

## Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

**BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA**  
UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
Chía - Cundinamarca



# **Universidad de La Sabana**

**“RESOLVIENDO PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA MEDIANTE  
MODELOS ORGANIZADORES”**

**UNA INTERVENCIÓN DE AULA PARA FAVORECER LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN ESTUDIANTES DE GRADO  
CUARTO, DEL COLEGIO NICOLÁS BUENAVENTURA IED**

**NURY CONSTANZA VARGAS SARABIA**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**CHÍA, COLOMBIA**

**2015**

**“RESOLVIENDO PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA MEDIANTE  
MODELOS ORGANIZADORES”**

**UNA INTERVENCIÓN DE AULA PARA FAVORECER LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN ESTUDIANTES DE GRADO  
CUARTO, DEL COLEGIO NICOLÁS BUENAVENTURA IED**

**NURY CONSTANZA VARGAS**

**Trabajo de investigación presentado como requisito para optar al título de  
Magíster en Pedagogía**

**Asesor de investigación**

**Magister en Educación: YIMMY TRIANA ESTRELLA**

**Línea de investigación**

**Prácticas Pedagógicas en el aula**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**CHÍA, COLOMBIA**

**2015**

**“RESOLVIENDO PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA MEDIANTE  
MODELOS ORGANIZADORES”**

**UNA INTERVENCIÓN DE AULA PARA FAVORECER LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN ESTUDIANTES DE GRADO  
CUARTO, DEL COLEGIO NICOLÁS BUENAVENTURA IED**

Esta tesis fue evaluada y aprobada para la obtención del título de  
Magíster en Pedagogía por la Universidad de La Sabana

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Firma del presidente del jurado

\_\_\_\_\_  
Firma del jurado

Chía, Octubre de 2015

A Dios por guiar mis pasos

A mi familia por su amor incondicional

A mis estudiantes por su constancia y dedicación

---

## AGRADECIMIENTOS

*A la Secretaría de Educación Distrital por darme la oportunidad de seguir mi formación profesional.*

*A mis estudiantes del Colegio Nicolás Buenaventura IED, por su constancia y dedicación.*

*A la Universidad de La Sabana y profesores de la Maestría en Pedagogía por ofrecer sus conocimientos con calidad y don de gente.*

*A Yimmy Triana por su colaboración, apoyo constante y asesoría durante la investigación.*

*A mi familia por su amor, comprensión, apoyo y colaboración.*

## TABLA DE CONTENIDO

	Página
RESUMEN.....	1
ABSTRACT.....	2
INTRODUCCIÓN.....	3
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	6
1.1 Justificación.....	6
1.2 Formulación del problema.....	8
1.3 Preguntas de investigación.....	9
1.4 Objetivos.....	10
2. MARCO TEÓRICO.....	12
2.1. Estado de arte.....	12
2.2. Referentes teóricos.....	16
2.2.1. Proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	16
2.2.2. Desarrollo del pensamiento matemático.....	18
2.2.3. La resolución de problemas matemáticos.....	21
2.2.4. Desarrollo del pensamiento multiplicativo.....	25
2.2.5. Problemas matemáticos de estructura multiplicativa.....	27
2.2.6. Estrategias para la enseñanza de la resolución de problemas.....	31
2.2.7. Modelos organizadores de Sergio García.....	33
2.2.8. El pensamiento Visible.....	38
2.2.9. Ciclo de análisis didáctico de Pedro Gómez.....	39
3. METODOLOGÍA.....	42

