and making decisions, when the thinker is using skills that are thoughtful and effective for the particular context and type of thinking task. (p. 6)

Es decir, el pensamiento crítico es el uso de las habilidades cognitivas o estrategias que incrementan la probabilidad de obtener un resultado favorable. El pensamiento crítico se utiliza para describir lo que es útil, razonable y objetivo, que involucra la resolución de problemas, la formulación de inferencias, el cálculo de probabilidades y la toma de decisiones, de modo que el pensador usa estas habilidades que son efectivas para un contexto particular o para un tipo de tarea intelectual. Así, el pensamiento crítico es más que pensar simplemente sobre su propio pensamiento o hacer juicios y resolver problemas; es un esfuerzo controlado conscientemente. El pensamiento crítico utiliza pruebas y razones, y se esfuerza por superar los prejuicios individuales.

Asimismo, se acepta de manera unánime que el pensamiento crítico está formado por un conjunto de *habilidades* y por un conjunto de *disposiciones*. Las habilidades representan el componente cognitivo y las disposiciones el componente motivacional. Esta distinción es muy importante porque viene a reflejar el hecho de que, si una persona sabe qué habilidad aplicar en

una situación determinada, pero no está dispuesto a hacerlo, no exhibirá su pensamiento crítico (Saiz, Nieto & Orgaz, 2009).

También, Halpern (2003) propone una clasificación de las habilidades que conforman el pensamiento crítico (Ver figura 6). A su vez, las categorías y habilidades presentadas en esta taxonomía han sido validadas, por lo cual se seleccionaron las habilidades de probabilidad e incertidumbre, como referente teórico para el desarrollo de esta investigación. No obstante, vale la pena aclarar, que las otras habilidades que hacen parte del pensamiento crítico, van a estar presentes en el momento de abordar las diferentes situaciones problema.

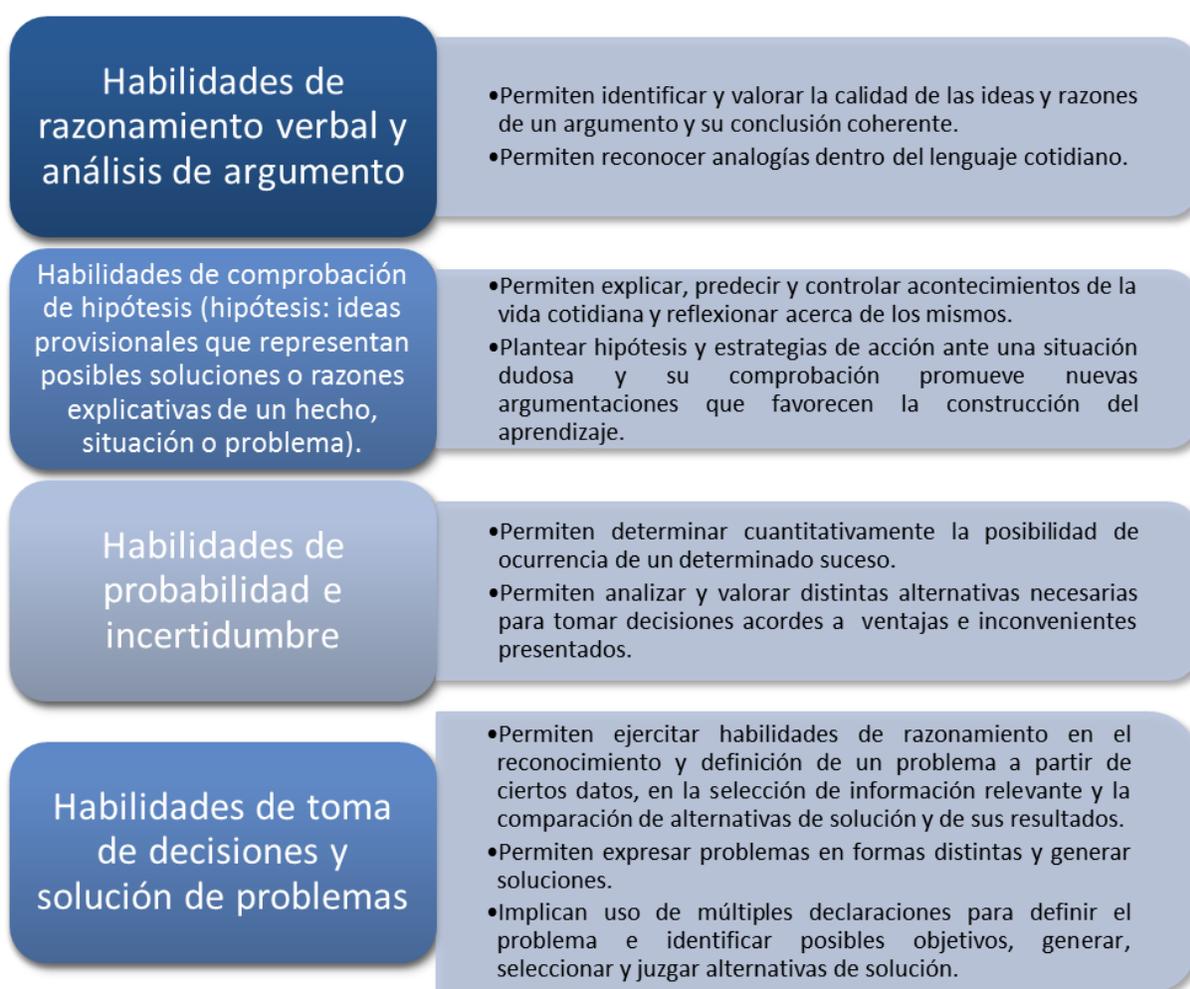


Figura 6. Clasificación de las habilidades que conforman el pensamiento crítico. Fuente: Elaboración propia a partir de Halpern, 2003; Beltrán & Torres, 2009.

Las habilidades de probabilidad e incertidumbre se manifiestan en la resolución de problemas que contengan un componente aleatorio, donde la persona necesita un conocimiento de los conceptos y procedimientos que estudia la probabilidad, desde sus diferentes concepciones y significados, como en el manejo básico de la aritmética, y buenas capacidades en el manejo de la información, interpretación de tablas y gráficos estadísticos; sin olvidar que la disposición para abordar la situación también es un componente importante en el proceso de resolución de problemas.

Estas habilidades deben ser desarrolladas en los estudiantes de todos los niveles de la educación, porque muy pocos eventos en la vida pueden ser conocidos con certeza. El correcto uso de experiencias acumuladas y la observación de contingencias y eventos de probabilidad, pueden jugar un rol muy importante en el desarrollo del pensamiento crítico en casi todas las decisiones (Halpern, 1998).

En la propuesta de Halpern (2003), se presentan tres definiciones del término probabilidad; comenzando con la regla de Laplace, es decir, la razón de comparación entre el número de casos favorables y el número de casos posibles, siempre y cuando cada resultado tenga la misma probabilidad de que ocurra. Esta comparación también se puede expresar como un número decimal y como porcentaje.

También afirma Halpern (2003) “It is often convenient to discuss the probability in terms of odds” (p.341), es decir, la palabra probabilidad también se puede utilizar en términos de posibilidades. Esta última expresión se utiliza con frecuencia en la enseñanza de los primeros grados de la educación primaria, como una forma de ir introduciendo al niño dentro del pensamiento estocástico.

La segunda definición utilizada por Halpern (2003), se denomina “degrees of belief”, que significa el grado de creencia o de confianza de que ocurra un evento. Lo que implica que, en

algunas situaciones de la vida real, no es posible aplicar la regla de la Laplace para dar cuenta de la probabilidad de ocurrencia de un evento. Este es el caso de una persona que se postula para un trabajo, donde él cumple la mayor cantidad de requisitos y experiencia exigidos para el cargo, lo que le da una mejor probabilidad de obtenerlo. En este ejemplo, no se aplica la razón de comparación, ni se cuantifica matemáticamente, pero se está pensando en términos de probabilidad.

Además, se puede realizar un acercamiento a la probabilidad a partir del estudio de las frecuencias relativas de una situación, que converge en la “ley de los grandes números” que afirma que la frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse hacia una constante a medida que se repite el experimento muchas veces. En otras palabras, el límite de las frecuencias relativas cuando el experimento tiende a infinito converge a la probabilidad. Este significado de la probabilidad se usa mucho en la interpretación de tablas de frecuencias, diagramas de barras y polígonos de frecuencias, teniendo en cuenta que el suceso que tiene mayor frecuencia tiene mejores probabilidades de que ocurra. Este acercamiento es la tercera definición de probabilidad que plantea Halpern (2003) y es muy útil en la vida cotidiana para tomar buenas decisiones a partir de la información dada.

Estas tres definiciones de probabilidad son las que aborda Halpern cuando propone las habilidades de probabilidad e incertidumbre, como parte del pensamiento crítico, y son las mismas que se van a utilizar como marco de referencia para esta investigación.

Finalmente, con respecto a la evaluación de las habilidades del pensamiento crítico, esta investigación se basa en los estudios desarrollados por Nieto y Saíz (2008) quienes aplicaron en la Universidad de Salamanca el Test de Halpern para la evaluación del pensamiento crítico, en situaciones cotidianas o familiares para los estudiantes. Los resultados de esta prueba mostraron:

Una significativa correlación positiva entre los dos formatos de preguntas del Test HCTAES⁸. Esto es entre la parte de preguntas abiertas, que evalúa la motivación espontánea para usar el pensamiento crítico, y la parte de preguntas de selección múltiple, que evalúa la habilidad general para usarlo. (p.261)

También Saíz, Nieto y Orgaz (2009) en un estudio para determinar la validez de la versión española del Test de Halpern, que fue aplicado a estudiantes de educación básica y superior, concluyen que es un instrumento fiable para evaluar el pensamiento crítico, y además reflejan la profunda interrelación entre las habilidades de este pensamiento, ya que emplean “situaciones familiares con un doble formato de respuesta, abierto y cerrado” (p.1).

En resumen, esta investigación se basa en el concepto de pensamiento crítico desarrollado por la Dra. Diane Halpern, así como en el conjunto de habilidades que la autora define, especialmente, las habilidades de probabilidad e incertidumbre. Asimismo, es un referente importante para este trabajo, la forma de evaluar dichas habilidades a través del test de doble formato de preguntas abiertas y cerradas, propuesta originalmente por Halpern y posteriormente validada y aplicada por Carlos Saiz y Ana María Nieto.

Referentes pedagógicos

Aprendizaje Significativo y Enfoque Constructivista.

El proyecto de investigación se fundamenta en los principios teóricos del modelo pedagógico Aprendizaje Significativo y en el Enfoque Constructivista, por dos razones fundamentales:

- El Aprendizaje Significativo es el modelo pedagógico de las dos Instituciones Educativas Distritales en las que se implementará el Ambiente de Aprendizaje.

⁸ HCTAES: Halpern Critical Thinking Assessment Using Everyday Situations.

- El constructo Aprendizaje Significativo y todos los demás elementos conceptuales que recientemente se han aportado a la teoría, desde un enfoque constructivista, permiten el desarrollo e implementación de un Ambiente de Aprendizaje flexible, que se centre en la actividad del estudiante, en su aprendizaje, en la labor mediadora del docente y en la optimización del proceso de enseñanza aprendizaje mediante el uso de las TIC.

En este trabajo se considera el Aprendizaje Significativo, como la teoría psicológica del aprendizaje en el aula que desarrollada por David Ausubel (1973, 1976, 2002), ha permitido la construcción de un marco teórico para explicar los mecanismos por los que se lleva a cabo la adquisición y la retención de los grandes cuerpos de significado que se manejan en la escuela. Dicha teoría se originó en el interés que tenía Ausubel por comprender y exponer las características del aprendizaje y las condiciones para adquirirlo. Además, para este teórico, el aprendizaje significativo busca cambios sustanciales y estables en la estructura cognitiva del alumno, de modo que lo que aprenda esté dotado de significado individual y social (Rodríguez, 2004).

Por otra parte, para Pozo (2006), la Teoría del Aprendizaje Significativo, como teoría cognitiva, parte de ver al estudiante o al individuo que aprende, como protagonista activo de su propio proceso de construcción de conocimiento, de modo que pueda integrar los nuevos aprendizajes a su estructura cognitiva. De allí se deriva que esta teoría debe establecer procedimientos o estrategias para atender tanto los estilos o formas de aprender que se pueden producir en el aula de clase, como los elementos psicológicos que el estudiante emplea en su proceso de aprendizaje (Rodríguez, 2004). Es decir, en una investigación que se basa en la teoría del Aprendizaje Significativo se requiere observar, tanto la relevancia del objeto o contenido de enseñanza, como la forma en que se organiza y se le presenta al estudiante.

Para una mejor comprensión del modelo pedagógico aprendizaje significativo, como se entiende y aplica en las dos instituciones educativas, se presenta el siguiente mapa conceptual (Ver figura 7).

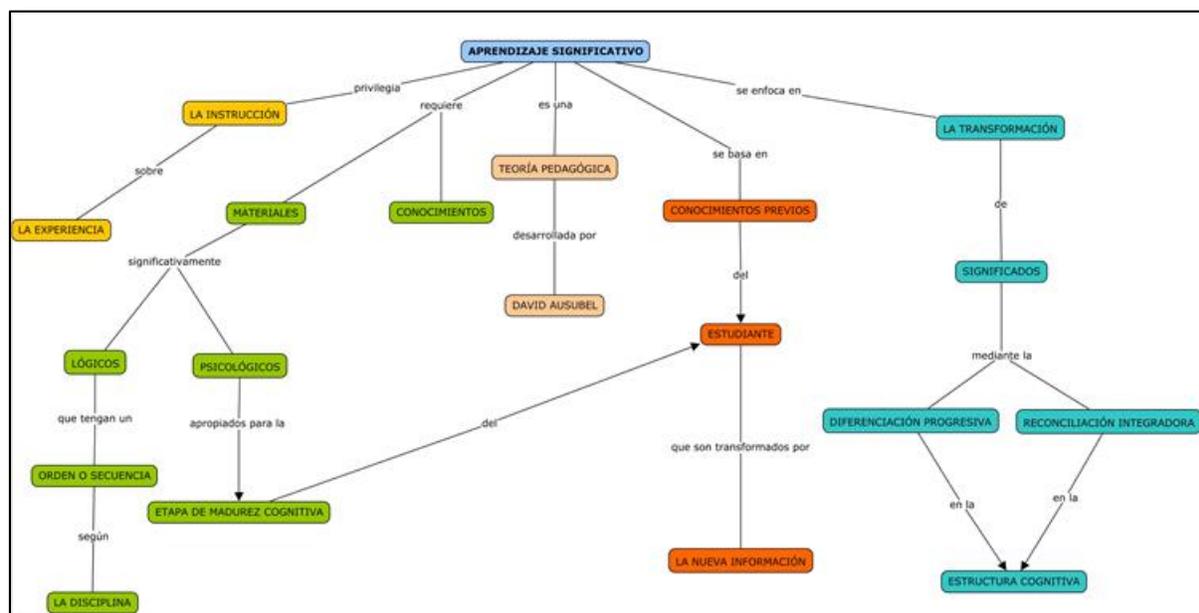


Figura 7. Mapa conceptual del Aprendizaje significativo. Fuente: Elaboración propia a partir de Rodríguez, 2004; Pozo, 2006.

Ahora bien, al hacer una revisión de los diferentes enfoques pedagógicos basados en teorías del aprendizaje, así como las teorías del diseño instruccional que se apoyan en los enfoques pedagógicos; la investigación, como el diseño del Ambiente de Aprendizaje que se implementará en las dos instituciones educativas, se basan también en el Constructivismo, entendido como: “Un enfoque que se desprende de la perspectiva cognitivista, y que plantea que el alumno puede construir su propio conocimiento a través de sus necesidades e intereses y según su ritmo particular para interactuar con el entorno” (Mayer, 1999, p.155).

Asimismo, para los teóricos constructivistas, el conocimiento no se reproduce, sino que se transforma. Esta teoría se centra en la actividad del alumno, que parte de sus conocimientos previos para poder interpretar la nueva información que recibe y, de este modo, construir conocimiento e

integrarlo a su estructura cognitiva. De igual manera, el contexto en el que adquiere los aprendizajes, y la calidad de los recursos y métodos que se empleen en este proceso, son de vital importancia para que les resulten significativos al estudiante (Gros, citado por Guerrero & Flores, 2009). También según Poole (citado por Guerrero & Flores, 2009), el enfoque constructivista considera que un individuo aprende en la medida que pueda interactuar con los objetos que lo rodean y de este modo transformarlos.

De igual manera, el aporte de la teoría instruccional constructivista al diseño de Ambientes de Aprendizaje, está dado en el “énfasis que se pone en el entorno de aprendizaje y en los alumnos, antes que en el contenido o en el profesor, es decir, pone mayor énfasis en el aprendizaje antes que en la instrucción” (García-Valcárcel, citado por Guerrero & Flores, 2009, p.322). Esta teoría plantea actividades, especialmente de resolución de problemas y situaciones de aprendizaje colaborativo, lo cual es posible apreciar con mayor claridad en los simuladores y los laboratorios virtuales, en los que el usuario debe resolver situaciones según un determinado escenario o problema.

En síntesis, se considera que este proyecto de investigación, desde la perspectiva pedagógica, parte de los principios teóricos del aprendizaje expuestos por David Ausubel en la teoría del Aprendizaje Significativo, y del modelo pedagógico que de esta teoría se deriva, además se articula con los elementos teóricos del enfoque constructivista, y del diseño instruccional constructivista, que se constituyen también en el fundamento teórico y metodológico del Ambiente de Aprendizaje que será implementado en los dos colegios.

Referentes TIC y educación

Ambiente B-learning.

En primer lugar, se considera en esta investigación el ambiente de aprendizaje como el escenario en el cual juegan un papel preponderante los estudiantes, como protagonistas de su

proceso de aprendizaje, así como los docentes, que desempeñan un papel importante como facilitadores de dicho proceso, y en el cual intervienen otros elementos como: las actividades, los recursos, los tiempos, las estrategias didácticas y las formas de evaluar. De las cuatro perspectivas que existen sobre el diseño de ambientes de aprendizaje propuestas por Bransford, Brown & Cocking (2005), el ambiente de aprendizaje centrado en el estudiante, es el que se adapta mejor a la modalidad B-learning, porque favorece el trabajo autónomo del estudiante y le ayuda a realizar conexiones entre sus ideas previas y las actividades que debe realizar tanto en el ámbito presencial como en el virtual.

Concretamente, este trabajo de investigación basa su implementación en un ambiente de aprendizaje mediado por las TIC que, durante el proceso de diseño del mismo, y teniendo en cuenta las condiciones de la población estudiantil de los dos colegios que se encuentran entre los 10 y los 12 años, se ha definido la modalidad B-learning como la más adecuada y adaptable. Además, para el alcance del objetivo de aprendizaje que se propone en el ambiente, como es el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, esta modalidad les permite a los estudiantes flexibilizar y ajustar las actividades que desarrollan en cada sesión, de acuerdo con las características de cada uno y las circunstancias que se puedan presentar durante su implementación (Cabero & Llorente, 2009). En consecuencia, si se diseña e implementa de manera adecuada un ambiente de modalidad B-learning, “la efectividad de la mezcla entre las sesiones presenciales y las desarrolladas online para el aprendizaje facilita a los estudiantes oportunidades para establecer conexiones entre sus experiencias de aprendizaje y sus necesidades particulares” (Cabero & Llorente, 2009, p.176). Es por esta razón que se hace necesario definir y explicar el concepto de B-learning, y cómo debe ser entendido en este trabajo.

Si bien el blended learning no es un concepto reciente, en la década de los 90 y siguientes, se definía y comprendía de diferentes maneras y especialmente en relación con la educación a

distancia; sin embargo, el desarrollo de las TIC y su continua expansión han permitido una redefinición conceptual de esta modalidad de aprendizaje. En este contexto, Lourdes Morán (2012) afirma que: “la introducción del término de B-learning comienza a aparecer desde la enseñanza presencial como un modo a través del cual combinar la enseñanza presencial con la tecnología no presencial, permitiendo así seleccionar los medios adecuados para cada necesidad educativa” (p.3).

Esta génesis del concepto propiamente dicho de B-learning, se ve enriquecido con nuevas aportaciones de autores, que después de la década de los 90, centran más sus investigaciones en los componentes de esta modalidad de formación, en los cambios de los roles del maestro y del estudiante, o en las potencialidades propias de cada espacio formativo, presencial y virtual, y la necesidad de su articulación.

En ese sentido Bartolomé (2004) señala que el blended learning no consiste en un modelo de aprendizaje que se basa en una teoría pedagógica, sino que es la aplicación al proceso de enseñanza-aprendizaje de un pensamiento ecléctico y práctico de empleo de las TIC, que busca mejorar la calidad de la formación académica de los estudiantes, tomando los mejores elementos de la educación presencial y de la virtual.

Por otra parte, autores como Twigg (2003) y Bartolomé (2001), han encontrado en sus investigaciones sobre esta modalidad de aprendizaje que, no es suficiente con incorporar mediaciones tecnológicas en los ambientes diseñados sino que, es preciso tener muy claro, cuáles son los objetivos de aprendizaje, conocer la población destinataria del ambiente o curso B-learning, con el fin de atender a sus diferentes ritmos y estilos de aprendizaje para seleccionar con un mejor criterio los materiales o recursos digitales e incorporar las herramientas tecnológicas pertinentes para cada caso. Además, González (2007) señala que es preciso definir con claridad la secuencia de las actividades, tanto para el componente virtual como para el presencial, el acompañamiento que hará el docente-tutor al proceso académico del estudiante, el tipo de evaluación que más se

ajuste a esta metodología y, el modo de llevar a cabo la retroalimentación de las actividades, procesos y productos realizados por los estudiantes.

Otra aproximación al concepto de B-learning, permite comprender que es simple y complejo a la vez, como lo diferencia Llorente (2008), quien considera que es simple porque se entiende como la integración de la experiencia en el entorno presencial con la experiencia en el entorno virtual; pero a la vez, es complejo por la variedad de modos en que se puede implementar o los múltiples contextos en los que se pueden aplicar diseños presenciales y virtuales.

A partir de la identificación de las características de cada entorno, el virtual y el presencial, se puede llegar a proponer un modelo que pueda combinar las cualidades de cada uno. En ese sentido, Lourdes Morán en su tesis doctoral, pudo identificar un conjunto de aspectos particulares que ponen de manifiesto las características de cada uno de estos entornos y, que pueden tomarse como guía al momento de conceptualizar lo que es el B-learning. Estos aspectos que permiten una conceptualización más completa y también el diseño de propuestas pedagógicas y didácticas en esta modalidad mixta del aprendizaje son: “la hipermedialidad, la comunicación sincrónica y asincrónica, el andamiaje personalizado y colectivo, la accesibilidad a los materiales y la interacción entre participantes, tutores y docentes” (Morán, 2012, p.10). Estos criterios son esenciales al momento de planificar, diseñar, implementar y evaluar dichas propuestas.

El significado de un entorno B-learning de calidad, requiere entender que se debe apuntar al uso de las TIC con el fin de promover el conocimiento o el desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior, mediante una enseñanza que emplee como estrategia didáctica la resolución de problemas o la orientación de proyectos situados, con importancia para la vida personal y social (Morán, 2012).

Por último, aunque se han desarrollado múltiples interpretaciones y aproximaciones al concepto de B-learning, para este trabajo de investigación se adopta, por una parte, la definición

más sencilla y también la más precisa, que lo describe como aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial: “*which combines face-to-face and virtual teaching*” (Coaten & Marsh, citados por Bartolomé, 2004, p.11), y por otra parte, el desarrollo que hacen del concepto Lourdes Morán (2012), Bartolomé (2004) y Llorente (2008), que plantean no sólo una definición de esta modalidad de aprendizaje, sino la explicación de las cualidades de los dos entornos que lo componen, así como su potencial para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, fomentando la autonomía de los estudiantes.

Marco metodológico

Sustento epistemológico

Teniendo en cuenta que la Maestría en Informática Educativa de la Universidad de la Sabana, está definida como una maestría de profundización (Jaramillo & Chiape, 2007) según las modalidades que determina el Ministerio de Educación Nacional en el decreto 1295 del 20 de abril del 2010, la cual

... busca el desarrollo avanzado de competencias que permitan la solución de problemas o el análisis de situaciones particulares de carácter disciplinar, interdisciplinario o profesional, por medio de la asimilación o apropiación de saberes, metodologías y, según el caso, desarrollos científicos, tecnológicos o artísticos. El trabajo de investigación de esta maestría podrá estar dirigido a la investigación aplicada, al estudio de caso, o la creación o interpretación documentada de una obra artística, según la naturaleza del programa. (p.12)

Según el objetivo o función, esta investigación es de carácter aplicada, y para ello requiere llevar a cabo un proceso de intervención o implementación que, para el caso de este trabajo, se trata de un Ambiente de Aprendizaje en la modalidad B-learning.

Por otra parte, el sustento epistemológico en el cual se enmarca esta investigación es el paradigma cualitativo, que se entiende

como un proceso semiestructurado y flexible, es un plan o propuesta modificable en cuanto al volumen y calidad de la información y de los medios para obtenerla. Se construye a lo largo del proceso investigativo siguiendo lineamientos generales, pero no reglas fijas. La investigación cualitativa es sistemática, conducida con procedimientos rigurosos, aunque no necesariamente estandarizados. (Galeano y Vélez, 2000, p.47)

La investigación cualitativa es multimétodica, es decir, estudia las personas en su ambiente natural tratando de entender el sentido, de interpretar el fenómeno en términos de lo que significa para la gente, de lograr una aproximación más cercana al objeto de estudio. La investigación cualitativa “acude al uso de una variedad de materiales empíricos – estudio de casos, experiencia personal, introspección, historias de vida, entrevistas, observación, interacción, textos visuales-que describen visiones y momentos problemáticos y significativos de la vida individual” (Galeano, 2004, p.20).

También, se plantea la comprensión de la realidad desde múltiples perspectivas, en este caso, la interpretación del investigador de las acciones de los estudiantes frente al abordaje de las situaciones problemas propuestos, los diálogos permanentes con los estudiantes, los dos resultados de las pruebas aplicadas, tanto diagnóstica como final y, por último, la expresión de los alumnos en las entrevistas semiestructuradas realizadas a los doce estudiantes de cada colegio. De igual manera, la investigación se centra en un grupo de estudiantes pequeño, lo que constituye el énfasis de lo local, en contra de lo general y aplicable para todos.

De otra parte, también es importante aclarar y tomar posición sobre la relación entre el paradigma cualitativo y los métodos utilizados para recolectar la información. Para dar respuesta a esta inquietud Cook y Reichardt (1986) afirman:

...los atributos de un paradigma no se hallan inherentemente ligados ni a los métodos cualitativos ni a los cuantitativos. Cabe asociar los dos tipos de métodos tanto con los

atributos del paradigma cualitativo como con los del cuantitativo. Esto significa que; a la hora de elegir un método, carezca de importancia la posición paradigmática; ni tampoco equivale a negar que ciertos métodos se hallan por lo común unidos a paradigmas específicos. Lo principal es que los paradigmas no constituyen el determinante único de la elección de los métodos. (p.8)

Lo anterior implica que, para esta investigación, aunque se ubique en el paradigma cualitativo, no desconoce la utilidad de algunos métodos cuantitativos que le permiten organizar y complementar la información recogida, para así obtener una mejor comprensión del fenómeno analizado. Así, “la realidad social comporta dimensiones posibles y necesarias de cuantificar y dimensiones que es significativo cualificar, unas y otras hacen parte de un mismo proceso y su diferencia solo obedece a criterios de carácter metodológico” (Galeano, 2004, p.25).

Diseño de la investigación

Al determinar el tipo de investigación según su alcance, se encuentran diferentes clasificaciones, dentro de las cuales se ha seleccionado la Investigación Acción (IA), que tiene sus orígenes en el trabajo de Kurt Lewin (1948) “quien propuso inicialmente el nexo entre investigación y acción” (citado por Balcázar, 2003, p.60). Este método de investigación se fundamenta en la teoría psicosocial y propone la integración de la teoría y la práctica, teniendo en cuenta tres características fundamentales: el análisis del contexto en el que se va a investigar, la categorización de las prioridades de la población objeto de estudio y la evaluación (Balcázar, 2003).



Figura 8. Ciclo de la Investigación-Acción. Fuente: Latorre (2003, p. 21).

Latorre (2003) plantea un ciclo para este diseño que comprende empezar con un plan de acción, ejecutar, observar y reflexionar sobre lo acontecido (Figura 8). En estos términos, la presente investigación desarrolló un capítulo de contextualización, en el que se describieron las características y condiciones de los colegios en los que se llevó a cabo la implementación, se analizaron prioridades de desarrollo en el pensamiento aleatorio de los niños de 10 a 12 años, a partir de la problemática observada en la población de los dos colegios, y por último, se evaluó tanto el proceso de desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en los estudiantes, dentro del ambiente de aprendizaje, así como el alcance de los objetivos de investigación.

Además, este tipo de investigación constituye “una opción metodológica de mucha riqueza, ya que, por una parte, permite la expansión del conocimiento, y por la otra, genera respuestas concretas a problemáticas que se plantean los investigadores” (Colmenares, 2012, p.103). De modo que, no solo se aborda la situación problema, la pregunta de investigación o la temática de interés

para el investigador, sino que también se busca aportar soluciones o alternativas de solución, cambio o transformación de la realidad social estudiada.

Es por esta razón, que el propósito de esta investigación no se limita a comprender una situación problema, explicarla o teorizar sobre ella, sino que interviene en la realidad estudiada, para que a través de estrategias como la implementación de un Ambiente B-learning, se puedan aportar soluciones efectivas y verificar un mejoramiento, cambio o avance en la población estudiada.

En ese orden de ideas, Zuber (1992) (citado por Latorre, 2003), señala que la investigación-acción, presenta una serie de características que la diferencian de la investigación social tradicional. Una de las principales, es su carácter práctico, lo que significa que los resultados que se obtienen de este tipo de investigación no solo tienen un valor en la construcción de nueva teoría que permita el avance del conocimiento, sino que además le reporta un beneficio a la realidad que ha estudiado, porque mejoran las prácticas durante y después del proceso investigativo.

Esta afirmación es desarrollada por otros autores como Lomax (1995) (citado por Latorre, 2003) quien señala que este tipo de investigación debe, como uno de sus rasgos distintivos, procurar una mejora en la realidad educativa a través de la intervención; o como en el caso de Kemmis y McTaggart (1988), quienes definen como propósitos de la Investigación Acción y sus principales beneficios: “la mejora de la práctica, la comprensión de la práctica y la mejora de la situación en la que tiene lugar la práctica” (citados por Latorre, 2003, p.5). En síntesis, la Investigación-Acción, que se asume dentro del diseño de investigación en este trabajo, se propone mejorar los procesos educativos, como el de enseñanza aprendizaje, a través de la implementación de un ambiente B-learning que incorpora las TIC, con el fin de contribuir en el desarrollo específico de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, de los estudiantes de 10 a 12 años de las dos instituciones educativas en las que se realizó la intervención.

Por otra parte, al pensar en el diseño de la investigación se concluyó que es de carácter no experimental; es decir, corresponde a la investigación que se realiza sin manipular deliberadamente las variables independientes. Lo que se hace con este diseño es observar fenómenos tal y como se dan en su contexto natural, para después analizarlos (Hernández et al., 2007).

En cuanto a los diseños no experimentales estos se pueden clasificar en transeccionales y longitudinales. Los primeros hacen referencia a recolectar datos en un solo momento, en un tiempo único; en cambio los segundos, recolectan datos a través del tiempo en puntos o periodos, para hacer inferencias respecto al cambio, sus determinantes y consecuencias. (Hernández et al., 2007). Para este trabajo, se seleccionó el diseño longitudinal como el que más se adapta a los objetivos de investigación formulados.

Población y muestra

Con relación a la población y muestra, en esta investigación se definió como población al conjunto de estudiantes entre los 10 y 12 años de edad, de los colegios públicos CF y AG, de la jornada de la tarde. Dentro de esta población se seleccionaron 39 estudiantes del colegio CF y 38 estudiantes del colegio AG, que cursaban grados quinto y sexto de educación básica, respectivamente. La muestra de los dos colegios estuvo conformada por estudiantes entre los 10 y 12 años que participaron en las actividades desarrolladas durante el tiempo que duró la implementación del ambiente B-learning titulado: *Exploremos la Probabilidad*.

Asimismo, con respecto a la muestra, de acuerdo con las condiciones del contexto de los dos colegios y de la población, objeto de estudio, se definió dentro de la clasificación de técnicas de muestreo en la investigación cualitativa, el muestreo por conveniencia. Esta técnica hace referencia a “la selección de las unidades de la muestra en forma arbitraria. Las unidades de la muestra se autoseleccionan o se eligen de acuerdo a su fácil disponibilidad. No se especifica claramente el universo del cual se toma la muestra” (Mejía, 2002, p.121).

Este tipo de muestreo también le permite al investigador definir algunos criterios de inclusión mínimos para componer la muestra según los intereses de la investigación, aunque dependa también de la disponibilidad de los sujetos. Por lo tanto, los criterios mínimos que los investigadores han determinado para la selección de las unidades que hicieron parte de la muestra fueron: que el estudiante participante en el ambiente de aprendizaje haya realizado todas las actividades planteadas tanto en las sesiones presenciales como en las sesiones virtuales dispuestas en la plataforma Moodle o Schoology de los respectivos colegios; que haya recibido la autorización de sus padres a través de la firma del consentimiento informado para hacer parte del estudio; que presentara buena disposición para implicarse en las actividades propuestas en el ambiente de aprendizaje y, que el mismo estudiante expresara su deseo de participar en la aplicación de los instrumentos de recolección de información previstas en esta investigación, como las entrevistas semi-estructuradas.

Además, es importante agregar, que tanto el nivel de comprensión de las nociones probabilísticas, como el de desempeño en la resolución de situaciones problema, no se constituyeron para esta investigación como criterios de inclusión en la muestra. Adicionalmente, se seleccionaron 12 estudiantes para la realización de las entrevistas semiestructuradas, en cada una de las instituciones educativas, que cumplieran con las condiciones: haber estado presente en todas las sesiones, tanto presenciales como virtuales; que hayan demostrado interés en las actividades propuestas y mostraran disposición para ser entrevistados.

Fases	Meses	feb-16	mar-16	abr-16	may-16	jun-16	jul-16	ago-16
	Actividades							
Recolección y Análisis de la información	Recolección de información							
	Descripción y Análisis de la información							
	Elaboración del informe final							

Categorías de análisis

Para llevar a cabo el análisis de resultados, tanto del pilotaje aplicado en el colegio El Japón, como de las dos implementaciones realizadas en los colegios AG y CF, se elaboró una red semántica de categorías y subcategorías a priori y emergentes (ver figura 9). La composición de la red semántica, parte del objeto de estudio de esta investigación, que son las habilidades de probabilidad e incertidumbre, que buscan ser desarrolladas en los estudiantes de 10 a 12 años de las dos instituciones educativas. Estas habilidades se pueden desarrollar a través de la resolución de problemas y toma de decisiones, y también, por medio de un ambiente de aprendizaje propicio, con la integración de las TIC como es un ambiente B-learning. Pero a su vez, requiere de algunos conocimientos y procedimientos propios de la estadística y la probabilidad, sin los cuales el estudiante no podría abordar de manera eficiente las situaciones propuestas.

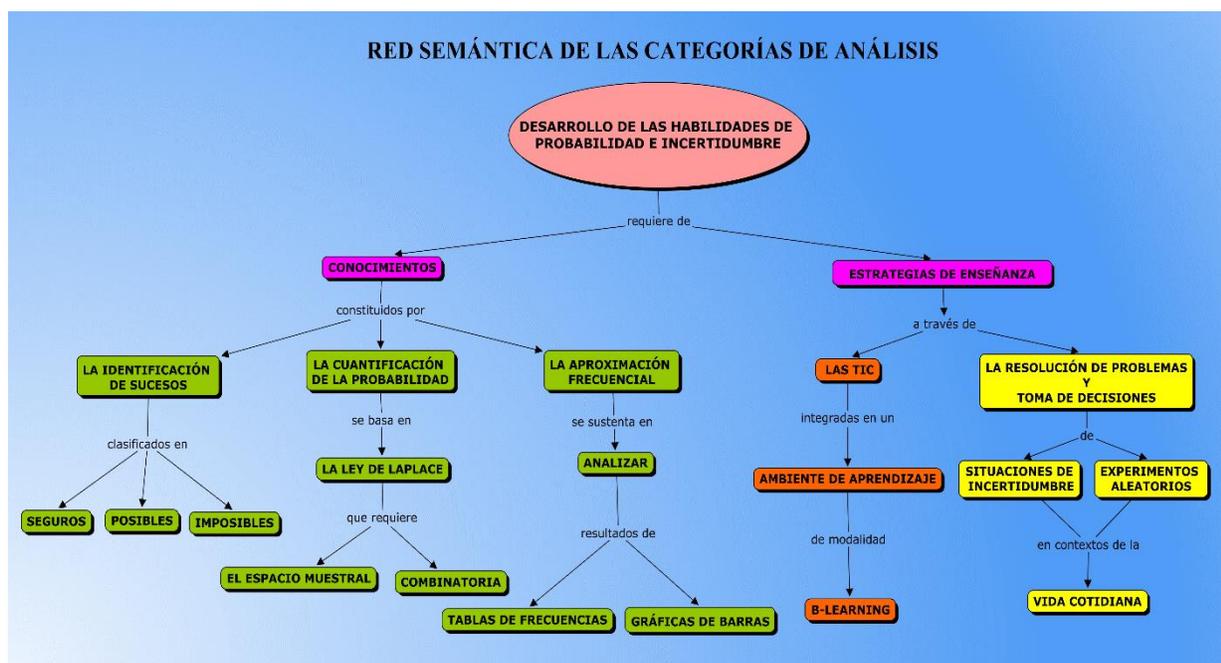


Figura 9. Red semántica de las categorías de análisis. Fuente: Elaboración propia.

Es por esta razón que se definieron dos categorías principales de análisis: conocimientos y estrategias de enseñanza. Esto significa que, para el desarrollo de las habilidades de probabilidad

e incertidumbre en los estudiantes, se requiere de unos conocimientos propios como lo son: la identificación de sucesos posibles, imposibles y seguros, la regla de Laplace y la aproximación frecuencial de la probabilidad. Estos tres componentes son las subcategorías de análisis de la primera categoría denominada *conocimientos*. Con respecto a la categoría *estrategias de enseñanza*, las subcategorías derivadas son: las TIC vistas desde la implementación de un ambiente de aprendizaje B-learning, y la resolución de problemas y toma de decisiones.

Por su parte, la categoría *conocimientos* se clasifica en tres categorías que se entienden como:

- Identificación de sucesos: esta implica la identificación de situaciones de azar y deterministas, que incluye reconocer sucesos posibles, imposibles y seguros.
- Cuantificación de la probabilidad: esta se sustenta en una de las concepciones de probabilidad, asociada a la Regla de Laplace; que requiere identificar el espacio muestral de una situación aleatoria y algunos elementos básicos de combinatoria.
- La aproximación frecuencial: esta se fundamenta en otra de las concepciones de probabilidad, que tiene directa relación con las frecuencias relativas cuando el experimento se realiza infinitas veces. Esta incluye la lectura e interpretación de diagramas de barras y gráficas de frecuencias.

De otro lado, el análisis de los resultados obtenidos luego de aplicar el pilotaje y de realizar las dos implementaciones con los estudiantes de 10 a 12 años, a la luz de estas categorías y subcategorías tanto a priori como emergentes, busca evidenciar la contribución en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre tanto en el abordaje de los componentes que constituyen estas habilidades, a través de la resolución de problemas y toma de decisiones, como del Ambiente B-learning, en términos de facilitar el proceso de aprendizaje a través del uso de

recursos educativos digitales y de herramientas tecnológicas, para mejorar las disposiciones y motivaciones de los estudiantes para aprender.

Categoría: Conocimientos

Como se mencionó en el marco teórico, en el apartado de pensamiento crítico, las habilidades de probabilidad e incertidumbre requieren por parte del estudiante una serie de conceptos y procedimientos propios de la disciplina de la probabilidad, sin los cuales tomar decisiones, al momento de resolver un problema que involucra esta habilidad, llevaría al error.

Para esta investigación se han seleccionado los conocimientos de probabilidad referentes a la identificación de sucesos posibles, imposibles y seguros, la cuantificación de la probabilidad por medio de la regla de Laplace y la aproximación frecuencial de la probabilidad. A continuación, se presenta la conceptualización de los anteriores saberes desde la disciplina, para luego hacer el proceso de *transposición didáctica*⁹ para adaptarlos a la edad, los conocimientos, el lenguaje y etapa de desarrollo de los niños de 10 a 12 años.

Para comprender mejor las definiciones de las tres subcategorías se van a definir algunos términos básicos de probabilidad: Así, un *experimento aleatorio* “es aquel que cuando se le repite bajo las mismas condiciones, el resultado que se observa no siempre es el mismo y tampoco es predecible” (Rincón, 2013, p.3). Asimismo, el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio se denomina *Espacio Muestral* y se simboliza con la letra E ; y cualquier subconjunto de éste se llama un *suceso* o *evento*, y se representa con cualquier letra mayúscula. Por ejemplo, lanzar un dado es un experimento aleatorio, su espacio muestral es el conjunto $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, donde están todos los resultados posibles, que son los números del 1 al 6. Y un

⁹ Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El “trabajo” que transforma un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza”, es denominado la transposición didáctica. (Chevallard, 2005, p.45)

suceso puede ser “sacar un número mayor de 3”, el cual se representa como $A: \{4, 5, 6\}$, y es subconjunto del espacio muestral, ya que sus tres elementos hacen parte de éste.

Subcategoría: identificación de sucesos

Esta categoría se fundamenta en la definición axiomática de la probabilidad, realizada por el matemático ruso Andréi Kolgomorov, en el año de 1932, en la cual propone construir de forma rigurosa una teoría axiomática de la probabilidad, y postula tres axiomas, a saber:

1. La probabilidad P de un suceso A es siempre mayor o igual que cero y menor o igual que uno. Simbólicamente, $0 \leq P(A) \leq 1$.
2. La probabilidad del espacio muestral E es igual a uno. Simbólicamente, $P(E) = 1$.
3. Si A_1, A_2 , son sucesos mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de un suceso compuesto de varias alternativas mutuamente excluyentes se calcula sumando las probabilidades de sus componentes. Simbólicamente,

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

La utilidad de estos tres axiomas para nuestra investigación, es poder determinar que es un suceso posible, imposible y seguro. Para el primer caso, un suceso posible es aquel cuya probabilidad está entre 0 y 1, sin incluir el 0 ni el 1. Es decir, es consecuencia del axioma uno.

Teniendo en cuenta el axioma 2, se puede afirmar que un suceso es seguro, si su probabilidad es 1, es decir, el suceso coincide con el espacio muestral, lo que significa que todos los posibles resultados son favorables. Y de este mismo axioma, se puede demostrar que, si el suceso es un conjunto vacío, es decir, ningún elemento del espacio muestral le es favorable, su probabilidad es 0. A este suceso se le denomina imposible.

Para ilustrar mejor lo anterior, se toma el ejemplo de sacar de una urna un pimpón, de una urna de 8 pimpones, 5 azules y 3 rojos. Un suceso posible es sacar un pimpón azul, ya que su

probabilidad es $\frac{5}{8} = 0,625$, que está entre 0 y 1. Un suceso seguro es extraer un pimpón de la bolsa, ya que su probabilidad es $\frac{8}{8} = 1$. Y un suceso imposible, es extraer un pimpón verde, ya que ninguno de los 8 pimpones de la urna cumple la condición y por tanto su probabilidad es $\frac{0}{8} = 0$.

Como se puede observar esta clasificación de los sucesos es muy formal, por lo cual se decidió hacer una transposición didáctica de las definiciones para acercarlas al lenguaje y comprensión de la población objeto de estudio, estudiantes entre 9 y 12 años. Las nuevas definiciones son:

- Un *suceso seguro* es aquel que siempre ocurre, por ejemplo, si hoy es lunes, mañana es martes.
- Un *suceso posible* es aquel que pueda que ocurra o no; por ejemplo, que hoy en la tarde llueva.
- Un *suceso imposible* es aquel que nunca puede suceder, por ejemplo, que en la noche salga el sol.

Finalmente, esta categoría pretende dar un primer paso, para ingresar al mundo de la probabilidad e incertidumbre, ya que es fundamental que los estudiantes reconozcan las diferentes clases de sucesos que se pueden presentar al abordar situaciones problema y pueda ofrecer una respuesta adecuada.

Subcategoría: cuantificación de la probabilidad

Esta categoría se fundamenta de la concepción clásica de la probabilidad, que se basa en la definición del matemático francés Pierre-Simon Laplace, a finales del siglo XVIII, denominada regla de Laplace y la cual afirma que: la probabilidad de un suceso A es el cociente entre el número de resultados favorables a que ocurra el suceso A y el número de resultados posibles del experimento, si todos los casos posibles son igualmente probables.

$$P(A) = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favorables de } A}{N^{\circ} \text{ de casos posibles del experimento}}$$

A pesar de que esta regla sólo puede aplicarse a experimentos aleatorios con un número finito de posibilidades, “este significado ha primado en la escuela durante muchos años. La razón es que puede utilizarse para calcular probabilidades en juegos de azar (ej., con dados, monedas, urnas) que forman parte de la vida cotidiana del niño”. (Gómez, Batanero & Contreras, 2013, p. 28). Por la justificación anterior, esta categoría busca indagar como el estudiante aplica la regla de Laplace para resolver diferentes situaciones problema y que significado le da a ésta.

A su vez, para que un estudiante logre utilizar con éxito la regla de Laplace, debe tener claro dos conceptos básicos: determinar el espacio muestral y algunos elementos de combinatoria. Esta última se define como parte de las matemáticas que estudia la formación de subconjuntos o agrupaciones de elementos partiendo de un conjunto dado, teniendo en cuenta la ordenación y el número de esos elementos.

Subcategoría: aproximación frecuencial de la probabilidad

Esta categoría se soporta en el significado frecuencial de la probabilidad, en el cual un experimento aleatorio al repetirlo muchas veces en condiciones idénticas, su frecuencia relativa se acerca a un número fijo, que resulta ser la probabilidad de cada suceso elemental.

Este hecho fue demostrado por el suizo Jakob Bernoulli en el año de 1713, conocido con el nombre de Teorema de Bernoulli o Ley de los grandes números, que formalmente se puede expresar así: Dado un suceso A , P la probabilidad de ocurrencia de A y n el número de pruebas independientes para determinar la ocurrencia de A . la probabilidad de A es igual al límite cuando n tiende a infinito de las frecuencias relativas de A en n pruebas (f_n). Simbólicamente,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n = P(A)$$

La aproximación frecuencial de la probabilidad es adecuada en la enseñanza, porque “tiene una aplicación más amplia que el clásico en muchos fenómenos de la vida real y conecta la estadística con la probabilidad” (Gómez et al.,2013, p.28).

Esta categoría en especial, es bastante compleja para los niños entre 10 y 12 años, ya que hace referencia a la noción de infinito, que es un concepto matemáticamente muy difícil de comprender. Sin embargo, lo que se pretende con la aproximación frecuencial es llevar al estudiante a que entienda que cuando se repite un experimento muchas veces, y se construyen tablas de frecuencias o diagramas de barras, la mayor frecuencia absoluta o relativa es un buen indicador que ese suceso tiene mayor probabilidad de ocurrir. No es motivo de esta investigación indagar sobre la comprensión de lo niños de la ley de los grandes números.

Categoría: estrategias de enseñanza

Desarrollar habilidades de pensamiento en los estudiantes, como las de probabilidad e incertidumbre, requiere, además de la adquisición significativa de los conocimientos básicos explicados en la categoría anterior, la aplicación de estrategias de enseñanza que favorezcan en el estudiante el aprendizaje de dichos conocimientos, su aplicación en diferentes situaciones y contextos, y la motivación necesaria para aprenderlos.

Una habilidad solo se evidencia si se pone en juego en situaciones concretas que el estudiante debe solucionar, a la vez que se potencia el desarrollo de la misma si se tienen experiencias significativas de aprendizaje a través de una adecuada secuencia de actividades y la disposición de recursos educativos digitales y herramientas tecnológicas, que incrementen su motivación.

Subcategoría: resolución de problemas y toma de decisiones

Con el fin de determinar y evidenciar el avance en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, se considera en este trabajo la resolución de problemas y toma de

decisiones como la estrategia de enseñanza más eficaz para que el estudiante pueda poner en juego los conocimientos adquiridos en contextos cotidianos para él. Es por esta razón que, en cada una de las sesiones del ambiente de aprendizaje implementado, se proponen situaciones problema para el desarrollo de los componentes básicos de la probabilidad, como: la identificación de sucesos, la cuantificación de la probabilidad, la aproximación a partir del espacio muestral, la aproximación frecuencial, la combinatoria o la interpretación de tablas de frecuencias y diagramas de barras.

La resolución de problemas y toma de decisiones, si se considera como estrategia de enseñanza, es un enfoque que se centra en el estudiante, basado en actividades que fomentan el pensamiento crítico a través de la reflexión, la discusión, la cooperación y la toma de decisiones (Díaz, 2006). También se caracteriza por ser un método de enseñanza que promueve la participación activa del alumno en la adquisición de sus conocimientos por medio de la solución de problemas con el fin de lograr aprendizajes significativos y, donde la función del docente es de facilitador de los medios y recursos adecuados para el aprendizaje (Sánchez & Ramis, 2004), así como de guía o mediador en el proceso que sigue el estudiante en la adquisición de los conocimientos y el fortalecimiento de las habilidades que se requieren. De allí que, el estudiante sea el responsable de sus propios avances (Cataldi, Lage & Cabero, 2010) indagando, realizando los experimentos y las actividades planteadas en las sesiones de manera autónoma, resolviendo los problemas, confrontando sus resultados con otros compañeros y tomando decisiones, bajo la guía del docente tutor.

Al respecto, López (2008) resalta que la resolución de problemas y toma de decisiones, es la estrategia de enseñanza que permite el incremento de habilidades de aprendizaje, especialmente las vinculadas al pensamiento crítico, a través de la identificación y comprensión de problemas reales o que le resulten cotidianos o familiares al estudiante. De igual manera, Marzano (1992) considera que el desarrollo de las habilidades de pensamiento requiere como estrategias de

enseñanza, entre otras, la solución de problemas, la toma de decisiones y la indagación experimental, de modo que los estudiantes puedan aplicar de manera significativa los conocimientos adquiridos.

En síntesis, la subcategoría de resolución de problemas y toma de decisiones, se entiende en este trabajo y se aplica en el análisis de resultados, como la estrategia didáctica aplicada en el desarrollo de las sesiones del ambiente de aprendizaje, a través de la cual, los conocimientos propios de la probabilidad se adquieren de modo significativo, a la vez que se contribuye en el fortalecimiento de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, objeto de estudio de esta investigación.

Subcategoría: Ambiente B-learning

Esta subcategoría, se fundamenta en la definición de B-learning que hace Bartolomé (2004), quien señala que esta modalidad de aprendizaje busca mejorar la calidad de la formación académica, tomando las mejores características de la educación presencial y de la educación virtual. En el caso de esta investigación, la articulación entre las sesiones presenciales y virtuales, busca promover en los estudiantes el interés por aprender, la flexibilización del proceso de enseñanza-aprendizaje, teniendo en cuenta los ritmos y estilos de cada estudiante para aprender y, que los conocimientos que adquieran les resulten significativos y puedan aplicarlo para resolver situaciones problema o tomar decisiones que se les pueden presentar.

Otras definiciones de B-learning en las que se basa esta categoría, lo describen de manera sencilla como aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial: “*which combines face-to-face and virtual teaching*” (Coaten; Marsh, citados por Bartolomé, 2004); y también Morán (2012) en relación con la implementación de un B-learning de calidad, afirma que esta modalidad debe apuntar a la integración efectiva de las TIC con el fin de promover el conocimiento y el desarrollo de habilidades de pensamiento, y que emplee métodos

de enseñanza como la resolución de problemas o la elaboración de proyectos que sean significativos en la vida personal y social del alumno.

Técnicas, instrumentos y validación

Teniendo en cuenta lo anterior, se han elegido tres técnicas para recolectar la información: encuesta, observación sistemática y entrevista semiestructurada. Así, de las encuestas se seleccionó como instrumento los cuestionarios de preguntas abiertas y cerradas que “consisten en un conjunto de preguntas respecto a una o más variables a medir o evaluar” (Hernández et al., 2007, p.196). Estos se utilizan en diferentes momentos de la investigación, en especial al comienzo para diagnosticar el estado de las habilidades de probabilidad e incertidumbre de los estudiantes y nuevamente al final, después de la implementación del Ambiente B-learning.

Los cuestionarios están diseñados con preguntas de selección múltiple con cuatro opciones de respuesta y también con preguntas abiertas, donde el estudiante tiene que escribir la posible solución a la situación presentada. Esta combinación permite obtener información más descriptiva de como abordan los estudiantes las situaciones problema y como eligen la opción correcta para resolverlo.

La segunda técnica, denominada observación sistemática, consiste en el registro metódico y ordenado de comportamientos, relaciones, ambientes o sucesos. Para realizar este tipo de observación se recomienda seguir ocho pasos fundamentales:

1. Definir con precisión el universo de aspectos, eventos o conductas a observar.
2. Extraer una muestra representativa de aspectos, eventos o conductas a observar.
3. Establecer y definir las unidades de observación.
4. Establecer y definir las categorías y subcategorías de observación.
5. Seleccionar a los observadores.
6. Elegir el medio de observación.

7. Elaborar las hojas de codificación.
8. Realizar los análisis apropiados. (Hernández et al., 2007)

Sin embargo, en esta investigación no se realizó con tanto rigor. El proceso fue realizado por el investigador en el aula de clase o de informática, desempeñando un papel de participante, de forma directa y sistemática.

Éste se efectuó teniendo como base las categorías de análisis y los objetivos de la investigación. Además, se acudió a otros apoyos para recolectar información valiosa, como grabar algunos apartados de las sesiones en video, tomar fotos, las guías de trabajo, y diálogo con los estudiantes. Vale la pena aclarar, que los videos de las sesiones se utilizaron como insumos para recordar el desarrollo de las sesiones y observar las disposiciones de ellos frente a las tareas, los cuales no se presentan como instrumentos oficiales para la triangulación y análisis de los resultados.

Por último, como instrumento de la técnica de entrevista, se acude a la entrevista semiestructurada, que se basa en una guía de preguntas ya establecidas, a partir de la cual, el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información sobre los temas deseados.

Los guiones de las entrevistas semiestructuradas de los dos colegios, y la propuesta de prueba final en la plataforma, fueron revisados y validados por expertos para su posterior aplicación.

De otro lado, la utilización, en la mayoría de las sesiones de todos los estudiantes de la muestra en los dos colegios, evita la posibilidad de sesgo o manipulación de la información por parte de los investigadores. A su vez, la utilización de diversas técnicas e instrumentos para recoger la información fortalece la validez del trabajo, y permite realizar un buen proceso de triangulación.

Análisis de los instrumentos

De conformidad con las técnicas definidas anteriormente, se empieza con el análisis de los cuestionarios utilizados dentro de la investigación. Estos se utilizaron con frecuencia a lo largo de todo el Ambiente de Aprendizaje, desde la prueba diagnóstica inicial, seguido de una prueba en la plataforma sobre el fenómeno de los dados, el taller de extracción de balotas, la guía sobre la organización de la fiesta y cerrando con la prueba final.

Encuestas.

Cuestionario: prueba diagnóstica.

La prueba inicial o prueba diagnóstica, se aplicó en físico, de forma individual, a los estudiantes de la muestra de los dos colegios públicos seleccionados. Estaba compuesta de 10 preguntas, la mitad de selección múltiple y las restantes de preguntas abiertas. Este diseño se realizó teniendo en cuenta los trabajos de investigación de Halpern, (1998 y 2003), y Saiz, Nieto, y Orgaz, (2009), quienes propusieron test con esta característica para medir el desarrollo del pensamiento crítico y donde se incluían las habilidades de probabilidad e incertidumbre. A su vez, cada pregunta estaba asociada a las cinco situaciones problema, que se iban a desarrollar en el Ambiente de Aprendizaje. (ver anexo 1).

La escala para tabular las respuestas de los estudiantes a las preguntas abiertas fue: 3, si responde y justifica correctamente; 2, si responde bien, pero justifica mal; 1, si contesta de forma equivocada; y 0, si no responde. También se construye una lista de las justificaciones de los alumnos a cada una de las preguntas. Igualmente, en las preguntas cerradas se determinó el porcentaje de alumnos que respondieron de forma correcta e incorrecta.

De igual manera, este instrumento pretendía saber el estado actual de las habilidades de probabilidad e incertidumbre de los niños seleccionados, con relación a su aplicación para resolver situaciones problema, en contextos cercanos a ellos.

Cuestionario: evaluación sobre el juego de los dados.

El cuestionario sobre el juego de los dados se propuso al final de la sesión 3 virtual, y pretendía indagar sobre la comprensión de los estudiantes sobre el juego de los dados, después de interactuar con el laboratorio básica de azar, probabilidad y combinatoria, y realizar la simulación del lanzamiento de uno y dos dados más de mil veces.

Este instrumento se componía de ocho preguntas, las primeras siete de selección múltiple y la última una pregunta abierta que abordaba la situación central de esta sesión, que era dar respuesta a la situación problema del juego de la carrera de autos (ver anexo 2). Se tabuló de acuerdo a la frecuencia absoluta de cada respuesta, y la final, con una lista de las soluciones planteadas.

Taller sesión 4: extracción de balotas.

En la sesión 4, se propone un taller sobre el fenómeno de extraer balotas de una urna. Las dos primeras preguntas, indagaban sobre la Regla de Laplace, a partir de colorear las balotas correspondientes para que respondieran a la pregunta dada. La siguiente pregunta indagaba sobre un problema clásico de la probabilidad, el cual involucra comparar dos urnas equiprobables, y escoger cuál de las dos tiene mejores posibilidades. Finalmente, la pregunta cuatro, tenía como objetivo revisar la aplicación de la Regla de Laplace al experimento de sacar una balota de una urna (ver anexo 3).

