

## Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

**BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA**  
UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
Chía - Cundinamarca

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.



Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

Dalia Ximena Casas Prieto y Jessica Dayana Suret Leguizamón  
Universidad de La Sabana

Directora: Silvia Consuelo Gómez Soler

Escuela Internacional de Ciencias Económicas y Administrativas  
Economía y Finanzas Internacionales  
Chía, 23 de noviembre de 2015

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

### **Resumen**

Uno de los retos más importantes para los economistas es estudiar los factores que influyen en temas como desigualdad, crecimiento y desarrollo económico. Este trabajo presenta la primera parte de una aplicación del modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia para el periodo comprendido entre el año 1952 y el año 2000, el cual analiza la distribución de la riqueza a partir de la inversión en el capital humano. Para acercar el modelo a la realidad, se realiza una calibración modificando las ecuaciones planteadas originalmente y se da lugar a la dinámica de la distribución de la riqueza, la cual muestra que efectivamente para el caso colombiano, ciertos individuos permanecen en un estado económicamente deprimido en el largo plazo. Para la segunda parte, se presentará otro documento, que hará la modelación a partir de la metodología de Simulación Basada en Agentes.

**Palabras clave:** Trampa de pobreza, desigualdad económica, inversión en capital humano, educación.

### **Abstract**

One of the most important challenges for Economists is to study the factors that influence issues like inequality, growth and economic development. This paper presents the first part of an application of Galor and Zeira's (1993) model with data from Colombia for the period between 1952 and 2000. This model analyzes the distribution of wealth derived from investment in human capital. To bring the model to reality, the calibration is done modifying the original equations and it results in the dynamics of wealth distribution, which shows that for the Colombian case, certain individuals remain economically depressed in the long run. For the second part, we will present another document, which will do the modeling using an agent-based simulation methodology.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

## **Introducción**

La pobreza y la desigualdad económica son dos de los fenómenos sociales que más preocupan a la población en el mundo entero porque, entre otras cosas, evidencian las fallas del sistema socioeconómico predominante. Por lo tanto son objeto de estudio de la economía ya que no es fácil comprender sus orígenes y soluciones, pero ciertamente sus efectos son evidentes. Aunque según Parada (2001), por sí misma la definición clásica de pobreza no establece una relación con la educación, existe el paradigma social de que acceder a la educación posibilita la opción de salir de la pobreza.

El modelo de Galor y Zeira(1993) muestra un importante enfoque en el que se reconoce a los agentes como heterogéneos en cuanto a nivel de riqueza y revela características comportamentales tales como el altruismo intergeneracional. Colombia se puede identificar como una economía similar a la presentada en el modelo de Galor y Zeira (1993) porque es una economía abierta y pequeña, sus tasas de interés dependen en gran medida del comportamiento de las tasas de interés internacionales, tiene un mercado de crédito imperfecto y presenta desigualdad en la inversión en capital humano porque se evidencia la baja oportunidad de ingreso a la educación superior. En este modelo, a partir de la riqueza inicial, es decir la herencia recibida, los individuos pueden o no acceder a la educación y conforme a ello permanecer o salir de la pobreza, sin embargo, ¿el acceso a la educación es suficiente para salir de la pobreza? El objetivo de ésta investigación es replicar el modelo de Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia y así dar respuesta a esta pregunta.

Según Martínez(2013), se ha demostrado de manera empírica que efectivamente mayor acceso a la educación reduce la desigualdad intergeneracional en la distribución del ingreso. También afirma que, independientemente de la riqueza inicial, sin restricciones en el acceso a crédito, los individuos podrían acceder a la educación y llegar al mismo nivel de ingreso en el largo plazo.

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera; la primera sección corresponde a la revisión de literatura, a continuación se describen los datos usados, la tercera sección específica el marco teórico y la metodología, en la cuarta sección se encuentran los resultados y su interpretación, en la quinta sección se presentan las conclusiones y en la última sección se presenta la bibliografía.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

### **Revisión de literatura**

Una trampa de pobreza es aquel mecanismo por el cual un grupo de personas alcanza un estado estacionario inferior respecto a otro grupo en la distribución de la riqueza, estado en el que queda suspendido en el largo plazo debido a sus condiciones iniciales y características estructurales de la economía. Existe un debate metodológico en la literatura económica sobre la existencia de trampas de pobreza en la distribución de la riqueza en el largo plazo. Por un lado, investigadores como los creadores del modelo Solow y Swan (1956) y del modelo de Lewis (1998) han planteado que el crecimiento económico genera convergencia en el ingreso per cápita de los países, es decir, se afirma que no existe trampa de pobreza (Ray, 2007). En el otro lado del debate, investigadores como Quah (1992) han argumentado que el ingreso per cápita de los países se polariza en una distribución bimodal de la riqueza en el largo plazo así, se afirma que si existe trampa de pobreza (Durlauf & Blume, 2008).

El artículo seminal de Galor y Zeira (1993) considera la existencia de una trampa de pobreza en el largo plazo. Este es un modelo de generaciones traslapadas que se desarrolla teniendo como base una economía abierta y pequeña en la cual el acceso a la educación en el presente va a determinar los ingresos futuros de los individuos y la herencia que dejan a su descendencia en un periodo posterior. Sin embargo, en la dinámica del modelo existe una falla de mercado que impide el acceso a crédito educativo para individuos con bajo nivel de riqueza.

Con base en el modelo de Galor y Zeira (1993) se han identificado variaciones que profundizan sus alcances iniciales. Villa y Salazar (2013) han investigado sobre el efecto de otras variables como la delincuencia en un ambiente como el descrito en este tipo de modelo. Por otro lado, Martínez (2013) ha cuantificado el efecto conjunto del acceso al crédito y la desigualdad sobre la acumulación de capital humano para 1044 municipios colombianos entre el año 2005 y el año 2009. A nivel internacional distintos investigadores han intentado realizar una demostración empírica para una muestra de países durante el periodo comprendido entre el año 1985 y el año 2005 con el propósito de estudiar el efecto de las tasas de interés en la desigualdad del ingreso dentro los países y el efecto de la desigualdad en la acumulación de capital humano (Battisti, Fioroni, & Lavezzi, 2014).

