

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino”:

Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición

ESTUDIANTE

DIEGO ANDRÉS VILLARREAL RIVERA

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

CENTRO DE TECNOLOGÍAS PARA LA ACADEMIA

MAESTRÍA EN PROYECTOS EDUCATIVOS MEDIADOS POR TIC

2016

Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino”:

Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición

Línea de investigación: Hacia la Comprensión de la Adaptatividad en el Aula

PROYECTO PROFESORAL: “DIDÁCTICAS INNOVADORAS MEDIADAS POR
TIC”

ASESOR:

MG. ISABEL JIMÉNEZ BECERRA

ESTUDIANTE

DIEGO ANDRÉS VILLARREAL RIVERA

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

CENTRO DE TECNOLOGÍAS PARA LA ACADEMIA

MAESTRÍA EN PROYECTOS EDUCATIVOS MEDIADOS POR TIC

2016

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	5
ABSTRACT	6
INTRODUCCIÓN	7
JUSTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DEL CONTEXTO	10
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	13
CONTEXTO GLOBAL	13
NACIONAL-LOCAL	14
CONTEXTO INSTITUCIONAL	15
OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	18
OBJETIVO GENERAL	18
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
ESTADO DEL ARTE	19
MARCO TEÓRICO	32
MODELO PEDAGÓGICO: ADAPTATIVIDAD Y ELEMENTOS	32
LA ADAPTATIVIDAD Y LOS ESTILOS DE APRENDIZAJE	35
EL MODELO KOLB	36
EL ESQUEMA DE LAS MODALIDADES DE APRENDIZAJE	38
MODELO DE FELDER– SILVERMAN	39
LA ADAPTATIVIDAD Y LAS COMPETENCIAS EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO	42
TIPOLOGÍA DE LOS RED	48
IMPLICACIONES EDUCATIVAS DE LOS RED Y SU APORTE AL DISCURSO DE LA ADAPTATIVIDAD	51
LOS RED Y SU INTEGRACIÓN CON EL APRENDIZAJE LÓGICO MATEMÁTICO	52
EL APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN	56
PERMUTACIONES SIN REPETICIÓN	59
VIDEOJUEGOS COMO RED EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO	61
DESCRIPCIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN	63
PROYECTO EDUCATIVO INSTITUCIONAL	63

DESCRIPCIÓN DE EL RESCATE DEL REINO	64
ENFOQUE PEDAGÓGICO	66
DISEÑO INSTRUCCIONAL.....	67
ETAPAS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL RECURSO.....	68
IMPACTO EN EL PROBLEMA EDUCATIVO PLANTEADO: TIC– EDUCACIÓN.....	69
PRUEBA PILOTO	69
DISEÑO METODOLÓGICO.....	71
SUSTENTO EPISTEMOLÓGICO	71
FASE PREPARATORIA	73
DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.....	73
POBLACIÓN.....	77
TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE DATOS.	77
MÉTODOS DE ANÁLISIS.....	78
VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS POR JUICIO DE EXPERTOS.....	85
CONSIDERACIONES ÉTICAS	86
CRONOGRAMA.....	87
HALLAZGOS.....	88
CONCLUSIONES	103
APRENDIZAJES.....	106
PROSPECTIVA.....	108
REFERENCIAS.....	109
ANEXOS	115
ANEXO 1.....	115
ANEXO 2.....	117
ANEXO 3.....	120
ANEXO 4.....	125
ANEXO 5.....	126
ANEXO 6.....	130
ANEXO 7.....	131
ANEXO 8.....	132
ANEXO 9.....	145

1. RESUMEN

El presente estudio se enmarca en la línea de investigación de Proyectos Educativos Mediados por TIC de la Universidad de La Sabana, y se denomina: Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino”: Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición. El objetivo principal de este proyecto es determinar los aportes del recurso educativo digital adaptativo “El Rescate del Reino” en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo del Colegio Gustavo Rojas Pinilla. Para la concreción de dicho objetivo se planteó como metodología de la investigación los lineamientos de la investigación acción, siendo un estudio de orden cualitativo. Los resultados obtenidos permitieron determinar que la secuencia propuesta desde El Rescate del Reino, los escenarios e historias que involucra, el abordaje de las actividades desde el reconocimiento de los estilos de aprendizaje y la intervención pedagógica del docente contribuyen al aprendizaje de los presaberes y saberes necesarios asociados al estudio de las permutaciones sin repetición en estudiantes de grado undécimo.

Palabras clave: Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC), recurso educativo digital adaptativo, proyectos educativos, permutaciones, combinatoria, aprendizaje.

ABSTRACT

This research belongs to investigation educational projects in ICT of University of La Sabana. Its name is Adaptive digital educational resource The Rescue of Kingdom: A strategy to learn permutations without repetition. The main objective of this project is to determine the contributions of adaptive digital educational resource The Rescue of Kingdom in learning of permutations without repetition by 11th grade students of Gustavo Rojas Pinilla school. To achieve that objective it has been made an action investigation with qualitative approach. The results achieved showed the Rescue of Kingdom, their contents, their activities, its valoration of learning styles and teacher pedagogical action contribute to learning of knowledges and previous knowledges related with permutations without repetition.

Keywords: Information & communication technologies (ICT), adaptive digital educational resource, educational projects, permutations without repetition, combinatorial, learning.

2. INTRODUCCIÓN

Las TIC representan un elemento fundamental de la sociedad del siglo XXI. Esta sociedad, desde la década de los noventa, ha sido denominada sociedad del conocimiento y se ha caracterizado principalmente por el auge, exploración y uso creciente de las TIC en todos los ámbitos, la integración de los lenguajes y la difusión de documentos digitales por Internet (Gutiérrez, 2007). El uso de las TIC a nivel académico ha traído especiales retos para los profesores y los centros educativos en cuanto a sus prácticas pedagógicas:

La visión del BID es que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) pueden apoyar la mejora de la calidad educativa, en la medida en cumplan algunas condiciones en su diseño, su implementación y su evaluación. En particular, las TIC pueden forzar y dar soporte a los necesarios cambios en las prácticas educativas, que permitan ajustarlas a las demandas de la sociedad del siglo XXI (Cabrol & Severin, 2010, p. 1).

Lo relevante de este asunto, a pesar de las implicaciones y los efectos de la sociedad del conocimiento como discurso neoliberal y hegemónico, es que las TIC pueden mejorar los procesos educativos, exigiendo de los profesores superar las prácticas pedagógicas tradicionales en las que se ausentan los elementos tecnológicos como medios didácticos en la enseñanza y aprendizaje de los saberes (Camiletti & Pizarro, 2006). Es posible que el uso de elementos tecnológicos mejore los procesos de alfabetización, al favorecer el interés, la creatividad, la participación y la interactividad del estudiante con el conocimiento, lo que es necesario en el área de matemáticas especialmente, pues sus métodos tradicionales de enseñanza se han centrado en la transmisión rígida y mecánica de información, basada en la repetición. En ese orden de ideas, surgió el presente proyecto de investigación, cuyo objetivo general es determinar

los aportes del recurso educativo digital adaptativo “El Rescate del Reino” en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo del Colegio Gustavo Rojas Pinilla.

Lo anterior significa que el estudio propuesto busca: a) identificar cuáles son los saberes previos que necesita un estudiante de grado 11 para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición; b) ahondar en las características de los procesos habituales de aprendizaje de las permutaciones sin repetición en el contexto en que se desarrolla la investigación y c) determinar los aportes del recurso educativo digital adaptativo “El Rescate del Reino” en el aprendizaje de las permutaciones sin repetición.

La investigación se desarrolla en grado undécimo, jornada mañana, del Colegio Gustavo Rojas Pinilla, en la ciudad de Bogotá D.C (Colombia). Esta institución educativa distrital cuenta en dicho grado y jornada con 116 estudiantes regulares y 3 con necesidades educativas especiales, con 16 años de edad promedio. De acuerdo con los resultados académicos de este grado, tanto en pruebas internas (evaluaciones bimestrales) como externas (Saber 11 y Preicfes Universidad San Buenaventura) y las observaciones que han realizado sus docentes, se evidencia bajo rendimiento académico en matemáticas y poca motivación frente al aprendizaje colaborativo. El propósito central de la investigación es hacer uso de un recurso digital que posibilite una mayor motivación, un ambiente lúdico y apto para la enseñanza, y un proceso apoyado en las tecnologías para potenciar los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje, sin desconocer el valor y la importancia que reviste la mediación de los profesores en todas las actividades escolares.

El documento se encuentra estructurado en cuatro partes. En la primera parte (numerales 3, 4 y 5), se hace una exploración del problema en cuanto a sus antecedentes, características y tensiones a nivel práctico-teórico; se exponen los

objetivos de la investigación, los supuestos epistemológicos, la justificación y la delimitación de la investigación. La segunda parte (numerales 6 y 7) profundiza en la teoría relacionada con el tema, los principales aportes en el campo de las permutaciones, la enseñanza y el aprendizaje de estos procesos, algunos indicadores de aprendizaje y el papel de las TIC en este terreno conceptual apoyado en investigaciones ya realizadas en otros contextos. La tercera parte (numeral 8) incluye el marco metodológico de la investigación, a través del cual se describe y explica el método de estudio, el paradigma epistemológico empleado, la población, la muestra y los participantes de la experiencia, los instrumentos y procedimientos diseñados, y el análisis de los datos recolectados. Por último, la cuarta parte (numeral 9) corresponde a los resultados y a la interpretación de los mismos. Con base en estos hallazgos, se formulan las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

3. JUSTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DEL CONTEXTO

El aprendizaje de las matemáticas se ha convertido, dentro de la vida educativa colombiana actual, en una experiencia desagradable para la mayoría de los estudiantes. Esta dificultad, si bien suele considerarse propia de la complejidad del área, se deriva igualmente del uso de estrategias educativas tradicionales, de carácter rígido y autoritario, que adolecen de múltiples problemas de carácter metodológico y pedagógico (Esparza, 2003). Esto hace que el estudiante vea a las matemáticas como un “problema” que debe superarse, y no como un conocimiento útil y necesario.

Para cambiar esta situación se hace indispensable, entonces, diseñar estrategias que motiven al aprendizaje de las matemáticas, mediante el uso de instrumentos modernos que sean llamativas para los estudiantes. Es aquí donde las actuales tecnologías de la información y comunicación se convierten en una herramienta de enorme valor, ya que no sólo gozan de un carácter ameno y familiar (Tabares, 2008), sino que por su misma naturaleza permiten brindar un apoyo mucho más individualizado al estudiante, permitiéndole aprender a su propio ritmo y estilo. De igual forma, la cercanía de los jóvenes actuales con las tecnologías digitales e informáticas presenta un excelente punto de arranque sobre el cual se puede trabajar. Tal como menciona Tabares (2008) *“las generaciones actuales se encuentran ampliamente familiarizadas con el uso de la tecnología informática, razón por la cual las mismas están llamadas a convertirse en una herramienta fundamental dentro del campo educativo”*. Al mismo tiempo, la versatilidad propia de estas tecnologías las hace instrumentos idóneos para la implementación de la Educación Adaptativa.

Es por esto que se hace indispensable el desarrollo de nuevas iniciativas educativas que hagan uso activo de las tecnologías informáticas en la enseñanza de las matemáticas. La implementación de dichas herramientas permitiría fomentar y fortalecer los conocimientos del estudiante en dicha área, ayudando a la vez a superar muchas de las dificultades de acercamiento y metodología que por tradición deben afrontar tanto los estudiantes como los educadores.

A partir de esto se propone esta investigación, que pretende determinar los aportes que el uso del recurso educativo digital adaptativo *El Rescate del Reino* hace en términos del aprendizaje de las permutaciones sin repetición. Este objeto matemático, propio del plan de estudios de grado undécimo, fue escogido dada la dificultad inicial que suele representar para el estudiantado y su importancia en el cálculo de probabilidades. Para el desarrollo del presente estudio, se tomó como grupo de trabajo a los estudiantes de grado undécimo del Colegio Gustavo Rojas Pinilla.

Según el PEI del Colegio Gustavo Rojas Pinilla, esta institución es de carácter oficial y está ubicada en la localidad de Kennedy, en Bogotá, cuenta con aproximadamente 3400 estudiantes entre sus 2 sedes y dos jornadas y el estrato socioeconómico promedio de su población es 2. Esta institución de carácter oficial es uno de los primeros mega colegios que se construyó en Bogotá y reunió estudiantes de barrios aledaños, principalmente, Visión Colombia, Tintal y Valladolid, entre otros. Por su reciente fundación (año 2009), muchos de los estudiantes del colegio actualmente han formado parte de otros colegios, así que la apropiación y construcción de la *cultura Gustavista*, por parte del alumnado, está en proceso. El colegio ofrece actualmente media fortalecida en Artes desde 4 frentes: medios audiovisuales, diseño gráfico, artes escénicas y música.

El grado undécimo de la jornada mañana en la sede A, en el que se realizará el estudio, se caracteriza por contar con 116 estudiantes regulares y 3 con necesidades educativas especiales, con 16 años de edad promedio. De acuerdo con sus resultados en las pruebas internas y las calificaciones de pruebas externas (saber 11, pre y post test de la Universidad San Buenaventura para el preicfes 2015) y las observaciones que han realizado sus docentes, demuestra bajo rendimiento académico en matemáticas y poca motivación frente al aprendizaje colaborativo. Al presentarles situaciones matemáticas de tipo algebraico, casi todos los estudiantes de este grado buscan elementos e hipótesis de la aritmética, mas no del álgebra; hay una resistencia marcada por el uso de los símbolos al resolver problemas matemáticos.

Por su parte, la presente investigación se desarrolló acorde a los principios de la línea de investigación: “Hacia la Comprensión de la Adaptatividad en el Aula” que pertenece al proyecto profesoral “Didácticas innovadoras mediadas por TIC” de la Maestría en Proyectos Educativos Mediados por TIC, en la Universidad de La Sabana (Bogotá-Colombia). Los tres ejes teóricos que se desarrollarán son los siguientes: Enseñanza de las permutaciones sin repetición (área matemática), la Adaptatividad en la educación y los recursos informáticos mediados por TIC.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

4.1 Contexto Global

Resulta suficiente realizar un sondeo superficial, en cualquier institución de educación básica primaria o secundaria, para poner en evidencia que las matemáticas son, por tradición, una de las áreas que causa mayores problemas al estudiantado al punto de ser vista de forma generalizada como una asignatura de gran dificultad, cuyo contenido suele causar ansiedad y angustia a los estudiantes (Skemp, 1999). Ésta percepción de las matemáticas como un obstáculo difícil de superar se encuentra profundamente enraizada en el estudiantado, y va aumentando con los años, a medida que el estudiante avanza de grado y el contenido de la asignatura se va haciendo más complejo.

Lo anterior genera profundas complicaciones en el aprendizaje de dicha asignatura, no sólo porque el contenido de la misma pueda llegar a resultar en realidad complejo sino, además, porque la mencionada preconcepción de esta supuesta dificultad lleva a que se presente de antemano un desinterés marcado entre los estudiantes (Carillo, 2009). Es decir, el docente de matemáticas no sólo debe hacer frente a los problemas propios del contenido de la cátedra sino que, asimismo y principalmente, debe luchar de manera constante contra la apatía de los estudiantes frente a su empeño por enseñarles.

Según Ruiz, J. (2008) una de las causas de este desinterés reside en la inadecuada utilización de herramientas pedagógicas en la enseñanza de las matemáticas. A juicio del autor, la mayoría de los docentes encargados de la enseñanza de las cátedras científicas, en especial los de matemáticas, si bien poseen los conocimientos académicos adecuados para orientar sus asignaturas, carecen de la formación y

herramientas pedagógicas necesarias para incentivar el interés de los estudiantes, lo que incrementa el problema. De esta forma, no basta con un profesor de matemáticas debidamente capacitado, sino que además resulta indispensable dotarlo de herramientas que le permitan atraer la atención del estudiantado, al tiempo en que fomenta el aprendizaje esperado.

De igual forma, y como un problema derivado, las dificultades con la cátedra hacen que muchas veces sea necesario para el docente repetir en múltiples ocasiones la explicación de un mismo tema. Esto genera lentitud en el desarrollo del programa académico, lo cual hace, a su vez, que resulte difícil completar la totalidad de los planes de estudios, motivo por el cual los profesores deban dejar temas sin revisar. Como consecuencia de esto, el proceso de aprendizaje de los estudiantes resulta incompleto, lo que genera vacíos que con el tiempo pueden afectar la enseñanza posterior. Esta situación se da debido a que la eficacia del aprendizaje radica en la relación que se puede establecer entre el conocimiento nuevo y los saberes e ideas preexistentes en la estructura (López, 2009).

4.2 Nacional-Local

En el caso de Colombia, las constantes evaluaciones realizadas en el ámbito nacional, principalmente a través del ICFES, e internacional, mediante las pruebas PISA (El Tiempo, 2014), han puesto en evidencia las marcadas deficiencias que los estudiantes colombianos presentan en el área de matemáticas. Esta situación ha elevado un clamor social por mejorar el sistema educativo nacional, buscando establecer estrategias que permitan mejorar los conocimientos aprendidos por los jóvenes colombianos.

Con el fin de mejorar los resultados en el campo de las matemáticas se hace necesario, en primer lugar, luchar por disminuir la actitud negativa hacia la clase de matemáticas que tiene la mayoría de los estudiantes. Para ello, entonces, sería necesario desarrollar nuevas herramientas pedagógicas que contribuyan a la motivación del aprendizaje de la asignatura, teniendo en cuenta la actitud del estudiantado y disminuyendo sus reacciones adversas preconcebidas. Para lograr esto, es necesario replantear las actuales estrategias educativas, donde por tradición es el estudiante quien debe adaptarse de forma obligatoria al plan de estudios preestablecido, usualmente de carácter rígido, que fue diseñado pensando en su aplicación general.

Una estrategia útil para que el sistema educativo responda a las individualidades del estudiante y se acerque más a su identidad es la Educación Adaptativa, que es el enfoque inverso al tradicional, donde los planes y herramientas de estudio no son preconcebidos, sino que se diseñan teniendo en cuenta las necesidades concretas, las fortalezas y debilidades del grupo delimitado de estudiantes con el que se va a trabajar (García, 1997). De esta forma, al tener claras las falencias y la situación particular del alumnado al que se desea ayudar a superar su problemática, se pueden diseñar esquemas e instrumentos adaptados de manera específica para tal fin, lo que permite una eficacia mucho mayor en comparación con el modelo tradicional a la hora de lograr los objetivos de aprendizaje que se tienen como meta en el plan de estudios.

4.3 Contexto Institucional

A partir de lo expuesto anteriormente, y tomando como campo de trabajo el colegio Gustavo Rojas Pinilla de la localidad de Kennedy, en la ciudad de Bogotá, surge el recurso educativo digital adaptativo, El Rescate del Reino, como una iniciativa que

pretende contribuir significativamente al aprendizaje de las permutaciones sin repetición, en los de estudiantes de grado undécimo. Dichas permutaciones son funciones biyectivas que hacen referencia al reordenamiento de un conjunto de elementos previamente individualizados y agrupados, donde cada uno de los mismos está diferenciado y por consiguiente existe un número limitado de arreglos posibles (Brualdi, 2010). El estudio de las permutaciones sin repetición corresponde al estándar básico de competencias en matemáticas «resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad – combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazo–» (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 89). Por su carácter adaptativo, el recurso educativo El Rescate del Reino busca superar las limitaciones de los habituales repasos y proponerle a cada estudiante un proceso más cercano a sus necesidades y posibilidades

Finalmente, se escogió de manera particular el tema de las permutaciones sin repetición, dado que estas suelen ser enseñadas de forma superficial o simplemente son excluidas; esto se debe a que los mencionados retrasos que suelen presentarse en los programas escolares de estudio de matemáticas llevan a los profesores a darle prioridad a otros contenidos. Sin embargo, esta relegación de las permutaciones no es conveniente, pues corresponden a un objeto matemático que influye en muchos otros campos de la matemática e incluso tiene gran incidencia en áreas como la programación de computadores (Knuth, 1998).

Desde la preocupación de estar a la vanguardia de dichos procesos de alfabetización que articulan las herramientas tecnológicas a las dinámicas de enseñanza aprendizaje de los estudiantes, surge la siguiente pregunta que da apertura a esta investigación:

¿Qué aportes suministra la utilización del recurso educativo digital adaptativo El Rescate del Reino en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo del Colegio General Gustavo Rojas Pinilla I.E.D.?

5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

5.1 Objetivo General

Determinar los aportes del recurso educativo digital adaptativo “El Rescate del Reino” en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo del Colegio General Gustavo Rojas Pinilla I.E.D.

5.2 Objetivos Específicos

- Rastrear, a la luz de los referentes teóricos consultados, las características de los aportes en el aprendizaje con el uso de Recursos Educativos Digitales Adaptativos como ambiente de aprendizaje.
- Implementar el Ambiente del Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino” como estrategia para aprender permutaciones sin repetición, en busca de analizar sus aportes a los procesos de aprendizaje.
- Exponer los aportes y logros que generó el pilotaje en torno al uso del Ambiente como estrategia innovadora para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición en el Colegio General Gustavo Rojas Pinilla I.E.D.

6. ESTADO DEL ARTE

La aplicación de elementos tecnológicos para la enseñanza de la alfabetización de las permutaciones sin repetición, podría representar un ámbito apto y atractivo para el campo científico. Ello se debería a dos factores: primero, al auge de las TIC en la educación y a la necesidad de incorporarlas en todos los ambientes de aprendizaje como forma de dar respuesta a las exigencias de la sociedad del conocimiento (Marcelo, 2001); y segundo, a la importancia y trascendencia que revisten las matemáticas en el aprendizaje permanente de los sujetos en formación. Sin embargo, las fuentes científicas no evidencian un número significativo de estudios e investigaciones realizadas en torno a la aplicación de elementos tecnológicos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las permutaciones sin repetición en el último nivel escolar. Por tanto, el estudio que se pretende, se justifica en la ausencia de estudios aplicados que permita ahondar en el objeto de estudio a fin de contribuir con el estado en el que se encuentra.

El estudio realizado por Vidal (2012), se llevó a cabo en un centro público de enseñanza secundaria de la región de Murcia, en donde uno de los investigadores imparte clase de Matemáticas. La finalidad fundamental fue analizar las ventajas de la utilización e incorporación de las Tecnologías de la Información y la comunicación (TIC) y la Pizarra Digital Interactiva (PDI) como herramientas que facilitan la atención a la diversidad en la Educación, concretamente en las Matemáticas y en el bloque de Geometría. Para concretar lo anterior se analizaron cinco situaciones/resultados a saber: (i) si el uso de las TIC provocó una interactividad entre los alumnos, entre alumnos y profesor y entre los alumnos y las TIC; (ii) si se generó alguna motivación entre los alumnos; (iii) si los alumnos fueron capaces de distinguir entre los contenidos esenciales y los no esenciales; (iv) si el manejo de las TIC permitió a los alumnos concentrarse en

trabajos esenciales, en la investigación y experimentación al haber realizado menos esfuerzos en los trabajos repetitivos y rutinarios, y finalmente (v) si con el uso de las TIC se potenció el aprendizaje activo y por descubrimiento y si dicho aprendizaje fue significativo facilitando la atención a la diversidad.

Las actividades conducentes a la obtención de las respuestas de la problemática trazada, se basaron en el análisis del comportamiento de una estrategia didáctica que incorpora las PDI y el uso del programa *Geogebra* como medio didáctico y de atención a la diversidad para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría; el aplicativo es un software de Matemáticas que reúne dinámicamente Geometría, Álgebra y Cálculo. Dicho programa permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas, como con funciones que a posteriori pueden modificarse. Adicionalmente se pueden introducir ecuaciones y coordenadas directamente.

De acuerdo al diseño creado por los autores, el software *GeoGebra*¹ tiene la potencia de manejar variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático para identificar puntos singulares de una función, como raíces o extremos. Estas dos perspectivas caracterizan a *GeoGebra*: una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la ventana geométrica y viceversa.

La metodología de la investigación tuvo en consideración las premisas que componen un estudio mixto: estudio cualitativo y cuantitativo, el cual se centró en un grupo de 48 alumnos, dividido en dos subgrupos de los 100 que cursaban 3°. En el primer subgrupo, denominado A, se tomó como fundamento del estudio la estrategia didáctica que hace referencia a las TIC, la cual incorporaba a *Geogebra* en la enseñanza

¹ Geogebra es un software interactivo, dinámico y libre que sirve para el estudio del álgebra, la geometría, la estadística y el cálculo, a través de un solo programa de fácil uso.

de la Geometría; por su parte en el subgrupo B, se utilizó una metodología tradicional. La selección de los alumnos que conformaron el subgrupo A se basó en la actitud positiva para involucrarse en dicha experiencia educativa y en los resultados obtenidos tras la realización de un instrumento previo. En la primera encuesta se evaluaron los conocimientos fundamentales de informática: manejo de Windows, uso de un navegador como Internet Explorer y de un gestor de correo electrónico y de la herramienta Geogebra a nivel de usuario, puesto que la intención de esta investigación no era invertir tiempo en enseñar estas herramientas TIC. En dicho proceso se tomaron en consideración indicadores relacionados con la motivación, el interés, el grado de satisfacción, el grado de aceptación por parte de los alumnos, las relaciones dialécticas con los compañeros, etc.

Ahora bien, los resultados obtenidos por los investigadores muestran como el programa Geogebra, la PDI y las TIC permitió al alumnado estar más atentos a las explicaciones impartidas por el profesorado, asimismo les permitió lograr avances significativos dependiendo de las capacidades propias de cada estudiante. De igual forma, se evidenció una gran aceptación del programa Geogebra y el uso de las TIC y la PDI en el proceso de aprendizaje de las clases de matemáticas. Finalmente, es preciso mencionar que el estudio realizado por los autores es relevante para el presente proceso de investigación, ya que es un antecedente que demuestra que el uso de las TIC y la PDI ha mejorado la atención de cierta población. Esto último permite inferir que las TIC se constituyen en herramientas fundamentales para los actuales procesos educativos en los que se requiere una mayor interacción de estudiantes y novedosos mecanismos de enseñanza.

Por su parte Cataldi (2000, p. 3) en su tesis de maestría, propone una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de un software educativo atendiendo a las teorías

del aprendizaje como el constructivismo, el aprendizaje significativo, las inteligencias múltiples o el aprendizaje colaborativo. Resulta de interés para el estudio que se propende en este documento, el objetivo trazado por la autora, el cual literalmente reza: “construir una metodología disciplinada para el desarrollo del software educativo, mediante la identificación de los métodos, los procedimientos, y las herramientas, que provee la ingeniería de software para el desarrollo de programas educativos de calidad, siguiendo las pautas de la teoría educativa subyacente”. El estudio resalta que dentro del marco del diseño de software con propósitos educativos, se deben seguir las siguientes fases:

El diseño de datos, el diseño arquitectónico, el diseño procedimental y el diseño de interfaces [...]. El diseño de datos, modela las estructuras de datos necesarias para el desarrollo, el arquitectónico define las relaciones entre las estructuras del programa, considerando el desarrollo de módulos que se relacionan, mezcla la estructura de programas y de datos, y define las interfaces. El diseño procedimental transforma estructuras en descripción procedimental del software y por último el diseño de interface establece los mecanismos de interacción humano-computadora.

(Cataldi, 2000, p. 46)

Como aporte a la construcción del presente documento es importante destacar las aproximaciones teóricas que realiza la autora sobre el proceso de implementación de las actividades que se deben aplicar en la ejecución de un software de carácter educativo, las cuales son: “crear los datos de prueba, crear código fuente, generar el código fuente, crear la documentación, planificar y realizar la integración de módulos” (p. 47). En el proceso de instalación las actividades a desarrollar son: “planificar la instalación, instalar el software, cargar la base de datos, realizar las prueba de aceptación” (p. 47). En el proceso de mantenimiento y retiro se debe reaplicar el ciclo de vida del software. En el proceso de verificación y validación, las actividades a implementar son:

“planificar y ejecutar las tareas de verificación y validación, recoger y analizar los datos de las métricas, planificar las pruebas, desarrollarlas especificaciones de las pruebas y ejecutarlas” (p. 48).

En el proceso de la gestión de la configuración tiene como actividades la planificación de la gestión, identificación control y supervisión de estado. Por último, en el proceso de desarrollo de la documentación y de formación propone procesos de planificación, implementación, producción y distribución.

En el mismo contexto, Arias, Jiménez y Ovalle (2008), a través de la revista *Avances en Sistemas e Informática*, de la Universidad Nacional de Colombia, en Medellín, hacen un acercamiento al término de Sistemas Tutoriales Inteligentes (STI) y explican que estos tienen como características la capacidad de enseñar y evaluar imitando la actividad de un docente. Afirman que para ello, es esencial que el STI identifique las fortalezas y dificultades del estudiante con el propósito de establecer un plan instruccional o de formación en coherencia con los objetivos del curso.