La escala para analizar los resultados obtenidos, se basó en asignar uno si la respuesta es correcta y cero si no lo es. Esta fue aplicada para las preguntas uno, dos y cuatro. Para la pregunta tres, se estableció la misma escala del 0 al 3, utilizada en la prueba diagnóstica.

Por su parte, el taller pretendía acercarse al desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre de los estudiantes al abordar situaciones de extracción de balotas simples; como a su vez, confirmar las dificultades de ellos para comparar dos situaciones equiprobables, como en la tercera pregunta.

Guía sesión 6: Organizar una fiesta.

La guía de la sesión 6, sobre la situación problema de organizar una fiesta, está dividida en tres componentes. El primero, hace referencia a organizar la información proporcionada por la encuesta virtual, en tablas de frecuencia absoluta. El segundo, tiene relación con dibujar diagramas de barras a partir de la información de la encuesta. Y el tercero, son siete preguntas abiertas, donde el estudiante tiene que interpretar y analizar la información recogida, para tomar las decisiones correctas en aras de organizar la fiesta (ver anexo 4).

Así, las escalas definidas para la elaboración de las tablas de frecuencias y los diagramas de barras tuvieron en cuenta tres niveles: correcta, más del 50% y menos del 50%. En la misma dirección, para el tercer componente de análisis e interpretación de la información, se tabuló de acuerdo al porcentaje de acierto o desacierto en cada una de las preguntas.

De igual manera, el objetivo de este instrumento era comprobar el nivel de aciertos en los procesos de traducción de una lista de información a una tabla o un diagrama de barras, y obtener información sobre el grado de interpretación y análisis que tienen los estudiantes, como insumos para resolver el problema de organizar la fiesta.

Cuestionario: Prueba final.

La prueba final, se realizó desde las plataformas virtuales de Moodle y Schoology, para los colegios CF y AG, respectivamente, con un vínculo para acceder a un formulario de google forms¹⁰. Este instrumento estaba diseñado de la misma forma que la prueba diagnóstica, con preguntas abiertas y cerradas, abordando las cinco situaciones problema desarrolladas en el Ambiente B-learning (ver anexo 5). Además, se utilizaron videos e imágenes, para brindarle información a los alumnos, más interactivo y visualmente más llamativo para ellos. Por ejemplo, para la pregunta

¹⁰ <http://goo.gl/forms/wjeaSpG7OY5bIEvg2>

abierta sobre la carrera de autos se elaboró un video que mostraba la carrera de autos simulada en el programa Scratch¹¹, donde los autos se desplazaban de acuerdo a los resultados de los datos.

Asimismo, las escalas utilizadas fueron similares a las aplicadas a la prueba diagnóstica, con la ventaja de que todas las respuestas tanto abiertas como cerradas quedan almacenadas, lo que facilita mucho la organización y análisis de la información.

Igualmente, esta prueba final pretendía dar cuenta de las habilidades de probabilidad e incertidumbre de los estudiantes de la muestra, después de haber participado en el Ambiente de Aprendizaje. También, la manera de presentarla tenía como finalidad generar una mayor disposición de los niños para realizar la prueba, e involucrarse realmente en las diferentes situaciones planteadas, las cuales ya se habían abordado en el Ambiente.

Observación sistemática.

La técnica de observación sistemática, se utilizó en algunas sesiones con el fin de indagar sobre los razonamientos de los alumnos frente a algunas situaciones problema, como a su vez prestar atención a las disposiciones de ellos frente a las diferentes actividades. Los instrumentos utilizados fueron: lluvia de ideas; guía: sucesos posibles, imposibles y seguros; guía: la carrera de autos y combinatoria con frutas en el laboratorio.

Lluvia de ideas.

El instrumento denominado lluvia de ideas, fue creado para conocer las ideas preliminares o preconceptos que tenían los estudiantes en el momento de abordar una situación problema (ver anexo 6). Las respuestas dadas por ellos sirvieron de punto de partida para rediseñar las actividades que se les iban a presentar a los alumnos. También ayudó a entender las nociones que estaban presentes y las dificultades de lectura e interpretación de las situaciones problema en ellos.

¹¹ Scratch es un lenguaje de programación que facilita crear historias interactivas, juegos y animaciones, y compartir sus creaciones con otras personas en la Web.

Guía: sucesos posibles, imposibles y seguros.

La guía titulada “sucesos posibles, imposibles y seguros”, estaba dividida en dos momentos. El primero, quería investigar sobre la clasificación que hacían los niños de los juegos de azar, de habilidad o estrategia. Y el segundo, indagaba sobre la identificación de sucesos posibles, imposibles y seguros, a partir de la observación de unos videos (ver anexo 7).

Las escalas utilizadas para registrar los resultados obtenidos, se centraba en los porcentajes de éxito en las dos clasificaciones, y en algunas de las justificaciones que ofrecían los alumnos de su escogencia. Es así, como esta guía no da información muy valiosa de cómo los niños clasifican y reconocen los tres sucesos estudiados.

Guía: la carrera de autos.

La guía denominada la carrera de autos, se diseñó e implementó con el objetivo de recoger información de los resultados de las carreras que hacían los niños en el aula de clases con uno y dos dados. Para después, formular la pregunta ¿cuál es el número que tiene más posibilidades de ganar? (ver anexo 8)

Las tablas diligenciadas por los estudiantes, dejaban percibir si los alumnos realizaron el juego correctamente y cuáles fueron los números que ganaron con más frecuencia. También, las respuestas de ellos, a la pregunta mencionada en el párrafo anterior, mostró los alcances del juego frente a la comprensión del experimento de lanzar uno y dos dados.

Combinatoria con frutas en el laboratorio.

El instrumento titulado “combinatoria con frutas en el laboratorio”, fue una matriz con cinco columnas y los nombres de todos los estudiantes, que se utilizó en la sesión 5, cuando los estudiantes estaban realizando los ejercicios de combinatoria con frutas, dentro del laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria (ver anexo 9).

La intención de esta matriz, era registrar de manera personalizada el avance de los alumnos en los diferentes ejercicios de combinatoria, ya que el aplicativo no podía guardar los resultados de cada uno. Esta información recolectada, fue de gran ayuda para sustentar el éxito de los alumnos para resolver esta situación problema.

Entrevista semiestructurada

La entrevista semiestructurada se implementó al final del Ambiente de Aprendizaje, antes de la prueba final, con el fin de ahondar en los resultados obtenidos con los demás instrumentos, y conocer con más detalles los razonamientos de los niños frente a las diferentes situaciones abordadas y su experiencia con el de Ambiente B-learnig. Estas entrevistas se realizaron de forma individual a doce estudiantes del colegio AG, y al mismo número de alumnos, pero en parejas, en el colegio CF.

Guion de la entrevista.

El instrumento utilizado para la entrevista semiestructurada fue un guion preestablecido con las preguntas que el investigador quería realizar, pero siempre atento a formular contra preguntas o a profundizar en las respuestas dadas por los alumnos (ver anexos 10 y 11).

Así, el guion se dividió en seis partes, las cinco primeras referidas a las situaciones problema abordadas dentro del Ambiente de Aprendizaje, y la última concerniente a la experiencia del niño en éste. Todas las entrevistas se grabaron en audio o video, y se transcribieron de forma literal. A su vez, se categorizaron las respuestas haciendo uso del programa QDA miner 4 lite¹², en el cual se pueden segmentar las entrevistas de acuerdo con las categorías y subcategorías seleccionadas.

¹² Software para el análisis de datos cualitativos.

Para presentar los testimonios de los estudiantes se utilizó la siguiente codificación: La letra E_n para referirse a los estudiantes del colegio CF, y la A_n para los del colegio AG, con valores de n de 1 a 12, que indicaba el número del estudiante entrevistado de cada institución.

Consideraciones éticas

A los padres de familia o acudientes de los estudiantes seleccionados de las dos instituciones educativas en las que se realizó la implementación, se les solicitó el consentimiento informado, es decir, una autorización firmada por quienes son representantes legales de los menores, de manera que estos pudieran participar en las actividades del ambiente de aprendizaje, se lograran obtener los registros necesarios y participaran en la aplicación de los instrumentos de recolección de la información. Este documento del consentimiento informado se puede ver en el anexo 12.

A su vez, se realizó una reunión de padres de familia y acudientes donde se socializaron los objetivos del proyecto de investigación y sus alcances: además, se hizo énfasis en la confidencialidad de la información recogida.

Finalmente, otro de los requisitos que se cumplieron para llevar a cabo la investigación, consistió en la autorización que los rectores de los colegios respectivos firmaron, para que se permitiera la intervención educativa a través del desarrollo del ambiente de aprendizaje propuesto y la recolección de la información que se requería (ver anexo 13).

Ambiente B-learning

Justificación

El Ambiente del Aprendizaje que se presenta a continuación y que lleva por título "Exploremos la Probabilidad", tiene como propósito incidir en el fortalecimiento y desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre que hacen parte del pensamiento crítico (Halpern, 2003), en estudiantes de 10 a 12 años de primaria de dos instituciones educativas distritales. El desarrollo de estas habilidades de pensamiento se hace posible si se vinculan con las habilidades de resolución de problemas y toma de decisiones.

La modalidad que se propone para este Ambiente de Aprendizaje, es el B-learning, teniendo en cuenta para su definición, tanto las características de la población o público objetivo, como el contexto de los dos colegios públicos en los que se realizó la implementación.

De este modo, las sesiones diseñadas presentan un componente presencial y un componente virtual mediante el empleo de herramientas tecnológicas y recursos digitales dispuestos en las plataformas Moodle y Schoology en los colegios CF y AG respectivamente. En donde se proponen actividades y tareas que el estudiante puede realizar desde su casa, y que son tanto de afianzamiento de la sesión presencial desarrollada, como de preparación para la siguiente sesión.

Para implementar este ambiente de aprendizaje se seleccionaron dos plataformas: Moodle y Schoology. La primera se utilizó en el colegio CF aprovechando que era la plataforma utilizada por el colegio para la elaboración de cursos virtuales. Moodle se define como una “plataforma de aprendizaje diseñada para proporcionarle a educadores, administradores y estudiantes un sistema integrado único, robusto y seguro para crear ambientes de aprendizaje personalizados” (Moodle, 2016, párr.1).

La segunda plataforma, Schoology, se aplicó en el colegio AG, ya que en el momento de la implementación el colegio no contaba con la plataforma Moodle habilitada, y por lo tanto fue

seleccionada por su dinamismo, fácil acceso y un entorno atractivo para los estudiantes de 10 a 12 años. Schoology se define como “una plataforma gratuita de aprendizaje, sencilla y fácil de usar, pero también es una red social de docentes y estudiantes que comparten opiniones, recursos etc” (En marcha con las TIC, 2013, párr.1).

Es importante señalar que este Ambiente de Aprendizaje se fundamenta en el modelo pedagógico que establece el PEI de los dos colegios, que es el Aprendizaje Significativo.

De este modo, lo que se busca en este Ambiente B-learning es desarrollar las habilidades de probabilidad e incertidumbre a partir de la solución de diferentes problemas, en contextos cotidianos para los niños y especialmente a través del juego, haciendo uso de simuladores virtuales de experimentos aleatorios.

Objetivos

El objetivo general que se propone con este Ambiente de Aprendizaje es que los estudiantes de 10 a 12 años de las instituciones educativas distritales CF y AG puedan desarrollar las habilidades de probabilidad e incertidumbre a partir de la resolución de problemas, mediante el uso de las TIC.

Objetivos Específicos:

Los estudiantes de 10 a 12 años estarán en la capacidad de

- Identificar situaciones aleatorias y deterministas, indicando cuándo un suceso es posible, imposible o seguro.
- Realizar experimentos aleatorios con simuladores virtuales para determinar la probabilidad de ocurrencia de algunos sucesos.
- Utilizar la regla de Laplace, para determinar la probabilidad de eventos sencillos, con base en la observación de los posibles resultados de un experimento aleatorio.

- Estimar la probabilidad de algunos sucesos a partir de la interpretación de tablas y gráficas de frecuencia.
- Formular y comprobar posibles soluciones a situaciones de azar, a partir de la experimentación y simulación mediante el uso de las TIC.
- Resolver problemas que involucren situaciones de probabilidad e incertidumbre con el apoyo de las TIC.

Descripción del ambiente de aprendizaje

Caracterización del público objetivo.

La población seleccionada y que se constituye en el público objetivo, tanto de la investigación como de la implementación del Ambiente de Aprendizaje mediado por TIC, corresponde a 39 estudiantes entre los 10 y 12 años que cursan educación básica en la jornada de la tarde tanto en el colegio AG de la localidad de Ciudad Bolívar, como en el colegio CF de la localidad de Fontibón.

Este grupo de estudiantes de acuerdo con su rango de edades, se encuentran en la transición entre los estadios del pensamiento concreto y el pensamiento formal, según Piaget (citado por Gerrid y Zimbardo, 2005), los niños de esas edades en su desarrollo cognitivo, se encuentran en la etapa de las operaciones concretas, caracterizada por la posibilidad de utilizar operaciones mentales para resolver problemas concretos.

Rol del docente y del estudiante en el ambiente de aprendizaje.

Los roles tanto del docente como del estudiante cambian de manera drástica en el diseño de un ambiente de aprendizaje centrado en el estudiante. De esta manera, el docente da un papel protagónico al alumno en la construcción de su aprendizaje, tiene que ser consciente de los logros que consiguen ellos, es un guía, un tutor, un facilitador del aprendizaje que acude a los alumnos

cuando lo necesitan y les ofrece información cuando la requieren. El papel principal del docente es ofrecer a los alumnos diversas oportunidades de aprendizaje, ayudarlos a pensar críticamente orientando sus reflexiones y formulando cuestiones importantes.

El estudiante por su parte tiene que asumir su responsabilidad ante el aprendizaje, trabajar con diferentes grupos gestionando los posibles conflictos que surjan, tener una actitud receptiva hacia el intercambio de ideas con los compañeros, compartir información y aprender de los demás, ser autónomo en el aprendizaje (buscar información, contrastarla, comprenderla, aplicarla, etc.), saber pedir ayuda y orientación cuando lo necesite, y disponer de las estrategias necesarias para planificar, controlar y evaluar los pasos que lleva a cabo en su aprendizaje.

Presentación del Ambiente B-learning.

El Ambiente de Aprendizaje que se implementó con los estudiantes de 10 a 12 años, comenzó con una prueba diagnóstica sobre las habilidades de probabilidad e incertidumbre que poseen los estudiantes para resolver problemas que contienen un componente aleatorio, y sobre las competencias que tienen en relación con el uso y conocimiento de las TIC.

El resultado de esta prueba permitió definir el grado de dificultad de las actividades que se les presentarían a los estudiantes y qué clase de herramientas TIC se podrían trabajar con ellos. Sin embargo, a partir del conocimiento de los estudiantes de los dos colegios distritales y de algunas indagaciones previas, se pudo evidenciar que las niñas y niños que conformaban la población, no han tenido un contacto explícito con situaciones de aleatoriedad en sus grados anteriores.

Para comenzar, se realizó una sesión introductoria del Ambiente de Aprendizaje, donde se les socializó a los alumnos los objetivos de la investigación, el uso de las plataformas Moodle o Schoology, y las dinámicas tanto presenciales como virtuales en las que ellos participarían.

En la primera sesión, comenzando con las ideas intuitivas que tienen los estudiantes sobre aleatoriedad y utilizando videos, tests, dibujos, entre otros, se buscó consolidar los conceptos de

eventos deterministas y probables, de tal forma que ellos diferencien claramente los sucesos seguros, posibles e imposibles en diferentes contextos cercanos.

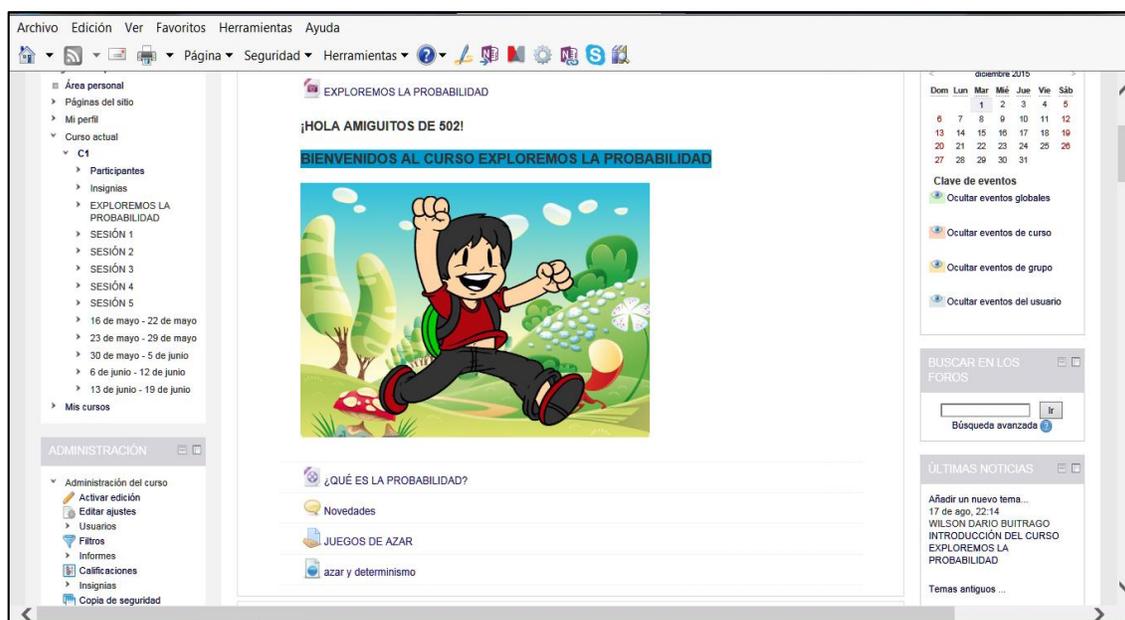


Figura 10. Curso Exploremos la Probabilidad aula virtual del colegio CF. Fuente: Aula virtual Moodle.

De igual manera, las actividades propuestas para los estudiantes en las plataformas seleccionadas, buscaron siempre reforzar lo aprendido en la sesión anterior y prepararlo a la sesión siguiente; esto con el fin de que ellos se mantuvieran conectados con el Ambiente de Aprendizaje (ver figuras 10, 11 y 12).



Figura 11. Curso Exploremos la Probabilidad plataforma Schoology colegio AG. Fuente: Aula virtual Schoology.



Figura 12. Sesión 1 dispuesta en el aula virtual del colegio CF. Fuente: Aula virtual Moodle.

Asimismo, en el ambiente “Exploremos la probabilidad” implementado en el colegio AG en la plataforma Schoology, incluyó algunos videos tutoriales para orientar al estudiantes de cómo realizar las actividades en el laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria de Juan García (ver figura 13).



Figura 13. Sesión 3 en Schoology para el colegio AG. Fuente: Aula virtual Schoology.

Las sesiones desde la segunda hasta la sexta, plantearon a los educandos tres situaciones problemas a saber: una carrera de autos con dados, una rifa con balotas, y la escogencia de algunos elementos para organizar una fiesta del día de los niños.

Así, cada situación incorporaba algunas herramientas tecnológicas como software, Moodle, Schoology, simuladores virtuales como el laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria (ver figuras 14 y 15), así como videos, recursos interactivos y gráficas; que le permitieron al estudiante dar una solución más acertada a los problemas planteados, con un buen nivel de justificación.



Figura 14. Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria. Fuente: (García, 2010).

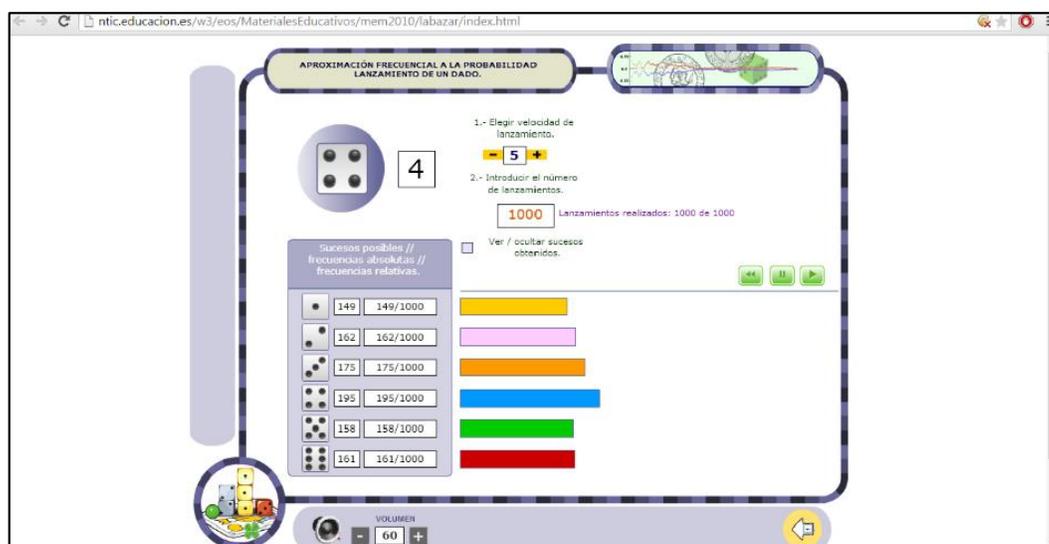


Figura 15. Actividad del lanzamiento de un dado tomada del laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria. Fuente: (García, 2010).

Finalmente, se realizó un segundo test, para observar las habilidades de probabilidad e incertidumbre utilizadas por los estudiantes al momento de resolver problemas con un componente de aleatoriedad o incertidumbre. Estos resultados se socializaron con los estudiantes con el fin de

determinar la incidencia o la contribución del Ambiente implementado en el desarrollo de las habilidades objeto de estudio.

Actividades del ambiente de aprendizaje

Sesiones del ambiente de aprendizaje.

A continuación, se muestra en la figura 16 la secuencia de las sesiones del ambiente de aprendizaje implementado. Se observa que éste comienza y finaliza con una prueba, esto con el fin de contrastar los resultados obtenidos por los estudiantes antes y después de interactuar con el ambiente de aprendizaje. Asimismo, para tener equidad en el proceso, se intercalan sesiones presenciales y virtuales.



Figura 16. Secuencia de las sesiones del ambiente de aprendizaje: Exploremos la Probabilidad. Fuente: Elaboración propia.

También, se presenta el diseño de cada una de las sesiones del ambiente B-learning “Exploremos la Probabilidad”, sus objetivos específicos, la descripción de sus actividades y los recursos requeridos (ver figuras 17 a 22).

SESIÓN 1: SUCESOS POSIBLES, IMPOSIBLES Y SEGUROS		
Objetivo específico	Descripción de las actividades	Recursos
Identificar situaciones aleatorias y deterministas, indicando cuándo un suceso es posible, imposible o seguro.	<p>Presencial</p> <p>El taller se desarrolla en grupos de dos a tres estudiantes y consta de dos partes. En la primera parte, el docente presenta una serie de diapositivas que muestran juegos conocidos por ellos, para identificar cuáles se basan solo en el componente aleatorio y se denominan de azar, cuáles se basan en la habilidad o estrategia del jugador para ganar, y cuales presentan una mezcla del componente aleatorio y de la habilidad o estrategia del jugador.</p> <p>En la segunda parte, se proyecta una serie de 10 videos cortos que corresponden a diferentes clases de sucesos. Cada video se pausa antes del desenlace de cada situación con el fin de que los estudiantes identifiquen cuales son los sucesos posibles, seguros o imposibles, explicando sus respuestas.</p>	<p>Aula con video beam, diapositivas de los juegos, videos de los sucesos y guía de trabajo para los estudiantes.</p> <p>En el aula virtual: videos tutoriales explicativos y juegos interactivos.</p>
	<p>Virtual</p> <p>En la plataforma, los estudiantes ingresan a videos tutoriales explicativos y varios materiales educativos digitales que presentan juegos interactivos, por medio de los cuales afianzarán los conocimientos aprendidos en la sesión presencial, para identificar diferentes clases de sucesos, definirlos y clasificarlos.</p>	 

Figura 17. Sesión 1: sucesos posibles, imposibles y seguros. Fuente: elaboración propia.

SESIÓN 2: EL JUEGO “LA CARRERA DE AUTOS CON DADOS”

Objetivo específico	Descripción de las actividades	Recursos
<p>Realizar experimentos aleatorios con dados para determinar la probabilidad de ocurrencia de algunos sucesos.</p>	<p>Presencial</p> <p>La sesión comienza con la presentación del problema, para que en grupos de 5 o 6 integrantes lo aborden a partir de sus conocimientos previos y plasmen sus preconcepciones en un formato denominado “lluvia de ideas”. Posteriormente, en los mismos grupos se realizan los juegos de carreras de autos con un dado inicialmente, y luego, con dos dados. Los resultados de cada carrera se registran en una tabla de frecuencias absolutas, y se responden preguntas para tratar de dar una solución inicial o preliminar al problema.</p>	<p>Aula con video beam, formato “lluvia de ideas”, tableros de las pistas de las carreras de autos, dados, carros en miniatura, guía en grupo para el registro de los resultados de las carreras con uno y dos dados.</p>

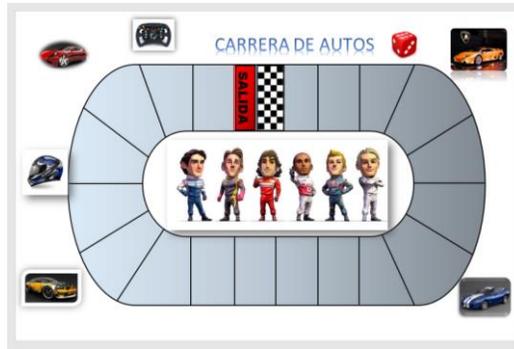


Figura 18. Sesión 2: La carrera de autos con dados. Fuente: elaboración propia.

SESIÓN 3: SIMULACIÓN CON UNO Y DOS DADOS.

Objetivo específico	Descripción de las actividades	Recursos
<p>Realizar experimentos aleatorios con simuladores virtuales de dados para determinar la probabilidad de ocurrencia de algunos sucesos.</p>	<p>Virtual</p> <p>La sesión comienza cuando cada estudiante ingresa a la plataforma virtual y luego al laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria. En la sección que corresponde al juego de los dados, el estudiante realiza varios experimentos con uno y dos dados, que se pueden configurar para hacer hasta 1000 lanzamientos. Las frecuencias de los resultados de dichos experimentos se muestran en gráficas de barras. A partir de los resultados de estos experimentos y de lo que el estudiante observe en el espacio muestral para el lanzamiento de uno y dos dados, se construye la solución final para el problema formulado en la sesión 2.</p> <p>Al final de la sesión 3, cada estudiante presenta una prueba basada en un cuestionario de 10 preguntas de selección múltiple, a través de la plataforma, que indagan sobre la comprensión de los experimentos realizados con uno y dos dados.</p>	<p>En el aula virtual: videos tutoriales para explicar las instrucciones de la actividad en la sesión virtual, imagen del espacio muestral para uno y dos dados, laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria, para realizar los experimentos.</p> 

Figura 19. Sesión 3: Simulación con uno y dos dados. Fuente: elaboración propia.

SESIÓN 4: EXTRACCIONES DE BALOTAS

Objetivo específico	Descripción de las actividades	Recursos
<p>Aplicar la regla de Laplace, para determinar la probabilidad de eventos sencillos, en experimentos de extracciones.</p>	<p>Presencial</p> <p>Para comenzar la sesión, el docente realiza un momento de institucionalización en el que explica a los estudiantes el modo clásico de cuantificar probabilidades aplicando la regla de Laplace. Luego se dan las indicaciones, para que entre dos estudiantes se desarrolle una guía que contiene cuatro problemas de extracciones de balotas de diferentes colores, con el fin de resolverlos haciendo los experimentos físicos y estimando las probabilidades a partir de las frecuencias de los resultados, o a partir de la construcción del espacio muestral de cada experimento aleatorio.</p> <p>Virtual</p> <p>A través de una herramienta dispuesta en el aula virtual: simulador de extracciones de balotas, cada estudiante tiene la posibilidad de hacer múltiples experimentos de extracciones, observar frecuencias y cuantificar probabilidades, aplicando la regla de Laplace.</p>	<p>Aula con video beam, urnas con pimpones de diferentes colores, guía de 4 problemas de extracciones para resolver entre dos estudiantes.</p> <p>En el aula virtual: simulador de extracciones, laboratorio de azar probabilidad y combinatoria, video tutorial que explica la regla de Laplace y su aplicación.</p>

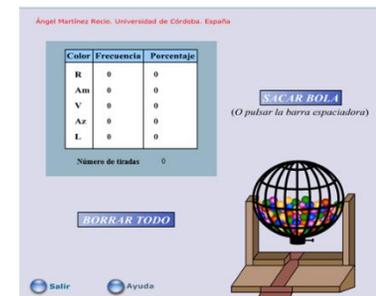


Figura 20. Sesión 4: Extracciones de balotas. Fuente: elaboración propia.

SESIÓN 5: COMBINANDO ELEMENTOS

Objetivo específico	Descripción de las actividades	Recursos
Identificar todos los casos posibles de un experimento aleatorio a partir de la combinación de elementos.	<p>Presencial</p> <p>La sesión comienza planteando un problema, en el que se requiere que el estudiante, a partir de 6 fichas de diferente color, puede hacer diferentes tipos de combinaciones. Primero, el alumno debe hallar todos los casos posibles si se combinan dos colores sin que se repitan y sin importar el orden; y segundo, debe combinar tres colores sin que se repitan y sin importar el orden, y hallar todos los casos posibles para ese arreglo.</p> <p>Virtual</p> <p>En el laboratorio virtual de azar y probabilidad, el estudiante ingresa a la sección de combinatoria para realizar varias actividades en las que se tienen que hacer ejercicios de combinaciones y permutaciones de frutas en un número limitado de platos. Luego de desarrollar los ejercicios de combinaciones, se propone al estudiante aplicar el principio de la regla de Laplace para cuantificar la probabilidad de un suceso, a partir de la observación de todas las combinaciones posibles para cada experimento, es decir el espacio muestral.</p>	<p>Fichas de diferente color en cartulina, guía en papel para hacer las combinaciones, pegante. Bolsa y fichas plásticas de diferente color para hacer las extracciones.</p> <p>En el aula virtual: laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria.</p>

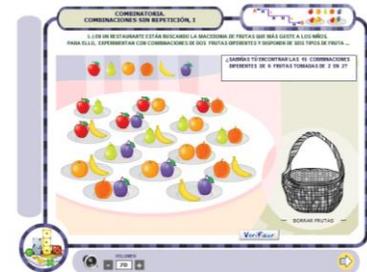


Figura 21. Sesión 5: Combinando elementos. Fuente: elaboración propia.

SESIÓN 6: ORGANIZAR UNA FIESTA

Objetivo específico	Descripción de las actividades	Recursos
<p>Estimar la probabilidad de algunos sucesos a partir de la interpretación de tablas y gráficas de frecuencia.</p>	<p>Presencial</p> <p>Inicia con el planteamiento de un problema de incertidumbre, relacionado con la organización de una fiesta del día de los niños en el colegio, para que resulte exitosa. Luego se organiza el curso en grupos de 4 integrantes, a quienes se les suministraron los resultados de una encuesta de preferencias de los niños de primaria sobre comida, bebida y música favorita.</p> <p>Virtual</p> <p>Con la información recolectada, los estudiantes organizan la información en tres tablas de frecuencias, con el fin de elaborar las gráficas de barras respectivas por medio de una herramienta tecnológica dispuesta en la plataforma. Finalmente, los estudiantes estiman probabilidades sobre los resultados que muestran las gráficas y construyen la solución al problema de incertidumbre, que es socializada por cada grupo a los demás compañeros a través del foro del aula virtual.</p>	<p>Aula con video beam, encuestas para los estudiantes sobre sus preferencias de comida, bebida y música.</p> <p>En el aula virtual: archivos de las tablas de frecuencias de los resultados de las encuestas, herramienta tecnológica para la elaboración de gráficas de barras.</p> <div data-bbox="1570 841 1852 1101" data-label="Figure"> <p>1. ¿Cuál es el tipo de música que tendría más probabilidad de aceptación? ¿Por qué?</p> </div>

Figura 22. Sesión 6: Organizar una fiesta. Fuente: elaboración propia

El proceso evaluativo en el Ambiente de Aprendizaje

El proceso evaluativo en el ambiente de aprendizaje “Exploremos la Probabilidad” está en coherencia con el modelo pedagógico de las dos instituciones educativas distritales (Aprendizaje Significativo), y el modelo evaluativo de Pedro Ahumada Acevedo (2001), que presenta las siguientes características:

- Ser una evaluación que integre las funciones: diagnóstica, sumativa y formativa.
- Que atienda más el proceso de aprendizaje seguido por el estudiante que solo los resultados o productos finales.
- Que valore la importancia de la realimentación en el proceso evaluativo.
- Constituirse en una evaluación que parta de los conocimientos previos de los estudiantes.
- Que observe si el estudiante pudo integrar de manera significativa el nuevo conocimiento a su estructura cognitiva, de modo que pueda aplicar dicho conocimiento en diferentes situaciones o contextos y encuentre una aplicabilidad para ellos en su vida cotidiana.
- Que tenga en cuenta en la evaluación los contenidos declarativos, procedimentales y actitudinales.
- Que considere la evaluación de los conocimientos implícitos, que son transversales, es decir, las destrezas y habilidades.

Si bien, al evaluar el desempeño del estudiante en este ambiente B-learning se parte de unos objetivos de aprendizaje que se van presentando por sesión, no se circunscribe al alcance de los mismos al final de la implementación del ambiente de aprendizaje, sino que se tienen en cuenta otros factores de orden cualitativo como: el proceso de construcción de conocimiento o de desarrollo de las habilidades que llevaron a cabo los estudiantes, sus ritmos y estilos de aprendizaje, su interacción con los recursos educativos digitales dispuestos en la plataforma, su nivel de

participación, su capacidad para trabajar de manera colaborativa, y su grado de motivación y de disposición para aprender.

En este sentido, es importante enfatizar que la evaluación que se plantea en este Ambiente de Aprendizaje para los estudiantes, es de carácter diagnóstica formativa, debido a que su propósito no es únicamente calificar productos, tareas o actividades que los estudiantes realicen o presenten, sino también evaluar el proceso vivido por ellos en las sesiones presenciales y virtuales, a partir de la observación directa, la retroalimentación constante y el diálogo permanente, bien sea en persona o a través del aula virtual del colegio en la que se encuentra inscrito. Asimismo, la evaluación presenta tres momentos de aplicación: un momento inicial, un momento procesual y un momento final. (Pons & Serrano, 2012).

Prueba piloto del Ambiente de Aprendizaje “Exploremos la Probabilidad”

Para la realización de la prueba piloto del Ambiente de Aprendizaje “Exploremos la Probabilidad” se seleccionó el Colegio distrital El Japón, que se encuentra ubicado en la Localidad 8ª de Kennedy en el sector de Kennedy central. Además, la población de esta institución son niños y jóvenes de estratos 1, 2 y 3, que viven en su gran mayoría cerca al colegio, que tienen fácil acceso al Internet, y usan celulares.

En particular, los niños seleccionados están entre los 10 y 12 años de edad, que coincide con el estadio de desarrollo cognitivo de operaciones concretas y comenzando el estadio de las operaciones formales según Jean Piaget (citado por Gerrid y Zimbardo, 2005). A su vez, en este grado, se ha detectado que a los estudiantes les gustan mucho los juegos de video, los computadores y el Internet. Asimismo, presenta muchos vacíos en el pensamiento aleatorio, ya que estas temáticas casi no se abordan en la educación primaria, dando mayor énfasis, a los pensamientos numérico y métrico.

Lo anterior permite confirmar que los estudiantes de 10 a 12 años de este colegio presentan bastantes similitudes, con la población de la misma edad de los colegios públicos donde se va a realizar la implementación definitiva del Ambiente, a saber: AG y CF. A su vez, esta institución cuenta con la infraestructura, en relación con la inclusión de las TIC en los procesos académicos, ya que cuenta con 2 aulas de informática, internet y la plataforma Moodle. Por tal motivo, se eligió al curso 503 de la jornada mañana para realizar el pilotaje.

En el curso 503 se implementó una prueba diagnóstica, la sesión 1 sobre sucesos seguros, posibles e imposibles, la sesión 2 y 3 que abordó el juego de la carrera de autos, tanto en el salón de clase como en la plataforma virtual.

Prueba diagnóstica

La prueba diagnóstica se aplicó a 32 estudiantes del curso 503, cuyo objetivo era: Identificar y analizar el nivel de desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre antes de implementar el Ambiente de Aprendizaje "Exploreemos la Probabilidad".

Esta prueba estaba dividida en dos partes. La primera constaba de cinco situaciones problemas que debían responder los estudiantes de forma abierta, y la segunda estaba constituida de las mismas cinco situaciones, con la diferencia que se les proporcionaban a los estudiantes 4 opciones de respuesta, de la cual debían escoger la opción correcta.

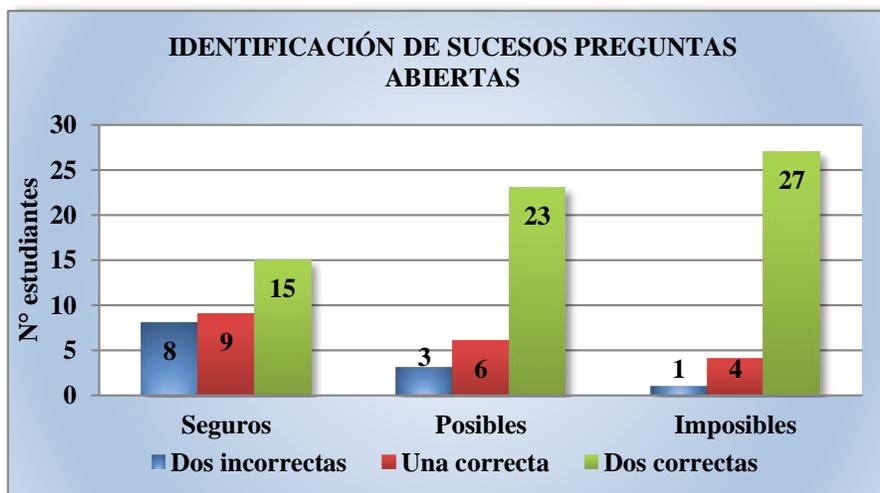


Figura 23. Identificación de sucesos pregunta abierta prueba diagnóstica. Fuente: prueba piloto diagnóstica.

La figura 23, muestra que a los estudiantes les resultó más fácil identificar, en primer lugar, los sucesos imposibles y en segundo lugar los sucesos posibles. Asimismo, menos de la mitad de los alumnos identificaron los sucesos seguros, y 8 de ellos no los identificó correctamente.

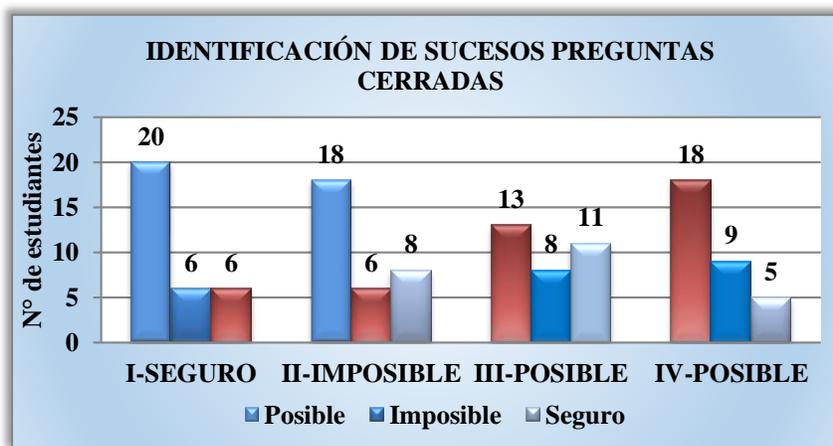


Figura 24. Identificación de sucesos pregunta cerradas prueba diagnóstica. El color rojo indica la respuesta correcta. Fuente: prueba piloto diagnóstica.

De igual manera, al analizar las respuestas de los estudiantes frente a las preguntas cerradas de la misma situación (ver figura 24), se confirma que la mayoría de ellos identifican como sucesos posibles las situaciones planteadas, siendo las opciones de sucesos imposibles y seguros menos seleccionadas. Esto ratifica la dificultad de los alumnos en la identificación de sucesos seguros,

como lo afirma Fischbein, Nello, y Marino (1991) que para muchos niños, el concepto de suceso seguro es más difícil de comprender que el de suceso probable.

Sin embargo, en la pregunta *II-imposible* que presentaba un suceso imposible (ver figura 24), sólo 6 estudiantes de 32 lograron identificarlo, resultado que contrasta con la identificación de los mismos sucesos en las preguntas abiertas, que fueron 27 alumnos que lograron dar ejemplos de estos.

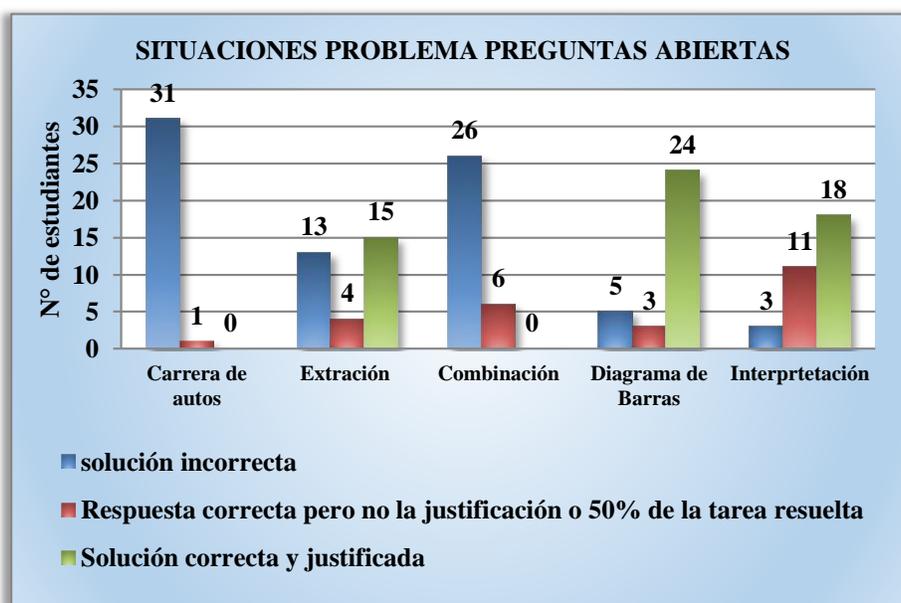


Figura 25. Solución de situaciones problemas en preguntas abiertas, pilotaje. Fuente: prueba piloto diagnóstica.

La figura 25, muestra el consolidado de las respuestas de los estudiantes a diferentes situaciones problemas, donde ellos tenían que dar una posible solución y explicar su decisión. Se puede apreciar que la situación de la carrera de autos, obtuvo un resultado negativo en la totalidad de ellos. Sólo un estudiante propuso la solución correcta, pero la explicación que dio no era coherente. Esto demuestra, que los estudiantes de 10 a 12 años no han tenido la experiencia de analizar y estudiar el fenómeno aleatorio de lanzar dados, aunque todos han jugado con ellos. A su

vez, se comprueba que los alumnos tienen una *intuición primaria*¹³ sobre este juego, cuando creen que al lanzar un dado todas las caras tienen la misma probabilidad de salir, y lo extrapolan para el caso de dos dados (Fischbein, 1987).

También se observa que la situación de combinatoria obtuvo un porcentaje alto de resultados incorrectos ($\frac{26}{32} = 81.25\%$), esto indica que el razonamiento combinatorio presenta dificultad en los niños a temprana edad, cuando no se ha realizado un proceso explícito de formación.

En la figura 25, también se puede ver que 19 estudiantes resolvieron correctamente la situación de extracción, aunque 4 no la justificaron correctamente. Esto reafirma la tesis de que los niños de estas edades pueden resolver problemas que impliquen comparación de probabilidades de un mismo suceso en dos experimentos diferentes sólo en situaciones donde, bien el número de casos favorables o el número de casos no favorables son iguales en ambos experimentos (Cañizares, 1997).

Finalmente, la elaboración de un diagrama de barras a partir de una información presentada en forma tabular tuvo éxito en un 75% de los casos y su interpretación en un 56.25% (ver figura 25). Este resultado no es sorprendente ya que el MEN y El ICFES en la prueba saber de grado 3° ya evalúan que los estudiantes “representen un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpreta lo que un diagrama de barras determinado representa” (ICFES, 2013, p.70). Se esperaba que los porcentajes de acierto de estas situaciones fuera mayor que el obtenido en esta prueba, debido a que son estudiantes de 5° grado.

¹³ Las *intuiciones primarias* se adquieren directamente con la experiencia, sin necesidad de ninguna instrucción sistemática (Fischbein, 1987).

En la figura 26, se presenta el consolidado de los resultados de las cuatro preguntas de selección múltiple con única respuesta, que se aplicaron a los estudiantes, en el cual se indica el número de estudiantes que respondieron o no de forma correcta cada pregunta.

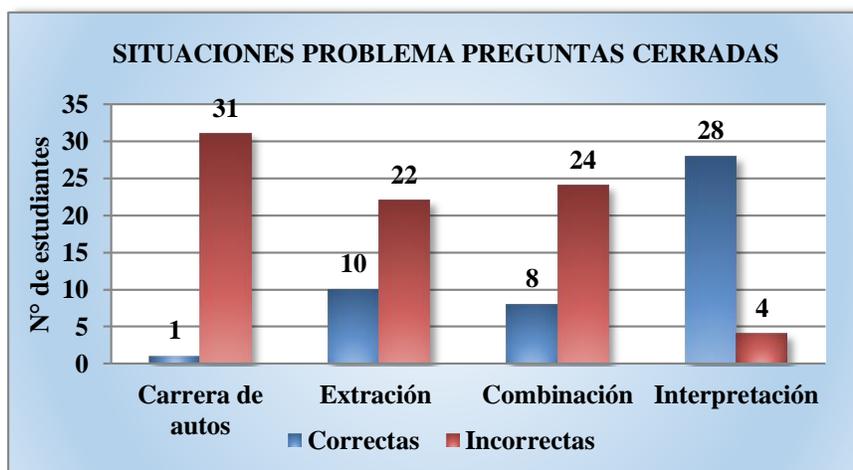


Figura 26. Solución de situaciones problemas en preguntas cerradas, prueba piloto diagnóstica. Fuente: prueba piloto diagnóstica

Los resultados obtenidos se asemejan mucho a los alcanzados por los estudiantes en la prueba de preguntas abiertas (Ver figura 26). Se comprueba la dificultad de ellos para analizar el fenómeno de lanzar dos dados, en la carrera de autos, las situaciones de combinatoria y de extracciones. Asimismo, se demuestra el éxito en la interpretación de diagramas de barras al obtener un porcentaje del 87,5. Esta similitud en los resultados de la prueba tanto de las preguntas abiertas como cerradas, en situaciones similares, garantiza de cierta medida la confiabilidad de la prueba.

Sesión introductoria del ambiente de Aprendizaje “Exploreemos la probabilidad”

Para presentar el Ambiente de Aprendizaje “Exploreemos la Probabilidad” a los alumnos del curso 503, se realizó de forma personalizada en grupos de 5 estudiantes, con un portátil, e indicándoles paso a paso como ingresar a la plataforma Moodle del colegio, al curso y se les asignó una actividad. Ésta consistía en realizar 5 juegos online y tomar los pantallazos de los resultados

de cada juego, luego en un documento de Word pegar los pantallazos y subirlo a la plataforma del curso.

La actividad anterior tenía como propósito evaluar si los alumnos lograban ingresar a la plataforma desde sus casas y realizar las actividades con éxito. Sin embargo, de los 30 estudiantes capacitados, solamente 15 ingresaron a la plataforma y de ellos únicamente 6 subieron el documento pedido con los pantallazos.

Al indagar con los estudiantes el por qué no ingresaron a la plataforma y realizaron la tarea, se encontró que algunos aludían que el documento de Word con las imágenes excedía en tamaño permitido por la plataforma, otros no recordaron el usuario y la contraseña de ingreso, y algunos no se acordaron como copiar el pantallazo. Estos resultados indican que esta sesión introductoria hay que hacerla con todos los alumnos en el aula de informática, para garantizar que ellos ingresen a la plataforma y orientarlos para la realización de la actividad.

Sesión 1: Sucesos posibles, imposibles y seguros.

La primera sesión presencial titulada: Sucesos posibles, imposibles y seguros, realizada con 32 estudiantes del curso piloto, tenía como objetivo diferenciar este tipo de eventos por medio de la observación y comprensión de diferentes situaciones (ver figura 17).

Con respecto a la primera actividad, de los 32 estudiantes organizados por parejas, 28 de ellos realizaron el ejercicio completo de clasificación de los juegos presentados en las diapositivas. De los 15 grupos que llevaron a cabo la actividad de clasificación, únicamente un grupo clasificó la totalidad de los juegos presentados, esto se debió a dos factores: que las reglas de algunos juegos no eran del todo conocidas para los niños y niñas del curso o porque no los habían jugado, según expresaron algunos estudiantes en la clase.

Con relación a los criterios que se debían tener en cuenta para clasificar los juegos, la mayor parte de los grupos cometieron pocos errores y manifestaron claridad para diferenciar aquellos

juegos en los que intervenía sólo el azar, a diferencia de aquellos en los que el resultado solo dependía de la estrategia o habilidad del jugador o una mezcla entre las dos situaciones.

Los resultados obtenidos de este ejercicio, muestran que la actividad planteada permite, al inicio de la sesión 1, una aproximación a la identificación del componente de azar, de estrategia o habilidad, o de la combinación de ambas, presente en una gran variedad de juegos que los estudiantes de este grado y de estas edades conocen. Por lo tanto, introducir a los niños en la identificación de sucesos aleatorios y deterministas, a través de la clasificación de los juegos es significativo para ellos.

Si bien la identificación de los sucesos a partir de los videos fue exitosa en la mayoría de los estudiantes, esta situación cambió cuando se requería que los niños, en parejas, elaboraran una explicación sobre la respuesta dada. En otros grupos, la clase de suceso seleccionado no correspondía con la explicación elaborada.

Por otra parte, entre 6 y 8 grupos que desarrollaron el ejercicio completo, presentaron mayores dificultades al momento de identificar y explicar un suceso seguro, debido a que requiere, para los niños, tener claridad en determinar la relación causa-efecto del fenómeno observado y poder así llevar a cabo una predicción (Piaget & Inhelder, 1975); en contraste con la definición de los sucesos posibles, que pudieron explicar con mayor facilidad.

Al finalizar los dos ejercicios de clasificación, tanto de los juegos como de los sucesos observados en video, se propuso a los estudiantes organizados en los mismos grupos que definieran los sucesos posibles, imposibles y seguros, de acuerdo con la experiencia obtenida de las actividades desarrolladas en la sesión. De este ejercicio de conceptualización se destaca que la mayoría de los grupos lograron una clara diferenciación entre los distintos tipos de sucesos.

Los resultados anteriores permiten establecer que las actividades de observación y clasificación de sucesos que se plantearon para la sesión, facilitaron a la mayoría de los estudiantes identificar el componente de azar o aleatoriedad presentes en algunos juegos y videos en contextos cercanos; sin embargo, la identificación de sucesos seguros presentó mayor dificultad para algunos estudiantes, lo que conlleva a revisar y replantear los videos propuestos para los sucesos seguros y también para los sucesos imposibles, que en algunos grupos no se comprendieron fácilmente.

Sesión 2: El juego “La carrera de autos”

La sesión 2 (ver figura 18), realizada en el salón de clase, tenía como finalidad que los estudiantes realizaran el juego de la carrera de autos con uno y dos dados, y determinar a partir de esta experiencia, si ellos identificaban el comportamiento de los resultados al realizar muchas veces el experimento.

Los resultados de este ejercicio evidenciaron que unos grupos, estimaron los valores más recurrentes a partir de los resultados obtenidos en el juego, otros no respondieron la pregunta o manifestaron no saber, porque se trataba de un juego de azar, y un grupo escribió “*todos los valores tienen las mismas posibilidades porque es un juego de azar*”.

La segunda carrera de autos con dos dados, en la cual se pueden establecer mayores o menores probabilidades de sacar un resultado, se demostró que solamente con la experiencia de jugar un par de carreras, los estudiantes no logran establecer el comportamiento de los resultados.

Finalmente, se constató que las dos actividades de las carreras de autos con uno y dos dados, propiciaron una participación total de los estudiantes, los grupos se enfocaron en el juego y en registrar los resultados. Además, estas actividades resultaron ser para los alumnos motivantes y divertidas, lo cual coincide con algunas investigaciones que afirman que los niños adquieren nociones probabilísticas cuando éstas se introducen mediante actividades basadas en juegos de azar, que estimulan su adquisición de manera más natural o intuitiva (Lavenant, 2005).

Sesión 3: Carrera de autos en la plataforma virtual

Después de la sesión 2, donde el estudiante tuvo la oportunidad de interactuar con el juego de la carrera de autos, se propone esta sesión para que se implemente en el aula de informática, ingresando al Ambiente “Exploremos la Probabilidad”. En ésta se da la posibilidad al estudiante de explorar en el “laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria” de Juan García Moreno¹⁴, seleccionando las actividades de lanzar uno y dos dados. En cada una de ellas está la opción de simular el lanzamiento de uno o dos dados hasta 1.000 veces y observar en un diagrama de barras los resultados obtenidos. Para el caso del lanzamiento de dos dados, también da la posibilidad de analizar el espacio muestral y comprobar diferentes sucesos. Finalmente, ellos deben diligenciar un cuestionario en la plataforma sobre el juego de los dados, que consta de 8 preguntas.

Los resultados obtenidos de esta sesión están en la figura 27, donde se muestra el porcentaje de aciertos de cada pregunta de la prueba. Se destacan las preguntas 7, 1 y 2 con valores altos, y que indican que un buen número de estudiantes las respondió correctamente. Estas preguntas corresponden a la interpretación de un diagrama de barras, la identificación de que todos los números en un dado tienen las mismas posibilidades de salir y reconocer el espacio muestral al lanzar un dado respectivamente.

¹⁴ <http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2010/labazar/>

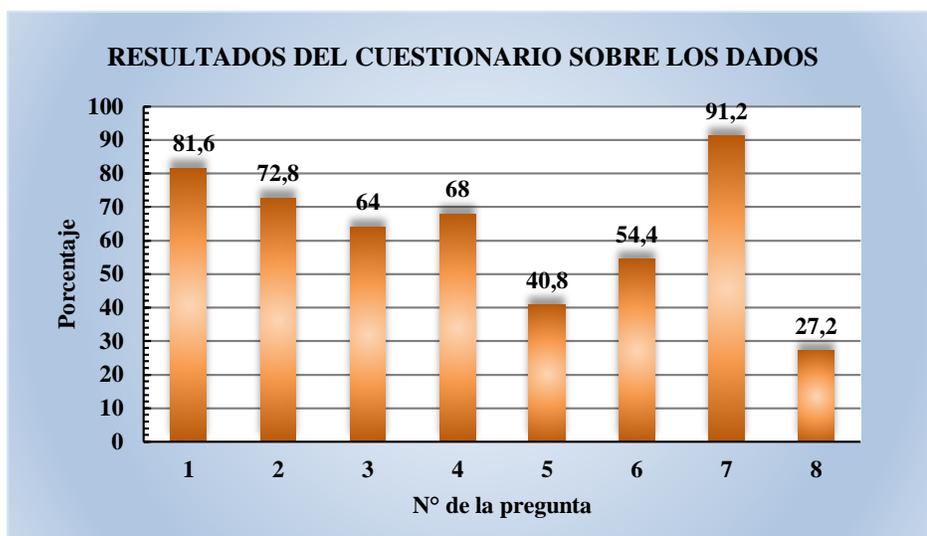


Figura 27. Resultados del cuestionario sobre los dados. Fuente: Cuestionario plataforma Moodle.

Por otro lado, las preguntas 8, 5 y 6 aparecen con los porcentajes más bajos, que son un indicador de la dificultad de los estudiantes para resolverlas correctamente. Estas preguntas hacen referencia al fenómeno de lanzar dos dados, en las cuales se busca: hallar el valor que más se repite, reconocer el espacio muestral y determinar a partir del espacio muestral cuántos resultados son menores de 9, respectivamente. Teniendo en cuenta estos resultados, se pone de manifiesto la necesidad de realizar dentro de Ambiente de Aprendizaje un momento de socialización de las experiencias de los estudiantes frente al laboratorio, ya que cada uno de ellos realizó una exploración del material de manera distinta y no todos llegaron a comprender realmente el fenómeno de lanzar dos dados, tanto desde la interpretación de las frecuencias o el análisis del espacio muestral.



Figura 28. Resultados de los estudiantes del cuestionario sobre los dados. Fuente: Cuestionario plataforma Moodle.

De otra parte, al analizar los resultados de 20 estudiantes del curso 503 que terminaron el ejercicio de la plataforma (ver figura 28), se encontró que la mitad de ellos obtuvo resultados mayores o iguales al 75% de aciertos, destacándose 5 alumnos con un resultado perfecto. Sin embargo, hay 5 estudiantes con puntajes muy bajos, por debajo del 40%, lo que confirma la tesis de la importancia de un proceso de instrucción y socialización después de que los estudiantes interactúan con materiales digitales, ya que éstos por sí solos no generan todos los aprendizajes esperados.

Recomendaciones generadas del pilotaje

A partir de los resultados obtenidos en el pilotaje realizado en el colegio El Japón, es importante tener en cuenta las siguientes recomendaciones:

1. En la pregunta 3 de la prueba diagnóstica, dentro del test de preguntas abiertas, que hace mención a la combinación de prendas para conformar diferentes uniformes de fútbol, se debe proporcionar a los estudiantes los dibujos de los uniformes sin colorear, de tal forma que el estudiante no se demore dibujando los uniformes sino solamente coloreándolos de acuerdo a las condiciones dadas.