3.1. Tipo de investigación y enfoque.....	42
3.2. Alcance de la investigación.....	44
3.3. Participantes.....	44
3.4. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información.....	46
3.5. Diseño de la investigación.....	49
3.5.1. Fase diagnóstica.....	50
3.5.2. Fase de diseño y estructuración de la intervención de aula.....	51
3.5.3. Fase de evaluación.....	61
4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE INVESTIGACION.....	64
4.1. Fase diagnóstica.....	64
4.2. Fase de implementación de las unidades didácticas y test de salida.....	68
4.3. Resultados.....	81
CONCLUSIONES.....	88
RECOMENDACIONES.....	91
REFLEXIÓN PEDAGÓGICA.....	94
REFERENCIAS.....	100
ANEXOS.....	105
ANEXO 1.....	105
ANEXO 2.....	106
ANEXO 3.....	107
ANEXO 4.....	109
ANEXO 5.....	111

**LISTA DE FIGURAS**

	Página
Figura 1. Test de entrada.....	65
Figura 2. Desarrollo de test de entrada.....	67
Figura 3. Trabajo colaborativo e individual.....	70
Figura 4. Trabajo de los estudiantes en la unidad #1.....	71
Figura 5. Problemas de proporcionalidad simple.....	72
Figura 6. Trabajo de los estudiantes en la unidad #2.....	73
Figura 7. Problemas de comparación multiplicativa.....	74
Figura 8. Trabajo de los estudiantes en la unidad #3.....	75
Figura 9. Problemas de combinatoria.....	76
Figura 10. Desarrollo de la prueba de salida.....	80

## LISTA DE TABLAS

	Página
Tabla 1. Diario de campo de unidad didáctica.....	48
Tabla 2. Diseño Unidad didáctica # 1. Resolución de problemas de proporcionalidad simple.....	53
Tabla 3. Diseño Unidad didáctica # 2. Resolución de problemas de comparación multiplicativa.....	56
Tabla 4. Diseño Unidad didáctica #3. Resolución de problemas de combinación o producto cartesiano.....	58
Tabla 5. Porcentaje de aciertos por problema en prueba diagnóstico.....	66
Tabla 6. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 1 - trabajo en grupo.....	70
Tabla 7. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 1 - trabajo individual.....	70
Tabla 8. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 2 - trabajo grupal.....	72
Tabla 9. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 2- trabajo individual.....	73
Tabla 10. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 3 - trabajo individual.....	74
Tabla 11. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 3 - trabajo grupal.....	74
Tabla 12. Categorías de análisis.....	76
Tabla 13. Matriz análisis de datos test de salida.....	80

## RESUMEN

El propósito del presente estudio es hacer un aporte pedagógico para facilitar el desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa en estudiantes del grado cuarto de básica primaria, a partir del diseño e implementación de una intervención de aula planteada, con el fin de que evolucionen en sus niveles de pensamiento mediante la formalización progresiva de las estrategias mentales, pasando a utilizar estrategias formales para la resolución de problemas de proporcionalidad simple, comparación multiplicativa y combinatoria. El proyecto “Resolución de problemas de estructura multiplicativa mediante procesos representacionales” dio respuesta a la problemática planteada sobre dificultades de resolución como comprender, abstraer y encontrar sentido dentro del contexto, evidentes en el bajo rendimiento académico en el área de matemáticas y en los resultados de las pruebas SABER de tercero y quinto de años anteriores del Colegio Nicolás Buenaventura IED. El proyecto se inscribe en la línea de investigación de prácticas pedagógicas en el aula; la intervención fue estructurada bajo lineamientos de Investigación Acción y del enfoque cualitativo, utilizando técnicas de recolección como observación participativa, diario de campo y videos. Al final se alcanzan resultados favorables porque se evidenció que al seguir un ciclo de análisis didáctico bien planteado y un proceso representacional de acuerdo a los modelos organizadores, los estudiantes evolucionaron en sus procesos mentales lo que incidió positivamente en la utilización de estrategias formales en la resolución de problemas matemáticos.

Palabras clave: resolución, estrategias, pensamiento, niveles, multiplicación, cognición, ciclo, proceso, didáctica.