En cuanto a la evaluación del aprendizaje de los estudiantes, el STI puede adaptar la evaluación al nivel de aprendizaje de los estudiantes de acuerdo al plan instruccional y los estilos de aprendizaje. Considerando estas apreciaciones, los autores en su estudio diseñan un modelo de curso virtual de carácter adaptativo, con enfoque primordial en la planificación instruccional y la evaluación de los conocimientos con fundamento en la arquitectura Multi-Agente en la Web. En el modelo propuesto, la evaluación del nivel de conocimientos se realiza a través de preguntas diseñadas previamente y analizadas a través del sistema. Se trata de una pregunta con diferentes respuestas, y cuya respuesta tiene validez de 1 si es correcta o de 0 si es incorrecta. Las preguntas tienen también un OI respectivo, asociado a un concepto básico o una unidad de conocimiento, con la

finalidad de que no repita ninguna pregunta sobre un concepto o unidad de conocimiento.

Es posible que alguna pregunta tenga relación con varios conceptos básicos o unidades de conocimiento, pero sólo se asociará la pregunta a uno de ellos. En este modelo también se determina el promedio de tiempo de aplicación de la prueba y de las respuestas a cada pregunta, y que debe estar relacionada con el tipo de pregunta: “Selección Múltiple - Múltiple Respuesta, Selección Múltiple - Única Respuesta, Falso o Verdadero, Correspondencia entre columnas o Actividad – Juego”.

Para la formulación de las preguntas, el sistema hace uso de los datos incorporados respecto de las actividades programadas, y de allí se recupera una base de datos de preguntas, se realiza un filtro de las mismas para verificar que dicha pregunta corresponde a una que no se le ha hecho al estudiante, se recupera el estilo de aprendizaje del estudiante a fin de hacer otro filtro a las preguntas, del resultado de estos filtros se verifica que exista una pregunta por cada concepto básico o unidad de conocimiento, se genera el formulario de evaluación la cual es resuelta por el estudiante, se recuperan las respuestas del estudiante, se recuperan de la base de datos las respuestas correctas, se hacen las respectivas comparaciones, se califica por tipo de pregunta, se evalúa de forma total por OI, y se envía al estudiante los resultados. Este trabajo se considera un antecedente importante para el presente estudio por sus avances en cuanto al tratamiento diferencial de los estudiantes de acuerdo con su estilo de aprendizaje; esto se constituye en un elemento fundamental al acercarse a la aplicación de procesos adaptativos de enseñanza y/o evaluación.

En el estudio realizado por González M (2006) en la Universidad Autónoma de Tamaulipas, México, se pretende analizar “la viabilidad de incorporar el modelo *Blended Learning* en la educación a través de un entorno virtual de aprendizaje basado

en *software* libre (*Moodle*) y de la implementación de un programa de formación inicial y continua del profesorado para entregar una educación de calidad” (p. 121). El sistema *Blended Learning* constituye un modelo ecléctico en el cual se mezcla actividades tanto presenciales como virtuales, fomentando el denominado campo del *e-learning*. En él se pueden configurar tres sub-modelos particulares: enfoque de habilidades, enfoque de actitudes y enfoque de competencias. En otras palabras, dependiendo de lo que se busque dentro del proceso enseñanza-aprendizaje es diseñado el modelo. Este se encuentra soportado en un *software* libre (*Moodle*) que por su flexibilidad, ejecución y actualización puede usarse en términos de procesos de enseñanza-aprendizaje: “*Moodle*, posee una interfaz intuitiva que facilita a los diseñadores instruccionales la construcción de foros, chats, lista de correo, glosarios, bibliotecas, autoevaluaciones y demás funcionalidades” (p. 127). Y como señala el autor, dicho modelo es posible aplicar a las autoevaluación, y por tanto, también al proceso de evaluación.

El documento realizado por el autor, presenta el desarrollo y resultados de la investigación sobre el diseño e implementación de herramientas didácticas realizadas en *GeoGebra* para el uso de unidades de aprendizaje integrado en matemáticas, cuyo objetivo y propósito es facilitar la enseñanza de las particularidades de las gráficas de algunas funciones reales (logarítmica, exponencial, raíz cuadrada, cuadrática, valor absoluto, seno, coseno y tangente) y conceptos básicos de la trigonometría (radian, longitud de la circunferencia y ángulos notables), mejorando la comprensión y utilización del conocimiento matemático en los estudiantes. Dicha investigación se nutrió de los principios de los estudios exploratorios, descriptivos, identificando la importancia de la implementación de los recursos pedagógicos en el aprendizaje de los estudiantes.

Para el cumplimiento de dicho propósito y que resulta de gran importancia para el curso de la actual investigación, los estudiosos llevaron a cabo la selección un software que permitiera la elaboración de herramientas didácticas, y para lo cual estipularon las siguientes recomendaciones: (i) seleccionar autores que hayan utilizado software como herramienta de mediación pedagógica, (ii) adquirir (instalar en pc) el software utilizado por autores seleccionados, teniendo en cuenta el tipo de licencia (libres o versiones de evaluación), (iii) analizar la operatividad técnica del software, verificando que ésta esté dentro de las capacidades de operatividad del autor, (iv) diseñar aplicativos con cada uno de los software seleccionados v) analizar la viabilidad de uso del software. De igual forma durante el desarrollo de la investigación, los autores hicieron mención sobre referentes que ya previamente iniciaron el proceso de utilizar software educativo como mediador del proceso enseñanza-aprendizaje, destacando su importancia y utilidad.

La ponencia de los docentes de la Universidad Industrial de Santander, presentado en el VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, en Montevideo (Uruguay, 2013), parte de las recomendaciones de la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), la cual invita al uso de las Tecnologías Digitales (TD) en las clases de matemáticas de primaria y secundaria. Estas sugerencias enfatizan en que la actividad matemática del aula, intervenida por las tecnologías se centre en la resolución de problemas y no en las operaciones aritméticas, accediendo a los conceptos y no a los cálculos. Los autores citan al experto Moreno (2002) quien menciona que las herramientas computacionales han generado un cambio denominado “nuevo realismo matemático” pues allí se pueden manipular los objetos matemáticos sobre la pantalla bajo el control del individuo, por eso se consideran objetos matemáticos manipulables. Dichos modelos permiten la exploración y flexibilidad de representación de objetos matemáticos que le permiten al educando comprender muchos elementos que

difícilmente se perciben con los modelos tradicionales, allí se manipulan los objetos en la pantalla, a través de esta exploración, se comprueban conjeturas y se crean modelos.

Pues bien, de acuerdo a las consideraciones anteriores, Rico & Leal, (2013) afirman que existe una necesidad fundamental, de que se generen espacios donde los maestros exploren los beneficios y limitaciones que puede tener incorporar las tecnologías digitales en la clase de matemáticas, así mismo, para que se reflexione sobre cuándo y cómo implementarlas, según los objetivos de aprendizaje previstos. Para el cumplimiento de tal fin, los autores realizaron una investigación conducente a promover y fortalecer la constitución de comunidades de práctica de educadores matemáticos que incorporan las tecnologías digitales en sus prácticas profesionales, a favor de la construcción colaborativa de conocimiento que favorezca la actividad matemática que se espera con la implementación de dichos recursos.

El modelo propuesto por los investigadores matemáticos, ha tenido por meta consolidarse en las comunidades de práctica de educadores matemáticas, a fin de que cada uno desde los participantes aporte desde sus conocimientos y experiencias herramientas necesarias que se concreten en acciones en la clase de matemáticas. Siendo tal propósito el precedente más importante para el curso de la actual investigación; ya que de las experiencias obtenidas con las dos comunidades los autores lograron reconocer la importancia que ha adquirido el uso de las tecnologías digitales en el aula, y que debieran ser un componente importante para lograr una educación integral al mismo tiempo en que reconocen la necesidad de acompañamiento más cercano en las instituciones para apoyar los procesos desde lo académico, lo técnico y lo administrativo.

El notable documento de García (2006), tuvo por propósito principal presentar una propuesta para mejorar el rendimiento en matemáticas de los alumnos de Enseñanza

Secundaria Obligatoria (ESO) desde los aportes de la educación adaptativa, razón por la cual construyó un importante estudio que parte de la teoría de la enseñanza adaptativa, ya que según criterios de la autora es un enfoque que ha trascendido y requiere de toda la atención por parte de los profesionales en educación. Según expone García, la adaptatividad, debe originarse en un contexto específico en el cual se diseñará la adaptación, por consiguiente:

Ya no se trata de escuelas e individuos en abstracto, sino de alumnos y profesores con nombre y apellido, en un Centro determinado, en un periodo de tiempo concreto y frente a una tarea particular. La variabilidad aptitudinal, contextual y procesual se analiza para reducir el rango de variabilidad en los resultados esperados. El grado de adaptación dependerá del instante en que se produzca; sin embargo, debe concebirse como un continuo que va desde la macroadaptación (centrado en la planificación de un sistema adaptativo que englobe y de coherencia a la acción educativa) a la microadaptación (para las intervenciones adaptativas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje) (p. 12)

Por su parte y lo que respecta específicamente al tema de la enseñanza de las matemáticas, destaca el estudio que esta requiere de una metodología didáctica a nivel general y en el texto descrito se estructura una exposición de elementos que involucran el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como los momentos y formas de evaluación, y los recursos existentes. La autora también expone la situación actual del profesorado de matemáticas en cuanto a su formación didáctica.

El resultado principal del proceso investigativo germinó en una propuesta denominada: “Metodología Adaptativa en Matemáticas”, dentro de la oferta formativa del Centro de Profesores de Cuenca para el curso 2003/2004. Según expone la autora, de acuerdo a los principios básicos del Proyecto de Innovación, estaba abierto a otros docentes no integrados en el proyecto, en el marco de los cursos de Actualización

Científico-Didáctica (ACD), lo cual demuestra la transversalidad del documento resalta la investigadora que solo tuvo impacto en una persona ajena al proyecto. Algunos de los objetivos de este proyecto fueron los siguientes:

- Mejorar el rendimiento en matemáticas de los alumnos de E.S.O.
- Participar de un concepto de la diversidad positivo y enriquecedor.
- Comprender y ser capaz de aplicar principios de la Educación Adaptativa.
- Ser capaces de diseñar materiales instructivos adaptativos para la asignatura de matemáticas en E.S.O.
- Diseñar estrategias adaptativas adecuadas a cada centro escolar.

Como parte de los resultados y conclusiones presentados por la autora de la investigación se resalta que acorde a las teorías adaptativas es posible reconocer a estudiantes de alta y baja aptitud para las matemáticas no sólo vinculado a constructos cognitivos sino a un conjunto de componentes cognitivo-educativos, actitudinales y procesuales de implicación que se asocian a patrones de alto y bajo rendimiento y que, en consecuencia, deberían tenerse en cuenta a la hora de proponer las estrategias o los materiales más ajustados a sus necesidades y, así, procurar un mejor rendimiento en dicha materia.

Por otra parte, es de resaltar el trabajo de Melis et al (2001) quienes desarrollaron una plataforma adaptativa de gestión de contenidos matemáticos en el marco del proyecto de la DFKI y la Universidad de Saarland, en Alemania. La plataforma se llama *Activemath* y permite que profesores y estudiantes cuenten con un ambiente virtual en el que pueden desarrollar contenidos personalizados de acuerdo a sus necesidades e intereses de aprendizaje en matemáticas.

A través de *Activemath*, el docente autor de contenidos y recursos puede crear sus lecciones articuladas a las competencias propuestas por PISA, que priorizan el

desarrollo de habilidades generales como la adaptabilidad, la comunicación, la flexibilidad, el uso de las TIC y la resolución de problemas. *Activemath* ha servido como base para la creación de nuevos proyectos adaptados a diferentes culturas, contextos y entornos de aprendizaje, como en el caso de Costa Rica a través del *Math Bridge*.

Para el presente estudio, se toman como insumos de este trabajo la utilización de las TIC como una estrategia potenciadora de la adaptatividad por la inclusión de multimedia y diferentes sistemas de representación y el reconocimiento de los estilos de aprendizaje como elemento esencial para el diseño de secuencias didácticas con enfoque diferencial.

En cuanto a experiencias significativas en la enseñanza de las permutaciones sin repetición, se resalta el trabajo liderado por el maestro Pedro Gómez en la concentración de Educación Matemática de la Maestría en Educación de la Universidad de los Andes. En este estudio se describen el diseño, implementación y evaluación de una unidad didáctica para la enseñanza de las permutaciones sin repetición, fundamentada en el modelo de análisis didáctico propuesto desde la maestría.

Entre los resultados y conclusiones obtenidas se destaca el reconocimiento de la relevancia de la planeación de clase, la concepción de que los estudiantes tienen caminos diferentes para realizar las tareas propuestas, la valoración de la motivación hacia el aprendizaje, el entendimiento de la evaluación como un proceso de realimentación permanente y la identificación del error como una oportunidad de aprendizaje.

Es importante mencionar que este trabajo orientado por el maestro Gómez fue la fuente principal reconocida por este estudio para la identificación de presaberes asociados al aprendizaje de las permutaciones sin repetición y de él fueron tomados los

instrumentos de diagnóstico (Anexo 1) y evaluación (Anexo 4). La utilización de ambos instrumentos fue posible gracias a que cuentan con licencia creative commons sin derivar.

7. MARCO TEÓRICO

Para un adecuado desarrollo de la investigación, es necesario establecer los sustentos teóricos sobre las cuales se desarrollarán sus contenidos. En este caso, y dada la naturaleza del problema planteado, es necesario revisar aspectos del pensamiento matemático, la educación adaptativa y de los recursos digitales educativos basados en las actuales tecnologías de la información y de la comunicación, haciendo un énfasis especial, dentro de cada tema, en las herramientas que serán aplicadas a lo largo del presente proyecto de investigación.

7.1 Modelo pedagógico: adaptatividad y elementos

En el esquema clásico de educación, que impera de forma tradicional en los centros educativos, se crea un plan de estudios enfocado en el promedio de los estudiantes, y con base en él se desarrollan estrategias y herramientas metodológicas. Es decir, lo que se toma como punto de referencia a la hora de elaborar la metodología de enseñanza no son las diferencias innatas de cada estudiantes, sino aquellos elementos que la mayoría tienen en común (García, 1997). Este método, si bien tiene la ventaja de simplificar las estrategias educativas y de funcionar con relativa eficiencia –al menos teórica-, comete el profundo error de desconocer las múltiples y muy variadas diferencias innatas que pueden presentarse en múltiples niveles: desde aquellas que se presentan entre un individuo y otro, hasta aquellas que tienen lugar entre diferentes instituciones educativas.

En las aulas modernas, con el constante incremento de la diversidad entre una población estudiantil cada vez más heterogénea, este concepto debe ser revaluado,

buscando plantear nuevas estrategias que tengan presentes las diferencias entre el alumnado, sus fortalezas y debilidades individuales, buscando de esta forma brindar una mejor educación. Tal como menciona Snow (1997):

A veces esta meta (el progreso educativo de los estudiantes) significa que debemos encontrar un estilo de presentación o una forma de participación que se adapte al carácter particular de una clase determinado y que se diferencie de lo que hemos venido haciendo en años anteriores. Usualmente, esto también significa reconocer las diferencias entre los estudiantes de la clase, buscando fortalezas individuales que aprovechar, o debilidades que deban ser superadas o evitadas. Para esto desarrollamos diferentes alternativas, diferentes acercamientos a un tema, diferentes organizaciones el contenido, diferentes explicaciones, representaciones y ejemplos, y proveemos mayor variedad de material para que los estudiantes puedan elegir, con la esperanza de poder hacer contacto con las fortalezas e intereses de cada estudiante (p. 1).

Si bien el concepto de Educación Adaptativa es bastante anterior a Snow, ya que fue acuñado por Glaser (1977) dos décadas antes, el anterior postulado podría resumir en muy buena medida la naturaleza y objetivos de dicho tipo enfoque educativo, que busca una educación versátil y adaptable, capaz de responder a las necesidades de un grupo estudiantil específico. Tal como menciona Fernández (1993):

La premisa fundamental de la EA es que el aprendizaje mejora cuando se les proporcionan a los alumnos experiencias que se acoplan a su capacidad inicial y responden a sus necesidades concretas. Así, el desarrollo de un sistema efectivo de educación adaptativa requiere incorporar diversas estrategias que permitan una actuación educativa global y coordinada a la vez que sea flexible, ya que el objetivo es conseguir que funcionen orquestadamente opciones alternativas de aprendizaje en función de las características de cada alumno en particular. (p. 129)

Por esta misma naturaleza flexible y diversa resulta difícil dar una definición cerrada de la educación adaptativa; esta puede ser definida en gran medida con base en los elementos que deben ser tomados en cuenta a la hora de plantear una metodología educativa de dicho tipo. Regresando a Snow (1997), para que pueda tener éxito la educación adaptativa debe tener siempre presente los siguientes elementos:

- El perfil individual: es necesario conocer las fortalezas y debilidades específicas del grupo poblacional con el cual se va a trabajar.
- El ajuste de la instrucción al perfil individual: se debe desarrollar una metodología que tenga en cuenta las debilidades y fortalezas mencionadas en el punto anterior, buscando una forma de superar las primeras y aprovechar las segundas.
- El tipo de objetivo: debe tenerse claro que es lo que se pretende con la implementación de la estrategia, en que asignatura o cátedra se va a trabajar, en que tema y/o que debilidades se pretende superar.
- La situación instructiva particular: se debe tener en claro que se va a trabajar en un contexto limitado y definido, y que por consiguiente las estrategias implementadas deben estar encaminadas a funcionar en él, sin pensar en otros grupos o en contextos de mayor tamaño. Por esta misma razón, los resultados obtenidos sólo tendrán validez en dicho contexto. (p. 354)

Por otra parte, si bien por su naturaleza la Educación Adaptativa se convierte en una herramienta óptima para las aulas modernas, no por eso está exenta de problemas. La principal adversidad que es necesario sortear, en la actualidad, es la cada vez mayor cantidad población en etapa educativa, de gran diversidad interna, que dificulta elaborar estrategias de carácter individual y que impide al docente dedicar tiempo suficiente a cada estudiante por separado. Es por esto que se hace indispensable, para lograr las

metas de la educación adaptativa, recurrir a las tecnologías de la información y la educación.

Tal como mencionan Paramy & Loidl– Reisinger (2003), las herramientas informáticas, por su flexibilidad y capacidad para manejar una gran cantidad de contenidos de tipo diverso, se convierten en medios óptimos para superar las dificultades de la implementación de la Educación Adaptativa a gran escala. Además, presentan dos ventajas adicionales: la familiaridad que por regla general tienen las actuales generaciones con la informática, y la atracción que generan en los jóvenes contemporáneos los contenidos de tipo multimedia que puede desplegar este tipo de herramienta.

7.2 La adaptatividad y los estilos de aprendizaje

Si bien el proceso de aprendizaje de todos los seres humanos comparte un origen neurológico común, en la actualidad diversas vertientes teóricas comparten la idea de que la forma específica en que cada individuo adquiere conocimiento puede variar mucho entre un sujeto y otro (James & Gardner, 1995), es decir, se considera que aunque todos los humanos comparten el mismo esquema neurobiológico y neurológico común, los patrones y rutas mentales que se usan para adquirir y procesar la información durante el proceso de aprendizaje pueden ser diferentes entre diversos individuos.

Este concepto, de la diversidad de esquemas de aprendizaje, a su vez ha dado lugar al planteamiento de la existencia de los llamados estilos de aprendizaje, que no son otra cosa que los posibles patrones diversos con base en los cuales diferentes individuos realizan el proceso de adquisición e incorporación de conocimiento. Esta idea ha

ejercido gran impacto en la pedagogía y la educación modernas, ya que, si se quiere optimizar el aprendizaje de un grupo de individuos, tales diferencias innatas deberían ser tomadas en cuenta de forma indispensable (Pashler, McDaniel, Rohrer & Bjork, 2008).

Siguiendo este concepto, múltiples autores han elaborado sus propios modelos de estilos de aprendizaje, cada uno de los cuales busca diferenciar los diversos estilos de aprendizaje que pueden presentarse en las personas, ofreciendo además herramientas y/o metodologías enfocadas en cada uno de ellos. Estos esquemas pueden llegar a ser muy diversos entre sí, ya que cada autor suele plantear sus propios elementos diferenciadores. Entre los modelos de estilos de aprendizaje más difundidos se encuentran:

7.2.1 El modelo Kolb

El modelo Kolb es uno de los primeros modelos desarrollados, y por consiguiente tiene bastante difusión. En su obra, David Kolb (1984), que basó inicialmente su trabajo en la teoría de la educación experimental, que buscaba reforzar los procesos de aprendizaje mediante la experimentación directa, planteó la existencia de cuatro descriptores que definían los patrones de aprendizaje individuales. Los dos primeros, experiencia concreta y conceptualización abstracta, hacen referencia a la forma en que el sujeto adquiere experiencia, mientras que los otros dos, observación reflexiva y experimentación activa, señalan las formas en que dicha experiencia es transformada por el sujeto.

Si bien Kolb consideraba que los cuatro descriptores debían ser parte del proceso de aprendizaje, siendo usados en dependencia de la situación, terminó por determinar que cada individuo era proclive a usar una combinación propia entre un elemento del primer

grupo y uno del segundo. Con base en estas combinaciones planteó, entonces, la existencia de cuatro grandes grupos de individuos, en razón de su forma de aprendizaje, a saber:

- El acomodador: que aprende mediante la combinación de experiencia concreta más experimentación activa. Prefiere aprender mediante la práctica y la experimentación, es muy dado a hacerse preguntas y a formular esquemas de trabajo, al igual que a buscar fuentes de información externa que intenta cuestionar y debatir, antes de asimilarlas, lo que también define su forma de trabajar en equipo. Es capaz de adaptarse sobre la marcha, de ser necesario.
- El Convergente: que utiliza la conceptualización abstracta sumada a la experimentación activa. También gusta de la experimentación activa, como el acomodador, pero busca igualmente información y sustento en la teoría del tema. Dado a hacer analogías y a establecer hipótesis previas, gusta de la resolución de problemas y es poco dado a trabajar en equipo.
- El Divergente: que accede al conocimiento mediante la suma de experiencia concreta más observación reflexiva. Le gusta obtener conocimiento mediante su propia experiencia vital, pero no es dado a hacer experimentos, ya que prefiere observar a hacer. Por consiguiente es muy dado a usar su imaginación, buscando múltiples posibles soluciones o alternativas a un problema o situación. Trabaja muy bien en equipo.
- El Asimilador: que recurre a la combinación de conceptualización abstracta y observación reflexiva. Pone la teoría y la reflexión por delante de la experimentación. Busca teorías y hechos probados, y crea modelos teóricos a partir de ellos. Dado a las lecturas informativas y a los datos previos, prefiere el uso de la lógica al uso de la imaginación. Por su carácter interno y reflexivo suele preferir el trabajo en solitario. (p. 33)

Una de las ventajas del modelo de Kolb es que su constante implementación ha llevado al diseño de los llamados Test de Kolb, que son herramientas que permiten, mediante la realización de una serie de preguntas sobre la actitud personal hacia el aprendizaje, determinar el grupo al cual pertenece el encuestado, dentro de las cuatro categorías planteadas por Kolb (ver el anexo 2). Gracias a esto dicho modelo es uno de los más implementados, y goza de bastante soporte empírico.

7.2.2 El esquema de las modalidades de aprendizaje

Planteado por Burke, Swassing y Milone (1979), este esquema se sustenta en la relación entre impulsos sensoriales y aprendizaje. Según los autores, cada persona tiene sus propias preferencias sensoriales (una tendencia a usar o depender en mayor medida uno de sus sentidos), que a su vez influyen de forma directa la forma en que dicha persona aprende. Así, según el trabajo de dichos autores, la vista, el oído y el tacto se convierten en los tres sentidos principales que influyen el aprendizaje. Bajo este lineamiento, y con referencia a cada uno de los tres sentidos mencionados, se establecen tres estilos de aprendizaje diferenciados, a cada uno de los cuales es necesario suministrar información de forma diferenciada.

El estilo visual, que tal como su nombre lo indica, abarca a las personas con una preponderancia del sentido de la vista. Estos individuos aprenden con mucha más facilidad a través de la información visual, como imágenes, gráficas, videos o texto escrito. *El estilo auditivo*, para los individuos con preponderancia del sentido del oído. Para estas personas resulta más fácil retener y procesar información de carácter auditivo, tales como conferencias y explicaciones orales, la palabra hablada, al igual que la música, se convierten en los principales medios para su aprendizaje. *El estilo táctil o kinésico*, que incluye a los individuos con prevalencia del sentido del tacto y de la

posición corporal. Para este grupo de personas, elementos como la gestualidad y el lenguaje corporal se convierten en aspectos de gran importancia en su proceso de aprendizaje. Suelen requerir de elementos mecánicos, como la escritura a mano o la digitación para afianzar su conocimiento.

7.2.3 Modelo de Felder– Silverman

El modelo planteado por Felder y Silverman, diseñado pensando inicialmente en los estudiantes de ingenierías, toma algunos elementos del esquema sensorial de las modalidades de aprendizaje, pero lo complementa en gran medida, añadiendo muchos nuevos elementos de carácter interno, con respecto a los diversos acercamientos mentales que cada sujeto hace al proceso de aprendizaje. Así, según los autores “Los estudiantes aprenden de diferentes formas, viendo y escuchando; actuando y reflexionando, razonando lógicamente e intuitivamente; memorizando, visualizando y construyendo modelos matemáticos, de manera constante o de forma irregular” (Felder & Silverman, 1988, p. 674). Teniendo presente lo anterior, el modelo de Felder y Silverman crea 5 ejes o dimensiones del aprendizaje, con base en las cuales se configuran los diversos estilos, cada una de ellas subdividida en dos posibilidades. Dichas dimensiones son las siguientes:

- i. *Percepción*: subdividida en estudiantes *sensitivos* y estudiantes *intuitivos*. Los primeros son de carácter concreto y práctico, pacientes, fuertemente orientados a los detalles y solucionar los problemas siguiendo los mecanismos preestablecidos. Por su parte los individuos intuitivos tienden a prestar más atención a los conceptos y las bases teóricas y sus significados, igualmente tienden a innovar en lugar de seguir patrones predeterminados.

- ii. *Entrada de Datos*: subdividida en individuos *visuales* e individuos *verbales*. Los primeros, tal como su nombre sugiere, son aquellos que prefieren las representaciones visuales, como gráficas, diagramas o imágenes, ya que retienen mejor aquello que ven. Los verbales son aquellos que prefieren las palabras, ya sean de forma escrita o hablada, tienden a recordar mejor aquello que escuchan.
- iii. *Organización*: subdividida en estudiantes *inductivos* y estudiantes *deductivos*. Los inductivos prefieren pasar de lo particular a lo general, necesitando visualizar el fenómeno para comprender la teoría. Por su parte los deductivos prefieren el sentido contrario, pasando de lo general a lo particular, de este modo prefieren, partiendo de los fundamentos o esquemas generales, deducir por ellos mismos las consecuencias y los fenómenos particulares.
- iv. *Procesamiento*: dimensión subdividida en sujetos *activos* y sujetos *reflexivos*. Los activos prefieren aprender mediante la experimentación, son poco pacientes y trabajan bien en grupo. Los reflexivos, por su parte, prefieren razonar sobre la información disponible, de manera introspectiva, razón por la cual no son buenos para el trabajo en equipo.
- v. *Comprensión*: subdividida en personas *secuenciales* y personas *globales*. Los sujetos secuenciales crean esquemas lineales de aprendizaje, donde avanzan paso a paso y donde la resolución de problemas se realiza de forma lógica y progresiva. Los globales prefieren hacer un enfoque completo, de carácter holístico, y por lo tanto pueden aprender de forma no lineal, dando grandes saltos a la hora de solucionar problemas.

Al igual que ocurre con el modelo Kolb, la constante implementación práctica del modelo de Felder y Silverman ha llevado a la creación de herramientas tipo test que permiten evaluar a los estudiantes para determinar sus inclinaciones en cada una de las

cinco dimensiones mencionadas (ver anexo 2), gozando de especial popularidad en el campo de las ingenierías, para el cual fue desarrollado en principio.

Como los tres mencionados, existen muchos otros modelos de estilos de aprendizaje, casi tantos como autores han abordado el tema, pero los anteriores se convierten en esquemas bastante representativos de cómo funcionan los modelos de aprendizaje. Es decir, cada modelo busca hacer una clasificación de las formas individuales de aprendizaje, agrupándolas con base en los elementos y criterios que el autor considera comunes, al tiempo en que se plantean estrategias y herramientas metodológicas que faciliten el aprendizaje de los individuos que pertenecen a cada categoría.