2. En la prueba diagnóstica, dentro del test de preguntas cerradas, en la primera pregunta aparece la palabra “extraer”, que para algunos estudiantes no tiene todavía significado, se sugiere sustituirla por palabras como: sacar, tomar, seleccionar, entre otras.
3. En la sesión 1, sobre los sucesos posibles, imposibles y seguros, fue importante la presentación de los juegos de azar y estrategia en diapositivas, y bastante motivante para los estudiantes la presentación de los videos que muestran diferentes sucesos, para que los estudiantes los clasifiquen, por lo cual se recomienda implementar esta sesión de esta forma.
4. Para mostrar a los estudiantes la plataforma a utilizar, es vital realizar la actividad en el colegio en el aula de informática, de tal manera que se pueda comprobar que todos los alumnos ingresan a la plataforma con su usuario y contraseña, y solucionar inmediatamente las dificultades que se presenten.
5. En la sesión 2, sobre el juego la carrera de autos realizada en el aula, se recomienda utilizar la primera pista para los dos ejercicios de lanzar uno o dos dados, puesto que la segunda pista que se diseñó para el lanzamiento de dos dados es más larga que la primera, y los estudiantes se demoran mucho en recorrerla y por lo tanto no se pueden realizar varias repeticiones.
6. Teniendo en cuenta que a algunos estudiantes se les dificultad leer y comprender un texto escrito, se sugiere presentar las actividades que van a realizar ellos dentro de la plataforma virtual, en forma de diapositivas o con videos tutoriales, debido a que los alumnos en la actualidad están más familiarizados a acceder a la información a partir de lo visual y auditivo.
7. En las sesiones donde se utiliza la plataforma virtual, es necesario mantener las actividades donde el estudiante tiene la posibilidad de interactuar con diferentes aplicativos como por

ejemplo el laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria de Juan García Moreno (García, 2010).

8. Como la prueba diagnóstica se hizo en el aula de clase en físico, se propone que la prueba final se realice utilizando la plataforma virtual, en donde las preguntas estén alimentadas de recursos como imágenes, diapositivas y videos.

Hallazgos y Discusión

Descripción del análisis

El análisis de resultados que se presenta a continuación, se basa en los datos obtenidos de los instrumentos de recolección de información utilizados y en el proceso de implementación de un Ambiente B-learning dirigido a estudiantes de 10 a 12 años de los colegios públicos CF y AG.

Es importante señalar que el análisis de resultados se presenta de manera conjunta para las dos instituciones educativas mencionadas, teniendo como base los métodos e instrumentos descritos en el apartado de aspectos metodológicos, así como el procedimiento de triangulación entre métodos.

Este concepto de triangulación hace referencia a la utilización de múltiples métodos, materiales empíricos, perspectivas y observadores para agregar rigor, amplitud y profundidad a cualquier investigación (Denzin & Lincoln, 1998). De igual manera, la incorporación de esta técnica de análisis “permitirá utilizar distintos puntos de vista garantizando mayor precisión en la observación, incrementando la validez de los resultados al obtener datos de diferentes fuentes ofreciendo de esta manera la complementariedad requerida para este tipo de estudio” (Vallejo & Mineira, 2009, p.120).

A su vez, dentro de los diferentes tipos de triangulación, se ha seleccionado la triangulación entre métodos, que significa la combinación de dos o más técnicas para recolectar la información, con el fin de tener una mirada más cercana al fenómeno estudiado. (Martínez, 2004). Lo anterior implica que, si un “resultado sobrevive a la confrontación de distintos métodos, tiene un grado mayor de validez que si se prueba por un único método” (Hernández, Fernández & Baptista, 2007, p.789).

En conclusión, se presenta el análisis a partir de la triangulación de la información obtenida en las encuestas, la observación sistemática y las entrevistas semiestructuradas (ver figura 29), y

se organiza de acuerdo a las categorías de análisis involucradas en cada una de las situaciones problema descritas y que fueron desarrolladas en las sesiones del ambiente de aprendizaje implementado. Asimismo, se presenta el análisis conjunto de las categorías de conocimiento con la categoría transversal de resolución de problemas y toma de decisiones, y se finaliza con el análisis de la categoría referente a la contribución del ambiente B-learning.



Figura 29. Triangulación entre métodos. Fuente: elaboración propia.

Análisis de resultados de los colegios Carlo Federici y Antonio García

Situación 1: Identificación de sucesos

Análisis de las categorías: Identificación de sucesos y Resolución de problemas y toma de decisiones.

La Identificación de sucesos, que hace parte de los conocimientos básicos de la probabilidad, se refiere a la capacidad de definir, diferenciar y establecer qué sucesos son de carácter determinista, es decir, seguros o predecibles; y qué sucesos son de azar o de índole aleatoria, cuyos resultados no se pueden predecir o determinar con certeza. Para esta situación 1, en particular, las categorías de identificación de sucesos, y resolución de problemas y toma de decisiones están muy relacionadas entre sí, ya que los problemas que se les plantean a los

estudiantes son situaciones donde deben clasificar los sucesos; por tal razón el análisis de estas dos categorías se hace conjuntamente. Solamente en las entrevistas, se hace referencia a la categoría identificación de sucesos, puesto que la intención de las preguntas de ésta era indagar el significado que los estudiantes le atribuyen a cada uno de los sucesos y su ejemplificación.

A los estudiantes de 10 a 12 años de edad, que se encuentran en un estadio de las operaciones concretas o pensamiento concreto, tanto en las actividades virtuales y presenciales de la sesión 1 del ambiente de aprendizaje, como en los instrumentos de recolección de información (prueba diagnóstica, prueba final y entrevistas semiestructuradas), se les presentaron los diferentes tipos de sucesos clasificados en tres grupos: sucesos posibles, sucesos imposibles y sucesos seguros.

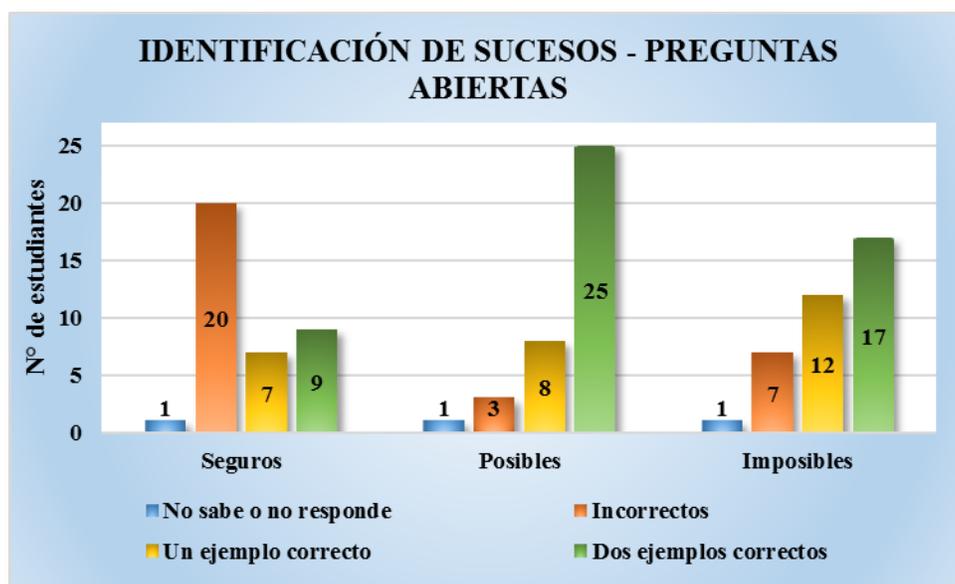


Figura 30. Identificación de sucesos preguntas abiertas. Fuente: prueba diagnóstica colegio CF.

Para el caso del colegio CF, en la prueba diagnóstica (ver anexo 1) dentro del componente de identificación de sucesos, la figura 30 presenta los resultados de la pregunta abierta, en la que se le pedía al estudiante mencionar dos ejemplos de sucesos seguros, dos de sucesos posibles, y dos de sucesos imposibles.

Como se puede observar en la gráfica, solo 1 de los 37 estudiantes que presentaron la prueba no planteó ningún ejemplo para cada suceso. Los demás estudiantes, que propusieron algunos ejemplos para los sucesos, presentaron mayores dificultades al definir o ejemplificar sucesos seguros, 20 de 37 elaboraron ejemplos incorrectos como en el caso de un estudiante que escribe “*es seguro que mañana sale el sol y es seguro que hacen la evaluación*”; esta dificultad puede estar asociada a la edad de los alumnos (10 a 12 años) ya que están en el periodo de las operaciones concretas, en el que el niño, si bien tiene la capacidad de distinguir entre el azar y lo deducible, esta comprensión no es completa, puesto que el pensamiento está todavía muy ligado al nivel concreto (Batanero, 2013), y por lo tanto, no es tan fácil para ellos determinar qué es una situación segura.

En contraste, la mayoría de los estudiantes 25 de 37, pudieron plantear los dos ejemplos correctos, cuando se trata de sucesos posibles, generalmente asociados a las condiciones climáticas o a sus experiencias cotidianas, como en el caso de un estudiante que escribe: “*es posible que mañana no haya clase, y es posible que me dejen tarea de lengua castellana*”, y en otro caso una estudiante escribe “*es posible que hoy va a hacer sol, y es posible que mañana va a caer granizo con lluvia*”. En cuanto a los sucesos imposibles, más de la mitad de los estudiantes tuvieron un buen resultado al ejemplificar correctamente este tipo de sucesos, que están vinculados más con el mundo de la fantasía, que en los niños de estas edades aún sigue prevaleciendo, como en el caso de la estudiante que escribe “*es imposible que llueva comida y es imposible que el sol se caiga*”.

De igual manera, el test de preguntas cerradas, en el que se le presenta al estudiante una serie de situaciones, y tres opciones de respuesta, se presentaron dificultades similares al test de preguntas abiertas, como se puede observar en la figura 31. Por ejemplo, en la pregunta I-seguro, en la que la respuesta correcta era la C, solo 14 estudiantes de 37 la identificaron.

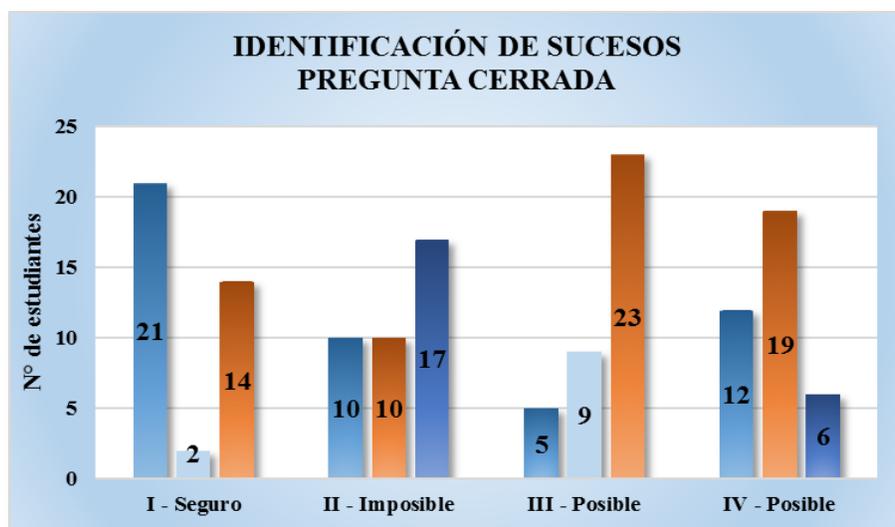


Figura 31. Identificación de sucesos preguntas cerradas. Fuente: prueba diagnóstica colegio CF.

De manera similar, en la pregunta II-Imposible, cuya respuesta correcta era la B, solo 10 de los 37 estudiantes marcaron la respuesta correcta. En contraste con lo anterior, en la pregunta III- posible, 23 estudiantes de 37 marcaron la respuesta correcta C, y en la pregunta IV- posible, 19 de 37 estudiantes marcaron la opción B como la respuesta correcta. De manera que los estudiantes identificaron con más facilidad como sucesos posibles las situaciones planteadas, mientras que persistió la dificultad al momento de definir un suceso imposible y un suceso seguro. Esta situación concuerda con Fischbein, Nello, y Marino (1991) cuando afirman que, para muchos niños, el concepto de suceso seguro es más difícil de comprender que el de suceso probable.

En el caso del colegio AG, la prueba diagnóstica se aplicó a 35 estudiantes. En la pregunta abierta se planteó que los estudiantes escribieran 2 ejemplos de cada uno de los sucesos, partiendo de las definiciones dadas en la pregunta (Ver anexo 1). Los resultados muestran que más del 60% de los estudiantes logran dar los dos ejemplos correctos para cada suceso, y se percibe cierta dificultad en la identificación de sucesos seguros e imposibles respectivamente (ver figura 32).

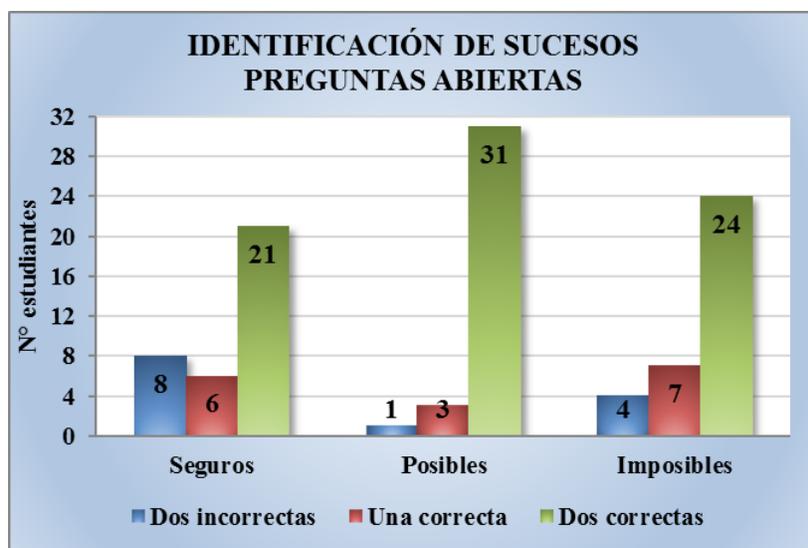


Figura 32. Identificación de sucesos preguntas abiertas. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG.

De igual manera, los resultados de la prueba cerrada confirman que, en la clasificación de los cuatro sucesos por parte de los estudiantes, hubo mayor número de respuestas correctas, destacándose las que hacen referencia a los sucesos posibles. También se ve con mayor paridad la dificultad en reconocer sucesos imposibles y seguros (ver figura 33).

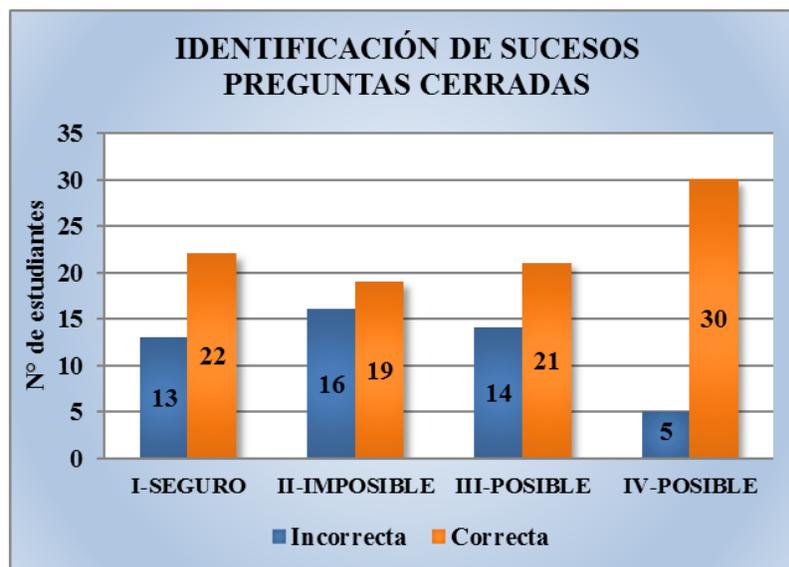


Figura 33. Identificación de sucesos pregunta cerradas. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG.

Ahora bien, la implementación de la sesión 1 titulada: sucesos posibles, imposibles y seguros, definió como objetivo que el estudiante pueda diferenciar sucesos posibles, imposibles y seguros por medio de la observación y comprensión de diferentes casos, como señala Batanero (2013) “El primer paso para comenzar a enseñar probabilidad es asegurarnos que los niños son capaces de diferenciar las situaciones aleatorias y deterministas, es decir de apreciar algunas características básicas de la aleatoriedad” (p.5).

La sesión presencial se desarrolló en tres momentos:

- Introducción: se socializa el objetivo de la sesión y se explican de las instrucciones.
- Presentación de diapositivas: imágenes de juegos de azar, de estrategia y la combinación de ambos.
- Observación de un video: con diez eventos que eran pausadas antes del desenlace, con el fin de que cada grupo realice una predicción, lo clasifique y justifique la respuesta. Al final de la sesión se socializan algunos resultados.
- Acceso al curso *Exploremos la Probabilidad*, (plataformas Moodle y Schoology), para realizar actividades como: la observación del video 1 titulado *Azar y probabilidad en la vida cotidiana*¹⁵ (aplicativo donde pueden interactuar con 4 juegos de azar, para después responder a un cuestionario de selección múltiple); y del video explicativo 2¹⁶ sobre el significado de un suceso seguro, posible e imposible ilustrado con ejemplos.

Con respecto a la primera actividad de la guía de trabajo, en el colegio CF, los 34 estudiantes presentes, organizados por pares, realizaron el ejercicio completo de clasificación de los juegos

¹⁵ httpS://repositorio.educa.jccm.es/portal/odes/matematicas/azar_y_probabilidad/mt11_0a02_es/index.html

¹⁶ https://www.youtube.com/embed/9Qj_DmIca8k

presentados en las diapositivas. De los 17 grupos que llevaron a cabo la actividad de clasificación, ninguno lo logró sin errores (Ver tabla 1).

Con relación a los criterios que se debían tener en cuenta para clasificar los juegos, la mayor parte de los grupos cometieron pocos errores y manifestaron claridad para diferenciar aquellos juegos en los que intervenía sólo el azar o la habilidad y estrategia del jugador, a diferencia de aquellos juegos en los que se debía determinar una mezcla entre las dos situaciones. Esto se debe a que los niños desde tempranas edades y por la influencia del entorno social han estado en contacto con juegos que se reconocen de azar “instalando en la mente del niño la idea de que hay experimentos para los cuales no es posible decir, con toda seguridad, lo que se va a verificar” (Vecino, 2003, p. 343).

Tabla 1

Resultados del ejercicio N°1 sobre clasificación de los juegos. Guía de trabajo.

N° de Grupo	N° de juegos de azar clasificados correctamente	N° de juegos de habilidad y estrategia clasificados correctamente	N° de juegos en los que interviene azar y estrategia clasificados correctamente
1	4 de 8	4 de 7	1 de 2
2	7 de 8	5 de 7	2 de 2
3	4 de 8	7 de 7	0 de 2
4	7 de 8	7 de 7	1 de 2
5	6 De 8	4 de 7	2 de 2
6	5 de 8	4 de 7	1 de 2
7	6 de 8	6 de 7	2 de 2
8	5 de 8	0 de 7	0 de 2
9	5 de 8	4 de 7	1 de 2
10	7 de 8	6 de 7	2 de 2
11	7 de 8	5 de 7	0 de 2
12	8 de 8	6 de 7	0 de 2
13	7 de 8	7 de 7	2 de 2
14	5 de 8	5 de 7	2 de 2
15	6 de 8	5 de 7	2 de 2
16	6 de 8	6 de 7	2 de 2
17	5 de 8	3 de 7	1 de 2

Fuente: Elaboración propia.

Por ejemplo, a los grupos 3, 8, 11 y 12 se les presentó mayor dificultad clasificar aquellos juegos que eran una mezcla de las dos características (azar y estrategia) y, se les dificultó, en menor medida, ubicar o agrupar aquellos juegos que solo fueran de azar, así como aquellos en los que

solo intervenía la habilidad o estrategia del jugador para ganar. Estos resultados se debieron, según lo expresado por los mismos estudiantes, al desconocimiento de algunos juegos y sus reglas, y también, porque al enfocarse en determinar la presencia del azar en un juego que es conocido como tal, a identificar la combinación entre la estrategia y el azar para ganar en estos, fue un proceso más complejo que les generó dificultades.

Los resultados obtenidos de este ejercicio, muestran que la actividad planteada permitió, al inicio de la sesión 1, una aproximación a la identificación del componente de azar, de estrategia o habilidad, o de la combinación de azar y estrategia, presente en una gran variedad de juegos que los estudiantes de estas edades en general conocen. De manera que introducir a los niños en la identificación de sucesos aleatorios, para diferenciarlos de sucesos deterministas a través de la clasificación de los juegos, fue significativo porque “Los juegos de azar son también uno de los principales contextos en el que los niños toman contacto con las situaciones aleatorias, tomando conciencia de la impredecibilidad de sus resultados y de la necesidad de realizar estimaciones” (Batanero, Cañizares, Serrano y Ortiz, 1999, p.38).

Por otra parte, “Con la presentación de estos juegos sencillos y conocidos para los alumnos, se pretendió indicar que es posible poner a los alumnos en la situación de tener que resolver un problema” (Pazos, 2003, p.482), como en el caso de tener que identificar la presencia o no del componente de azar en cada juego, para luego clasificarlos.

En la segunda actividad de la guía de trabajo, se presentaron los siguientes resultados (ver figura 34), teniendo en cuenta que el color azul representa videos de sucesos posibles, el amarillo videos de sucesos imposibles, y el verde videos de sucesos seguros.

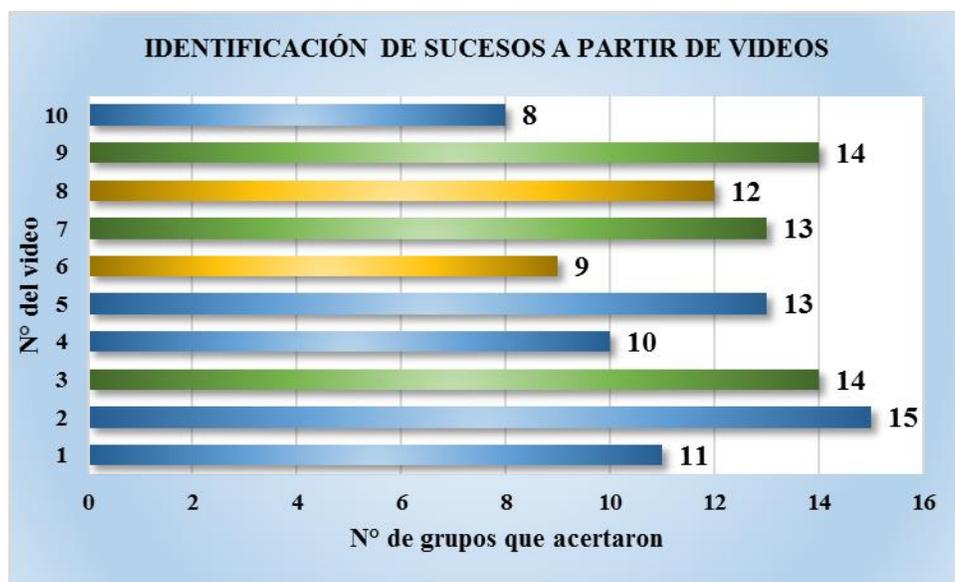


Figura 34. Identificación de sucesos a partir de los videos. Fuente: guía de trabajo sesión 1 colegio CF.

Como se puede observar en la gráfica sobre el segundo ejercicio de la guía, del total de 17 grupos de trabajo, dos pudieron identificar correctamente la totalidad de los sucesos, en cambio, cinco grupos presentaron mayores dificultades para determinar con precisión las clases de sucesos, según lo que observaron en los videos.

Por otra parte, se evidenció que la mayoría de los estudiantes del curso no mostraron dificultad al momento de determinar si un suceso es posible o seguro, mientras que para algunos grupos identificar un suceso imposible les generó una cierta dificultad.

No obstante, esta situación cambió cuando se requería que los niños, en pares, elaboraran una explicación sobre la respuesta dada. En este caso se presentaron diferentes situaciones: en algunos grupos se observó concordancia entre la clase de suceso seleccionado y su explicación, por ejemplo, en el Grupo 17, sobre el video 3, las niñas determinaron que se trataba de un suceso seguro porque “*la vela se derrite y se apaga*”. En este caso, las alumnas pudieron predecir el fenómeno observado, clasificarlo como seguro y dar una razón lógica.

En otros grupos, la clase de suceso seleccionado no correspondía con la explicación elaborada, como se puede constatar en el Grupo 10, que en el vídeo 4 sobre un león cazando a una cebra, las niñas respondieron que se trataba de un suceso seguro, es decir que podían predecir el desenlace, y en la explicación afirman: “*Es seguro que la cebra se libere del león*”. En este caso, las niñas frente a un suceso que presentó una alta posibilidad de ocurrir, lo determinaron como un suceso seguro, como lo afirma Cañizares (1997) “hay alumnos para los cuales ‘estar seguro’ significa tener una alta probabilidad. Así, una proporción importante de alumnos podría sostener cierta confusión entre estos conceptos” (p.174). Y en otros casos, pero en menor proporción, no se elaboró una explicación al suceso seleccionado.

En el caso de la determinación y explicación de sucesos imposibles que se observaron en dos de los 10 videos proyectados, un grupo recurrió a una explicación que se basaba en creencias personales, porque “en el contexto escolar, nuestros alumnos incorporan con frecuencia conocimientos y creencias que influyen en su asignación de probabilidades en problemas que han sido propuestos para ser resueltos dentro de la norma objetiva, bien clásica o frecuencial” (Cañizares, 1997, p.131). En cambio, otros grupos expresaron, en el caso del video 10, dudas sobre la autenticidad del fenómeno observado o redactaron explicaciones como, que se trató de foto montaje o de videos editados.

Por otro lado, en el colegio AG, los resultados se muestran en la tabla 2, e indican que alrededor del 70% de los alumnos son capaces de identificar cuándo un juego es de azar, de habilidad o estrategia, o tiene los dos componentes.

Tabla 2

Resultados de la clasificación de los juegos colegio AG

Juegos de Azar	Juegos de habilidad o estrategia	Juegos de azar, estrategia y habilidad
76,9%	75,8%	68,9%

Fuente: Elaboración propia

Este resultado muestra que este grupo de niños entre 10 y 12 años, ya ha desarrollado la capacidad de reconocer situaciones, en especial desde el juego, donde interviene el azar o se presenta un alto grado de incertidumbre. También se aprecia que no hay gran diferencia en los porcentajes de éxito de las tres clasificaciones, lo que está asociado a que la mayoría de los juegos presentados eran conocidos ampliamente por los estudiantes, y habían tenido la experiencia de jugarlos.

Después de clasificar juegos, se proyectó a los estudiantes una serie de ocho videos que representaban diferentes clases de sucesos. Éstos se detenían en algún momento para permitir que los alumnos en parejas discutieran, clasificaran y propusieran un desenlace a cada suceso. Los resultados de esta actividad se presentan en la figura 35, donde el color azul representa los videos de sucesos posibles, el amarillo un suceso imposible y el verde un suceso seguro.

Aunque se esperaban resultados más contundentes, en particular, con relación a la identificación de los sucesos posibles, sigue siendo mayor el porcentaje de éxito. Los videos 5 (cacería de una leona) y 7 (carrera de motos), presentaron un 29% de acierto. La razón de este bajo resultado puede estar asociada a que los estudiantes dieron por hecho que la leona se comía a la cebrá y que en la carrera de motos gana el que va de primero, lo que no ocurre en los videos.

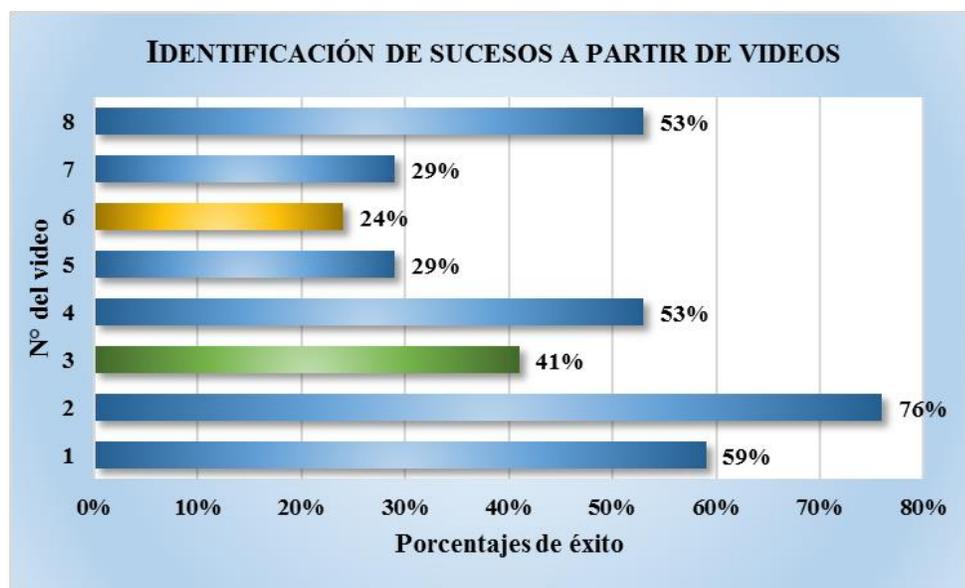


Figura 35. Identificación de sucesos a partir de los videos. Fuente: guía colegio AG.

Estos dos ejemplos demuestran que los estudiantes de estas edades no en todas las situaciones logran identificar el grado de incertidumbre que están implícitas. De igual manera, algunas investigaciones sugieren que incluso los adultos a menudo no pueden hacer esta discriminación del todo bien. Los juicios sobre lo que son y lo que no son secuencias aleatorias de eventos parecen sujetos a sesgos (Bryant & Nunes, 2012).

Con respecto a la identificación de un suceso imposible en el video 6 (ver figura 35), hay gran dificultad en clasificar este evento, ya que los niños de 10 a 12 años, todavía tienen un gran componente de creatividad e imaginación, y consideran que la mayoría de situaciones son posibles. Lo anterior, ratifica los hallazgos de Cañizares (1997) quien afirma que “los términos *improbable* e *imposible* son los que han resultado más difíciles a los niños” (p.93).

De igual forma, la capacidad de determinar cuándo un suceso es seguro, presenta cierto grado de conflicto en estos alumnos, ya que sólo el 41% pudo clasificar adecuadamente el respectivo video. Algunos investigadores han encontrado en niños de 9 a 14 años, que la noción de

suceso seguro entraña más dificultad que la de suceso probable, resultando aún más difícil cuando se trata de un suceso compuesto (Fischbein & Cols, 1991).

Por último, la aproximación de los niños a la identificación de eventos aleatorios y no aleatorios o deterministas, a través de la clasificación de juegos y pasatiempos conocidos por los estudiantes, presentados en diapositivas, así como la observación de sucesos en video, fueron actividades efectivas que les permitieron a los estudiantes, en su gran mayoría, desarrollar los ejercicios sin mayores dificultades y cumplir con el objetivo propuesto para esta sesión presencial.

En el caso del colegio CF, la aplicación de la prueba final se llevó a cabo transcurridos algunos meses después de finalizar la implementación del ambiente de aprendizaje “Exploremos la Probabilidad”, lo que tiene un especial interés, porque permitió establecer si los conocimientos adquiridos referidos a las habilidades de probabilidad e incertidumbre resultaron o no, significativos. Esta prueba, a diferencia de la diagnóstica, se presentó al estudiante en Google Forms, para resolver online, con un diseño interesante para él, y con recursos visuales y audiovisuales que le permitieran una mejor comprensión de las situaciones problemas que se planteaban en cada pregunta.

En el componente de identificación de sucesos, para el caso de los 12 estudiantes que hicieron parte de la muestra, el test de preguntas abiertas indica que el desempeño de los estudiantes fue satisfactorio, porque en cada una de las situaciones que se le presentaron en video, la mayoría de ellos obtuvieron la máxima puntuación de 3, esto significa, que el estudiante identificó el suceso de manera correcta y lo explicó adecuadamente. (Ver figura 36)

Es interesante observar que los sucesos seguros y los imposibles, que les habían generado mayor dificultad a los estudiantes en la prueba diagnóstica, en este caso tuvieron mejores resultados: 9 de 12 identificaron y explicaron correctamente el suceso imposible, e igualmente 11 de 12, hicieron lo propio para el caso del suceso seguro (Ver figura 36).

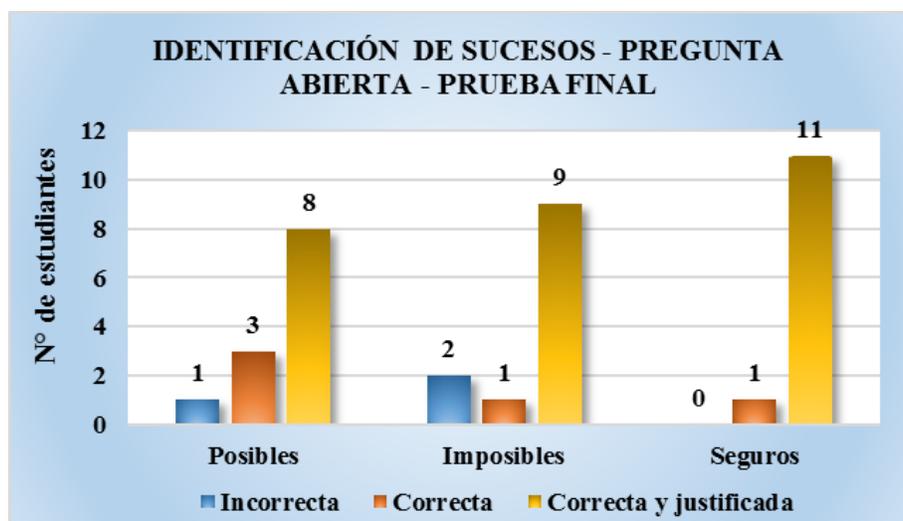


Figura 36. Identificación de sucesos preguntas abiertas. Fuente: prueba final colegio CF.

Algunas explicaciones presentadas por los estudiantes en la prueba final, para los sucesos observados en los videos, evidencian claridad en los conceptos y progreso en su razonamiento y construcción. (Ver tabla 3).

Tabla 3

Explicación de las preguntas abiertas sobre la clasificación de los sucesos.

¿En el video del cobro del penalti qué clase de suceso se presenta? Explica tu respuesta.	¿En el video sobre los poderes de los superhéroes, qué clase de suceso se presenta? Explica tu respuesta.	¿En el video de la vela encendida qué clase de suceso se observa? Explica tu respuesta.
“No se sabe o sea que es un suceso posible porque el arquero puede tapanlo o pegarle en el palo o también lo puede hacer”.	“Suceso imposible porque los seres humanos no podemos tener súper poderes”.	“Seguro porque si la vela se acerca a algo caliente se derrite”.
“Un suceso posible porque no se sabe que va a pasar”.	“Suceso imposible porque los seres humanos no podemos tener super poderes”.	“Suceso seguro porque si uno enciende una vela ella se va a derretir”.
“Posible porque puede meter gol o no puede meter gol”.	“Imposible porque eso solo es ficción”.	“Es un suceso seguro porque el calor derrite la vela”.

Fuente: Prueba Final.

En el caso del test de preguntas cerradas en el que los estudiantes frente a tres situaciones determinaban el tipo de suceso que correspondía, los resultados también fueron destacados.

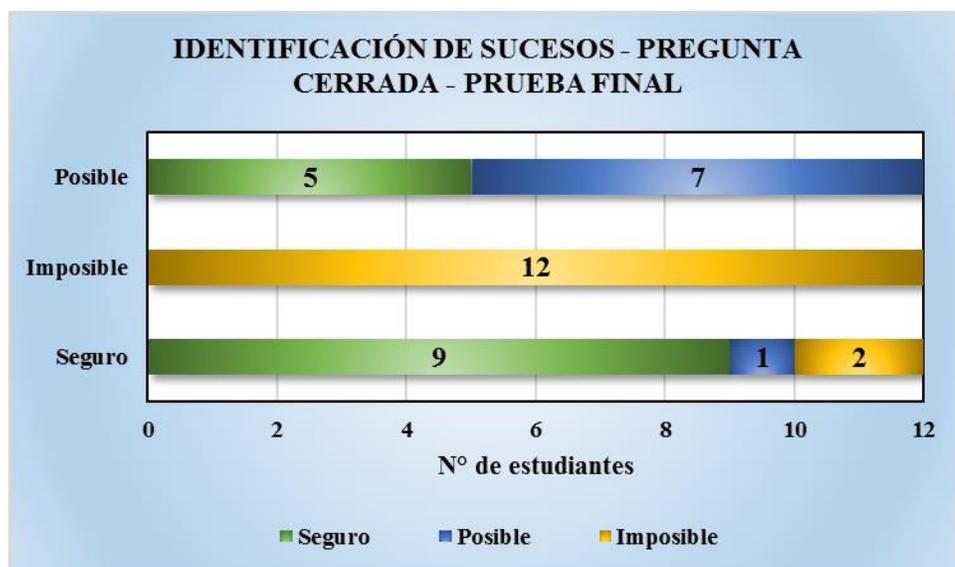


Figura 37. Identificación de sucesos preguntas cerradas. Fuente: prueba final colegio CF.

Como se observa en la figura 37 en la pregunta I-Posible, cuya respuesta correcta era la B, 7 de 12 estudiantes respondieron correctamente; en la pregunta II-Imposible, la totalidad de los estudiantes marcaron la respuesta correcta que era la opción C; y en el caso de la pregunta III-Seguro, 9 estudiantes de 12 marcaron la opción correcta que correspondía a la letra A.

Estos buenos resultados se explican en gran medida porque las actividades desarrolladas tanto en el componente presencial como en el virtual de la sesión 1, así como las actividades que se realizaron en la plataforma virtual, que se basaron en materiales educativos digitales, juegos interactivos y videos tutoriales, facilitaron la comprensión en los niños y niñas de los conceptos de azar y determinismo, así como la identificación y explicación de sucesos posibles, imposibles y seguros.

Los resultados de la prueba final en el colegio AG confirman lo expuesto anteriormente, con respecto al nivel de éxito en la tarea de identificar sucesos posibles. Así, en las preguntas

abiertas, 30 de 36 estudiantes lograron identificarlo correctamente, nueve de los cuales pudo ofrecer una explicación correcta (Ver figura 38).

De otro lado, el 64% de los estudiantes logró clasificar correctamente el suceso presentado en la prueba final como pregunta cerrada, con un 36% que lo ubicó como seguro (Ver figura 38). Esto confirma la dificultad en el momento de clasificar un evento con alta probabilidad de salir, ya que no lo consideran como probable sino seguro.

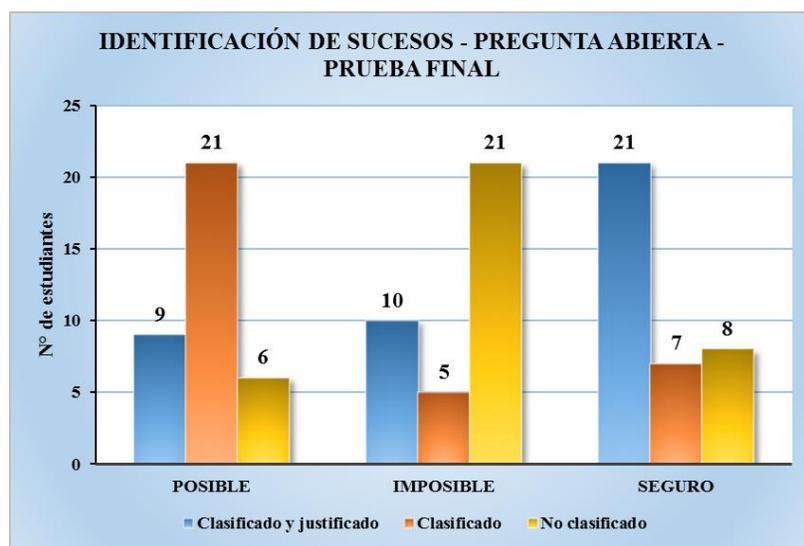


Figura 38. Identificación de sucesos preguntas abiertas. Fuente: prueba final colegio AG.

De forma similar, 15 de 36 estudiantes lograron clasificar correctamente el video que mostraba un suceso imposible, de los cuales 10 brindaron una correcta justificación (ver figura 38). No obstante, 21 no lo clasificaron correctamente, identificándolo más como un suceso probable. Entre tanto, el 83% de los alumnos, en la pregunta cerrada, logró ubicar el suceso como imposible, que indica en ellos la claridad que tienen para identificar este suceso en un contexto cercano de extracciones (Ver figura 39).

Hay que reconocer que la clasificación del video de un suceso seguro, tuvo un notable éxito en los estudiantes en la prueba abierta, pues 28 de 36 lo realizó correctamente. De éstos 21

ofrecieron una buena justificación (Ver figura 38). En el mismo sentido, el 72% de los estudiantes seleccionó la opción correcta para identificar un suceso seguro, en la prueba cerrada, con un 25% que lo ubicó como probable (ver figura 39). Lo anterior demuestra que ha mejorado la intuición de los estudiantes para concebir qué es un suceso seguro.

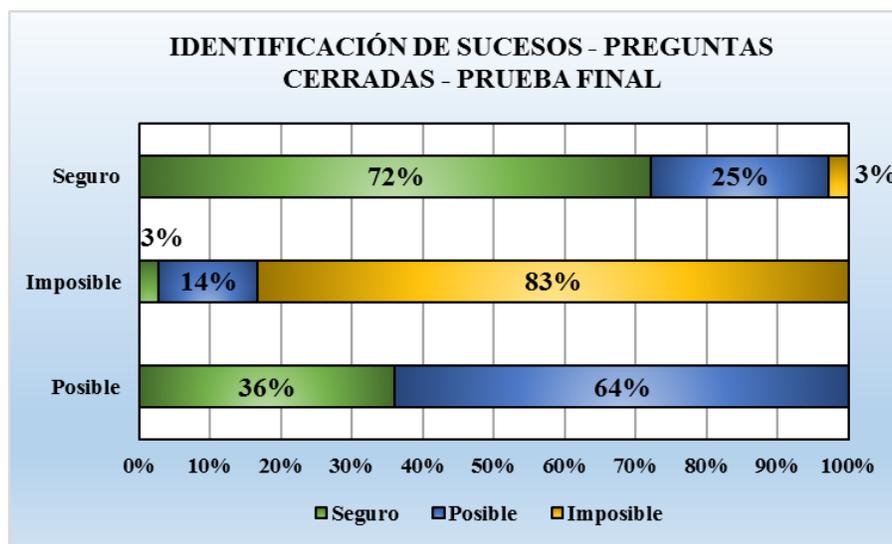


Figura 39. Identificación de sucesos preguntas cerradas. Fuente: prueba final colegio AG

Tabla 4

Explicación de la clasificación de los sucesos en las preguntas abiertas

¿En el video del cobro del penalti qué clase de suceso se presenta? Explica tu respuesta.	¿En el video sobre los poderes de los superhéroes, qué clase de suceso se presenta? Explica tu respuesta.	¿En el video de la vela encendida qué clase de suceso se observa? Explica tu respuesta.
“Posible, no se sabe si hizo gol o no porque de pronto el arquero se lo pudo haber tapado”.	“Imposible, porque nadie puede volar”.	“Seguro que se va a derretir por el calor y el material”
“Posible, porque no se sabe si va a meter el gol o a taparlo”.	“Imposible, porque no existen los superhéroes”.	“Seguro, porque si una vela se prende se acaba”.
“es un suceso posible, porque no es muy seguro que lo anote”.	es imposible, porque una persona no puede aguantar tanto peso.	La vela se derrite.
	Imposible, porque ningún ser humano tiene poderes.	Seguro, porque una vela no va a durar para toda la vida.

Fuente: Elaboración propia.

Por último, en la tabla 4 se recogen algunas de las justificaciones que dan los estudiantes cuando clasifican los sucesos a partir de los videos publicados.

De estas respuestas se puede inferir que algunos estudiantes clasifican los sucesos correctamente, teniendo en cuenta una claridad conceptual sobre el significado de cada uno de los sucesos, y que se evidencia en los buenos argumentos que escriben para sustentar su decisión.

Finalmente, en las entrevistas semiestructuradas aplicadas en el colegio CF a la muestra antes mencionada, cuando se indaga sobre la conceptualización y ejemplificación de los distintos tipos de sucesos, se evidencian avances en su comprensión que contrastan con los resultados de la prueba diagnóstica. Es de notar que algunos estudiantes elaboraron sus explicaciones a partir de ejemplos o situaciones como las que aprendió durante las sesiones desarrolladas en el ambiente de aprendizaje, en este caso referente a los experimentos aleatorios mediante la extracción de balotas de colores, como se puede constatar en la explicación que hace E6 (estudiante 6):

El suceso posible que yo utilizaría sería con unas balotas o pimpones, y pondría varios colores, y ahí explicaría, el que saque sería un suceso posible de sacar un color. En suceso seguro explicaría que... otra vez con las balotas, meto en una caja 7 balotas verdes y es seguro que saque una balota verde, y un suceso imposible sería que meta balotas rojas, verdes y amarillas y que saque una naranja.

En otro caso la explicación e ilustración de los sucesos se refiere más a situaciones cotidianas que no se refieren a experimentos aleatorios, como lo expresa E10 frente a los sucesos posibles: “*puede que nos quedemos en quinto o algunos no pasen a sexto*”. Y finalmente, aunque en la mayoría de los entrevistados se presentan definiciones y ejemplos mejor explicados de las diferentes clases de sucesos, sigue en algunos casos persistiendo la dificultad al ejemplificar un suceso seguro, como en el caso de E7:

“El suceso imposible con dos dados es imposible sacar el número uno. Un suceso seguro con un dado sacar un número 5, y sucesos posibles con dos dados sacar el número 12”.

Sin embargo, cuando el niño se da cuenta del error que cometió al ilustrar el suceso seguro, lo cambia por este nuevo ejemplo *“Seguro que hoy es jueves. Y si hoy es jueves es seguro que mañana es viernes”*. Es importante señalar también que, en el caso de este estudiante, los ejemplos que ha mencionado sobre suceso posible y suceso imposible están correctamente planteados y se refieren a los experimentos aleatorios con uno y dos dados cúbicos que se desarrollaron en las sesiones dos y tres del ambiente de aprendizaje, en el contexto del juego de la carrera de autos.

En el caso del colegio AG, antes de aplicar la prueba final, se realizaron entrevistas a 12 estudiantes (ver anexo 11). Uno de los tópicos que se abordó fue sobre la noción que tienen de lo que es un suceso seguro, posible e imposible y ejemplificar cada uno.

Al definir ¿qué es un suceso imposible?, se obtienen como respuestas las siguientes: A3 (alumno 3): *“algo que no va a suceder”*, A5: *“que no se puede hacer por ningún motivo”*, A9: *“imposible es algo que nunca se va a cumplir”* y A11: *“un suceso imposible es, como algo como el de los dados. Un suceso imposible es que pueda caer en dos dados el uno. El uno no puede caer”*.

Estas respuestas expresan las diferentes maneras de dar significado a un suceso imposible, lo que permite sustentar que los estudiantes han ganado mucho conceptualmente en la identificación de éstos. A su vez, se complementa la evidencia al escuchar los ejemplos que ellos proponen. Tales como: A1: *“volar”*, A2: *“como por ejemplo que en la noche salga el sol y en la mañana la luna”* y A8: *“que va a llover de para arriba”*.

Con respecto a la noción de suceso seguro, se obtienen las siguientes definiciones: A3: *“que sí va a suceder”*, A4: *“cuando sabes que va a pasar”* y A8: *“algo que si se cumple”*. Lo anterior convalida que los estudiantes han entendido este concepto. Sin embargo, los ejemplos que

proporcionan como: A5: *“seguramente que voy a amanecer todos los días”*, A3: *“hoy den almuerzo en el colegio”* y A8: *“que mañana vamos a desayunar temprano”*; dejan ver que para los alumnos un suceso seguro se asocia con un suceso altamente probable, puesto que ninguno de los ejemplos da cuenta realmente de un evento seguro. Esta afirmación se corrobora con la respuesta del estudiante A11, cuando se le pregunta: P: *¿Qué diferencia hay entre uno seguro y uno posible?*, A11: *“uno seguro es que cae muchas veces y uno posible que caen pocas”*.

Lo anterior coincide con Cañizares (1997) quien afirma que “hay alumnos para los cuales *estar seguro* significa tener una alta probabilidad. Así, una proporción importante de alumnos podría sostener cierta confusión entre estos conceptos” (p.174). Y también se ratifica con los estudios de Fischbein, Nello, y Marino, (1991) en los cuales, para muchos niños el concepto de suceso seguro es más difícil de comprender que el de suceso probable.

De igual manera, al indagar sobre el significado de un suceso posible se obtienen definiciones tales como: A4: *“que puede pasar o no”*, A5: *“que tal vez suceda o tal vez no”*, y A8: *“que de pronto va a pasar”*. Estas definiciones que ofrecen los estudiantes permiten asegurar que han mejorado sus nociones sobre lo que es un suceso posible. Asimismo, los ejemplos que brindan reafirman la tesis anterior, por ejemplo: A6: *“yo hoy termine la tarea de sociales”* y A11: *“como el número siete, que cae la mayoría de veces en el dado. Como el nueve que no puede caer muchas veces”*, A8: *“que mañana a las seis va a llover”* y A12: *“que uno dice es posible que a las cinco haga sol”*.

Situación 2: La carrera de autos

La segunda situación que se propuso en el Ambiente de Aprendizaje se basa en un juego denominado *la carrera de autos*, el cual aborda el experimento aleatorio de lanzar uno y dos dados cúbicos. Así, este problema se les presentó a los estudiantes de la siguiente manera: *David un alumno de grado quinto, llevó al colegio un nuevo juego llamado “carrera de autos”. Éste se*

realiza con un tablero, unos carros pequeños y dos dados. El objetivo es llegar primero a la meta. Para escoger el auto con el cual cada competidor va a correr, el participante escoge un número del 2 al 12. Para que el auto avance por la pista, se lanza los dos dados y si el resultado obtenido coincide con el número escogido, ese auto avanza una casilla. ¿Cuál es el número del auto que se debe escoger para tener más posibilidades de ganar?

De igual manera, para abordar esta situación, se definieron los siguientes momentos:

- Prueba diagnóstica.
- Sesión 2: El juego la carrera de autos en físico, tanto con uno y dos dados.
- Sesión 3: Trabajo en la Plataforma Schoology con el laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria de Juan García, para simular el lanzamiento de uno y dos dados muchas veces.

Concluye con un test final en la misma plataforma.

- Sesión 4: Explicación de la regla de Laplace y del espacio muestral asociados al fenómeno de lanzar uno y dos dados.
- Prueba final.

Esta situación se va a analizar a partir de tres categorías, a saber: Resolución de Problemas y Toma de Decisiones, Aproximación Frecuencial y Cuantificación de la Probabilidad.

Análisis de la categoría: Resolución de Problemas y Toma de Decisiones.

En la figura 40 se muestran los resultados de la prueba diagnóstica, referentes a la carrera de autos, en el colegio CF.



Figura 40. Resultados la carrera de autos preguntas abiertas y cerradas. Fuente: prueba diagnóstica CF.

En el test de preguntas abiertas, la situación problema describe el juego de la carrera de autos con dos dados, para que el estudiante elija el número del auto que se debe escoger y así tener más posibilidades de ganar, y que justifique su respuesta.

Para esta situación del fenómeno de los dados, el 75% de los estudiantes que presentaron la prueba no respondieron correctamente y por ende sus explicaciones no correspondían con lo que se indagaba en el problema. Esto se explica por el hecho de que los estudiantes de la población evaluada, no habían tenido una formación previa en este tipo de problemas de probabilidad, que ajustados a sus edades, les permitiera un mejor razonamiento; por esta razón, sólo se basaron en sus intuiciones primarias del azar o en una visión subjetiva de la probabilidad; como se puede constatar en la respuesta de uno de los estudiantes, quien ofrece la siguiente explicación al problema:

sería muy difícil escoger el auto, hay que hacer bien los cálculos, buen lanzamiento de los dados, pero para mí no depende del auto sino del jugador. Igual yo creo que es el 7 no porque sea mi número favorito, sino que el 7 es de buena suerte.

Asimismo, en el test de preguntas cerradas que presenta la misma situación, pero con cuatro opciones de respuesta (Ver anexo 1), solo el 13 % de los estudiantes seleccionaron la opción B,

que corresponde a la respuesta correcta, la cual indica que el valor que más posibilidades tiene de salir al lanzar dos dados es el número 7. En contraste con la opción C, que fue seleccionada por el 41% de los estudiantes, debido a que presenta cinco resultados posibles para obtener un seis con dos dados cúbicos, lo cual para el niño o niña es suficiente evidencia para concluir que es el valor con mayores posibilidades de salir.

El otro caso, es el de los niños que seleccionaron la opción D, 30% en total, que afirman: *“ninguno, ya que no se puede predecir los resultados al lanzar 2 dados y por lo tanto los cuatro niños tienen las mismas posibilidades”*. Esto se explica porque las diferencias grandes y sistemáticas en la probabilidad de la suma de dos dados no son, al parecer, inmediatamente obvias para los escolares (Fischbein y Gazit, 1984).

Para el caso del colegio AG, solamente un estudiante, logró responder correctamente la pregunta abierta y dio la siguiente justificación: *“porque casi siempre sale el 7, tal vez sea probable”*. Los otros 34 estudiantes, respondieron la pregunta problema, pero sus afirmaciones y explicaciones no fueron acertadas (ver figura 41).

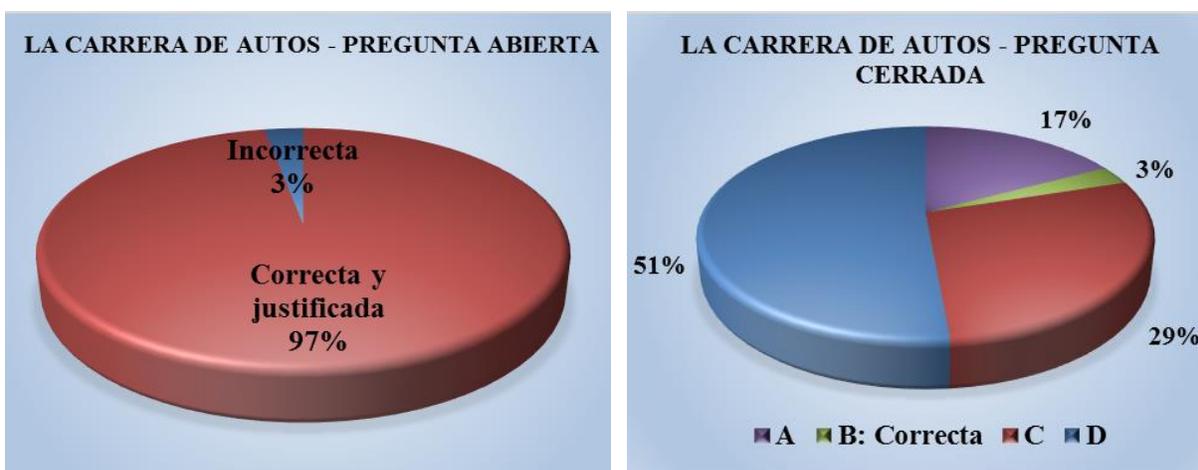


Figura 41. Resultados prueba diagnóstica la carrera de autos. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG

Caso muy similar para los resultados de la pregunta cerrada, donde solamente un estudiante seleccionó la respuesta correcta, siendo distinto al que acertó la pregunta abierta. Cabe señalar que

el 51% de los alumnos escogió la respuesta D, lo cual significa que ellos consideran idéntico el juego de lanzar un dado, donde todos los resultados tienen las mismas posibilidades de salir, con el ejercicio de lanzar dos dados.

Por lo tanto, el 97% de los estudiantes no ofreció una respuesta adecuada a la situación de la carrera de autos, tanto en la pregunta abierta como en la cerrada, lo cual demuestra que no conocen realmente el fenómeno de lanzar uno o dos dados, aunque desde muy tempranas edades ya han jugado con estos elementos.

Para ese momento de la aplicación de la prueba diagnóstica, antes de implementar el Ambiente de Aprendizaje, el estudiante determina un número para el auto en ese juego como el que tiene mayores posibilidades de ganar, no por razones matemáticas o después de verificar todos los posibles resultados de ese experimento aleatorio, sino por motivos que corresponden más al ámbito de la suerte o de las creencias frente a los juegos de azar. Estos elementos subjetivos en la estimación de la probabilidad son señalados por Amir y Williams (1994), “por ejemplo, ciertos niños piensan que el resultado de lanzar un dado depende de la forma en que se lance, de la experiencia previa o piensan que unas personas son más afortunadas que otras” (citados por Cañizares, 1997, p.45).

Por otra parte, estos bajos resultados en los dos colegios, confirman la presencia en los estudiantes de la situación definida por Lecoutre y sus colaboradores entre 1982 y 1992 como “sesgo de la equiprobabilidad”, quienes luego de una serie de experimentos realizados a niños entre los 10 y 12 años sobre el fenómeno de los dados, explican que las problemas en la comprensión, no se debe a la falta de razonamiento combinatorio en el niño, sino a la dificultad para vincular los modelos combinatorios con las situaciones de azar. Es por esta razón que “Los alumnos a los que se les pasó la prueba consideran que el resultado del experimento "depende del azar" y en consecuencia todos los posibles resultados son equiprobables” (Cañizares, 1997, p.47).

En la sesión 2, en el colegio CF, que se desarrolló inicialmente de forma presencial, el docente dio las instrucciones de la actividad, organizó a los estudiantes en grupos de 6 integrantes, y entregó al representante de cada grupo un formato que se conoce como lluvia de ideas (ver anexo 6).