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

En otras investigaciones disponibles se encuentra que en Colombia se ha propuesto el estudio de una trampa de pobreza para el sector rural a partir de un enfoque de activos. Sin embargo, los autores argumentan que la baja calidad de los datos y la falta de información de datos panel hacen que su hipótesis no termine siendo concluyente (Argüello & Zambrano, 2006).

Este trabajo representa la primera parte de la investigación que se refiere a la calibración del modelo con datos de Colombia. Posteriormente como aporte a ésta investigación, se dará continuidad al trabajo mediante el uso de la metodología de simulación basada en agentes para verificarla dinámica de la distribución de la riqueza en Colombia basándose en un modelo de generaciones traslapadas como el descrito por el modelo Galor- Zeira (1993).

### **Datos**

A continuación se presenta una descripción de los datos usados para la calibración del modelo Galor y Zeira(1993) los cuales que provienen de la realidad Colombiana.

Como variables exógenas se encuentran los salarios de quienes deciden capacitarse y los salarios de quienes deciden no capacitarse; también la variable proveniente de un mercado de crédito para capital físico que es la tasa de interés real activa efectiva anual de Estados Unidos y la tasa de interés de adquirir un crédito educativo con un banco comercial como Bancolombia en Colombia. Finalmente, las variables de inversión en capital humano tales como los costos que se asumen en matrículas, transporte, alimentación, útiles y diversión durante toda la etapa de formación académica se obtuvieron de datos de algunas fuentes de información para Colombia.

Según información de la CEPAL, para el periodo entre el año 1950 y el año 1955 la esperanza de vida para los hombres en Colombia, era de 49 años, que se definen como el periodo de vida de un individuo, por esto se evalúan las variables para el período entre los años 1952 y 2000 (Boletín demográfico. américa latina y el caribe: El envejecimiento de la población. 1950-2050.2003).

Para tener todas las series en valores reales base 2008, se usa como deflactor el Índice de Precios al Consumidor. El DANE suministra dos series; una del año 1954 al año 2008 base 1998 (Índice de precios al consumidor - fin de periodo 1/, 1954-2008.2008) y la otra del año 2008 al año 2015 base 2008 (Colombia, índice de precios al consumidor (IPC). índices - serie de empalme 2000-

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

2015.2015). Después del empalme, se obtiene una serie base 2008 para el período comprendido entre el año 1954 y el año 2015.

Se define como individuos no capacitados a aquellas personas que se educan hasta bachillerato. En la Tabla 1 se presentan las etapas de vida de una persona que ha decidido no capacitarse, especificando el periodo de años de cada etapa. Consideramos la cohorte que empieza con que una persona nace en el año 1952 y termina su primera infancia en el año 1956. Su educación primaria, va desde el año 1957 hasta el año 1961. La siguiente etapa, que es estudiar bachillerato, la vive desde el año 1962 hasta el año 1967. Por último, como su decisión fue no capacitarse ingresa al mercado laboral en el año 1968 hasta el año 2000, cuando concluye su ciclo de vida.

**Tabla 1. Etapas de vida de una persona no capacitada.**

<b>AÑO</b>	<b>ETAPA</b>
1952 – 1956	Primera Infancia
1957 – 1961	Primaria
1962 – 1967	Bachillerato
1968 – 2000	Empleo

**Fuente:** Elaboración propia.

Como salario de quienes deciden no capacitarse, se usa la variable *proxy* de la serie del salario mínimo nominal anual legal correspondiente al reportado por el Ministerio del Trabajo desde el año 1984 hasta el año 2015 (Salario mínimo legal en Colombia. serie histórica en pesos colombianos 2015). Dado que se requieren los datos desde el año 1968 fue necesario completar la serie deflactando de tal manera que el valor del salario real en el año 2015 sea equivalente al valor de los años anteriores a 1984.

Por otra parte, se define como capacitados a aquellas personas que se educan hasta graduarse de una maestría. En la Tabla 2 se presentan las etapas de vida de una persona que ha decidido capacitarse, especificando el periodo por años de cada etapa. Al igual que los no capacitados, consideramos la cohorte donde la persona nace en el año 1952 y termina su primera infancia en el año 1956, estudia la primaria desde el año 1957 hasta el año 1961, estudia el bachillerato desde el año 1962 hasta el año 1967, hace el pregrado desde el año 1968 hasta el año 1972, la maestría

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

desde el año 1973 hasta el año 1975 y así comienza su etapa laboral desde el año 1976 hasta el año 2000 que es cuando se termina su período de vida.

**Tabla 2. Etapas de vida de una persona capacitada.**

<b>AÑO</b>	<b>ETAPA</b>
1952 – 1956	Primera Infancia
1957 – 1961	Primaria
1962 – 1967	Bachillerato
1968 -1972	Universidad
1973 -1975	Maestría
1976 - 2000	Empleo

**Fuente:** Elaboración propia.

La variable proxy del salario usada para quienes se capacitan es la serie de los ingresos laborales urbanos nominales anuales que según el Departamento de Planeación Nacional tuvieron en promedio las personas con más de 16 años de escolaridad. Estos datos están disponibles para un período comprendido entre los años 1976 y 2000 (Ingresos laborales urbanos nominales por años de escolaridad, 1976-2000).

Como *proxy* de la tasa de interés real mundial ( $r$ ) se usa la tasa de interés real activa ajustada por inflación según el deflactor del PIB de Estados Unidos para el período entre el año 1968 y el año 2000. Este dato está disponible en las estadísticas del Banco Mundial desde el año 1961 hasta el año 2014 (Tasa de interés real (%).2015). El uso de esta variable es consistente con el supuesto de que Colombia es una economía pequeña y abierta.

Para determinar la tasa de interés de un crédito educativo de largo plazo, se usa la tasa de interés efectiva anual de que ofrece Sufi Bancolombia, que en el año 2015 para pregrado que es de 23,1% (Créditos educativos de largo plazo).