## ABSTRACT

The purpose of the present study is to make an educational contribution to facilitate the development of the ability to solve mathematical problems of multiplicative structure on fourth grade students from elementary school, from the design and implementation of an intervention in a propounded classroom, in order to evolve in their thinking levels through the progressive formalization of mental strategies, passing to use formal strategies for solving problems of simple proportionality, multiplicative comparison and combinatorics. The project "Solving problems of multiplicative structure by representational processes" responded to the issues raised on resolving difficulties as understanding, abstract and finds sense within the context, evident in the poor academic performance in the area of mathematics and the test results in SABER of third and fifth from previous years of Nicolas Buenaventura IED School. The project is part of the research of teaching practices in the classroom; the intervention was structured under the guidelines of action research and qualitative approach, using collection techniques such as participant observation, field notes and videos. At the end favorable results are achieved because they showed that by following a series of well-planned didactic analysis and representational process according to the organizational model, students evolve in their mental processes which positively affect the use of formal strategies in solving mathematical problems.

Key words: resolution, strategies, thinking, levels, multiplication, cognition, cycle, process, didactic

## INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas requiere de la aplicación de habilidades de pensamiento que pueden ser desarrolladas a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje por el que transita el estudiante en su vida escolar. Sin embargo, en este proceso es común que los estudiantes afronten dificultades para desarrollar la habilidad de la resolución de problemas, algunas de ellas dependen en gran medida de la concepción que el docente tenga sobre la resolución de problemas y de las estrategias que él implemente; por otra parte, del interés del estudiante y la concepción que tenga sobre su propio proceso de aprendizaje.

Por lo tanto la idea de este proyecto surge ante la observación de las dificultades en el proceso para resolver problemas matemáticos de los estudiantes del grado cuarto del Colegio Nicolás Buenaventura IED, principalmente cuando los planteamientos corresponden a la estructura multiplicativa, como utilización de la operación incorrecta, dificultad para analizar el planteamiento sin lograr, en muchos casos, hallar solución, dificultad para comunicar el análisis realizado y la operación realizada, entre otros. Por otra parte, para la institución educativa ha sido un signo de preocupación el bajo rendimiento de los estudiantes de grado quinto que presentaron las pruebas SABER, en el área de matemáticas, en el año 2014, por lo que se hace pertinente realizar la intervención de aula para que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas que se evidencien en su desempeño durante estas pruebas.

Estas dificultades han sido derivadas en gran parte por la falta de capacitación o de conocimiento de algunos docentes sobre las implicaciones que tiene para el/la estudiante el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos para su vida cotidiana y para la potenciación de estados y niveles de pensamiento superior. Junto a estas consideraciones juega

un papel importante, el estilo de aprendizaje y la forma de actuar de cada persona frente a los problemas matemáticos, ya que estas condiciones individuales inciden en su manera de analizar y plantear soluciones.

Ante las evidentes dificultades tanto para el estudiante como para el docente, el proyecto busca entre sus objetivos promover el aprendizaje de la resolución de problemas de estructura multiplicativa, mediante el diseño, la aplicación y posterior evaluación de una intervención de aula para favorecer este proceso, mediante la puesta en práctica de los modelos organizadores que propone García (2010) y la implementación del ciclo de análisis didáctico propuesto por Gómez (2007) para la planeación de las actividades, buscando de este modo hacer un seguimiento que conduzca a la evolución del pensamiento del estudiante. Tanto los modelos organizadores como el ciclo de análisis didáctico se toman en cuenta por su aporte a la enseñanza de las matemáticas, aplicado a la resolución de problemas matemáticos, en tanto que ofrecen aportes teóricos – prácticos que permiten organizar y planear un proceso de enseñanza y aprendizaje cíclico que permite evidenciar avances y la evolución del pensamiento.

Los resultados del proyecto facilitarán la comprensión de parte del docente en cuanto al funcionamiento intelectual del estudiante en los procesos de resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa, por lo que la propuesta, diseñada como una intervención de aula, involucra un trabajo sistemático orientado para facilitar que los estudiantes consoliden paulatinamente las distintas facetas de la resolución de problemas, que permitan la reflexión constante sobre la práctica pedagógica llevada a cabo, y su incidencia en la dificultad al resolver problemas de estructura multiplicativa dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, como lo sugieren algunos autores reconocidos como Baroody (1994), Castro, Cañadas & Castro (2013), García (2010), Gómez (2007) y Morales (2007), entre otros.