Al inicio, los integrantes de cada grupo escribieron sus ideas previas sobre la actividad a desarrollar. Luego, un integrante leyó a sus compañeros de equipo el texto del problema y finalmente, cada uno de los grupos propusieron una o más soluciones al problema planteado, justificando las respuestas.

El propósito de la actividad era aproximar al estudiante a la comprensión de un fenómeno de azar tan conocido para él, como el del juego de los dados, con el fin de que siguiera los pasos para resolver un problema que allí se planteaba y que se resume en un par de preguntas: ¿Es posible determinar un número que más posibilidades tiene de salir en un dado?; y en el caso de la carrera de autos con dos dados, ¿se puede determinar un valor numérico que saldría con más frecuencia?

En este ejercicio de conocimientos previos, la mayor parte de los grupos trataron de construir una explicación matemática para elegir el número ganador, recurriendo al número del medio como el que más posibilidades tiene de salir. Precisamente, Teigen (1983) “también ha mostrado que cuando se pide a los estudiantes que hagan una predicción del resultado de un experimento aleatorio en el que todos los sucesos son equiprobables, tienden a elegir los valores centrales, evitando los valores extremos” (citado por Cañizares, 1997, p.43). Para ilustrar la afirmación anterior, un grupo explicó: “*Con un dado el número de más posibilidad es el tres porque es la mitad de seis, y con dos dados el número con más posibilidades es el seis porque es la mitad de doce*”. Este es un primer intento por cuantificar la probabilidad de un suceso aleatorio en un experimento como el del juego de los dados. Sin embargo, fueron respuestas que demostraron

nuevamente, que los estudiantes recurrieron a explicaciones que se basaron solo en sus intuiciones primarias del azar.

En la misma sesión, en el colegio AG, al participar en *la carrera de autos* con un dado, los estudiantes ofrecían diferentes respuestas a la pregunta: ¿cuál es el número que tiene más posibilidades de ganar?, las cuales dependían fundamentalmente de los resultados generados en el desarrollo del juego. Así, de los ocho grupos, solamente dos afirmaban que ningún número tiene más posibilidades de ganar, ya que obedece al azar o la suerte.

De forma similar, cuando se realiza la carrera con dos dados, tres de los ocho grupos logró inferir que el siete y el ocho son los valores que más frecuentemente salen a partir de los resultados del juego. Por otro lado, únicamente un grupo seguía afirmando que ninguno de los resultados tenía más posibilidades de salir, ya que dependía de la suerte.

En la prueba final se hacen 3 preguntas, una abierta y dos cerradas, con relación a la situación problema de la carrera de autos. La pregunta abierta muestra un video que ejemplifica la carrera de dos autos, con los números 8 y 9, y se les pregunta a los estudiantes: ¿Cuál de los dos autos tiene más probabilidades de ganar? Explica tu respuesta. A su vez, se le muestra el espacio muestral del lanzamiento de dos dados.

En el colegio CF, el 67% de los estudiantes demostró un buen nivel de comprensión del problema, respondieron de manera correcta y dieron una explicación satisfactoria; mientras que el 33% de los estudiantes demostraron comprender la situación y responder acertadamente, pero no elaboraron una explicación satisfactoria de este (ver figura 42).



Figura 42. Resultados la carrera de autos. Pregunta abierta. Fuente: prueba final colegio CF

Con relación a la misma pregunta, en la otra institución, el 69% de los estudiantes respondió correctamente, es decir, el 8 tiene más posibilidades de salir (ver figura 43). Así, algunas de las explicaciones que daban eran: “el 8 porque el 9 tiene menos posibilidades de salir”, “el 8 porque tiene más posibilidades”, “el número 8 ganará porque en la tabla se muestra que el ocho salió 5 veces y el nueve 4 veces” y “el 8 por que en la tabla anterior dice que el 8 puede caer más veces que el 9”.

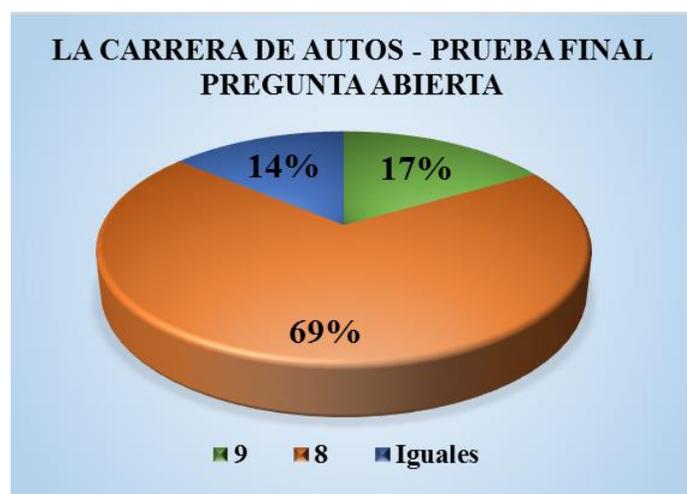


Figura 43. Resultados la carrera de autos - prueba final - pregunta abierta. Fuente: prueba final colegio AG.

Con respecto, al test de preguntas cerradas se presentaron dos situaciones problema, una referente a la carrera de autos con un dado y otra con dos dados. En estas preguntas, se proponen al estudiante cuatro opciones de repuesta. (ver anexo 5)

Para el caso de la carrera de autos con un dado (colegio CF), se observó que la mayoría de los estudiantes de la muestra, 7 de 12, marcaron la opción correcta D (ver figura 44). Si se compara con las dificultades que se presentaron durante las entrevistas al abordar este tipo de problemas, se puede decir que en este caso, al leer las diferentes soluciones del problema, el estudiante logró identificar la que le resultó más lógico y convincente; sin embargo, cuando él mismo debe construir una explicación a este mismo problema, optó por basarse en su experiencia más significativa, las carrera de autos en el aula de clase, y en los resultados inmediatos que de esta experiencia se generaron, sin tratar de contrastarlos con otros resultados, provenientes de diferentes experimentos realizados, como los lanzamientos de un dado en el laboratorio virtual.

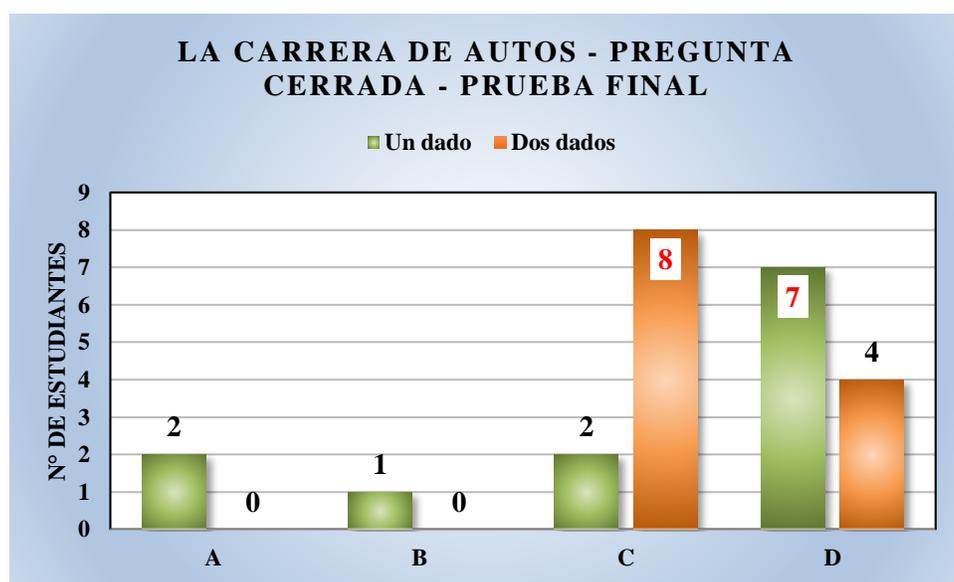


Figura 44. Resultados la carrera de autos con dados. Pregunta cerrada. Fuente: prueba final colegio CF

En relación con la situación planteada en la carrera de autos con dos dados, cuya respuesta correcta era la C, un buen número de estudiantes de la muestra, 8 de 12, optaron por la solución acertada, a diferencia de 4 estudiantes para los cuales el fenómeno de azar presente en el juego con un dado, en el que todos los resultados son igualmente probables, es igual que en el caso de los dos dados, lo cual no es correcto. En este caso, los alumnos no se basaron para responder, en lo aprendido y experimentado en el ambiente de aprendizaje, sino que en ellos siguen prevaleciendo un *sesgo de la equiprobabilidad*, y a su vez, se comprueba que los alumnos tienen una *intuición primaria* sobre este juego, cuando creen que al lanzar un dado todas las caras tienen la misma probabilidad de salir, y lo extrapolan para el caso de dos dados (Fischbein, 1987).

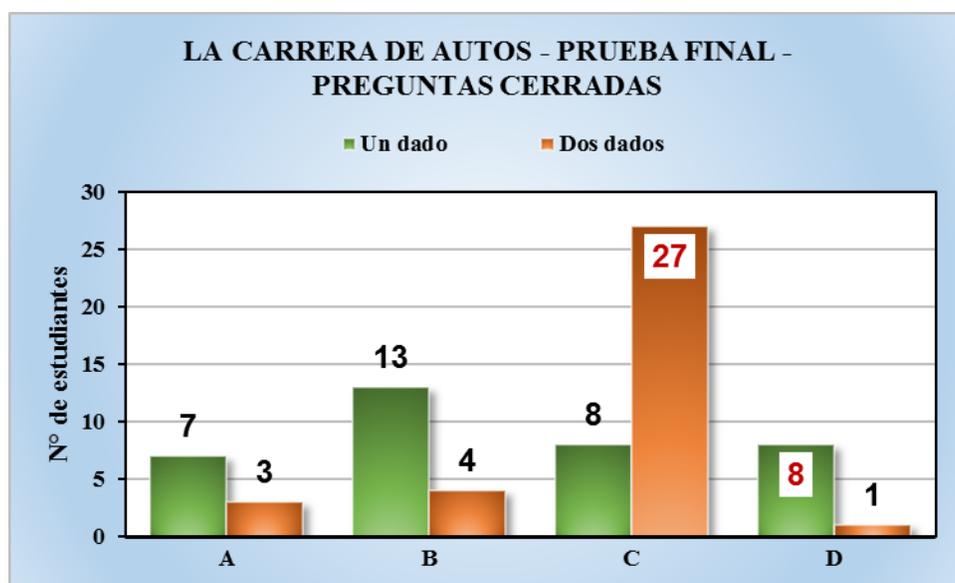


Figura 45. Resultados la carrera de autos - prueba final - preguntas cerradas. Fuente: prueba final colegio AG.

Para las mismas preguntas, en el colegio AG, con respecto al fenómeno de lanzar un dado, los resultados muestran que las cuatro opciones tienen valores cercanos, y sólo 8 de 36 estudiantes respondieron correctamente (ver figura 45). Esto demuestra que ellos en su mayoría no relacionaron el experimento de lanzar un dado, como una situación equiprobable, teniendo en cuenta que los alumnos interactuaron con la carrera de autos y el simulador en la plataforma. Este

resultado es similar al descrito por Amir y Williams (1994) cuando expresa que los niños creen que el resultado de lanzar un dado depende de la forma en que se lance, de la experiencia previa o piensan que unas personas son más afortunadas que otras.

Sin embargo, el hecho que los estudiantes no perciban el fenómeno de lanzar un dado como equiprobable, está sujeta a la experiencia de la carrera de autos donde siempre había un ganador, y a la dificultad de evidenciar esta característica en la simulación en el computador; ya que, aunque se realice el experimento muchas veces nunca se van a obtener resultados iguales para los seis valores posibles. Esto se confirma en los trabajos de Serrano (1996) cuando afirma que “es muy difícil conseguir construir dispositivos que aseguren la aleatoriedad física perfecta, por ejemplo, asegurar que un dado asigne exactamente una probabilidad $1/6$ a cada una de sus caras” (p.17).

Es fundamental aclarar, que la comprensión de este fenómeno no era un objetivo central de esta investigación, fue vital como antesala para el abordaje del fenómeno de dos dados.

Por otro lado, el fenómeno de lanzar dos dados, visto desde la situación problema de la carrera de autos, obtuvo un resultado muy positivo. Así, 27 de 35 alumnos respondieron correctamente, lo cual equivale a un 77,14% (ver figura 45). Lo anterior comprueba que realmente ellos han entendido el experimento de lanzar dos dados.

También se evidencia que hay un avance significativo en el abordaje a la situación problema, comenzando con un 3% de éxito en la prueba diagnóstica y finalizando en un 77%, dando una justificación coherente, haciendo referencia al significado frecuencial o la cuantificación de la probabilidad, en especial, a la interpretación del espacio muestral.

Análisis de la categoría: Aproximación frecuencial.

Este camino de abordaje del problema se da en la sesión 2, en la que los estudiantes organizados en grupos de 5 o 6 integrantes realizaron las carreras de autos, e hicieron el registro de

los resultados obtenidos, para responder a la pregunta del problema. Esta actividad inicial de trabajar con experimentos aleatorios genuinos con objetos concretos, se convierte en una primera etapa de modelado y en un primer acercamiento a las probabilidades (Fernández & Batanero, 2009), que se deben comparar con resultados que arrojen estos mismos experimentos a través de un simulador o laboratorio virtual.

En una guía (ver anexo 8), los integrantes del grupo realizaron para cada carrera de autos registros de los resultados en un cuadro, y al final, determinaron si se podía definir un número en el dado que más posibilidades tendría de salir, y explicaron su respuesta. Este mismo ejercicio se aplicó al finalizar cada recorrido en la pista de carros con dos dados.

Con respecto a la actividad de la carrera de autos con un dado, los grupos hicieron el registro del puesto de llegada que ocupó cada auto según el valor numérico asignado, contabilizando la frecuencia con la que ese valor salió en cada una de las carreras jugadas. Finalizada esta primera actividad, cada grupo observó los resultados, con el fin de identificar frecuencias de los valores que más se repetían y respondieron la pregunta ¿cuál es el número que tiene más posibilidades de ganar?. Los resultados de este ejercicio evidenciaron que unos grupos para responder la pregunta, estimaron valores que eran más recurrentes a partir de los resultados obtenidos en el juego, otros grupos no respondieron la pregunta o manifestaron no saber, porque se trataba de un juego de azar, y un grupo escribió “*todos los valores tienen las mismas posibilidades porque es un juego de azar*”.

Para la carrera de autos con dos dados, aunque las condiciones del experimento fueron diferentes al anterior con un dado, no fue percibida por los estudiantes porque, como lo señala Vecino (2003) “el simple recuento de los casos en que aparece el resultado propuesto constituirá un índice que sirve a efectos prácticos, pero que no indica nada a efectos de determinar las distintas posibilidades de verificación que tiene el suceso” (p.347). Esta situación se puede constatar de acuerdo con las respuestas de los grupos ante la pregunta: ¿Cuál es el número que tiene más

posibilidad de ganar?. Por ejemplo, para dos grupos se estimó el valor con más posibilidad de ganar a partir de las frecuencias obtenidas o del registro de resultados de las carreras; en cambio para otros grupos, no era posible definir un valor con más posibilidad de ganar con dos dados, porque se trataba de un juego de azar o porque todos los valores tenían las mismas posibilidades de ganar, al igual que sucedió con un dado, lo que se conoce como sesgo de la equiprobabilidad.

De todos modos, como afirma Pérez (1995), la inclusión de juegos de azar en los ambientes de aprendizaje, le permiten al estudiante hacer una aproximación frecuencial y un tratamiento empírico de la probabilidad.

Esta sesión, realizada en la plataforma virtual Schoology, pretendía que los estudiantes simularan el lanzamiento de uno y dos dados, entre 500 y 2000 veces, e interpretarán el diagrama de barras que allí se generaba (ver figura 46 y 47). Este ejercicio se realizó en el Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria de Juan García, vinculado a la plataforma del curso.

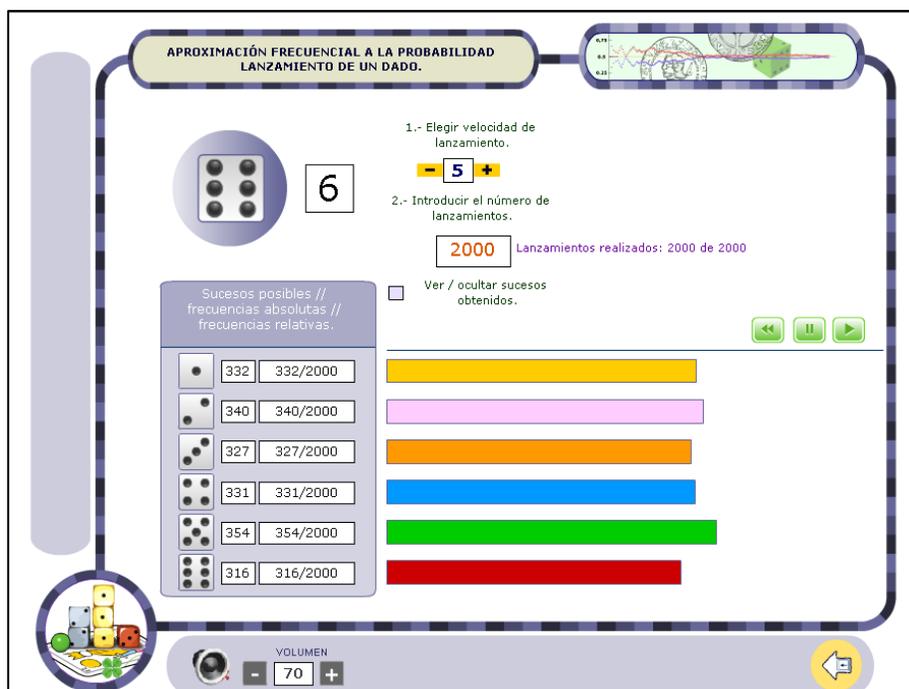


Figura 46. Resultados simulación del lanzamiento de un dado. Fuente: Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria de Juan García.

Realizada la experimentación, los alumnos debían contestar un test final, para recolectar información sobre la experiencia y comprensión frente a la aproximación frecuencial del fenómeno de lanzar uno y dos dados.

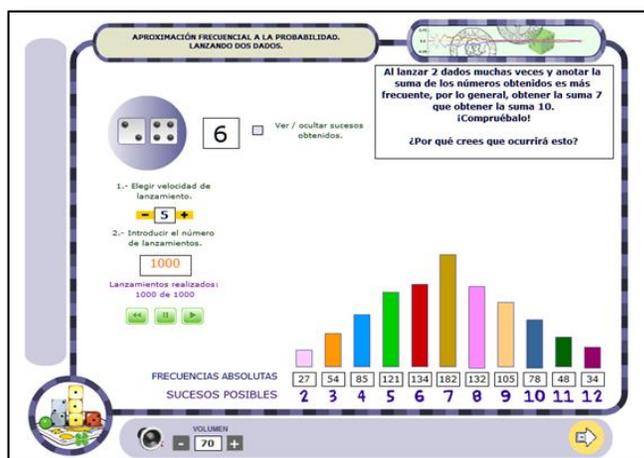


Figura 47. Resultados simulación del lanzamiento para dos dados. Fuente: Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria.

Por ejemplo, en el colegio AG, con respecto a la pregunta: al lanzar un dado, ¿el número que tiene más posibilidades de salir es?, se encontró que el 39% respondió que todos los números tienen las mismas posibilidades de salir; seguido por un 25% que seleccionó el número seis. Cabe resaltar que los números del uno al cinco en menor proporción también fueron mencionados (ver figura 48).



Figura 48. Resultados sobre el lanzamiento de un dado. Fuente: Schoology colegio AG.

Esto indica que experiencia de lanzar un dado muchas veces en el laboratorio y observar los resultados en el diagrama de barras, no permite a un buen número de estudiante comprender que los seis resultados son equiprobables. La anterior afirmación es comprensible ya que, a partir de la experiencia física con la carrera de autos y la simulación en el computador, siempre se obtienen resultados a favor de uno u otro valor, que no ayuda al estudiante para creer que todos los resultados son igualmente probables (ver figura 48).

Asimismo, la comprensión de sucesos equiprobables, comienza a desmejorar en los niños de 10 a 12 años en comparación con los de preescolar. Porque los primeros “buscan explicaciones de tipo mecánico y principios físicos para asignar probabilidades desiguales a algunos de los resultados. Además, este tipo de respuesta aumenta con la edad” (Cañizares, 1997, p.26).

Por otra parte, la misma pregunta anterior, pero referida al caso de dos dados, de los 28 alumnos que contestaron la prueba, más de la mitad reconocen que los resultados que tienen más posibilidades de salir son el 6, 7 y 8 (ver figura 49). Sin embargo, las otras opciones dadas en la prueba fueron escogidas por algunos estudiantes, lo que implica que la experiencia con la simulación y la lectura del diagrama de barras no fue una experiencia realmente significativa para todos los participantes.

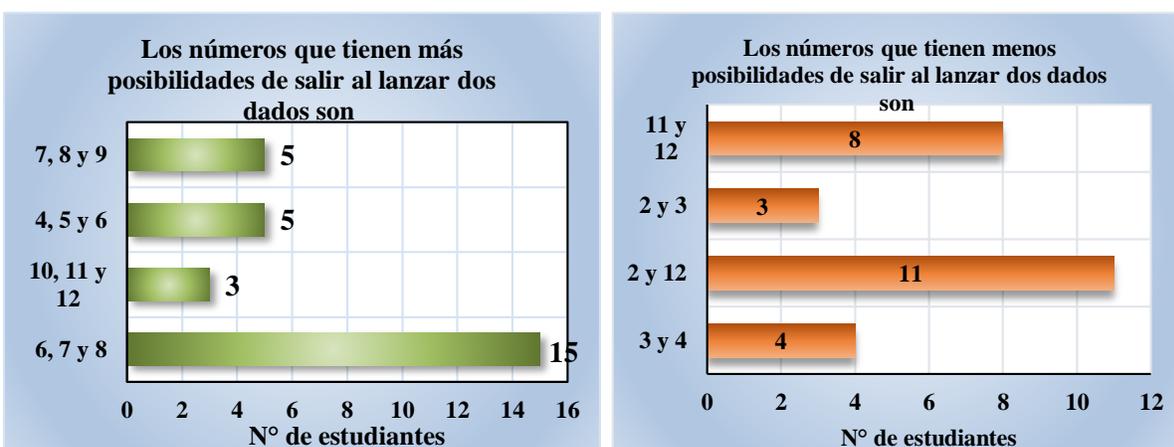


Figura 49. Resultados sobre el lanzamiento de dos dados. Fuente: elaboración propia colegio AG.

La afirmación anterior, se corrobora con las respuestas de los estudiantes a la pregunta sobre los números que tienen menos posibilidades de salir al lanzar dos dados, donde 11 de ellos respondieron correctamente, y 8 seleccionaron la respuesta 11 y 12, que no está tan errada en la medida que incluye al 12 que es uno de los números con menos posibilidades de salir. No obstante, algunos estudiantes marcaron como respuesta las otras opciones, lo que demuestra nuevamente que algunos de ellos no ganaron comprensión de este fenómeno.

Cabe aclarar, que las dos preguntas analizadas anteriormente no tenían un ejemplo gráfico como fuente de información, aspecto que sí tiene la pregunta 7 del mismo test, donde se pregunta: “Sara y David realizaron el experimento de lanzar tres dados muchas veces. Organizaron los resultados en un diagrama de barras como se muestra a continuación. Los resultados que más salieron fueron” (ver anexo 2). Las respuestas dadas por los estudiantes fueron contundentes, debido a que 26 de 27 eligieron la respuesta correcta.

Lo anterior, es un indicativo de que la interpretación que hacen los estudiantes a un diagrama de barras es su mayoría es correcta, aunque el fenómeno de lanzar tres dados no lo hayan experimentado en ningún momento.

Del mismo modo, en las entrevistas hechas a 12 estudiantes, algunos de ellos consideraron que el ejercicio realizado en la plataforma virtual con el simulador, fue detonante para entender que al lanzar dos dados el siete tiene más posibilidades de salir. Las explicaciones que daban ellos eran, por ejemplo: A1: *“porque ahí el siete es el que tiene más puntaje”*, A4: *“con el laboratorio, ya que hay salían todos los resultados”*, A5: *“y este porque es el que tiene más valor. (Señalando la barra del número 7)”* y A12: *“porque cuando nos mostró lo del computador, tuvo más puntaje el siete”*.

En contraposición, cuando se les pregunta a los alumnos sobre el número que tiene más posibilidades de salir al lanzar un dado, los resultados son diversos y ninguno afirma que todos son

igualmente probables y tampoco hacen mención sobre la simulación en el computador. Esto demuestra que enseñar la equiprobabilidad de un suceso mediante la aproximación frecuencial no es muy efectiva, ya que la experiencia en el simulador demuestra que no todos los resultados tienen la misma frecuencia (ver figura 48).

Como complemento a lo anterior, en el colegio CF, se analizan los resultados obtenidos de la aplicación de un cuestionario de 10 preguntas de selección múltiple, con única respuesta, realizado en la plataforma virtual y en el que se presentaron situaciones problema sobre el fenómeno de los dados, ilustradas con el gráfico del espacio muestral, todo esto después de que los estudiantes desarrollaran las actividades de las sesiones dos y tres sobre el juego de las carreras de autos (Ver figura 50).

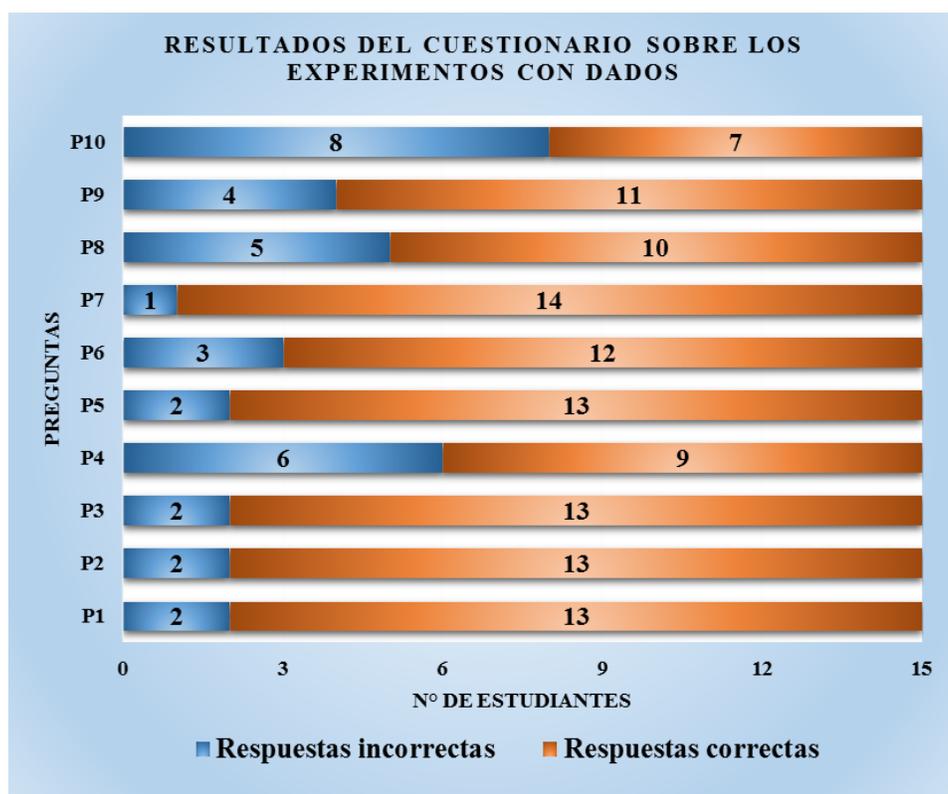


Figura 50. Resultados del cuestionario sobre experimentos con dados. Fuente: elaboración propia colegio CF.

De las diez preguntas del cuestionario, siete hacen referencia a la cuantificación de la probabilidad a partir de la observación del espacio muestral y tres a la aproximación frecuencial. De acuerdo con los resultados de la gráfica, un importante número de estudiantes 13 de 15 pudieron establecer sin dificultad que todos los valores con un dado tienen las mismas posibilidades de ganar, identificaron su espacio muestral y lo aplicaron en el caso de las carreras de autos (preguntas del 1 a 3). De manera similar 12 de 15 estudiantes lograron identificar los valores con dos dados que más opciones tienen de salir, observando el cuadro del espacio muestral (pregunta 6). A su vez, 10 de 12 identificaron el número total de los casos posibles con dos dados, a partir del espacio muestral (pregunta 8).

Asimismo, los resultados de las preguntas 5, 7 y 9 del cuestionario aplicado en el aula virtual sobre el fenómeno de los dados (Ver figura 50), y que indagaban sobre la estimación de probabilidades a partir de la aproximación frecuencial, un número elevado de estudiantes entre 10 y 12, de 15 que presentaron este cuestionario, pudieron establecer cuáles son los valores que tienen más probabilidad de salir con dos o tres dados cúbicos, a partir de la observación de una tabla de frecuencias y sobre todo de gráficas de barras que los niños y niñas demostraron leer e interpretar sin mayor dificultad.

De igual manera, en las entrevistas semiestructuradas aplicadas a la muestra se pudo constatar el abordaje que algunos estudiantes hicieron al problema de los dados desde la aproximación frecuencial a la probabilidad, basándose en los experimentos realizados en el laboratorio virtual, en el que se podían hacer múltiples lanzamientos, y que generaban una gráfica de barras que mostraban las frecuencias de los resultados, como se evidenció en la solución elaborada por E5, *“en las gráficas salía más veces seguido el 7, era el que siempre salía, de resto todos los números salían muy poco”*.

Esta respuesta del estudiante que es similar a la de otros niños y niñas entrevistados permite establecer que para ellos resultó más evidente llegar a la solución de la pregunta ¿cuál es el valor que más probabilidad tiene de salir con dos dados? A partir de la frecuencia de los resultados de los lanzamientos en el laboratorio virtual, así como de la observación del diagrama de barras, que a través de la observación del espacio muestral.

Lo anterior, para el caso de los experimentos con un dado, aunque los resultados que obtuvieron los estudiantes en las carreras de autos en físico como en el laboratorio virtual, presentaron resultados variados, la mayoría de ellos persistieron en elegir un número de los seis posibles, y muy pocos estudiantes llegaron a la comprensión de la equiprobabilidad del fenómeno de lanzar un dado, afirmando que todos los resultados tienen las mismas posibilidades de obtenerse.

Análisis de la categoría: Cuantificación de la probabilidad.

La cuantificación de la probabilidad, en el caso del fenómeno de los dados, necesita fundamentalmente para su adecuada comprensión, por parte del estudiante, de la identificación del espacio muestral, es decir, de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Asimismo, requiere de la aplicación de la regla de Laplace, que establece que la probabilidad de un suceso es la razón de comparación del número de casos favorables sobre el número de casos posibles.

Dentro de la sesión 3, realizada en la plataforma Schoology, se indagó en el test final sobre algunos elementos de combinatoria y se mostró el espacio muestral del lanzamiento de dos dados en una pregunta, los cuales son aspectos fundamentales en la cuantificación de la probabilidad con la regla de Laplace.

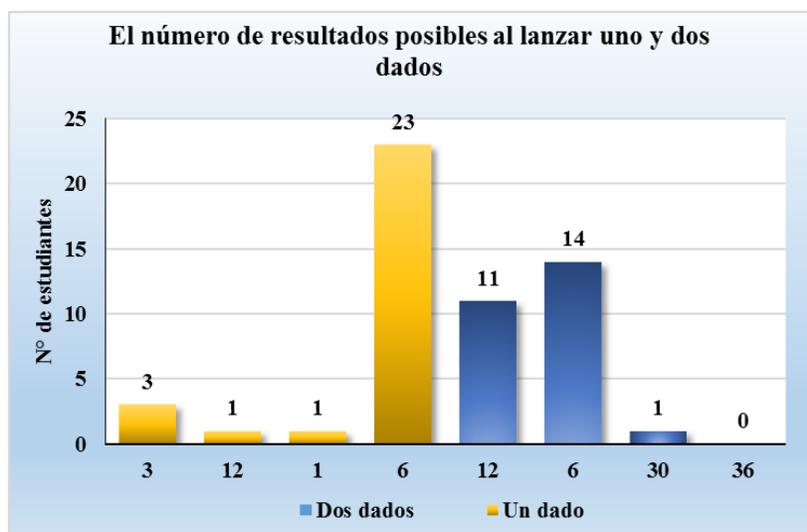


Figura 51. Resultados sobre el espacio muestral de uno y dos dados. Fuente: Schoology colegio AG.

La figura 51 muestra los resultados de los estudiantes a las preguntas sobre el número de resultados posibles al lanzar uno y dos dados. Con respecto al lanzamiento de un dado, 23 de 28 acertaron al seleccionar 6 como la respuesta correcta. Sin embargo, al indagar la misma pregunta, pero con dos dados, ninguno de ellos escogió la respuesta correcta, es decir, 36 posibilidades. Y se encuentra que 14 de ellos optó por el 6, la misma respuesta que para el caso de un dado. También 11 de ellos consideraron el 12 como la respuesta correcta.

Algunas investigaciones como Fischbein y Gazit (1984) y Bryant y Nunes (2012) afirman que muchos de los errores de los estudiantes se deben a que ellos piensan que el espacio muestral está formado por 12 y no 36 posibilidades; esto demuestra, que ellos estaban usando un razonamiento aditivo, ya que añade 6 más 6, cuando deberían haber multiplicado 6 por 6 para obtener el total correcto de resultados posibles. A su vez, el estudio de Pratt (2000) confirmó que los niños de 10 años de edad, a veces hacen suponer equiprobabilidad en sus primeros intentos de resolver el problema de los dos dados, y por tanto contemplan 11 resultados posibles, sin ver que la mayoría tiene diferentes combinaciones; lo cual es consecuencia de extrapolar el comportamiento de uno a dos dados.

Los resultados anteriores demuestran que para un estudiante determinar el espacio muestral de un fenómeno cuando el número de posibilidades es pequeño no es difícil, caso contrario cuando la situación amerita una cantidad mayor de resultados. Así, trabajar con el espacio muestral no es sólo una parte necesaria del cálculo de las probabilidades de un evento particular, sino también un elemento esencial en la comprensión de la naturaleza de la probabilidad (Bryant & Nunes, 2012).

Esto último, requiere por parte del alumno algunos conocimientos básicos de combinatoria que le permitan organizar y contar los resultados posibles de manera más eficiente. Esta diferencia provoca grandes dificultades a algunos niños y las posibles maneras de abordar esto sería una pregunta interesante para futuras investigaciones (Bryant & Nunes, 2012).

A su vez, la pregunta 6, buscaba determinar si el estudiante era capaz de leer correctamente el espacio muestral del fenómeno de dos dados, a partir de una pregunta sobre el número de resultados, al lanzar dos dados, que suman menos de 9. Los resultados de la tabla 5 dejan ver que sólo 2 de los 27 alumnos lograron responder correctamente esta pregunta, y que se entiende, ya que en ningún momento se ha realizado un momento de institucionalización para explicar el significado de la tabla y como hacer una lectura correcta de la misma.

Tabla 5

Resultados pregunta 6 colegio AG

Pregunta 6	31	4	26	7
A partir de la gráfica anterior (espacio muestral), el número de resultados, al lanzar dos dados, que suman menos de 9 es	2	9	2	14

Fuente: Elaboración propia.

Este avance evidenciado después de varios meses de implementado el Ambiente de Aprendizaje, en el colegio CF, se puede constatar también, en las respuestas de los niños entrevistados. Por ejemplo, ante la pregunta: en una carrera de autos con dos dados ¿qué valor tiene más probabilidad de salir?, E3 responde: “El 7, porque el 7 tiene más posibilidades, porque son 36

entre los dos (dados). 7, como también el 6 y el 8, que tienen un poquito menos de probabilidad”.

De acuerdo con la respuesta de la estudiante, la solución que elaboró es correcta y se basa fundamentalmente en la consciencia que tenía de los límites del espacio muestral (Bryant & Nunes, 2012), ya que determinó, en primer lugar, el número total de resultados posibles al lanzar dos dados, y dedujo, no solo que el valor 7 es el que más veces puede salir, sino que hay otros números cercanos que también tienen altas probabilidades, como el 6 y el 8, aunque menores que el 7.

Otra situación se presentó en el caso de las carreras de autos con un dado cúbico, porque, aunque la mayoría de los estudiantes pudieron estimar la probabilidad para cada número del dado, aplicando sin dificultad la regla de Laplace, al abordar la pregunta: *¿Cuál es el valor que tiene más probabilidades de salir en un dado?*, varios niños y niñas entrevistados definieron un número, como el que tiene más probabilidad de salir. Lo anterior se explica porque la experiencia de realizar el juego de las carreras de autos en el aula de clase, al ser tan limitado el número de recorridos realizados, el estudiante no alcanzó a notar que en el caso de un dado todos los valores tienen las mismas probabilidades de salir, es decir, son equiprobables. Sin embargo, aunque realizó el experimento en el laboratorio virtual, en el que podía realizar hasta 1000 lanzamientos con un dado y repetir muchas veces el experimento, muy pocos llegaron a concluir que todos los valores en un dado tienen las mismas posibilidades de salir o de ganar; como en el caso de E6 quien respondió correctamente: *“Yo elegiría cualquiera entre todos porque cada uno tiene la misma probabilidad de salir”.*

Otros estudiantes como E7, dan explicaciones basados en la experiencia de la actividad del juego en grupos: *“El número 4, porque la gran mayoría que hicimos las carreras ganó el número cuatro”.* Otros, al realizar un breve ejercicio de cuantificar la probabilidad de los valores con un dado, se dan cuenta que todos tienen las mismas posibilidades de salir, como en el caso de E3:

P: Miremos las probabilidades, ¿cuál es la probabilidad de que salga un 6, si un dado tiene seis caras?

E3: una de seis

P: ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 1?

E3: 1 de 6

P: ¿cuál es la probabilidad de que te salga un 4?

E3: 1 de 6, o sea que todos tienen la misma posibilidad.

De otra parte, en algunas de las entrevistas hechas a los estudiantes en el colegio AG, manifiestan que la experiencia de conocer la tabla que resume el espacio muestral del lanzamiento de dos dados, fue significativa para entender porque el 7 tiene más posibilidades de salir. Algunas de las razones expuestas eran: A5: “este porque el 7 es el que más veces hay. (Señalando la diagonal del espacio muestral), A9: “porque puede caer $5+2$, o puede salir $6+1$, o $4+3$ ” y A11: “porque mirando esta tabla se ve que el 2 y 12 no caen tantas veces, el 11 y el 3 pueden caer solo dos veces, el 4 y el 9 cuatro, así profe”, P: ¿el siete cuántas veces?, A11: “seis veces”

Vale la pena destacar al estudiante A6, que en la entrevista demuestra una buena comprensión de la tabla del espacio muestral y afirma que la experiencia del laboratorio también le ayudo, pero no le convencía mucho.

A6: “ésta” (señala la imagen del espacio muestral)

P: si, la del espacio muestral.

P: ¿el doce cuantas veces sale?

A6: “una”

P: una de 36, ¿el cinco?

A6: “4 de 36” (la estudiante cuenta con el dedo)

P: ¿el tres?

A6: “2 de 36”

P: *con ésta tú entendiste, el hecho de que el 7 saliera más veces.*

A6: “sí”

P: *¿y ésta no? (el investigador señala la imagen de la plataforma)*

A6: *“pues sí, pero no me daba como mucha...no me convencía mucho”.*

Esta aproximación de la probabilidad desde la cuantificación, con el análisis del espacio muestral, se evidencia claramente en la prueba final, cuando algunos estudiantes hacen referencia a éste para justificar la elección de la respuesta correcta. Por ejemplo: “*el numero 8 ganará porque en la tabla se muestra que el ocho salió 5 veces y el nueve 4 veces*” y “*el 8 por que en la tabla anterior dice que el 8 puede caer más veces que el 9*”.

Las afirmaciones anteriores, permiten pensar que el análisis del espacio muestral asociado al experimento de lanzar dos dados, fue una buena fuente de información para los estudiantes, ya que muestra de manera clara el comportamiento de los resultados y cuales tienen más o menos posibilidades de salir.

Situación 3: Extracciones de balotas

La situación 3, titulada extracciones de balotas, se va a analizar a partir de tres categorías, a saber: Resolución de Problemas y Toma de Decisiones, Cuantificación de la Probabilidad y Aproximación Frecuencial.

Esta situación se propone en la prueba diagnóstica, con dos preguntas una abierta y otra cerrada. Para comenzar el abordaje de ésta, se propone la sesión 4, denominada “extracción de balotas” (ver figura 20). Posteriormente, en el aula de clase, el investigador realiza un experimento de extracción de balotas con pimpones de diferente color frente a los alumnos, con el fin de reforzar el significado de la regla de Laplace. Después, se les entrega a ellos una guía (ver anexo 3), para desarrollar por parejas, con el fin de documentar la comprensión de los alumnos frente a esta

situación. Finalmente, en la prueba final se presentan dos preguntas, una abierta y otra cerrada, en un contexto de una ruleta donde hay que calcular la probabilidad ligada a los colores.

Análisis de las categorías: Resolución de problemas y Toma de Decisiones.

La situación 3, desarrollada en la sesión 4, tanto en el componente presencial como virtual del ambiente de aprendizaje “Exploremos la Probabilidad”, hace referencia a problemas que se les plantearon a los estudiantes relacionados con experimentos aleatorios mediante la utilización de urnas o baloteras (tómbolas), es decir, experimentos de extracciones de objetos, principalmente balotas de diferentes colores. En este tipo de experimentos aleatorios, como en el caso analizado del fenómeno de los dados, se requiere que el estudiante identifique el espacio muestral de cada experimento, y a partir de la observación del mismo, pueda estimar probabilidades aplicando el principio de la Regla de Laplace. Igualmente, en los experimentos de extracciones de balotas de diferentes colores y cantidades, se pueden hacer registros de los resultados, y a partir de dichas frecuencias estimar las probabilidades de que se obtenga uno u otro suceso.

Para comenzar, en el colegio CF, la prueba diagnóstica aplicada a 37 estudiantes de 10 a 12 años de edad, sobre experimentos aleatorios de extracciones, mostró los siguientes resultados (ver figura 52).

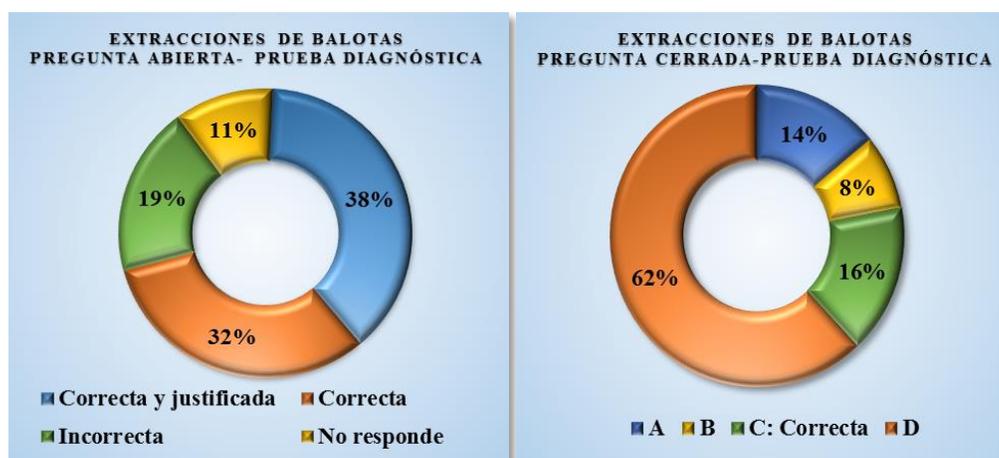


Figura 52. Resultados extracciones de balotas. Preguntas abierta y cerrada. Fuente: prueba diagnóstica.

En el test de preguntas abiertas, se planteaba al estudiante el siguiente problema de extracciones:

Marcela y Mauricio están jugando a sacar fichas, sin mirar, de una bolsa que contiene: 2 fichas rojas, 3 amarillas, una azul y 4 verdes.

Marcela saca una ficha de la bolsa, ve que es amarilla y la deja fuera de la bolsa. A continuación, Mauricio saca otra ficha de la bolsa.

Para Mauricio, ¿cuál es el color de la ficha que tiene más posibilidades de salir?

Frente a esta situación que se le planteó al estudiante en la prueba diagnóstica, los resultados señalan que el 38% de los estudiantes que comprendieron el problema, respondieron correctamente, y dieron una explicación lógica a la situación planteada. Por el contrario, el 32% de ellos dieron respuestas adecuadas y explicación incorrectas.

De otra parte, un menor número de estudiantes, que corresponde al 19%, indicaron una respuesta o solución correcta al determinar el color de la ficha que tenía más probabilidades de salir; sin embargo, en su explicación no establecieron comparaciones con las probabilidades de los otros colores y no repararon en el hecho de que una ficha (la amarilla) fue extraída antes de la bolsa, en este caso, sólo consideraron que el número de fichas verdes es mayor, por lo que su creencia se apoya en la mayor cantidad de fichas de un color en términos absolutos, ignorando la proporcionalidad (Sánchez & Valdez, 2013). Finalmente, solo el 11% de los estudiantes no ofreció ninguna respuesta a la situación problema.

Uno de los alumnos que resolvió y explicó correctamente este problema expuso así su solución: *“la verde, porque hay 4 fichas y el resto son menos, el azul es una y las rojas son dos”*. Aunque en su respuesta omitió la cantidad resultante de las fichas amarillas, de todos modos, trató de argumentar su solución estableciendo comparaciones entre las cantidades de los diferentes colores que estaban en la bolsa. Esta es una primera aproximación para cuantificar la probabilidad

de ocurrencia de un suceso en un experimento aleatorio, aunque se desconociera en ese momento la regla de Laplace. En este caso el niño puede elaborar juicios probabilísticos, en situaciones sencillas, pero “hay que tener en cuenta que aquí aparece un problema de comparación de fracciones por lo que se seguirán las estrategias y etapas que se describen sobre proporcionalidad” (Batanero & Godino, 2002, p.755).

Por el contrario, en el caso de los niños que no respondieron correctamente, se presentaron explicaciones subjetivas al problema como la siguiente: “*la ficha roja porque es la más pequeña y porque a veces la roja es la más probable de salir en algún juego*”. Esta respuesta la elaboró el estudiante a partir de algunas experiencias vividas anteriormente con rifas empleando balotas, en las que el color rojo salía con frecuencia. Es interesante notar que los dos elementos en los que basa su respuesta, así como la explicación al problema, tienen que ver con características de las fichas como el color o el tamaño, pero no hace referencia a la proporción numérica de las fichas de cada color, ni establece comparaciones entre ellas.

En el test de preguntas cerradas sobre el componente de extracciones de balotas (ver figura 52), se presentaba una situación similar a la descrita en el test de preguntas abiertas. En este caso, el 62%, consideraron que la respuesta correcta era la B, la cual afirma: *Todos los colores tienen las mismas posibilidades de salir*. Este grupo de estudiantes se inclinó por esta opción, porque al ser un experimento en el que interviene el azar, no se tuvieron en cuenta las diferentes proporciones de fichas de cada color. Aunque el enunciado del problema presentaba las cantidades de balotas para cada color, estos estudiantes consideraron que todos los colores tenían las mismas posibilidades de salir, si bien en el problema planteado, la ficha de color verde era la que más posibilidades tenía de salir. Esta respuesta, que correspondía a la letra C, solo fue seleccionada por el 16% de los estudiantes.

En la misma dirección, en la prueba diagnóstica en el colegio AG, aplicada a 35 estudiantes, los resultados demuestran que el 29% y el 40% de los estudiantes respondieron correctamente a las preguntas abierta y cerrada respectivamente (ver figura 53). Para el caso de la pregunta abierta un 23% la respondió correctamente, pero no da la justificación adecuada, y 17 de ellos escribió una respuesta errada. Asimismo, a la pregunta cerrada el 60% escogió una opción equivocada, destacándose un 40% que eligió la opción B: *todos los colores tienen las mismas posibilidades de salir*. Este alto porcentaje, indica que los estudiantes no asocian la cantidad de balotas de un color con su probabilidad.

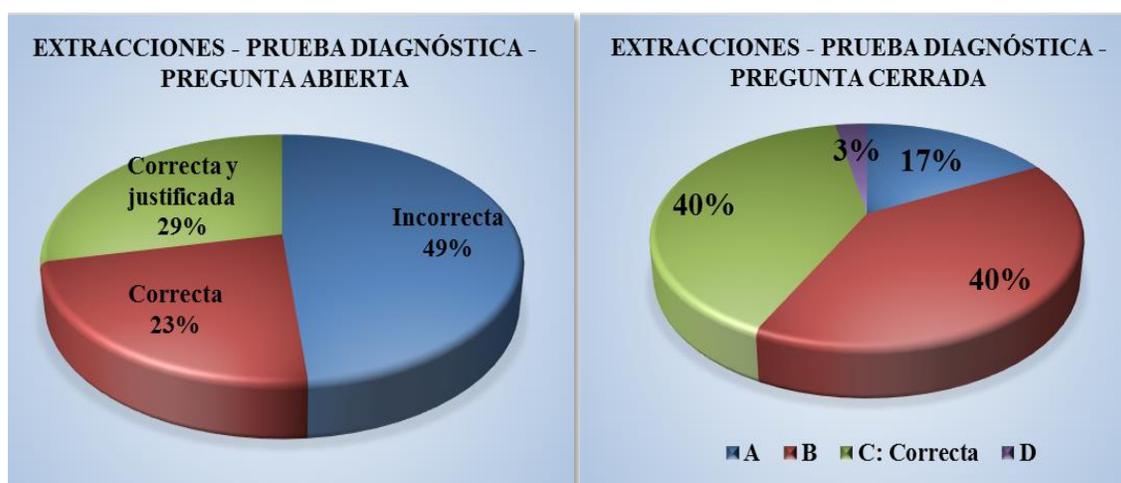


Figura 53. Resultados prueba diagnóstica extracciones. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG.

Ahora bien, la guía (ver anexo 3) se realizó en la segunda parte de la sesión, luego que el docente, en un momento de institucionalización, explicara la aplicación de la regla de Laplace para estimar probabilidades y diera ejemplos para el caso de la extracción de balotas, todo ello utilizando un material básico para hacer los experimentos y explicarlos.

Así, la pregunta tres de la guía, presenta el siguiente problema: *En una urna hay 3 bolas rojas y una azul, y en otra hay 6 bolas rojas y dos azules. ¿De cuál de las dos urnas es más probables obtener una bola roja, si se extrae una bola, sin mirar?* Este es un problema clásico,

abordado en diferentes estudios en psicología y en el campo de la didáctica de la probabilidad, donde se pretende analizar las nociones de los estudiantes frente a sucesos igualmente probables.

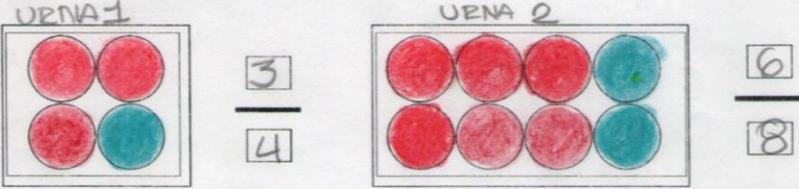
Las respuestas dadas por los estudiantes se agrupan en dos. Los que consideran que extraer la bola de la urna pequeña es más favorable, con un 25%, y ofrecen algunas explicaciones como: *“en la caja pequeña sería posible que salgan las balotas rojas porque de las azules solo hay una”* y *“sería más fácil de la caja pequeña, porque sólo hay una azul”*. En contraste, el 75% de ellos, creen que es más favorable sacar la bola de la urna más grande, y lo argumentan así: *“en la segunda urna, porque en la primera hay 3 y en la segunda 6”*, *“de la grande porque hay más bolas rojas”* y *“en la urna de 6/8 es más probable que salga la roja, porque son más rojas que azules”*.

Sin embargo, ninguna de las respuestas dadas por los alumnos era correcta, ya que en ambos casos la probabilidad de sacar una bola roja es $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = 0.75 = 75\%$. Este resultado se esperaba ya que, para dar una respuesta acertada al problema, el alumno debe tener algunos elementos de razonamiento proporcional y saber que la solución no depende de la cantidad de bolas que se encuentren en la urna, sino de la razón de comparación. Por lo tanto, es comprensible las respuestas de los estudiantes, debido a que este razonamiento no está totalmente desarrollado en niños de 10 a 12 años.

Caso similar aconteció en el colegio CF, donde ninguno de los grupos logró elaborar una respuesta correcta. En este caso, no se les solicitó a los estudiantes construir el espacio muestral del experimento para luego cuantificar la probabilidad en cada caso, que en los primeros dos problemas obtuvo resultados satisfactorios; sino que, el estudiante debía comparar dos urnas con balotas de dos colores y en diferentes cantidades, pero que resultaban ser ambas proporcionales, como se observa en la (figura 54).

5. Resuelve el siguiente problema:

En una urna hay 3 bolas rojas y una azul, y en otra hay 6 bolas rojas y dos azules. ¿De cuál de las dos urnas es más probable obtener una bola roja, si se extrae una bola, sin mirar?



URNA 1

URNA 2

Respuesta del problema: Hay más posibilidades de sacar una Bola roja de la urna 2.

Figura 54. Taller grupal extracciones de balotas. Problema 3. Fuente: elaboración propia colegio CF.

En este enunciado, nos encontramos ante una situación de decisión (elegir una urna) en ambiente de incertidumbre (se trata de elegir entre dos experimentos aleatorios). Este problema planteado evidenció una dificultad en el razonamiento probabilístico de los alumnos, al tratar de establecer una comparación entre dos situaciones aleatorias, que si bien son proporcionales o equivalentes, para ellos no fue tan evidente debido a que cuando estimaron o cuantificaron la probabilidad de un suceso, tuvieron como referencia la cantidad de elementos de cada color, lo que les hizo pensar erróneamente; esto es, que siempre tiene más probabilidades, al comparar dos arreglos, el elemento más numeroso. Un ejemplo de las respuestas elaboradas por los estudiantes de la mayoría de los grupos para tratar de solucionar el problema se puede observar en el taller del grupo 19 “Hay más posibilidades en la segunda porque tiene más bolas rojas”; o en el caso del grupo 5 que afirmó: “Es la segunda urna, porque tiene 6 bolas rojas y la primera urna no porque tiene 3 bolas rojas”.

En otro sentido el grupo 8 explicó: *“En la primera caja hay cuatro bolas donde la mayor posibilidad es sacar la roja, en la segunda caja hay 8 bolas donde la posibilidad más grande es sacar las bolas rojas”*. En este ejemplo, las estudiantes del grupo supieron determinar que en las dos urnas hay una mayor probabilidad de obtener una bola roja, pero finalmente, se les dificultó establecer que tanto en una urna como en la otra la probabilidad de obtener bolas rojas es igual, cuando se hace la comparación.

No obstante, en este problema la mayoría de los grupos pudieron establecer la probabilidad de las balotas rojas y de las balotas azules en cada una de las urnas, sin mayor dificultad; porque en este caso aplicaron los conocimientos adquiridos de la regla de Laplace empleando experimentos prácticos, y más adelante afianzados en el simulador de extracciones de balotas.

El resultado anterior, de los estudiantes de las dos instituciones, coincide con los trabajos de Batanero (2013) y Cañizares (1997), este último cuando afirma:

Que los niños de 9 a 11 años pueden resolver problemas que impliquen comparación de probabilidades de un mismo suceso en dos experimentos diferentes sólo en situaciones donde, bien el número de casos favorables o el número de casos no favorables son iguales en ambos experimentos (sus estimaciones se basan en comparaciones binarias). (p.26)

Asimismo, el razonamiento proporcional en general y no específicamente acerca de la probabilidad, es difícil para los niños pequeños. En el ámbito de la probabilidad, esta dificultad es claramente ilustrada por las tareas en las que los niños tienen que comparar dos o más probabilidades diferentes (Bryant & Nunes, 2012).

Análisis de la categoría: Aproximación frecuencial.

Esta categoría se analiza, en primera medida, a partir del experimento de extracción de balotas realizado en clase en la sesión 4. En la experiencia en el colegio AG, los colores de los pibpones estaban distribuidos así: cinco azules, cinco amarillos, tres verdes, cuatro rojos, dos

naranjas y uno morado. Se realiza la extracción 10 veces, con participación de los alumnos, y se obtuvo el siguiente resultado (ver figura 55).

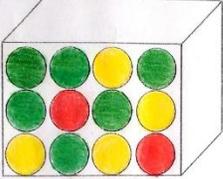


Figura 55. Resultados extracción de balotas. Fuente: elaboración propia colegio AG.

Este ejercicio permitió demostrar empíricamente a los estudiantes, que a mayor número de balotas del mismo color, hay mayor posibilidad de sacar una de estas en el proceso de extracción, en este caso, resultaron más azules. Asimismo, se probó que las balotas naranjas y moradas no salieron en las 10 extracciones, que indica que las posibilidades de éstas eran menores. Aunque el experimento solamente se realizó 10 veces, los resultados obtenidos se ajustan a lo esperado. Por lo tanto, se refuerza en los alumnos la tesis que a mayor frecuencia de un resultado mayor probabilidad y viceversa.

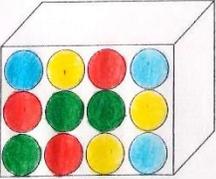
El otro instrumento que ayudó a completar este análisis, fue la guía desarrollada en la sesión 4 (ver anexo 3), en particular las dos primeras preguntas, en donde se solicita a los estudiantes colorear 12 balotas de una urna según las condiciones dadas. En la figura 56 se muestran dos ejemplos, de las respuestas dadas por los estudiantes.

1. La siguiente caja contiene balotas amarillas, verdes y rojas. Colorea las balotas de manera que el color verde sea el que tenga **más** probabilidad de salir y el rojo **menos** posibilidades, cuando se saca una balota sin mirar.