En cuanto a los costos educativos se debe considerar que no se limitan al valor de la matrícula en cada grado de escolaridad, sino que un estudiante debe incurrir en otros costos que tienen que ver con sus necesidades primarias y de relacionamiento social como alimentación, transporte, útiles escolares, uniformes y diversión.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

Para la calibración del modelo se supone que tanto las personas que estudian hasta bachillerato como quienes estudian hasta maestría, no incurren en ningún costo durante primaria y bachillerato debido a que ambos estudian en instituciones estatales en donde se garantiza la gratuidad educativa por derechos académicos y servicios complementarios (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2011). Por lo tanto, el costo de la educación ( $h$ ) es el resultado de acumular los costos generados durante el pregrado y la maestría, se descompone en los siguientes rubros:

**Costo por matrículas.** En este rubro se tiene en cuenta que el valor de la matrícula varía de acuerdo al grado de escolaridad que se quiere alcanzar. La matrícula corresponde al promedio de valores para estudiantes de primer semestre – 2013 en Instituciones Educativas Privadas; para la etapa de pregrado se usa el valor del nivel de formación universitaria mientras que para la etapa de maestría el valor usado es el del nivel de formación maestría. Esta información se encuentra disponible en las Estadísticas de Educación Superior publicadas por el Ministerio de Educación Nacional con corte a 2014 (*Información de valores de matrícula con corte a junio 6 de 2014 y datos de matrícula con corte a mayo 10 de 2014. ESTADÍSTICAS DE EDUCACIÓN SUPERIOR. 2014*).

**Costo por transporte, fotocopias, útiles y diversión.** Para construir la serie se utiliza el promedio de los gastos personales anuales de los estudiantes de pregrado de la Universidad EAFIT (Acevedo Mejía & Jaramillo, 2007), deflactando el valor en el año 2006 de tal manera que dicho valor sea equivalente al valor de los años en donde no se tienen los datos.

**Costo por alimentación.** Para construir esta serie se usa el valor en el año 2008 que ofrece la Pontificia Universidad Javeriana como presupuesto guía para los extranjeros, en el cual tienen en cuenta el costo de una desayuno y un almuerzo al día, en este caso también se deflacta dicho valor para encontrar los equivalentes en los años donde no se tiene el dato. En todo caso se supone que en maestría y en pregrado el valor es el mismo (Presupuesto guía Pontificia Universidad Javeriana sede Bogotá, 2015).

### **Marco Teórico**

El artículo de Galor y Zeira (1993) propone dos modelos para analizar por un lado, las diferencias persistentes en el ingreso per cápita entre países y por otro lado, la relación entre distribución de

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

la riqueza y la actividad económica agregada tanto en el corto como en el largo plazo a partir de la inversión en el capital humano, bajo un mercado de crédito imperfecto e inversión en capital humano indivisible (supuestos principales). La diferencia entre los modelos es que para el primero, el salario de las personas no capacitadas es exógeno y para el segundo modelo es endógeno donde viene determinado por oferta y demanda. El modelo que se utiliza para la calibración es el primero.

Cada individuo tiene un padre y un hijo, así se desarrolla un modelo sin crecimiento poblacional con altruismo intergeneracional para una economía abierta en la que ya sean individuos no capacitados (aquellos que deciden no estudiar) o capacitados (aquellos que deciden estudiar), producen un solo bien el cual puede ser usado para consumo o inversión. Los individuos son idénticos en cuanto a habilidades y preferencias pero difieren en cuanto a su nivel de riqueza inicial o herencia. Cada individuo vive dos periodos en los cuales puede tomar las siguientes decisiones: en el primer periodo invertir en capital humano y estudiar o trabajar como no capacitado; para el segundo periodo, trabajar como capacitado, si en el primer periodo estudió, o continuar trabajando como no capacitado. La inversión en educación se denota con  $h > 0$ . Según estas decisiones el individuo tendrá cierto nivel de consumo y legado<sup>1</sup>, por simplicidad se asume que sólo se consume durante el segundo periodo de vida.

Se presentan tres posibles escenarios que determinan si una persona accede a la educación durante el primer periodo de vida dependiendo de su nivel de herencia. Si  $X_t$  (herencia) es menor a  $f$  (punto de indiferencia entre estudiar y no estudiar), el individuo no estudiará en el tiempo  $t$ . Si  $X_t$  está entre  $f$  y  $h$  (costo de la educación) el individuo estudiará pero recurriendo a un crédito educativo. Finalmente, si  $X_t$  es mayor o igual a  $h$ , el individuo estudiará autofinanciándose. De esta manera, la distribución de la riqueza determina los niveles agregados de inversión en mano de obra calificada, no calificada y la producción en el corto y largo plazo.

Así, el artículo muestra que la dinámica económica de las generaciones depende de su riqueza inicial. Se pueden definir dos tipos de generaciones: Por un lado las generaciones ricas, que son aquellas que invierten en capital humano, trabajan como capacitadas y dejan un legado grande. Por otro lado, las generaciones pobres que son aquellas que invierten menos en el capital humano, trabajan como no calificadas y dejan menos legado.

---

<sup>1</sup> Herencia que va a dejar el individuo a su descendiente.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

El bien que produce la economía puede ser elaborado por mano de obra calificada y capital, en cuyo caso la función de producción  $Y_t$  con personal capacitado  $L_t^s$  y capital  $K_t$  está descrita así:

$$Y_t^s = F(K_t, L_t^s) \quad (1)$$

Siendo  $F$  una función de producción neoclásica con rendimientos constantes a escala. Se asume que la inversión en capital humano y en capital físico se determina un período antes. Por simplicidad se asume que no hay costos de inversión ni depreciación del capital. Hay una tasa constante de capital  $K_t$  entre el tiempo  $t$  y  $t+1$  que determina el salario de los capacitados el cual también es constante y depende de  $r$  y de la tecnología. En el caso en que la función de producción use solo mano de obra no calificada, la función se denomina  $Y_t^n$ :

$$Y_t^n = w_n \cdot L_t^n \quad (2)$$

Donde  $w_n$  es la productividad marginal del trabajo en este sector y  $L_t^n$  es la cantidad de fuerza laboral no capacitada.