A manera de corolario parcial se hace evidente que, dentro del concepto de Educación Adaptativa, los modelos de estilos de aprendizaje se convierten en una herramienta de muy alto valor. Como se mencionó, este tipo de enfoque educacional busca obtener fortalezas en las diferencias individuales de los estudiantes, utilizando dichas diferencias para potenciar el proceso de aprendizaje de cada individuo. Sin embargo, para hacer uso de tales diferencias es necesario primero identificarlas, razón por la cual los modelos de aprendizaje se convierten en una herramienta indispensable al hablar de Educación Adaptativa, ya que permiten no sólo señalar y clasificar estas diferencias, sino que además permiten agruparlas en categorías más completas, que a su vez ofrecen perfiles que permiten diseñar con mucha mayor efectividad herramientas educativas enfocadas en cada grupo y tipo de sujeto.

De igual forma, es necesario recordar que el valor de la aplicación de los modelos de estilos de aprendizaje no se limita solamente al campo de las matemáticas, sobre el cual versa la presente investigación, sino que, al hacer referencia al proceso de aprendizaje general, y a los mecanismos diferenciados por los cuales cada individuo realiza el proceso de obtención e incorporación del conocimiento (Pashler, McDaniel, Rohrer y

Bjork, 2008), los beneficios derivados de su aplicación pueden ser extendidos a cualquier otra asignatura. De esta forma, si bien el presente trabajo busca potencializar la enseñanza del tema de las permutaciones sin repetición, la utilización de los modelos de aprendizaje y de las herramientas de educación adaptativa, pueden ser implementadas o servir como guía para la enseñanza no solo de cualquier tópico en el área de las matemáticas, sino de cualquier otra cátedra escolar.

7.3 La adaptatividad y las competencias en el aprendizaje matemático

Los estudios en el campo de las ciencias cognitivas han evidenciado aspectos fundamentales sobre el funcionamiento de la mente humana y el proceso que siguen las personas en la estructuración y el desarrollo del pensamiento (Pozo, 1996; Battro y Cardinali, 1996; Amestoy, 2002). Este campo de estudio interdisciplinar caracterizado por la confluencia de ciencias y disciplinas como la filosofía, la psicología, la neurociencia, la lingüística y la antropología (Thagard, 2008), han mostrado avances y nuevos puntos de discusión con repercusiones para la educación y la pedagogía, pues la comprensión que se había tenido hasta hace poco sobre la inteligencia y el funcionamiento del cerebro se ha re-evaluado, modificando las prácticas de enseñanza de los docentes y por tanto, los procesos de aprendizaje de los estudiantes. De acuerdo a Vygostki (1978, 1984), la relación entre desarrollo y aprendizaje ha encontrado tres líneas para su comprensión. El primer enfoque considera que el desarrollo es independiente de lo que el niño aprende; el segundo enfoque sostiene que el aprendizaje es el responsable del mismo desarrollo, y un tercer enfoque considera que el desarrollo es el resultado de los procesos fundamentales: maduración y aprendizaje.

Los anteriores planteamientos de Vygostki (1978) ponen de manifiesto que el desarrollo del pensamiento depende, por un lado, de un nivel real que tiene su origen en

la evolución de determinadas funciones psicointelectuales, y por otro, de un campo de desarrollo potencial denominado por el autor como: Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Estos dos niveles permiten explicar el desarrollo del sujeto tanto desde la maduración (dimensión interna) como desde el proceso de aprendizaje (dimensión externa). En palabras de Vygostki (1978), el nivel evolutivo real está asociado con las funciones mentales del niño las cuales son adquiridas y desarrolladas por procesos evolutivos determinados por la edad mental. Estas funciones mentales condicionadas por la edad mental hace relación a las capacidades de los sujetos para dar solución a problemas específicos de forma autónoma, por lo que las funciones psicointelectuales corresponderían a instrumentos o medios alcanzados por la persona como producto de un proceso natural de desarrollo evolutivo y que le permite al mismo hacer determinadas actividades o enfrentarse a situaciones específicas sin ayuda de otros.

Por otro lado, la ZDP es:

La distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz (Vygostki, 1978, p. 10).

La ZDP se refiere al ámbito externo del sujeto y a la potencialidad del mismo para procurar el desarrollo del pensamiento, el cual se puede entender como la capacidad para resolver un problema específico. En este sentido, la ZDP implica interacción y lenguaje, pues el individuo al intentar solucionar un problema encuentra en el otro una guía o un acompañamiento que le permite, no sólo abordar el problema específico, sino a desarrollar otras funciones mentales: “el nivel de desarrollo real del niño define funciones que ya han madurado, es decir, los productos finales del desarrollo, [y] la

ZDP define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración” (Vygostki, 1978, p. 10).

El desarrollo del pensamiento tiene relación directa con lo que Feuerstein, *et. al.* (1994) ha denominado como funciones cognitivas y operaciones mentales, elementos fundamentales que permiten dar un viraje a la comprensión que se tiene sobre la inteligencia. De acuerdo a Feuerstein (1980), la inteligencia es un ente dinámico y modificable, más no estático, caracterizado por la capacidad y la flexibilidad de adaptación al cambio.

Comprender lo que implica la inteligencia permite interpretar de mejor manera las funciones cognitivas, las cuales pueden ser entendidas como prerrequisitos en los que se apoya la inteligencia y que permiten la autorregulación del organismo y un correcto uso de la información (Feuerstein, *et. al.*, 1994). De acuerdo a Feuerstein (1979, citado por Zuñiga, 2006), “las funciones cognitivas como actividades del sistema nervioso explican, en parte, la capacidad del individuo para servirse de la experiencia previa en su adaptación a nuevas situaciones” (p. 150). Entonces, cuando las funciones cognitivas se encuentran en buen estado es posible que las operaciones mentales se ejecuten a fin de hacer un majeo efectivo de la información.

Feuerstein (1994) clasifica las funciones cognitivas en tres grandes grupos de acuerdo a las fases del acto mental, es decir, de la ubicación de cada función cognitiva respecto de la etapa del pensamiento que se activa. Las funciones cognitivas pueden ser de entrada, elaboración o salida. Cada una de estas funciones cognitivas permiten que se ejecuten un conjunto de acciones que son las responsables del tratamiento de la información para la elaboración de productos significativos en el espacio cultural. Feuerstein (1980) define las operaciones mentales como las “acciones interiorizadas, organizadas y coordinadas, con las que se elabora la información que recibe el sujeto”

(p. 106). Se trata de una actividad mediante la cual se interioriza y se exterioriza el objeto modificado del conocimiento y que puede ir de menor a mayor grado de complejidad y abstracción (Piaget, 1972).

Ahora bien, dentro de los diferentes campos que componen la educación básica, primaria y secundaria, pocas áreas han sido objeto de tantos estudios como las matemáticas. Las clásicas y continuas dificultades que suelen presentar los estudiantes en este campo han llevado de manera constante a buscar la esencia de dicha problemática, al tiempo en que se plantean estrategias y metodologías encaminadas a superarla, forjadas desde perspectivas tan diversas que van desde la pedagogía clásica hasta la psicología. Fue en este último campo donde se asentaron los trabajos de Whitney (1985) quien empezó a hablar de cómo la percepción misma de dificultad asociada a la cátedra, de forma preconcebida, se había convertido en un gran problema de carácter psicológico:

Los estudiantes son incapaces de comprender sobre qué trata la matemática escolar, por causas muy reales. Son falsamente juzgados como “faltos de esfuerzo”, y se les obliga a repetir el mismo trabajo una y otra vez. Esto no puede llevar sino a una gran ansiedad matemática, que desemboca en una crisis severa. (p. 123)

De esta forma, y a juicio del autor, la metodología clásica de enseñanza de la matemática, basada en el “esfuerzo” de los estudiantes, mediante la constante repetición de ejercicios y problemas no sólo no lograba explicar al educando de manera satisfactoria los cómo y porqués de sus estudios matemáticos, sino que además la repetición constante de ejercicios matemáticos, de forma mecánica dada la falta de comprensión mencionada, terminaba por imponer sobre los mismos una fuerte carga

psicológica, ya que se consideraba que su falta de éxito era originada en su igualmente propia falta de perseverancia y esfuerzo.

Esta perspectiva era compartida por Skemp (1987), quien consideraba que era indispensable acercarse al problema de las matemáticas desde una perspectiva psicológica, buscando crear herramientas pedagógicas que permitieran superar la aversión de los estudiantes hacia la cátedra, añadiendo además que dicha aversión se solidificaba por el paso de los años, a medida que el concepto de las matemáticas como una dificultad se iba consolidado a nivel social, causando estrés no sólo en docentes y estudiantes, sino incluso en los padres de estos últimos, lo que a su vez incrementaba la carga sobre los jóvenes.

En cuanto a la naturaleza misma del problema, Skemp (1987) consideró que este recaía en la perspectiva misma de la enseñanza, que de forma clásica se encuentra centrada en la simple transmisión rígida y mecánica de un conocimiento, basada en la repetición, en lugar de estimular el intelecto de los estudiantes.

Así, y tal como sintetiza Nelissen (1998), la idea tradicional de que las matemáticas consisten en un conjunto de reglas y conocimientos rígidos e indisputables, que deben ser aprendidos de forma estricta por el estudiante, se convierte en un obstáculo para el aprendizaje de dicha asignatura, ya que este pensamiento lleva a plantear metodologías planas de enseñanza, basadas en la repetición y la memorización, en lugar de en la comprensión y la intelectualización. De esta forma, y condensando lo mencionado hasta ahora, queda patente que para resolver los problemas tradicionales de aprendizaje matemático asociados a la educación básica, es necesario superar los esquemas tradicionales de enseñanza/aprendizaje que son asociados a dicha cátedra, creando para ello nuevas herramientas y metodologías que faciliten al estudiantado la comprensión de los conceptos matemáticos, al tiempo en que hacen la tarea más amena.

Explica Orozco y Labrador (2006) que las matemáticas siempre se han comprendido como una “una actividad compleja y de inteligencia superior” (p. 84), esto significa en el campo del desarrollo del pensamiento, las matemáticas requieren de un conjunto de operaciones formales para su abordaje, comprensión e interpretación. De allí que Orozco y Labrador (2006) señalen que los aportes de la neurociencia han dado lugar a que se discuta el tema del procesamiento de la información numérica a un nivel cerebral para impulsar un pensamiento matemático en el contexto de la enseñanza– aprendizaje.

Por otro lado, Aguilar *et. al.* (2002) señala que las operaciones mentales desde el sentido de desarrollo piagetiano corresponden a las acciones interiorizadas propias del “nivel superior de razonamiento humano cualitativamente distinto de las formas de pensamiento anteriores” (p. 383), y en el contexto matemático, las operaciones mentales que afectan el razonamiento formal facilitan la adaptación y el desempeño en la resolución de problemas matemáticos pues le permite al sujeto, entre otras cosas, tener un mayor control sobre su comportamiento y una mejor planificación de las tareas que requiere la resolución de determinado problema. Estas ideas traen implicaciones para la enseñanza de las matemáticas, pues el docente debe proponer una pedagogía que facilite el desarrollo y la potencialización de operaciones mentales en lugar de una estrategia basada en la memorización de contenidos, técnicas y procedimientos.

Así mismo, los conceptos de nivel real de desarrollo y ZDP propuesto por Vygostki (1978), indican que para la enseñanza de las matemáticas los docentes deben reconocer aquellas funciones psicointelectuales que son requisito para abordar determinados problemas matemáticos y que deben estar desarrolladas o maduras de forma plena en los niños, y a partir de esto proponer estrategias pedagógicas que busquen el desarrollo aquellas operaciones mentales que se encuentran en estado embrionario. Así, la función esencial del docente en matemáticas es pensar desde su dimensión pedagógica las

formas en que el niño puede llegar a comprender las matemáticas con un mayor grado de conciencia.

El niño empieza por preceptos. Pero desde la infancia comienza a discriminar, abstraer y generalizar a partir de los datos de la realidad circundante. Por supuesto, no entiende ni controla este proceso de abstracción, ni tiene conciencia de él al principio hasta que se suscita su atención sobre él, ocurre, simplemente. A medida que progresa la edad del sujeto se produce un mayor grado de conciencia y deliberación. Las abstracciones y generalizaciones prosiguen con mayor facilidad y rapidez si encuentra una variedad de experiencias estimulantes y si estas son paralelas al desenvolvimiento neurofisiológico del niño. El orden de sucesión es: percepción– abstracción– generalización. (Lovell, 1986)

En este orden de ideas, el desarrollo del pensamiento en cuanto a maduración de operaciones mentales representa una exigencia para el desarrollo de habilidades matemáticas, pero a su vez, la enseñanza– aprendizaje de las matemáticas son escenarios en los que se puede posibilitar la ZDP. Bajo esta perspectiva los docentes deben repensar su actuación en términos de enseñanza.

7.4 Tipología de los RED

La gran flexibilidad de los medios digitales hace que los Recursos Educativos basados en ellos se encuentren caracterizados por una muy marcada diversidad. Esta amplitud lleva a que la clasificación tipológica de los RED sea igualmente muy variada, cambiando entre un autor y otro, y según diversos enfoques. Esta dificultad de clasificación va aumentando con el tiempo, en la medida en que las Tecnologías de la Información y la Comunicación continúan desarrollándose de forma acelerada,

incrementando así las posibilidades para su aplicación dentro del entorno educativo (Rabajoli, 2012).

Sin embargo, en la búsqueda de algo de claridad sobre el tema, resulta posible establecer unas clasificaciones generales que guíen al docente a la hora de seleccionar los Recursos que le resulten de utilidad dentro de su cátedra, según sus necesidades y las de sus estudiantes. Siguiendo este criterio, y en su afán por promover la implementación de los RED en el territorio colombiano, el Ministerio de Educación Nacional (2012) ha establecido dos criterios de clasificación: tipos de RED desde lo educativo y tipos de RED desde los formatos de información digital. En cualquiera de las dos clasificaciones, el Ministerio de Educación Nacional ha denominado Recurso Educativo Digital abierto a todos los RED que están disponibles para su utilización sin necesidad alguna de pagos por licencias o derechos.

Tabla 1

Clasificación de los RED desde lo educativo

Recursos Digitales	Características.
Cursos Virtuales	Un curso virtual es una experiencia educativa completa, donde los participantes del proceso acceden a la información, contenidos y actividades educativos de manera principal por vías digitales, buscando con ello tanto la adquisición de conocimientos, como el desarrollo de competencias que permitan alcanzar los objetivos propuestos por el curso.
Aplicaciones para la educación.	Son programas y/o piezas de software diseñados y producidos para apoyar el desarrollo y cumplimiento de un objetivo, proceso, actividad o situación que implica una intencionalidad o fin educativo.
Objetos de Aprendizaje	En el contexto colombiano se ha definido como Objeto de Aprendizaje a una entidad digital con un propósito educativo, constituida por contenidos y actividades, que se dispone para ser usada y/o reutilizada.

Fuente: elaboración propia a partir de Ministerio de Educación Nacional (2012).

De esta forma, y siguiendo los contenidos de esta clasificación, la separación viene dada por el nivel de extensión y de profundidad de cada RED, al igual que por su

finalidad. Mientras un curso virtual busca reemplazar por completo una cátedra o un curso presencial, ofreciendo una experiencia educativa completa, una aplicación para la educación simplemente busca reforzar el cumplimiento de un objetivo específico dentro un proceso educativo. Los objetos de aprendizaje, por su parte, hacen alusión a las herramientas educativas de tipo digital que pueden ser usadas una y otra vez, adaptándose para las necesidades particulares de cada momento.

Tabla 2

Clasificación de los RED a partir de los formatos de información digital.

Recursos Digitales	Características
Textuales	Información presentada mediante caracteres escritos, al igual que mediante esquemas, diagramas, cuadros y mecanismos similares.
Sonoros	Información presentada por vías acústicas, usualmente en la forma de voz humana, en formas como discursos o diálogos.
Visuales	Elementos y secuencias de información presentadas a través del sentido de la vista, recurriendo a objetos como fotografías, dibujos, gráficas e ilustraciones.
Audiovisuales	Recursos que combinan contenidos, integrando elementos textuales, visuales y sonoros.
Multimedia	Elementos de información secuenciados principalmente de forma asincrónica, que articula, secuencia e integra múltiples formatos (textuales, sonoros, visuales y audiovisuales).

Fuente: elaboración propia a partir de Ministerio de Educación Nacional (2012).

Se ve en esta clasificación, además de una relación clara entre los elementos de información y los sentidos humanos de la vista y el oído como canales para recibir los contenidos, una complejidad progresiva. Así, los medios visuales abarcan a los textuales, y los audiovisuales incluyen contenidos visuales y sonoros. El mayor nivel de complejidad se encuentra en la multimedia, que abarca a todos los otros tipos de recursos de manera simultánea, lo que le permite una muy elevada capacidad de interacción.

7.5 Implicaciones educativas de los RED y su aporte al discurso de la adaptatividad

Siguiendo lo presentado en la clasificación, los Recursos Educativos Digitales pueden ser vistos tanto como un apoyo a las formas tradicionales de educación, un complemento que permita afianzar contenidos y desarrollar competencias, como un reemplazo completo de una determinada experiencia educativa (como es el caso de los cursos virtuales). Es decir, pueden ser vistos tanto como una herramienta educativa más que puede ser integrada dentro del aula, como prácticas educativas completas en sí mismas.

De cualquier forma, los RED tienen la capacidad de potenciar el proceso de aprendizaje, permitiendo al estudiante tanto adquirir conocimientos y contenidos teóricos, como desarrollar habilidades y competencias (García & Gonzales, 2006). De igual forma, la cercanía de los jóvenes actuales con los medios digitales, en conjunto con la flexibilidad de estos últimos, dota a este tipo de recursos con una serie de ventajas propias, que permiten potenciar el proceso de aprendizaje, tal como menciona Zapata (2012):

- La inclusión de elementos como la presentación multimedia, los tutoriales en video o los contenidos animados, permite motivar al estudiante en sus actividades de aprendizaje.
- El uso de las herramientas digitales permite ilustrar al estudiante no sólo sobre los conceptos y contenidos, sino también sobre los procesos que dan origen a estos, recurriendo para ello a herramientas como las simulaciones y laboratorios virtuales que representan situaciones reales o ficticias a las que no es posible tener acceso en el mundo real cercano.
- Facilita el autoaprendizaje, al permitir al estudiante aprender a su propio ritmo, accediendo a los contenidos en la medida en que los necesita, al tiempo en que le

permite repetir un contenido, tema o actividad las veces que le resulte necesario para su adecuada comprensión.

– La enorme flexibilidad de los recursos educativos digitales permite adaptarlos a las características específicas de los estudiantes con los que se trabaja, o a las necesidades del momento en un tema determinado.

Es por esta última ventaja que se suele hacer una relación directa entre los RED y el discurso de la educación adaptativa. La educación moderna busca reconocer las diferencias que se presentan en cada estudiante, tanto en su condición de persona como en su forma de aprendizaje, desarrollando a partir de esta comprensión de la diferencia herramientas que permitan optimizar el proceso educativo para cada sujeto, adaptándose a sus necesidades específicas (García, 1997). Siguiendo este objetivo, la flexibilidad de los medios digitales hace que los RED se conviertan en la herramienta óptima para una educación individualizada, ya que pueden ser adaptados para satisfacer de las necesidades educativas de los individuos con los que se trabaja, reconociendo sus fortalezas y debilidades, para sacar provecho de las primeras y ayudarle a superar las segundas.

7.6 Los RED y su integración con el aprendizaje lógico matemático

Los recursos educativos digitales (RED) cumplen un rol fundamental y significativo en las escuelas de hoy, exigiendo de las mismas y sus profesores adopciones, reflexiones y nuevas posturas en torno a la enseñanza y al aprendizaje (Mauri y Onrubia, 2008; Ferreiro, 1997; Ferreiro, 2004; Coll, 2008; entre otros). (Farah, 2005) sugiere una pregunta primordial que atañe a las escuelas en la actualidad: ¿Qué pueden

aportar las herramientas digitales a la enseñanza de las matemáticas? Esta pregunta es abarcadora y fundamental toda vez que la sociedad del conocimiento manifiesta, entre muchas otras de sus características, el desarrollo e incorporación creciente de nuevas tecnologías en todos los ámbitos, entre estos, la educación.

De este modo, elementos como la computadora propician el diseño y uso de *software* que a través de sus sonidos, imágenes y realidad virtual activan la atención de los niños y las niñas. Por su parte, Almenara y Cejudo (2008), describen que las nuevas herramientas generan diferentes entornos de formación y comunicación, impactando “los procesos de enseñanza– aprendizaje, las formas en que se comunican los profesores y los alumnos, las maneras de interaccionar los estudiantes con la información y los contenidos [...]” (p. 8), excluyendo las tradicionales tecnologías como el pizarrón, la tiza, los cuadernos, las máquinas de escribir, etc. (Ferreiro, 2004).

Como describe Ferreiro (2004), hace cerca de 30 años no era común pensar en el uso de computadoras personales, las cuales han impactado el trabajo, los hogares y, por último, la escuela. Para Ferreiro (2004) se ha pasado de *niños televisivos* a *niños informatizados*, es decir, niños que han crecido con el pleno conocimiento de la existencia de una tecnología determinada, primero el televisor y luego el computador. Lo que subyace de este proceso son las relaciones que se han establecido con estas tecnologías, las cuales enmarcan una forma de comprender e interpretar la realidad. Sobre el concepto de *niños informatizados*, afirma Ferreiro (2004) que estos son “niños cuyos esquemas interpretativos para entender el mundo social y para generar expectativas sobre el comportamiento de los objetos culturales están contruidos a partir de *saberes informáticos*, por incipientes que estos saberes sean” (p. 2).

Por lo anterior, reconocer e identificar aquellas características que sobresalen de las interacciones que viven los niños y las niñas en la actualidad resulta fundamental y

necesario para el diseño de estrategias pedagógicas. En otras palabras, las herramientas tecnológicas conforman el amplio abanico de elementos que estructuran la cultura de los niños y las niñas, hecho que trae implicaciones en términos formativos, pero que la escuela se resiste a reconocer a fin de modificar sus prácticas.

En resumen, la relación entre el desarrollo de tecnologías de uso social y la institución educativa es un tema complejo. En general, las tecnologías vinculadas con el acto de aprender tuvieron repercusiones (no siempre positivas, como fue el caso del bolígrafo y la máquina de escribir). Pero la institución escolar es altamente conservadora, reacia a la incorporación de nuevas tecnologías que signifiquen una ruptura radical con prácticas anteriores. La tecnología de las PC e Internet dan acceso a un espacio incierto, incontrolable; pantalla y teclado sirven para ver, para leer, para escribir, para escuchar, para jugar... Demasiados cambios simultáneos para una institución tan conservadora como la escuela (Ferreiro, 2004).

Sin embargo, también es relevante reconocer que la hipermediación y los elementos tecnológicos no son la solución definitiva a los problemas relacionados con el aprendizaje de matemáticas por dar un ejemplo, pero en este espectro se puede dar valor a las posibilidades que plantea:

[...] ampliación de la oferta informativa, creación de entornos más flexibles para el aprendizaje, eliminación de las barreras espacio- temporales para la interacción entre el profesor y los estudiantes, incremento de las modalidades de comunicación, potenciación de escenarios y de entornos interactivos, favorecer tanto el aprendizaje independiente como el aprendizaje colaborativo, ofrecer nuevas posibilidades para la orientación y la tutorización, permitir nuevas modalidades de organizar la actividad docente, potenciar la movilidad virtual de los estudiantes, romper los clásicos escenarios de formación, crear entornos diferenciados adaptados a las características cognitivas de los estudiantes, a sus

estilos de aprendizaje y a sus inteligencias múltiples [...]. (Almenara y Cejudo, 2008, p. 9).

Así mismo lo expresa (Farah, 2005), para quien las dificultades asociadas al aprendizaje de algunos temas de matemáticas siguen subsistiendo con o sin herramientas informáticas, razón por la cual sólo debe interpretarse los elementos tecnológicos como escenarios de reconfiguración de la comunicación en donde se declara obsoleta la idea de alfabetizar con un único texto, el énfasis pedagógico por un solo método y la idea de una sola fuente de información. Por otro lado, en una escuela que ha sido influenciada por los lineamientos de organismos multilaterales y adoptados a través de políticas educativas por los Estados, el margen de decisión, reflexión y acción de los profesores se ha reducido, razón por la que es necesario brindar espacios para generar cambios en la manera de enseñar a pensar y analizar conforme a su profesionalismo consciente y autorregulado (Braslavsky, 1995).

Ahora bien, frente a estas nuevas exigencias y posibilidades, los profesores deben tener la capacidad de adaptación y aprendizaje continuo, es decir, habilidad para aprender el uso de los elementos tecnológicos que permita una mayor aceptación de diversos temas, y que vaya más allá de los libros, incluyendo la herramienta multimedia (Almenara y Cejudo, 2008). Por su parte, Graells (2013) describe que las TIC no generan resultados en el aprendizaje de forma mágica ni automática, sino que es la mediación pedagógica, que incluye actividades planeadas, la que promueve uno u otro aprendizaje. Así mismo lo conciben Mauri y Onrubia (2008) al señalar que la integración de la hipermediación no sólo obliga al profesor a dominar un elemento o instrumento tecnológico sino una nueva cultura del aprendizaje en donde lo más importante es la formación en capacidades para el manejo y organización de la información.

Las escuelas se encuentran en un escenario complejo y de constante variación como producto del uso cada vez mayor de las herramientas tecnológicas. No se trata de simples instrumentos, medios o sistemas, sino de una verdadera cultura que configura las vidas de los niños y niñas, y por ende, los procesos de enseñanza– aprendizaje. Al decir que los elementos informáticos configuran los procesos educativos se afirma que los mismos no implican una solución definitiva a los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de permutaciones sin repetición, por citar el tema que corresponde al presente proyecto, sino que el uso de los mismos hace que las prácticas pedagógicas sean más coherentes con el mundo en que se vive.

7.7 El aprendizaje de los sistemas de representación

El aprendizaje básico del ser humano, por naturaleza, se realiza a través de sus sentidos. La información que entra por medio de la vista, el oído, el tacto, el olfato y el gusto es procesada por el cerebro y se convierte en conceptos e ideas, que a su vez se encuentran directamente relacionados con las percepciones sensoriales originales (Blander, 1976). De esta forma, términos como blanco, negro, lejano y cercano están asociados a percepciones visuales, conceptos como frío, caliente, suave y áspero a percepciones táctiles, e ideas como silencio, ruido, voz o música a percepciones auditivas, por poner algunos ejemplos.

Así, mediante este proceso se configura una relación directa entre dos elementos: un concepto externo, contenido inicialmente en un impulso sensorial, y un concepto mental, formado por la intelectualización y racionalización de dicho impulso sensorial. Esta relación no es de carácter unidireccional, sino que puede retroalimentarse y moverse en ambos sentidos. Por ejemplo: la palabra frío puede evocar en la persona la sensación táctil, de la misma forma en que esta última puede traer a la mente la palabra.

Hablando ya de forma más extendida las representaciones – nombre dado a estas relaciones– , vienen a señalar una configuración mental en la que un elemento conceptual, como un número o una palabra, viene a *representar* algo más, usualmente dentro del mundo material (Goldin, 2002). Así, una palabra hace alusión a un objeto real, un nombre a una persona o un número hace alusión a un conjunto de objetos o a una posición dentro de un orden. De igual manera, y siguiendo el concepto, el término representación puede tomar dos formas: internas y externas. Las representaciones internas hacen referencia directa los conceptos mentales por sí mismos, mientras que las representaciones externas aluden a elementos como palabras, números, ecuaciones o gráficas, es decir elementos externos en los cuales se condensan, o se intentan condensar, las representaciones mentales.