- Probabilidad de las balotas verdes $\frac{6}{12}$
- Probabilidad de las balotas rojas $\frac{2}{12}$

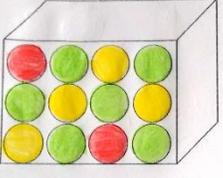
2. La siguiente caja contiene balotas amarillas, azules, verdes y rojas. Colorea las balotas de manera que todos los colores tengan las mismas probabilidades de salir, al extraer una balota de la caja sin mirar.



Después de colorear las balotas del dibujo ¿Cuál es la probabilidad para cada color?

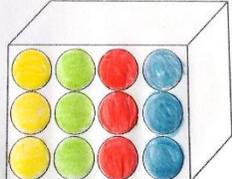
Respuesta $\frac{3}{12}$

1. La siguiente caja contiene balotas amarillas, verdes y rojas. Colorea las balotas de manera que el color verde sea el que tenga **más** probabilidad de salir y el rojo **menos** posibilidades, cuando se saca una balota sin mirar.



- Probabilidad de las balotas verdes $\frac{6}{12}$
- Probabilidad de las balotas rojas $\frac{2}{12}$

2. La siguiente caja contiene balotas amarillas, azules, verdes y rojas. Colorea las balotas de manera que todos los colores tengan las mismas probabilidades de salir, al extraer una balota de la caja sin mirar.



Después de colorear las balotas del dibujo ¿Cuál es la probabilidad para cada color?

Respuesta $\frac{3}{12}$

Figura 56. Taller sesión 4: extracción de balotas. Fuente: Taller

En la pregunta 1, se ve claramente como los alumnos colorean 6 balotas de color verde, 4 amarillas y 2 rojas, resultado que fue muy común a la mayoría de grupos. Lo anterior demuestra que ellos si relacionan la cantidad de elementos de un color con su mayor probabilidad.

De igual manera, para la pregunta 2 colorean 3 balotas de cada color. Para la imagen de la izquierda en diferente ubicación en contraste con la de la derecha, que los colorea de forma organizada. Esto ejemplifica que los estudiantes asocian igual probabilidad a igual número de elementos del mismo color.

Por otra parte, en las entrevistas realizadas a los estudiantes, se les entregó una bolsa con 16 pimpones con la siguiente distribución: cuatro rojos, cuatro azules, dos verdes, uno morado, dos naranjas y tres amarillos. Ellos tenían que observar el contenido y responder dos preguntas: si se saca un pimpón al azar, ¿cuál color crees que tiene más probabilidades de salir? y ¿cuál es el que menos probabilidades tiene de salir?

Los resultados obtenidos fueron contundentes, todos los entrevistados respondieron de forma correcta que el color con más posibilidades de salir era el azul o el rojo, y lo justificaron así: A1: *“porque es el que más tiene”*, A8: *“porque están más veces”* y A11: *“porque hay más cantidad”*. En el mismo sentido, el color que tenía menos posibilidades de salir era el morado, y la mayoría de ellos logró responder adecuadamente. También explicaron su respuesta con afirmaciones como: A11: *“porque solo hay uno”*, A1: *“porque es el que menos hay”* y A10: *“porque no lo vi tantas veces”*.

Estas respuestas de los alumnos a la situación de extraer al azar un pimpón comprueban las tesis que a ellos les quedó claro que a mayor número de elementos de la misma clase mayor probabilidad de obtener uno al seleccionarlo de forma aleatoria y viceversa, lo cual corresponde con el significado de aproximación frecuencial seleccionado para esta investigación. De igual manera, se confirma que “la ausencia de proporcionalidad no es un obstáculo para aprender el concepto de probabilidad. Para Fischbein, el niño es capaz de asimilar este esquema, antes, incluso, de la edad de 10 años, con la ayuda de instrucción elemental” (Cañizares, 1997, p.27).

Análisis de la categoría: Cuantificación de la probabilidad.

Esta categoría se vislumbra en la guía desarrollada en la sesión 4 y en la prueba final. Con respecto a las preguntas de la guía, la uno, dos y cuatro hacen referencia a la aplicación de la regla de Laplace para cuantificar la probabilidad (ver anexo 3).

El problema 1 del taller, requería fundamentalmente que los estudiantes construyeran el espacio muestral para un experimento de extracción de balotas de colores que realizaron en físico, teniendo en cuenta unas condiciones descritas en el enunciado del problema, así como cuantificar probabilidades aplicando la regla de Laplace para dos eventos. Hacer este tipo de experimentos mediante el uso de urnas o bolsas con bolas, según Ortiz y Serrano (2001) permiten trabajar situaciones de muestreo con y sin remplazamiento, facilitando la determinación de la probabilidad

para sucesos dependientes e independientes, que no es fácil ejemplificar con otros dispositivos. En la figura 57 se presenta los resultados de los estudiantes frente a esta tarea, en el colegio CF.

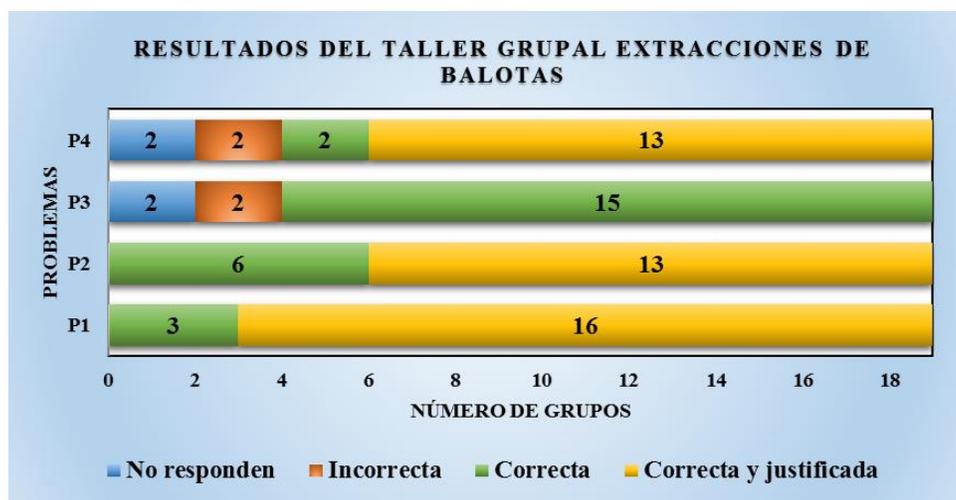
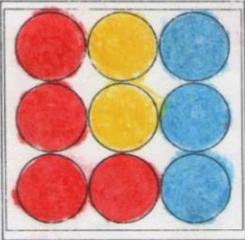


Figura 57. Resultados del taller grupal extracciones de balotas. Fuente: elaboración propia colegio CF.

Para este caso, 16 de los 19 grupos construyeron correctamente el espacio muestral del experimento de las balotas de colores, atendieron a las instrucciones que se mencionaban en el enunciado del problema y pudieron, en cada caso, hacer la estimación de la probabilidad sin mayor dificultad. Lo mismo ocurrió con el resultado del problema 2, en el que 13 de los 19 grupos lograron sin dificultad configurar un conjunto de doce balotas de 4 colores diferentes, de modo que cada color tuviese la misma probabilidad de salir, si se extraen de la caja sin mirar. De igual manera no se presentó dificultad al momento de estimar la probabilidad como razón de comparación, de los cuatro colores de balotas de la caja.

6. Colorea 4 círculos rojos, 3 círculos azules y dos círculos amarillos. Luego expresa la probabilidad para cada suceso.



-Al sacar una bola, sea de color rojo $\frac{4}{9}$

-Al sacar una bola, sea de color azul $\frac{3}{9}$

-Al sacar una bola, no sea amarilla $\frac{7}{9}$

-Al sacar una bola, no sea roja $\frac{5}{9}$

-Al sacar una bola, sea de color amarillo $\frac{2}{9}$

Figura 58. Taller grupal extracciones de balotas. Problema 4. Fuente: elaboración propia colegio CF.

En el problema 4 de este taller, que presentaba una urna con un número definido de balotas rojas, amarillas y azules, para un total de 9; la mayoría de los grupos no tuvieron dificultad en cuantificar las probabilidades teniendo en cuenta ese espacio muestral, expresando la probabilidad como razón de comparación en un número fraccionario (ver figura 58).

Es de resaltar que dentro de los 5 ejercicios de cuantificación que se le plantearon al estudiante, dos incluían una partícula de negación en la pregunta, por ejemplo: *¿Cuál es la probabilidad que al sacar una bola de la urna, no sea amarilla?*. Ante este tipo de preguntas algunos grupos presentaron errores en establecer la probabilidad correcta, sin embargo, 13 de los 19 grupos pudieron resolverlas sin dificultad (ver figura 57).

Por otro lado, en el colegio AG, los resultados demuestran un alto porcentaje de éxito en el proceso de cuantificar la probabilidad con la regla de Laplace por parte de los estudiantes (ver figura 59), a excepción de las preguntas 4C y 4D, que obtienen menos del 40%, y las cuales tienen

una característica común, que hace referencia a la forma de hacer la pregunta, donde aparece la palabra NO. Esto comprueba la dificultad de los alumnos de estas edades para abordar una pregunta donde aparece una negación, y de la diversidad de significados que se le pueden dar a la expresión “No sea amarilla” o “No sea roja”.

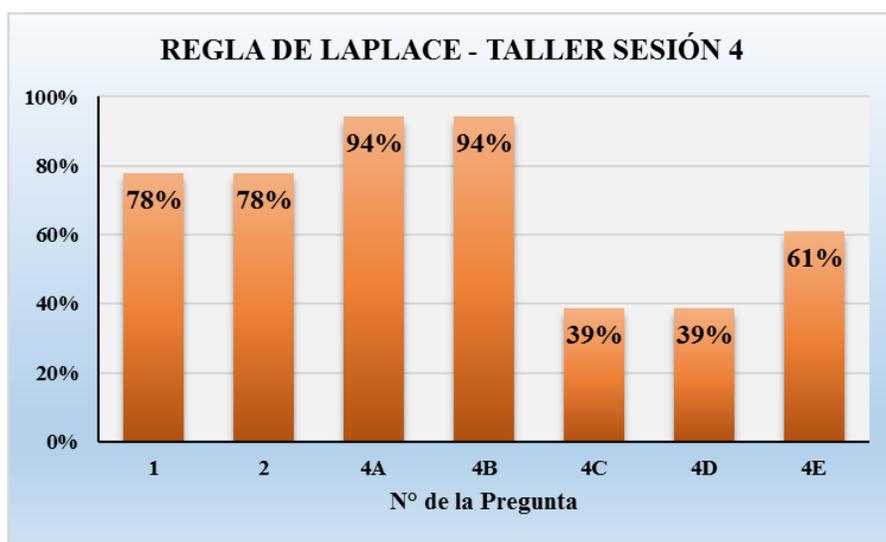


Figura 59. Taller sesión 4: regla de Laplace. Fuente: Taller

A continuación, se analizan los resultados de la prueba final, para esta situación. Se proponen 2 preguntas, una abierta y la otra cerrada, en un contexto un poco diferente, referido al juego con una ruleta de colores. Vale la pena aclarar, la analogía existente entre la extracción de una balota de una urna y la elección de un color para la ruleta, donde todas las porciones en que está dividida son iguales.

El propósito de presentar la situación con otro tipo de equipamiento para realizar experimentos aleatorios, es evaluar en el estudiante la capacidad para transferir y aplicar un conocimiento aprendido y entrenado para cuantificar probabilidades empleando la regla de Laplace en una situación problema que emplee elementos diferentes, pero que en todo caso sigue siendo un experimento que tiene condiciones similares.

En este caso, la muestra de 12 estudiantes que realizaron la prueba, se divide equitativamente en un 50% entre los que comprendieron el enunciado del problema y dieron una explicación satisfactoria al mismo, y el otro 50% de los que no lograron interpretar correctamente la situación, y por ende dar una solución acertada. Con respecto al grupo de estudiantes que solucionaron el problema correctamente, se observó que, aunque transcurrieron algunos meses desde que finalizó la implementación del ambiente de aprendizaje hasta que se aplicó la prueba final, es claro que para estos estudiantes tanto la aplicación de la regla de Laplace para estimar probabilidades, como la identificación del espacio muestral en un experimento aleatorio diferente al de las extracciones, resultó ser un aprendizaje significativo. En contraste, el otro grupo de estudiantes que no lograron resolver el problema, si bien tuvieron en cuenta el número de casos favorables, se les dificultó identificar el número de casos posibles en las secciones de la ruleta.



Figura 60. Experimentos con ruletas. Preguntas abierta y cerrada. Fuente: prueba final colegio CF.

Un comportamiento similar se presentó con la pregunta cerrada (ver figura 60), en el que el estudiante debía seleccionar la explicación correcta ante una situación similar a la anterior, en la que también se utilizaba el experimento aleatorio con una ruleta. una ruleta.

Teniendo en cuenta que la opción B correspondía a la explicación correcta del problema, 58% de los estudiantes de la muestra seleccionaron esa respuesta. El resultado es coincidente con el de la pregunta abierta, que presentaba un problema similar para cuantificar la probabilidad comparando todos los casos favorables en relación con todos los casos posibles, observando el espacio muestral en una ruleta, que es el modo en que se deben abordar este tipo de problemas de probabilidad. Además, en este test de preguntas cerradas, los demás estudiantes de la muestra, que no optaron por la explicación correcta, se distribuyeron en diferentes explicaciones para el problema y no se agruparon en una de ellas.

Situación diferente en el colegio AG, en la cual de los 36 estudiantes, sólo siete lograron dar y justificar la respuesta correcta, dando explicaciones como: *“es incorrecto porque hay 10 colores”*, *“le quedo mal porque es $\frac{2}{10}$ ”* y *“está mal porque la operación es 2 de 10 porque hay 10 espacios pintados en la ruleta”*.

No obstante, sorprende el total de respuestas incorrectas, que corresponden a 29 estudiantes. Al mirar con detalle las respuestas de ellos, se encuentra que un buen número de alumnos, no responde a la pregunta planteada, sino dan razones de cuales tienen más o menos probabilidades de salir. Por ejemplo: *“está muy bien porque el verde y el morado tiene menos posibilidades de salir porque solo hay uno de cada uno”*, *“no es correcto porque sólo tiene la probabilidad de caer 2 veces en cambio el rojo y el amarillo tienen más probabilidades de caer 3 veces”* y *“el cálculo de Esteban es incorrecto porque los colores que tienen más posibilidad de salir son el amarillo y el rojo”*.

Las afirmaciones anteriores dadas por los alumnos son correctas, y muestran una concepción más frecuencial para abordar la situación de la ruleta; en contraste con lo que pedía la pregunta, que quería analizar la utilización de la regla de Laplace. Esta situación fue evidenciada

en un estudio realizado por K. Truran (1994), relacionado con la comprensión que tienen los niños sobre los generadores aleatorios, quien afirma:

Algunos alumnos, incluso a la edad de 13 años, consideran que generadores aleatorios con la misma estructura probabilística, pero con diferente soporte físico tienen un comportamiento probabilístico diferente. Por ejemplo, no consideran equivalentes una urna con dos bolas rojas y una negra y una ruleta con $\frac{1}{3}$ del área negra y el resto roja. (citado por Cañizares, 1997, p.51)

Esta última afirmación ayuda a comprender mejor la dificultad de algunos estudiantes para dar una respuesta adecuada, ya que es posible que ellos no hayan hecho la transferencia de la experiencia de sacar pimientos de una urna con la elección de colores de una ruleta.

Con respecto a la pregunta de selección múltiple, 13 estudiantes respondieron de manera acertada. Sin embargo, sorprende que las tres opciones restantes también fueron seleccionadas por algunos estudiantes (ver figura 61). Estos resultados indican que la comprensión de la regla de Laplace por parte de ellos todavía es incipiente, y que requiere de bastante tiempo y experiencias significativas para que logre ser una herramienta útil a la hora de resolver situaciones de probabilidad.

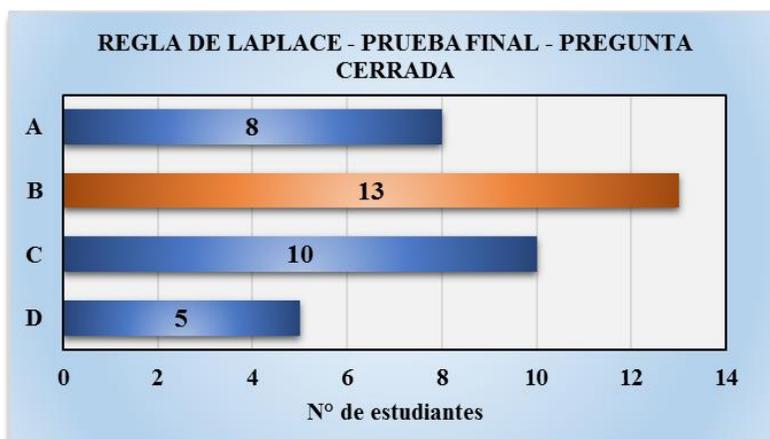


Figura 61. Regla de Laplace – Prueba final. Fuente: prueba final colegio AG

Es importante señalar que los alumnos seleccionados para esta investigación, nunca habían escuchado sobre la regla de Laplace y mucho menos resolver situaciones problema utilizando ésta, lo cual se constituye en un gran logro, evidenciando el progreso de algunos estudiantes en el momento de abordar esta temática, y ver que respondieron de manera correcta a las diferentes actividades propuestas.

En el caso de las entrevistas semiestructuradas aplicadas a los estudiantes de la muestra, que a su vez presentaron la prueba final, en su mayoría manifestaron un buen desempeño en la pregunta referente a la cuantificación de la probabilidad en experimentos de extracciones de balotas y el modo de resolver situaciones problema de esta índole. En este punto de la entrevista se le solicitaba al estudiante, construir el espacio muestral utilizando pimpones de diferente color en una caja, de modo que se cumplieran ciertas condiciones. En este caso la totalidad de los estudiantes entrevistados realizaron correctamente el ejercicio, como se puede constatar en el siguiente fragmento de la entrevista a E1

P: ¿Cómo organizarías 12 balotas de 4 colores diferentes en una urna, de modo que al extraer cada una sin mirar, la balota amarilla tenga más probabilidad de salir, la roja menos probabilidad, y las de color verde y naranja tengan la misma probabilidad de salir? Explica en voz alta el proceso.

P: E1, ¿cómo quedó arreglada la caja con las doce balotas de colores?

E1: quedó 7 amarillas, 2 naranjas, 2 verdes para que tengan las mismas posibilidades de salir y la roja para que tengan menos posibilidades de salir.

De otra parte, los estudiantes que participaron en la entrevista, luego de construir el espacio muestral según las condiciones solicitadas, demostraron en su gran mayoría aplicar la regla de Laplace para estimar las probabilidades de cada suceso en el experimento de extracciones de balotas, como se puede constatar en la E2

P: según lo que organizaste ¿cuál es la probabilidad de las balotas amarillas?

E2: 7 de 12

P: ¿Cuál es la probabilidad de las de color verde?

E2: 2 de 12

P: ¿Las probabilidades de la naranja?

E1: 2 de 12

P: ¿Y la roja?

E2: 1 de 12

Este fragmento de la entrevista muestra, un ejemplo de cómo los estudiantes que desarrollaron las actividades correspondientes a la sesión 4, que consistieron en el taller grupal en el ámbito presencial y la actividad en el simulador de experimentos de extracciones realizada en la plataforma virtual, llegaron a la comprensión del espacio muestral en este tipo de experimentos aleatorios y lo construyeron teniendo en cuenta que cumpliera determinadas condiciones, cuantificaron probabilidades para cada suceso aplicando la regla de Laplace, y finalmente, lograron transferir el conocimiento adquirido en experimentos aleatorios diferentes, al caso de las ruletas.

De la misma manera, en el colegio AG, las entrevistas abordaron el tema de la cuantificación de la probabilidad por medio de la regla de Laplace, y se encontró que la mayoría de ellos no la recordaba inmediatamente, aunque se logró después de una breve explicación dada por el investigador. La pregunta fundamental era: para calcular la probabilidad de sacar un pimpón verde aplicando la regla de Laplace, ¿qué tendrías que hacer? Algunos de los alumnos respondieron de forma correcta, al señalar: A3: *“saber cuántos pimpones hay de color verde y cuantos hay de la cantidad máxima de pimpones”*, A4: *“tenía que abajo colocar el número de pimpones que hay y arriba el número de pimpones verdes”*, A6: *“cuantos pimpones verdes hay, y cuantos hay en total”* y A11: *“el número de pimpones, y el número del color del pimpón”*.

Las respuestas anteriores dadas por los estudiantes sirven para sustentar que algunos de ellos ganaron en la comprensión de la regla de Laplace y tenían claro como expresar la razón de comparación. Asimismo, el fragmento de entrevista siguiente es un ejemplo de lo que contestaron los estudiantes del problema de la extracción de pimpones expresando la probabilidad con esta regla.

P: De un pimpón naranja, ¿cuál sería la probabilidad?

A3: 2 de 16

P: ¿azul?

A3: 4 de 16

P: ¿rojo?

A3: 3 de 16

P: ¿segura?

A3: no mentiras 4

P: ¿amarillo?

A3: 3 de 16

P: ¿negro?

A3: no hay

P: entonces, ¿cuál es la probabilidad?

A3: 0 de 16

Esta última respuesta, muestra como los alumnos relacionan la regla de Laplace con el significado de un suceso imposible; puesto que asocian el cero como la manera de cuantificar un suceso que no puede pasar.

Situación 4: Combinatoria

Análisis de las categorías: Cuantificación de la probabilidad y Resolución de problemas y toma de decisiones.

Uno de los aspectos desarrollados de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en el ambiente B-learning propuesto, es el que se refiere a la combinatoria. Este componente, identificado como situación 4, se presentó a los estudiantes en la sesión 5 presencial y virtual titulada: Combinando elementos. Para efectos del análisis de resultados de los instrumentos aplicados, se tuvieron en cuenta las categorías de: cuantificación de la probabilidad, relacionada con la construcción del espacio muestral y la identificación de casos favorables sobre casos posibles aplicando la regla de Laplace; y adicionalmente, la categoría de resolución de problemas y toma de decisiones, en el sentido de establecer cómo los estudiantes abordaron situaciones problema de combinatoria y qué estrategias de resolución siguieron. También es importante mencionar que las categorías anteriores se analizaron conjuntamente, porque las actividades planteadas a los estudiantes sobre combinatoria se desarrollaron siempre en el contexto de situaciones problema.

El problema planteado al estudiante, para evaluar el componente de combinatoria se expresó de la siguiente forma:

Santiago tiene en su armario 3 camisetas de diferente color (una roja, una azul y una amarilla), 2 pantalonetas (una verde y una blanca), y dos pares de medias (un par azul y un par rojo). Representa con diagramas o dibujos todas las diferentes formas en las que Santiago puede combinar los uniformes de fútbol, si cada uniforme consta de una camiseta, una pantaloneta y un par de medias.

Frente a esta situación problema se observaron en los alumnos diferentes estrategias, teniendo presente que, en el momento de aplicar la prueba, la totalidad de ellos no habían recibido un entrenamiento previo para resolver este tipo de situaciones, ni los conocimientos básicos de

combinatoria que les permitiera su efectiva comprensión. No obstante, Bryant & Nunes (2012) afirman que los niños en el rango de edad de las operaciones concretas están en capacidad de imaginar las diferentes combinaciones de un conjunto dado de elementos, lo que se constituye en la base para su eventual comprensión del azar.

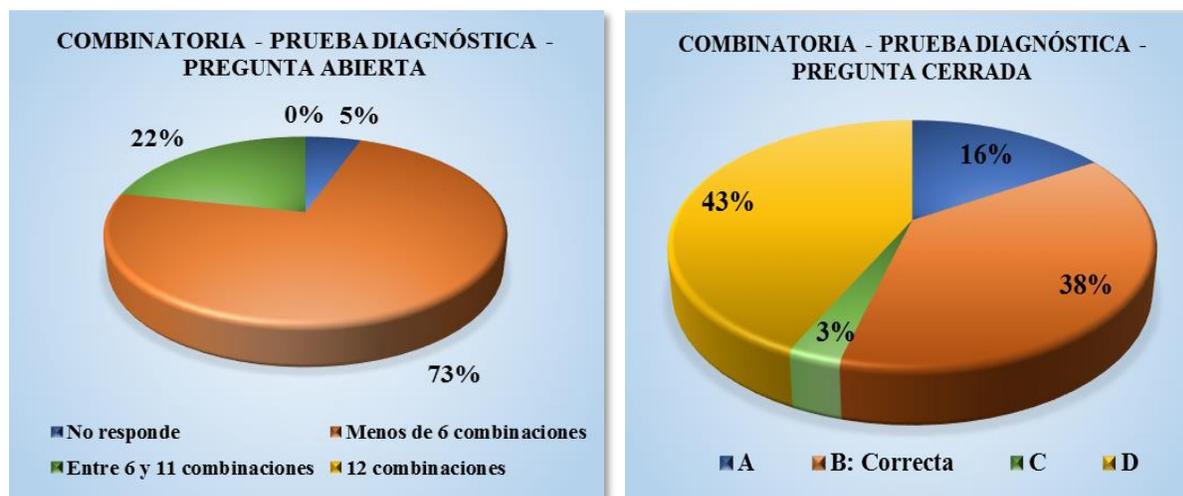


Figura 62. Combinatoria. Preguntas abierta y cerrada. Fuente: prueba diagnóstica colegio CF.

Así, los resultados en el test de preguntas abiertas en el colegio CF indican que el 73 % de quienes realizaron la prueba, lograron representar menos de seis combinaciones correctas, el 5% no elaboraron el ejercicio para resolver el problema, el 22% lograron representar más de 6 combinaciones y aproximarse a la solución del problema, y ningún estudiante logró llegar a la resolución efectiva del problema de combinatoria que se planteó, y dibujas las 12 combinaciones (ver figura 62).

Como se mencionó al comienzo, las dificultades evidenciadas en los estudiantes de la población para resolver este tipo de problemas, se debió a la falta de información sobre lo que es la combinatoria y el modo de resolver este tipo de ejercicios, de modo que solo trataron de realizar algunas combinaciones, basados en su experiencia, pero sin seguir un patrón o método específico.

En las soluciones elaboradas por los estudiantes, la mayoría consideró que el mejor modo de representar las combinaciones era realizando el dibujo de las prendas del uniforme de fútbol con sus respectivos colores, lo que terminó en una actividad dispendiosa y que en algunos casos no lograron finalizar (Ver figura 63). Otros estudiantes, aunque en menor número, optaron por representar con palabras las combinaciones y las enumeraron; y solo una estudiante trató de realizar un diagrama con flechas similar a los diagramas de árbol que se emplean en los ejercicios de combinatoria, aunque no lo concluyó.

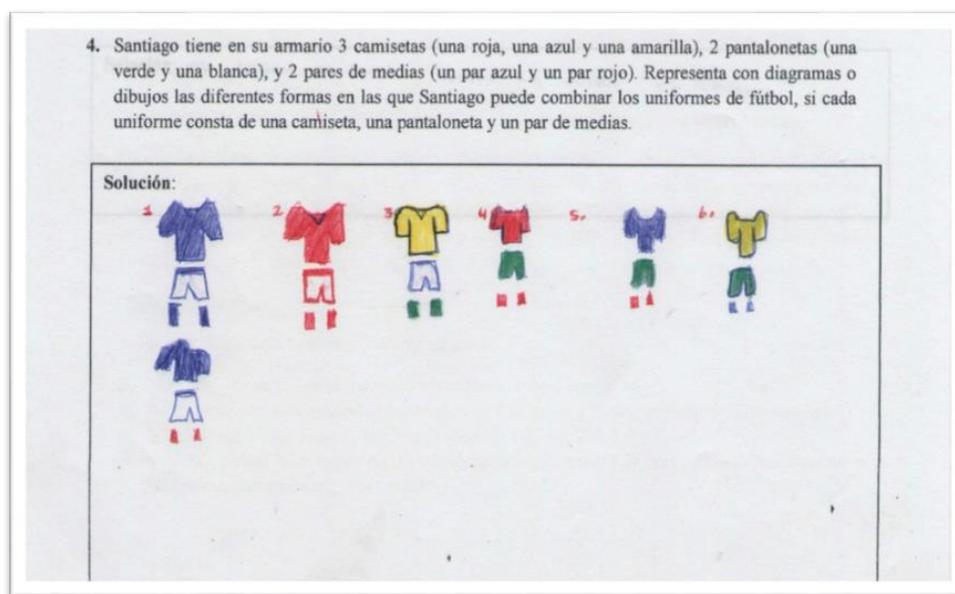


Figura 63. Elaboración de combinaciones. Pregunta abierta. Fuente: prueba diagnóstica colegio CF.

De todos modos, como lo afirman Piaget e Inhelder, durante el período de las operaciones concretas, “los niños buscan modos de realizar inventarios de todas las permutaciones, variaciones y combinaciones posibles en un conjunto dado con un número pequeño de elementos, y llegan a procedimientos rudimentarios de cálculo mediante ensayo y error” (citados por Cañizares, 1997, p.26).

Ahora, si observamos los resultados sobre la misma situación, que en el test de preguntas cerradas presentaba las opciones de respuesta (Ver figura 62), los resultados se dividen entre quienes seleccionaron la respuesta correcta que era la B: 12 uniformes de futbol, y quienes optaron por la respuesta D: 7 uniformes de fútbol.

En el primer caso, 38% de los estudiantes intuyeron que el número de combinaciones posibles se obtiene del producto del número independiente de las prendas de diferente color a combinar, es decir, $3 \times 2 \times 2 = 12$, que es la solución correcta, mientras que, en el segundo caso, 43% de los estudiantes consideraron que la solución se basaba en sumar los números de prendas de diferente color, es decir, $3 + 2 + 2 = 7$, lo cual no es correcto.

Si bien en el resultado del test de preguntas cerradas, fueron más los estudiantes que llegaron a la solución correcta del problema, se puede evidenciar dificultades en la mayoría de los niños para comprender este tipo de situaciones problema y resolverlas, debido a que no habían recibido en años anteriores el aprestamiento requerido para identificar problemas de combinatoria y representarlos a través de organizadores gráficos, como diagramas de árbol, que pueden ser comprendidos por los niños. Además, aunque han aprendido desde los primeros grados de escolaridad las operaciones matemáticas, a partir de la memorización de logaritmos, no han desarrollado las habilidades necesarias para aplicar ese aprendizaje en contextos cotidianos o para resolver problemas, como el que se les planteó de combinatoria.

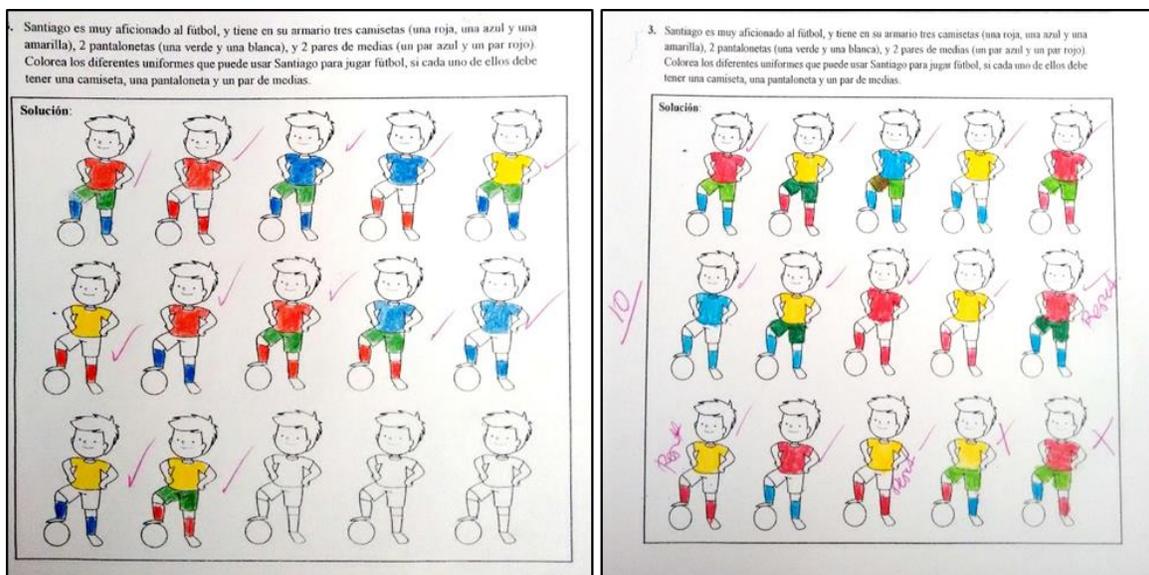


Figura 64. Dos ejemplos de la pregunta 3 de combinatoria. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG.

En la prueba diagnóstica del colegio AG, se propuso a los estudiantes colorear todos los uniformes posibles que se pueden dotar, de acuerdo a unas condiciones dadas (ver figura 64).

Los resultados obtenidos demuestran que un 46% de los estudiantes logró colorear de 10 a 12 uniformes, y sólo cuatro encontraron las 12 posibilidades (ver figura 74, a la izquierda). Asimismo, el 37% de ellos determinaron entre 7 y 9 uniformes (ver figura 65). Este alto porcentaje de uniformes coloreados contrasta con los resultados obtenidos en la prueba piloto, en el colegio El Japón, en la cual el número de estudiantes que logró acercarse a la respuesta correcta fue mínimo.

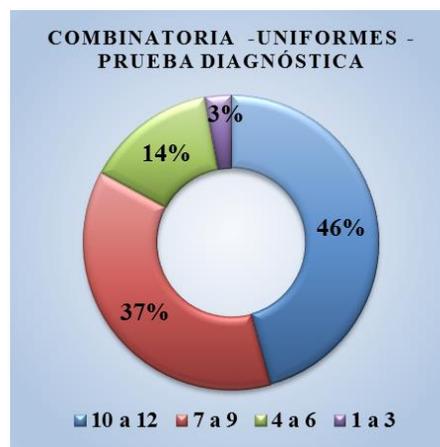


Figura 65. Resultados prueba diagnóstica combinatoria. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG.

Un factor clave para esta diferencia, fue proporcionarles en la prueba diagnóstica del colegio AG, las siluetas de los jugadores para que ellos se centraran en colorear y no en dibujar los jugadores, como ocurrió en la misma prueba del primer colegio.

En concordancia con lo anterior, fue muy frecuente ver coloreado las 15 siluetas de los jugadores, como se observa en la figura 64 de la derecha, lo cual es un indicador de la dificultad que presentan los estudiantes al determinar todas las combinaciones posibles, y darse cuenta que había uniformes repetidos.

Ahora bien, durante la implementación de la sesión 5, los estudiantes en el ámbito presencial realizaron una actividad de combinatoria que se relacionaba con la situación 3 analizada anteriormente, y que se refería a la cuantificación de probabilidades en experimentos aleatorios de extracciones de balotas o fichas de colores. Para este caso, los alumnos, organizados en 6 grupos de 6 estudiantes, abordaron dos problemas.



Figura 66. Actividad de combinatoria. Sesión 5 presencial. Fuente: elaboración propia colegio CF.

El primero consistía en establecer el número total de combinaciones si se eligen dos colores de fichas sin repetir en el contexto de una rifa, no importa el orden en el que sea colocado cada color.

Desde la categoría de la resolución de problemas y toma de decisiones, se observó que los niños y niñas del curso, dialogaron en cada grupo sobre el mejor modo de hacer las combinaciones para que queden completas, y también tuvieron la oportunidad de hacer los experimentos de extraer los pares de fichas de una bolsa, de modo que fueran descubriendo todos los posibles resultados. Para hacer el trabajo, cada grupo de estudiantes sobre una hoja blanca pegaba los pares de círculos de cada uno de los seis colores hasta finalizar todo el experimento de combinatoria (ver figura 66).

En ese punto de la actividad, los alumnos acordaron una estrategia de resolución del problema: para unos, consistió en pegar los círculos en la hoja blanca y realizar directamente el mayor número posible de combinaciones y completar los pares que hacían falta; para otros, la estrategia consistió en seleccionar un color, combinarlo con los 5 restantes, luego el siguiente y combinarlo con los otros colores hasta finalizar el ejercicio; y para otros, consistió en hacer en físico el experimento de las extracciones de los pares de fichas de color, para luego representar en la hoja las combinaciones que resultasen de ellas. No obstante, en ningún grupo se buscó la aplicación de una operación matemática para establecer el número de combinaciones posibles, ni se realizó algún tipo de representación estilo diagrama de árbol para organizar todos los resultados posibles de las combinaciones. En el primer problema de la actividad, de los seis grupos que realizaron el ejercicio, 4 lo completaron con éxito, y dos grupos no acordaron entre sus integrantes un modo de resolverlo.

En el segundo problema, se planteó a los estudiantes realizar un ejercicio de combinatoria basado en la misma urna de las seis fichas de diferente color, con la siguiente instrucción: *representa todos los posibles resultados si se eligen tres colores de fichas sin repetir en una rifa,*

no importa el orden en el que se encuentre cada una. En este caso, los grupos que realizaron con éxito las combinaciones del problema anterior replicaron la estrategia de solución para el segundo problema, al igual que los demás grupos que mantuvieron el mismo método para resolver las combinaciones, aunque habían presentado dificultades en el primer problema.

En este caso, de los seis grupos que desarrollaron el ejercicio, uno de ellos se aproximó a la solución del problema y representó casi la totalidad de las combinaciones, 16 de 20, mientras que los demás grupos realizaron menos de trece combinaciones correctas. Es importante anotar, que el ejercicio de combinar tres fichas de diferente color sin que se repitan a partir de cinco colores, presenta un mayor grado de complejidad para los niños y niñas de las edades de la población seleccionada, como sugiere Scardamalia (1977), quien encontró que, “los niños del período de operaciones concretas eran capaces de resolver problemas combinatorios, siempre que éstos no excedieran su capacidad de procesamiento de la información” (citado por Cañizares, 1997, p.26).

Con respecto a la categoría de cuantificación de la probabilidad, la actividad anterior de los dos problemas de combinatoria, una vez solucionados, le plantearon al estudiante la posibilidad de observar todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, es decir, su espacio muestral; y a partir de allí, hacer estimaciones probabilísticas aplicando la regla de Laplace.

En los problemas anteriores, para poner en práctica la habilidad de cuantificar la probabilidad de un suceso, las preguntas se le presentaron, por ejemplo, en el primer problema en los siguientes términos: *¿Cuál es la probabilidad de obtener la combinación de los dos colores en la rifa si se extraen dos balotas seguidas?* Para la solución del problema, los estudiantes observaron el espacio muestral construido por cada grupo en la actividad anterior, aplicaron la regla de Laplace, y determinaron en su mayoría, que la probabilidad de que salgan dos colores específicos al extraer las dos balotas seguidas sin importar el orden es 1 de 15, y la probabilidad de obtener uno de los dos colores es 6 de 15; sin embargo, en el experimento del segundo problema, como la

construcción del espacio muestral no se pudo concluir en la casi totalidad de los grupos, la cuantificación de probabilidades aplicando la regla de Laplace, no fue posible para los estudiantes determinarla con éxito porque la necesidad de razonamiento combinatorio en los niños de estas edades es un obstáculo importante para la comprensión de la probabilidad (Bryant & Nunes, 2012).



Figura 67. Problema de combinatoria en el laboratorio básico de azar. Fuente: aula virtual colegio CF

En el ámbito virtual de esta sesión, se le planteó al estudiante una situación problema que encontraban en el laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria en el cual debían, al igual que en la actividad presencial, hallar todos los resultados posibles al combinar pares de frutas independientes en cada plato, de cinco frutas en total para combinar (Ver figura 67), y luego, a través del foro habilitado para esta sesión, responder varias preguntas en las que determinaban la probabilidad de ocurrencia de diferentes eventos posibles a partir de la observación de las combinaciones realizadas en el laboratorio virtual, es decir, el espacio muestral para ese experimento.

De acuerdo con los resultados que se observaron respecto del desempeño de los estudiantes en esta actividad de combinatoria realizada en el laboratorio virtual, y también su participación en

el foro con sus respuestas a las preguntas planteadas, aplicando la regla de Laplace, la totalidad de la población realizó con éxito la actividad de la combinación de los pares de frutas en los platos, y determinó el número total de combinaciones o casos posibles para este experimento aleatorio. Lo anterior significa que los niños desarrollaron un sentido de la aleatoriedad mediante la elaboración de todas las combinaciones posibles en el espacio muestral (Bryant & Nunes, 2012).

En este punto cabe resaltar que, el entrenamiento previo de los estudiantes en grupos para resolver problemas similares de combinatoria bajo la asesoría del investigador en la sesión presencial, y la posibilidad de interacción que le brindó al estudiante la actividad de combinatoria en el laboratorio, facilitaron su comprensión y permitieron su realización exitosa.

Con respecto a la resolución de los problemas que se le plantearon, para cuantificar las probabilidades en cada caso a partir de la observación de las combinaciones realizadas, todos los estudiantes que participaron en el foro con sus soluciones y respuestas, estimaron correctamente la probabilidad de cada evento, como se puede observar en los siguientes ejemplos tomados del foro del aula virtual (Ver figura 68).

Como se pudo constatar en este caso, las soluciones a las preguntas de cuantificar probabilidades están acordes con el espacio muestral construido por los estudiantes en el ejercicio de combinatoria de las frutas y realizado en el laboratorio virtual, porque lograron hacer un análisis del espacio de la muestra que requirió de una búsqueda exhaustiva de todas las posibilidades que están dentro de ese espacio, pero al mismo tiempo considerar todos los eventos imposibles o seguros (Bryant & Nunes, 2012). Esto denota un progreso, no solo en el nivel de comprensión de las preguntas formuladas, sino en la capacidad para aplicar en un contexto diferente al de los dados o al de las ruletas, el principio de estimación de probabilidades formulado en la regla de Laplace.

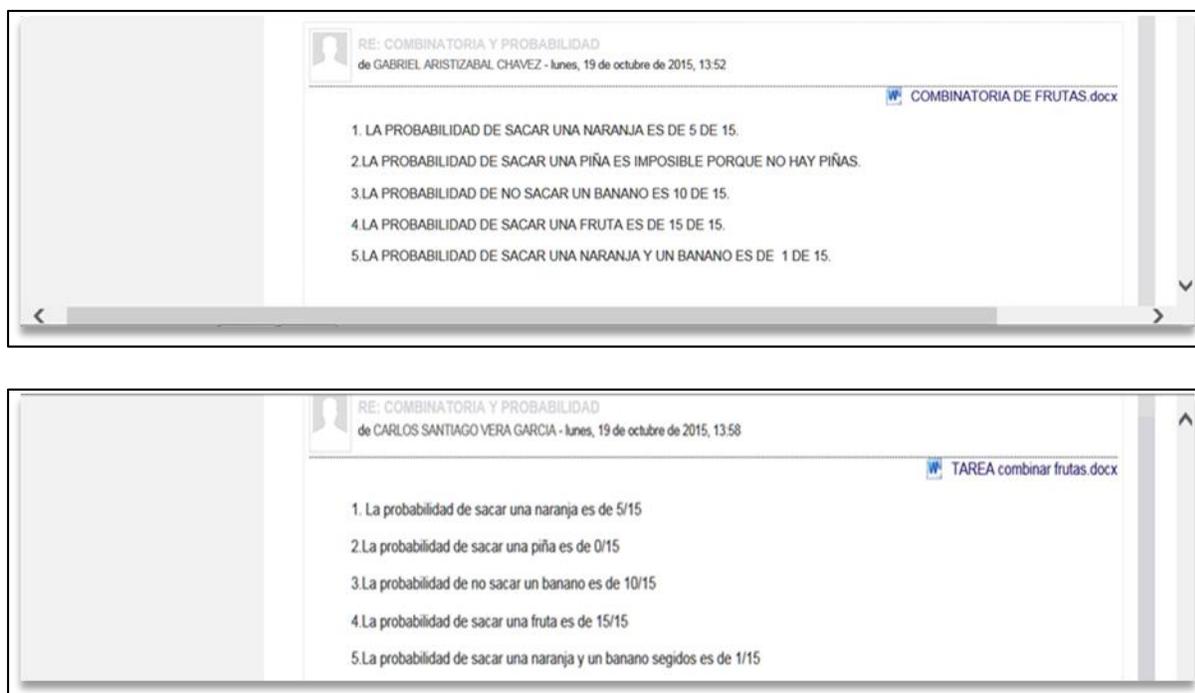


Figura 68. Soluciones de los estudiantes aplicando la regla de Laplace y publicadas en el foro. Fuente: Aula Virtual del colegio CF.

En el caso del colegio AG, para la misma sesión, se utiliza la plataforma Schoology, donde se presenta un video tutorial que explica cómo acceder a los recursos seleccionados en el laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria de Juan García. Después de ver el video, los estudiantes ingresaron al laboratorio y realizaron cuatro actividades interactivas donde tenían que encontrar: las 15 combinaciones diferentes de 6 frutas tomadas de 2 en 2, las 10 combinaciones diferentes de 5 frutas tomadas de 3 en 3, las 15 combinaciones diferentes de 5 frutas tomadas de 2 en 2 en las que está permitido repetir y las 20 combinaciones diferentes de 4 frutas tomadas de 3 en 3 en las que está permitido repetir.

Los ejercicios se realizaron por parejas en el aula de informática, con un componente de validación por parte del aplicativo que les permitían verificar si estaban todas las combinaciones o cuantas les hacían falta. La figura 69 muestra un ejemplo donde se utiliza la opción *verificar* y se

muestra el mensaje ofrecido por el aplicativo, en este caso, el mensaje es: “¡MUY BIEN! Has formado las 15 combinaciones diferentes posibles.

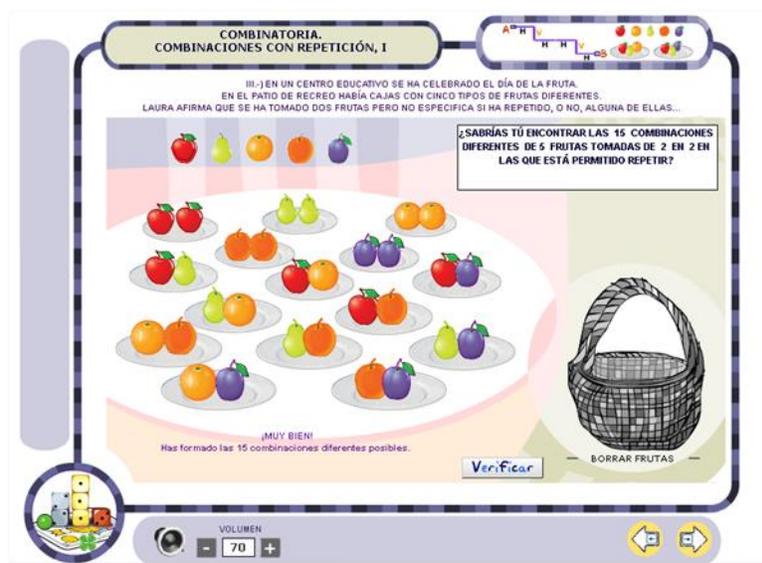


Figura 69. Ejercicio de combinatoria en el laboratorio. Fuente: Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria de Juan García.

Los resultados de estos cuatro ejercicios se consolidan en la tabla 6, donde se puede observar que el porcentaje de éxito en las cuatro tareas es alto, partiendo del primer ejercicio donde todos los estudiantes lo realizaron correctamente, hasta el último que mostró más dificultad, debido a que había que armar 20 combinaciones de tres frutas con la condición de poder repetir fruta. Lo anterior comprueba que para los alumnos es más complejo determinar todas las combinaciones posibles de un experimento cuando el número de posibilidades es mayor de 15.

Tabla 6

Resultado del ejercicio de combinatoria en el laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria.

Combinación de dos frutas de 6	Combinación de tres frutas de 5	Combinación de dos frutas de 5 con repetición	Combinación de tres frutas de 4 con repetición
100,0%	88,2%	88,2%	82,4%

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la pregunta abierta muestran que el 67 % de la muestra completó correctamente las combinaciones faltantes, en contraste con el 33% de estudiantes que resolvieron una de las dos combinaciones faltantes (ver figura 71).

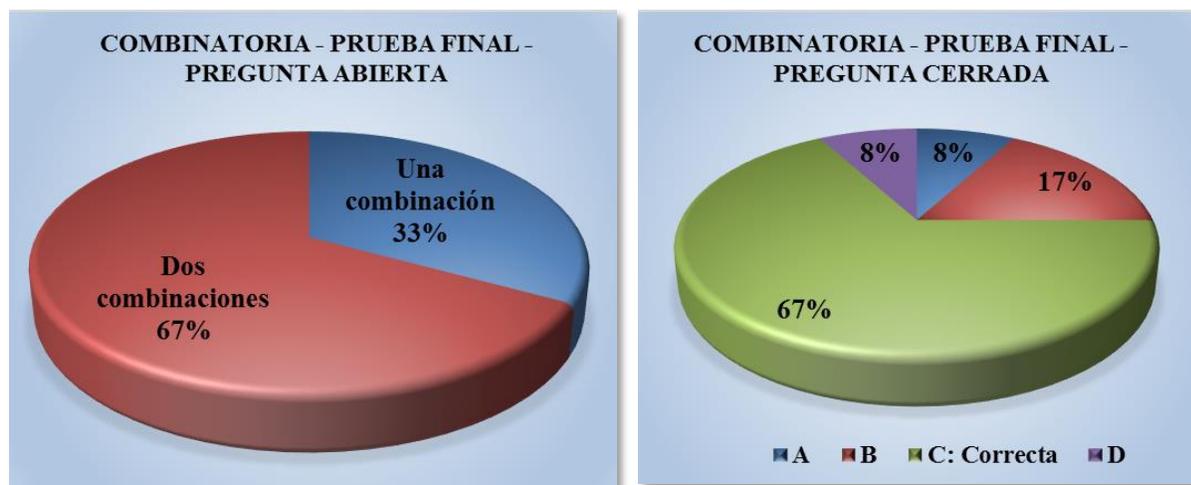


Figura 71. Combinatoria. Preguntas abierta y cerrada. Fuente: prueba final colegio CF.

Al igual que el resultado anterior, en el test de preguntas cerradas, frente a la misma situación problema, aunque con algunas combinaciones diferentes de los sabores de helado, el 67% de los estudiantes, seleccionaron las combinaciones correctas que correspondía a la respuesta C. Aunque el problema se les presentó ilustrado, el 33% de la muestra que no halló las combinaciones correctas, presentó dificultades al momento de observar o de aplicar un método para identificar las diferentes posibilidades para ese arreglo, y así reconocer las combinaciones faltantes (Ver figura 71).

De otro lado, la prueba final contenía dos preguntas sobre situaciones de combinatoria, una abierta y la otra cerrada. En ambas se utilizó el contexto de un quiosco de helados y el problema era encontrar las combinaciones que hacían falta. Así pues, la pregunta abierta mostraba en una imagen 8 de las diez combinaciones que se pueden hacer con 5 sabores, haciendo conos de dos de estos sin repetir (ver anexo 5). Los resultados se representan en la figura 72, donde el 75% de los

36 estudiantes que realizaron la prueba final, identificaron las dos combinaciones faltantes correctamente. Un 11% identificó de manera acertada sólo una y 5 alumnos no respondieron correctamente.



Figura 72. Combinatoria - Prueba final - pregunta abierta. Fuente: Prueba final colegio AG.

Los resultados precedentes muestran un avance en los estudiantes para resolver situaciones, que requieren algunos elementos de combinatoria, ya que el reto de identificar dos combinaciones faltantes, les obliga a estar concentrados y tener claro qué significa realizar combinaciones de dos elementos de un conjunto de cinco, con la condición de no repetir.

En la misma dirección, para el caso de la pregunta cerrada, el 80% de los alumnos identificó los dos sabores faltantes, y el 14% seleccionó la opción B, que contiene un sabor correcto y el otro no (ver figura 73). Esto indica que, se ha mejorado la comprensión de los estudiantes frente a situaciones problemas que requieren algunas nociones de combinatoria, y en gran medida, ha sido el resultado del entrenamiento con ejercicios interactivos en la plataforma Schoology.

Igualmente, aunque los alumnos solucionaron situaciones en el contexto de las frutas en la plataforma virtual, se ve claramente que lograron transferir esa experiencia a una similar, pero en otro contexto, el de los conos de dos sabores.



Figura 73. Combinatoria - Prueba final - pregunta cerrada. Fuente: Prueba final colegio AG.

Los resultados anteriores confirman los hallazgos de Scardamalia (1977) quien encontró que los “niños del período de operaciones concretas eran capaces de resolver problemas combinatorios, siempre que éstos no excedieran su capacidad de procesamiento de la información, mostrando así que las operaciones formales no son un prerequisite para la utilización de la combinatoria” (citado por Cañizares, 1997, p.26).

Finalmente, con respecto a los resultados obtenidos en las entrevistas semiestructuradas realizadas en el colegio CF a los doce estudiantes de la muestra, es importante resaltar que las preguntas sobre el componente de combinatoria o situación 4, se encaminaron a indagar sobre dos aspectos: el modo en el que los estudiantes abordan y resuelven problemas de combinatoria y cómo, a partir de la observación del espacio muestral, pueden cuantificar probabilidades para diferentes eventos.

Sobre el primer aspecto, que corresponde a la categoría de resolución de problemas y toma de decisiones, frente a una situación problema de combinatoria similar a la que se planteó en la

prueba final, la mayor parte de los niños entrevistados manifestaron aplicar un método para realizar las combinaciones, como se puede constatar en este fragmento de la entrevista a E5.

P: Ahora vamos a combinar. En esa heladería se ofrecen 5 sabores de helado: de limón, de chocolate, mora vainilla y maracuyá. ¿Cómo harías las combinaciones sin repetir para formar conos de dos sabores diferentes?

E5: para que no queden repetidas, cada vez que se haga una combinación, por ejemplo, ya van tres combinaciones, registrar que ninguna de ellas esté repetida, y al hacer la próxima, verificar las anteriores.

P: Muy interesante la explicación. Ve narrando como vas haciendo las combinaciones

E5: El de chocolate con limón, mora con limón, maracuyá también con el limón, vainilla también con limón.

La solución del estudiante sugiere, como en las respuestas de otros entrevistados, que el mejor método para combinar elementos, consiste en ordenar todos los elementos de una clase y combinarlos con cada uno de los elementos de otra clase, hasta finalizar la combinación. Sólo un estudiante entrevistado manifestó no seguir un método o patrón para realizar las combinaciones de elementos, a pesar de haberlo visto en los ejercicios de combinatoria desarrollados en los ámbitos presencial y virtual de esta sesión.

Por último, sobre la categoría para cuantificar la probabilidad de un evento, teniendo como base el problema de combinatoria de la pregunta anterior, la totalidad de los estudiantes entrevistados pudieron aplicar sin mayor dificultad la regla de Laplace para estimar numéricamente la probabilidad de ocurrencia de un evento aleatorio para este caso; lo que se puede constatar en las respuestas de la entrevista realizada a E7 y E8.

P: ¿cuántas combinaciones de conos resultaron sin que se repitan?

E7: 10

E8: 10

P: ¿Cuál es la probabilidad de que me salga un cono, por ejemplo, de vainilla y maracuyá?

E7: 1 de 10

P: ¿Cuál es la probabilidad de que me salga el sabor de mora en los conos?

E8: 4 de 10

En las respuestas de los estudiantes entrevistados, una vez completaron el ejercicio de combinatoria de los sabores de helado, pudieron visualizar el espacio muestral con todos los casos posibles, y a partir de su observación, lograron responder sin dificultad las preguntas sobre posibles eventos, que requerían cuantificación de la probabilidad empleando la regla de Laplace, “mostrando así que las operaciones formales no son un prerrequisito para la utilización de la combinatoria” (Cañizares, 1997, p.26).

En el caso de las 12 entrevistas realizadas a los estudiantes del colegio AG, se les propuso resolver la siguiente situación: ¿cuántas parejas de frutas son posibles con cuatro frutas diferentes, sin repetir? Este problema fue resuelto por todo los entrevistados, utilizando unas fichas que simulaban cada una las frutas. A su vez, todos concluyeron al final que hay 6 posibilidades distintas, aunque algunos realizaron al comienzo más posibilidades, pero al indicarles que había algunas repetidas, una vez revisaban, descartaban las que ya estaban. Por ejemplo:

P: ¿cuántas hay ahí?

A12: siete

P: ¿yo veo una repetida?

A12: (la estudiante identifica la repetida y la retira)

P: ¿cuántas son?

A12: seis

P: muy bien.

Otro aspecto a destacar, fue el proceso que mostraban algunos estudiantes cuando formaban las parejas de frutas. Por ejemplo, comienzan a combinar una fruta con las demás, luego toman la segunda con las dos restantes, y por último combinan las dos últimas. Otros las hacían sin ningún orden establecido, pero atentos de no repetir pareja. Esto comprueba que realizar combinaciones con pocos elementos no genera dificultad, siempre que puedan realizar la comprobación físicamente.

Como lo afirman Piaget e Inhelder, durante el período de las operaciones concretas, “los niños buscan modos de realizar inventarios de todas las permutaciones, variaciones y combinaciones posibles en un conjunto dado con un número pequeño de elementos, y llegan a procedimientos rudimentarios de cálculo mediante ensayo y error” (citado por Cañizares, 1997, p.26), que fueron los procedimientos que exactamente demostraron los entrevistados.

Situación 5: Organizar una fiesta

Análisis de las categorías: Aproximación frecuencial y Resolución de problemas y toma de decisiones.

La situación 5 desarrollada en la última sesión del ambiente de aprendizaje: *Exploremos la Probabilidad*, utiliza el contexto de organizar una fiesta, para recoger información real, organizarla en tablas de frecuencia, representarla gráficamente en diagramas de barras, y finalmente con los resultados obtenidos, tomar las decisiones más acertadas para el éxito de la actividad.

Para esto, en la prueba diagnóstica se proponen dos preguntas sobre lectura y elaboración de diagramas de barras. Posteriormente, se presenta una encuesta en la plataforma Moodle y Schoology para conocer las preferencias de los alumnos con relación a las comidas, bebidas, música y actividades lúdicas.