Según lo anterior, se proponen pautas para implementar una intervención de aula que permitan el desarrollo de la habilidad para resolver problemas matemáticos de forma contextualizada y significativa en la que los niños desarrollen gradualmente el pensamiento numérico basado en la formulación y resolución de problemas, que favorezcan también la necesidad de utilizar los números y sus operaciones para determinar el cálculo necesario con los resultados razonables de acuerdo a los datos de un problema dado, con el fin de facilitar su aprendizaje, una vez que logre abstraer datos de su entorno y los devuelva analizados mediante conjeturas y organización de la realidad.

Al respecto, la propuesta de Gómez (2007) cobra importancia, por cuanto determina aspectos relevantes que deben ser tenidos en cuenta por el docente dentro de sus planeaciones con el fin de que su práctica pedagógica sea más efectiva. Tales aspectos son el análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción, con base en los cuales se diseñan las actividades y se implementan, para un hacer un análisis de actuación que aporta un conocimiento didáctico con el que se pretende lograr la comprensión de los estudiantes.

De otro lado, el interés investigativo es el de resolver el problema planteado mediante una intervención de aula en la que se observen las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver problemas de estructura multiplicativa, pasando de los simple a lo complejo a través de experiencias planeadas mediante unidades didácticas, en las que se diseñan actividades motivantes que estén de acuerdo a la edad y a los intereses de los estudiantes, quienes a su vez, pueden lograr responsabilizarse de su propio proceso de aprendizaje mediante la producción de recursos que ofrezcan la posibilidad de obtener y comunicar los resultados frente a una variedad de problemas matemáticos.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. Justificación

El diseño de una intervención de aula para facilitar la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa se ve pertinente, en tanto que busca dar solución a una problemática que se vive día a día en el ámbito escolar, la cual corresponde a las dificultades que afrontan los estudiantes a la hora de resolver problemas de estructura multiplicativa; la evidencia se encuentra cuando el/la estudiante sigue pasos incoherentes y sin lógica hacia la resolución errónea de los problemas, lo cual deja percibir la falta de dominio de estrategias específicas. Estas dificultades, detectadas por el docente, constituyen una preocupación para él, ya que muestran la necesidad de poner en práctica el uso de estrategias didácticas que permitan contextualizar el aprendizaje y hacer que los estudiantes le den sentido en la medida en que la resolución de problemas de estructura multiplicativa sea un tema significativo, por cuanto puedan generalizar este conocimiento a su propia realidad, para analizarla y organizarla.

Al respecto, Santos (2014) afirma que la labor pedagógica del docente dentro del marco de la resolución de problemas de estructura multiplicativa, debe enfocarse a ayudar al niño a reconocer su naturaleza, así como a construir su significado permitiéndole poner en práctica sus procedimientos espontáneos, tanto erróneos como correctos, que propicien situaciones de confrontación y socialización de las diversas hipótesis, de tal manera que el/la estudiante emplee estrategias cada vez más eficientes y económicas para resolver los problemas.

El interés de esta investigación, de acuerdo a lo observado en la clase de matemáticas, radica en la dificultad que presentan los estudiantes de grado cuarto para resolver problemas, en específico de tipo multiplicativo; por lo que surge la necesidad de buscar herramientas didácticas que faciliten el desarrollo de habilidades de pensamiento y la utilización de estrategias mentales, dado que la multiplicación, como operación aritmética es un proceso de operacionalización que se hace complejo para el estudiante, sobre todo cuando ésta se contextualiza, lo que hace que el estudiante deba desarrollar habilidades y estrategias formales que le permitan comprender y analizar una situación problémica, la cual puede depender a su vez de la utilización de estrategias facilitadoras como el uso de material concreto, de dibujos, diagramas y símbolos. A largo plazo, este aprendizaje será una ventaja que le aportará a su calidad de vida y en su proceso de formación hasta culminar en la educación superior.