Dado que estas representaciones resultan naturales al ser humano y a su proceso de aprendizaje, pueden – y deben– ser tenidas en cuenta en los procesos de enseñanza académicos, indistintamente de la asignatura impartida. En el campo de las matemáticas, si bien suele pensarse que el aprendizaje de dicho campo es una actividad puramente racional, y por consiguiente un proceso de carácter meramente lógico e interno, la verdad es que tampoco se encuentra exento de un carácter representacional, ya que, como se mencionó, los elementos que hacen parte del lenguaje matemático (números, ecuaciones, gráficas) también son representaciones, razón por la cual los sistemas de representación pueden ser utilizados como herramientas de aprendizaje matemático de gran utilidad. Sobre este particular, es decir sobre el elemento representativo inherente al aprendizaje de resolución de problemas, Cheng (1999) mencionó:

Trabajar en la ciencia cognitiva de la solución de problemas, al igual que en la naturaleza de las representaciones, ha demostrado el papel fundamental que las

representaciones tienen en la cognición humana, especialmente en el razonamiento y la resolución de problemas. Siguiendo el trabajo de Skemp y otros, el análisis representacional y el diseño de proyectos está extendiendo dicho trabajo en el campo del aprendizaje, y especialmente del aprendizaje conceptual. (p. 110)

De esta forma, las herramientas de carácter representativo se convierten en instrumentos de gran utilidad para lograr que el estudiante incorpore a su propio conocimiento, de manera más firme y natural, los conceptos fundamentales que sostienen el razonamiento matemático, lo que a su vez se convertiría en un gran potenciador de su aprendizaje general en dicha área. Sobre el tema en particular, y en apoyo a la necesidad de incluir la representación en la enseñanza matemática, Goldin (2002) mencionó:

El estudio de la representación en el aprendizaje matemático nos permite – al menos de forma potencial– describir con cierto detalle el desarrollo matemático del estudiante en interacción directa con su entorno escolar, y de esta forma desarrollar métodos de enseñanza capaces de desarrollar el potencial matemático de los alumnos. Así, se convierte en una importante herramienta para lograr las metas de la educación pública a gran escala. (p. 198)

Siendo la anterior la razón por la cual Goldin y sus colegas se esforzaron (con resultados positivos) porque el estudio de las representaciones fuese incluido por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos como uno de los procesos principales que debían ser implementados en los *Principios y Estándares de la Educación Matemática* (NCTM, 2000), que son las guías y recomendaciones de cátedra presentadas por este consejo para el general de los educadores de la asignatura de matemáticas en el país norteamericano. Esta incorporación, por los aspectos mencionados, debe estar llamada a convertirse en un ejemplo a seguir por el resto de las

naciones del continente americano, especialmente en aquellas interesadas en potenciar el aprendizaje matemático de sus jóvenes en edad escolar.

7.8 Permutaciones sin repetición

En el campo de las matemáticas, las permutaciones son entendidas como una función biyectiva de un conjunto sobre sí mismo. En un lenguaje más amplio e intuitivo, esto podría ser expresado como la reacomodación del total de los elementos que hacen parte de un grupo o conjunto, teniendo como criterio guía el orden de los mismos (Grimaldi, 1994). Es decir, una permutación matemática hace referencia al reordenamiento de un conjunto de elementos previamente individualizados y agrupados. De esta forma, y a manera de ejemplo, la secuencia (2, 1, 3) es una permutación de la secuencia original (1, 2, 3) o la palabra roma es una permutación de la palabra amor, ya que ambas poseen el mismo conjunto de letras pero en un orden diferente.

Las permutaciones, a su vez, pueden ser divididas en dos tipos básicos, las permutaciones con repetición y las permutaciones sin repetición. Las primeras hacen referencia a permutaciones sobre series de objetos donde existen elementos repetidos, como la serie numérica (1, 2, 3, 2, 1) y donde por consiguiente la reacomodación de los elementos daría lugar a algunas secuencias también repetidas. En cuanto a las permutaciones sin repetición, estas tienen lugar en grupos donde todos los elementos son diferenciados, como la serie numérica (1, 2, 3, 4, 5), y por consiguiente se puede obtener un número determinado de permutaciones sin que se repita ninguna secuencia (Brualdi, 2010). Dentro del concepto de las permutaciones en general, y de las permutaciones sin repetición de forma especial, el componente central es el orden de la secuencia en que se presentan los elementos. Tal como menciona Grimaldi (1994) “La palabra central aquí es *arreglo (disposición)*, ya que designa la importancia del *orden*.”

Si las letras ABCDE designan a cinco estudiantes diferentes, entonces BDCEA, DABCE y EBADC son tres arreglos diferentes, así todos involucren a los mismos estudiantes” (p. 6).

En lenguaje simbólico, las permutaciones sin repetición de n elementos, utilizándolos todos, corresponden a $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$. Si se utiliza un subconjunto r de los n elementos, las permutaciones corresponden a $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$.

Por otra parte, cuando los n elementos se van a reorganizar en forma de círculo, como al ubicar comensales alrededor de una mesa, se tiene una permutación circular y esta corresponde a la expresión $PC_n = P_{n-1} = (n-1)!$

El estudio de las permutaciones está enmarcado en el Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 47), corresponde al estándar “Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad – combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazo–” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 89) y está asociado al derecho de aprendizaje “Calcula e interpreta la probabilidad de que un evento ocurra o no ocurra en situaciones que involucran conteos con combinaciones y permutaciones” (Ministerio de Educación Nacional, 2015, p. 88).

Finalmente, es de destacar que las permutaciones sirven para solucionar problemas de la vida real y de las matemáticas en general; al igual, han tenido una participación importante en el área de la programación de computadores y la creación de software (Knuth, 1998), razón por la cual su estudio se convierte en un elemento de vital importancia dentro de las matemáticas escolares, ya que no sólo aporta bases para la comprensión de otras áreas de dicha asignatura, sino que además se convierte en uno de los cimientos para la comprensión y desarrollo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

7.9 Videojuegos como RED en el aprendizaje matemático

Ahora bien, es importante saber que en las últimas dos décadas la industria de los juegos de video ha tenido un crecimiento casi exponencial, de tal forma en que resulta difícil encontrar un joven que no sea aficionado a los mismos, o que al menos no se encuentre familiarizado con ellos. Si bien, por regla general, la mayoría de los educadores y de padres de familia ve a los videojuegos como un factor de distracción negativo o incluso como una influencia perjudicial, de forma relativamente reciente ha empezado a visualizarse que los mismos pueden llegar a tener un amplio potencial al ser usados como herramientas educativas (Griffiths, 2002).

No sólo se ha comprobado que los videojuegos tienen la capacidad de potenciar habilidades de coordinación mente– cuerpo como la visión periférica, la ubicación espacial y los reflejos (Subrahmanyam & Greenfield, 1994), sino que además la experimentación ha demostrado que, con la debida implementación, pueden ser usados como medios para la enseñanza de conocimientos específicos. De este modo, en muchas escuelas, sobre todo en Estados Unidos, el número de docentes que recurren a los juegos de video como parte de la enseñanza de sus cátedras ha ido en aumento. En relación con esta implementación en Norteamérica de los videojuegos como una herramienta educativa, Malykhina (2014) menciona:

Los videojuegos tienen un papel cada vez más importante en los currículos escolares en la medida en que los profesores empiezan a utilizarlos para para impartir lecciones en campos tradicionales como las matemáticas y la lectura – sin mencionar el aprendizaje de habilidades nuevas como la programación de computadores– , aprovechándose de que son un formato que mantiene atrapado el interés de los estudiantes (p. 1)

De esta forma, la autora nos muestra de forma condensada las ventajas que tienen la utilización de los juegos de video en el entorno educativo: no sólo son una herramienta con la que los jóvenes actuales tienen gran familiaridad, al tiempo que la encuentran atractiva y divertida; sino que, además, por su flexibilidad pueden ser usados tanto para reforzar lecciones en asignaturas tradicionales que suelen representar dificultad para los estudiantes, como las matemáticas, la física o la comprensión de lectura, así como ayudarlos a adquirir conocimientos (e interés) en nuevos campos.

Sobre este particular Mackay (2013), quien hace parte de la oficina para el aprendizaje en línea de la Universidad de Stanford, señala dos aspectos que a su juicio se convierten en razones de peso para impulsar el papel de los videojuegos en el campo de la educación: la interacción y la capacidad de hacer elecciones. El primero, la interacción, ayuda a mantener capturada la atención del estudiante, que no es sólo el sujeto pasivo de un proceso de aprendizaje, sino que toma parte activa en el mismo. En cuanto a la capacidad de hacer elecciones, la interacción de los videojuegos, al ser usada de forma correcta, hace que el estudiante aprenda a tomar decisiones a partir de la información que tiene a su disposición. A esto, además, el autor señala que por tradición los videojuegos han tenido la capacidad de reforzar aspectos complementarios de gran importancia, como el trabajo en equipo o la capacidad de tomar riesgos, que pueden ayudar al estudiante en su vida personal.

8. DESCRIPCIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN

En la descripción de la implementación se da a conocer el proceso realizado a lo largo de la fase de intervención de la investigación, se expone el modelo de diseño instruccional utilizado y se describe el ambiente o recurso utilizado. En este caso, se particulariza sobre las características del recurso educativo digital adaptativo El Rescate del Reino y su articulación con la propuesta instruccional adoptada.

Uno de los elementos que sustenta la pertinencia del diseño e implementación de la investigación es su articulación con la realidad escolar, el horizonte institucional y el enfoque pedagógico del colegio. El recurso didáctico que se crea y se propone en la investigación debe adaptarse a la problemática identificada a la cual responde y no lo contrario; en esta vía, Moreira (2003) afirma que “todo material educativo es un recurso o instrumento que responde a las exigencias curriculares de una materia y nivel educativo” (p. 38).

8.1 Proyecto Educativo Institucional

El Proyecto Educativo Institucional (PEI) del Colegio General Gustavo Rojas Pinilla se titula “Creatividad y Saber: Expresiones del Talento Gustavista. Paz, justicia, libertad, creatividad” se caracteriza por orientar a la institución en la formación de valores y la exploración de talentos, desde la creatividad y el saber. El PEI describe el acto educativo con un enfoque social, cognitivo y humanista, a través de la socialización y el crecimiento individual y colectivo.

El recurso educativo El Rescate del Reino, por su carácter de adaptativo, su diseño y su estructura, responde al carisma de la institución y se constituye en una opción interesante y bienvenida desde el horizonte institucional del colegio. La utilización del recurso está orientada al favorecimiento de la educación inclusiva (educación para todos), que es uno de los pilares del colegio, pues esta institución cuenta con integración curricular de estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE).

Este proyecto de investigación constituye una oportunidad creativa y sin precedentes en la institución de promover la justicia y la libertad (principios Gustavistas) al ofrecerle a la comunidad educativa una estrategia pedagógica adaptativa con enfoque diferencial que reconoce que los seres humanos aprenden de distinta manera y que en la escuela se debe valorar y abordar los diferentes estilos de aprendizaje.

8.2 Descripción de El Rescate del Reino

El Rescate del Reino sumerge al usuario en un entorno medieval fantástico donde un país es amenazado por el resurgir de unos caballeros negros que en el pasado estuvieron a punto de destruirlo. Como la magia que los mantenía cautivos se está agotando, es el usuario del recurso quien debe encargarse de recargar la magia y salvar así el reino, a través de la superación de algunas pruebas asociadas al aprendizaje y ejercitación del cálculo de permutaciones sin repetición.

El sumo sacerdote del reino es quien orienta al usuario durante toda la travesía. Al principio, le propone dos test para conocerlo mejor (test de diagnóstico sobre presaberes para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición – anexo 1 – y test de kolb para determinar su estilo de aprendizaje – anexo 2 –). De estos 2 test dependerá la ruta que tomará el usuario, pues el primero lo llevará a un programa de refuerzo para adquirir los

presaberes faltantes y el segundo le asignará un personaje asociado al estilo de aprendizaje diagnosticado, con un camino propio:

Para el *convergente*: Tu honor es notable y tu valor es admirable. Serás un paladín del reino. Tu corazón y tu espada nos salvarán del ejército de los caballeros negros.

Para el *divergente*: Tu inteligencia es digna de admiración y tu prudencia te convierte en un aprendiz perfecto de la sabiduría. Serás el mago del reino. Tus habilidades nos salvarán del ejército de los caballeros negros.

Para el *asimilador*: Nuestro defensor debe ser un incansable buscador de la verdad y de la ciencia. Con tus conocimientos y sabiduría nos salvarás del ejército de caballeros negros. Serás el alquimista del reino.

Para el *adaptador*: Eres muy hábil para aplicar cada día de los conocimientos que posees y sabes descubrir la verdad en el mundo, la vida y en los acontecimientos. Serás el explorador del reino. Con tu audacia y tu forma práctica de ver la vida, salvarás nuestro reino el ejército de caballeros negros.

Una vez se han nivelado los saberes previos requeridos y se ha asignado el personaje, comienza la aventura del recurso, donde se desarrolla la historia de la magia y los caballeros negros simultáneamente a la enseñanza de las permutaciones sin repetición en forma adaptativa. Las elecciones y respuestas que el estudiante va dando en el transcurso de la historia pueden variar su camino, el tiempo de uso del recurso y la revisión de lecciones adicionales necesarias para llegar al final y cumplir su misión.

En cuanto a la información técnica de El Rescate del reino, este fue desarrollado en el lenguaje de programación Visual Basic 6.0, su instalador fue creado con Visual Estudio 6.0, sus imágenes y animaciones fueron realizadas con Corel Draw y acrobat player y es compatible con Windows Xp, 7 y 10.

8.3 Enfoque Pedagógico

El enfoque social, cognitivo y humanista del Colegio Gustavo Rojas Pinilla pretende convocar el desarrollo máximo y multifacético de las capacidades, intereses y actitudes del estudiante. Este desarrollo se ve influenciado por la sociedad, el sector productivo y la educación, y se pretende que genere la construcción de un espíritu colectivo, conocimiento científico, manejo adecuado de las emociones, sana convivencia y el despliegue de los talentos artísticos.

El modelo Humanista le aporta al enfoque pedagógico el interés Gustavista por el desarrollo de la dimensión socioafectiva de los individuos, de las relaciones interpersonales y de los valores en escenarios educativos como factores determinantes o al menos influyentes en el aprendizaje de los estudiantes.

El enfoque pedagógico da lugar a 4 competencias institucionales a las que debe apuntarle todo acto educativo en el colegio: Competencia intelectual, competencia comunicativa, competencia social y competencia estética. “El Rescate del Reino”, como un recurso educativo digital adaptativo, se enmarca dentro de los principios del enfoque pedagógico del colegio y, aunque su esencia lo orienta principalmente hacia el desarrollo de la competencia intelectual en la dimensión cognitiva, involucra procesos que favorecen el desarrollo de la competencia comunicativa (variedad de sistemas de representación), de la competencia social (actividades que vinculan elementos de aprendizaje colaborativo) y de la competencia estética (elementos gráficos, narrativos y dinámicos que pueden ampliar los aprendizajes de los estudiantes en sus clases de media fortalecida).

8.4 Diseño Instruccional

Para el diseño e implementación de “El Rescate del Reino” se requiere de un adecuado diseño instruccional que garantice la mejor utilización, pertinencia, oportunidad y aprovechamiento del recurso.

Actualmente, hay variadas y diversas propuestas de diseños instruccionales, mas para la creación y uso de “El Rescate del Reino” se tomó el Modelo *Assure*, que orienta adecuadamente el proceso de planeación y utilización de recursos digitales educativos y cursos virtuales.

Como lo describe Belloch (2012), el Modelo *Assure* consta de 6 procedimientos, que básicamente son:

1. *Diagnóstico de los estudiantes*: características, intereses, antecedentes, aspectos sociales, económicos, culturales y estilos de aprendizaje, entre otros.
2. *Establecimiento de los objetivos de aprendizaje*: preparación de la lección para asegurar y garantizar el aprendizaje, al haber ya reconocido las particularidades de los estudiantes (procedimiento 1).
3. *Selección de estrategias, medios, tecnologías y materiales*: el investigador – realizador elige cuáles son los elementos que tendrá el recurso así como las introducciones, textos, animaciones y estrategias para garantizar que el material digital y su utilización propicien el aprendizaje esperado en los estudiantes.
4. *Utilización de los medios y materiales*: una vez seleccionados los elementos del recurso y las estrategias, estos deben incorporarse de tal manera que se estructuren en forma óptima para el cumplimiento de los objetivos.
5. *Participación activa de los estudiantes*: El estudiante analiza y sintetiza la información del ambiente virtual. Como el tutor lo conoce (procedimiento 1), ha

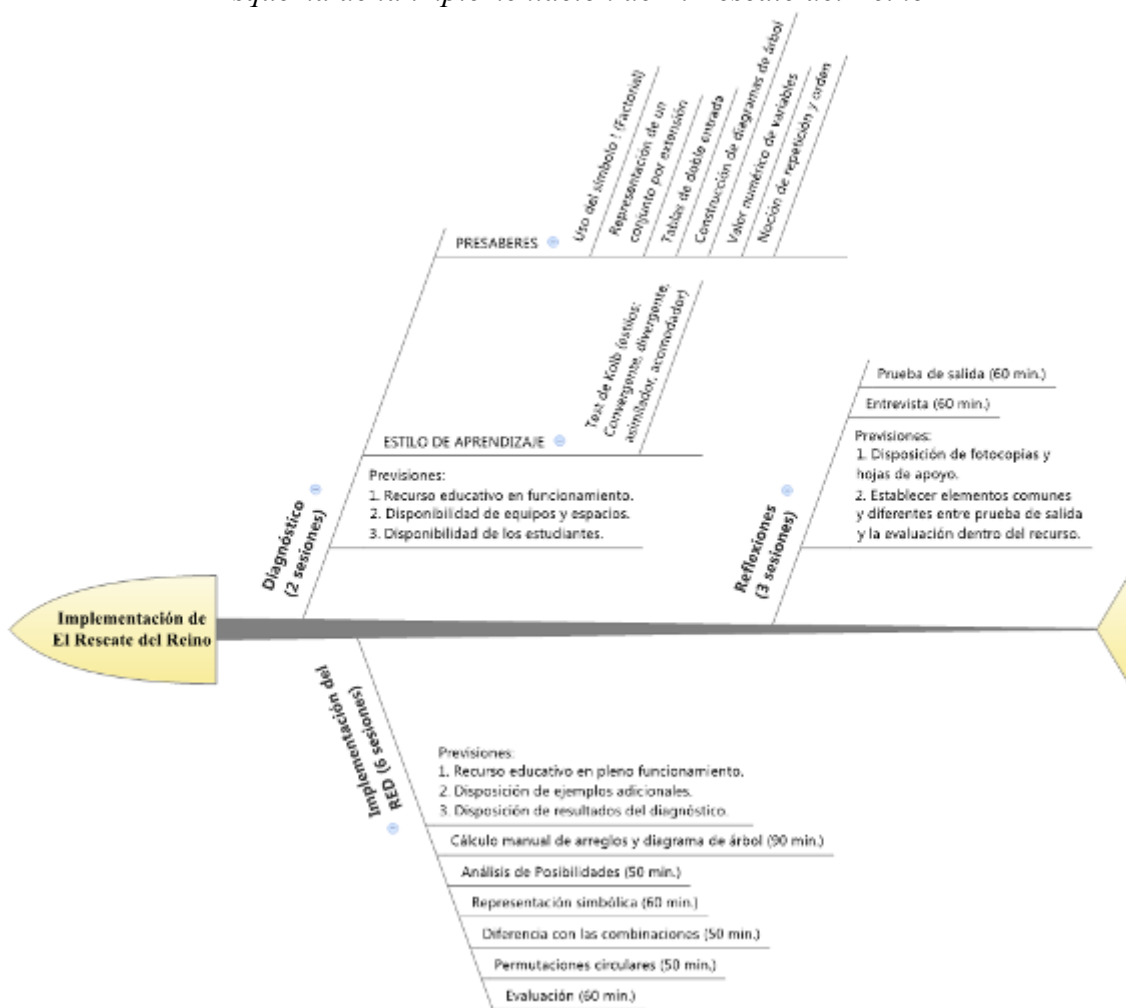
dispuesto todo para que él se involucre participativa y activamente en todos los procesos diseñados para lograr su aprendizaje.

6. *Evaluación y revisión de la implementación y resultados del aprendizaje:* El tutor evalúa el logro de los objetivos de aprendizaje, el proceso de instrucción y el impacto del uso de la tecnología en los procesos instruccionales.

8.5 Etapas de la implementación del recurso

En la figura 1 se presentan las etapas de la implementación de El Rescate del Reino.

Figura 1
Esquema de la implementación de El Rescate del Reino



Fuente: Elaboración propia.

8.6 Impacto en el Problema Educativo Planteado: TIC– Educación

El desarrollo de esta investigación aporta, sin duda, a la incorporación de las TIC en las instituciones educativas y en la transformación de las prácticas de aula para la enseñanza de las matemáticas.

El uso de un recurso digital con un enfoque diferencial basado en el reconocimiento y aprovechamiento de los estilos de aprendizaje, desde la propuesta teórica adoptada, articula la mediación pedagógica con las TIC y promueve una alianza importante entre ellas.

Además de lo anterior, el uso del recurso adaptativo eventualmente puede favorecer la apertura del cuerpo docente y administrativo frente a la inversión en creación de herramientas de este tipo, capacitación de docentes, diseño de protocolos y estrategias para la identificación y valoración de los estilos de aprendizaje y la curricularización de la adaptatividad como parte del PEI del colegio.

8.7 Prueba Piloto

La prueba piloto de El Rescate del Reino se realizó en la Fundación Siervos de Jesús, entidad sin ánimo de lucro que apoya a niños y jóvenes en la provisión de almuerzos y apoyo pedagógico a través de refuerzo escolar. Esta prueba fue apoyada y autorizada por Luz Maritza Murillo, quien es la representante legal de la fundación (Anexo 7).

En el desarrollo de la prueba piloto, la señora Luz Maritza reunió a cuatro estudiantes que cursan grado undécimo y en los dos computadores que hay disponibles les permitió

acceder al recurso educativo una vez fue instalado. A partir de ese momento, los estudiantes interactuaron con el recurso, se les asignó un perfil, de acuerdo con su estilo de aprendizaje, leyeron las lecciones presentadas en el Rescate del Reino y desarrollaron los ejercicios hasta la parte que involucra las permutaciones con subgrupos, pues allí se presentó una falla en el juego y no se pudo acceder al final de la historia. Posteriormente, se les solicitó que expresaran sus opiniones y emitieran un concepto sobre El Rescate del Reino y su experiencia al utilizarlo.

De acuerdo con los resultados, comentarios y observaciones realizadas en la prueba piloto, los principales ajustes que tuvieron que hacerse fueron una revisión del código del programa, por parte del ingeniero programador, para que los usuarios pudieran acceder a la parte final de la historia, algunas revisiones en las realimentaciones que el juego le da al participante cuando se equivoca de respuesta y una nota de aclaración sobre la necesidad de ajustar la resolución de la pantalla a 1024 x 768, para que todos los contenidos sean visibles y legibles.

9. DISEÑO METODOLÓGICO

El diseño metodológico expone el método, enfoque, población, instrumentos, etapas y demás elementos significativos para el desarrollo de la investigación educativa. En este estudio, se explora con apoyo de la teoría, el enfoque cualitativo, en el marco de la investigación acción y se justifica el mismo en términos de necesidad según el objeto de estudio y los modos de actuación asociados a la intervención. Del mismo modo, se exponen las razones por las cuales el estudio se enmarca en el método cualitativo y los instrumentos y técnicas de uso. En este marco metodológico se describe la población del estudio, en cuanto a sus características y cualidades sobresalientes. Los instrumentos a utilizar son: observaciones, entrevistas y pruebas escritas que servirán de pretest y postest para los estudiantes participantes. Por último, se describen las etapas o el procedimiento de la investigación junto con los elementos éticos que serán tenidos en cuenta para el desarrollo del estudio.

9.1 Sustento Epistemológico

Esta investigación es de carácter cualitativo, de acuerdo con las principales características que definen sobre este enfoque Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista (2010):

1. En la investigación se pueden desarrollar hipótesis y preguntas previas, simultánea y posteriormente a la recolección y análisis de datos.
2. El primer acercamiento al campo implica una sensibilización con el ambiente, las situaciones, las realidades, los participantes y el objeto de estudio.

3. Aunque el investigador plantea un problema y una metodología, no está obligado a seguir rigurosamente un proceso previamente definido. En el trabajo con estudiantes, sus aportes, inquietudes, aprendizajes y cuestionamientos pueden reorientar el trabajo del investigador en cualquier momento.
4. El proceso de investigación es eminentemente inductivo (explorar, describir y luego generar conclusiones).
5. El enfoque cualitativo involucra el uso de métodos no estandarizados de recolección de datos. A partir de la información recolectada no se hace una medición numérica de acuerdo con las técnicas estadísticas, sino que se describen las perspectivas, puntos de vista de los participantes, sus interacciones, sus logros y sus dificultades. El investigador genera datos cualitativos.
6. El investigador utiliza técnicas e instrumentos como la observación no estructurada, las entrevistas abiertas, la revisión de documentos y las discusiones en grupo, entre otros.
7. Los resultados de los estudios cualitativos no intentan establecer generalizaciones a poblaciones más grandes, sino que están orientados a la comprensión de situaciones y vivencias en un ambiente específico, cuyos datos contribuyen al entendimiento del fenómeno estudiado.

Como esta investigación se desarrolló en aulas de clase, a través de la interacción entre la población de estudiantes, el docente investigador y el recurso educativo digital adaptativo sin que fuese posible predecir los resultados y contando con la posibilidad de replantear permanentemente las actividades y dinámicas a desarrollar, las características del enfoque cualitativo se ajustan a este trabajo de investigación.

9.2 Fase Preparatoria

La fase preparatoria partió de la construcción del marco teórico y un nutrido estado del arte o revisión bibliográfica; por tanto, los métodos utilizados corresponden a investigaciones cualitativas de orden descriptivas y de análisis documental, razón por la cual el estudio propuesto corresponde a un nuevo escenario de investigación que busca contribuir al avance de la investigación sobre permutaciones desde los hallazgos que se puedan encontrar a partir de un proceso de investigación acción apoyado en el uso de elementos tecnológicos.

9.3 Diseño de la Investigación

Teniendo en cuenta que esta investigación pretendió determinar qué aportes suministra la utilización de El Rescate del Reino en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo del Colegio Gustavo Rojas Pinilla, esta se plantea como una Investigación acción participativa, de acuerdo con las orientaciones que sobre ella hace Ander-Egg (2003) cuando afirma que

“concibe al colectivo con el que se trabaja y a cada uno de sus miembros, como el principal e insustituible recurso metodológico... que la gente tenga intervención en el estudio de su realidad, en la programación de lo que se decide realizar y en la forma de llevarlo a cabo” (p. 4 y 5).

Como esta investigación se dio en el marco de las ciencias sociales, específicamente en la educación, y la población de estudiantes fue participante activa en todo el proceso (sus creencias, experiencias, expectativas, vivencias y resultados en este proceso, son

los insumos para el cumplimiento de los objetivos), la Investigación Acción Participativa (I.A.P.) es la más pertinente.

De acuerdo con el Instituto de Estudios Ambientales de la Universidad Nacional de Colombia (UNAL), las características de la Investigación Acción participativa son, principalmente:

1. Una acción compartida con retroalimentación de los resultados en cada caso.
2. Una metodología dinámica e interactiva.
3. Una investigación formadora (análisis por la comunidad de sus problemas y de su situación): es decir, una actividad educativa, que combina aspectos informativos y formativos.
4. Una investigación permanente.
5. La acción crea nuevas necesidades de investigación.

Las etapas que se desarrollan en esta investigación se basan, en general, en la propuesta que hace Joel Martí, en su artículo *La Investigación – Acción Participativa. Estructura y Fases* (Martí, 2000):

Etapas de pre- investigación: Síntomas, demanda y elaboración del proyecto

1. Detección de síntomas y realización de una demanda de intervención.
2. Planteamiento de la investigación.

Primera etapa. Diagnóstico.

Conocimiento contextual del territorio y acercamiento a la problemática a partir de la documentación existente y de entrevistas a representantes institucionales y asociativos.

3. Recogida de información.

4. Constitución de la Comisión de seguimiento.
5. Constitución del grupo IAP.
6. Introducción de los elementos analizadores.
7. Inicio del trabajo de campo.
8. Entrega y discusión del primer informe.

Segunda etapa. Programación.

Proceso de apertura a todos los conocimientos y puntos de vista existentes, utilizando métodos cualitativos y participativos.

9. Trabajo de campo.
10. Análisis de textos y discursos.
11. Entrega y discusión del segundo informe.
12. Realización de talleres.

Tercera etapa. Conclusiones y propuestas.

Negociación y elaboración de propuestas concretas.

13. Construcción del Programa de Acción Integral.
14. Elaboración y entrega del informe final.

Las anteriores etapas se aplican en esta investigación, así:

Etapas de pre- investigación: Identificación de la población, diagnóstico de la situación y planteamiento del problema.

Primera etapa. Diagnóstico: A partir de la revisión teórica previa, se determinan los saberes previos necesarios para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición, se determina la población y se hace un diagnóstico sobre el rendimiento general en

matemáticas de los participantes. Por otra parte, se establecen los estilos de aprendizaje presentes en la población, de acuerdo con el modelo propuesto por el autor escogido (David Kolb).

Segunda etapa. Programación: Se les suministra el recurso educativo digital adaptativo a los estudiantes para su interacción con él. Se capturan los resultados, las opiniones, experiencias, comentarios y progresos que los estudiantes evidencian, a través de observaciones y se hace el análisis de la información. Se realimenta el trabajo de los estudiantes, por estilo de aprendizaje y en grupo completo, se revisan y discuten avances y aprendizajes logrados parcialmente.

Tercera etapa. Conclusiones y propuestas: Se sistematizan los hallazgos, se generan las conclusiones y se divulgan los resultados para la reflexión institucional, en miras a reevaluar las metodologías que se utilizan para la enseñanza de las matemáticas y avanzar hacia la inclusión de principios adaptativos en el quehacer pedagógico del colegio.