Luego en la sesión 6, desarrollada en el aula de clase, se entrega a los estudiantes los resultados de la encuesta y una guía para desarrollar por parejas, donde completan tablas de

frecuencias, dibujan diagramas de barras y responden siete preguntas a partir de la interpretación de los resultados.

Por último, en la prueba final se incluyen dos preguntas de interpretación de diagrama de barras, una en el contexto de preparar una fiesta y la otra sobre la organización de los juegos intercursos.

Para el caso de la situación 5, las categorías: aproximación frecuencial y cuantificación de la probabilidad, están directamente relacionadas con la categoría de resolución de problemas y toma de decisiones, y por tal razón su análisis no se puede realizar por separado.

Para comenzar, se presentan los resultados de la prueba diagnóstica aplicada a la población seleccionada del colegio CF, en relación con el componente de interpretación de gráficas de barras (Ver figura 74).

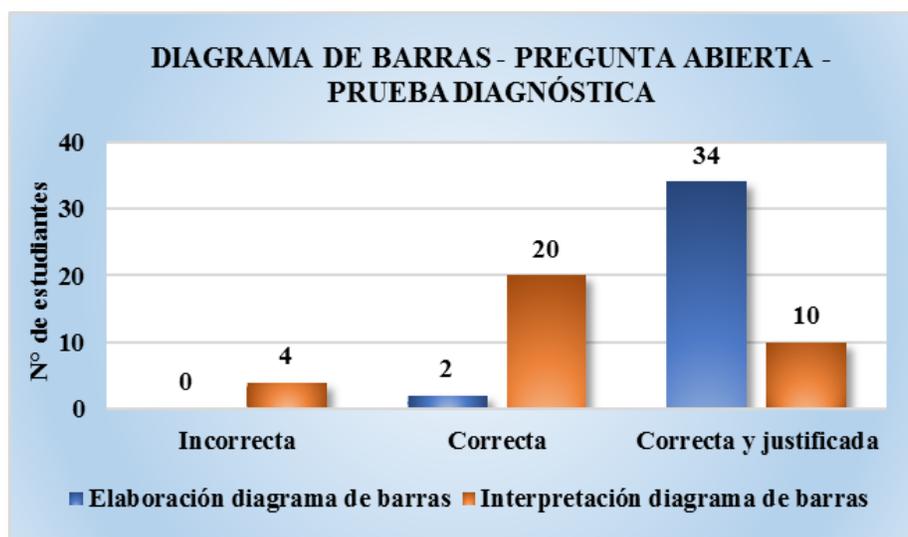


Figura 74. Diagrama de barras - pregunta abierta. Fuente: prueba diagnóstica colegio CF.

La situación problema planteada en el test de preguntas abiertas, presentaba unos datos organizados en una tabla de frecuencias que los estudiantes debían representar en una gráfica de barras, y luego, solucionar la pregunta, a partir de la lectura e interpretación de la misma. En este caso, no se presentaron mayores dificultades al construir la gráfica de barras a partir de la

información suministrada en la tabla de frecuencias, porque la mayoría de los estudiantes que aplicaron esta prueba, 34 de 37 construyeron correctamente la gráfica, mientras que sólo 2 estudiantes construyeron la mitad de la gráfica y solo 1 no la elaboró. No obstante, al leer e interpretar la información de la gráfica de barras, sólo 10 estudiantes dieron una solución acertada y la supieron explicar, mientras que 20 estudiantes, si bien leyeron la gráfica y respondieron correctamente a la pregunta, no lograron elaborar una explicación acorde a la respuesta o no la presentaron. Solo 4 estudiantes no respondieron correctamente al leer la gráfica y 3 estudiantes no resolvieron el problema.

En el caso de la pregunta cerrada (ver figura 75), un elevado porcentaje de estudiantes, 31 de 37 que corresponden al 84%, seleccionaron la opción correcta que era la C, la cual establecía la solución correcta del problema.

Por otra parte, 6 estudiantes de 37 que corresponden al 16% restante, optaron por otras respuestas, que no eran correctas, lo que se evidenció como una dificultad inicial, porque tenían que establecer comparaciones entre los resultados que presentaba y deducir una respuesta acertada entre las diferentes opciones.



Figura 75. Diagrama de barras pregunta cerrada. Fuente: prueba diagnóstica colegio CF.

En la prueba diagnóstica del colegio AG (ver anexo 1), con respecto a los resultados de la pregunta abierta, 31 de 35 estudiantes lograron transferir la información de la tabla a un diagrama de barras, y 4 de ellos lo realizaron con algunos errores. Ahora bien, con relación a la interpretación del diagrama de barras, el 45,7 % de ellos lograron responder y justificar correctamente la respuesta; y un 37,1% ofreció una respuesta correcta pero no así la explicación (ver figura 76).

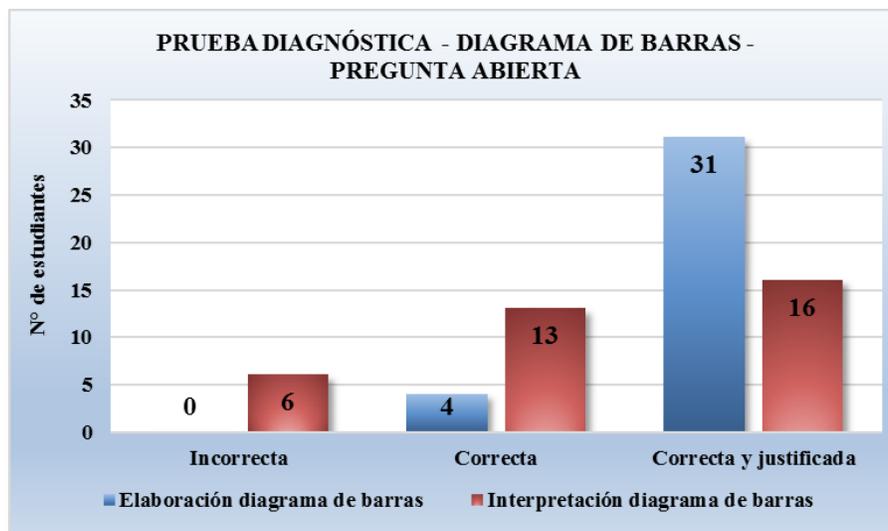


Figura 76. Diagrama de barras - Prueba diagnóstica - pregunta abierta. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG.

Lo precedente demuestra que hay dificultad en algunos de ellos en dar una buena explicación sobre la decisión que se toma con base en los resultados representados en un diagrama de barras. Sin embargo, casi la totalidad logra realizar correctamente el gráfico, lo cual tiene una relación directa con la asignatura de matemáticas, ya que en el primer periodo de año 2016, trabajaron en la elaboración de tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.

Por otra parte, los resultados de la pregunta cerrada sobre la interpretación de un diagrama de barras muestran que un 86% de los estudiantes seleccionó la respuesta correcta, de cuatro afirmaciones sobre el mismo (ver figura 77). Esto demuestra que la lectura e interpretación de un diagrama de barras no presenta mayor dificultad y ya es un ejercicio conocido por parte de ellos.

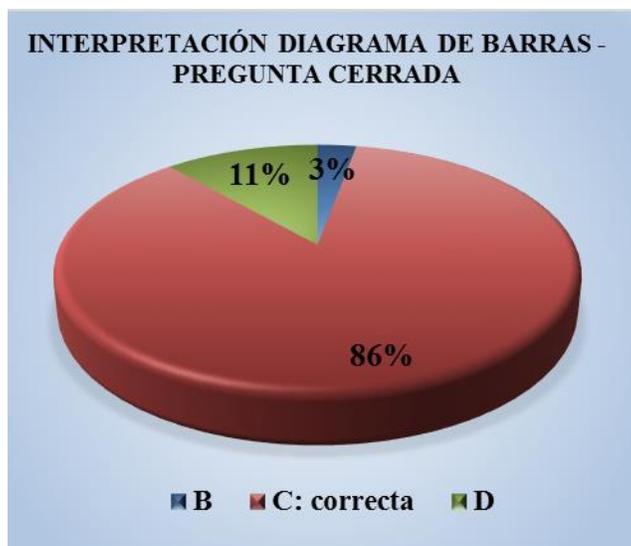


Figura 77. Interpretación diagrama de barras – pregunta cerrada. Fuente: prueba diagnóstica colegio AG.

Con respecto a la actividad principal realizada en la sesión 6 presencial se planteó a los estudiantes de las dos instituciones el siguiente problema de incertidumbre, para que fuera solucionado en grupos de 4 integrantes:

El coordinador de nuestro colegio quiere organizar una fiesta, con el fin de celebrar el día de los niños a los estudiantes de tercero, cuarto y quinto, esperando que resulte exitosa y que tenga buena acogida; sin embargo, él no sabe con seguridad (certeza) cuales son las preferencias y gustos de los niños en cuanto al tipo de música, el menú de comida, las bebidas y la forma de distribuir los regalos. Antes de tomar una decisión, le ha pedido la asesoría a los estudiantes de 502, quienes tendrán como misión investigar y definir: ¿cómo debería organizarse la fiesta de celebración del día de los niños en los cursos de tercero, cuarto y quinto para que resulte exitosa y sea del agrado de todos o de la mayoría?.

En primer lugar, los grupos aplicaron una encuesta con sus compañeros de primaria para indagar sobre sus preferencias acerca del tipo de música, comida y bebida para la fiesta de los niños. Los resultados los tabularon en tres tablas de frecuencia. En la sesión virtual, elaboraron la

gráfica de barras con el apoyo de una herramienta tecnológica dispuesta en la plataforma que facilitó esta parte del proceso. Para finalizar, realizaron un trabajo en un documento de Word que debía contener las tablas de frecuencias de los resultados obtenidos en las encuestas, las gráficas de barras y la solución del problema con la decisión a tomar. Este proceso seguido, corresponde a la recomendación que hacen Osorio, Suárez y Uribe (2003), de trabajar con datos reales “donde se evidencie la incertidumbre en su recolección, el muestreo, la experimentación y la capacidad para generalizar resultados del modelo utilizado y de las soluciones en el momento del estudio” (p. 135).

En este trabajo, la mayor parte de grupos del colegio CF tuvieron un buen desempeño al momento de recoger la información, realizar la tabla de resultados o tabla de frecuencias y construir la gráfica de barras en la herramienta tecnológica, así como elaborar la solución del problema y tomar la decisión. Lo anterior permite demostrar que, en este caso, como lo señala Campos (2008) se genera un aprendizaje significativo si mediante la recopilación de datos, por observación o por experimentación, es posible obtener cambios de actitud hacia la utilización de la estadística por parte de los estudiantes.

Solo en un porcentaje menor, los grupos presentaron dificultades al momento de interpretar los resultados de las tablas de frecuencias y las gráficas de barras, porque solo leían resultados independientes y no los relacionaron o integraron para la construcción de la solución del problema.

En el caso del colegio AG, sobre la actividad desarrollada en esta sesión, en los resultados que se muestran en la figura 78, se evidencia la dificultad de algunos estudiantes en la elaboración correcta de estas tablas, en particular cuando contienen más de cinco opciones diferentes, como es el caso de la comida y de la actividad preferida. Lo anterior se contrasta, con los 25 de 35 estudiantes que construyeron correctamente la tabla de los géneros de películas, puesto que contenían sólo cuatro opciones: terror, acción, comedia y suspenso. Esto indica que a mayor

cantidad de opciones mayor probabilidad de cometer errores en el conteo, que fue la dificultad más recurrente en la elaboración de éstas.

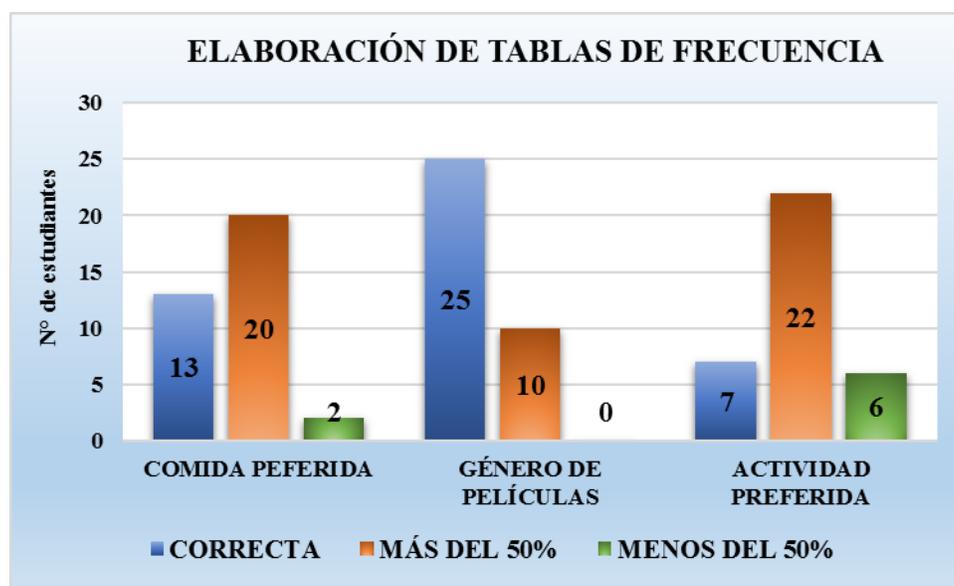


Figura 78. Elaboración de tablas de frecuencia. Fuente: elaboración propia y guía sesión 6 colegio AG.

Asimismo, se constató que los alumnos no realizan un proceso de verificación o recuento al momento de realizar las tablas, lo cual amplía las posibilidades de cometer errores de conteo. Aunque la actividad parecía sencilla mostró bastantes dificultades en los alumnos.

Del mismo modo, la segunda actividad era dibujar dos diagramas de barras, uno para la bebida preferida y el otro para los gustos musicales. Los resultados demuestran que la mayoría de los estudiantes logra realizar la tarea de forma correcta o con algunos pequeños errores, que se condensan en el conteo de las frecuencias de las diferentes opciones de cada pregunta y también son mínimas las dificultades en ellos en dibujar el rectángulo indicando la cantidad asignada (ver figura 79). Por lo tanto, con este ejercicio también se evidencia la no utilización de procesos de verificación de la información, que se manifiestan en errores de conteo y que conllevan a elaborar un diagrama que muestra valores equivocados.

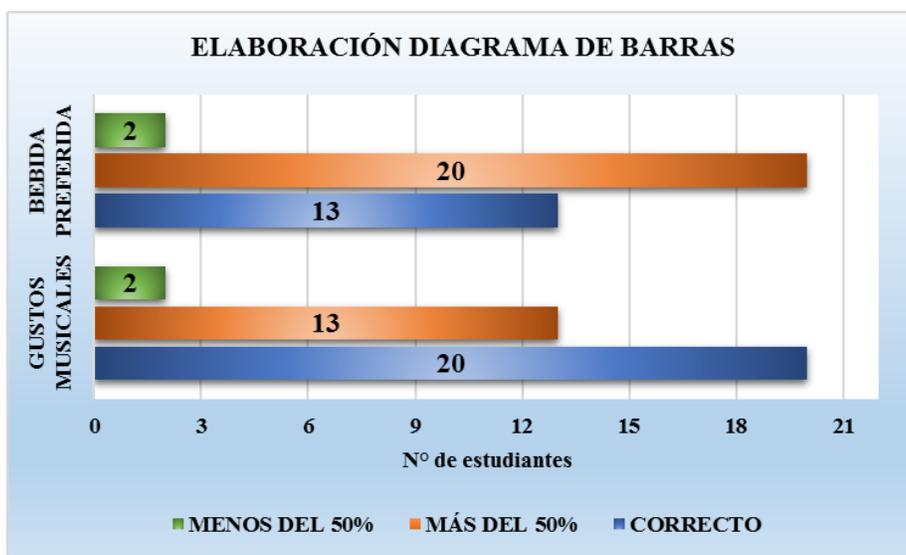


Figura 79. Elaboración de diagrama de barras. Fuente: elaboración propia y guía sesión 6.

Finalmente, la guía presenta cuatro preguntas para indagar en los alumnos la interpretación y análisis de la información organizada, y el tipo de decisiones que tomaría para realizar la fiesta. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 80, donde más del 88% de los estudiantes logró responder adecuadamente las preguntas uno, dos y siete, sobre la elección de las comidas, las bebidas y actividades preferidas para la fiesta respectivamente. De igual manera, a la pregunta 3, todos los 35 estudiantes respondieron correctamente, la cual indagaba sobre los gustos musicales de su preferencia, y tenía como referencia la construcción del diagrama de barras.

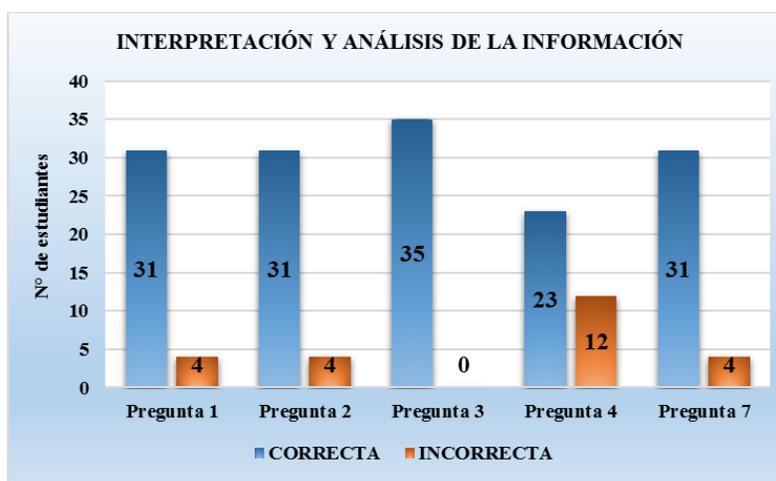


Figura 80. Interpretación y análisis de la información. Fuente: elaboración propia y guía sesión 6.

Estas cuatro preguntas contestadas correctamente por la mayoría de los estudiantes, soportan la tesis que los alumnos han comprendido en una tabla o un diagrama de barras, que los datos que tienen mayor frecuencia tienen más altas posibilidades de ser seleccionados y, por lo tanto, tener este parámetro para tomar una decisión en una situación problema es bastante acertado. Lo anterior, corresponde al significado frecuencial de la probabilidad, según esta investigación.

Con relación a la pregunta 4 (ver figura 80), que preguntaba: *¿Si se proyecta una película de comedia dentro de la fiesta, esta decisión complacería a la mayoría de los estudiantes? Explica tu respuesta;* se encontró que 23 de 35 estudiantes dan la respuesta correcta, y justifican la respuesta con afirmaciones como: “no porque a los estudiantes les gustan las películas de terror”, “no porque casi todos los votos son de terror”, “no porque en la encuesta es mayor terror que comedia” y “es la película de terror, porque en la de la comedia hay sólo 5 y en la de terror hay 31”. Esto reafirma la idea que elegir el dato de mayor frecuencia es una buena opción al realizar un sondeo sobre preferencias o gustos, y confirma la mejoría de los alumnos con respecto a la adecuada interpretación de una tabla o diagrama de barras, como primer paso hacia la comprensión de la aproximación frecuencial de la probabilidad.

Análisis de la categoría: cuantificación de la probabilidad.

En la guía desarrollada por los alumnos en la sesión 6, las preguntas cinco y seis, de la sección de interpretación y análisis de la información buscaban obtener información sobre la aplicación de la regla de Laplace utilizando la situación problema de la organización de la fiesta. Los resultados de estas dos preguntas se visualizan en la tabla 7, donde se puede apreciar que son pocos los estudiantes que aplican mal la regla de Laplace para cuantificar la probabilidad. Esto no significa que los estudiantes entienden esta regla como una razón de comparación, solamente nos indica que utilizan la fórmula de manera adecuada y que reconocen el espacio muestral como el total de estudiantes que llenaron la encuesta.

Tabla 7*Utilización Regla de Laplace*

	Correcta	Incorrecta
Pregunta 5: Si se escoge un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste las películas de terror?	29	6
Pregunta 6: Si se escoge un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste ver televisión?	31	4

Fuente: Elaboración propia.

Aunque en las preguntas no se menciona explícitamente la regla de Laplace, se induce a su utilización al mostrar en el espacio de respuesta una fracción en blanco. También hay que aclarar que algunos estudiantes en el desarrollo de la sesión 6, preguntaron al investigador como se respondían estas preguntas. Lo precedente, indica que los estudiantes todavía no han interiorizado la regla de Laplace como un elemento importante en la cuantificación de la probabilidad. Lo cual no sorprende, ya que eso conlleva un proceso largo de estudio y uso en diferentes contextos y situaciones problema. Además, “los conceptos probabilísticos, incluso los aparentemente simples, son altamente complejos, porque cada uno de ellos describe un continuo, están conectados entre sí, y su comprensión requiere un periodo dilatado, que habitualmente no se tiene en cuenta” (Gal citado por Batanero, 2006, p.11).

Ahora bien, en cuanto a los resultados de la prueba final aplicada por los niños de la muestra en el colegio CF, se observó un progreso notable de los estudiantes, especialmente en la lectura e interpretación de la información representada en las gráficas de barras y llegar a la solución de un problema de incertidumbre, como se puede observar en los resultados del test de preguntas abiertas. (Ver figura 81).



Figura 81. Interpretación de gráficas de barras - pregunta abierta. Fuente: prueba diagnóstica colegio CF.

Estos resultados señalan que el 92% de los estudiantes, solucionaron correctamente el problema y lo explicaron adecuadamente, recurriendo a estimar la probabilidad de cada suceso presentado en la gráfica de barras, de acuerdo al resultado de su frecuencia; en contraste con el 8 % de estudiantes que respondieron correctamente al problema porque leyeron sin mayor dificultad los datos de la gráfica, pero no explicaron dicha solución.

Por su parte, el test de preguntas cerradas, indica que la totalidad de los estudiantes que aplicaron esta prueba, el 100%, lograron seleccionar la opción que presentaba la interpretación más completa al problema, a partir de la información de las frecuencias representada en la gráfica de barras.

En el caso de la prueba final aplicada en el colegio AG, se proponen dos preguntas: una abierta y la otra de selección múltiple. La primera requería de la lectura de una tabla o un diagrama de barras, para indicar *¿Cuáles son los tres deportes que el profesor Alberto debería escoger para organizar los Juegos Intercursos y que resulten exitosos? Explica tu respuesta.* Los resultados dejan ver que el 83% de los estudiantes respondió correctamente versus un 17% que no lo hizo (ver figura 82).

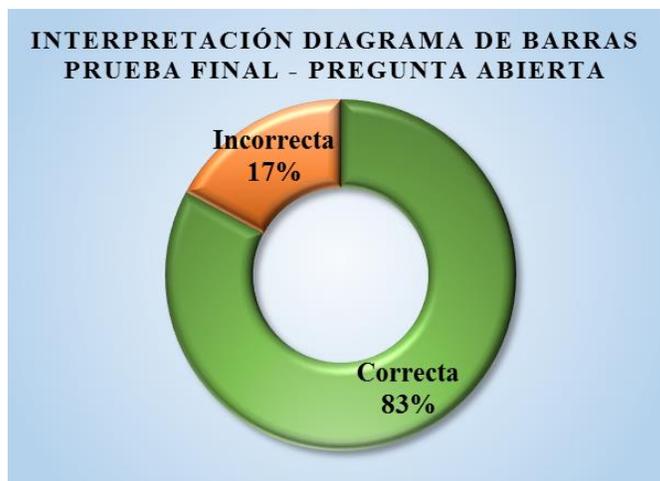


Figura 82. Interpretación diagrama de barras - prueba final - pregunta abierta. Fuente: guía sesión 6

A su vez, muy pocos de ellos ofrecieron una explicación de la respuesta dada, pero se destacan respuestas como: “baloncesto con 100, microfútbol con 120 y patinaje con 90 eso son los 3 deportes que el profesor de educación física debería escoger”, “baloncesto, microfútbol y patinaje porque son los que tienen más estudiantes y tienen más posibilidades de participar”, “microfútbol, baloncesto y patinaje son los tres preferidos los que tenían más porcentaje” y “microfútbol baloncesto y patinaje porque fueron los más escogidos”. Estas explicaciones demuestran que los alumnos tienen clara la relación directa que indica que, a mayor frecuencia, mejor probabilidad.

Con respecto a la pregunta cerrada, ésta muestra una imagen donde aparecen dos diagramas de barras (Ver anexo 1), que consolidan los resultados de la comida y música preferida de 160 alumnos de quinto de primaria, para organizar una fiesta el día del estudiante. El 100% de los educandos seleccionó la respuesta correcta. Este resultado es contundente, ya que reafirma la tesis de que ellos han comprendido la aproximación frecuencial de la probabilidad de manera correcta.

Ahora bien, de las entrevistas semiestructuradas aplicadas a 12 estudiantes del colegio CF, en lo que respecta a la categoría de resolución de problemas y toma de decisiones, el docente investigador, para ilustrar esta pregunta, les mostró a los niños entrevistados una gráfica de barras

que representaba los resultados de las preferencias de los estudiantes del curso sobre el género de película que más les gusta. La interpretación de la gráfica de barras para abordar la solución al problema, fue satisfactoria en la totalidad de los casos, como se puede constatar en el siguiente fragmento de la entrevista a E3 y E4

P: Ustedes si fueran a organizar un día a sus compañeros de los dos quintos, que son 80, una película. ¿Qué película traerían?

E3: Terror

E4: Una de terror. Porque es la que más compañeros han votado que les guste.

P: ¿Cual no traerías, E3, al curso?

E3: Drama, porque solo a 5 niños les gusta

Como se puede observar en este caso, los niños resuelven el problema, tomando la decisión más acertada del género de película que tendría mayor aceptación en el curso, de acuerdo con los datos suministrados en la gráfica de barras y contrastando dicha decisión con aquella opción que tendría menos acogida.

Finalmente, con respecto a la aproximación frecuencial a la probabilidad, la mayoría de los estudiantes entrevistados emplearon de manera acertada la regla de Laplace para estimar la probabilidad de cada evento, teniendo en cuenta sus frecuencias. Lo anterior se evidenció en la entrevista a E11 y E12

P: La probabilidad de que les guste el drama a los niños es:

E12: 5 de 80

P: ¿Esa es una probabilidad alta o baja?

E12: Baja

P: ¿Cuál es la probabilidad de que les guste el terror?

E11: La probabilidad es 25 de 80

P: ¿La probabilidad es alta, es baja?

E11: Es alta

P: Si de pronto contestaron 65 que les gustaría una comedia, ¿cuál sería esa probabilidad?

E12: 65 de 80

P: Si de pronto, de todos los 80 encuestados solo a dos niños les gusta la película animada, ¿cuál es la probabilidad allí?

E12: 2 de 80

A estas preguntas que se refieren a estimación de probabilidades a partir de la observación de las frecuencias de cada evento, y no al espacio muestral, los estudiantes aplicaron la regla de Laplace sin dificultad, al definir primero el número total de estudiantes que fueron encuestados, y asimilaron este dato a todos los sucesos posibles, e identificaron también las frecuencias de las respuestas a cada género de película como los casos favorables. Es por esta razón que, al hacer el cálculo de probabilidades para el caso de cada género de película, los alumnos pudieron elaborar la solución al problema de incertidumbre tomando una decisión informada, y justificándola. También es importante señalar, en este problema en particular, no solo estimaron probabilidades para cada caso de forma numérica, sino que pudieron establecer significados, asociando cada valor con las expresiones “mayor o menor probabilidad”.

Análisis de la categoría: Contribución del Ambiente B-learning

El ambiente de aprendizaje implementado en el curso “Exploremos la Probabilidad”, correspondió a una modalidad B-learning, porque cada una de las sesiones presentó una articulación entre el entorno presencial y el virtual, en el desarrollo de las actividades realizadas por los estudiantes de la población seleccionada.

Asimismo, es importante para este trabajo tener una mirada holística del Ambiente de Aprendizaje, y dar cuenta de algunos hallazgos que permitirán tener una mirada más objetiva de la

contribución de este en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en estudiantes de 10 a 12 años, en las dos instituciones educativas.

El análisis de esta categoría se basa en la información obtenida de las observaciones de las sesiones presenciales, la actividad de los alumnos en la plataforma virtual y los testimonios de los alumnos de la muestra que participaron en las entrevistas semiestructuradas.

Inicialmente en el colegio CF, se les formularon preguntas a los estudiantes entrevistados sobre su experiencia al desarrollar el curso empleando una plataforma virtual. A este respecto se expresaron varios testimonios entre los cuales vale la pena destacar los siguientes:

E6: Al principio fue difícil porque no entendía casi, y después de entrar e ir haciendo las actividades, que fuéramos mirando los videos que tú (el profesor) nos explicarás como era todo ahí si entendí mejor y fui aprendiendo más sobre el curso.

E9: Una buena experiencia porque pude opinar con mis compañeros, pude hacer diferentes trabajos.

E10: Pues muy chévere porque uno podía subir trabajos a la plataforma, escribir comentarios, hacer trabajos, experimentos y así uno enseñar de la probabilidad que uno tiene de sacar digamos las balotas, barras, sabores.

Estos testimonios destacan aspectos importantes del trabajo en la plataforma como la comunicación, la posibilidad de tener espacios para expresar opiniones, dificultades o aportes sobre cada aspecto desarrollado, los experimentos realizados en el laboratorio virtual y otras actividades que se basaron en recursos educativos digitales. De igual manera, realzaron la contribución de este ambiente B-learning para el aprendizaje de la probabilidad y el desarrollo de sus habilidades.

Por otra parte, al preguntar a los alumnos sobre las actividades más interesantes o entretenidas vividas en el ambiente, las respuestas son variadas. Ejemplo de esto son las respuestas de los entrevistados E6, E7, E9 y E10.

P: ¿Cuál de todas las actividades que hicimos en el salón o en la plataforma fue las que más les gustó? y ¿por qué?

E6: Me gustó más la del lanzamiento de dados. Ahí fui aprendiendo que cuál es el número con más posibilidad de salir en los dados.

E7: Fácil, me pareció chévere la combinación de frutas porque uno aprende a cómo combinar. Me gustaron las sesiones que hicimos.

E9: Las de gráficas de frecuencia, me gustó porque teníamos una tarea que era ayudar a un curso a representar como unos valores en una gráfica de barras, y pues fue chévere, me gustó mucho las gráficas de frecuencias.

E10: La de combinar balotas de colores, cuántas probabilidades hay, y todo eso. Eso fue lo que más me gustó, era de combinar cosas, era más chévere.

Ahora bien, en la sesión 1 del ambiente de aprendizaje, sobre la identificación de sucesos, se emplearon para el entorno presencial diversos recursos como: presentaciones en Power Point, videos de sucesos, en el entorno virtual se acudió a videos tutoriales adaptados a las edades y conocimientos de los alumnos, además de juegos interactivos y educativos (ver figura 83).



Figura 83. Material educativo digital. Sesión 1 virtual. Fuente: www.primarialibrosvivos.net.

En el desarrollo de las sesiones 2 y 3 (ver figuras 18 y 19) del ambiente B-learning, sobre la plataforma Moodle, se ofreció a los estudiantes una serie de medios y recursos digitales, como los videos tutoriales, y la presentación animada e ilustrada de la situación problema. A su vez, el laboratorio virtual de azar, probabilidad y combinatoria dispuesto en la plataforma para que los niños pudieran realizar los experimentos con dados.

Las actividades presenciales que se realizaron sobre esta situación, como las carreras de autos con dados desarrolladas en grupos, resultaron ser para los estudiantes actividades interesantes y divertidas, como lo expresa E1, en el siguiente fragmento de la entrevista:

P: De todas las actividades que trabajamos en el curso ¿cuál te gustó más?

E1: La que me gustó más fue la de la carrera de autos. Me gustó mucho.

P: ¿Alguna razón?

E1: Sí porque pues ahí todos nuestros compañeros jugábamos y nos reíamos.

Asimismo, se pudo constatar en las respuestas que ofrecen varios entrevistados cuando se les pregunta por las actividades en el entorno virtual sobre lo que más les interesó o contribuyeron a su aprendizaje, E12 afirma: “*la de los dados, como tenía que escribir en un cuadrito 1000 y ahí le tiraba los dados solos*”. En esta afirmación el estudiante se refiere a la actividad de lanzamientos de uno y dos dados que se realizó en el laboratorio virtual de azar y probabilidad, y que logró en la mayoría de los estudiantes que desarrollaron estas sesiones una mejor comprensión.

La sesión 4 de experimentos aleatorios con extracciones, si bien se trabajó fundamentalmente en el ámbito presencial, se afianzó el conocimiento adquirido a través de videos animados que explicaban la regla de Laplace y su aplicación para la cuantificación de la probabilidad. Otro de los recursos dispuestos en la sesión 4 virtual era un simulador (ver figura 84) en el cual el alumno podía realizar experimentos de extracciones de balotas y experimentos aleatorios con ruletas, y de este modo aplicar la regla de Laplace.

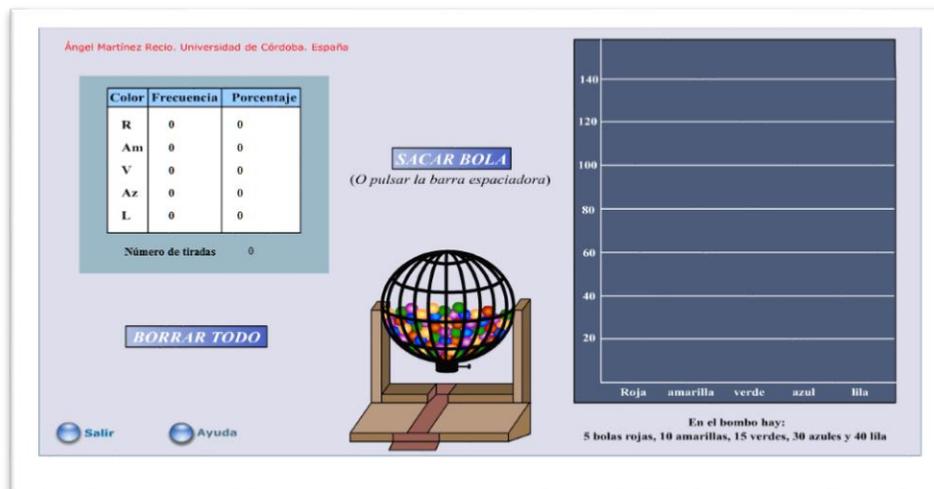


Figura 84. Simulador de probabilidad. Sesión 4 virtual. Fuente: www.juntadeandalucia.es.

La sesión 5 de combinatoria, presentó a los estudiantes actividades de combinación de elementos tales como fichas de diferente color, en el componente presencial, que fue para los estudiantes significativa a través del laboratorio virtual de azar, probabilidad y combinatoria. Otro de los recursos utilizados por los estudiantes en la plataforma virtual fue un material educativo diseñado en Power Point que proponía diferentes problemas y actividades de combinatoria complementarios a los del laboratorio virtual.

Para la sesión virtual de la sesión 6 de interpretación de gráficas de barras, se dispuso de una herramienta tecnológica en línea para elaborarlas, de modo que le resultara al estudiante una labor práctica y dinámica.

Finalmente, es importante señalar que, tanto el laboratorio virtual como la posibilidad que tuvieron los estudiantes de participar con sus preguntas, opiniones y respuestas a través del foro de la plataforma Moodle, fueron muy valorados por los estudiantes entrevistados, que no habían tenido previamente ninguna experiencia en el uso de plataformas virtuales para el aprendizaje.

En relación al trabajo realizado en el Laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria, E5 y E6 afirman que:

P: y el laboratorio de azar y probabilidad ¿les pareció interesante?

E5: sí, porque hay varios ejercicios, donde uno puede jugar y también aprender todo eso de la probabilidad y cuando digamos ya toque ayudar a alguien con eso, ya uno le puede explicar con eso y el compañero tampoco se complica.

E6: Muy chévere y también me enseñó mucho a mi sobre el azar y la probabilidad

Lo anterior confirma, que el uso de recursos virtuales, son una excelente herramienta para utilizar en la enseñanza de las habilidades de probabilidad e incertidumbre.

Con respecto al colegio AG, cuando los estudiantes ingresaron a la plataforma virtual de Schoology, por primera vez, colocaron una imagen en su perfil o un avatar, para personalizar su cuenta (ver figura 85). Esta acción fue voluntaria, y en ningún momento solicitada por el investigador. Lo que llama bastante la atención, es que todos los alumnos personalizaron su perfil, y ninguno solicitó ayuda de éste para realizarla. Esto demuestra la facilidad que tienen las nuevas generaciones en ingresar a ambientes virtuales y realizar acciones sin necesidad de una instrucción previa, lo que es un ejemplo del uso de la autonomía de los estudiantes en su proceso de formación.

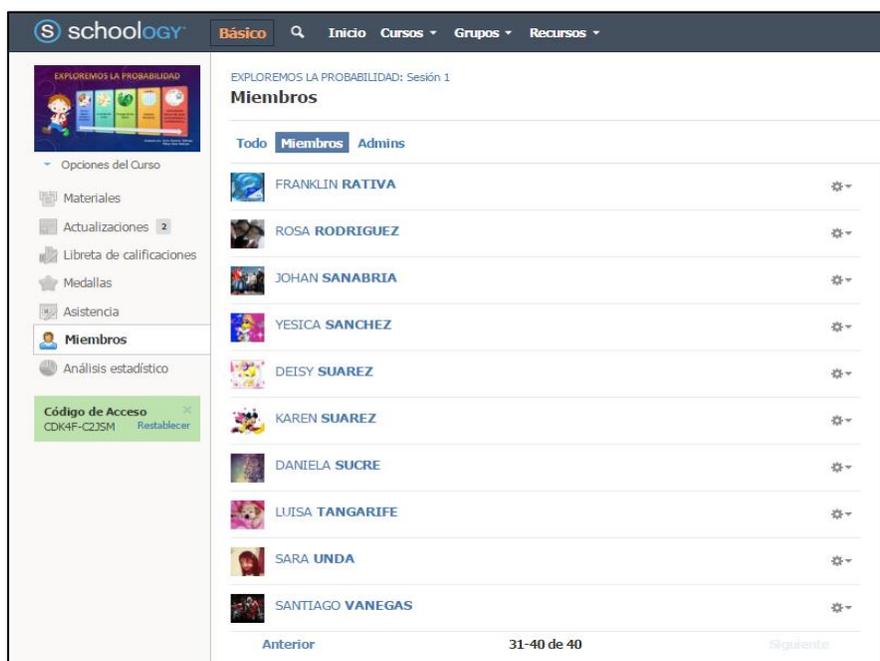


Figura 85. Miembros plataforma Schoology. Fuente: Schoology

Otro elemento que fue utilizado por los estudiantes, fue el chat interno de Schoology, al igual que en la situación anterior, esto fue producto de la exploración propia de ellos en la plataforma, que para algunos alumnos es un componente importante cuando se trabaja en ambientes virtuales ya que ofrece la posibilidad de comunicarse con sus compañeros.

Otro objeto que se utilizó en dos ocasiones para dar la bienvenida a los alumnos a la sesión virtual, fue un avatar a partir de la aplicación voki¹⁷ (ver figura 86), el cual le indicaba de forma hablada algunas instrucciones para el ingreso a la plataforma. Este recurso fue muy llamativo para los estudiantes y centró la atención para las actividades propuestas. Aunque su utilización resulta más interesante si son los mismos alumnos quienes lo diseñan y programan.



Figura 86. Bienvenida al curso a través de un voki. Fuente: Schoology

En relación a la primera actividad en la plataforma Schoology, donde los estudiantes interactuaban con juegos de azar, muy cotidianos, y observaban un video que explicaba que eran sucesos posibles, imposibles y seguros, se propuso la pregunta: ¿Cuál de las actividades que acabaste de realizar te gustó más? Las respuestas dadas por ellos son en su mayoría positivas, que indica que realmente les gustaron las actividades propuestas, y se menciona frecuentemente el

¹⁷ Voki es una aplicación gratuita disponible en internet que te permite crear un personaje virtual, un avatar educativo que hable de acuerdo con tus indicaciones.

juego de piedra, papel y tijeras, como el que más les cautivó (ver figura 87).

En contraste a lo anterior, en la entrevista cuando se les pregunta a los estudiantes sobre cuál fue el video, de la sesión presencial, que más recuerda, sus respuestas son bastante vagas, y la mayoría no recuerda un video en particular. Solo dos estudiantes dan respuestas muy acertadas: A5: “creo que fue el del león y la cebra”, P: y ¿por qué?, A5: “porque, pues hay muestran como que si puede ser posible que el león mate a la cebra o la cebra escape” y A6: “donde el motociclista iba dando la vuelta, y pun se cayó”.

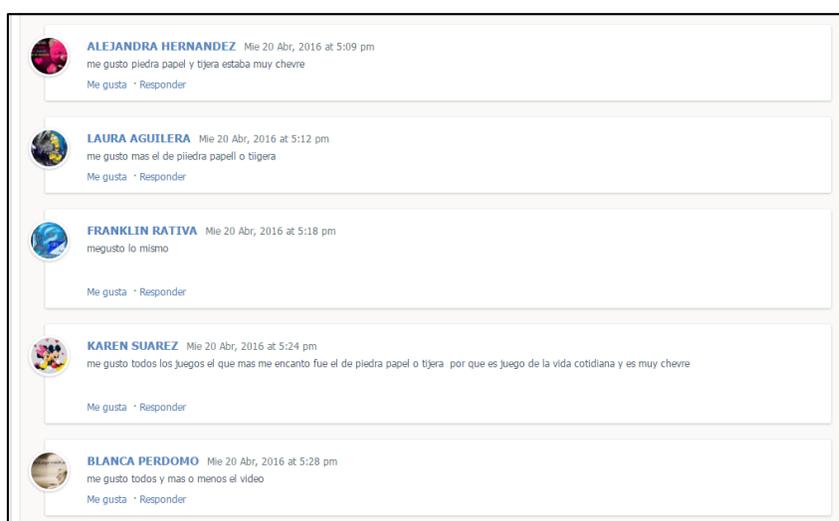


Figura 87. Respuestas de los estudiantes frente a la primera actividad. Fuente: plataforma Schoology.

El hecho que los estudiantes no recuerden los videos con facilidad, puede indicar que las actividades de visualización no son tan significativas para ellos a largo plazo y no tienen tanto impacto como aquellas donde tienen que realizar alguna acción.

De igual manera, se eligieron para la prueba final, en el ítem de preguntas abiertas, tres videos para que los estudiantes a partir de su visualización clasificaran correctamente los sucesos presentados. Así pues, los resultados obtenidos no fueron tan contundentes como los de las mismas preguntas en la prueba de selección múltiple, donde se obtuvo porcentaje de aciertos del 72%, 83% y 64% en la identificación de sucesos seguro, imposible y posible respectivamente (ver figura 39).

Así, esta primera situación abordada en el Ambiente de Aprendizaje es coherente con las sugerencias que diferentes investigaciones en el campo de la Psicología y la Didáctica de las Matemáticas han realizado, y que afirman que “El primer paso para comenzar a enseñar probabilidad es asegurarnos que los niños son capaces de diferenciar las situaciones aleatorias y deterministas, es decir de apreciar algunas características básicas de la aleatoriedad” (Batanero, 2013, p.5).

Además, es claro que para el desarrollo de estas habilidades es fundamental un proceso de enseñanza, ya que se inicia con una intuición parcial del azar en el niño, que se va desarrollando poco a poco; pero que requiere de situaciones problemas y de conocimientos en probabilidad que le ayuden a consolidar sus esquemas de pensamiento y pueda abordar sucesos cada vez más complejos. Y así, romper la fuerte influencia de las tradiciones culturales y educativas de la sociedad moderna, que orientan el pensamiento hacia explicaciones deterministas (Batanero, 2013).

En el mismo sentido, cuando se les pregunta a los alumnos sobre la situación la carrera de autos, los 12 entrevistados responden de manera rápida y segura, que el 7 es el resultado que tiene más posibilidades de salir al lanzar dos dados, y lo explican con afirmaciones como: A5: *“porque era el que más se repetía”*, A9: *“porque puede caer 5+2, o puede salir 6+1, o 4+3”*, A11: *“porque es el que tiene como más porcentaje, más porcentaje no, sino como más posibilidades de salir”* y A5: *“ambas (señalando la imagen de la plataforma y el espacio muestral), este porque el 7 es el que más veces hay. (Señalando la diagonal del espacio muestral), y este porque es el que tiene más valor (Señalando la barra del número 7)”*.

De igual manera, las actividades realizadas en la plataforma Schoology, aportaron a los estudiantes un significado frecuencial de la probabilidad, a partir de la interpretación de los resultados obtenidos mediante un diagrama de barras. Estas simulaciones de lanzar dados muchas

veces, ayudaron a comprender el comportamiento de los resultados de este experimento, puesto que las diferencias de las frecuencias absolutas son evidentes. Sin embargo, en el intento de comprender la relación entre la probabilidad de un evento y la frecuencia con que ocurre al cabo de muchas realizaciones, “se presenta la tendencia de los estudiantes a razonar con frecuencias absolutas en lugar de frecuencias relativas. Esto los lleva a percibir como grandes las pequeñas diferencias; esto obstaculiza la comprensión de la Ley de los Grandes Números” (Sánchez & Valdez, 2013, p.41)

De otra parte, un elemento importante en el éxito que mostraron los estudiantes para ingresar al laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria, y realizar las simulaciones con uno y dos dados; fue la presentación de un video tutorial de 2:36 minutos, en la cual el investigador explica paso a paso como ingresar desde la plataforma Schoology y acceder a los dos ejercicios. Lo anterior se evidenció en el mínimo número de preguntas que realizaron los estudiantes sobre como ingresar al laboratorio; en contraste con la prueba piloto, donde se explicaba dicho proceso a partir de un documento de Word y se evidenciaron muchas dudas para iniciar.

Por otro lado. se dieron los altos porcentajes de éxito de los estudiantes para resolver los problemas de combinatoria, en la plataforma virtual, factor que se asocia al video tutorial publicado. Lo anterior, sustenta la afirmación que los alumnos entienden más una instrucción cuando la escuchan y la ven, que cuando la leen en un documento.

A su vez, la situación 4 fue de las que más acogida tuvo por parte de los estudiantes, ya que la consideraron interesante, novedosa, de mucha concentración y en algunos casos difícil de resolver. Lo expuesto anteriormente, se sustenta en las afirmaciones que daban los estudiantes en las entrevistas como: A1: *“porque uno puede aprender más a hacer cosas diferentes”*, A6: *“porque esa era como vigilar todo, e intentar sacarlo, intentar, intentar, intentar”*, A9: *“porque uno tiene que pensar para organizar las frutas”*, A10: *“porque es para tener más conocimiento y no tener*

ningún error” y A11: “porque uno debe tener como mente para hacer eso y no hacerlas repetidas”.

De otra parte, el diligenciamiento de la encuesta desde la plataforma Schoology, fue una actividad que todos los alumnos lograron realizar sin ningún inconveniente, lo que ratifica la facilidad de ellos para acceder a tareas con el uso de los computadores.

Asimismo, en la sesión 6, que era en el aula de clase, todos los estudiantes se involucraron en la tarea, y la mayoría de respuestas y soluciones dadas fueron acertadas, como se ilustró en el análisis de las anteriores categorías. Esto confirma su grado de comprensión en el manejo de tablas de frecuencia, diagramas de barras y su respectiva interpretación y análisis, que son parte importante en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre.

También es cierto, que la prueba diagnóstica arrojó resultados muy positivos de los estudiantes frente al abordaje de la situación 5; la prueba final demostró un avance y consolidación en los procesos de interpretación y análisis de diagramas de barras, y por lo tanto, un buen acercamiento a la aproximación frecuencial de la probabilidad. Fue tanto así el éxito, que la pregunta cerrada de la prueba final, obtuvo un 100% de acierto. Es decir, todos los alumnos lograron entender como tomar una buena decisión, a partir de una información proporcionada en un diagrama de barras.

En el mismo sentido, el uso de video tutoriales para explicar una tarea o dar instrucciones para acceder a algún recurso en la web, es un recurso muy importante y de gran efectividad con los estudiantes. Esta afirmación se confirma en las entrevistas, al preguntarles: ¿tú consideras que colocar pequeños videos tutoriales para explicar cómo ingresar a las actividades es una buena herramienta, o hubiera sido mejor colocar una hoja con las instrucciones para que ustedes la leyeran? Algunas de las respuestas de ellos fueron: A1: *“es mejor el video, porque uno se guía más para las actividades”*, A3: *“no, me parece que es bueno, porque uno a veces se pierde, como que*

estar cada rato leyendo uno se pierde. Uno puede ir mirando el video y avanzar”, A4: *“es una buena herramienta el video, porque ahí uno mira todo, como lo maneja, como se hace”*, A5: *“el video nos ayudó mucho, porque decía como hacerlo y de qué forma”*, A8: *“porque ahí a uno le queda más fácil, ver así el video, que quedarse leyendo”* y A9: *“si fue bueno, porque también a veces uno lee y no entiende”*. Las explicaciones anteriores ratifican la idea que a los estudiantes se les facilita más ver y escuchar un video, que hacer la lectura de un texto.

Además, el uso de videos tutoriales también optimiza los tiempos de clase, ya que los estudiantes de forma autónoma acceden al conocimiento y no necesitan del tutor para que les de la explicación. De igual manera, al subirlos en una plataforma virtual, permite que el usuario acceda a este en cualquier momento y lugar, sin estar dependiendo de la clase presencial.

De otra parte, al indagar sobre las actividades del curso tanto en el aula como en la plataforma virtual, la mayoría de los estudiantes prefirió ésta última. Algunos ejemplos de los argumentos dados por ellos son: A2: *“no sé, porque uno podía ver más cosas”* A5: *“es hacer las cosas, como si estuvieras haciendo un juego”*. A9: *“porque era mucho de pensar”*, A10: *“porque habían, como que, juegos así todos chéveres”* y A11: *“porque fueron como más divertidas y más implicatorias”*.

No obstante, el estudiante A3 expresó tener más predilección por las actividades del aula, afirmando *“me pareció más interesante en el aula porque uno comparte con los compañeros”*; lo cual es un componente importante para tener en cuenta en el momento de proponer Ambientes de Aprendizaje, y es el valor de la comunicación para los estudiantes como eje fundamental en el trabajo escolar, que se pierde un poco al realizar actividades en el aula virtual.

Precisamente a la pregunta que *¿Qué opinión tienes sobre la plataforma virtual Schoology?*, las respuestas de los alumnos son todas positivas, expresadas con palabras como: interesante, buena, chévere y llamativa. Además, ellos complementan el calificativo con afirmaciones tales

como: A2: *“que uno podía hablar con los compañeros y también me permitió aprender muchas cosas”*, A4: *“interesante, porque he aprendido muchas cosas”*, A5: *“pues como uno aprende mejor, entiende mucho mejor las cosas”*, A6: *“de que uno podía aprender muchas cosas sobre los sucesos, sobre combinaciones”*, A7: *“que se podían hacer varias cosas”* y A11: *“que podíamos realizar las actividades y nos ayudaba a corregirlas y nos explicaba con videos”*.

También, cuando se pregunta a los entrevistados: *¿Cómo te ha parecido el curso exploremos la probabilidad?*, la mayoría afirmó que fue interesante. Ninguno de ellos expresó algo negativo sobre el curso, teniendo en cuenta que la pregunta indagaba tanto de las sesiones del aula como las de la plataforma Schoology.

De igual manera la actividad que más les llamó la atención, en primer lugar, fueron los ejercicios de combinatoria con las frutas, en el laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria. A continuación, se presenta un fragmento de una entrevista que ilustra esto:

P: “De todo el curso, de todo lo que hicimos ¿qué fue lo que más te llamó la atención?”

A7: “La de combinar frutas”.

P: “¿Por qué?”

A7: “Porque uno tiene que pensar todo”.

En general, la actividad de combinación de las frutas a muchos alumnos les gusto, porque la vieron como un reto, y les exigió concentración y atención para no cometer ningún error.

En segundo lugar, la carrera de auto fue llamativa para algunos alumnos, y daban razones como A8: *“porque ahí aprendimos que, cuales son las que tienen más posibilidades de salir con un solo dado o con dos”*. No obstante, esta misma actividad, tuvo sus detractores; es decir, aquellos alumnos que les fue mal en el juego o que no se involucraron adecuadamente en la actividad. Así, argumentos que confirman lo anterior son: A9: *“porque perdía mucho”*, A10: *“porque no ganaba*

nunca” y A11: “porque me pareció muy aburrida y porque con mis compañeros no nos gustó, en cambio en el computador es chévere y puede uno meterse solo.”

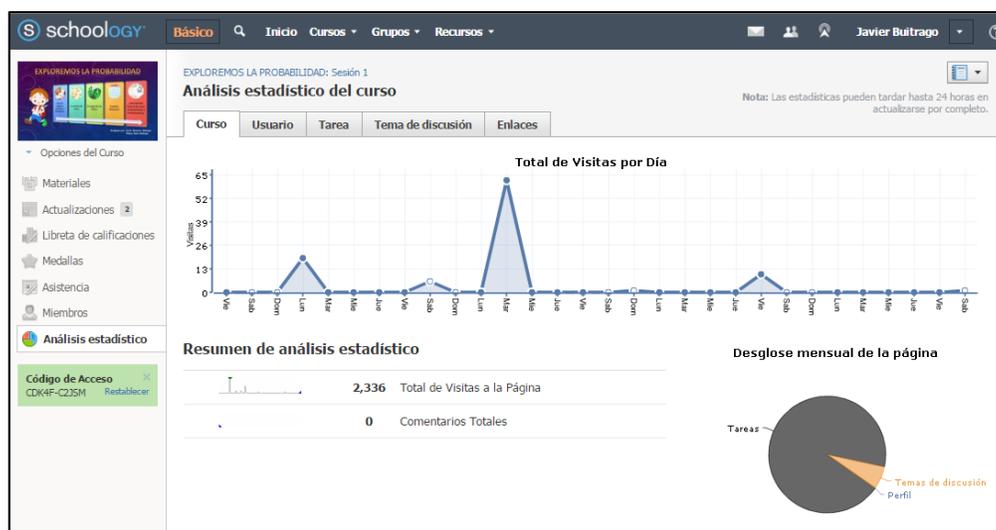


Figura 88. Análisis estadístico del curso exploremos la probabilidad. Fuente: Schoology

De otro lado, al mirar las estadísticas del curso Exploremos la Probabilidad, dentro de la plataforma Schoology, se encontró que el total de visitas a la página fue de 2.336, lo cual es una cantidad alta al considerar que había 38 estudiantes y un tutor (ver figura 88). Este dato demuestra que realmente ellos si utilizaron la plataforma de manera continua y pudieron acceder a todos los contenidos sin problemas. La afirmación precedente, refuerza la idea que “sólo es posible desarrollar nuevas aptitudes intuitivas si el alumno se involucra personalmente en una actividad práctica que le proporcione la experiencia necesaria” (Cañizares, 1997, p.27).

También, en la figura 89 se muestran los resultados del curso, con respecto al número de veces que los estudiantes utilizaron los enlaces puestos en la plataforma Schoology. Se aprecia que el ingreso al laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria es el que presenta mayor demanda, puesto que en esta página se realizaron los ejercicios de simulación con uno y dos dados, y el ejercicio de combinatoria con frutas. A su vez, se comprueba el ingreso de ellos a la prueba final y a la encuesta para organizar la fiesta, con valores de 59 y 41 entradas, respectivamente. Por

último, hay 21 ingresos a la sesión de combinatoria, que mostraba un voki que les daba a ellos las instrucciones para hacer actividad, que es un valor muy bueno ya que estaban trabajando por parejas en el aula de informática.

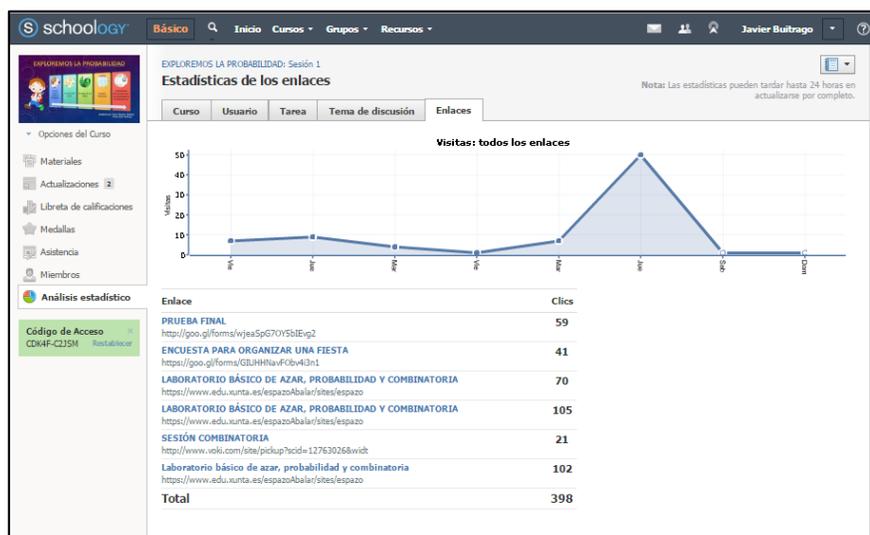


Figura 89. Análisis estadístico de los enlaces de curso exploremos la probabilidad. Fuente: Schoology

Todos los resultaron anteriores, cobran un gran valor, ya que la mayoría de los estudiantes que participaron en el ambiente de aprendizaje no habían tenido experiencias previas en el uso de plataformas o cursos virtuales. Lo cual demuestra que ellos tienen muchas habilidades para aprender de forma rápida este tipo de herramientas, y en la mayoría de casos, casi de forma autodidacta. Además, Ortiz y Serrano (2008) destacan que el uso de la simulación, permite a los estudiantes superar concepciones erradas de probabilidad mediante la aproximación a la realidad con experimentos sencillos que, en otras circunstancias, no se pueden realizar por limitaciones de tiempo y lugar.

De igual manera, las sesiones en el aula de clases han tenido un papel importante en el desarrollo de estas habilidades en los educandos, ya que se ha podido institucionalizar algunos conceptos y procedimientos, como la regla de Laplace y el espacio muestral del lanzamiento de

dos dados, que ayudó a consolidar la comprensión de ellos frente al abordaje de las diferentes situaciones problema.