De igual manera, frente al interés investigativo, este trabajo está orientado hacia la promoción del desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos a partir de unidades didácticas organizadas mediante el trabajo colaborativo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, de modo que se incluya un trabajo orientado a lograr que los estudiantes vayan consolidando paulatinamente las distintas facetas de la resolución de problemas y examinar sobre posibles causas que inciden en la dificultad para resolver problemas de estructura multiplicativa.

Lo anterior se evidencia en el bajo desempeño de los estudiantes con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, lo cual se relaciona, según Morales (2007), a su incapacidad para comprender, representar los problemas y seleccionar las operaciones adecuadas. Ante esta situación, la resolución de problemas implica la comprensión y el dominio de conceptos y procedimientos que no se pueden reducir a la sola ejecución de las operaciones matemáticas.

## 1.2. Formulación del problema

Durante la práctica pedagógica se ha observado la dificultad que tienen los estudiantes de grado cuarto del Colegio Nicolás Buenaventura IED para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa, evidente en actitudes de desmotivación y en el poco desarrollo de habilidades para analizar, indagar y encontrar soluciones, los cuales acuden a procesos inadecuados de resolución, por ejemplo: escoger una operación a realizar sin ninguna relación con el enunciado de un problema matemático. Estas dificultades representan una preocupación para el docente, lo que indica la necesidad de buscar estrategias que logren en los estudiantes superar dichas dificultades y que favorezca el desarrollo de la habilidad para resolver problemas de estructura multiplicativa mediante la aplicación de estrategias de resolución en distintos contextos.

De esta manera, se plantea la necesidad de diseñar estrategias que le permitan a los estudiantes superar las dificultades que afrontan a la hora de resolver problemas de estructura multiplicativa mediante la implementación de una intervención de aula basada en los modelos organizadores propuestos por García (2010) y los ciclos de análisis didácticos de Gómez (2007) que facilite la estructuración de una propuesta de intervención para los estudiantes en el Colegio Nicolás Buenaventura IED; para ello se plantea el siguiente interrogante a resolver con el desarrollo de la investigación:

¿De qué manera una intervención de aula basada en los modelos organizadores de García (2010), el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) y la solución de situaciones problema de estructura multiplicativa puede facilitar el desarrollo de habilidades para resolver problemas de

estructura multiplicativa en los/as estudiantes de grado cuarto de primaria del Colegio Nicolás Buenaventura IED?

### **1.3.Preguntas de investigación**

Las preguntas que orientan la presente investigación son las siguientes:

1. ¿Cuáles son las dificultades más visibles a las que se enfrentan los estudiantes en la resolución de problemas de tipo multiplicativo en los que se involucran relaciones de proporcionalidad simple, de comparación multiplicativa y de relaciones de combinatoria?
2. ¿Qué aspectos se deben tener en cuenta para implementar una intervención de aula basada en la resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa para luego diseñarla e implementarla y evaluarla?
3. ¿Cómo implementar una intervención de aula enfocada hacia los procesos de resolución de problemas de estructura multiplicativa que facilite la comprensión, la flexibilidad de pensamiento y el empleo de estrategias heurísticas en los estudiantes de grado cuarto, siguiendo el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) y los modelos organizadores de García (2010)?
4. ¿En qué medida se evidencia el progreso de los estudiantes en sus habilidades para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa de acuerdo a los modelos organizadores de García (2010) pasando del nivel arbitrario hacia el nivel simbólico convencional?
5. ¿Es pertinente una intervención de aula aplicando el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) y los modelos organizadores de García (2010) para lograr avances en

el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa de los/as estudiantes?