La utilidad que un individuo que obtiene en el segundo periodo de su vida es logarítmica y depende del consumo en el segundo período, el legado y un parámetro alfa ( $0 < \alpha < 1$ ) que determina la contribución del consumo a la utilidad que mide el egoísmo del individuo.

$$u = \alpha \log c + (1 - \alpha) \log b \quad (3)$$

### **Distribución de riqueza y equilibrio a corto plazo**

Se asume un capital para inversión en capital físico de perfecta movilidad, así que los individuos tienen acceso al mercado internacional de capitales. Por lo anterior se tiene una tasa de interés mundial  $r$  exógena para esta economía pequeña y abierta.

Un individuo que pide prestado un monto  $d$ , paga una tasa de interés  $i_d$  la cual cubre tanto la tasa de interés mundial ( $r$ ) como un costo de seguimiento ( $z$ ). Se supone que si los prestamistas gastan una cantidad  $z$  en hacer seguimiento a sus prestatarios, estos prestatarios pueden evadir a los prestamistas en una cantidad  $\beta z$ , donde  $\beta > 1$ . Los prestamistas eligen un  $z$  lo suficientemente alto para evitar el no pago de la deuda. A medida que  $d$  aumenta, el riesgo de impago también y por consiguiente la tasa de interés del crédito.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

$$d(1+i_d) = \beta z \quad (4)$$

$$d \cdot i_d = d \cdot r + z \quad (5)$$

A partir de las dos ecuaciones anteriores (4) y (5), donde la primera es la restricción de compatibilidad de incentivos y la segunda es beneficio cero del sistema financiero es posible determinar  $i_d$ :

$$i_d = i = \frac{1 + \beta \bar{r}}{\beta - 1} > r \quad (6)$$

Maximizar la utilidad sujeto a la restricción presupuestaria intergeneracional de que el consumo y el legado de herencia son igual a la riqueza total del individuo en sus dos períodos de vida genera que el consumo y la herencia óptimas son iguales a una fracción de la riqueza total. Así individuos que reciben una herencia  $X_t$  en su primer periodo de vida genera la utilidad indirecta  $U$  y el legado de herencia  $b$  de los individuos conforme a sus decisiones:

Si decide ser no capacitado ( $X_t < f$ ):

$$U_n(x) = \log [(x + w_n)(1 + r) + \bar{w}_n] + \varepsilon_t \quad (7)$$

$$b_n(x) = (1 - \alpha)[(1 + r)(x + w_n) + w_n] \quad (8)$$

Si decide ser capacitado con financiamiento ( $f < X_t < h$ )

$$U_s(x) = \log [w_s + (x - h)(1 + i)] + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$b_s(x) = (1 - \alpha)[w_s + (x - h)(1 + i)] \quad (10)$$

Si decide ser capacitado autofinanciándose ( $X_t > h$ )

$$U_s(x) = \log [w_s + (x - h)(1 + r)] + \varepsilon_t \quad (11)$$

$$b_s(x) = (1 - \alpha)[w_s + (x - h)(1 + r)] \quad (12)$$

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

Donde  $\varepsilon$  es:

$$\varepsilon = \alpha \log \alpha + (1 - \alpha) \log (1 - \alpha) \quad (13)$$

Para que exista el incentivo de capacitarse, es necesario que el retorno por capacitarse sea mayor al de no capacitarse.

$$w_s - h(1+r) \geq w_n(2+r) \quad (14)$$

Para definir el punto  $f$ , indiferencia entre capacitarse con crédito educativo y no capacitarse, se tiene:

$$x \geq f = \frac{1}{i-r} [w_n(2+r) + h(1+i) - w_s] \quad (15)$$

Por otra parte, siendo  $D_t$  la distribución de las riquezas iniciales para los individuos nacidos en un periodo  $t$ ,

$$\int_0^{\infty} dD_t(x_t) = L \quad (16)$$

La proporción de personas capacitadas es,

$$L_t^s = \int_f^{\infty} dD_t(x_t) \quad (17)$$

Y la de no capacitadas es,

$$L_t^n = \int_0^f dD_t(x_t) \quad (18)$$

### **Dinámica de distribución de la riqueza**

Como la distribución de la riqueza varía del período  $t$  al período  $t+1$ , se presenta la función por partes que da lugar al entendimiento de la dinámica que tiene dicha distribución de la riqueza.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

$$x_{t+1} = \begin{cases} b_n(x_t) = (1 - \alpha)[(x_t + w_n)(1 + r) + w_n], & \text{if } x_t < f \\ b_s(x_t) = (1 - \alpha)[w_s + (x_t - h)(1 + i)], & \text{if } f \leq x_t < h \\ b_s(x_t) = (1 - \alpha)[w_s + (x_t - h)(1 + r)], & \text{if } h \leq x_t. \end{cases} \quad (19)$$

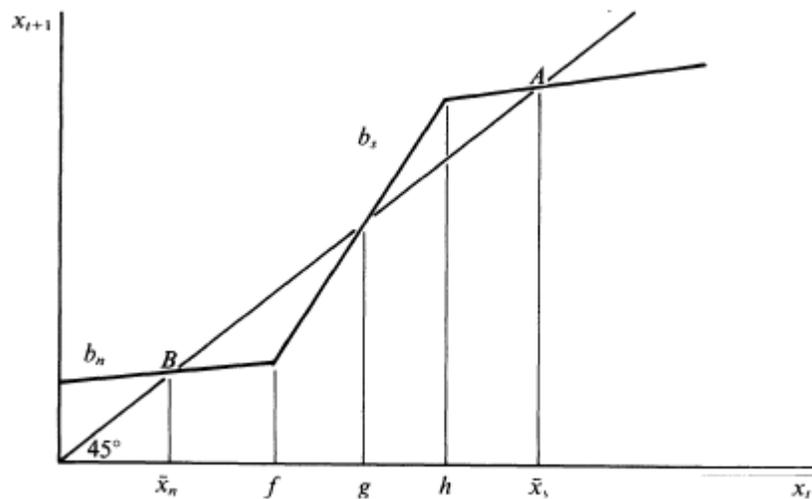


Ilustración 1. Dinámica de la distribución de la riqueza (gráfica modelo original).