Tabla 3

Resumen de las tres fases del diseño de la investigación

DIAGNÓSTICO	IMPLEMENTACIÓN REDA	POSTERIOR
TÉCNICA: <ul style="list-style-type: none"> • ENCUESTA (PRESABERES) (Anexo 1) • ENCUESTA (ESTILOS DE APRENDIZAJE) (Anexo 2) 	TÉCNICA: OBSERVACIÓN ENCUESTA	TÉCNICA: <ul style="list-style-type: none"> • ENCUESTA(POS) (Anexo 4) • ENCUESTA DE PERCEPCIONES
INSTRUMENTO: <ul style="list-style-type: none"> • CUESTIONARIO • TEST DE KOLB 	INSTRUMENTOS: DIARIO DE CAMPO CUESTIONARIO	INSTRUMENTOS: <ul style="list-style-type: none"> •CUESTIONARIO •ENTREVISTA

Fuente: Elaboración propia

9.4 Población

Para Navarrete (2000), la muestra cualitativa de una investigación corresponde a una parte de la población que es elegida mediante criterios de representación sociocultural para generar unos resultados útiles en la comprensión de la situación poblacional a estudiar. Teniendo en cuenta las características del enfoque cualitativo y sus diferencias en cuanto a selección y validación de muestras con el enfoque cuantitativo, en este estudio no se especificarán cifras porcentuales de una muestra con respecto a la población; además, sobre la investigación acción Stronquist (1983) afirma que

aspectos como «población» y «muestra» no son relevantes pues el investigador trabaja con toda la comunidad que estudia, como medio para resolver los problemas planteados. Así mismo, la generalización de los resultados para su aplicación en otros contextos no es rechazada pero tampoco es una prioridad (p. 4)

Esta investigación se desarrolló en el Colegio General Gustavo Rojas Pinilla I.E.D., el cual está ubicado en la localidad 8 de Bogotá y cuenta con aproximadamente 3500 estudiantes en sus dos jornadas. Específicamente, el estudio se realizó con 10 estudiantes del curso 1101 de la jornada mañana, cuyas edades oscilan entre los 15 y los 18 años.

9.5 Técnica de recolección de datos.

De acuerdo con Rodríguez (2011), en la investigación cualitativa, son instrumentos válidos de recolección de datos la observación participante, la entrevista no

estructurada, la entrevista biográfica, las historias de vida y las encuestas cualitativas, entre otros.

Para el desarrollo de esta investigación, se dispusieron 2 tipos de instrumentos cualitativos, a través de los cuales se recolectó la información pertinente durante las fases del estudio: La encuesta y la observación.

Según Rodríguez (2011) la encuesta corresponde a un procedimiento a través del cual los grupos que son estudiados proporcionan información sobre sus opiniones, actitudes, percepciones, etc. y a esta técnica están asociados 2 instrumentos: la entrevista y el cuestionario.

Dentro de la investigación se realizaron cinco encuestas, a través de 4 cuestionarios (2 en la fase de diagnóstico, uno en el proceso de intervención y uno en la fase post a la implementación) y una entrevista (fase post implementación).

La segunda técnica utilizada fue la observación, que según Rodríguez (2011) es el proceso por el cual “nuestros sentidos capturan lo que no descubre una mirada casual y aprehenden una multitud de datos que de otro modo no llegaríamos a hacer plenamente conscientes” (p. 33). Para realizar la observación, se utilizó como instrumento el diario de campo, que Rodríguez (2011) define como “una narración minuciosa y periódica de las experiencias vividas y los hechos observados por el investigador” (p. 35).

9.6 Métodos de análisis

A través de la información obtenida mediante los instrumentos asociados a las técnicas del enfoque cualitativo, se obtuvieron los datos necesarios para determinar los aportes que la utilización de El Rescate del Reino suministra al aprendizaje de las permutaciones sin repetición en estudiantes de grado undécimo.

En términos generales, se pretendió contribuir al proceso de aprendizaje de los estudiantes próximos a graduarse como bachilleres, al tener en cuenta sus estilos de aprendizaje y proponerles una estrategia adaptativa de enseñanza a través de la creación e implementación de un recurso educativo digital.

Para el proceso de recolección e interpretación de los datos, se plantearon dos categorías que son conocimiento y acción. La categoría conocimiento se analiza desde el aprendizaje de las permutaciones sin repetición y la categoría acción se analiza desde la adaptatividad y el recurso educativo digital El Rescate del Reino.

En particular, el aprendizaje de las permutaciones sin repetición hace referencia a los conocimientos sobre este objeto matemático que los estudiantes adquirieron e hicieron evidentes a través de su participación en este estudio. Los factores a considerar para esta subcategoría son:

- Estrategias empleadas en la ordenación de elementos
- Uso de diferentes sistemas de representación (tablas, diagramas de árbol, gráficos y expresiones simbólicas)
- Cálculo de permutaciones con o sin subgrupos.
- Diferenciación entre los conceptos de permutación y combinación.
- Cálculo de permutaciones circulares.
- Resultados en las pruebas de entrada y cuestionarios de salida.

La adaptatividad hace referencia al proceso por medio del cual se generaron prácticas diferenciadas y adaptables en tiempo real según los estilos de aprendizaje identificados y el desarrollo del trabajo de campo. Los factores a considerar para esta subcategoría son:

- Estilos de aprendizaje identificados
- Ritmos de trabajo según estilo de aprendizaje

- Principios de adaptatividad en El Rescate del Reino

El Rescate del Reino se establece como los beneficios que trae consigo el uso de este recurso educativo digital en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y su percepción frente a él y su utilización.

Para la recolección de la información, se plantearon ejercicios, preguntas y problemas relacionados con las categorías y subcategorías, mediante los instrumentos de recolección de información cualitativa, como se observa en la tabla 4.

Tabla 4
Relación entre las categorías y los instrumentos de recolección de datos

Categoría	Subcategoría	Fase	Instrumento	Descripción
Conocimiento	Aprendizaje de las permutaciones sin repetición	Diagnóstico	Cuestionario sobre presaberes (anexo 1)	Se indagó por el uso del símbolo factorial, evaluación de funciones, uso de diagramas de árbol, conteo y tablas de doble entrada.
		Implementación	Cuestionario de problemas de El Rescate del Reino	Se plantearon 3 situaciones problema para ser resueltas a través del cálculo de permutaciones básicas, con subgrupos y circulares.
		Post implementación	Cuestionario de salida	Se propuso una prueba sobre la ordenación manual de elementos y el cálculo de diferentes permutaciones sin repetición.
			Entrevista	¿Qué son las permutaciones sin repetición? ¿En qué se

				<p>diferencia una permutación de una combinación?</p> <p>¿Cómo se calcula una permutación sin repetición?</p> <p>¿Cómo se calcula una permutación sin repetición con subgrupos?</p> <p>¿Cómo se calcula una permutación circular?</p> <p>¿De qué otras formas se pueden calcular una permutación sin repetición?</p>
Acción	Adaptatividad	Diagnóstico	Test de Kolb (anexo 2)	Se identificaron los estilos de aprendizaje de los estudiantes participantes, de acuerdo con el test diseñado por el autor David Kolb
		Implementación	Diario de campo	Se registraron los avances, dificultades, ajustes y dinámicas de los diferentes estilos de aprendizaje, así como las tareas diferenciadas del docente investigador.
		Post implementación	Entrevista	<p>¿Sabía que existen diferentes estilos de aprendizaje?</p> <p>¿Se identifica con aquellos que pertenecen a su mismo estilo de aprendizaje, de acuerdo con el modelo utilizado en este estudio?</p> <p>¿Considera usted que se tuvo en</p>

				<p>cuenta su estilo de aprendizaje en este estudio?</p> <p>¿En qué contribuyó a su aprendizaje el planteamiento de clases y recursos didácticos que se adaptaron a su estilo de aprender?</p>
	Recurso educativo digital El Rescate del Reino	Diagnóstico	Cuestionario de presaberes	El Rescate del Reino les presentó a los estudiantes el diagnóstico de presaberes con las realimentaciones pertinentes a sus posibles respuestas.
			Test de Kolb	El Rescate del Reino contiene el test de clasificación por estilos de aprendizaje y desde sus resultados propone una ruta particular para cada estilo.
		Implementación	Cuestionario de problemas	El Rescate del Reino evalúa los conceptos y procedimientos enseñados, a través de problemas que darán lugar a finales diferentes en la historia que contiene el recurso.
			Diario de campo	Se registraron los aspectos más significativos de la interacción de los estudiantes con el recurso educativo.
				Evalúe El Rescate del Reino como recurso didáctico para la enseñanza de permutaciones sin repetición.

		Post implementación	Entrevista	¿En qué favoreció El Rescate del Reino a su aprendizaje del objeto matemático estudiado? ¿Qué características de El Rescate del Reino ayudaron a su aprendizaje? ¿Qué considera usted que le falta a El Rescate del Reino para la enseñanza de las permutaciones sin repetición? ¿Considera usted que el final de la historia de El Rescate del Reino corresponde a lo que usted logró durante el juego?
--	--	------------------------	------------	---

Fuente: Elaboración propia

Para realizar la triangulación de los datos, se compararon los datos obtenidos desde los diferentes instrumentos, a la luz de las categorías y subcategorías planteadas.

En la tabla 5 se integran los elementos que componen el diseño metodológico de la investigación.

Tabla 5

Resumen del diseño metodológico de la investigación

Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino”: Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición							
FUNCIÓN		ENFOQUE		ALCANCE		DISEÑO	
INVESTIGACIÓN APLICADA		INVESTIGACIÓN CUALITATIVA		INVESTIGACIÓN DESCRIPTIVA		INVESTIGACIÓN ACCIÓN	
PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN				¿Qué aportes suministra la utilización del recurso educativo digital adaptativo El Rescate del Reino en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo?			
CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	INDICADORES	PROCESOS DE ACCIÓN				
			Interés técnico	Interés Práctico	Interés Emancipatorio		
			DIAGNÓSTICO	IMPLEMENTACIÓN DEL RED	REFLEXIONES ¿QUÉ SE TRANSFORMÓ?		
			Técnica: Encuesta	Técnica: Observación Encuesta	Técnica: Encuesta		
			Instrumento: Cuestionario Test de Kolb	Instrumento: Diario de campo Cuestionario	Instrumento: Cuestionario Entrevista		
CONOCIMIENTO	MICRO PROBLEMA Permutaciones sin repetición	Los estudiantes de grado undécimo aprenden los conceptos y procedimientos asociados al cálculo de permutaciones sin repetición					
ACCIÓN	MESO PROBLEMA Adaptatividad	La adaptatividad favorece el proceso de aprendizaje de las permutaciones sin repetición.					
	ANDAMIAJE: Mediación TIC “El Rescate del Reino”	Bondades de la implementación de El Rescate del Reino para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición					

Fuente: Elaboración propia

9.7 Validación de Instrumentos por Juicio de Expertos

Los tres principales instrumentos utilizados en la presente investigación son:

1. **Cuestionario diagnóstico sobre presaberes para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición (anexo 1)**. Este instrumento fue diseñado por Benavides, Carrillo, Ortiz, Parra, Velasco y Gómez (2016) en la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes, para identificar los presaberes necesarios para aprender a calcular permutaciones sin repetición. El documento cuenta con licencia creative commons.

2. **Test de Kolb para establecer estilos de aprendizaje (anexo 2)**. Este test ha sido revisado, utilizado y avalado por la comunidad académica. Kolb es un autor reconocido en la teorización sobre los estilos de aprendizaje y el proceso para determinarlos.

3. **Cuestionario de salida para identificar aprendizajes sobre permutaciones sin repetición (anexo 4)**. Esta prueba fue diseñada por los mismos autores del cuestionario diagnóstico, para evaluar los aprendizajes asociados al cálculo de permutaciones sin repetición. El documento también cuenta con licencia creative commons.

Los otros instrumentos utilizados (formato de entrevista y registro de observaciones) fueron diseñados por el investigador a partir de la revisión teórica hecha para la realización de esta investigación y el estudio de los otros documentos relacionados con permutaciones sin repetición que fueron diseñados por el mencionado grupo de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes.

9.8 Consideraciones éticas

Para el desarrollo de la investigación se solicitaron los permisos de los padres de familia de los estudiantes participantes y su asentimiento informado (anexo 5) y la autorización de la señora rectora del colegio (anexo 6). En ningún caso se identificó a los estudiantes por sus nombres u otros datos que son propios de la intimidad de los participantes. En ninguna etapa del proceso los estudiantes fueron filmados o fotografiados.

En el caso de la intervención con cada situación propuesta por El Rescate del Reino, se capturaron los datos a partir de un diario de campo que permitió recolectar información a medida que los estudiantes participantes avanzaban en la historia propuesta por el recurso. De este modo, la participación de los sujetos de la investigación quedó registrada a través de notas, algunas grabaciones en audio y los datos del desempeño en las actividades programadas. Toda esta información fue analizada desde el enfoque cualitativo, bajo el paradigma acción.

10. CRONOGRAMA

Tabla 6

Cronograma

Fase	Tiempo	Descripción
Análisis del contexto	Enero de 2014 – junio de 2014	Se realizó un análisis del contexto de los estudiantes 2013, del colegio Liceo Agustín Caballero con base en el diagnóstico institucional existente, el cual fue realizado en la institución a finales del 2012 y los resultados de las pruebas saber 2013
Justificación	Septiembre de 2014 – Agosto de 2015	Se plantea el por qué y para qué se realiza ésta investigación, en el Colegio Liceo Agustín Nieto Caballero de grado Noveno, exponiendo desde las causas hasta como se esperaba contribuir en el proceso de aprendizaje de las matemáticas.
Planteamiento del problema y pregunta de investigación	Agosto 2013 – diciembre 2013	Se realizó un análisis de la situación de los estudiantes frente al área de matemáticas, a nivel nacional e institucional, con el fin de plantear una estrategia que permitiera favorecer los procesos de enseñanza aprendizaje del área.
Objetivos	Febrero de 2014 – junio de 2015	Se planteó un objetivo general y tres específicos, que orientaron la investigación, teniendo como base la investigación acción
Descripción de implementación	Febrero de 2015 – abril de 2016	Se realizó la descripción del proceso de intervención y se presentan las características del RED
Aspectos metodológicos	Agosto de 2014 – diciembre de 2015	Se hace la descripción de la metodología implementada, la cual se enmarca en un enfoque cualitativo con un diseño de investigación acción
Resultados o hallazgos	Mayo de 2016	En esta fase se exponen los hallazgos encontrados dentro del proceso de intervención y se realiza un proceso de triangulación entre ellos.
Aprendizajes y Conclusiones y prospectiva	Febrero de 2015 – Mayo de 2016	Se realiza la descripción de los aprendizajes obtenidos como investigador y como docente. Con respecto a las conclusiones, se plantearon de acuerdo con los resultados obtenidos y para dar respuesta al a pregunta de investigación.
Construcción del documento	Febrero de 2014 – Mayo de 2016	La construcción del documento se realizó a lo largo del proceso investigativo, realizando las modificaciones.

Fuente: Elaboración propia

11. HALLAZGOS

En este apartado se exponen los hallazgos encontrados en la fase de implementación y su análisis a partir de dos categorías: conocimiento y acción. La categoría conocimiento se analiza a partir de las permutaciones sin repetición y la categoría acción se analiza desde la adaptatividad y la mediación TIC El Rescate del Reino, buscando dar respuesta a la pregunta ¿Qué aportes suministra la utilización del recurso educativo digital adaptativo El Rescate del Reino en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo?

El análisis se realizó en cada una de las fases planteadas en la investigación acción: Diagnóstico (interés técnico), intervención (interés práctico) y evaluación (interés emancipatorio).

DIAGNÓSTICO

En esta fase se identificaron los conocimientos que tenían los estudiantes con respecto a los presaberes necesarios para el estudio de las permutaciones sin repetición y se establecieron los estilos de aprendizaje presentes, de acuerdo con la propuesta teórica de David Kolb.

Categoría: Conocimiento

Subcategoría: Micro problema: Permutaciones sin repetición

Noción del uso del símbolo factorial (!). El 100% de los estudiantes manifestó desconocimiento del significado y uso del símbolo factorial. La mitad de los participantes asumió que en los ejercicios propuestos el signo de exclamación tenía una utilización similar a la que se le da en el lenguaje español; es decir, la de resaltar una idea. La otra mitad de los estudiantes simplemente ignoró el símbolo e intentó realizar

multiplicaciones en forma recurrente para obtener los resultados solicitados (Preguntas 1 y 2 del anexo 1).

Representación de un conjunto por extensión. El 70% de los estudiantes demostró saber expresar un conjunto por extensión haciendo uso de la notación matemática usual (llaves y elementos separados por comas), un 10% utilizó la notación correcta, pero evidenció una interpretación inadecuada de las expresiones “mayor que” y “menor que” para enunciar intervalos de números naturales, pues al pedirle que expresara los números mayores a 12 y menores que 20 incluyó estos extremos en el conjunto. Otro 10% de los estudiantes representó el conjunto mediante diagrama de Venn, desconociendo la notación propuesta en el ejercicio y el 10% restante entendió los números naturales como números impares y excluyó por completo a los números pares presentes en el intervalo (Pregunta 3 del anexo 1).

Noción del uso e interpretación de tablas de doble entrada. El 90% de los estudiantes creó una tabla de doble entrada en el que se presenta la información suministrada, pero solo en la mitad de esas tablas la información cuenta con la unidad de medida \$, que elimina cualquier confusión con número de unidades. El 60% de este grupo redactó un texto para comparar los precios dados, pero la quinta parte de él sumó todos los costos por marcas y estableció una comparación global; no, producto a producto.

El 10% restante elaboró una tabla de 8 filas por 5 columnas que no podría ser comprendida sin el texto original que dio lugar a dicha tabla (Pregunta 4 del anexo 1).

Construcción de diagramas de árbol. El 80% de los estudiantes elaboró un diagrama de árbol que representaba adecuadamente los datos suministrados. Un 10% utilizó un diagrama similar a un mapa mental y tuvo que agregar muchas referencias adicionales para que fuera de algún modo comprensible y el 10% restante utilizó

diagramas de conjuntos contenidos en otros para representar las relaciones de parentesco (Pregunta 5 del anexo 1).

Valor numérico de variables en una expresión matemática. El 40% de los estudiantes se abstuvieron de resolver los ejercicios en que debían evaluar una función en unos valores dados y justificaron su abstención en que se sentían muy inseguros en el uso del lenguaje de las fórmulas (simbólico). El 50% desarrolló los ejercicios con algunos errores de cálculo al operar números enteros (suma entre enteros positivos y negativos y potenciación) y el 10% restante evaluó correctamente los valores de la función y resolvió satisfactoriamente todas las operaciones. Este factor puso en evidencia la gran dificultad que tienen los estudiantes al operar números positivos y negativos y al utilizar el lenguaje matemático simbólico (Pregunta 6 del anexo 1).

Noción de repetición y orden. El 80% de los estudiantes identificó como iguales las dos alternativas de cantidades de helado, sin evidenciar ningún procedimiento que permitiera llegar a esa conclusión. En la realimentación, los estudiantes no lograron concretar ninguna técnica de conteo específica; la mayoría basó su interpretación de los gráficos en que los sabores ofrecidos en las dos ciudades eran los mismos. El 20% restante identificó correctamente la cantidad de alternativas de helado en cada ciudad, a través de multiplicaciones de opciones (Pregunta 7 del anexo 1).

Categoría: Acción

Subcategoría: Meso Problema – Adaptatividad

Estilos de aprendizaje. Mediante el test de Kolb, el 20% de los estudiantes fueron clasificados como asimiladores (conceptualización abstracta – observación reflexiva), el 50% correspondieron al perfil divergente (experiencia concreta – observación reflexiva) y el 30% fueron identificados como adaptadores o acomodadores (experiencia concreta

– experimentación activa). Ninguno de los participantes fue clasificado como convergente.

Subcategoría: Andamiaje – Mediación TIC El Rescate del Reino

Bondades del uso del Rescate del Reino. El recurso educativo El Rescate del Reino presentó el test de presaberes sobre conocimientos previos para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición (anexo 1) e indicó para cada pregunta si se había contestado correctamente o no; en el segundo caso, expuso la respuesta correcta. El recurso no contó con explicaciones detalladas del cómo obtener las soluciones adecuadas, pero el docente investigador y los estudiantes desarrollaron paso a paso cada ejercicio a modo de realimentación, para garantizar la nivelación de los saberes esenciales requeridos.

El Rescate del Reino aplicó el test de Kolb y estableció el estilo de aprendizaje de los estudiantes. A partir de esta clasificación, le asignó a cada uno una profesión dentro de la historia para todo el proceso de enseñanza del cálculo de permutaciones sin repetición. A los estudiantes divergentes les asignó el rol de magos; a los asimiladores, el rol de alquimistas, y a los acomodadores, el rol de exploradores.

INTERVENCIÓN

Esta etapa se desarrolló en dos fases: Enseñanza y evaluación, distribuidas en 6 sesiones. En todas las sesiones se hizo uso de El Rescate del Reino como herramienta de apoyo en el proceso de aprendizaje de las permutaciones sin repetición. La historia que subyace al recurso le dio estructura y orden al desarrollo de las sesiones y las actividades propias de cada una.

Fase: Enseñanza

Categoría: Conocimiento

Subcategoría: Micro problema – Permutaciones sin repetición

Cálculo manual del número posible de arreglos de n objetos. A los estudiantes se les presentó el reto de organizar de todas las formas posibles los 4 libros más importantes de la biblioteca del antiguo sumo sacerdote del reino. Como cada libro tenía un símbolo de la baraja francesa, se podía trabajar fácilmente en papel dibujando el trébol, la pica, el diamante y el corazón. Una vez se les dio la instrucción de establecer el número total de arreglos posibles, el 70% de los estudiantes (divergentes y acomodadores) dibujaron en papel los símbolos, sin ninguna regularidad o estrategia en particular, y dieron respuestas que oscilaban entre 12 y 18; el 30% restante (asimiladores) optó por enunciar verbalmente las opciones que iban descubriendo y sus respuestas estuvieron entre 8 y 12 posibilidades en total.

El Rescate del Reino les sugirió a los estudiantes que comenzaran por determinar cuántas posibilidades habría al fijar el diamante como primera opción y el trébol como segunda. El 100% de los estudiantes determinó que había 2 posibilidades. Luego, el recurso les solicitó que identificaran cuántos arreglos podrían formarse dejando nuevamente al diamante en el primer lugar, pero asignando esta vez el segundo lugar a la pica; al igual que en el ejercicio anterior, la totalidad de estudiantes determinó que había dos arreglos posibles. Para finalizar, el recurso les preguntó por el número de opciones cuando la segunda posición era ocupada por el corazón y la totalidad de arreglos cuando el diamante es el primero. Todos concluyeron que había 6 opciones para el diamante y el Rescate del Reino les propuso preguntarse cuántas opciones habría si se empezaba con corazón, con pica o con trébol; de este modo, la totalidad del grupo concluyó que había 24 opciones en total.

Una vez los estudiantes determinaron que había 24 arreglos posibles, ingresaron este valor al recurso y él les indicó que habían acertado. Posteriormente, los estudiantes

describieron paso a paso la estrategia empleada para este tipo de ejercicios. Para finalizar, el Rescate del Reino les indicó a los estudiantes que este tipo de situaciones corresponden al cálculo de permutaciones sin repetición y les definió este objeto matemático.

Diagrama de árbol para el cálculo de permutaciones sin repetición. El sumo sacerdote les presentó a los estudiantes un mapa del reino y destacó allí 5 lugares: la armería, el capitolio, el templo, el mercado y la herrería. Luego, los retó a que descubrieran cuántas posibles rutas podrían trazarse para recorrer los 5 lugares sin importar distancias entre ellos. El Rescate del Reino les propuso que utilizaran como estrategia la elaboración de un diagrama de árbol y nuevamente les explicó paso a paso cómo crearlo a partir de fijar las primeras tres posiciones, luego 2 y al final 1. Nuevamente, la totalidad de los estudiantes estuvo de acuerdo: había 24 opciones que comenzaban con la armería.

Al igual que en el ejercicio de la biblioteca, el Rescate del Reino les propuso que tuvieran en cuenta la conclusión de uno de los casos (empezar con la armería) para estimar el total de opciones de otro caso de circunstancias similares (empezar con el capitolio). Los estudiantes determinaron que las opciones eran 24 nuevamente. De esta manera, el sumo sacerdote, pregunta a pregunta guió a los estudiantes a concluir que hay 120 rutas posibles para visitar los 5 lugares (24×5).

Análisis de posibilidades: Regla del producto. El sumo sacerdote les presentó la bóveda del reino a los participantes para descubrir las tres verdades de luz que estaban allí escondidas y salvar al reino. Para abrir la bóveda se debía determinar cuántos números de 6 cifras distintas se podrían construir con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Los estudiantes intentaron utilizar la primera técnica aprendida (ordenación manual) y descartaron el diagrama de árbol porque su elaboración les requería mucho tiempo. El

Rescate del Reino les sugirió que utilizaran la técnica del análisis de posibilidades, es decir, determinar cuántos dígitos podría ocupar cada posición y multiplicar todas las posibilidades.

El 60% de los estudiantes tuvo dificultad al principio para entender esta estrategia, pues el Rescate del Reino ubicó un número 6 en la primera casilla porque había 6 dígitos disponibles para ocuparla y el subgrupo mencionado asumió que se estaba ubicando el dígito 6 en esa posición. Los aportes del 40% restante del grupo y las realimentaciones del docente investigador ayudaron a dar claridad al respecto. Por otra parte, se presentó dificultad al entender que al haber determinado las 6 posibilidades para la primera casilla, había 5 disponibles para la segunda, 4 para la tercera y así sucesivamente. Se hizo necesario registrar por escrito estas posibilidades de las primeras casillas para hacer evidente esta secuencia de posibilidades.

Uso del símbolo factorial (!). Una vez abierta la bóveda, el Rescate del Reino les expuso a los estudiantes cómo calcular permutaciones sin repetición desde el lenguaje simbólico, a través del uso del símbolo factorial (!). Los estudiantes del perfil acomodador reconocieron que en el análisis de posibilidades, realizado en el ejercicio anterior, prácticamente habían calculado el factorial sin darse cuenta. El docente investigador les pidió que calcularan nuevamente el número total de arreglos de los libros de la biblioteca y el número de rutas posibles, pero esta vez, a través del uso del factorial y la totalidad de los estudiantes obtuvo los mismos resultados iniciales, pero más rápido. El 100% del grupo reconoció que el uso de la expresión simbólica facilitaba el cálculo de las permutaciones sin repetición.

En cuanto al cálculo de permutaciones con subgrupos a través de la expresión matemática, el 30% asoció el procedimiento con lo estudiado en el punto 2 de la prueba de diagnóstico sobre presaberes (anexo 1). Un 50% no hizo la asociación del método

con el diagnóstico y el 20% restante (perfil asimiladores) hizo el cálculo pero simplificó valores que no correspondían. Estos últimos estudiantes, tuvieron que revisar su operación una y otra vez, pues El Rescate del Reino no los dejaba avanzar hasta que ingresaran la solución correcta.

En lo referente a la permutación circular, los estudiantes no presentaron dificultad alguna en el uso de la expresión matemática, pero el 50% del grupo manifestó dificultad en entender por qué al verificar las opciones no se hablaría de permutaciones con repetición, ya que en diferentes arreglos, el rey, por ejemplo, podría haber quedado en el mismo lugar. El Rescate del Reino no ofreció ninguna claridad al respecto.

Diferenciación entre permutaciones y combinaciones. El Rescate del Reino les presentó a los estudiantes una situación en la que el orden de los elementos en los subgrupos no generaba opciones nuevas y les indicó que si esto ocurre, se tiene una combinación en vez de una permutación. Posteriormente, les propuso 4 ejercicios en los que debían identificar si el caso correspondía a una permutación o a una combinación. El 20% de los estudiantes acertó en los 4 al primer intento, y el 80% restante falló en uno de los tres. El recurso hizo la realimentación debida y explico por qué el ejercicio fallido correspondía a una técnica de conteo distinta a la seleccionada. Al momento de preguntarles a los estudiantes cuál es la diferencia entre combinación y permutación, todos utilizaron como ejemplos los ejercicios propuestos y el 30%, que corresponden al perfil de acomodadores, manifestó dificultad en entender la diferencia que existiría entre combinaciones y permutaciones con repetición.