Igualmente, la participación de casi la totalidad de los alumnos seleccionados, en las diferentes actividades fue categórica. Esto se corroborará con la lectura y análisis de los instrumentos utilizados para recoger información, como guías y talleres, donde se evidencia el compromiso y el esfuerzo de ellos en realizar un trabajo completo y de calidad. Aunque es importante que los alumnos realicen algunas actividades de simulación con apoyo de material manipulativo, como urnas, dados o ruletas, es “realmente el ordenador el que proporciona una mayor potencia de simulación, construcción de modelos y exploración de los mismos” (Batanero, 2003, p.47).

Finalmente, al preguntar a los entrevistados que sugerencias harían para mejorar este ambiente, el resultado fue contundente. Todos los alumnos afirmaron que éste estaba muy bien y que no debería modificarse. Así, por ejemplo: A6: “*como está, así está bien*”, A4: “*me parece bien como está*” y A9: “*está perfecto*”. Estos testimonios consolidan la tesis de que fue realmente significativo para ellos realizar este curso, desde la motivación, el abordaje de situaciones nuevas, la resolución de problemas, el aprendizaje de nuevos conceptos y términos, y la experiencia de usar la plataforma virtual de Schoology.

Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones sobre los principales hallazgos encontrados, teniendo en cuenta cada uno de los objetivos de investigación formulados al comienzo de este documento, y las categorías que orientaron el análisis: identificación de sucesos, cuantificación de la probabilidad, aproximación frecuencial, resolución de problemas y toma de decisiones y Ambiente B-learning.

Adicionalmente, estas conclusiones buscan responder a la pregunta de investigación: ¿Cómo contribuye un ambiente B-learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en estudiantes de 10 a 12 años de dos colegios públicos de Bogotá?

Para comenzar, el objetivo general que se formuló para esta investigación plantea “Analizar la contribución de un Ambiente B-learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, en estudiantes de 10 a 12 años de los colegios distritales CF y AG”. Este objetivo general de investigación, para que se pueda alcanzar, requiere del cumplimiento de cuatro objetivos específicos, que son desarrollados en cada una de las conclusiones.

Conclusiones referentes al objetivo específico: Identificar el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en los estudiantes de 10 a 12 años, antes de la implementación del Ambiente B-learning.

Con el fin de cumplir este objetivo, se aplicó una prueba de entrada o prueba diagnóstica a las poblaciones seleccionadas de los colegios CF y AG, con el propósito de identificar si los estudiantes entre los 10 y 12 años, que se encuentran en una etapa de transición entre las operaciones concretas y las operaciones formales, podían abordar con suficiencia situaciones problema de aleatoriedad e incertidumbre.

Para comenzar, según la categoría de identificación de sucesos, los estudiantes en ese rango de edades que se encuentran aún en la etapa de las operaciones concretas, difícilmente establecen

la causa y efecto de un fenómeno o situación segura. Las explicaciones para muchos de los fenómenos imposibles por otro lado, estaban vinculadas más con la imaginación y la fantasía, que para los niños de estas edades sigue prevaleciendo. Respecto de la identificación de sucesos posibles, la mayoría de los estudiantes de las dos instituciones no presentaron mayor dificultad a la hora de ejemplificarlos mediante situaciones cotidianas, como el clima o su contexto escolar.

Con respecto a la categoría de cuantificación de la probabilidad relacionada con la de resolución de problemas y toma de decisiones, se encontró que los alumnos no habían sido preparados en ello previamente ni tenían experiencias con el componente de aleatoriedad. En razón a esto, se puede concluir, que ante situaciones problema en las que están presentes el azar o la incertidumbre, si no hay una formación previa en el alumno en pensamiento aleatorio o en estocásticos (Elizarrarás, 2014), cobran fuerza soluciones o explicaciones que tienen que ver más con la percepción subjetiva del azar o con experiencias previas que se hayan tenido con este tipo de fenómenos aleatorios. Por esta razón, determinaron la solución a este tipo de situaciones, que requerían cuantificación de la probabilidad, no mediante un proceso matemático sino apelando a sus intuiciones primarias del azar como lo afirma Fischbein (1975), o a sus creencias o percepciones subjetivas frente a los juegos de azar. El desconocimiento del espacio muestral para experimentos de tipo aleatorio induce a error, porque se termina incurriendo en el sesgo de la equiprobabilidad, “en el que los sujetos consideran los posibles resultados de cualquier fenómeno equiprobables porque son materia del azar” (Serradó, Cardeñoso y Azcarate, 2005, p.66).

Estas dificultades para identificar con claridad el componente aleatorio presente en algunas situaciones cotidianas para ellos, ocurre también porque la idea del azar, lo mismo que la de probabilidad, no puede ser totalmente comprendida por los niños hasta que se desarrolle el pensamiento combinatorio (Piaget & Inhelder, 1951); sin embargo, se pueden sentar las bases de

la identificación y comprensión de la idea del azar, con un entrenamiento adecuado (Fischbein, 1975).

Finalmente, con respecto a las categorías de aproximación frecuencial, y resolución de problemas y toma de decisiones, los niños de ambos colegios resolvieron con facilidad los problemas planteados a partir de la lectura de la misma gráfica, aunque algunos si bien lograron transferir la información de la tabla de frecuencias al diagrama de barras, se les dificultó establecer comparaciones entre los resultados que mostraba la gráfica, para explicar la solución del problema y la decisión que se debía tomar.

Conclusiones referentes al objetivo específico: Describir el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre alcanzado por los estudiantes de 10 a 12 años durante la implementación del Ambiente B-learning.

En la categoría de identificación de sucesos se puede concluir, como resultado de las actividades desarrolladas en la primera sesión del ambiente de aprendizaje, que los niños de ambos colegios si bien no presentaron mayores dificultades para detectar el componente de azar o de aleatoriedad en algunos juegos conocidos por ellos, o para identificar clases de sucesos observados en secuencias de video, no obstante, se les dificultó elaborar explicaciones que definieran cada clase de suceso identificado. Estos resultados también permiten establecer que, las actividades de observación y clasificación de juegos o de sucesos, con el apoyo de las TIC, le facilitaron a la mayoría de los estudiantes diferenciar cuándo una situación tiene un resultado impredecible y se considera posible, cuando una situación no puede ocurrir y es imposible, o cuando una situación tiene un resultado predecible y se puede considerar segura.

De otro lado, en la categoría de cuantificación de la probabilidad relacionada con la de resolución de problemas y toma de decisiones, desarrolladas principalmente en las situaciones referentes a experimentos aleatorios y a través de ejercicios de combinatoria, se pudo establecer

que los alumnos de ambos colegios, mostraron avances al construir sin mayor problema el espacio muestral de un experimento aleatorio, siguiendo las instrucciones para configurar el arreglo de acuerdo con ciertas condiciones y también cuantificar la probabilidad para cada caso aplicando la regla de Laplace. Lo anterior permite demostrar que los niños de 10 a 12 años de edad pueden hacer este tipo de estimaciones con cierta facilidad, siempre que se observe un espacio muestral con un número reducido de elementos (Bryant & Nunes, 2012), y de este modo puedan comprender dicha estimación como una razón de comparación.

Sólo en el caso de comparar dos experimentos aleatorios equivalentes, para la mayoría de la población estudiantil de los dos colegios fue un proceso complejo que le generó una gran dificultad. Esta situación se explica porque los estudiantes de esas edades, que aún no tienen un pensamiento formal, al realizar estas comparaciones carecen de ciertas herramientas operacionales para resolver este tipo de problemas, como la simplificación de fracciones. En ese orden de ideas se puede concluir que, aunque en un comienzo les resulte difícil a los niños establecer comparaciones entre dos experimentos aleatorios proporcionales, entre los 10 y 13 años de edad, la aplicación del cálculo de probabilidades tiende a mejorar sustancialmente (Bryant & Nunes, 2012), lo que les permitirá a los estudiantes de esas edades pasar a “resolver problemas en que los casos se pueden poner en correspondencia mediante una proporción” (Batanero, 2013, p.8).

En el caso de los ejercicios de combinatoria, los estudiantes de las dos instituciones presentaron significativos avances al resolverlos empleando elementos físicos en el aula de clase y a través del laboratorio virtual de azar, probabilidad y combinatoria. Esta situación demostró que los estudiantes entre los 10 y 12 años de edad, pueden construir el espacio muestral de un experimento aleatorio a través de la combinatoria, siempre y cuando el número de elementos a combinar sea reducido.

Desde el punto de vista de la categoría aproximación frecuencial, se concluye que, para los niños de 10 a 12 años, que continúan en una etapa de las operaciones concretas, la comprensión de la Ley de los Grandes Números fue muy difícil de lograr. Es decir, cuando los alumnos tratan de comprender la probabilidad de ocurrencia de un evento, y lo relacionan con la frecuencia de sus resultados al realizar muchas veces el experimento, tienden a razonar con frecuencias absolutas en lugar de frecuencias relativas lo que dificulta en ellos la comprensión de la ley de los grandes números (Sánchez & Valdez, 2013).

Por el contrario, la aproximación frecuencial para resolver problemas de incertidumbre en el contexto de la interpretación de tablas de frecuencias y gráficas de barras, no presentó dificultad a los estudiantes de los dos colegios. Por ejemplo, en cuanto a la elaboración de los diagramas de barras no se generaron mayores inconvenientes con la lectura independiente de los datos e incluso con la estimación de probabilidades, aplicando la regla de Laplace en un contexto diferente al de los experimentos con dados o con extracciones. Sin embargo, a un porcentaje menor de estudiantes se les dificultó relacionar los resultados de varias gráficas con el fin de elaborar la solución al problema. Asimismo, otra dificultad que se manifestó en algunos alumnos de ambos colegios, radicó en la elaboración de las tablas de frecuencias absolutas cuando el número de opciones para dos de las preguntas de la encuesta fue superior a 5, lo que permite concluir que, para un niño de 10 a 12 años, a mayor cantidad de datos numéricos para tabular, mayor es la probabilidad de cometer errores en el conteo de los mismos, lo que generó defectos en la elaboración del diagrama de barras, y errores en la estimación de probabilidades que le permitiera resolver el problema y tomar una decisión acertada.

Esto último, cobra bastante valor ya que un gran volumen de la información que se recibe en los diferentes medios de comunicación se presenta en forma de tablas o gráficas estadísticas, y de la lectura correcta de éstas, va a depender tomar buenas decisiones y dar solución asertiva a

múltiples situaciones de nuestra cotidianidad. Lo anterior se reafirma en Osorio, Suárez y Uribe (2013), los cuales

recomiendan el trabajo con datos reales donde se evidencie la incertidumbre en su recolección, el muestreo, la experimentación y la capacidad para generalizar resultados del modelo utilizado y de las soluciones en el momento del estudio, acordes al contexto y futuro inmediato. (p.135)

De todos modos, el buen desempeño que los niños de las dos instituciones educativas mostraron en la prueba diagnóstica frente a problemas que requerían transferir información de una tabla de frecuencias absolutas a un diagrama de barras, así como la lectura y comparación de los resultados para responder preguntas, fue optimizado luego de la aplicación del proceso completo que fue desarrollado en la última sesión del ambiente de aprendizaje.

Es claro que para el desarrollo de estas habilidades es fundamental un proceso de enseñanza, ya que se inicia con una intuición parcial del azar en el niño, que se va desarrollando poco a poco, pero se requiere de situaciones problema y de conocimientos de probabilidad que le ayuden a consolidar sus esquemas de pensamiento y pueda abordar sucesos cada vez más complejos. Es así, que se puede romper la influencia de las tradiciones culturales y educativas de la sociedad moderna, que orientan el pensamiento hacia explicaciones deterministas (Batanero, 2013). En el mismo sentido, el uso de video tutoriales para explicar una tarea o dar instrucciones para acceder a algún recurso en la web, es un medio muy importante y de gran efectividad con los estudiantes. Además, optimiza los tiempos de clase, ya que los estudiantes de forma autónoma acceden al conocimiento y no necesitan del tutor para la explicación. De igual manera, al subirlos en una plataforma virtual, permite que el usuario acceda a este en cualquier momento y lugar, sin estar dependiendo de la clase presencial.

De otra parte, la experiencia del componente virtual en la plataforma Schoology ha sido exitosa para los estudiantes y ha aportado muchos elementos en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, desde las cinco situaciones seleccionadas para esta investigación. Como lo afirma Elizarrarás (2014), “los temas estocásticos contribuyen en el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, pues la resolución de problemas desencadena en el planteamiento de alternativas y en consecuencia, en la toma de decisiones” (p.25).

Esto cobra un gran valor, ya que la mayoría de estudiantes participantes no habían tenido experiencias previas en el uso de plataformas o cursos virtuales, lo cual demuestra que poseen habilidades para aprender de forma rápida con este tipo de herramientas que a su vez promueven el autoaprendizaje. Además, Ortiz y Serrano (2008) destacan que el uso de la simulación, permite a los estudiantes superar concepciones erradas de probabilidad mediante la aproximación a la realidad con experimentos sencillos que, en otras circunstancias, no se pueden realizar por limitaciones de tiempo y lugar.

En la actualidad se busca incorporar las TIC en los procesos de enseñanza de la estadística y la probabilidad cada vez a más temprana edad. Esto permite a los alumnos complementar “la adquisición de los conceptos, como estrategia efectiva para fomentar el aprendizaje autónomo por parte del estudiante y estimular su interés por los temas de Probabilidad”. (Osorio, Suárez & Uribe, 2013, p.138). Este interés no puede estar desconectado del reconocimiento del aporte de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes, destacando dos factores como los responsables de los progresos que hacen los niños, a medida que crecen, en la comprensión de la probabilidad y la resolución de problemas. En primer lugar, son las intuiciones primarias del azar y, en segundo término, las experiencias y los procesos de enseñanza que ayudan a modificar estas intuiciones (Bryant & Nunes, 2012).

Por último, las sesiones en el aula de clase han tenido un papel importante en el desarrollo de estas habilidades en los educandos, ya que se han podido institucionalizar algunos conceptos y procedimientos, como la regla de Laplace y el espacio muestral, que ayudaron a consolidar la comprensión de la probabilidad frente al abordaje de diferentes situaciones problema.

Conclusiones referentes al objetivo específico: Comparar el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en los estudiantes de 10 a 12 años, después de la implementación del Ambiente B-learning.

Terminada la implementación en los colegios CF y AG, se realizaron 12 entrevistas semiestructuradas a los estudiantes de cada institución, y a su vez se aplicó una prueba final que abordaba las cinco situaciones objeto de análisis de esta investigación, en forma virtual, combinando preguntas abiertas y cerradas. Asimismo, con los resultados de la prueba diagnóstica de los dos colegios, se tiene un buen referente para poder comparar el avance y desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre en los estudiantes después de la implementación del Ambiente de Aprendizaje.

Con respecto a la primera situación abordada, sobre la identificación de sucesos seguros, posibles e imposibles, se concluye que en su mayoría aumento el porcentaje de éxito de los alumnos al final del Ambiente, en las dos instituciones (ver figura 90). Asimismo, se muestra mayor dificultad en ellos en la identificación de sucesos seguros e imposibles, aspecto que también ha sido referido en los trabajos de Batanero (2013), Bryant y Nunes (2012), Vecino (2003), Cañizares (1997), Fischbein y Cols (1991) y, Fischbein, Nello, y Marino (1991).

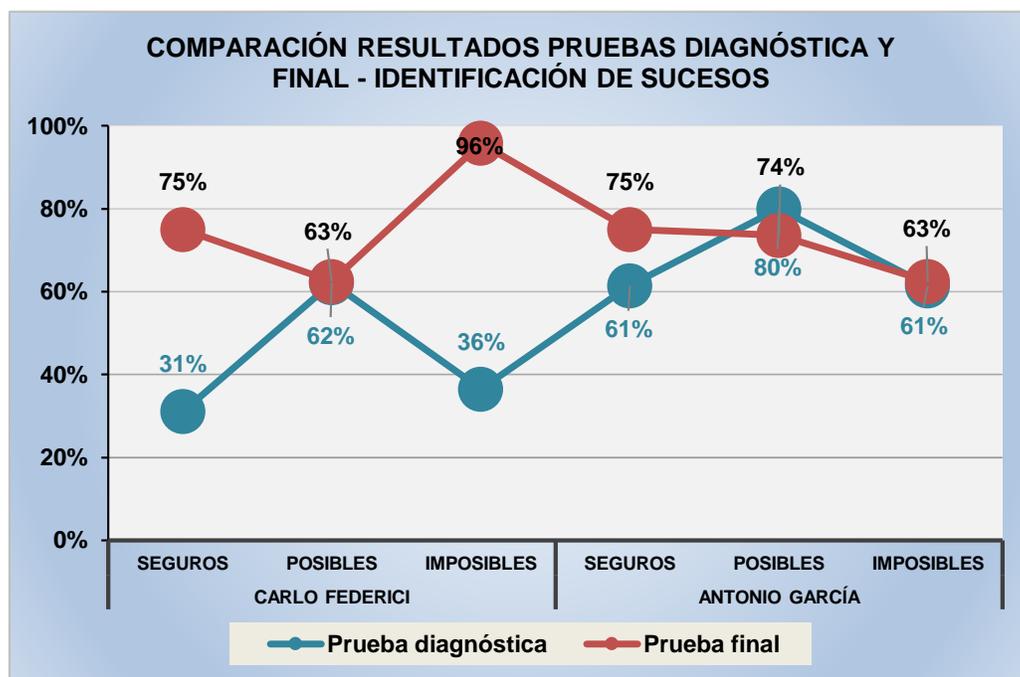


Figura 90. Comparación de los resultados pruebas diagnóstica y final de los dos colegios. Fuente: pruebas diagnóstica y final colegios CF y AG.

También, se puede observar una mejoría en la identificación de sucesos seguros e imposibles en el colegio CF con respecto al otro colegio, después de la implementación. No obstante, no hay cambios muy significativos en la identificación de sucesos posibles en las dos instituciones, tarea que desde el comienzo arrojó buenos resultados. (ver figura 90)

Por lo anterior, se infiere que al abordar de manera explícita la enseñanza, con el Ambiente B-learning propuesto, se ayuda a mejorar la conceptualización e identificación de estos sucesos, que se plasman en las afirmaciones que hacen los niños en las entrevistas, cuando los definen de manera correcta y dan ejemplos que coinciden con sus características. Esto manifiesta claramente las múltiples posibilidades que ofrece una plataforma virtual, en términos de variedad, interacción, explicación y diversión; como a vez genera más motivación en ellos para el trabajo académico, y que se evidenció en la participación y realización de las actividades planteadas en el curso por la mayoría de los alumnos.

Ahora bien, con respecto a la segunda situación, que contempla la solución al problema planteado de la carrera de autos, con dos dados, se inicia con un resultado muy bajo en la prueba diagnóstica de 8% y 3%, en los colegios CF y AG respectivamente (ver figura 91). Sin embargo, se finaliza con un valor del 67% y 72% de éxito por parte de los estudiantes, en la prueba final, respectivamente. Estos dos resultados son equivalentes en los dos colegios y muestran un comportamiento símil de las dos poblaciones.

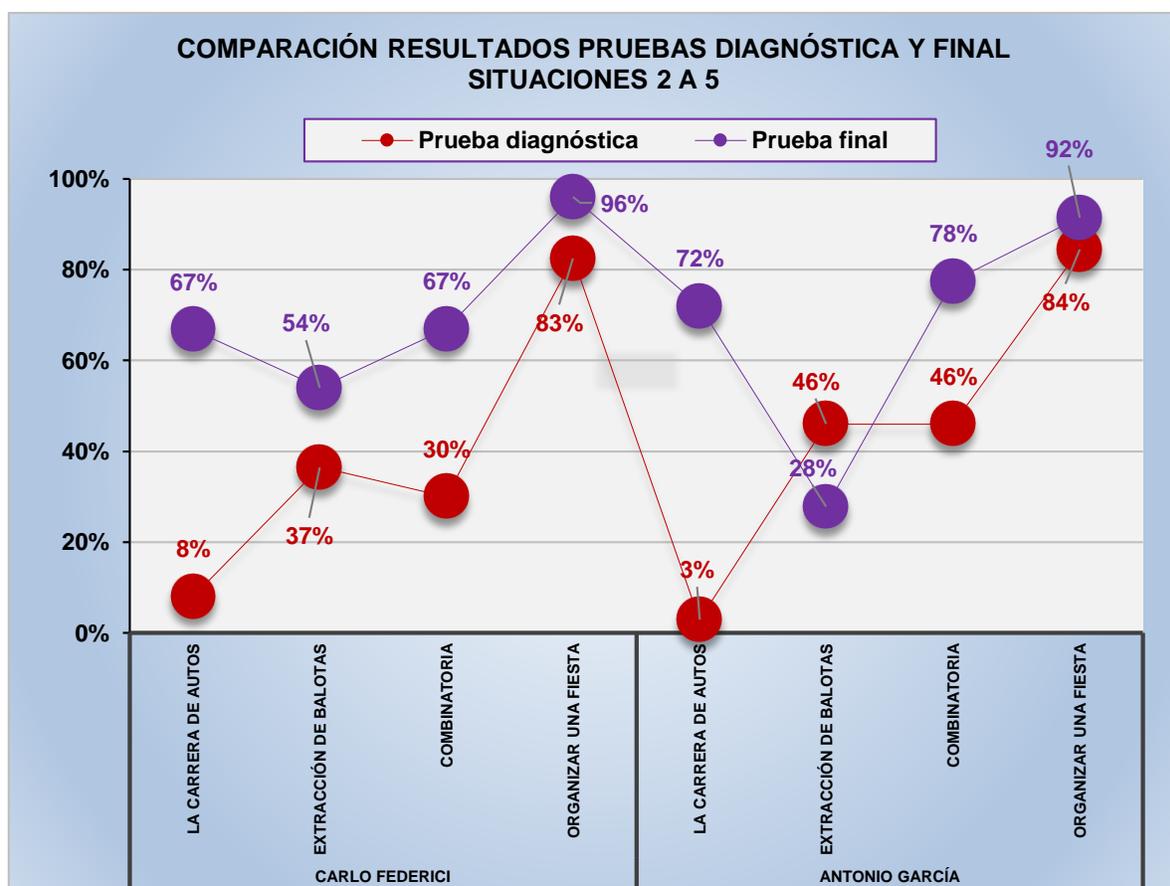


Figura 91. Comparación de los resultados pruebas diagnóstica y final situaciones 2 a 5. Fuente: pruebas diagnóstica y final colegios CF y AG.

Los resultados anteriores, demuestran que los estudiantes ganaron mucho en la comprensión del componente de probabilidad de esta situación. Este buen resultado se corrobora

con las entrevistas hechas a los 12 estudiantes de cada institución, ya que de manera inequívoca responden correctamente a la situación problema dando excelentes argumentos.

De otra parte, la comprensión de los estudiantes frente al experimento de lanzar un dado, y entender que todos los resultados son equiprobables, evidenció gran dificultad en las dos instituciones. Este resultado también es documentado en los trabajos de Bryant y Nunes (2012), Fernández y Batanero (2009), Cañizares (1997) y Fischbein (1987).

Por otro lado, la situación de las extracciones de balotas, inicia con resultados satisfactorios de 37% en el colegio CF, y 46% en el colegio AG. En cambio, el porcentaje de éxito en el abordaje de estas situaciones aumento un poco en el primer colegio, y descendió en el segundo (ver figura 91). La explicación de estas variaciones se debe a el cambio de contexto de la situación, es decir, la prueba inicial indagaba sobre la extracción de balotas de una urna, en cambio la prueba final, quería mirar si los estudiantes eran capaces de transferir sus habilidades de probabilidad e incertidumbre en el momento de abordar el experimento de elegir colores de una ruleta. Por lo tanto, no se puede comparar los dos resultados.

De lo precedente se puede afirmar, que al ser las dos situaciones semejantes, se esperaba que los alumnos utilizaran la Regla de Laplace para interpretar la situación problema y responder de manera correcta. No obstante, la incipiente comprensión de ellos de esta regla, no permitió obtener mejores resultados; lo cual se ratifica en las entrevistas donde los estudiantes no recuerdan fácilmente la Regla de Laplace, sino después de una intervención por parte del investigador, y es allí donde demuestran cierto grado de conocimiento y la aplican en la solución de situaciones de extracciones.

Esta dificultad manifiesta por los alumnos de estas edades, es evidente en la medida que la comprensión de esta regla, requiere del desarrollo de un razonamiento proporcional, que se logra gradualmente a lo largo de su educación básica y media, acompañada de experiencias de enseñanza

y aprendizaje que estimulen su desarrollo. Así, entender la Regla de Laplace como una razón de comparación no es fácil para los alumnos, ellos solamente colocan los valores necesarios para expresarla como una fracción o división indicada.

De igual manera, se comprueba esta dificultad al abordar el ejercicio de comparar dos urnas con un número de balotas proporcionales, evidenciando en los estudiantes la predilección por elegir la urna con mayor cantidad de un color, sin pensar en la razón de comparación. Estos hallazgos coinciden con los estudios de Batanero (2013), Bryant y Nunes (2012) y Cañizares (1997), Truran (1994) y Fischbein (1987).

Acerca de la cuarta situación analizada, se evidencia un avance significativo en los dos colegios comparando los resultados de la prueba diagnóstica con la prueba final (ver figura 91). Asimismo, en las entrevistas realizadas a los estudiantes, se demuestra que los alumnos pueden determinar todas las combinaciones posibles, cuando el número de elementos es pequeño, como es el caso de combinar parejas de frutas, sin repetir, de un conjunto de cuatro de estas.

Además, los procedimientos utilizados por los alumnos en su mayoría eran de ensayo y error, algunos con cierto orden en la formación de las combinaciones, pero que resultan coincidentes con lo esperado en niños de 10 a 12 años, como lo confirman los estudios de Piaget y Inhelder (1951), Scardamalia (1977), Cañizares (1997) y Bryant y Nunes (2012).

Asimismo, aunque los estudiantes no habían tenido ninguna experiencia de enseñanza sobre la combinatoria, han logrado avanzar en el desarrollo de esta habilidad y resolver diferentes situaciones de combinatoria. El uso del laboratorio de azar, probabilidad y combinatoria fue un factor fundamental para este resultado, ya que la experiencia interactiva fue muy llamativa y motivante para los alumnos, como lo mencionan ellos en las entrevistas.

De otro lado, la quinta situación analizada, en el contexto de organizar una fiesta, a partir de la interpretación y construcción de diagramas de barras y tablas de frecuencias, comenzó con

resultados muy favorables de 83% y 84% en los colegios CF y AG respectivamente. Y termina, con la prueba final con resultados contundentes, del 96% y 92% de éxito en la aplicación de la habilidad de probabilidad e incertidumbre por parte de los estudiantes en las dos instituciones, en el mismo orden (ver figura 91).

Cabe destacar, que la pregunta cerrada de la prueba final en los dos colegios, fue contestada correctamente por todos los estudiantes. esto es un gran indicador del desarrollo de las habilidades de los estudiantes para interpretar y tomar decisiones acertadas a partir de una información representada en un diagrama de barras.

Aunque inicialmente los alumnos muestran un buen desempeño en abordar esta situación, las actividades del Ambiente B-learning, consolidan y refuerzan los conocimientos y habilidades propias de la probabilidad para resolver adecuadamente estos problemas. Así pues, involucrar a los alumnos en situaciones cercanas y reales, potencian la participación y realización de las actividades y permiten una mayor disposición para demostrar sus habilidades.

Conclusiones referentes al objetivo específico: Determinar la contribución del Ambiente B-learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, en los estudiantes de 10 a 12 años.

En términos generales, el Ambiente B-learning desarrollado en esta investigación, tanto en su componente virtual como presencial, tuvo una incidencia altamente positiva en los estudiantes y en el desarrollo de sus habilidades de probabilidad e incertidumbre. Esta tesis se sustenta en el análisis precedente de las cinco situaciones problema seleccionadas, los resultados de la prueba final y las respuestas de los alumnos en las entrevistas, en los dos colegios públicos seleccionados.

Con respeto al componente virtual, el uso de dos plataformas como fueron Moodle y Schoology, en los colegios CF y AG respectivamente, permitió comprobar que no hay diferencias significativas entre las dos, ya que ambas tenían facilidad para el ingreso de los estudiantes,

soportaban recursos como videos, imágenes, audios y vokis, se podían configurar vínculos con otras aplicaciones, comunicación interna por chat y foros, acceso las 24 horas, elaboración de cuestionarios y almacenamiento de los resultados, y llevaban registros de acceso de los estudiantes y un historial de las actividades de cada uno.

No obstante, la plataforma Schoology presenta un diseño más agradable y colorido, que resultó muy atractiva para los estudiantes, con el componente adicional que permitió a los usuarios personalizar su cuenta con una imagen, acción que fue realizada por la totalidad de ellos, es decir, 37 alumnos. Lo anterior se contrasta con lo formal y serio de Moodle; aunque hay que reconocer que ambas plataformas tienen una interfaz de navegación sencilla, ligera y eficiente.

Asimismo, el introducir videos tutoriales para explicar el ingreso a ciertas aplicaciones fue un recurso muy valioso y eficaz, puesto que la mayoría de los alumnos logro acceder a las tareas sin necesidad de una explicación adicional del investigador. De igual manera, comenzar con situaciones cercanas a los estudiantes, como son juegos y videos de situaciones reales, han permitido captar la atención y motivación de ellos, para introducirlos al mundo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, claves en el desarrollo del pensamiento crítico. La tesis anterior, se complementa con la afirmación de Pazos (2003) que indica que “con la presentación de estos juegos sencillos y conocidos para los alumnos, se pretende indicar que es posible poner a los alumnos en la situación de tener que resolver un problema” (p.482), como en el caso de tener que identificar la presencia o no del componente de azar en cada juego y clasificarlos.

Esto manifiesta claramente las múltiples posibilidades que ofrece una plataforma virtual, en términos de variedad, interacción, explicación y diversión; como a vez genera más motivación para el trabajo académico, y que se evidenció en la participación y realización de las actividades planteadas en el curso por la mayoría de los alumnos.

Además, los testimonios de los estudiantes entrevistados fortalecen la idea que para el aprendizaje y entrenamiento de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, los materiales educativos digitales que funcionan como simuladores son fundamentales, pues permiten mejorar su comprensión de situaciones aleatorias. Adicionalmente, le ayudan a visualizar de manera dinámica los fenómenos aleatorios estudiados, y asimismo, identificar patrones y tendencias teniendo en cuenta la frecuencia de sus resultados, observar de manera gráfica el espacio muestral de cada experimento, hacer repeticiones del mismo de manera más práctica y ágil, y finalmente, llegar a la solución de los problemas planteados de manera más clara y tomar decisiones informadas frente a ellos.

Esto demuestra que hay que proponer a los estudiantes más actividades interactivas donde ellos se puedan involucrar; por encima de aquellas pasivas de ver o escuchar solamente.

De otra parte, la facilidad para realizar la prueba final desde la plataforma, con un vínculo a un formulario de Google Forms, ayudó a realizar una evaluación más dinámica y llamativa, que respondía a una necesidad fundamental que era dar cuenta del desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, y garantizar la *disposición* de los estudiantes para involucrarse en las situaciones y demostrar lo que habían aprendido. Este elemento es muy importante porque viene a reflejar el hecho de que si una persona sabe qué habilidad aplicar en una situación determinada pero no está dispuesto a hacerlo, no exhibirá su pensamiento crítico (Saiz, Nieto & Orgaz, 2009).

De otra parte, hay que resaltar que la gran mayoría de los alumnos que participaron en el Ambiente de Aprendizaje, de las dos instituciones educativas, no habían tenido experiencias previas con cursos a ambientes de aprendizaje virtuales. Lo anterior, les da un valor agregado a los resultados obtenidos, ya que es sorprendente ver como los niños de estas generaciones, muestran gran facilidad para apropiarse de las nuevas tecnologías y aprender más de manera autónoma.

Con relación al componente presencial, fue un elemento importante, debido a que permitió orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje, resolver dudas, trabajo cooperativo, momentos de institucionalización y conectar las sesiones virtuales. Así, para los niños de 10 a 12 años esta combinación de lo presencial y lo virtual es muy importante, porque necesitan de un acompañamiento constante del docente, ya que no han desarrollado totalmente la responsabilidad, la constancia y la disciplina que requiere un curso virtual.

Por último, el cambio de contexto, al trabajar en el salón de clases, en el aula de informática o desde su casa, genera más motivación y deseos de aprender, como quedó plasmado en las sesiones y las entrevistas hechas a los estudiantes. Esto comprueba que la diversidad de espacios, ya sean físicos o virtuales, son claves para el éxito de un Ambiente de Aprendizaje.

Aprendizajes

Los semestres cursados de la Maestría en Informática Educativa dentro de la línea de investigación titulada “Desarrollo de Habilidades de Pensamiento mediadas por las TIC (PENSATIC)”, nos han aportado los conocimientos y herramientas necesarios para llevar a cabo nuestro proceso investigativo, desde identificar un tema y plantear un problema de investigación, definir unos objetivos general y específicos, buscar los referentes teóricos que nos permitan soportar la investigación revisando antecedentes y la literatura necesaria, hasta aplicar los instrumentos de recolección de información en concordancia con el diseño metodológico propuesto, con miras a realizar el análisis cualitativo de los resultados en cada una de las instituciones educativas, y presentar las conclusiones de la investigación de manera conjunta.

Con respecto al diseño e implementación de un Ambiente de Aprendizaje con integración de las TIC, en la modalidad B-learning, se aprendió a estructurarlo, de modo que se mantuviera la coherencia entre sus elementos constitutivos como son: el fundamento pedagógico, la secuenciación de las sesiones, la articulación del componente presencial y virtual, los objetivos de aprendizaje propuestos para el estudiante, los recursos incorporados y la evaluación.

Finalmente, nos sentimos muy satisfechos de los múltiples aprendizajes alcanzados, en particular sobre el uso de las TIC en la educación, teniendo en cuenta la cantidad de materiales educativos digitales que podemos encontrar en la red, así como plataformas virtuales de aprendizaje y herramientas de comunicación como las de la Web 2.0, que se pueden utilizar en nuestro trabajo docente día a día. Asimismo, estamos convencidos de que las dinámicas dentro del aula de clase deben cambiar, y somos nosotros los docentes, los que tenemos la responsabilidad de utilizar de manera adecuada todos los recursos tecnológicos disponibles, para que los procesos de enseñanza y aprendizaje sean cada día mejor y redunden en beneficio de los estudiantes.

Recomendaciones

El desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, a través de la resolución de problemas y toma de decisiones, por una parte, y de la implementación de un ambiente de aprendizaje de modalidad blended learning, por otra, demostró avances en el desempeño de los estudiantes y resultados satisfactorios como se pudo evidenciar en el análisis y en las conclusiones de la investigación.

Con miras a fortalecer el proceso de enseñanza y de desarrollo de estas habilidades de pensamiento, a través de la integración de las TIC en ambientes de aprendizaje que en su diseño tengan como centro del proceso al estudiante, se generan las siguientes recomendaciones, tanto para futuras investigaciones sobre la comprensión de la probabilidad en estudiantes de 10 a 12 años, como para nuevas implementaciones que empleen la modalidad B-learning.

- Emplear nuevas plataformas de aprendizaje virtual que actualmente se están desarrollando, que tengan una interfaz amigable para los niños y ofrezcan aplicaciones fáciles de comprender y utilizar, con elementos gráficos de calidad que faciliten la interacción, el desempeño del estudiante en estos entornos y favorezcan su motivación.
- Incorporar en las plataformas virtuales en las que se presente el curso o ambiente de aprendizaje, recursos variados que respondan a los diferentes estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos, por ejemplo, diferentes materiales educativos digitales, animaciones, videos, imágenes, textos con audio, juegos interactivos, o vínculos a páginas web. En el caso de las implementaciones realizadas en los dos colegios, la inclusión de videos tutoriales que explicaban a los niños las instrucciones de una determinada actividad, o el laboratorio virtual de azar y probabilidad para hacer los experimentos, tuvieron resultados exitosos.

- Tener en cuenta, al momento de implementar un ambiente de modalidad B-learning, hacer un adecuado proceso de inducción, en el que se brinde a los estudiantes la capacitación en el uso de herramientas tecnológicas, la posibilidad de familiarizarse con la plataforma de aprendizaje que se va a emplear, sus aplicaciones y recursos; así como, el ingreso del estudiante a la plataforma desde sus casas, todo ello antes de comenzar las sesiones del ambiente de aprendizaje.
- En cuanto a la investigación del desarrollo de habilidades de pensamiento mediadas por las TIC, como en el caso de las de probabilidad e incertidumbre, es importante profundizar en el método para enseñarlas a partir de la resolución de problemas y toma de decisiones, en la incidencia de modalidades de aprendizaje que incorporen herramientas de la web 2.0, como el B-learning, y también, investigar en las disposiciones que un estudiante debe tener en su proceso de aprendizaje y de construcción del conocimiento, como un factor preponderante en el fortalecimiento de habilidades de pensamiento, como las que en este trabajo se investigaron y, que a través de la implementación de un ambiente de aprendizaje, buscaron ser desarrolladas en los estudiantes de las edades seleccionadas.

Referencias

- Ahumada, P. (2001). *La evaluación en una concepción de aprendizaje significativo*. Ediciones universitarias de Valparaíso de la Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Recuperado de http://www.euv.cl/archivos_pdf/evaluacion.pdf
- American Statistical Association. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: Report. A pre – K -12 curriculum framework*.
- Antequera, G. (2011). La promoción del pensamiento crítico en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Un análisis a partir de los instrumentos de medición. *Revista Observar*. ISSN: 1988-5105. 5: 68-94. Recuperado de <http://www.odas.es/site/new.php?nid=39>
- Arnaldos, F., & Faura, U. (2012). Aprendizaje de los fundamentos de la probabilidad apoyado en las TICs. *@tic. revista d'innovació educativa*, 9. 131-139.
- Aspinwall, L., & Tarr, J. E. (2001). Middle school students' understanding of the role sample size plays in experimental probability. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 1-17.
- Balcázar, F. (2003). Investigación acción participativa (IAP): aspectos conceptuales y dificultades de implementación. *Fundamentos en Humanidades*. 7(8), 59-77. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1272956>
- Barrows, H. (1986). *A Taxonomy of problem based learning methods*. *Medical Education*. 20(6). 481-486.
- Barrows, H. (1996). Problem-Based learning in medicine and beyond: A brief overview. In *Wilkerson L., Gijsselaers W.H. (Ed) Bringing Problem-Based Learning to Higher*.
- Bartolomé, A. (2001). Universidad en la Red. ¿Universidad presencial o virtual? En *Crítica*, 52 (896), pp. 34-38. Recuperado de <http://www.lmi.ub.es/personal/bartolome/articuloshtml/bartolomescritica02.pdf>

- Bartolomé, A. (2004). Blended learning: conceptos básicos. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*. Universidad de Barcelona. ISSN: 1133-8482, N° 23: 7-20. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=36802301>
- Batanero, C., & Godino, J. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros. Universidad de Granada, España. 694-765. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf
- Batanero, C. (2003). La simulación como instrumento de modelización en probabilidad. *Revista Educación y Pedagogía*, 35 (15), 39-54. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Recuperado de <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/5942/5352>
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12. Recuperado de <http://www.amstat.org/publications/jse/>.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.). *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/ConferenciaThales2006.pdf>
- Batanero, C., Ortiz, J.J., & Serrano, L. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. *UNO*, 44, 7-16.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación?. En J. A. Fernandes, P.F. Correia, M.H. Martinho, Y F. Viseu, (Eds.) *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigación en Educación. Universidade Do Minho. Recuperado de http://www.researchgate.net/profile/Carmen_Batanero/publication/273456653_LA_COM

PRENSIN_DE_LA_PROBABILIDAD_EN_LOS_NIOS_QU_PODEMOS_APRENDER
_DE_LA_INVESTIGACION/links/550300d80cf2d60c0e64c519.pdf

Batanero, C., & Sánchez, E. (2013). Azar y probabilidad en la escuela primaria. *Perspectiva Escolar*, 370. Recuperado de http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Probabilidad_batanero-sanchez.pdf

Beltrán, M., & Torres, N. (2009). Caracterización de las habilidades de pensamiento crítico en estudiantes de educación media a través del test HCTAES. Bogotá, Colombia. *Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte. Zona Próxima*. ISSN: 1657-2416. N° 11: 66-85. Recuperado de <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewFile/1595/1045>

Bennett, D. J. (2000). Aleatoriedad. Madrid: Alianza Editorial.

Bernal, C. (2006). *Metodología de la investigación*. Pearson Prentice Hall.

Borovcnik, M y Kapadia, R. (2010). *The future of interactive, electronic research: An exemplar from probability education*. Trabajo presentado en 8th international conference on teaching statistics (ICOTS8): Data and context in statistic education: towards an evidence-based society. Ljubljana-Slovenia.

Bransford, J. Brown, A. & Cocking, R. (2005). *How people learn? brain, mind, experience and school*. Commission on Behavioral and Social Sciences and Education. National Research Council. National Academy Press. Washington, D.C. pp.372. Recuperado de <http://www.colorado.edu/MCDB/LearningBiology/readings/How-people-learn.pdf>

Bryant, P. & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability*. A literature review (summary report). Nuffield Foundation. University of Oxford. Recuperado de http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/NUFFIELD_FOUNDATION_CUoP_SUMMARY_REPORT.pdf

- Bryant, P. & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability*. A literature review (full report). Nuffield Foundation. University of Oxford. Recuperado de http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORT_v_FINAL.pdf
- Cabero, J. & Llorente, M. (2009). Actitudes, satisfacción, rendimiento académico y comunicación online en procesos de formación universitaria en blended learning. *Revista Electrónica Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*. Universidad de Salamanca. 10 (1), pp. 172-189. Recuperado de http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_10_01/n10_01_cabero_llorente.pdf
- Calderón, P. (2013). *Desarrollo de estrategias metodológicas para mejorar el rendimiento académico en el área de estadística en temas relacionados con el concepto de probabilidad y de aleatoriedad en los estudiantes de quinto grado de básica primaria de la Institución Educativa el Salvador*. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Cañizares, M. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España. Recuperada de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/CANIZARE.pdf>
- Cataldi, Z., Lage, F. & Cabero J. (2010). La promoción de competencias en el trabajo grupal con base en tecnologías informáticas y sus implicancias didácticas. *Revista de Medios y Educación* (37), 209-224. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=36815118017>
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics. *Technology Innovations in Statistics Education Journal* 1(1).

- Chevallard, Y. (2005). *La trasposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Aique.
- Colmenares, A. (junio, 2012). Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción. *Voces y Silencios. Revista Latinoamericana de Educación*. 3(1), 102-115. Recuperado de <http://vocesysilencios.uniandes.edu.co/index.php/vys/article/view/115/309>
- Cook, T. & Reichardt, C. (1986). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Ediciones Morata.
- Cuevas, J. (2011). *Enseñanza de la estocástica: sugerencias para su implementación a edades tempranas*. Chihuahua, México. Departamento de Ciencias Básicas Instituto Tecnológico de Chihuahua II 2011. 1-24.
- Díaz, F. (2006). Reseña de “Aprendizaje basado en problemas. De la teoría a la práctica” de Carlos Sola Ayape. *Perfiles Educativos*, 28, (111) 124-127. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13211107>
- Denzin, N., & Lincoln, S. (1998). *Entering the field of qualitative research*. En N.K. Denzin y Y.S. Lincoln (Eds.). *Collecting and interpreting qualitative materials*, 1-34. London: Sage Publications.
- Duron, R., Limbach, B., & Waugh, W. (2006). *Critical thinking framework for any discipline*. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*. 17 (2), 160-166.
- Elizarrarás B. (2014). El pensamiento estocástico y el pensamiento pedagógico en la formación de docentes para la educación básica: viabilidad, trascendencia y pertinencia. Segundo congreso internacional: espacio común de formación docente. Recuperado de <http://www.uaimlosmochis.org/ECFD/index.php/2014/2/paper/viewFile/18/12>
- En marcha con las TIC. (13 de diciembre de 2013). Schoology, una plataforma gratuita de aprendizaje. Junta de Extremadura. Recuperado de

<http://enmarchaconlastic.educarex.es/listado-de-categorias-2/244-nuevo-mt/herramientas-2-0/1287-schoology-una-plataforma-gratuita-de-aprendizaje>

- Ennis, R. H. (1985). A logical basis for measuring critical thinking skills. *Educational Leadership*, 43(2), 44-48.
- Espinoza, C., & Sanchez, I. (2014). Aprendizaje basado en problemas para enseñar y aprender estadística y probabilidad. *Paradigma*, XXXV (1), 103-128. Recuperado de <http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v35n1/art05.pdf>.
- Fernandes, A., Batanero, C., Contreras, J., & Díaz, C. (2009). A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades. *Quadrante*, 18(1), 161-183.
- Fernández, F., & Soler, N. (2006). Una aproximación al estado del arte de la Educación Estadística escolar en Colombia. *7º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa- 7 ECME*. 170 - 171.
- Fischbein, E., Pamput, E., y Minzat, I. (1970). Comparison of fractions and the chance concepts in children. *Child Development*, 41, 365-376.
- Fischbein (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E., Nello, M. S. y Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523- 549.
- Franklin, C., Kader, G., Newborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007) *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE)*. Report: a pre – k –12 curriculum framework. American Statistical Association.
- Gal, I. (2005). Democratic access to probability: Issues of probability literacy. En G. A.
- Galeano, M. & Vélez, O. (2000). *Investigación cualitativa. Estado del arte*. Medellín: Fondo Editorial Universidad de Antioquia.

- Galeano, M. (2004). *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa*. Medellín: fondo editorial universidad EAFIT.
- García, J. (2010). Laboratorio básico de azar, probabilidad y combinatoria. ITE Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España. Recuperado de <http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2010/labazar/index.html>
- Gerrid, R., & Zimbardo, P. (2005). *Psicología y vida*. México. Pearson Educación. 17(ed).
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2013). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. *Épsilon*, 31(2), 25-42. Recuperado de [http://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es/epsilon/files/\[field_volumenformatted\]/epsilon87_2.pdf](http://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es/epsilon/files/[field_volumenformatted]/epsilon87_2.pdf)
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España. <http://www.ugr.es/~batanero/articulos/tesisemilse.pdf>
- González, J. (2007). Blended learning, un modelo pertinente para la educación superior en la sociedad del conocimiento. En *Virtual Educa Brasil*. Recuperado de <http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:19332/n07gonzamari07.pdf>
- Guerrero, T., & Flores, H. (2009). Teorías del aprendizaje y la instrucción en el diseño de materiales didácticos informáticos. *EDUCERE*, 45, 317 – 329. Universidad de Los Andes Escuela de Educación. Mérida-Edo. Mérida-Venezuela.

- Halpern, D. (1998). Teaching Critical Thinking for transfer across domains. Dispositions, skills, structure training and metacognitive monitoring. San Bernardino, California State University. *American Psychologist*, 53 (4), 449-455.
- Halpern, D. (2003). *Thought and knowledge: An introduction to critical thinking*. Mahwah, NJ: Erlbaum. 4 edition.
- Hernández, R., Fernández, C & Baptista, P. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación*. México D.F. Mc Graw Hill
- Huerta, M. (2015). La manera de resolver problemas de probabilidad por simulación. *Universidad de Valencia*. Recuperado de <http://www.estadis.net/3/actas/PON/04.%20La%20manera%20de%20resolver%20problemas%20de%20probabilidad%20por%20simulaci%C3%B3n.pdf>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (2014). *Guías: Pruebas Saber 3°, 5° y 9°, lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2014*. Bogotá. Recuperado de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (2015). *Guías: Establecimientos educativos. Guía de la interpretación y uso de resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9°*. Bogotá. Recuperado de https://portal.icfes.s3.amazonaws.com/datos/guiasCognitivo/Orientaciones_para_la_Lectura_de_Resultados_de_Establecimientos_Cognitivo_2013.pdf
- International Association for Statistical Education (IASE/ISI), Nov, 2005.
- Jaramillo, P., & Chiappe, A. (2007). *Documento maestro del Programa de Maestría en Informática Educativa de la Universidad de La Sabana*. Universidad de La Sabana, Centro de Tecnologías para La Academia. Chía: Universidad de La Sabana.

- Jiménez, L., & Jiménez R. (2011). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria: ¿por qué? y ¿para qué? *Revista Virtual Matemática*. Universidad de Costa Rica. Recuperado de <http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/>
- Jonassen, D. H. (2000). *Computers as Mindtools for Schools: engaging critical thinking*. 2 Ed. Upper Saddle River: Prentice Hall.
- Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 39-64. Nueva York: Springer.
- Junta de Andalucía, Consejería de Educación y Ciencia. (1992). Orientaciones para la secuenciación de contenidos. Colección de materiales curriculares para la Educación Primaria. Sevilla. Recuperado de <http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/Andalucia-Lenguaje%20Mate-Secuenciacion.pdf>
- Junta de Andalucía. (2012). Azar y Probabilidad. Material Educativo Digital. Recuperado de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/carambolo/WEB%20JCLIC2/Agrega/Matematicas/Azar%20y%20probabilidad/contenido/mt11_oa04_es/index.html
- Latorre, A. (2003). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Capítulo 2. Ed. Graó. España. Recuperado de https://books.google.com.co/books?id=e1PLxGcRf8gC&printsec=frontcover&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
- Lavenant, E. (2005). Juegos de azar en la enseñanza de la probabilidad: La intuición como base del aprendizaje formal. *Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4575/1/LavenantJuegosCiaem2013.pdf>

- Llorente, M.C. (2008). *Blended-learning para el aprendizaje e nuevas tecnologías aplicadas a la educación: un estudio de cas*. Sevilla, Facultad de Ciencias de la Educación, tesis doctoral inédita.
- López, G. (2012). Pensamiento crítico en el aula. *Docencia e Investigación*, 22, 41-60. Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- López, M. (2008). El aprendizaje basado en problemas. Una propuesta en el contexto de la educación superior en México. *Tiempo de Educar*, 9 (18) 194-232. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31111811003>
- Martínez, M. (2004). *Ciencia y Arte en la metodología cualitativa*. México: Trillas.
- Martínez, M. (2006). Validez y confiabilidad en la metodología cualitativa. *Paradigma*, 27 (2), 1-32. Recuperado de http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512006000200002
- Marzano, R. (1992). *Dimensiones del aprendizaje*. México: Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Occidente. Recuperado de http://148.208.122.79/mcpd/descargas/Materiales_de_apoyo_3/Marzano.pdf
- Mayer, R. E. (1999). Diseño educativo para un aprendizaje constructivista. En C. Reigeluth (eds). *Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Un nuevo paradigma de la teoría de la instrucción: Parte I.*, 153-171. Madrid: Aula XXI Santillana.
- MEC. (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. España: Ministerio de Educación y Cultura.
- Mejía, J. (2000). El muestreo en la investigación cualitativa. *Investigaciones Sociales*. 4(5), 165-180. Recuperado de http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/publicaciones/inv_sociales/n5_2000/a08.pdf

- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas*. Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2010). *Decreto N° 1295 del 20 de abril de 2010*. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá.
- MINEDUC. (2012). *Bases curriculares: matemática, educación básica*. Santiago, Chile.
- Moodle (2016). GNU General Public License. Recuperado de https://docs.moodle.org/all/es/Acerca_de_Moodle
- Monsalve, J., & Montoya, J. (2008). Estrategias didácticas para fomentar el pensamiento crítico en el aula. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. No.25, (septiembre - diciembre), acceso: [<http://revistavirtual.ucn.edu.co/>], ISSN 0124-5821. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194215513012>
- Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, (13). 145-157. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/299/29901314.pdf>
- Morán, L. (2012). Blended-learning. Desafío y oportunidad para la educación actual. *EduTec, Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 39. Recuperado de http://edutec.rediris.es/Revelec2/Revelec39/blended_learning_desafio_oportunidad_educacion_actual.html
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nieto, A.M., & Saiz, C. (2008). Relación entre las habilidades y las disposiciones del pensamiento crítico. En I. Etxebarria, A. Aritzeta, E. Barberá, M. Chóliz, M.P. Jiménez, F. Martínez, P.

- Mateos, y D. Páez (Eds.). *Motivación y emoción: Contribuciones actuales. Vol. II: Capítulo 22 Motivación* (pp. 255-263). Astigarraga (Guipuzcua): A.G.Michelena.
- Nieto, A.M., Saiz, C., & Valenzuela, J. (2011). Critical Thinking Motivational Scale (CTMS). *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, Education & Psychology*. 823-848. Editorial EOS.
- OCDE. (2010). *Habilidades y competencias del siglo XXI para los aprendices del nuevo milenio en los países de la OCDE*. Instituto de Tecnologías Educativas.
- Osorio, M., Suárez, A. & Uribe, C. (2013). Revisión de alternativas propuestas para mejorar el aprendizaje de la Probabilidad. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. N° 38. 127-142. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/409>
- Ottaviani, M. G. & Rigatti, S. (2004). "Data and prediction" emerging as one of the basic themes in the mathematical curriculum of first cycle school level in Italy. In G. Burrill & M.Cadmen (Eds.), *Curricular Development in Statistics Education: International Association for Statistical Education*. 256-274. Roundtable, Voorburg: ISI. Recuperado de http://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_C154_CLERICI.pdf
- Paul, R. W., & Elder, L. (2006). *Critical thinking: Tools for taking charge of your learning and your life* (2nd ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- Pazos, M. (junio, 2003). La probabilidad en Educación Primaria, ¿una casualidad?. XJAEM. Ponencia P52, 467-484. Recuperado de http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo_id=6231

- Pérez, P. (1995). Actividades de probabilidad para la enseñanza primaria. Probabilidad y estadística. *Revista UNO Didáctica de las Matemáticas*, (5), 409-412. Recuperado de <http://uno.grao.com/autors/pascual-perez-cuenca>
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. New York: W. W. Norton & Company Inc.
- Polaki, M. V. (2002). Using instruction to identify key features of Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, (4), 285-314.
- Pons, R. & Serrano, J. (2012). Hacia una evaluación constructivista de los aprendizajes escolares. *Revista de evaluación educativa*, 1 (1) 1-29. Recuperado de <http://revalue.mx/revista/index.php/revalue/issue/current>
- Pozo, J. I. (2006). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Ediciones Morata. Recuperado de <https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=DpuKJ2NI3P8C&oi=fnd&pg=PA11&dq=teorias+cognitivas+del+aprendizaje&ots=4gYrI2QEQ6&sig=EqgMErWdIBNuI13MCsS2XpK7H2o#v=onepage&q=teorias%20cognitivas%20del%20aprendizaje&f=false>
- Pratt, D. (2000). Making sense of the totals of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 602–625. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/749889>
- Pratt, D. & Noss, R. (2002). The Micro-Evolution of Mathematical Knowledge: The Case of Randomness, *Journal of the Learning Sciences*, 11(4), 453-488.
- Realini, S. (2013). Secuencia: Probabilidad. Portal Ceibal. Recuperado de http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/110627_secuencia_probabilidad.elp/index.html

- Restrepo, G. B. (2005). Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*. Bogotá: Universidad de la Sabana. (8), 9-19.
- Rincón, L. (2013). *Introducción a la probabilidad*. Recuperado de <http://lya.fciencias.unam.mx/lars/Publicaciones/Prob1-ago2013.pdf>
- Rivas S., & Saiz, C. (2008). Evaluación en pensamiento crítico: Una propuesta para diferenciar formas de pensar. *Revista Ergo, Nueva Época*, 22-23, 25-66. <http://www.pensamiento-critico.com/archivos/evaluarpcergodf.pdf>
- Rodríguez, M. L. (2004). *La Teoría del Aprendizaje Significativo*. Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D.). Santa Cruz de Tenerife-España.
- Ruiz, K. (2013). *Análisis de recursos en internet para la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria*. Tesis de Máster. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/~batanero/articulos/karen.pdf>.
- Saiz, C., Nieto, A.M., & Orgaz, B. (2009). Análisis de las propiedades psicométricas de la versión española del HCTAES-Test de Halpern para la evaluación del pensamiento crítico mediante situaciones cotidianas. *Revista Electrónica de Metodología Aplicada* 14(1).1-15. Salamanca, España.
- Sánchez, I. & Ramis, F. (2004). Aprendizaje significativo basado en problemas. *Horizontes Educativos*, (9) 101-111. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=97917171011>
- Serradó, A., Cardeñoso, J., & Azcárate, P. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 59-81. Recuperado de [http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ4\(2\)_serrado_etal.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ4(2)_serrado_etal.pdf)

- Serradó, A., Azcárate, P., & Cardeñoso, J. M. (2006). *Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education*. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Bahia, Brazil: International Statistical Institute e International Association for Statistical Education. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.
- SEP. (1999). *Plan de Estudios 1999. Licenciatura en Educación Secundaria. Matemáticas*. México, SEP.
- Simons, H. (2011). *El estudio de caso: teoría y práctica*. Madrid. Ediciones Morata.
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudios de caso*. Madrid. Ediciones Morata.
- That Quiz. (2015). ¿Cómo resolver problemas de probabilidad?. Recuperado de <http://www.thatquiz.org/es/docs/probability.html>
- Twigg, C.A. (2003). Improving learning and reducing costs: Lessons learned from round I of the Pew Grant Program. *Course Redesign*. Recuperado de <https://net.educause.edu/ir/library/pdf/erm0352.pdf>
- Vallejo, R., & Finol, M. (2009). La triangulación como procedimiento de análisis para investigaciones educativas. *Revista electrónica de humanidades, educación y comunicación social*, (7), 117-133. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3063110>
- Vecino, F. (2003). *El desarrollo del pensamiento aleatorio en Educación Primaria*. En María del Carmen Chamorro (coord.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Pearson Educación. España. ISBN: 84-205-3454-4.
- Yañez, G., & Jaimes, E. (2013). Efectos de la simulación en la comprensión de la ley de los grandes números. *Revista Integración*, 31(1), 69-86. Escuela de Matemáticas Universidad Industrial

de Santander-Colombia. Recuperado de

<http://www.scielo.org.co/pdf/rein/v31n1/v31n1a07.pdf>

Walker, S. (2003). Active learning strategies to promote critical thinking. *Journal of Athletic Training*. 38(8). 263-267.