En la Ilustración 1, se muestra la dinámica evolutiva de la distribución de la riqueza a través del tiempo. Las curvas  $b_n$  y  $b_s$  describen la reacción dinámica entre herencia y legado,  $f$  resulta de la intersección de ambas rectas.

A través del tiempo, es posible determinar que se dan dos estados estacionarios: uno para los individuos no capacitados ( $X_n$ ) y otro para los capacitados ( $X_s$ ).

$$\bar{x}_n = \frac{1 - \alpha}{1 - (1 - \alpha)(1 + r)} w_n (2 + r). \quad (20)$$

$$\bar{x}_s = \frac{1 - \alpha}{1 - (1 - \alpha)(1 + r)} [w_s - h(1 + r)] \quad (21)$$

De esta manera los individuos que heredan menos que  $f$ , trabajan como no calificados y así mismo sucede con sus generaciones futuras, quedando en el estado estacionario bajo. Los individuos que heredan más que  $f$  invierten en capital humano pero no todos sus descendientes permanecerán

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

como capacitados. Para determinar qué proporción de estos individuos permanece como capacitados y que proporción permanece como no capacitados, se determina un punto crítico de divergencia  $g$  tal que,

$$g = \frac{(1 - \alpha)[h(1 + i) - w_s]}{(1 + i)(1 - \alpha) - 1}. \quad (22)$$

Los individuos cuya herencia es menor a  $g$  en el periodo  $t$ , pueden invertir en capital humano pero después algunos descendientes serán trabajadores no calificados y convergerán a  $X_n$ . Para individuos cuya herencia es mayor a  $g$  en el periodo  $t$  tendrán la posibilidad de invertir en capital humano y así mismo sus descendientes, llegando al estado estacionario alto.

Para que la gráfica presente dicho comportamiento, Galor y Zeira (1993) hacen los siguientes supuestos:

$$(1 - \alpha)(1 + r) < 1 \quad (23)$$

$$(1 - \alpha)(1 + i) = \frac{\beta}{\beta - 1}(1 + r)(1 - \alpha) > 1. \quad (24)$$

Este último supuesto garantiza que el proceso de herencia de generación en generación es estable.

Los tramos A y B de la curva de la distribución de riqueza en el largo plazo de la Ilustración 1 se dibujan con una pendiente inferior a uno. El tramo entre A y B tiene una pendiente mayor a uno. Si la ecuación no se sostiene, todas las distribuciones de largo plazo de la mano de obra se concentran ya sea en el sector de trabajo no calificado o en el sector especializado. Puesto que esto es poco realista y poco interesante analíticamente, nos limitamos al caso descrito por la función por partes  $X_{t+1}$ . Se asume que  $g$  está entre  $X_n$  y  $X_s$  por razones similares.

A partir de la evolución dinámica de la economía a nivel agregado, se deduce de las dinámicas individuales, en el largo plazo, que la población se divide en dos grupos: quienes se quedan atrapados en una trampa de pobreza y quienes alcanzan un nivel de riqueza superior y quedan dentro de un estado estacionario alto.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

Así, la riqueza media en el largo plazo es,

$$\bar{x}_s - \frac{L_t^g}{L}(\bar{x}_s - \bar{x}_n), \quad (25)$$

### Metodología Empírica

Este trabajo consiste en replicar el modelo de Galor y Zeira (1993) con datos colombianos. Como primera etapa, que consiste en ésta entrega, se realiza la calibración del modelo hasta conseguir el diagrama de fase de la Ilustración 1. En la segunda etapa de la investigación, que hace parte de una entrega futura, se utilizará la metodología de Simulación Basada en Agentes para abordar el problema de las diferencias en la distribución de la riqueza de largo plazo.

Por simplicidad y con la intención de reflejar la realidad lo mejor posible, se modela empíricamente una versión modificada del modelo de Galor y Zeira (1993). En esta versión modificada, aunque persiste la condición de que el individuo sólo decide si es capacitado o no en el primer periodo, el número de periodos es mayor a dos. Así mismo, tanto el salario de los capacitados como el de los no capacitados se determina exógenamente y son variables en el tiempo. En ésta extensión del modelo hay crecimiento poblacional y la inversión en capital humano es divisible. Por otro lado, la tasa de interés del crédito educativo  $i$  se determina exógenamente, y la tasa mundial de interés  $r$  es variable en el tiempo. Finalmente, aunque los individuos siguen siendo idénticos en cuanto a habilidades y preferencias, se presenta una barrera para que puedan ingresar a la educación superior, que tiene que ver con el esfuerzo que implica estudiar, ésta es la razón por la cual se modifica la utilidad de los individuos.

Tanto el individuo capacitado como el no capacitado reciben su herencia en el momento en el que determinan si estudian en educación superior, es decir cuando tienen 16 años.

A continuación se presentan las ecuaciones modificadas:

$$Un(x) = \log[33 * wn + xt * (1 + 33 * r)] + \varepsilon - I * \log(V) \quad (26)$$

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

$$bn = (1 - \alpha) * [33 * wn + xt * (1 + 32 * r)] \quad (27)$$

$$Us(x) = \log[25 * ws + (xt - h) * (1 + 8i)] + \varepsilon - I * \log(V) \quad (28)$$

$$bs = (1 - \alpha) * [25 * ws + (xt - 8h) * (1 + 8i)] \quad (29)$$

$$Us(x) = \log[25 * ws + (xt - h) * (1 + 33 * r)] + \varepsilon - I * \log(V) \quad (30)$$

$$bs = (1 - \alpha) * [25 * ws + (xt - 8h) * (1 + 33 * r)] \quad (31)$$

En las ecuaciones (26), (28) y (30) se incluye el término  $I * \log(V)$  como un parámetro que proporciona la desutilidad  $V$  que representa el esfuerzo en que incurriría el individuo si ingresa a la educación superior. Donde  $I$  representa una variable dicotómica que toma el valor de uno (1) si el individuo se capacita y cero (0) si no lo hace.