Categoría: Acción

Subcategoría: Meso Problema – Adaptatividad

Estilos de aprendizaje. El proceso de la intervención les planteó a los estudiantes distintos ejercicios alrededor de la historia central del Rescate del Reino. Si bien es

cierto que todos tenían la misión de mantener cautivos a los caballeros negros, el abordaje y las dinámicas de cada estilo fueron diferentes:

Divergentes (magos). Avanzaron en la historia en forma individual y grupal. Los momentos de interacción entre ellos se dieron principalmente cuando consideraron necesario verificar lo comprendido en una explicación y validar un resultado. En este perfil, los estudiantes utilizaron papel para representar cada situación que abordaron (experiencia concreta) y generaron debates frecuentes, revisión de ideas y generación de conclusiones. Al abordar las explicaciones presentadas por el recurso, optaron por la lectura individual, silenciosa y detenida. En la mitad de ellos fue notable que releían una y otra vez cada texto para cerciorarse de que habían entendido correctamente lo que el recurso les exponía (observación reflexiva).

Asimiladores (alquimistas). Este grupo de estudiantes abordó la historia principalmente en forma individual, a través de lectura personal y silenciosa (observación reflexiva). Los estudiantes asimiladores tomaron apuntes principalmente de las fórmulas estudiadas (conceptualización abstracta) y su trabajo en grupo se limitó a la verificación de resultados, mas no se evidenció mayor discusión o debate. El Rescate del Reino les presentó a los asimiladores los contenidos centrados en lo académico, más que en las aplicaciones prácticas de los conceptos y procedimientos.

Acomodadores (exploradores). Este grupo de estudiantes abordó toda la historia en forma grupal y dinámica (experimentación activa). De acuerdo con las instrucciones de El Rescate del Reino, los acomodadores debatieron cada paso que dieron en el desarrollo de la misión de mantener cautivos a los caballeros negros, cambiaron de ubicación, preguntaron a otras personas sus opiniones frente al trabajo que estaban desarrollando y realizaron los ejercicios en papel, con fichas, utilizando el ensayo – error (experiencia concreta). Este grupo en particular, desechó rápido los “camino

largos” para resolver las situaciones y prefirió el análisis de posibilidades antes que otra técnica.

Subcategoría: Andamiaje – Mediación TIC El Rescate del Reino

Bondades del uso del Rescate del Reino. El rescate del Reino les presentó a los estudiantes una secuencia que involucró las representaciones y procedimientos asociados al cálculo de permutaciones así:

1. Cálculo de permutaciones sin repetición por ordenación manual (Biblioteca del sumo sacerdote).
2. Cálculo de permutaciones sin repetición por diagrama de árbol (mapa del reino con 5 lugares para visitar).
3. Cálculo de permutaciones por análisis de posibilidades (bóveda del reino – caja fuerte).
4. Cálculo de permutaciones por expresión matemática (Primer secreto guardado por el sumo sacerdote).
5. Cálculo de permutaciones con subgrupos por expresión matemática (Repertorio de canciones de los juglares del reino).
6. Diferencia conceptual entre permutaciones y combinaciones (selección de miembros de la corte y situaciones hipotéticas para diferenciar).
7. Cálculo de permutaciones sin repetición por fórmula matemática (gran cena real).

A través de estos escenarios, el recurso guió a los estudiantes hacia el aprendizaje de las permutaciones y diferenció el modo de resolver los ejercicios, de acuerdo con las características de cada estilo de aprendizaje. La música, el argumento y las gráficas fueron elementos que contribuyeron a mantener a los estudiantes interesados en el proceso y en cumplir la misión asignada, como lo manifestaron en la entrevista post

intervención. El recurso articulado a las realimentaciones e intervenciones del docente investigador aportaron claridad en la secuencia y en los resultados que se obtuvieron.

Fase: Evaluación

Al interior del recurso, se plantearon 3 retos finales en los que se debía aplicar todo lo aprendido hasta el momento, pudiendo elegir el método más apropiado en cada caso. A diferencia de los ejercicios anteriores, en los que el Recurso ofrecía una realimentación inmediata y había posibilidad de cambiar los números que se ingresaban, aquí el sistema guardaba las respuestas y al final realimentaba y presentaba un final de la historia coherente con la cantidad de aciertos y desaciertos logrados. Los retos planteados fueron:

1. La futura nodriza del hijo de la reina tiene un listado de 6 nombres del agrado de su soberana y debe determinar cuántos nombres compuestos (dos) pueden formarse a partir de ellos. Este reto corresponde a una permutación sin repetición con subgrupos.
2. Los 7 mejores caballeros del rey deben distribuirse 7 cargos y hacer guardia en la cárcel de los enemigos, quienes están a punto de escapar, y necesitan determinar todas las formas posibles de asumir esos roles. Este reto corresponde a una permutación sin repetición que puede resolverse por la fórmula del factorial, el análisis de posibilidades, el diagrama de árbol o la ordenación manual; no obstante, la gran cantidad de opciones que resultan hacen que el ejercicio se complejice al resolverlo por alguno de los dos primeros caminos.
3. Los 10 altos consejeros del reino sesionarán en el capitolio para definir qué se hará frente al inminente escape de los caballeros negros y para mantener su tradición deben sentarse siempre en diferentes ubicaciones alrededor de la gran mesa redonda. En este reto hay que calcular una permutación circular.

El 80% de los estudiantes (perfiles divergente y acomodador) resolvieron correctamente los 3 retos y obtuvieron el mejor final posible, donde la cárcel que albergaba a los enemigos. Teniendo en cuenta que las permutaciones sin repetición son un objeto matemático nuevo en su formación académica, los resultados fueron satisfactorios.

El 20% del grupo (perfil asimilador) acertó en 2 de los tres retos. La dificultad que tuvieron se presentó al resolver la permutación sin repetición con subgrupos ya que simplificaron incorrectamente los fraccionarios que surgieron de la expresión matemática. Al recibir la realimentación del ejercicio, los asimiladores descubrieron cuál había sido su error y con el docente investigador determinaron que había sido numérico, mas no conceptual o procedimental.

EVALUACIÓN – INTERÉS EMANCIPATORIO

En esta etapa se realizó la prueba post implementación sobre el cálculo de permutaciones (como complemento a la fase de evaluación de la intervención), se realizó una entrevista informal para recoger todas las apreciaciones, percepciones y opiniones de los estudiantes sobre el proceso en torno a las categorías y se trianguló la información recolectada desde los instrumentos aplicados.

Categoría: Conocimiento

Subcategoría: Micro problema – Permutaciones sin repetición

En la tabla 7 se presentan los hallazgos encontrados en el cuestionario de salida (anexo 4) y en el anexo 9 se presenta uno de los desarrollos de este cuestionario, realizado por uno de los estudiantes participantes en el estudio.

Tabla 7

Resultados del cuestionario de salida

Aspecto	Descripción	Resultados
Identificación de elementos para ordenar sin repetición y restricciones (Punto 1)	Se les solicitó a los estudiantes que identificaran arreglos posibles a partir de condiciones dadas.	El 80% de los estudiantes creó correctamente las opciones indicadas. El 20% hizo repetición de elementos.
Permutaciones sin repetición por ordenación manual (Punto 2)	Se les pidió a los estudiantes que establecieran todos los arreglos posibles a partir de 3 elementos diferentes.	El 90% de los estudiantes representó todos los arreglos solicitados por ordenación manual. El 10% añadió una letra de más cambiando así las condiciones del ejercicio.
Identificación de arreglos no válidos de elementos (Punto 3)	Se les pidió a los estudiantes que crearan arreglos que no cumplieran las condiciones dadas.	El 100% de los estudiantes creó arreglos que incumplían las condiciones dadas, como les fue solicitado.
Permutaciones sin repetición como subproducto en un problema (Puntos 4 y 5).	Se les dio a los estudiantes una cifra y se les pidió compararla con dos números de arreglos de acuerdo a condiciones dadas previamente.	El 50% de los estudiantes acertó en la decisión de cuál de las opciones tomar, pero ninguno de los participantes pudo sustentar su respuesta matemáticamente.

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los resultados de este cuestionario de salida y la fase de evaluación de la intervención se puede concluir que en su mayoría, los estudiantes comprendieron los procedimientos asociados al cálculo de permutaciones desde las distintas representaciones y algoritmos; en especial, lo que corresponde a la ordenación manual y al uso del símbolo factorial; no obstante, se evidenció que en preguntas indirectas o en ejercicios en los que el cálculo de permutaciones no es solicitado explícitamente mediante expresiones como “de cuántas maneras”, “de cuántas formas” o “cuántos arreglos se pueden formar” los estudiantes no utilizaron los métodos aprendidos. En los retos planteados en El Rescate del Reino las soluciones correspondieron al resultado directo de la aplicación de los procedimientos de las permutaciones, mas no se presentó

ninguna situación que utilice las permutaciones sin repetición como un subproducto para hacer una comparación con otra cantidad y emitir un concepto.

Categoría: Acción

Subcategoría: Meso Problema – Adaptatividad

Estilos de aprendizaje. El ritmo de avance en el desarrollo de la historia de El Rescate del Reino, los hallazgos de la fase de evaluación de la intervención y el cuestionario de salida evidencian resultados similares en todo el grupo de estudiantes participantes. La particularización de algunas tareas, las realimentaciones del docente investigador por grupos y la flexibilidad de cada estilo de aprendizaje para abordar las actividades de acuerdo con las características de su perfil fueron elementos importantes en todo el proceso. El 100% de los estudiantes participantes destacaron notablemente el hecho de que sus estilos de aprendizaje fueran tenidos en cuenta e identificaron rápidamente afinidades con aquellos que compartían su mismo estilo, de acuerdo con la postura teórica del autor Kolb.

Es de resaltar que los estudiantes del perfil acomodador fueron quienes más valoraron su participación en el estudio porque siempre han tenido desempeño bajo – básico en matemáticas y la clase tradicional no les ofrece alternativas adaptativas a su forma de aprender. Los estudiantes asimiladores reconocieron ser los que mejor rendimiento han tenido en matemáticas durante su bachillerato y los divergentes manifestaron que a veces entienden las matemáticas, pero les toma tiempo hacerlo y sus profesores en más de una ocasión avanzan a ritmos muy acelerados.

Subcategoría: Andamiaje – Mediación TIC El Rescate del Reino

Bondades del uso del Rescate del Reino. A través de una entrevista, se les pidió a los estudiantes que evaluaran el Rescate del Reino como un recurso educativo para el

aprendizaje de las permutaciones sin repetición. En la tabla 8 se relacionan los aspectos más importantes que resaltaron los estudiantes sobre el recurso.

Tabla 8

Evaluación de El Rescate del Reino por parte de los estudiantes

Aspectos positivos	Aspectos por mejorar
1. El argumento de la historia y el entorno medieval. 2. Las imágenes y animaciones. 3. Las explicaciones son claras y están articuladas con el desarrollo de la historia en el recurso. 4. Los ejercicios tienen un para qué y tienen una aplicación.	1. El sonido casi siempre es el mismo. Debería haber más cambios de música. 2. El Rescate del Reino no explica a profundidad la diferencia entre una permutación sin repetición y una permutación con repetición. 3. La experiencia con el rescate del Reino es más bien corta; sería bueno ampliar para profundizar en ejercicios más complejos.

Fuente: Elaboración propia

En los resultados de la entrevista se evidencia que en general, los estudiantes evalúan positivamente El Rescate del Reino y sus características, pero hacen sugerencias sobre cómo mejorarlo para obtener una mejor interacción y obtener mejores resultados.

12. CONCLUSIONES

En este apartado se establecerán las conclusiones del estudio realizado a partir de los objetivos trazados en la investigación y las tres categorías planteadas: Permutaciones sin repetición, adaptatividad y la mediación TIC El Rescate del Reino.

Respecto a la indagación disciplinar del objeto matemático estudiado, que fue revisado desde la categoría Conocimiento y la subcategoría Micro Problema Permutaciones sin repetición y que respondió a los objetivos de implementar y exponer los logros que generó el uso de El Rescate del Reino frente al aprendizaje de las permutaciones sin repetición, se puede concluir que los estudiantes participantes de la investigación aprendieron a calcular permutaciones sin repetición desde diferentes tipos de representación, técnicas y procedimientos, especialmente el que involucra el uso del lenguaje simbólico (fórmulas).

Los resultados obtenidos permiten analizar que el aprendizaje de las permutaciones sin repetición puede lograrse si se atienden los presaberes necesarios y se abordan los procedimientos a través de las distintas estrategias que los sistemas de representación proveen, como son los diagramas de árbol, los gráficos de ordenación manual y el uso del lenguaje algebraico, entre otros. Esto corrobora la teoría del autor Goldin (2002), quien evidencia que el estudio de la representación en el aprendizaje de las matemáticas contribuye a la creación de métodos de enseñanza capaces de desarrollar el potencial matemático de los estudiantes.

El aporte al escenario de las Ciencias de la Educación frente a este objeto de estudio está centrado en el desarrollo del pensamiento lógico matemático y facilitar la relación ciencia – sociedad, a través de los aprendizajes logrados por los estudiantes, pues las

permutaciones sin repetición sirven para solucionar problemas cotidianos y de las matemáticas en general.

Respecto al análisis que se hizo centrado en la categoría Acción, subcategoría Meso Problema Adaptatividad y que respondió a los objetivos que involucran el diseño e implementación del Recurso adaptativo propuesto en esta investigación, se puede concluir que el reconocimiento e inclusión de los estilos de aprendizaje favorece el diseño y desarrollo de una secuencia didáctica para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición. Esto permite corroborar la teoría de la autora Mercedes García (1997), quien evidencia que “no hay un único método eficaz para todos los estudiantes, la eficacia de un tratamiento educativo depende, por un lado, del grado de ajuste de la intervención educativa a las necesidades y demandas del estudiante” (P. 255). El aporte al escenario de la pedagogía, frente a la adaptatividad, está centrado en pensar cómo el estudio desarrollado propone un cambio de paradigma con respecto a la manera como se debe abordar la práctica docente y las formas de enseñanza tradicionales en las que los procesos de enseñanza son los mismos para todos, desde las concepciones del docente.

En cuanto al análisis realizado en la categoría acción, subcategoría Andamiaje: Mediación TIC El Rescate del Reino, que respondió a los objetivos de implementación del Recurso educativo digital adaptativo y exposición de los aportes en el aprendizaje que generó su utilización, se puede concluir que efectivamente El Rescate del Reino se presentó como un escenario interesante y llamativo para los estudiantes, que los animó al aprendizaje de las permutaciones sin repetición, corroborando la postura pedagógica de Zapata (2012), quien evidenció que la inclusión de elementos como la presentación multimedia, los tutoriales en video o los contenidos animados, permite motivar al estudiante en sus actividades de aprendizaje.

Finalmente, el investigador reafirmó que su papel no estaba centrado en defender posturas teóricas sobre el aprendizaje de las permutaciones sin repetición a través de la mediación de un recurso educativo digital adaptativo, sino en determinar los aportes de El Rescate del Reino en el aprendizaje de dichas permutaciones en los estudiantes de grado undécimo del Colegio General Gustavo Rojas Pinilla I.E.D. En esta vía, se encontró que la utilización de El Rescate del Reino permite aprender desde el estilo de aprendizaje de cada participante desde el modelo Kolb, adquirir los saberes previos para el estudio de las permutaciones sin repetición, conocer y comprender las definiciones y procedimientos asociados a este objeto matemático, participar de un escenario fantástico y atractivo que motiva al aprendizaje y estudiar desde distintos sistemas de representación y entre ellos. De esta manera, queda contestada la pregunta de investigación de este estudio: ¿Qué aportes suministra la utilización del recurso educativo digital adaptativo El Rescate del Reino en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo del Colegio General Gustavo Rojas Pinilla I.E.D.?

13. APRENDIZAJES

El desarrollo de este trabajo aportó aprendizajes importantes en el rol de investigador y en el ejercicio de la profesión docente en cuanto al reto permanente de reflexionar sobre las prácticas pedagógicas que se realizan y el deber docente de mejorar dichas prácticas.

En el proceso de la formación académica de la Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC y en el ejercicio mismo de la investigación se hizo evidente la importancia de reconocer al estudiante como sujeto activo del proceso educativo, que aprende de diferentes formas, tiene distintas necesidades y requiere de ofertas educativas adaptativas que le den opciones y sean realmente inclusivas más allá de la intención.

La mediación de las TIC constituye una herramienta poderosa para darle vida a los fundamentos teóricos que la pedagogía les provee a los docentes y pone en las manos de la educación un sinfín de posibilidades, recursos y caminos para renovar y fortalecer los procesos de enseñanza de las matemáticas.

Como lo plantea García (2011), “la pedagogía está viva” (p. 31) y la investigación en el aula debe ser un ejercicio permanente del docente a través del cual se desarrollen iniciativas para el tratamiento de todos aquellos problemas que desde la pedagogía y la inclusión de las TIC pueden ser abordados. En particular, la enseñanza de las matemáticas propone desafíos nuevos todos los días que le exigen al educador nuevos modos de actuar y soportes teóricos sólidos que fundamenten su práctica y soporten su ejercicio investigativo, que debe ser el alma de su práctica docente.

Reconocer los estilos de aprendizaje de los estudiantes, incluir principios de adaptatividad en los recursos y en las acciones y utilizar las herramientas de las TIC son

un paso importante para avanzar hacia la educación que Colombia necesita: una educación incluyente, respetuosa, moderna y pertinente de acuerdo a las exigencias de la sociedad del conocimiento y el humanismo que subyace en todo acto educativo.

14. PROSPECTIVA

El ejercicio académico y pedagógico que se ha realizado a través de este estudio da lugar a diversas posibilidades de nuevas investigaciones que indaguen sobre aquellos objetos matemáticos, estrategias pedagógicas y andamiajes tecnológicos que superan el alcance de esta investigación.

Se recomienda desarrollar estudios sobre la enseñanza adaptativa de las combinaciones y de los otros objetos matemáticos del pensamiento aleatorio, así como establecer lineamientos y rutas para generar procesos de adaptatividad con mediación tecnológica en otras áreas del conocimiento. Sumado a lo anterior, se sugiere indagar sobre procesos de educación adaptativa, con apoyo de las TIC, para la enseñanza de las matemáticas en población con déficit cognitivo leve y otras condiciones estudiadas por la inclusión escolar.

REFERENCIAS

- Aguilar, M., Navarro, J., López, J. y Alcalde, C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. *Psicothema*, 14(2), 382– 386.
- Almenara, J. y Cejudo, M. (2008). La alfabetización digital de los alumnos. Competencias digitales para el siglo XXI. *Revista Portuguesa de Pedagogía*, (42).
- Amestoy, M. (2002). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades del pensamiento. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1). Consultado el 19/04/2015 en: <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no1/contenido- amestoy.pdf>
- Ander- Egg, E. (2003). *Repensando la Investigación – Acción participativa*. Lumen Humanitas.
- Anthony Gregorc. (1998). *The mind styles model: Theory, principles and practice*. Connecticut: Gregorc Associates.
- Arias, F. (2006). *El Proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica*. Caracas: Episteme.
- Bandler, R. (1976). *The Structure of Magic II*. Palo Alto, CA: Science and Behavior Books.
- Battro, A. y Cardinali, D. (1996). Más cerebro en la educación. *La Nación*, (16). Consultado el 19/04/2015 en: <http://catamarcaemprende.com/wp- content/uploads/2008/03/cerebrn.pdf>
- Belloch, C. (2012). Diseño instruccional. *Recuperado el, 21*.
- Benavides, David; Carrillo, Andrés Camilo; Ortiz, Milena; Parra, Sara; Velasco, Carlos; Gómez, Pedro (2016). *Permutaciones sin repetición*. En Gómez, Pedro (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 2* (pp. 265-327). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Brualdi, R. (2010), *Introductory Combinatorics* (5th ed.). New Jersey: Prentice- Hall.
- Buendía Eisman, L., Colás Bravo, P., & Hernández Piña, F. (1998). *Métodos de investigación en psicopedagogía*. Editorial McGraw Hill. México.
- Burke, W., Swassing, R. & Milone, M. (1979). *Teaching Through Modality Strengths: Concepts and Practices*. Columbus, Ohio: Zaner- Blosner.
- Campbell, D. T., Stanley, J. C., & Gage, N. L. (1963). *Experimental and quasi- experimental designs for research* (No. 04; Q175, C3.). Boston: Houghton Mifflin.
- Canales, M. (2006). *Metodologías de la investigación social*. Santiago de Chile: LOM.

- Carillo, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. En: *Innovación y Experiencias educativas 1* (16). Disponible en: http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf (consultado el 01 de noviembre de 2014).
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171– 194
- Cataldi, Z. (2000). Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo (Doctoral dissertation, Facultad de Informática).
- Cheng, P. (1999). Unlocking conceptual learning in mathematics and science with effective representational systems. En: *Computers & Education* 1 (33), pp. 109– 130. Disponible en: <http://www.sussex.ac.uk/Users/peterch/papers/CompEd99.pdf> (consultado el 20 de noviembre de 2014).
- Coll, C. (Edit.). (2008). *Psicología de la educación virtual: aprender y enseñar con las tecnologías de la información y la comunicación*. Barcelona: Ediciones Morata.
- El Tiempo. (2014). *Colombia, en el último lugar en nuevos resultados de pruebas Pisa*. Disponible en: <http://www.eltiempo.com/estilo-de-vida/educacion/colombia-en-el-ultimo-lugar-en-nuevos-resultados-de-pruebas-pisa/14224736> (consultado el 02 de noviembre de 2014).
- Esparza, M. (2003). *Las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas*. Recuperado de: <http://www.upd.edu.mx/librospub/prijorac/baspsic/difaprma.pdf> (consultado el 4 de noviembre de 2014).
- Farah, G. V. (2005). La Resolución de Problemas en Matemáticas y el uso de las TIC: Resultados de un estudio en Colegios de Chile. Edutec. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (19).
- Felder, R. & Silverman, L. (1988). Learning and teaching styles in engineering education. En: *Engineering Education* 7 (78). Disponible en: <http://www4.ncsu.edu/unity/lockers/users/f/felder/public/Papers/LS-1988.pdf> (consultado el 24 de noviembre de 2014).
- Fernández, S. (1993). Educación Adaptativa como respuesta a la diversidad. En: *Signos. Teoría y práctica de la educación* 1 (8), pp. 128– 139.
- Ferreiro, E. (2004). Alfabetización digital ¿De qué estamos hablando? *Actas de las 12ª Jornadas de Bibliotecas Infantiles y Escolares*. Salamanca: Fundación Gernán Sánchez Ruipérez, 13– 32.
- Feuerstein, R. (1980). *Instrumental Enrichment: An intervention program for cognitive modifiability*. Baltimore: University Park Press.

Feuerstein, R.; Klein, P. y Tannenbaum, A. (1994). *Mediated Learning Experience (MLE): theoretical, psychosocial and learning implications*. Israel: Freund Publishing House Ltd.

García, A. & Gonzáles, L. (2006). *Uso pedagógico de materiales y recursos educativos de las TIC: sus ventajas en el aula*. Disponible en: http://www.eyg-fere.com/TICC/archivos_ticc/AnayLuis.pdf (consultado el 28 de mayo de 2015).

García, M. (1997). Educación Adaptativa. En: *Revista de Investigación Educativa* 15 (2), pp. 247– 271.

Glaser, R. (1977). *Adaptive education: individual diversity and learning*. Minnesota: Holt, Rinehart and Winston.

García Vidal, I. (2011). Propuesta metodológica para la didáctica de la dirección musical.

Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. En: L. English, (Ed.). *Handbook of International Research in Mathematical Education*. (pp. 197– 217). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate.

Graells, P. M. (2013). Impacto de las TIC en la educación: funciones y limitaciones. 3 c TIC: cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC, 2(1), 2.

Griffiths, M. (2002). The educational benefits of videogames. En: *Education and Health* 20 (3), pp. 47– 51. Disponible en: <http://sheu.org.uk/sites/sheu.org.uk/files/imagepicker/1/eh203mg.pdf> (consultado el 18 de noviembre de 2014).

Grimaldi, R. (1994). *Discrete and combinatorial mathematics* (3rd ed.). Massachusetts: Addison– Wesley Publishing Company.

Hoyos, G. (2009). Fenomenología y humanismo. IV Coloquio Latinoamericano de Fenomenología. *Acta Fenomenológica Latinoamericana*, III, 405– 422.

James, W & Gardner, D. (1995). Learning styles: Implications for distance learning. *New Directions for Adult and Continuing Education* 1 (67).

Knuth, D. (1998). *The Art of Computer Programming* (2nd ed.). Massachusetts: Addison–Wesley Publishing Company.

Kolb, D. (1984). *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice– Hall.

Lima, M. G. B., & Marzo, G. (2010). El modelo de diseño instruccional ASSURE aplicado a la educación a distancia. *Revista Tlatemoani Numero*

López, J. A. (2009). La importancia de los conocimientos previos para el aprendizaje de nuevos contenidos. *Revista Electrónica Innovación y Experiencias Educativas*, 16, 1– 14.

Lovell, K. (1986). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Ediciones Morata..

Mackay, R. (2013). *Using games as an educational tool provides opportunities for deeper learning*. Disponible en: <http://news.stanford.edu/news/2013/march/games-education-tool-030113.html> (consultado el 20 de noviembre de 2014).

Malykhina, E. (2014). *Fact or Fiction? Video Games Are the Future of Education*. Disponible en: <http://www.scientificamerican.com/article/fact-or-fiction-video-games-are-the-future-of-education/> (consultado el 20 de noviembre de 2014).

Marcelo, C. (2001). Aprender a enseñar para la Sociedad del Conocimiento. *Revista complutense de educación*, 12(2), 531.

Mariño, J. C. G. (2006). B- Learning utilizando software libre, una alternativa viable en Educación Superior. *Revista complutense de Educación*, 17(1), 121- 133.

Mauri, T. y Onrubia, J. (2008). *El profesor en entornos virtuales: condiciones, perfil y competencias*. En: Coll, C. (Edit.). *Psicología de la educación virtual: aprender y enseñar con las tecnologías de la información y la comunicación* (pp. 132- 152). Barcelona: Ediciones Morata.

McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2014). *Research in education: Evidence- based inquiry*. Pearson Higher Ed.

Melis, E., Andres, E., Budenbender, J., Frischauf, A., Goduadze, G., Libbrecht, P., ... & Ullrich, C. (2001). ActiveMath: A generic and adaptive web-based learning environment. *International Journal of Artificial Intelligence in Education (IJAIED)*, 12, 385-407.

Ministerio de Educación Nacional – MEN (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá: Autor. Disponible en <http://tinyurl.com/7t988s5>

Ministerio de Educación Nacional – MEN. (2012). *Recursos Educativos Digitales Abiertos*. Disponible en: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/articles-313597_reda.pdf (consultado el 28 de mayo de 2015).

Ministerio de Educación Nacional – MEN (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Disponible en: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf

Moreira, M. A. (2003). De los webs educativos al material didáctico web. *Revista comunicación y*.

National Council of Teachers of Mathematics – NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Disponible en: <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=16909> (consultado el 20 de noviembre de 2014).

Navarrete, J. M. (2000). El muestreo en la investigación cualitativa. *Investigaciones sociales*, 4(5), 165– 180.

Nelissen, J. (1998). *Thinking skills in realistic mathematics*. Disponible en: <http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/6259.pdf> (consultado el 20 de noviembre de 2014).

Orozco, C. y Labrador, M. (2006). La tecnología digital en educación: implicaciones en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. *Theoria*, 15(2), 81– 89.

Paramy, A & Loidl– Reisinger, S. (2003). *Adaptive Learning Environments and e– Learning Standards*. Disponible en: <http://web.archive.org/web/20100331014042/http://www.ejel.org/volume-2/vol2-issue1/issue1-art11-paramythis.pdf> (consultado el 20 de noviembre de 2014).

Pashler, H.; McDaniel, M.; Rohrer, D.; Bjork, R. (2008). Learning styles: Concepts and evidence. En: *Psychological Science in the Public Interest* 1 (9), pp. 105–119.

Peñaranda, M. (2004). La Fenomenología y las Ciencias humanas y bio– sociales. Su convergencia en un importante momento de cambio de paradigmas. *Philosophica*, (27), 215– 245.

Piaget, J. (1972). *Psicología y pedagogía*. Barcelona: Ariel.

Rabajoli, G. (2012). *Recursos digitales para el aprendizaje: una estrategia para la innovación educativa en tiempos de cambio*. Disponible en: <http://www.webinar.org.ar/sites/default/files/actividad/documentos/Graciela%20rabajoli%20Webinar2012.pdf> (consultado el 28 de mayo de 2015).

Ramírez Vega, A., & Chacón Rivas, M. (2011, December). Math Bridge: una propuesta como apoyo en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Costa Rica (CO). In *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*.

Rodríguez, J. M. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Revista de Investigación Silogismo*, 1(08).

Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. En: *Revista Iberoamericana de Educación* 1 (47), p. 1– 8. Madrid: Organización de Estados Iberoamericanos.

Sampieri, R., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: El Comercio SA.

Skemp, R. (1987). *The Psychology of learning mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Skemp, R. (1999). *Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.