Anexo 1. Prueba diagnóstica

Desarrollo de las Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre Mediante un Ambiente B-Learning en Estudiantes de 10 a 12 años de dos Colegios Públicos de Bogotá

Nombre: _____ Colegio: _____

PRUEBA DIAGNÓSTICA

OBJETIVO: Identificar y analizar el nivel de desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre antes de implementar el Ambiente de Aprendizaje "Exploremos la Probabilidad".

PRIMERA PARTE: TEST DE PREGUNTAS ABIERTAS

1. Un **suceso seguro** es aquel que siempre ocurre como, por ejemplo, si hoy es lunes, mañana es martes. Un **suceso posible** es aquel que pueda que ocurra o no; por ejemplo, que hoy en la tarde llueva. Y un **suceso imposible** es aquel que nunca puede suceder, por ejemplo, que en la noche salga el sol.

De acuerdo con lo anterior, escribe dos sucesos seguros, 2 sucesos posibles y dos sucesos imposibles.

➤ **SUCESOS SEGUROS**

a. _____

b. _____

➤ **SUCESOS POSIBLES**

a. _____

b. _____

➤ **SUCESOS IMPOSIBLES**

a. _____

b. _____

2. David un alumno de grado quinto, llevó al colegio un nuevo juego llamado “carrera de autos”. Éste se realiza con un tablero, unos carros pequeños y dos dados. El objetivo es llegar primero a la meta. Para escoger el auto con el cual cada competidor va a correr, el participante escoge un número del 2 al 12. Para que el auto avance por la pista, se lanza los dos dados y si el resultado obtenido coincide con el número escogido, ese auto avanza una casilla.

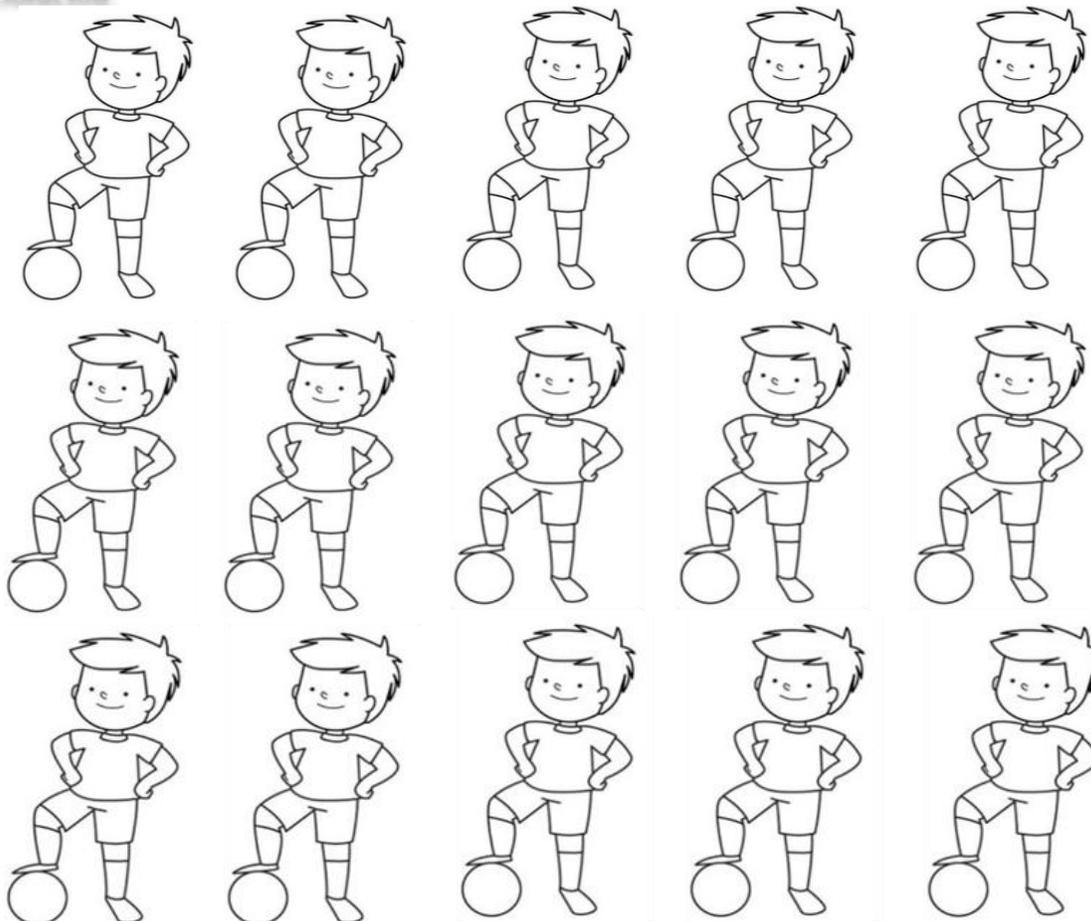
Por ejemplo, si al lanzar los dados se obtiene 9 el auto que avanza una casilla es el que tiene el número 9.

¿Cuál es el número del auto que se debe escoger para tener más posibilidades de ganar? Explique su respuesta.

Solución:

3. Santiago es muy aficionado al fútbol, y tiene en su armario tres camisetas (una roja, una azul y una amarilla), 2 pantalonetas (una verde y una blanca), y 2 pares de medias (un par azul y un par rojo). Colorea los diferentes uniformes que puede usar Santiago para jugar fútbol, si cada uno de ellos debe tener una camiseta, una pantaloneta y un par de medias.

Solución:



4. Marcela y Mauricio están jugando a sacar fichas, sin mirar, de una bolsa que contiene: 2 fichas rojas, 3 amarillas, una azul y 4 verdes.
Marcela saca una ficha de la bolsa, ve que es amarilla y la deja fuera de la bolsa. A continuación, Mauricio saca otra ficha de la bolsa.
Para Mauricio ¿cuál es el color de la ficha que tiene más posibilidades de salir?. Explique la respuesta.

Solución:

5. Una escuela de artes está interesada en proponer un programa de actividades para el tiempo libre en el colegio. Para determinar las mejores ofertas, preguntó a 100 estudiantes de primaria del colegio por sus preferencias.

Representa los resultados de la tabla en una gráfica de barras.

Preferencia	Número de estudiantes
Danza	31
Música	25
Teatro	20
Pintura	24
Total	100



- De acuerdo con los resultados que se observan en el gráfico resuelve: ¿Cuáles son las dos actividades preferidas por los niños y niñas del colegio que debería ofrecer la escuela de artes?, y ¿por qué?

Solución:

Desarrollo de las Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre Mediante un Ambiente B-Learning en Estudiantes de 10 a 12 años de dos Colegios Públicos de Bogotá

Nombre: _____ Colegio: _____

SEGUNDA PARTE: TEST DE PREGUNTAS CERRADAS

Lee con atención los siguientes enunciados y marca una respuesta correcta.

1. A la hora del recreo, Valeria tiene una bolsa de 10 caramelos: 2 son de limón, 7 son de fresa y 1 de menta, y los comparte con sus compañeros.

Lee con atención cada situación y responde:

- | | |
|--|---|
| <p>I. Sacar un caramelo de la bolsa, es un suceso:
 A. Posible
 B. Imposible
 C. Seguro</p> | <p>III. Extraer un caramelo de fresa de la bolsa, es un suceso:
 A. Imposible
 B. Seguro
 C. Posible</p> |
| <p>II. Sacar un chocolate de la bolsa, es un suceso:
 A. Seguro
 B. Imposible
 C. Posible</p> | <p>IV. Si Valeria extrae un caramelo de la bolsa sin mirar
 A. es imposible que sea de fresa
 B. es posible que sea de limón
 C. es seguro que sea un chocolat</p> |

2. David un alumno de grado quinto, llevó al colegio un nuevo juego llamado “carrera de autos”. Éste se realiza con un tablero, unos carros pequeños y dos dados. El objetivo es llegar primero a la meta. Para escoger el auto con el cual cada competidor va a correr, el participante escoge un número del 2 al 12. Para que el auto avance por la pista, se lanza los dos dados y si el resultado obtenido coincide con el número escogido, ese auto avanza una casilla.

Isabella escoge el número 6, Sara el 7, Santiago el 9 y Matías el 5.

El estudiante que tiene más posibilidades de ganar es

- A.** Santiago, ya que el 9 es el mayor de los cuatro números escogidos.
B. Sara, puesto hay más posibilidades de obtener 7 al lanzar 2 dados, que obtener otro número.
C. Isabella, ya que para sacar 6, hay 5 posibilidades 3-3, 4-2, 2-4, 1-5 y 5-1.

D. ninguno, ya que no se puede predecir los resultados al lanzar 2 dados y por lo tanto los cuatro niños tienen las mismas posibilidades.

3. Marcela y Mauricio están jugando a sacar fichas, sin mirar, de una bolsa que contiene: 2 fichas rojas, 3 amarillas, una azul y 4 verdes.

Marcela saca una ficha de la bolsa, ve que es amarilla y la deja fuera de la bolsa. A continuación, Mauricio saca otra ficha de la bolsa.

De la ficha que va a sacar Mauricio se puede decir que

- A. seguramente es azul.
- B. todos los colores tienen las mismas posibilidades de salir.
- C. tiene más posibilidades de ser verde.
- D. no puede ser roja.

4. Mariana tiene en su armario 3 vestidos, 2 pares de zapatos y 3 sacos. Una pinta consta de un vestido, un par de Zapatos y un saco.

El número de pintas distintas que puede formar Mariana con sus 3 vestidos, 2 pares de zapatos y 3 sacos es

- A. 3
- B. 12
- C. 24
- D. 8

5. Algunos estudiantes de primaria del colegio se inscribieron a una actividad cultural. El número de estudiantes inscritos, por grado, se muestra en la siguiente gráfica de barras.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre los estudiantes inscritos es correcta?

- A. Se inscribieron menos estudiantes de primero que de cualquiera de los otros grados.
- B. Se inscribieron menos estudiantes de segundo que de cuarto.
- C. Se inscribieron más estudiantes de tercero que de cualquiera de los otros grados.
- D. Se inscribieron más estudiantes de quinto que de cuarto.

Anexo 2. Evaluación sobre el juego de los dados

schoolology Básico Inicio Cursos Grupos Recursos Javier Buatrigo

EXPLOREMOS LA PROBABILIDAD: Sesión 1 Pruebas/Cuestionarios

EVALUACIÓN SOBRE EL JUEGO DE LOS DADOS

Preguntas Configuración Vista previa Resultados Comentarios

Mostrar instrucciones Preguntas 1-8 de 8 | Página 1 de 1

Pregunta 1 (10 puntos)

Al lanzar un dado, el número que tiene más posibilidades de salir es

- a 2
- b 3
- c 6
- d 1
- e 5
- f 4
- g todos los números tienen las mismas posibilidades

Pregunta 2 (10 puntos)

El número de resultados posibles al lanzar un dado es

- a 12
- b 1
- c 6
- d 3

Pregunta 3 (10 puntos)

A partir de la gráfica anterior, los números que tienen más posibilidades de salir al lanzar dos dados son

+						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

- a 7, 8 y 9
- b 10, 11 y 12
- c 4, 5 y 6
- d 6, 7 y 8

Pregunta 4 (10 puntos)

A partir de la tabla anterior, los números que tienen menos posibilidades de salir al lanzar dos dados son

+						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

- a 3 y 4
- b 2 y 12
- c 2 y 3
- d 11 y 12

Pregunta 6 (10 puntos)

A partir de la gráfica anterior, el número de resultados, al lanzar dos dados, que suman menos de 9 es

+						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

- a 31
- b 4
- c 26
- d 7

Pregunta 5 (10 puntos)

El número de resultados posibles al lanzar dos dados es

- a 36
- b 6
- c 12
- d 30

Pregunta 7 (10 puntos)

Sara y David realizaron el experimento de lanzar tres dados muchas veces. Organizaron los resultados en un diagrama de barras como se muestra a continuación:



Los resultados que más salieron fueron

- a 9 y 11
- b 7 y 14
- c 27
- d 10 y 11

Pregunta 8 (10 puntos)

Sara, Valentina y Esteban quedaron fascinados con el juego "la carrera de autos", y se la pasaron con David jugando a la carrera todo el descanso. Sara observó que no siempre ganaba el mismo auto.



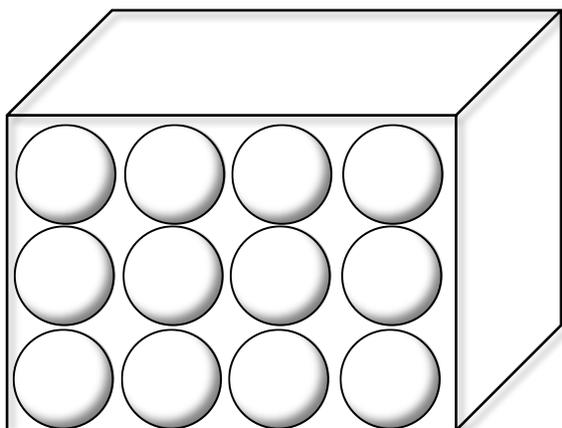
¿cuál es el número que debe escoger Sara para tener más posibilidades de ganar esta carrera, cuando se juega con dos dados?

Anexo 3. Taller sesión 4: Extracción de balotas

TALLER SESIÓN 4: EXTRACCIÓN DE BALOTAS

NOMBRES: _____ y _____

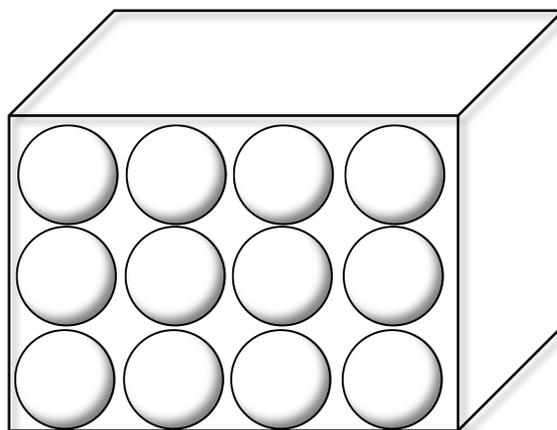
1. La siguiente caja contiene balotas amarillas, verdes y rojas. Colorea las balotas de manera que el color verde sea el que tenga **más** probabilidad de salir y el rojo **menos** posibilidades, cuando se saca una balota sin mirar.



• Probabilidad de las balotas verdes

• Probabilidad de las balotas rojas

2. La siguiente caja contiene balotas amarillas, azules, verdes y rojas. Colorea las balotas de manera que todos los colores tengan las mismas probabilidades de salir, al extraer una balota de la caja sin mirar.

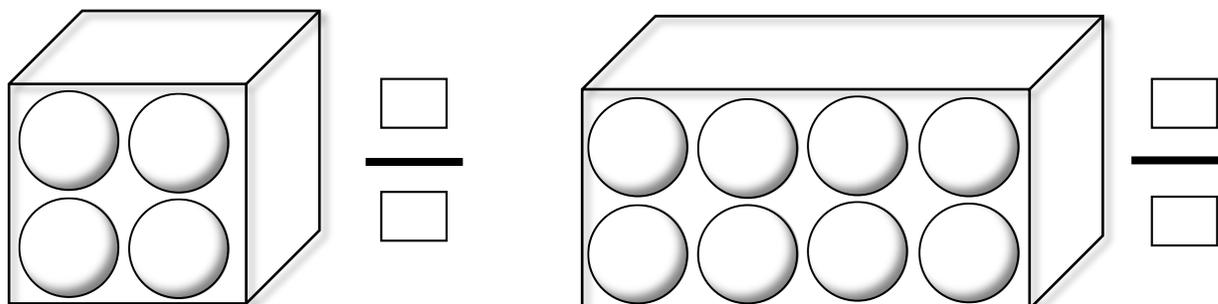


Después de colorear las balotas del dibujo ¿Cuál es la probabilidad para cada color?

Respuesta

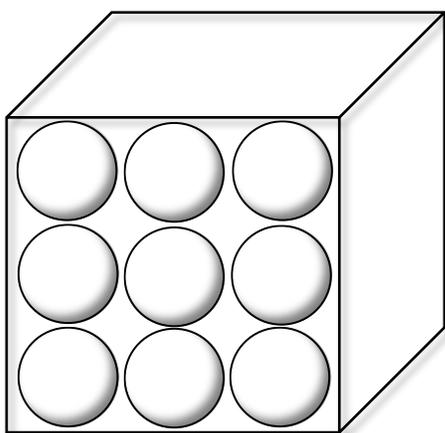
3. Resuelve el siguiente problema:

En una urna hay 3 bolas rojas y una azul, y en otra hay 6 bolas rojas y dos azules. ¿De cuál de las dos urnas es más probable obtener una bola roja, si se extrae una bola, sin mirar?



Respuesta del problema:

4. Colorea 4 bolas rojas, 3 bolas azules y 2 bolas amarillas. Luego expresa la probabilidad para cada uno de los siguientes sucesos:



• Al sacar una bola, sea de color rojo

$$\frac{\square}{\square}$$

• Al sacar una bola, sea de color azul

$$\frac{\square}{\square}$$

• Al sacar una bola, **NO** sea amarilla

$$\frac{\square}{\square}$$

• Al sacar una bola, **NO** sea roja

$$\frac{\square}{\square}$$

• Al sacar una bola, sea de color amarillo

$$\frac{\square}{\square}$$

Anexo 4. Guía de la sesión 6: organizar una fiesta

SESIÓN 6: ORGANIZAR UNA FIESTA

Javier quiere organizar una fiesta con los estudiantes del curso 601, y para tal fin realizó una encuesta a los alumnos para saber sus gustos e intereses. A continuación, se presentan los resultados obtenidos.

Nº	¿Cuál es tu comida favorita?	¿Cuál es tu bebida favorita?	¿Cuál es el tipo de música que más te gusta?	¿Cuál es tu actividad preferida en el tiempo libre?	¿Cuál es el género de película de tu preferencia?
1	Pizza	Gaseosa	Reggaetón	Ver televisión	Terror
2	Hamburguesa	Gaseosa	Reggaetón	Ver televisión	Terror
3	Pizza	Limonada	Reggaetón	Escuchar música	Acción
4	Perro caliente	Yogurt	Rap	Practicar deporte	Terror
5	mojarra	Jugos naturales	Reggaetón	Ir a cine	Comedia
6	Arroz con pollo	Jugos naturales	Reggaetón	Navegar en Internet	Comedia
7	Perro caliente	Yogurt	Rap		Terror
8	Banano	Yogurt	Reggaetón	Hacer gimnasia	Terror
9	Arroz con pollo	Jugo de guanábana	Rap	Jugar futbol	Terror
10	Pizza	Jugos naturales	Hip hop	Juegos de video	Terror
11	Ensalada	Jugos naturales	Reggaetón	Ir a cine	Acción
12	Ensalada de fruta	Gaseosa	Reggaetón	Gimnasia	Terror
13	Lasaña	Jugos naturales	Reggaetón	Ir a cine	Comedia
14			Reggaetón	Practicar deporte	Terror
15	Ensalada de frutas	Gaseosa	Reggaetón	Gimnasia	Terror
16	Pizza	Gaseosa	Hip hop	Practicar deporte	Terror
17	Hamburguesa	Gaseosa	Reggaetón	Practicar deporte	Terror
18	arroz con pollo	Yogurt	Rap	Hacer gimnasia	Terror
19	Pizza	Jugos naturales	Electrónica	Practicar deporte	Terror
20	Hamburguesa	Gaseosa	Reggaetón	Practicar deporte	Terror
21	Hamburguesa	Jugos naturales	Electrónica	Leer un libro	Terror
22	Pizza	Limonada	Vallenato	Ver televisión	Terror
23	Arroz con pollo	Jugos naturales	Reggaetón	Leer un libro	Terror
24	Arroz con pollo	Yogurt	Rap	Hacer gimnasia	Terror
25	Pizza	Limonada	Electrónica	Navegar en Internet	Comedia
26	Hamburguesa	Gaseosa	Reggaetón	Practicar deporte	Terror
27	Pizza	Limonada	Vallenato	Ver televisión	Terror
28	Pizza	Jugos naturales	Electrónica	Practicar deporte	Terror
29	Pizza	Gaseosa	Reggaetón	Escuchar música	Terror
30	Pizza		Vallenato	Ver televisión	Terror
31	Lasaña	Limonada	Rock	Leer un libro	Terror
32	Hamburguesa	Limonada	Reggaetón	Escuchar música	Terror
33	Pizza	Gaseosa	Rock	Escuchar música	Terror
34	Pizza	Gaseosa	Reggaetón	Practicar deporte	Terror
35	Hamburguesa	Jugos naturales	Hip hop	Juegos de video	Terror
36	Sopa	Jugos naturales	Rap	Practicar deporte	Terror
37	Perro caliente	Gaseosa	Rap	Juegos de video	Suspense
38	Pizza	Jugos naturales	Hip hop	Juegos de video	Terror
39	Mojarra	Jugos naturales	Reggaetón	Leer un libro	Comedia
40	Mojarra	Jugos naturales	Reggaetón	Navegar en Internet	Acción

NOMBRES: _____

ORGANIZAR LA INFORMACIÓN CON TABLAS DE FRECUENCIAS

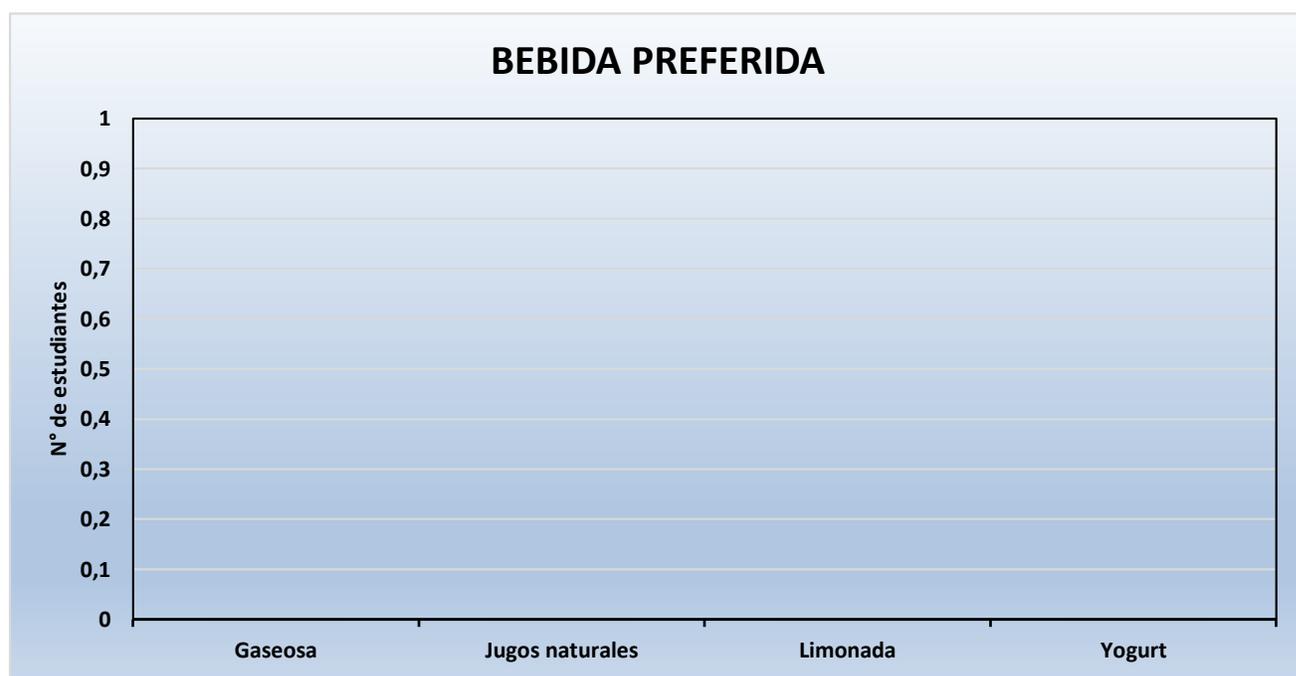
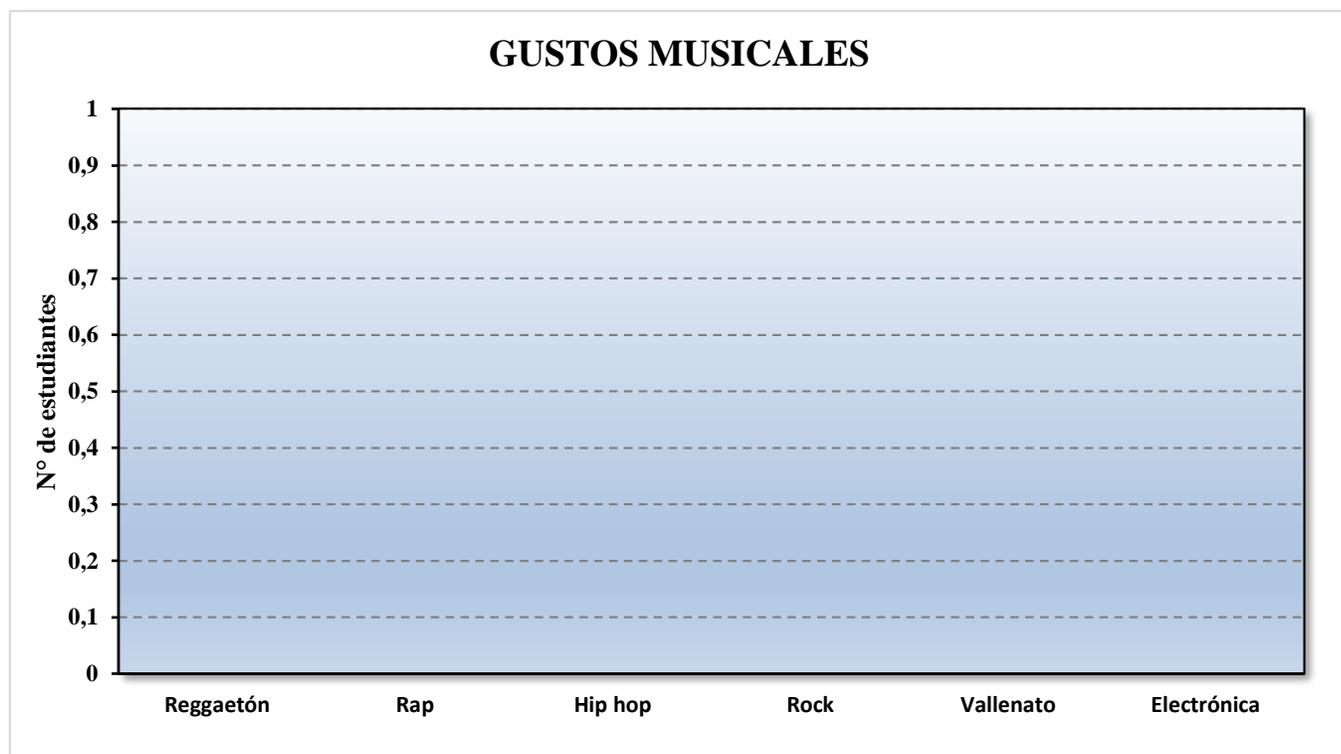
Con la información proporcionada completa las siguientes tablas de frecuencia.

COMIDA PREFERIDA	N° DE ESTUDIANTES
Pizza	
Hamburguesa	
Perro caliente	
Mojarra	
Arroz con pollo	
Lasaña	
Ensalada	
Sopa	
TOTAL	

GÉNERO DE PELÍCULAS	N° DE ESTUDIANTES
Terror	
Acción	
Comedia	
Suspenso	
TOTAL	

ACTIVIDAD PREFERIDA	N° DE ESTUDIANTES
Ver televisión	
Escuchar música	
Practicar deporte	
Ir a cine	
Navegar en Internet	
Gimnasia	
Juegos de video	
Leer un Libro	
TOTAL	

NOMBRES: _____

ORGANIZAR LA INFORMACIÓN CON DIAGRAMAS DE BARRAS

NOMBRES: _____

INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Responda las siguientes preguntas de acuerdo a la información dada.

1. Las comidas que ofrecería en la fiesta para complacer a la mayoría de los estudiantes son:

2. Las bebidas que ofrecería en la fiesta para complacer a la mayoría de los estudiantes son:

3. Los géneros musicales que más colocaría en la fiesta son:

4. ¿Si se proyecta una película de **comedia** dentro de la fiesta, esta decisión complacería a la mayoría de los estudiantes? Explica tu respuesta.

5. Si se escoge un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad que le guste las películas de terror?

6. Si se escoge un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad que le guste ver televisión?

7. ¿Al elegir un estudiante al azar, es más probable que le guste hacer deporte o navegar por Internet?

Anexo 5. Prueba final

27/9/2016

PRUEBA FINAL

PRUEBA FINAL

Hola niños y niñas. Bienvenidos a la prueba final de nuestro curso "Exploremos la Probabilidad". ¡Éxitos!



1. Nombres y Apellidos

.....

2. Institución educativa a la cual pertenece

Marca solo un óvalo.

- Colegio Carlo Federici I.E.D.
 Colegio Antonio García I.E.D.

TEST DE PREGUNTAS ABIERTAS

Para cada una de las siguientes situaciones, debes escribir la respuesta que consideres correcta con su respectiva explicación.

1. Componente: identificación de sucesos

Situación 1

Sebastián estaba observando los siguiente tres videos, pero no sabe cuál representa un suceso seguro, un suceso posible y un suceso imposible. Ayuda a Sebastián a identificarlos correctamente.

27/8/2016

PRUEBA FINAL


<http://youtube.com/watch?v=sj2A0MMKAak>
<http://youtube.com/watch?v=sj2A0MMKAak>

3. ¿En el video del cobro del penalti qué clase de suceso se presenta? Explica tu respuesta.

4. ¿En el video sobre los poderes de los superhéroes, qué clase de suceso se presenta? Explica tu respuesta.

5. ¿En el video de la vela encendida qué clase de suceso se observa? Explica tu respuesta.

2. Componente: comprensión del fenómeno de los datos

Situación 2

27/8/2016

PRUEBA FINAL

Observa con detalle el siguiente video.



<http://youtube.com/watch?v=z08k-aa4bmE>

Recuerda en la siguiente tabla, el total de resultados posibles al lanzar dos dados.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

6. ¿Cuál de los dos autos tiene más probabilidades de ganar? Explica tu respuesta.

27/9/2016

PRUEBA FINAL

3. Componente: cuantificación de la probabilidad (Regla de Laplace)

Situación 3

Esteban asiste a un parque de diversiones y le llama mucho la atención el juego de la ruleta. Observa como diferentes niños juegan y apuestan a los diferentes colores. Él calcula la probabilidad de obtener el color azul y concluye que es $2/9$.



7. ¿El cálculo que realizó Esteban es correcto? Explica tu respuesta.

4. Componente: combinatoria

Situación 4

En una calurosa tarde de sábado, Francisco y sus amigos fueron al quiosco de los helados después de jugar fútbol en el parque.

27/8/2016

PRUEBA FINAL



Cada amigo pidió una combinación de dos sabores diferentes en cada cono sin repetirlos.



8. Observa los conos seleccionados por los amigos y responde: ¿Qué combinaciones de cono de helado hacen falta?

27/6/2016

PRUEBA FINAL

5. Componente: aproximación frecuencial a la probabilidad

Interpretación de tablas de frecuencias y gráficas de barras.

Situación 5

Los Juegos Intercursos



<http://youtube.com/watch?v=9djXBBP68Ro>



27/8/2016

PRUEBA FINAL

9. Según los resultados de la tabla de frecuencias y de la gráfica de barras, ¿Cuáles son los tres deportes que el profesor Alberto debería escoger para organizar los Juegos Intercursos y que resulten exitosos? Explica tu respuesta.

TEST DE PREGUNTAS CERRADAS

Lee con atención las siguientes preguntas de opción múltiple y marca solamente la respuesta correcta.

1. Componente: identificación de sucesos

Situación 6

A la hora del recreo, Mariana tiene una bolsa que contiene 10 trompos azules, 2 trompos rojos, 5 trompos verdes y 3 trompos amarillos, para compartirlos con sus compañeros.



10. I. Sacar un trompo azul de la bolsa es:

Marca solo un óvalo.

- Un suceso seguro
 Un suceso posible
 Un suceso imposible

27/8/2016

PRUEBA FINAL

11. II. Sacar un trompo dorado de la bolsa es:

Marca solo un óvalo.

- Un suceso posible
- Un suceso seguro
- Un suceso imposible

12. III. Sacar un trompo de la bolsa es:

Marca solo un óvalo.

- Un suceso seguro
- Un suceso imposible
- Un suceso posible

2. Componente: comprensión del fenómeno de los dados

Situación 7

Sara quiere participar en el juego de la carrera de autos con UN DADO.



13. Si te toca elegir de primero el número con el cual vas a participar, una buena escogencia sería

Marca solo un óvalo.

- el número seis, ya que es el resultado mayor al lanzar un dado.
- un número impar, es decir, 1, 3, 5, ya que estos números tienen más posibilidades de salir al lanzar un dado.
- el número 3, ya que es el valor que tiene más posibilidades de salir, al lanzar un dado.
- cualquiera de los números del 1 al 6, ya que todos tienen las mismas posibilidades de salir.

27/8/2016

PRUEBA FINAL

David quiere participar en el juego de la carrera de autos con DOS DADOS.



Recuerda en la siguiente tabla, el total de resultados posibles al lanzar dos dados.

+						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

14. Si te toca elegir de primero el número con el cual vas a participar, una buena escogencia sería

Marca solo un óvalo.

- el número doce, ya que es el resultado mayor al lanzar dos dados.
- un número par, es decir, 2, 4, 6, 8, 10 o 12, ya que estos números tienen más posibilidades de salir al lanzar 2 dados.
- el número 7, ya que es el valor que tiene más posibilidades de salir, al lanzar dos dados.
- cualquiera de los números del 2 al 12, ya que todos tienen las mismas posibilidades de salir.

3. Componente: cuantificación de la probabilidad (Regla de Laplace)

Situación 8

A Laura le gustan muchos los juegos de azar, en especial el juego de la ruleta. Asiste a la fiesta de cumpleaños de Sofia, donde una de las atracciones es una ruleta, como se observa en la gráfica. Cada niño gira la ruleta y si la flecha cae en el color verde gana un premio.



15. La probabilidad de que Laura gane el premio es de

Marca solo un óvalo.

- 1/4, ya que hay 4 colores participando y sólo gana el verde.
- 1/10, puesto que la ruleta está dividida en 10 partes iguales y el color verde ocupa una de éstas.
- 3/4, debido a que tres de los cuatro colores no dan premio.
- 1/9, porque una sección de la ruleta es verde y las otras nueve son de otros colores.

4. Componente: combinatoria

Situación 9

Combinando sabores

27/8/2016

PRUEBA FINAL



10 niños pidieron en el quiosco de los helados conos de dos sabores diferentes sin repetirlos. Observa los conos seleccionados por 8 de ellos y responde:



16. ¿Cuáles son los dos conos que harían falta para completar las combinaciones?

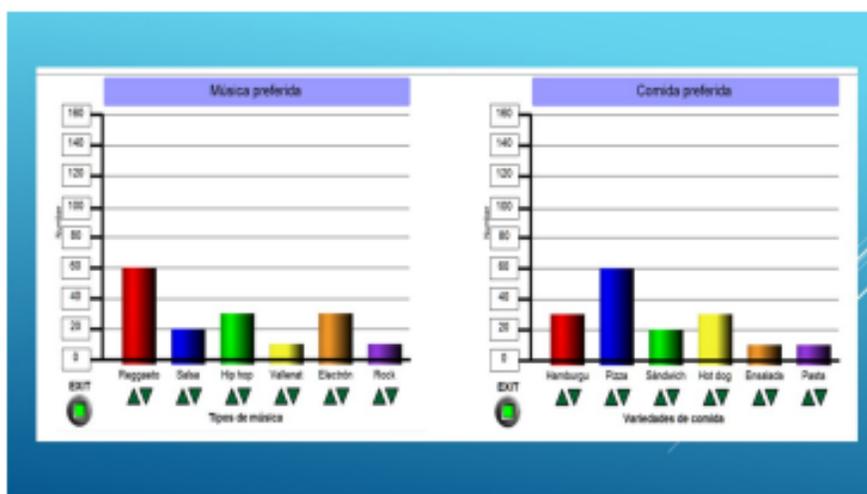
Marca solo un óvalo.

- El cono de chocolate y mora; y el cono de limón y maracuyá.
- El cono de limón y mora; y el cono de vainilla y chocolate.
- El cono de maracuyá y mora; y el cono de limón y mora.
- El cono de limón y vainilla; y el cono de maracuyá y mora.

5. Componente: aproximación frecuencial a la probabilidad

Situación 10

160 estudiantes de 5° de primaria fueron consultados, con el fin de conocer sus preferencias sobre tipo de música y comida favorita para poder organizar una fiesta del día del estudiante y que resulte exitosa. Los resultados de la encuesta se pueden observar en las siguientes gráficas de barras:



17. ¿Cuál es el tipo de música y comida que tendrían más probabilidades de aceptación en la fiesta, por parte de los estudiantes de quinto?

Marca solo un óvalo.

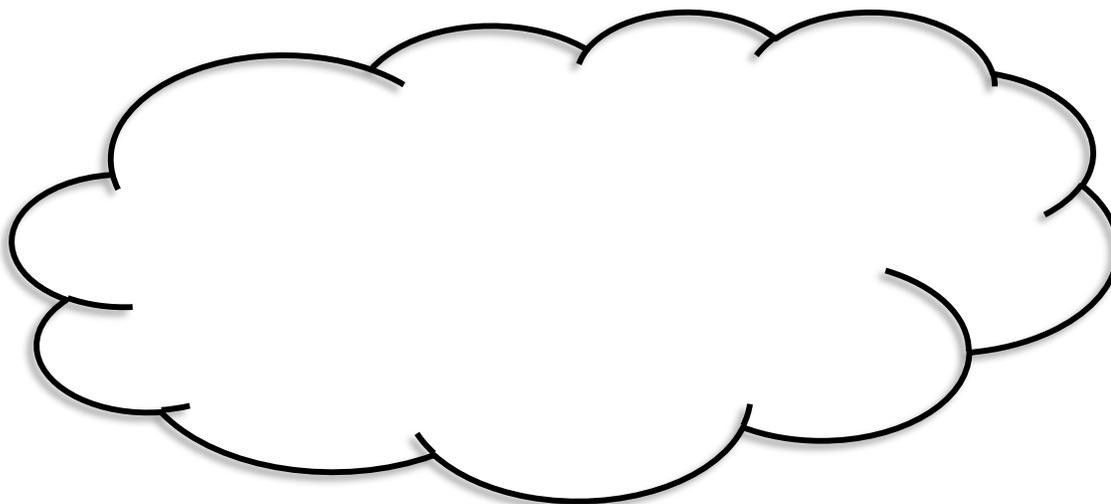
- La Salsa y el sándwich
- El Reggaeton y la pizza
- El Vallenato y la hamburguesa
- El Hip hop y el hot dog

Gracias por tu participación en esta prueba.

Anexo 6. Lluvia de ideas

Lluvia de Ideas

¿Qué conocimientos necesitan para resolver el problema?



David un alumno de grado quinto, llevó al colegio un nuevo juego llamado “carrera de autos”. Éste se realiza con uno o dos dados, y el objetivo es llegar primero a la meta. Para escoger el auto con el cual cada competidor va a correr, el participante escoge un número del 1 a 6 (si se juega con un dado) o un número del 2 al 12 (si se juega con dos dados). Para avanzar el auto por la pista, se lanza el o los dados repetidamente y si el resultado obtenido coincide con el número escogido, ese auto avanza una casilla.

Sara, Valentina y Esteban quedaron fascinados con el juego, y se la pasaron con David jugando a la carrera todo el descanso. Sara observó que no siempre ganaba el mismo auto y se puso a reflexionar, ¿cuál sería el número del auto que se debería elegir para tener más posibilidades de ganar la carrera, con uno y con dos dados?

Estudiantes: Su misión es ayudar a Sara a elegir el número del auto que tenga más posibilidades de ganar la carrera, tanto si se realiza con uno o con dos dados.

Propongan una o más soluciones al problema. Explicando muy bien la respuesta.



Nombres:

Anexo 7. Guía: sucesos posibles, imposibles y seguros

Guía: SUCESOS POSIBLES, IMPOSIBLES Y SEGUROS

INTEGRANTES: _____

FECHA DE LA SESIÓN:

Clasifica los juegos que se observan en la presentación realizando el siguiente cuadro:

JUEGOS DE AZAR	JUEGOS DE HABILIDAD Y ESTRATEGIA	JUEGOS EN LOS QUE INTERVIENE EL AZAR Y LA ESTRATEGIA

1. Observa y analiza con tu compañero cada video e indica si se presenta un suceso posible, imposible o seguro:

VIDEO 1: Cacería de un guepardo y una gacela

¿Cuál es el desenlace del suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 2: Cobro de un penalti

¿Cuál es el desenlace del suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 3: La vela encendida

¿Cuál es el desenlace del suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 4: Carrera de atletismo.

¿Cuál es el desenlace del suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 5: Leona y Cebra.

¿Cuál es el desenlace del suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 6: Superman vs Batman

¿Cuál es el desenlace del suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 7: Carrera de motociclismo GP

¿Cuál es el desenlace del
suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 8: Tiro de arco.

¿Cuál es el desenlace del
suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 9: Gallina ponedora.

¿Cuál es el desenlace del
suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

VIDEO 10: Subir escaleras.

¿Cuál es el desenlace del
suceso? _____

¿Qué clase de suceso es? POSIBLE IMPOSIBLE SEGURO

Explica tu respuesta:

Anexo 8. Guía: la carrera de autos

EXPLOREMOS LA PROBABILIDAD

Nombres: _____

CARRERA DE AUTOS CON UN DADO

Escribe en la tabla el número del carro según el puesto que ocupó en cada carrera.

Puesto de llegada	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
Carrera 1					
Carrera 2					
Carrera 3					
Carrera 4					

Analiza con tus compañeros los resultados obtenidos en las diferentes carreras y responde la siguiente pregunta: **¿cuál es el número que tiene más posibilidades de ganar?**. Explica tu respuesta.

CARRERA DE AUTOS CON DOS DADOS

Escribe en la tabla el número del carro según el puesto que ocupó en cada carrera.

Puesto de llegada	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
Carrera 1					
Carrera 2					
Carrera 3					
Carrera 4					

Analiza con tus compañeros los resultados obtenidos en las diferentes carreras y responde la siguiente pregunta: **¿cuál es el número que tiene más posibilidades de ganar?**. Explica tu respuesta.

Anexo 9. Combinatoria con frutas en el laboratorio

COLEGIO AG - JORNADA TARDE

Nº	APELLIDOS Y NOMBRES	Combinació n 2	Combinació n 3	Combinació n 2 repetir	Combinació n3 repetir	Balotas
1	AGUILERA RIOS LAURA DANIELA					
2	ÁNGEL DÍAZ DANNA ZHARICK					
3	BAUTISTA ZAPATA ANGIE MILENA					
4	CAICEDO CASTILLO DALLAN NIKOOL					
5	CASTAÑEDA RAMÍREZ DIEGO ALEXANDER					
6	CASTELBLANCO MORALES ERIKA BRIYITH					
7	CASTELLANOS TÉLLEZ CRISTIAN DANIEL					
8	CASTRO LARA FRANKLIN STIVEN					
9	CELIS ROA DANIEL FELIPE					
10	CHITO FLÓREZ JULIÁN DAVID					
11	CRUZ CASSO DIEGO FERNEY					
12	DÍAZ LANNY FERNANDA					
13	GÓMEZ CRUZ ZARETH ELIANA					
14	GUTIÉRREZ RODRÍGUEZ SHARICK JULIETH					
15	HERNÁNDEZ ARIZA MÓNICA STEFANIA					
16	HERNÁNDEZ RONDÓN ALEJANDRA					
17	HIO MULCUE ANDRÉS FERNANDO					
18	LÓPEZ MARTÍNEZ KEVIN ANDRÉS					
19	MOGOLLON ZAPATA ANA SOFÍA					
20	MOLANO RODRÍGUEZ MAICKOL ALEJANDRO					
21	MUÑOZ OCAMPO MISHEL JULIANA					
22	NIÑO BARÓN EIMMY JULIETH					
23	ORTIZ ARTUNDUAGA ANGIE NIKOL					
24	PÁEZ OSPINA DAYANA					
25	PARDO GUZMAN CRISTIAN CAMILO					
26	PERDOMO MONCADA BLANCA SOFÍA					
27	PÉREZ PEÑA BRAYAN STEVEN					
28	RAMÍREZ GONZÁLEZ HEIDI NATALI					
29	RATIVA SARMIENTO FRANKLIN JACOVI					
30	RODRÍGUEZ GARCÍA ROSA DAYANNA					
31	SANABRIA CARREÑO JOHAN DANIEL					
32	SANCHEZ ROMERO YESICA NICOL					
33	SUAREZ BELTRÁN KAREN LIZETH					
34	SUAREZ OSPINA DEISY					
35	SUCRE NARANJO DANIELA					
36	TANGARIFE ESCOBAR LUISA FERNANDA					
37	TRUJILLO BUSTOS ELIFAR					
38	UNDA RAYO SARA JIMENA					
39	VANEGAS GUTIÉRREZ SANTIAGO					
40						

Anexo 10. Guion de la entrevista colegio CF

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

COLEGIO CARLO FEDERICI IED

Título del proyecto: Desarrollo de las Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre Mediante un Ambiente B-Learning en Estudiantes de 10 a 12 años de dos Colegios Públicos de Bogotá.

La siguiente entrevista tiene como propósito profundizar en el proceso que lleva a cabo el estudiante al resolver problemas de probabilidad e incertidumbre, luego de implementar el ambiente de aprendizaje B-Learning.

Esta entrevista semiestructurada sobre la implementación del curso “Exploremos la Probabilidad” se aplicará a doce niños y niñas del curso 502 JT que fueron seleccionados como muestra dentro de la población de 39 estudiantes con los que se realizó la implementación de un ambiente de aprendizaje de modalidad B-Learning.

Entrevista semiestructurada realizada o aplicada al estudiante identificado como:

E1: _____ **Fecha** _____ **Hora** _____

Buenas tardes apreciado estudiante, vamos a comenzar la entrevista sobre lo que aprendimos y desarrollamos en este curso llamado: Exploremos la Probabilidad. La entrevista será grabada en audio. Una vez haga la pregunta cada entrevistado tiene un espacio de tiempo para responder

1. Si tuvieras que explicarle a un compañero la diferencia entre sucesos posibles, imposibles y seguros, ¿qué ejemplos utilizarías? ¿Cómo los presentarías?

2. Si volvieras a participar en el juego de la carrera de autos con un dado, ¿qué valor elegirías? y ¿por qué?, y en el caso de la carrera de autos con dos dados, ¿Qué valor elegirías? ¿Por qué?

3. ¿Cómo organizarías 12 balotas de 4 colores diferentes en una urna, de modo que al extraer cada una sin mirar, la balota amarilla tenga más probabilidad de salir, la roja menos probabilidad, y las de color verde y naranja tengan la misma probabilidad de salir?

-Explica en voz alta el proceso.

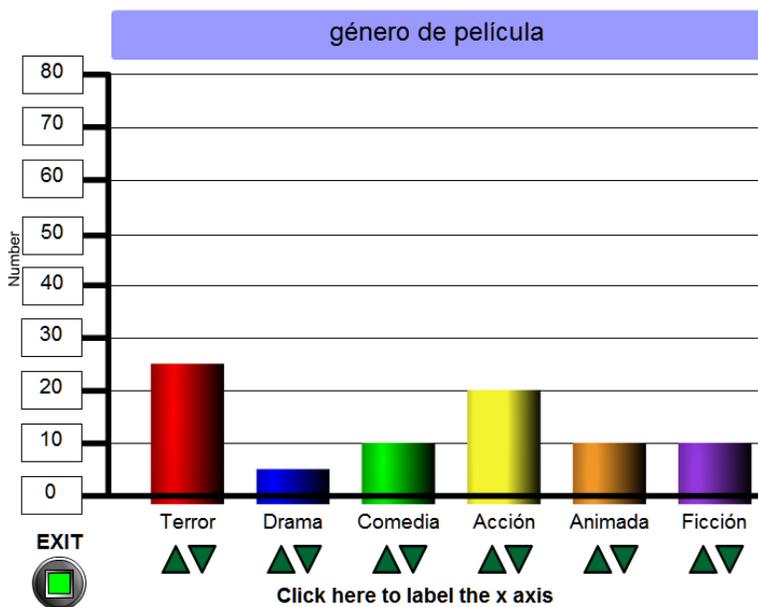
-Dime, según lo que organizaste, ¿cuál es la probabilidad de las balotas amarillas, de las rojas, de las verdes y de las de color naranja?

- ¿Cómo aprendiste a expresar las probabilidades?

4. En una heladería se ofrecen 5 sabores de helado: limón, chocolate, mora, vainilla y maracuyá. Explica como harías las combinaciones, sin repetir, para formar conos de dos sabores diferentes.



5. Lee la siguiente gráfica de barras, ¿qué información puedes interpretar?



-Si seleccionamos un estudiante de los encuestados al azar, la probabilidad que haya respondido género terror es: _____

-Según lo que observaste en la gráfica si se propone ver una película para el curso ¿cuál es el género que más probabilidad tiene de que les guste a los estudiantes y cuál es la que menos probabilidad tiene de aceptación?

6. ¿Cómo te pareció la experiencia de trabajar el curso de probabilidad en la plataforma virtual del colegio?

7. ¿Cuál fue la actividad que más te gustó del curso de probabilidad? ¿Por qué?

Muchas gracias por tu participación en la entrevista.

Anexo 11. Guion de la entrevista colegio AG

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

COLEGIO ANTONIO GARCÍA IED

Título del proyecto: Desarrollo de las Habilidades de Probabilidad e Incertidumbre Mediante un Ambiente B-Learning en Estudiantes de 10 a 12 años de dos Colegios Públicos de Bogotá.

La siguiente entrevista tiene como propósito profundizar en el proceso que lleva a cabo el estudiante al resolver problemas de probabilidad e incertidumbre, luego de implementar el ambiente de aprendizaje B-learning.

Esta entrevista semiestructurada sobre la implementación del curso “Exploremos la Probabilidad” se aplicará a doce niños y niñas del curso 603 JT que fueron seleccionados como muestra dentro de la población de 39 estudiantes con los que se realizó la implementación de un ambiente de aprendizaje de modalidad B-learning.

Entrevista semiestructurada realizada o aplicada al estudiante identificado como:

E1: _____ **Fecha** _____ **Hora** _____

Buenas tardes apreciado estudiante, vamos a comenzar la entrevista sobre lo que aprendimos y desarrollamos en este curso llamado: Exploremos la Probabilidad. La entrevista será grabada en audio.

1. IDENTIFICACIÓN DE SUCESOS

¿Qué es un suceso imposible y da un ejemplo?

¿Qué es un suceso seguro y da un ejemplo?

¿Qué es un suceso posible y da un ejemplo?

¿Cuál de los videos presentados sobre los sucesos te llamó más la atención y por qué?

2. EL JUEGO DE LOS DADOS

Al lanzar un dado, ¿cuál de los resultados posibles tiene más probabilidades de salir y por qué?

Al lanzar dos dados, ¿cuál de los resultados posibles tiene más probabilidades de salir y por qué?

De las siguientes experiencias: jugar con la carrera de autos, el laboratorio virtual y la explicación del espacio muestral, ¿cuál de estas te permitió comprender que el 7 es el resultado que más probabilidades tiene de salir?

3. EXTRACCIÓN DE BALOTAS

Observas los pimpones de la bolsa (30 segundos), ¿cuál color de pimpón tiene más probabilidades de salir y por qué?

¿Cuál color de pimpón tiene menos probabilidades de salir y por qué?

Aplicando la regla de Laplace, ¿cuál es la probabilidad de sacar un pimpón verde?

4. COMBINACIONES

¿Cuántas parejas de frutas sin repetir se puede hacer con estas 4 frutas?



5. AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE

¿Ya habías realizado actividades en una plataforma virtual?

¿Qué opinión tienes sobre la plataforma virtual Schoology?

¿Te parece más interesante realizar actividades en el salón de clase o en la plataforma virtual Schoology?

¿Cómo te ha parecido el curso “exploremos la probabilidad”?

¿Cuál fue la actividad del curso que más te llamó la atención y por qué?

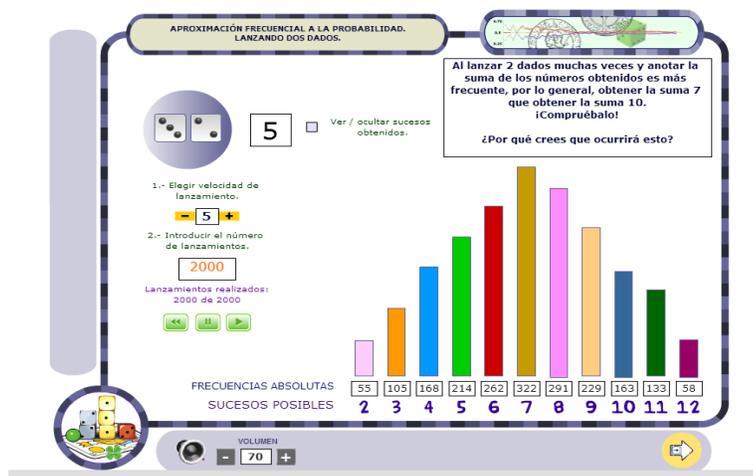
¿Cuál fue la actividad del curso que menos te llamó la atención y por qué?

¿Cómo entiendes más una explicación, leyendo un texto o viendo un video tutorial?

¿Qué sugerencias harías para mejorar el curso “exploremos la probabilidad”?

Muchas gracias por tu participación en la entrevista.

Recursos empleados durante la entrevista



+						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

Anexo 12. Consentimiento informado

Bogotá, D.C, 10 de julio de 2015

**Señores
PADRES DE FAMILIA
Ciudad**

Apreciados Padres de Familia:

Reciban un cordial saludo. Por medio de esta comunicación me permito informar que su hijo(a) _____; ha sido seleccionado para participar en el proyecto de investigación de la Maestría en Informática Educativa de la Universidad de la Sabana, titulado: ***“Desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre mediante el uso de las TIC en estudiantes de grado quinto de dos colegios públicos de Bogotá”***.

Este trabajo de investigación tiene como objetivo general: “Analizar el nivel de incidencia de un Ambiente de Aprendizaje B-Learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, en estudiantes de quinto de primaria de los colegios distritales CF y El Japón”. Para cumplir con dicho objetivo de investigación, se realizará la implementación de nueve sesiones de un Ambiente de Aprendizaje B-Learning titulado “Exploreemos la Probabilidad”, que requiere de la participación del estudiante en actividades, tanto en forma presencial como a través de la plataforma virtual del colegio, durante el segundo semestre del año 2015.

Por medio de este comunicado les solicito su consentimiento para que su hijo(a) pueda participar en los procesos de valoración, registros audiovisuales y demás actividades realizadas en el marco del proyecto, los cuales tienen exclusivamente fines investigativos que nos permitirán optimizar los procesos pedagógicos de enseñanza y aprendizaje mediante el uso de las tecnologías de la información y la comunicación TIC. Además, se garantiza la confidencialidad de los datos obtenidos a través de las técnicas de recolección de información que se apliquen, así como la confidencialidad de la identidad del estudiante participante.

Agradezco de antemano su disposición y consentimiento.

Atentamente,

Wilson Darío Buitrago Sánchez

Profesor- Investigador del Proyecto

CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES DE FAMILIA Y/O ACUDIENTES

Conforme a la Ley estatutaria 1581 del 17 de octubre de 2012, el Código de la infancia y Adolescencia Ley 1098 de 2006, y la Sentencia T 260 de 2012 de la Corte Constitucional.

Yo _____ identificado con C.C. _____

ACEPTO que mi hijo(a) _____ del Curso _____ participe en las actividades y registros realizados en el Proyecto de Investigación titulado: “***Desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre mediante el uso de las TIC en estudiantes de grado quinto de dos colegios públicos de Bogotá***”, los cuales tendrán exclusivo uso pedagógico e investigativo.

FIRMA

Anexo 13. Autorización del rector para la investigación

Bogotá, 21 de julio de 2015

Señor Rector:

ALIRIO QUINTERO BRICEÑO
COLEGIO CARLO FEDERICI IED

Respetado Rector reciba un cordial saludo.

En el marco de la Maestría en Informática Educativa que curso en la Universidad de La Sabana, como parte del programa de la Secretaria de Educación Distrital “Formación Docente”, adelanto mi proyecto de investigación, titulado: “Desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre mediante el uso de las TIC en estudiantes de grado quinto de dos colegios públicos de Bogotá”, como requisito fundamental para optar por el título de Magister.

Este trabajo de investigación tiene como objetivo general: “Analizar el nivel de incidencia de un Ambiente de Aprendizaje B-Learning en el desarrollo de las habilidades de probabilidad e incertidumbre, en estudiantes de quinto de primaria de los colegios distritales Carlo Federici y Antonio García”. Para cumplir con dicho objetivo de investigación, se realizará la implementación de nueve sesiones de un Ambiente de Aprendizaje B-Learning titulado “Exploremos la Probabilidad”, que requieren de la participación de los estudiantes del curso 502 de la jornada de la tarde, tanto en actividades presenciales, como a través de la plataforma virtual del colegio.

Teniendo en cuenta lo anterior, solicito su autorización con el fin de poder iniciar el proceso de investigación en el colegio con los estudiantes del curso 502 de la jornada de la tarde, durante el segundo semestre del año 2015.

Agradezco de antemano la atención prestada a esta solicitud.
Atentamente

WILSON DARÍO BUITRAGO SÁNCHEZ
C.C. 79683413
Docente director del curso 502 J.T.