Las ecuaciones (26) y (27) implican que el individuo no capacitado obtiene su riqueza de la acumulación de su salario por 33 años, que es el tiempo durante el cual trabaja como no capacitado, junto a la rentabilidad que recibe por colocar en el mercado financiero la herencia que recibió cuando tenía 16 años. Dado que el individuo no se capacita, la variable  $I$  toma el valor de cero (0).

De las ecuaciones (28) y (29) se infiere que el individuo que se capacita adquiriendo un crédito educativo, consigue su riqueza acumulando 25 años su salario de capacitado, lo cual se ve disminuido por la cantidad de dinero que necesita financiar en el mercado de crédito a una tasa de interés  $i$  por los 8 años de educación superior que alcanza.

A partir de las ecuaciones (30) y (31) se deduce que el individuo capacitado que se autofinancia la educación superior, adquiere su riqueza de la acumulación de su salario como capacitado por 25

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

años de trabajo, además de la renta que obtiene al colocar su herencia a rentar en el mercado financiero descontándole el gasto en que incurre por capacitarse en la educación superior.

$$25 * ws - h(vf.plan) \geq 33 * wn \quad (32)$$

$$f \geq \frac{33 * V * wn - 25 * ws + h * (1 + 8 * i)}{(1 + 8 * i) - V * (1 + 33 * r)} \quad (33)$$

La ecuación (32) presenta el retorno de la educación para los individuos en este modelo. Para que una persona decida estudiar en educación superior es necesario que la diferencia entre la acumulación de los salarios que recibiría como capacitado por 25 años de trabajo y la renta producida por el costo de la educación  $h$ , si en lugar de estudiar lo coloca en el mercado financiero, que es un costo de oportunidad, sea mayor o igual a lo que supondría acumular su salario como no capacitado por 33 años.

La ecuación (33) es una construcción del punto de indiferencia entre estudiar o no estudiar en educación superior. Al punto  $f$  se llega como en el modelo original luego de desarrollar la desigualdad

$$Us, con crédito(x) \geq Un(x)$$

A continuación se presentan las nuevas ecuaciones para definir los estados estacionarios del modelo en el largo plazo, las cuales se derivan de las ecuaciones modificadas, de la misma manera como en el modelo original:

$$xn = \frac{(1 - \alpha) * 33 * wn}{1 - (1 - \alpha) * (1 + 33 * r)} \quad (34)$$

$$xs = \frac{(1 - \alpha) * [25 * ws - h * (1 + 33 * r)]}{1 - (1 - \alpha) * (1 + 33 * r)} \quad (35)$$

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

$$g = \frac{(1 - \alpha) * [25 * w_s - h * (1 + 8 * i)]}{1 - (1 - \alpha) * (1 + 8 * i)} \quad (36)$$

## Resultados

**Tabla 3. Datos de la calibración.**

Parámetros y Variables	Escenario 1
Parámetro de preferencia por dejar herencia $\alpha$	0,13
Parámetro de esfuerzo $V$	2
Salario no capacitado $w_n$	\$ 5.494.366
Salario capacitado $w_s$	\$ 27.109.522
Tasa de interés real $r$	0,047
Tasa de interés capital humano $i$	0,230
Costo de la educación $h$	\$ 81.769.848

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3 se pueden encontrar los valores de cada parámetro y variable como resultado de la calibración del modelo, con los cuales se resolvieron las ecuaciones (26) a (36). Los parámetros son variables ajustadas con el fin de cumplir con los supuestos del modelo original. Por otro lado, los valores de las variables resultan de hacer la media aritmética de las series durante los períodos especificados en la sección de datos.

**Tabla 4. Supuesto de retorno a la educación.**

Supuesto retorno educación	\$ 347.895.142
	>=
	\$ 181.314.068
	CUMPLE

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 4 se comprueba el supuesto del retorno de la educación, necesario para verificar que los individuos tienen incentivos para invertir en su educación hasta conseguir el título de Maestría.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

**Tabla 5. Valores críticos (Datos).**

<b>Dinámica de la distribución de la riqueza</b>			
	x	xt+1	Pendiente
	0.00	23,570,828.85	bn
Xn	35,168,790.33	35,168,790.33	bn
	35,341,483.42	35,225,741.05	bn
g	35,514,176.52	35,282,691.77	bn
	36,311,410.47	35,545,603.53	bn
f	37,108,644.42	71,617,030.59	bsc
	59,439,246.37	79,861,488.82	bsc
h	81,769,848.32	88,105,947.06	bsa
	86,496,727.67	89,664,777.04	bsa
Xs	91,223,607.02	91,223,607.02	bsa
	100,000,000.00	94,117,885.35	bsa

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 5 se evalúa la función por partes de  $X_{t+1}$ , es decir la riqueza que alcanzan los individuos después de una generación, en puntos clave tales como los estados estacionarios y en otros mayores o menores a estos, para esbozar la dinámica con el modelo modificado según la realidad colombiana y teniendo en cuenta los supuestos planteados. De esta manera, se identifica en que tramo de la gráfica  $X_{t+1}$  se encuentra ubicado el individuo, sabiendo que; *bn*, hace referencia al tramo de los no capacitados, *bsc*, es una notación del tramo de las personas que utilizan un crédito educativo para acceder a la educación superior y *bsa*, se refiere al tramo de las personas cuya riqueza es suficiente para autofinanciarse la educación superior.

Como resultado del trabajo de calibración del modelo de Galor y Zeira(1993), bajo los supuestos expuestos anteriormente, la Ilustración 2 representa el diagrama de fase con datos de la economía colombiana, para el período comprendido entre el año 1952 y el año 2000.