- Snow, R. (1997). Aptitudes and Symbol Systems in Adaptive Classroom Teaching. En: *Phi Delta Kappan* 78 (5), pp. 354– 360.
- Stronquist, N. (1983). Investigación-acción: un nuevo enfoque sociológico. *Revista Colombiana de Educación N “ll. Bogotá, CIUP 1983*
- Subrahmanyam, K. & Greenfield, P. (1994). Effect of video game practice on spatial skills in boys and girls. *Journal of Applied Developmental Psychology* 1 (15), pp. 13– 32.
- Tabares, L. (2008). El hipertexto como herramienta educativa: un recorrido conceptual. *Revista Educación Comunicación Tecnología*, 3 (5).
- Thagard, P. (2008). *La mente. Introducción a las ciencias cognitivas*. Buenos Aires: Katz Editores.
- Torres, B. E. R. N. A. L. Cesar (2010), *Metodología de Investigación*, 2da Edición.
- UNAL. (s.f.). *Cultura y ambiente*. Recuperado el 19 de agosto de 2014, de <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/IDEA/2007225/lecciones/capitulo2/11-herramientasmetodologicas11.htm>
- Van, D. A. L. E. N., & Meyer, W. (1971). *Manual de técnica de la investigación educacional*. Buenos Aires: Naidós.
- Vidal, E. H. G. F. M. La Pizarra Digital Interactiva y el programa Geogebra como herramientas que facilitan la atención a la diversidad en el aula de Matemáticas.
- Vygotski, L. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.
- Vygotski, L. (1984). Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. *Infancia y Aprendizaje*, 7(27– 28), 105– 116.
- Walter Burke, W., Swassing, R. & Milone, M. (1979). *Teaching Through Modality Strengths: Concepts and Practices*. Columbus, Ohio: Zaner– Blosner.
- Whitney, H. (1985). Taking responsibility in school mathematics education. In: L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 123– 142). Noordwijkerhout: PME
- Zapata, M. (2012). *Recursos educativos digitales: conceptos básicos*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Zuñiga, L. (2007). El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (01).

ANEXOS

ANEXO 1

PRUEBA DIAGNÓSTICO PARA EL APRENDIZAJE DE LAS PERMUTACIONES SIN REPETICIÓN

INSTRUCCIONES

Resuelve los ejercicios, preguntas y problemas que se presentan a continuación.

Realiza paso a paso los procedimientos que estimes necesarios.

TIEMPO: Una hora y media.

Nota: Toda la información recopilada a través de este instrumento será de uso exclusivo para el proyecto El Rescate del Reino. Los datos aquí suministrados y las respuestas obtenidas se utilizarán con fines académicos y en forma confidencial, protegiendo siempre la identidad de los participantes.

1. Se sabe que

$2!=2$	$3!=6$	$4!=24$
--------	--------	---------

¿Por qué $5! = 120$?

2. Escriba las siguientes multiplicaciones como una división entre factoriales:

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \frac{\quad}{\quad!}$$

$$19 \times 18 \times 17 = \frac{\quad}{\quad!}$$

$$4 \times 3 = \frac{\quad}{\quad!}$$

3. La representación por extensión del conjunto de las vocales es $\{a, e, i, o, u\}$

Represente por extensión el conjunto de los números naturales mayores a 12 y menores a 20.


4. Una tabla de doble entrada o tabla de contingencia se usa generalmente, para comparar dos “cosas” respecto a una característica. Por ejemplo, el precio de tres productos de dos marcas diferentes. La marca 1 vende lápices, esferos y marcadores a \$800, \$1.000 y \$1.500 respectivamente. Mientras la marca 2 los vende a \$750, \$1.100 y \$1.450 respectivamente. Organiza los datos en una tabla y compáralos.

5. Al preguntarle a Camilo por su familia, él nos cuenta: la mamá de mi mamá se llama Ana Victoria. Ella tuvo seis hijos: Carlos que es el papá de Juan, David y Sandra; Enrique que es el papá de Pablo y Miguel; y Alfredo que es padre de Carolina y Óscar. También tuvo a Virginia la mamá de Fernanda y Susana; a Neyla madre de Ángela y Diana y tuvo a Ibeth, mi madre y de mi hermano Omar.

Representa mediante un diagrama la relación de parentesco que hay entre los integrantes de la familia de Camilo.

6. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 2x + 4$ y $f(z) = z^2 - 2z$. Calcula el valor de $f(x)$ cuando $x = 0, 1$ y 2 ; y el valor de $f(z)$ cuando $z = 1, 2, 3$.

7. Una marca de helados impulsa tres sabores: fresa, mora y cereza, vendiendo conos. Cada cono tiene una bola de helado, una salsa y una fruta. En dos ciudades ofrecen promociones como indica la figura.



Ciudad A

¡Prueba 3 nuevos sabores!

#	helado + salsa + fruta
1	Fresa Mora Cereza
2	Fresa Cereza Mora
3	Cereza Fresa Mora
4	Cereza Mora Fresa
5	Mora Fresa Cereza
6	Mora Cereza Fresa

¡Hay 6 combinados diferentes!

Ciudad B

¿Son iguales las dos promociones? Explica tu respuesta mostrando cuántas y cuáles posibilidades hay en cada caso.

ANEXO 2

MODELO DE KOLB

Cuestionario de Estilo de Aprendizaje

El Cuestionario de Estilo de Aprendizaje describe la manera en que tú aprendes y cómo afrontas las situaciones diarias de tu trabajo. Todos sabemos que las personas tienen diferentes formas de aprender; sin embargo, este cuestionario te ayudará a entender qué puede significar para ti tu estilo de aprendizaje. Te ayudará a comprender mejor cómo las personas:

- hacemos nuestras elecciones de carrera profesional
- resolvemos problemas
- establecemos objetivos
- dirigimos a otros
- afrontamos nuevas situaciones o experiencias
- trabajamos como miembros de un equipo

Instrucciones

En la siguiente página se te pide que completes 12 frases. Cada frase puede terminarse de cuatro formas distintas. Ordena las cuatro opciones de cada frase según pienses que se ajustan a tu manera de aprender algo nuevo, tal vez en tu trabajo. Trata de pensar en situaciones recientes en las que te enfrentaste con algo nuevo. Numera con un 4 la terminación que mejor se ajuste a tu forma de aprender y con un 1 la que peor se ajuste. Asegúrate de asignar un número a todas las terminaciones de cada una de las 12 frases.

A continuación se presenta un ejemplo:

Cuando aprendo...: __ soy feliz __ soy rápido __ soy lógico __ soy cuidadoso

RECUERDE: 4 = lo que más se parece a ti
3 = lo segundo que más se parece a ti
2 = lo tercero que más se parece a ti
1 = lo que menos se parece a ti

Cuestionario de Estilo de Aprendizaje de Kolb

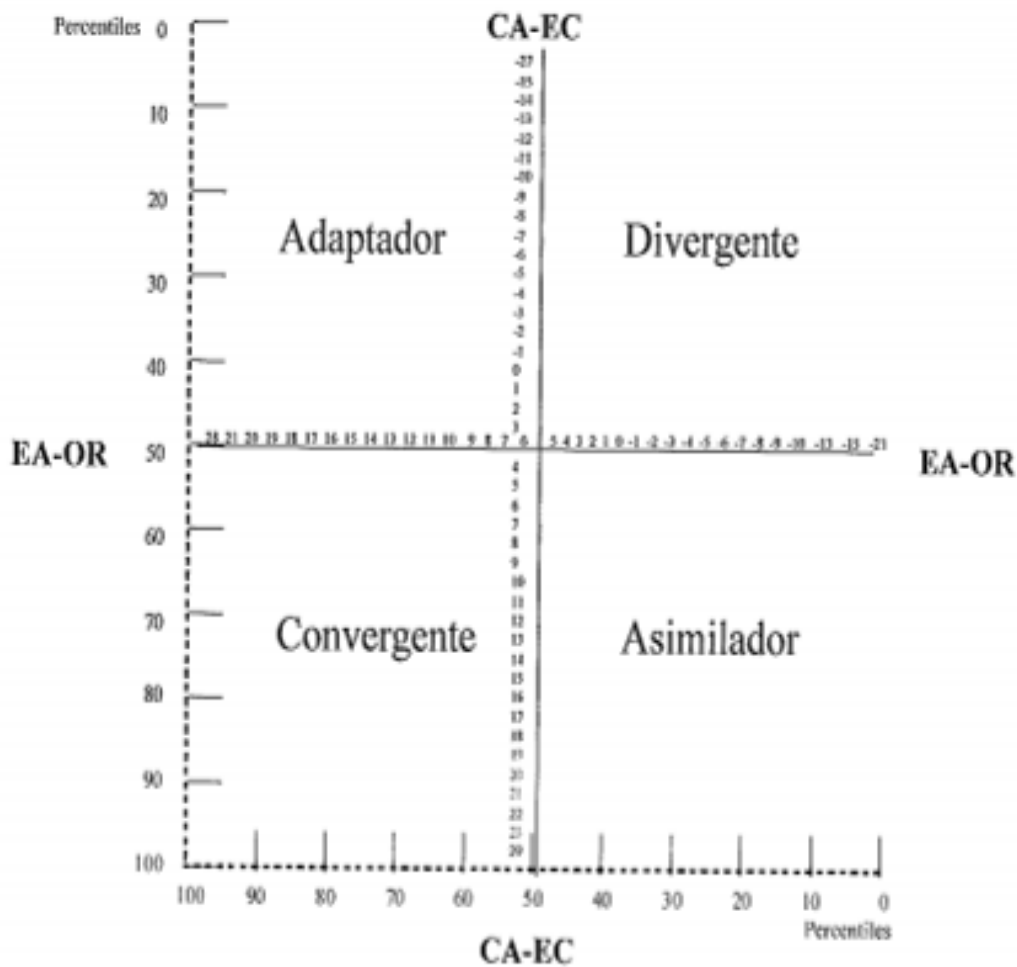
	(a) EC	(b) OR	(c) CA	(d) EA
1. Cuando aprendo...	<input type="checkbox"/> me gusta vivir sensaciones	<input type="checkbox"/> me gusta pensar sobre ideas	<input type="checkbox"/> me gusta estar haciendo cosas	<input type="checkbox"/> me gusta observar y escuchar
2. Aprendo mejor cuando...	<input type="checkbox"/> escucho y observo cuidadosamente	<input type="checkbox"/> confío en el pensamiento lógico	<input type="checkbox"/> confío en mi intuición y sentimientos	<input type="checkbox"/> trabajo duro para lograr hacer las cosas
3. Cuando estoy aprendiendo...	<input type="checkbox"/> tiendo a usar el razonamiento	<input type="checkbox"/> soy responsable con lo que hago	<input type="checkbox"/> soy callado y reservado	<input type="checkbox"/> tengo fuertes sensaciones y reacciones
4. Yo aprendo...	<input type="checkbox"/> sintiendo	<input type="checkbox"/> haciendo	<input type="checkbox"/> Observando	<input type="checkbox"/> pensando
5. Cuando aprendo...	<input type="checkbox"/> estoy abierto a nuevas experiencias	<input type="checkbox"/> observo todos los aspectos del asunto	<input type="checkbox"/> me gusta analizar las cosas, descomponerlas en sus partes	<input type="checkbox"/> me gusta probar e intentar hacer las cosas
6. Cuando estoy aprendiendo...	<input type="checkbox"/> soy una persona observadora	<input type="checkbox"/> soy una persona activa	<input type="checkbox"/> soy una persona intuitiva	<input type="checkbox"/> soy una persona lógica
7. Yo aprendo mejor de...	<input type="checkbox"/> la observación	<input type="checkbox"/> la relación con otras personas	<input type="checkbox"/> las teorías racionales	<input type="checkbox"/> la oportunidad de probar y practicar
8. Cuando aprendo...	<input type="checkbox"/> me gusta ver los resultados de mi trabajo	<input type="checkbox"/> me gustan las ideas y las teorías	<input type="checkbox"/> me tomo mi tiempo antes de actuar	<input type="checkbox"/> me siento personalmente involucrado en las cosas
9. Aprendo mejor cuando...	<input type="checkbox"/> confío en mis observaciones	<input type="checkbox"/> confío en mis sentimientos	<input type="checkbox"/> puedo probar por mi cuenta	<input type="checkbox"/> confío en mis ideas
10. Cuando estoy aprendiendo...	<input type="checkbox"/> soy una persona reservada	<input type="checkbox"/> soy una persona receptiva	<input type="checkbox"/> soy una persona responsable	<input type="checkbox"/> soy una persona racional
11. Cuando aprendo...	<input type="checkbox"/> me involucro	<input type="checkbox"/> me gusta observar	<input type="checkbox"/> evalúo las cosas	<input type="checkbox"/> me gusta ser activo
12. Aprendo mejor cuando...	<input type="checkbox"/> analizo ideas	<input type="checkbox"/> soy receptivo y abierto	<input type="checkbox"/> soy cuidadoso	<input type="checkbox"/> soy práctico

Estilo de Aprendizaje. Gráfico

Escribe a continuación tus puntuaciones en las cuatro modalidades de aprendizaje: EC, OR, CA y EA y realiza la siguiente resta para obtener las puntuaciones finales, que te permitirán conocer tu tipo de estilo de aprendizaje dominante:

$$\boxed{}_{\text{CA}} - \boxed{}_{\text{EC}} = \boxed{}_{\text{CA-EC}} \quad \boxed{}_{\text{EA}} - \boxed{}_{\text{OR}} = \boxed{}_{\text{EA-OR}}$$

Ahora traslada esas puntuaciones al gráfico siguiente. La unión de ambos puntos te dará tu estilo de aprendizaje.



ANEXO 3
MODELO FOLBER Y SILVERMAN

INSTRUCCIONES:

❖ Seleccione solamente una respuesta para cada pregunta, si tanto "a" y "b" parece aplicarse a usted, seleccione aquella que aplique más frecuentemente.

1. Entiendo mejor algo
 - a) Si lo práctico.
 - b) Si pienso en ello.

2. Me considero
 - a) Realista.
 - b) Innovador.

3. Cuando pienso acerca de lo que hice ayer, es más probable que lo haga sobre la base de
 - a) Una imagen.
 - b) Palabras.

4. Tengo tendencia a:
 - a) Entender los detalles de un tema pero no ver claramente su estructura
 - b) Entender la estructura completa pero no ver claramente los detalles

5. Cuando estoy aprendiendo algo nuevo, me ayuda
 - a) Hablar de ello.
 - b) Pensar en ello.

6. Si yo fuera profesor, yo preferiría dar un curso
 - a) Que trate sobre hechos y situaciones reales de la vida.
 - b) Que trate con ideas y teorías.

7. Prefiero obtener información nueva de
 - a) Imágenes, diagramas, graficas o mapas.
 - b) Instrucciones escritas o información verbal.

8. Una vez que entiendo
 - a) Todas las partes, entiendo el total.
 - b) El total de algo, entiendo como encajan sus partes.

9. En un grupo de estudio que trabaja con un material difícil. Es más probable que
- Participe y contribuya con ideas,
 - No participe y solo escuche.
10. Es más fácil para mí
- Aprender hechos.
 - Aprender conceptos.
11. En un libro con muchas imágenes y graficas es más probable que
- Revise cuidadosamente las imágenes y las gráficas.
 - Me concentre en el texto escrito.
12. Cuando resuelvo problemas de matemáticas
- Generalmente trabajo sobre las soluciones con un paso a la vez
 - Frecuentemente se cuáles son las soluciones, pero luego de imaginarme los pasos para llegar a ellas.
13. En las clases a las que he asistido
- He llegado a saber cómo son muchos de los estudiantes.
 - Raramente he llegado a saber cómo son muchos estudiantes.
14. Cuando leo temas que no son de ficción, prefiero
- Algo que me enseñe nuevos hechos o me diga cómo hacer algo
 - Algo que me de nuevas Ideas en que pensar.
15. Me gustan los maestros
- Que utilizan muchos esquemas en el pizarrón
 - Que toman mucho tiempo para explicar.
16. Cuando estoy analizando un cuento o una novela
- Pienso en los incidentes y trato de acomodarlos para configurar los temas.
 - Me doy cuenta de cuáles son los temas cuando termino de leer y luego tengo que regresar y encontrar los incidentes que los demuestran.
17. Cuando comienzo a resolver un problema de tarea, es más probable que
- Comience a trabajar en su solución inmediatamente.
 - Primero trate de entender completamente el problema.
18. Prefiero la idea de
- Certeza.
 - Teoría.

19. Recuerdo mejor
- a) Lo que veo.
 - b) Lo que oigo.
20. Es más importante para mí que un profesor
- a) Exponga el material en pasos secuenciales claros.
 - b) Me dé un panorama general y relacione el material con otros temas.
21. Prefiero estudiar
- a) En un grupo de estudio.
 - b) Solo.
22. Me considero
- a) Cuidadoso en los detalles de mi trabajo.
 - b) Creativo en la forma en la que hago mi trabajo.
23. Cuando alguien me da direcciones de nuevos lugares, prefiero
- a) Un mapa.
 - b) Instrucciones escritas.
24. Aprendo
- a) A un paso constante. Si estudio con ahínco consigo lo que deseo
 - b) En inicios y pausas. Me llevo a confundir y súbitamente lo entiendo.
25. Prefiero primero
- a) Hacer algo y ver qué sucede.
 - b) Pensar cómo voy a hacer algo.
26. Cuando leo por diversión, me gustan los escritores que
- a) Dicen claramente lo que desean dar a entender.
 - b) Dicen las cosas en forma creativa e interesante.
27. Cuando veo un esquema o bosquejo en clase, es más probable que recuerde
- a) La imagen.
 - b) Lo que el profesor dijo acerca de ella.
28. Cuando me enfrento a un cuerpo de información
- a) Me concentro en los detalles y pierdo de vista el total de la misma.
 - b) Trato de entender el todo antes de ir a los detalles.

29. Recuerdo más fácilmente
- a) Algo que he hecho.
 - b) Algo en lo que he pensado mucho.
30. Cuando tengo que hacer un trabajo, prefiero
- a) Dominar una forma de hacerlo.
 - b) Intentar nuevas formas de hacerlo.
31. Cuando alguien me enseña cosas, prefiero
- a) Gráficas.
 - b) Resúmenes con texto.
32. Cuando escribo un trabajo, es más probable que
- a) Lo haga (piense o escriba) desde el principio y avance.
 - b) Lo haga (piense o escriba) en diferentes partes y luego las ordene.
33. Cuando tengo que trabajar en un proyecto de grupo, primero quiero
- a) Realizar una "tormenta de ideas" donde cada uno contribuye con ideas.
 - b) Realizar la "tormenta de ideas" en forma personal y luego juntarme con el grupo para comparar las ideas.
34. Considero que es mejor elogiar a alguien
- a) Sensible.
 - b) Imaginativo
35. Cuando conozco gente en una fiesta, es más probable que recuerde
- a) Como es su apariencia.
 - b) Lo que dicen de sí mismos
36. Cuando estoy aprendiendo un tema, prefiero
- a) Mantenerme concentrado en ese tema, aprendiendo lo más que pueda de él
 - b) Hacer conexiones entre ese tema y temas relacionados.
37. Me considero
- a) Abierto.
 - b) Reservado.
38. Prefiero cursos que dan más importancia a
- a) Material concreto (hechos, datos.)
 - b) Material abstracto (conceptos, teorías.)

39. Para divertirme, prefiero
- a) Ver televisión.
 - b) Leer un libro.

40. Algunos profesores inician sus clases haciendo un bosquejo de lo que enseñarán.
Esos bosquejos son:
- a) Algo útil para mí
 - b) Muy útiles para mí.

41. La idea de hacer una tarea en grupo con una sola calificación para todos
- a) Me parece bien.
 - b) No me parece bien.

42. Cuando hago grandes cálculos
- a) Tiendo a repetir todos mis pasos y revisar cuidadosamente mi trabajo.
 - b) Me cansa hacer su revisión y tengo que esforzarme para hacerlo.

43. Tiendo a recordar lugares en los que he estado
- a) Fácilmente y con bastante exactitud.
 - b) Con dificultad y sin mucho detalle.

44. Cuando resuelvo problemas en grupo, es más probable que yo
- a) Piense en los pasos para la solución de los problemas.
 - b) Piense en las posibles consecuencias o aplicaciones de la solución en un amplio rango de campos

ANEXO 4
CUESTIONARIO DE SALIDA

Resuelva los siguientes problemas, indicando en cada uno los procedimientos realizados.

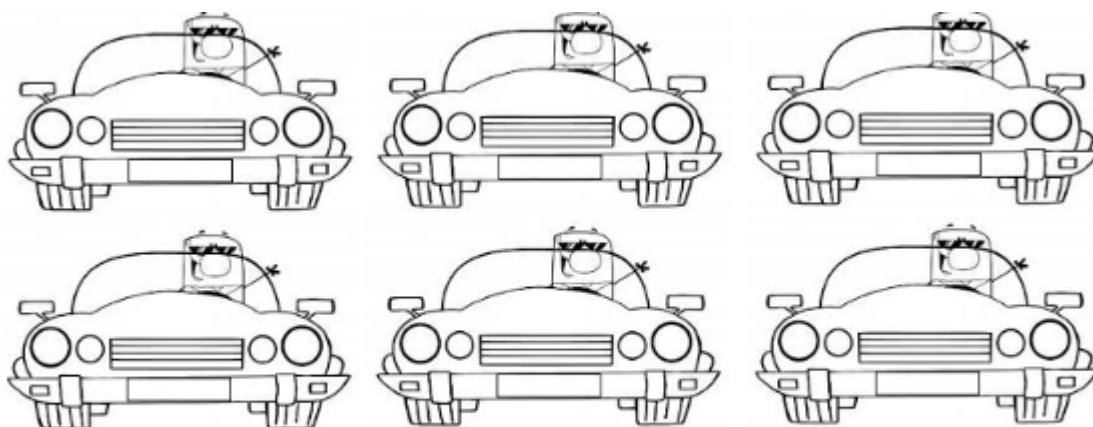
El departamento de transporte de una ciudad planea realizar un censo de automóviles otorgándoles una matrícula única. Hay dos propuestas para elaborar estas matrículas:

(a) formando números de 4 cifras diferentes

(b) formando cadenas de 3 letras diferentes (incluyendo la ñ)

1. Haciendo uso de alguna representación (diagrama de árbol, tabla de doble entrada, lista), muestre por lo menos cinco matrículas válidas para cada una de las propuestas.

2. Haciendo uso de la propuesta (b), escriba seis matrículas diferentes que hagan uso de las mismas tres letras.



3. Escriba tres ejemplos de matrículas no válidas en cualquiera de las dos propuestas. Justifíquelas.

4. El departamento de transporte otorgará para esta ciudad 15 000 matrículas nuevas. ¿Cuál de las dos propuestas deberían elegir? ¿Por qué?

5. El departamento pretende a un futuro brindar 15000 matrículas nuevas más. ¿Cuántas cifras debe tener cada matrícula en la propuesta uno? ¿Cuántas letras deben tener cada matrícula en la propuesta dos?

ANEXO 5

CONSENTIMIENTO Y ASENTIMIENTO INFORMADO PARA PADRES Y ESTUDIANTES SELECCIONADOS DE GRADO UNDÉCIMO COLEGIO GENERAL GUSTAVO ROJAS PINILLA

INSTITUCIÓN: Universidad de la Sabana

PROGRAMA ACADÉMICO: Maestría en Proyectos Educativos Mediadados por TIC.

TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN: Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino”: Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición.

NOMBRE DEL INVESTIGADOR: Diego Andrés Villarreal Rivera

OBJETIVO DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: Determinar los aportes del recurso educativo digital adaptativo El Rescate del Reino en el aprendizaje de permutaciones sin repetición en los estudiantes de grado undécimo.

FECHA: Mayo de 2016

INVITACIÓN A PARTICIPAR EN LA INVESTIGACIÓN:

Estimado estudiante _____, reciba un cordial saludo. Con el ánimo de innovar en la enseñanza de las matemáticas y explorar nuevas alternativas para orientar los procesos de aprendizaje en el área, lo invitamos a participar en el proyecto de investigación “Recurso Educativo Digital Adaptativo «El Rescate del Reino»: Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición”, cuyas características se describen a continuación:

1. **Duración de la participación en el proyecto de investigación:** 2 meses, a partir de marzo de 2015.
2. **Actividades a realizar:** El participante responderá un cuestionario inicial cuyo objetivo es determinar sus presaberes sobre el objeto matemático a enseñar,

posteriormente, hará uso del recurso educativo propuesto en este proyecto, luego, responderá un cuestionario final y, por último, será entrevistado para recoger sus apreciaciones sobre su experiencia dentro del proyecto de investigación.

3. **Riesgos de la participación en la investigación:** Las actividades que el participante desarrollará en el proyecto de investigación no suponen intrínsecamente riesgo alguno, pues se limitarán a la resolución de cuestionarios, el uso de un recurso digital en la web y la participación en una entrevista.
4. **Beneficios de la participación en la investigación:** A través de su participación en el proyecto de investigación, los estudiantes conocerán de primera mano un recurso educativo digital adaptativo nuevo, inédito y orientado hacia el aprendizaje de un objeto matemático. Al hacer uso de este recurso, los estudiantes se acercarán por primera vez a una herramienta lúdica que pretende enseñarles matemáticas a partir de sus estilos de aprendizaje y contribuirán al mejoramiento de la educación matemática en su institución, localidad y ciudad.
5. **Privacidad y manejo de la información:** Toda la información escrita y audiovisual que se genere a través de la participación en el proyecto de investigación será confidencial y su uso se limitará a la presentación de resultados al interior de la Universidad de la Sabana y del Colegio General Gustavo Rojas Pinilla. Para efectos de publicaciones en la web y otros medios de difusión de información, no se mencionarán los nombres de los participantes y su identidad siempre se mantendrá en absoluta reserva.
6. **Permanencia:** La participación en este proyecto de investigación es **voluntaria** y cada participante puede retirarse de ella y no participar más si lo considera oportuno o necesario, en cualquier etapa del proyecto. Con el ánimo de cumplir el objetivo de la investigación, se les solicita muy amablemente a los participantes que acompañen

todo el proceso desde su inicio hasta el final, pero en ningún caso su participación o permanencia será considerada como obligatoria.

ESTUDIANTE

A través de mi firma (estudiante) declaro haber leído y comprendido este consentimiento informado; además, voluntariamente, confirmo mi participación en el proyecto Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino”: Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición.

PADRE O MADRE DE FAMILIA

A través de mi firma (padre o madre de familia) declaro haber leído y comprendido este consentimiento informado; además, voluntariamente, autorizo que mi hijo _____ participe en el proyecto de investigación Recurso Educativo Digital Adaptativo “El Rescate del Reino”: Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición.

Nombre del estudiante

Firma del estudiante

Nombre del padre o madre de familia

Firma del padre o madre de familia

ESTUDIANTE

A través de mi firma (estudiante) declaro haber leído y comprendido este consentimiento informado; además, voluntariamente, confirmo mi participación en el proyecto Recurso Educativo Digital Adaptativo "El Rescate del Reino": Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición.

PADRE O MADRE DE FAMILIA

A través de mi firma (padre o madre de familia) declaro haber leído y comprendido este consentimiento informado; además, voluntariamente, autorizo que mi hijo Natalia Chaparro participe en el proyecto de investigación Recurso Educativo Digital Adaptativo "El Rescate del Reino": Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición.

Natalia Chaparro

Nombre del estudiante

Michelle Natalia Chaparro

Firma del estudiante

Mónica Díaz Velasco

Nombre del padre o madre de familia

[Firma]

Firma del padre o madre de familia

ANEXO 6

AUTORIZACIÓN INSTITUCIONAL PARA IMPLEMENTACIÓN DEL PROYECTO “RECURSO EDUCATIVO DIGITAL ADAPTATIVO “EL RESCATE DEL REINO”: UNA ESTRATEGIA PARA APRENDER PERMUTACIONES SIN REPETICIÓN”



GENERAL GUSTAVO ROJAS PINILLA

Institución Educativa Distrital

LOCALIDAD 08 - KENNEDY

PREESCOLAR - BÁSICA PRIMARIA - BÁSICA SECUNDARIA - MEDIA

Resolución de Licencia de Funcionamiento Oficial N° 158 del 24 de Enero de 2008 y
Resolución N° 1458 del 09 de Mayo de 2008 y Resolución de Integración No. 2438 del 8 de julio de 2008
NIT. 900200860-0 DANE: 51100201773 Y 111001106984

Bogotá, D.C. 19 de mayo de 2016

RADICACIÓN CORRESPONDENCIA DE SALIDA	
	Rectoría
Fecha	2016-19-05
No. Referencia	CE - 103 - 2016

Señores

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

Programa Maestría en Proyectos Educativos Mediados por TIC

Bogotá, D.C.

Cordial saludo,

Posterior a la carta de la solicitud traída por el docente Diego Andrés Villareal Rivera, en busca de solicitar el permiso para aplicar su investigación “Recurso Educativo Digital Adaptativo << El Rescate del Reino>>: Una estrategia para aprender permutaciones sin repetición” en nuestra institución, el Colegio General Gustavo Rojas Pinilla I.E.D. le da el aval para que el docente desarrolle los ejercicios y actividades de su proyecto con nuestros estudiantes y contribuya con ello a las practicas pedagógicas que desarrollamos en la institución.