### Diagrama de Fase

Función	
●	$bn(x) = 0.33x + 23.57 \quad (x < 37.11)$
●	$bsa(x) = 0.33x + 61.14 \quad (x \geq 81.77)$
●	$bsc(x) = 0.37x + 57.92 \quad (37.11 \leq x < 81.77)$
●	$p(x) = x$

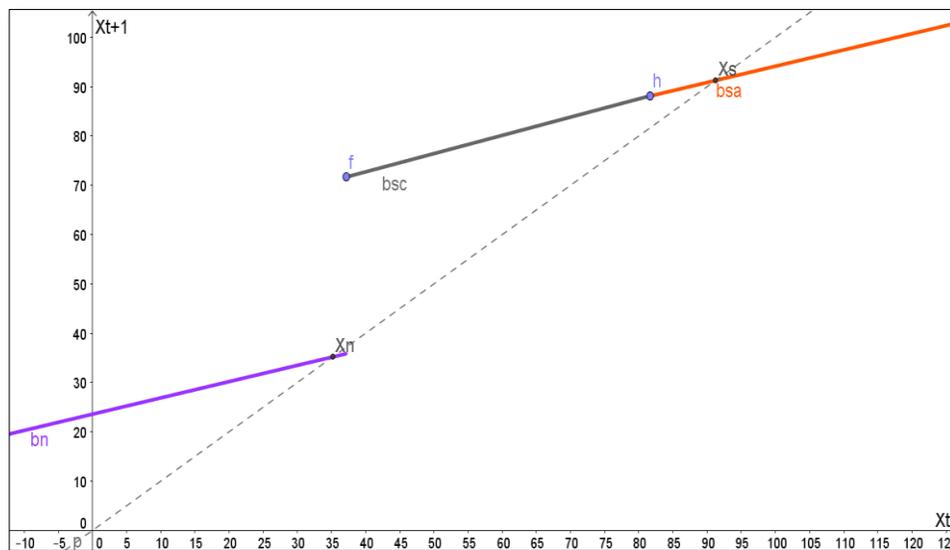


Ilustración 2. Dinámica modificada de la distribución de la riqueza (unidades en millones de pesos).

Dado que el punto de indiferencia  $f$  es positivo, se confirma la existencia de una trampa de pobreza alrededor de un estado estacionario bajo, el cual se sitúa en \$ 35,168,790.33. A partir del diagrama de fase construido, es notable la existencia de una discontinuidad entre las funciones  $bn$  y  $bsc$ , por lo cual es posible concluir que, quienes presentan una herencia inicial inferior o igual a  $f$ , es decir a \$37,108,644.42, caerán en la trampa de pobreza en el largo plazo; dada la discontinuidad, no existe manera de que estas personas converjan hacia estado estacionario alto, por el contrario convergerán al estado estacionario bajo. Así, en esta calibración todos los individuos que logran estudiar salen de la trampa de pobreza en el corto y largo plazo.

Por otro lado, el estado estacionario alto  $X_s$  presenta un valor de \$ 91, 223,607.02. Dado que  $bsc$  y  $bsa$  son funciones continuas, se puede concluir que tanto los capacitados con crédito como quienes inicialmente tienen acceso a la educación superior gracias a sus propios recursos, alcanzan éste estado estacionario en el futuro.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

Estos resultados parecen indicar que según el modelo de Galor y Zeira(1993), para el caso colombiano, el acceso a la educación ya sea mediante crédito o autofinanciamiento, evita caer en una trampa de pobreza en el largo plazo. Además se puede concluir que el nivel de riqueza inicial es fundamental para determinar a qué estado estacionario converge cada individuo en el largo plazo.

Sin embargo, ¿cuánto tiempo tardarán las generaciones procedentes de un individuo, para converger a uno u otro estado estacionario? Es posible resolver esta pregunta a partir de la iteración en la dinámica de la distribución de la riqueza, tal como se muestra en la Tabla 6. Una generación implica el paso de 25 años, así se puede concluir que se converge a los estados estacionarios  $X_n$  y  $X_s$  una vez han pasado seis generaciones, es decir, 150 años. La existencia de estos dos estados estacionarios implica la existencia de una distribución bimodal en el comportamiento de la riqueza de los individuos compatible con la existencia una trampa de pobreza a largo plazo. Aquellos individuos, cuya herencia inicial es inferior a  $f$  al largo plazo convergen al estado estacionario bajo, es decir, quedan atrapados en la trampa de pobreza. Por otro lado, aquellos individuos cuya herencia inicial es igual o superior a  $f$  convergen al estado estacionario alto, esto, mediante el acceso a la educación.

**Tabla 6. Dinámica de la distribución de la riqueza en el Largo Plazo (Datos).**

Distribución de la Riqueza en el Largo Plazo							
	$x_t$	$x_{t+1}$	$x_{t+2}$	$x_{t+3}$	$x_{t+4}$	$x_{t+5}$	$x_{t+6}$
	0	23,570,829	31,344,015	33,907,456	34,752,828	35,031,614	35,123,552
$X_n$	35,168,790	35,168,790	35,168,790	35,168,790	35,168,790	35,168,790	35,168,790
	35,341,483	35,225,741	35,187,572	35,174,984	35,170,833	35,169,464	35,169,012
G	35,514,177	35,282,692	35,206,353	35,181,178	35,172,875	35,170,138	35,169,235
	36,311,410	35,545,604	35,293,056	35,209,771	35,182,305	35,173,247	35,170,260
F	37,108,644	71,617,031	84,357,527	88,959,311	90,476,888	90,977,354	91,142,398
	59,439,246	79,861,489	87,401,381	89,963,113	90,807,922	91,086,522	91,178,399
H	81,769,848	88,105,947	90,195,465	90,884,547	91,111,792	91,186,733	91,211,447
	86,496,728	89,664,777	90,709,536	91,054,077	91,167,699	91,205,170	91,217,527
$X_s$	91,223,607	91,223,607	91,223,607	91,223,607	91,223,607	91,223,607	91,223,607
	100,000,000	94,117,885	92,178,082	91,538,374	91,327,411	91,257,839	91,234,896

Fuente: Elaboración propia.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

De esta manera se ha calibrado el modelo Galor y Zeira(1993) con algunas modificaciones menores donde se ha encontrado para el caso colombiano una trampa de pobreza para los no educados mientras que individuos que estudian ya sea con crédito o autofinanciados salen de la trampa de pobreza en el corto y largo plazo. Por lo tanto, la desigualdad, y en últimas el crecimiento económico, quedan condicionados al número inicial de individuos con capacidad para acceder al sector educativo.

### **Conclusiones**

Siguiendo el modelo de Galor y Zeira (1993), los resultados de este trabajo indican que para el caso colombiano acceder a la educación evita caer en una trampa de pobreza en el largo plazo. El paradigma social que afirma que el acceso a la educación posibilita la opción de salir de la pobreza se confirma en este trabajo. El retorno a la educación es tan significativo, que incluso adquiriendo un crédito para poder acceder a la educación es posible alcanzar el estado estacionario alto. Esto implica que el salario como capacitado compensa el alto costo del crédito educativo.

De acuerdo con la dinámica de la distribución de la riqueza de los individuos en el largo plazo, la riqueza de los individuos tiene una distribución bimodal. Eso es consistente con la existencia de trampas de pobreza en el largo plazo para aquellos individuos cuya herencia inicial no les permite acceder a la educación superior para capacitarse. Estos individuos tampoco tienen la posibilidad de adquirir un crédito educativo, ya que probablemente el costo que representa la tasa de inversión en capital humano es un costo de oportunidad demasiado alto. De esta manera, se demuestra la hipótesis planteada por Galor y Zeira (1993), la cual señala que debido a la presencia de un mercado de crédito imperfecto, y teniendo en cuenta los costos fijos que implica la inversión en educación, solo aquellos individuos que poseen un determinado nivel de riqueza inicial cuentan con la posibilidad de invertir en capital humano.

Así, con este trabajo para el caso Colombiano se demuestra que la desigualdad, y en últimas el crecimiento económico, quedan condicionados al número inicial de individuos con capacidad para acceder al sector educativo. Por lo tanto, el nivel de riqueza inicial es fundamental para determinar a qué estado estacionario converge cada individuo en el largo plazo.

Los resultados de este trabajo sirven como guía para el diseño de políticas públicas. El otorgamiento de becas para estudiar un programa de educación superior podría generar beneficios

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

para la sociedad, especialmente si se otorga a individuos cuya situación les impide tener acceso al mercado financiero. Por supuesto, estos programas de becas deberían tener en cuenta los rubros que se presentan en la calibración, porque el costo de la educación implica mucho más que el costo de matrícula. El costo de la educación también debe incluir los gastos de alimentación, transporte, fotocopias, útiles escolares, uniformes y diversión.

La aplicación del modelo a la realidad, requiere cambiar la estructura original de las ecuaciones presentadas en el artículo de Galor y Zeira (1993) con el fin de adaptar los supuestos teóricos de los que se parte. La segunda parte de este trabajo, en la cual se hará una modelación a partir de la metodología de Simulación Basada en Agentes, es interesante porque entre otras ventajas, da continuidad a la idea de acercar lo máximo posible este modelo teórico a la realidad colombiana.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

## **Bibliografía**

Acevedo Mejía, S., & Jaramillo, A. (2007). *Perfil socioeconómico de los estudiantes de pregrado de EAFIT* (Universidad EAFIT. Oficina de Planeación Integral).

Argüello, R., & Zambrano, A. (2006). ¿ Existe una trampa de pobreza en el sector rural en Colombia? is there a poverty trap in the rural sector in Colombia? *Desarrollo Y Sociedad*, 86(58), 85-113.

Battisti, M., Fioroni, T., & Lavezzi, A. M. (2014). World interest rates, inequality and growth: An empirical analysis of the galor-zeira model.

Boletín demográfico. América latina y el caribe: El envejecimiento de la población. 1950-2050. (2003).

Colombia, índice de precios al consumidor (IPC). Índices - serie de empalme 2000-2015. (2015).

Créditos educativos de largo plazo. Retrieved from [https://creditos.sufi.com.co/estudiantil/index.php?id=32&source=Sufi&tags=debut\\_cp+estudiantil\\_ag+\\_ks+e\\_mt++g\\_nt](https://creditos.sufi.com.co/estudiantil/index.php?id=32&source=Sufi&tags=debut_cp+estudiantil_ag+_ks+e_mt++g_nt)

Durlauf, S. N., & Blume, L. (2008). *The new palgrave dictionary of economics* Palgrave Macmillan Basingstoke.

Galor, O., & Zeira, J. (1993). Income distribution and macroeconomics. *The Review of Economic Studies*, 60(1), 35-52.

Índice de precios al consumidor - fin de periodo 1/, 1954-2008. (2008). *Precios*,

*Información de valores de matrícula con corte a junio 6 de 2014 y datos de matrícula con corte a mayo 10 de 2014. ESTADÍSTICAS DE EDUCACIÓN SUPERIOR*. . (2014). ().Subdirección de Desarrollo Sectorial.

Ingresos laborales urbanos nominales por años de escolaridad, 1976-2000.

Calibración del Modelo Galor y Zeira (1993) con datos de Colombia.

Martinez Cuellar, C. (2013). The effects of inequality and access to credit in the accumulation of human capital. *Ensayos Sobre POLÍTICA ECONÓMICA*, 31(72), 18-34.

Ministerio de educación nacional de Colombia. (2011). Retrieved from <http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-209733.html>

Parada, M. B. (2001). *Educación y pobreza: Una relación conflictiva* CLACSO.

Presupuesto guía pontificia universidad javeriana sede Bogotá. (2015). Retrieved from <http://www.javeriana.edu.co/anfitriona/clima.php?seccion=presupuesto>

Ray, D. (2007). *Development economics*.

Salario mínimo legal en Colombia. Serie histórica en pesos colombianos. (2015).

Tasa de interés real (%). (2015).

Villa, E., & Salazar, A. (2013). Poverty traps, economic inequality an incentives for delinquency. *Cuadernos De Economía*, 32(SPE61), 753-786.