Cordialmente,


JANETT RODRÍGUEZ VILLAMIL
Rectora

Calle 11B No. 80B-61 Código Postal 110821
Teléfonos: 2921272- 2921136- 2923536
E-mail colgeneralgustavorojas@redp.edu.co
<http://colegio.redp.edu.co/gustavorojas>

BOGOTÁ
MEJOR
PARA TODOS

ANEXO 7

CONSTANCIA DE REALIZACIÓN DE PRUEBA PILOTO DE EL RESCATE DEL REINO FUNDACIÓN SIERVOS DE JESÚS



Bogotá D.C. 14 de abril de 2016

Señores:

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

Programa Maestría en Proyectos Educativos Mediados por TIC

La ciudad

Respetado Asesor:

Cordial saludo. La Fundación Siervos de Jesús hace constar que el señor Diego Andrés Villarreal Rivera, estudiante de quinto semestre de Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC, aplicó dentro de este escenario, una prueba piloto con los estudiantes de grado undécimo que asistimos en la fundación, durante la segunda semana del mes en curso. La prueba que realizó se centró en el uso de un juego didáctico digital llamado el Rescate del Reino cuyo objetivo es enseñar a calcular permutaciones matemáticas. Los jóvenes manifestaron haberse sentido muy motivados por el juego, sus gráficos y explicaciones, pero sugerimos que se le haga una revisión porque hay un punto en el que no se podía avanzar más.

Le deseamos al docente Villarreal los mejores éxitos en el estudio que está realizando.

Cordialmente;

Luz Maritza Murillo
Luz Maritza Murillo

CC. 67039916

Representante legal Fundación Siervos de Jesús.

COMEDOR CALLE 47 N° 21C-16 SUR (ALTOS DE CASUCA)

TEL: 5 76 37 92 - 5 77 06 95 MÓVIL: 301 5 12 58 70

facebook: fundación siervos de Jesús - fundasiervos@gmail.com - Bogotá Colombia

ANEXO 8
DIARIOS DE CAMPO

INSTRUMENTO DIARIO DE CAMPO 1



TEMA: *Implementación de El Rescate del Reino para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición*

IMPLEMENTADO POR: *Diego Andrés Villarreal Rivera*

DIRECTOR DEL PROYECTO: *Isabel Jiménez Becerra*

NOMBRE DE LA MAESTRÍA: *Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC*

FECHA DE ELABORACIÓN: *11/05/2016*

LUGAR Y FECHA:	CURSO Y JORNADA:	TIEMPO:	ASIGNATURA:
Colegio general Gustavo Rojas Pinilla 11 de mayo de 2016	Curso 1101 Jornada mañana	90 minutos	Matemáticas

OBSERVACIONES

Descripción

Esta fue la primera sesión posterior al diagnóstico. Los estudiantes ya con sus perfiles definidos comenzaron a interactuar con El Rescate del Reino en lo que a la historia central se refiere. El grupo inició con el reto de la biblioteca en el que había que calcular de cuántas maneras se podrían organizar los 4 principales libros de la biblioteca de Khilad.



Como los libros tenían símbolos, algunos de los estudiantes tomaron papel y lápiz para hacer los dibujos y empezar a probar distintas alternativas sin ningún orden o

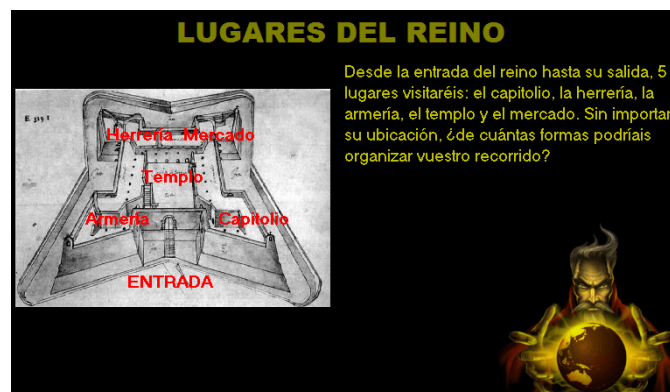
estrategia definida. Se destaca que el grupo de los acomodadores dialogó permanentemente sobre el cómo desarrollar el ejercicio y alternó sus discusiones con dibujos en el papel. Los asimiladores trabajaron en forma individual con lectura personal, miraban de reojo los dibujos que hacen sus compañeros de perfil para cerciorarse de que no les falta ninguno y hablaban muy poco entre ellos. Por su parte, los divergentes hicieron la lectura en forma individual, se pusieron de acuerdo en cómo proceder y cada uno regresó al trabajo personal; una vez ya tuvieron una solución, comenzaron a dialogar nuevamente para revisar entre todos aciertos y desaciertos. Una estudiante de este grupo optó por el trabajo individual casi todo el tiempo.

Es importante mencionar que el docente investigador no dio especificaciones concretas en cuanto a la posibilidad o imposibilidad de trabajar en grupo; simplemente, ubicó a los estudiantes de tal manera que sus compañeros de perfil estuvieran cerca y ellos decidieran por sí mismos si interactuaban entre sí o estudiaban en forma individual.

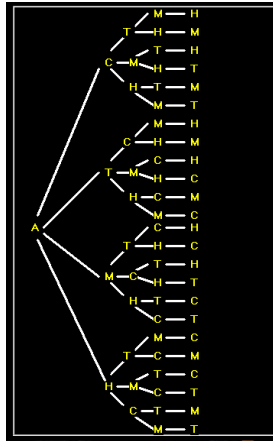
El Rescate del Reino les preguntó de cuántas formas se podían organizar los libros y de inmediato comenzó a explicarles cómo hacer los arreglos en forma ordenada y estratégica. A partir de esa explicación, todo el grupo pudo determinar todas las posibilidades, ingresó el número en el recurso, este validó la respuesta y les permitió continuar.

El docente investigador les preguntó a los estudiantes si habían acertado o no y cuál fue la estrategia que desarrollaron para lograrlo. Los exploradores afirmaron que el truco estaba en fijar los dos primeros elementos y poner a variar los últimos dos; luego variar el segundo y así sucesivamente. El resto de los participantes manifestó estar de acuerdo con lo aportado por los compañeros exploradores. Una vez se terminó el ejercicio, El Rescate del Reino definió qué son las permutaciones sin repetición y por qué la situación de la biblioteca correspondía a una permutación.

Posteriormente, El Rescate del Reino les presentó un mapa con 5 ubicaciones con el fin de que determinaran todas las rutas posibles para recorrerlos.



Sin necesidad de dar alguna instrucción en particular, todos los estudiantes intentaron hacer ordenación manual como se hizo en el caso de los libros de la biblioteca. Al ver que salían muchas opciones, los estudiantes optaron por avanzar y el recurso les enseñó paso a paso a construir un diagrama de árbol hasta mostrar todas las posibilidades que tienen a la armería como primer destino



Los estudiantes divergentes manifestaron que si había 24 opciones que comenzaban por la armería, seguramente habría 24 opciones también para cualquier otro destino elegido como primer lugar para visitar; de ahí que en total hubiera 24×5 opciones. Los exploradores indicaron que es muy largo hacer todo el mapa y que definitivamente era más rápido calcular las posibilidades de un solo destino como principal y ahí sí multiplicar por 5. Los estudiantes asimiladores no emitieron concepto alguno, pero siguieron trabajando directamente en el recurso, avanzando a su propio ritmo.

Comentarios

Los estudiantes siguieron la secuencia propuesta por El Rescate del Reino sin mayores dificultades. Se destaca que los asimiladores avanzaron principalmente en forma individual y a mayor velocidad que los demás. Los estudiantes exploradores (acomodadores) avanzaron más despacio que los otros dos perfiles, pero encontraron seguridad en su trabajo permanente en grupo y sus continuos debates les tomaron tiempo, pero fueron favorables para el desarrollo de las actividades. El grupo en general aceptó mejor la primera técnica (ordenación manual) que la segunda (diagrama de árbol) por la complejidad y extensión de la segunda. Los acomodadores expresaron abiertamente su poca preferencia por la técnica del diagrama de árbol a pesar de que les gusta hacer los dibujos.

INSTRUMENTO DIARIO DE CAMPO 2

TEMA: *Implementación de El Rescate del Reino para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición*

IMPLEMENTADO POR: *Diego Andrés Villarreal Rivera*

DIRECTOR DEL PROYECTO: *Isabel Jiménez Becerra*

NOMBRE DE LA MAESTRÍA: *Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC*

FECHA DE ELABORACIÓN: *13/05/2016*



Universidad de
La Sabana

LUGAR Y FECHA:	CURSO Y JORNADA:	TIEMPO:	ASIGNATURA:
Colegio general Gustavo Rojas Pinilla 12 de mayo de 2016	Curso 1101 Jornada mañana	50 minutos	Matemáticas

OBSERVACIONES

En esta sesión, el Rescate del reino guió a los estudiantes a la bóveda del reino con el objetivo de que descubrieran de cuántas formas se podían formar claves de 6 cifras distintas a partir de los dígitos del 1 al 6 para descubrir 3 verdades secretas que el sumo sacerdote anterior ocultó y serán claves a la hora de salvar el reino.

"En la bóveda principal, tres verdades de luz están ocultas y sin ellas, los héroes pisan en falso y caen. La caja fuerte solo se abrirá si alguien descubre cuántas claves distintas de 6 cifras diferentes pueden crearse utilizando los números 1, 2, 3, 4, 5, y 6"



El recurso les expuso que aprenderían la técnica del análisis de posibilidades y les preguntó sobre cuántos dígitos podrían ocupar la primera casilla y una vez esta estuviera ocupada, cuántos podrían ocupar la siguiente y así sucesivamente. Al final todos concluyeron que cada número era uno menos del anterior



Una vez todos ingresaron los números correctamente, el docente investigador les pidió a los estudiantes que resolvieran nuevamente los ejercicios de la biblioteca y del mapa utilizando esta técnica. El método tuvo mucha acogida por su rapidez y efectividad. Al final, después de confirmar que todos habían obtenido las mismas soluciones de la sesión anterior, el docente investigador les solicitó que identificaran qué características tenían en común las tres situaciones resueltas hasta el momento y entre todos acordaron que eran casos de permutaciones sin repetición.

Es importante resaltar que con lo logrado hasta ahora los exploradores ya tenían dos partes del mapa para encontrar la llave que mantendría encerrados a los caballeros negros, los alquimistas ya habían conseguido 2 ingredientes para un elíxir mágico y los magos, dos partes de un hechizo.

Comentarios

A través de esta sesión descubrieron tres escenarios distintos para el aprendizaje de las permutaciones y se están familiarizando con sistemas de representación diferentes (numérico – gráfico – icónico). Las interacciones entre ellos, sus modos de abordar y discutir las actividades, los cálculos y las conclusiones corresponden fielmente a las descripciones que el autor Kolb hizo de cada estilo de aprendizaje.

INSTRUMENTO DIARIO DE CAMPO 3

TEMA: *Implementación de El Rescate del Reino para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición*

IMPLEMENTADO POR: *Diego Andrés Villarreal Rivera*

DIRECTOR DEL PROYECTO: *Isabel Jiménez Becerra*

NOMBRE DE LA MAESTRÍA: *Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC*

FECHA DE ELABORACIÓN: *17/05/2016*



Universidad de
La Sabana

LUGAR Y FECHA:	CURSO Y JORNADA:	TIEMPO:	ASIGNATURA:
Colegio general Gustavo Rojas Pinilla 16 de mayo de 2016	Curso 1101 Jornada mañana	60 minutos	Matemáticas

OBSERVACIONES

En esta sesión los estudiantes se encontraron con las dos primeras “verdades de luz” que estaban escondidas en la bóveda del rey.

Desde el diagnóstico, no se había vuelto a mencionar el símbolo factorial, pero algunos estudiantes lo reconocieron inmediatamente al resolver el primer ejercicio.

Una permutación sin repetición de n elementos es igual a $n!$

Teniendo esta definición en cuenta

Para el acertijo de los libros: $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Para el acertijo del recorrido por los 5 lugares: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Para el acertijo del número de 6 dígitos: $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

¡Este conocimiento nos resultará muy útil para seguir calculando las permutaciones sin repetición que necesitemos!

Ahora calcula tú el número de permutaciones sin repetición que se pueden hacer a partir de 8 elementos.

$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$

Los exploradores indicaron que en el análisis de posibilidades prácticamente habían resuelto un factorial y los demás los apoyaron. Todos tomaron nota de la fórmula de $n!$ y procedieron al abordaje de la segunda verdad de luz: el cálculo de permutaciones con subgrupos mediante el uso de la expresión matemática. En el desarrollo del ejercicio de aplicación de la nueva fórmula, en particular, los alquimistas (asimiladores) tuvieron dificultad al reemplazar los números del denominador.

Los juglares del reino saben interpretar 6 melodías ancestrales que alegran a todos. ¿De cuántas formas podrían organizar un repertorio de 3 temas para el cumpleaños del rey?

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \quad 6P3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

El docente investigador apoyó a los asimiladores y a través de preguntas como “¿a qué equivale 3!” y ¿cuáles números se simplifican entre el numerador y el denominador? Los llevó a identificar y corregir su error en el procedimiento.

Posteriormente, el docente les solicitó a los estudiantes que plantearan situaciones que se pudieran resolver con permutaciones sin repetición en subgrupos y ahí se abrió la oportunidad de introducir nocionalmente las permutaciones con repetición y las combinaciones.

Comentarios

En esta sesión se logró un avance importante hacia el cálculo de permutaciones sin repetición a través del lenguaje algebraico por la incorporación de fórmulas matemáticas. Las actividades de las sesiones previas ya les han permitido a los estudiantes acercarse a otras formas de mostrar y calcular las permutaciones, pero el componente simbólico cobró fuerza en esta sesión. Resulta curioso que justamente sean los estudiantes asimiladores quienes hayan cometido errores en este tipo de cálculos, mas es de resaltar que para ser el primer ejercicio no es un error significativo y la clase logró que perfiles menos cercanos al lenguaje algebraico aplicaran correctamente las fórmulas.

INSTRUMENTO DIARIO DE CAMPO 4

TEMA: Implementación de El Rescate del Reino para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición

IMPLEMENTADO POR: Diego Andrés Villarreal Rivera

DIRECTOR DEL PROYECTO: Isabel Jiménez Becerra

NOMBRE DE LA MAESTRÍA: Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC

FECHA DE ELABORACIÓN: 18/05/2016



Universidad de
La Sabana

LUGAR Y FECHA:	CURSO Y JORNADA:	TIEMPO:	ASIGNATURA:
Colegio general Gustavo Rojas Pinilla 18 de mayo de 2016	Curso 1101 Jornada mañana	50 minutos	Matemáticas

OBSERVACIONES

En esta sesión se retomaron las verdades de luz reveladas hasta ahora al haber abierto la bóveda. El docente investigador les preguntó a los estudiantes sobre qué se había aprendido en la sesión anterior y ellos, después de revisar sus apuntes, dieron cuenta de las fórmulas y de las ventajas de su utilización frente a métodos más extensos y de mayor riesgo de equivocarse.

El docente investigador les solicitó que continuaran la historia de El Rescate del Reino e inmediatamente apareció una alerta: no todos los arreglos son permutaciones.

Su majestad, el rey David II, decidió premiar con la medalla dorada del honor a 2 ciudadanos del reino por su patriotismo y lealtad. Los candidatos a esta distinción fueron: el obispo, el gran visir, el bufón y el panadero. ¿De cuántas formas posibles podrían elegirse los dos premiados?

Para resolver la pregunta, hagamos un listado de todas las opciones como lo hemos venido haciendo:

Obispo y visir	obispo y bufón	Obispo y panadero
Visir y obispo	visir y bufón	visir y panadero
Bufón y obispo	bufón y visir	bufón y panadero
Panadero y obispo	panadero y visir	panadero y bufón

Aparentemente, hay 12 opciones. Sin embargo, si analizas la situación, hay opciones que están repetidas, así:

1 Obispo y visir	2 obispo y bufón	3 Obispo y panadero
4 Visir y obispo	5 visir y bufón	6 visir y panadero
7 Bufón y obispo	8 bufón y visir	9 bufón y panadero
10 Panadero y obispo	11 panadero y visir	12 panadero y bufón

El caso de las canciones de los juglares sí corresponde a una permutación, pues no es lo mismo interpretar las mismas 3 canciones en órdenes diferentes. Para asegurarnos de que hemos comprendido claramente esta advertencia, indica en cada una de las siguientes situaciones si están asociadas a permutaciones o a combinaciones

Click para continuar

Continuar ->

Se les presentó a los estudiantes una situación que correspondía a una combinación y no a una permutación. Paso a paso el recurso les explicó el porqué y todos expusieron sus inquietudes al respecto. Se hizo necesario que se plantearan ejemplos adicionales

para acercarse un poco a la diferencia entre estas dos técnicas de la combinatoria.

Posteriormente, se les presentó una lista de 4 situaciones para que las clasificaran entre permutaciones y combinaciones. El grupo de los exploradores tardó más de 10 minutos porque les costó mucho ponerse de acuerdo. El recurso realimentó las respuestas equivocadas y en plenaria se analizó por qué cada una pertenecía a permutación o combinación según fuera el caso.

SITUACIÓN	Permutación	Combinación
En una guardia de 20 paladines, se deben seleccionar 3 para que escolten al rey.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
En un menú de 8 postres distintos, se deben elegir 5 para ser incluidos en el gran banquete de la luna nueva.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Entre 10 guerreros competidores, elegiremos a dos ganadores: un campeón, un subcampeón.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Entre las 100 joyas del arca del rey, serán escogidas 10 para ser vendidas y ayudar a los más necesitados del reino.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Es importante mencionar que al perfil que se caracteriza por experimentación activa (acomodadores) se le dio la indicación de que buscara apoyo para revisar estas situaciones preguntándoles a otros docentes y estudiantes, así como representar con fichas, objetos o dramatizado cada situación.

Comentarios

La diferenciación de las permutaciones con las combinaciones supuso una dificultad para el grupo en general; aunque al final se comprendieron las situaciones, probablemente se requeriría un trabajo más detallado y profundo en combinaciones, pero ese no es el objeto matemático de este proyecto de investigación.

INSTRUMENTO DIARIO DE CAMPO 5

TEMA: Implementación de El Rescate del Reino para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición

IMPLEMENTADO POR: Diego Andrés Villarreal Rivera

DIRECTOR DEL PROYECTO: Isabel Jiménez Becerra

NOMBRE DE LA MAESTRÍA: Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC

FECHA DE ELABORACIÓN: 19/05/2016



LUGAR Y FECHA:	CURSO Y JORNADA:	TIEMPO:	ASIGNATURA:
Colegio general Gustavo Rojas Pinilla 19 de mayo de 2016	Curso 1101 Jornada mañana	50 minutos	Matemáticas

OBSERVACIONES

En esta sesión los estudiantes ingresaron directamente a El Rescate del Reino para aprender la tercera verdad de luz de la bóveda: Las permutaciones circulares.

De nuevo apareció el símbolo de factorial, pero ninguno de los estudiantes manifestó dificultad alguna con la notación, pues ya les resultaba conocida. El recurso les presentó la explicación de las permutaciones circulares y los estudiantes acomodadores hicieron el experimento sentándose 3 y 4 alrededor de una mesa circular y contando manualmente las opciones, los divergentes solicitaron apoyo del docente para la lectura de la explicación y aclaraciones frente a si el parentesco de los comensales podría influir en el número de posibilidades.

PERMUTACIÓN CIRCULAR

PALADÍN, si los elementos a ordenar forman una circunferencia, estás frente a una permutación circular. La permutación circular de n elementos es igual a $(n-1)!$

PALADÍN Voy a explicarte cómo calcular una permutación circular a través de un ejemplo.

El rey, la reina, la princesa, el general y el obispo se sentaron a almorzar en la mesa redonda del comedor real. ¿De cuántas formas podrían ubicarse si ninguno tiene preferencia por sentarse junto a alguien en especial?

Estamos frente a una permutación circular. Si bien es cierto que podríamos listar todas las posibles ubicaciones de los comensales, mejor utilicemos la tercera verdad de luz que nos reveló Khilad. Como hay 5 comensales, $n = 5$.

$$PC_n = (n - 1)!$$
$$PC_5 = (5 - 1)! = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Hay 24 formas diferentes en que los comensales podrían ubicarse en la mesa redonda para almorzar.

Click para continuar

Continuar ->

Al final, todos registraron la fórmula de las permutaciones circulares y los asimiladores, por indicación del docente investigador, construyeron un mapa mental sobre los procedimientos y ecuaciones aprendidas hasta el momento.

Comentarios

Los distintos perfiles de estudiantes aceptan con agrado las expresiones matemáticas estudiadas para el cálculo de permutaciones sin repetición, gracias al trabajo previo con otras formas de representación y abordaje y a la aparente sencillez en los cálculos que se requieren. A algunos estudiantes logra confundirlos el contenido subjetivo del problema como fue en este caso, el parentesco entre los comensales, aunque no se había hecho ninguna mención a que fuera un factor influyente en el número de arreglos posibles.

INSTRUMENTO DIARIO DE CAMPO 6

TEMA: Implementación de El Rescate del Reino para el aprendizaje de las permutaciones sin repetición

IMPLEMENTADO POR: Diego Andrés Villarreal Rivera

DIRECTOR DEL PROYECTO: Isabel Jiménez Becerra

NOMBRE DE LA MAESTRÍA: Maestría en Proyectos Educativos mediados por TIC

FECHA DE ELABORACIÓN: 21/05/2016



Universidad de
La Sabana

LUGAR Y FECHA:	CURSO Y JORNADA:	TIEMPO:	ASIGNATURA:
Colegio general Gustavo Rojas Pinilla 20 de mayo de 2016	Curso 1101 Jornada mañana	60 minutos	Matemáticas

OBSERVACIONES

En esta sesión se realizó la fase de evaluación de la implementación. El sumo sacerdote les indicó a los participantes que no los acompañaría más en el camino y que había llegado el momento de que por sí mismos consiguieran las tres partes faltantes del mapa (exploradores), los tres ingredientes faltantes (alquimistas) y las tres partes restantes del hechizo (magos). El docente investigador les anunció a los estudiantes que a partir de este momento, El Rescate del Reino les presentaría 3 retos que realimentaría solo al final, así que de ellos dependería el desenlace de la historia del reino de Sorian, los caballeros negros y un sumo sacerdote que quiso enseñarles sus conocimientos.

El primer reto consistió en un nombre compuesto (dos) que debía formarse a partir de 6 nombres dados. Los estudiantes acomodadores y divergentes lo resolvieron correctamente, pero los asimiladores repitieron el error de simplificación que cometieron en la sesión 3 y fallaron en este ejercicio. Este reto correspondió a una permutación sin repetición con subgrupos.

Oh gran héroe, soy la dama de honor de la reina. No sé si ya te enteraste de que nuestra soberana está a punto de dar a luz a un bello príncipe y yo soy la encargada de presentarle todas las propuestas sobre cómo llamarlo. La reina quiere que el niño tenga 2 nombres de una lista de 6 que a ella le gustan: Luis, Alfonso, Enrique, Gustavo, Ángel y Gabriel.

¿Debo calcular una permutación sin repetición?

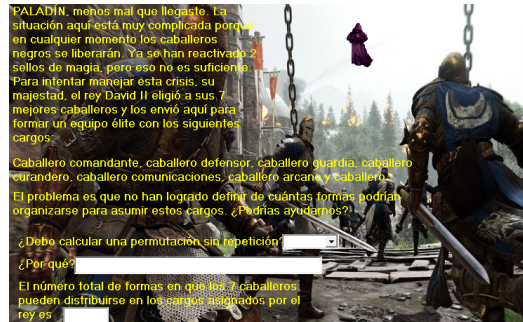
¿Por qué?

El número total de nombres compuestos (2 nombres) que pueden proponerse a partir de la lista dada por la reina es

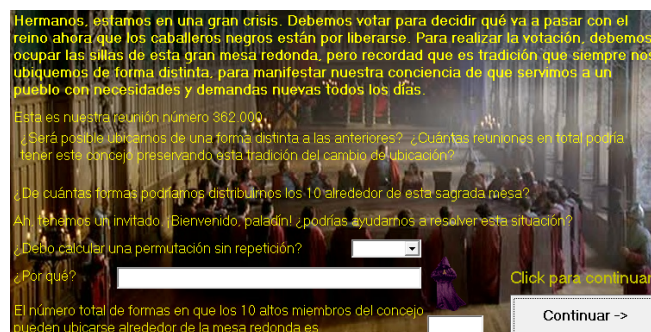
Click para continuar

Continuar ->

El segundo reto consistió en calcular todas las formas posibles para que 7 caballeros asumieran 7 cargos distintos y custodiaran la cárcel cuando los caballeros negros estaban a punto de escapar. Este reto correspondió a una permutación por análisis de posibilidades o fórmula $n!$ y fue correctamente resuelto por todos los estudiantes siguiendo el primer camino (análisis).



El tercer y último reto consistió en una reunión de los altos consejeros de la corte en la que había que determinar de cuántas formas podían ubicarse alrededor de la gran mesa redonda para mantener su tradición. Este reto correspondió a una permutación circular y todos los estudiantes la resolvieron correctamente por medio de la fórmula estudiada en la sesión anterior.



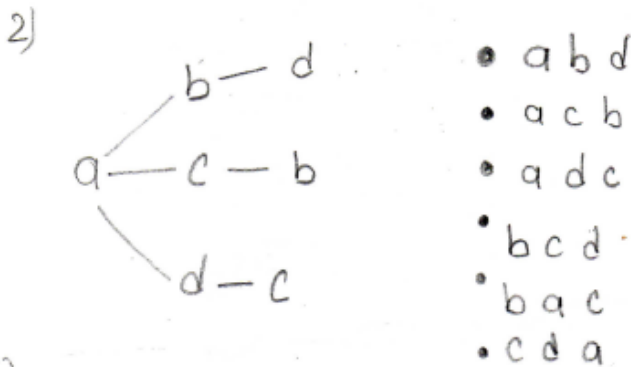
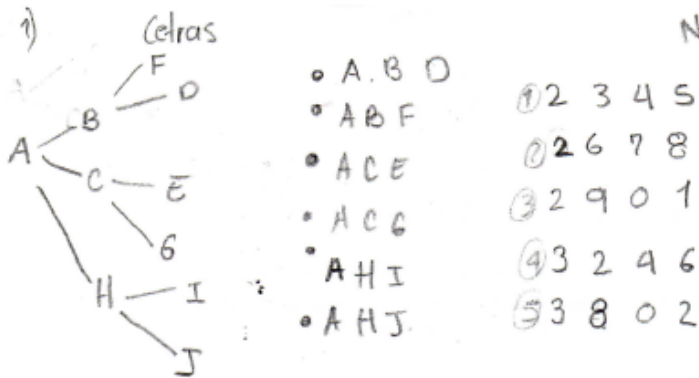
Una vez resolvieron los 3 retos, El Rescate del Reino les indicó en cuántos habían acertado y en cuántos no, realimentó la respuesta incorrecta de los asimiladores y a cada perfil le presentó un final coherente con la totalidad de partes del mapa conseguidas (exploradores), la totalidad de partes del hechizo encontradas (magos) y la totalidad de ingredientes hallados (alquimistas). Los tres finales fueron buenos y el grupo quedó muy satisfecho de la labor realizada y del final alcanzado.

Comentarios

Los resultados de los tres retos fueron muy positivos y los tres perfiles hicieron evidentes los aprendizajes logrados. Los estudiantes manifestaron que es muy interesante aprender hay una meta mayor que se alcanza a través de lo aprendido; en este caso, la salvación del reino. Esta fase de evaluación involucró los tres tipos de ejercicios básicos que se presentaron durante las secuencias anteriores y permitieron evaluar como útil la secuencia y la interacción entre el docente investigador, los estudiantes y El Rescate del Reino.

ANEXO 9

EJEMPLO DE UNA DE LAS SOLUCIONES DEL CUESTIONARIO DE SALIDA



- 3) a a a = No es valida ya que deben ser letras diferentes.
 5 0 1 = Deben tener 4 numeros por eso no es valida
 a 2 b = No pueden juntarse letras y numeros.

4) $\frac{9}{9} \frac{8}{8} \frac{7}{7} \frac{6}{6} = 15.120$ $\frac{27}{27} \frac{26}{26} \frac{25}{25} = \boxed{17.550}$

Deben usar la opcion a pues al tener 9 numeros y 4 cifras se arman 15.120 posibilidades.

5) En la opcion a se deben usar 5 cifras lo que nos dara 90.720 posibilidades.

En la opcion b se debe usar 4 cifras lo que nos dara 105.300 posibilidades.