#### **1.4 Objetivos**

El objetivo general de la presente investigación es el de diseñar, aplicar y evaluar una intervención de aula para facilitar el desarrollo de habilidades para resolver problemas de estructura multiplicativa que involucre relaciones de proporcionalidad simple, relaciones de comparación multiplicativa y relaciones de combinatoria a través de los modelos organizadores y la aplicación del ciclo de análisis didáctico en el diseño de actividades en un contexto significativo para los/as estudiantes del Colegio Nicolás Buenaventura IED.

Los objetivos específicos que se buscan alcanzar mediante el proyecto de investigación son los siguientes:

1. Detectar las dificultades de los estudiantes de grado cuarto en la resolución de problemas de tipo multiplicativo donde se involucren relaciones de proporcionalidad simple, de comparación multiplicativa y de relaciones de combinatoria.
2. Reconocer los aspectos que se deben tener en cuenta para implementar una intervención de aula basada en la resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa para luego diseñarla e implementarla y evaluarla.
3. Implementar una intervención de aula enfocada hacia los procesos de resolución de problemas de estructura multiplicativa que facilite la comprensión, la flexibilidad de pensamiento y el empleo de estrategias heurísticas en los estudiantes de grado cuarto, siguiendo el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) y los modelos organizadores de García (2010).

4. Llevar a los estudiantes en sus habilidades para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa de acuerdo a los modelos organizadores de García (2010) pasando del nivel arbitrario hacia el nivel simbólico convencional.
5. Evaluar la pertinencia de la intervención de aula desarrollada, aplicando los modelos organizadores de García (2010) y observando los avances en la resolución de problemas de estructura multiplicativa que evidencien los estudiantes.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1.Estado de arte

El primer acercamiento que se realiza a nivel histórico en cuanto a la resolución de problemas lo hace en el año 1945, en el cual hace una reflexión acerca de su propia práctica y su experiencia como matemático, llegando a proponer cuatro fases para la resolución de problemas, y que además discute acerca del papel y la importancia que tienen los métodos heurísticos en la resolución de problemas.

Las ideas de Polya fueron previamente difundidas en conferencias; en 1931, una conferencia ante la sociedad suiza de profesores de matemáticas acerca de cómo buscar la solución de un problema de Matemáticas. Tres años después, en 1934 apareció una reseña de esta conferencia en *Matemática Elemental* cuyo fin fue el de presentar un nuevo método de enseñanza que incidió en investigaciones posteriores importantes en España y que ha llegado hasta las últimas propuestas curriculares (Castro, 2014).

Posteriormente, en el año 1985 Schoenfeld (citado por Santos, 2014) desarrolló un nuevo programa de investigación, basándose en las ideas de Polya con el objetivo de caracterizar el pensamiento matemático y documentar de qué manera los estudiantes logran tener éxito en la resolución de problemas. Hacia el año 1992, concluye que la enseñanza de estrategias generales para la resolución de problemas no es el mejor camino por lo que busca la incorporación de nuevos componentes como estrategias específicas explicando las actuaciones de los resolutores,

en cuanto a conocimiento de base, aspectos metacognitivos, aspectos afectivos y el sistema de creencias y prácticas (Castro, 2014).

Tanto a nivel internacional como nacional se han realizado pocos estudios en torno al tema de la resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa, por lo que a continuación se citan trabajos relevantes, los cuales ofrecen aportes valiosos para el proyecto, en la medida que muestran la conveniencia de una intervención de aula para la resolución de problemas matemáticos, y permiten encontrar fuentes de información, así como referentes teóricos para complementar el marco teórico.

En primer lugar a nivel internacional, está el artículo titulado “El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje”, cuyos autores fueron Vilanova, Rocerau, Valdez, Vecino, Medina, Astiz, & Álvarez (1995), publicado por la Revista Iberoamericana de Educación, en el cual se hace una aproximación al concepto de “problema” brindándole diversos significados según varias perspectivas. La primera es la de resolver problemas como contexto, encontrando esta actividad como recreativa, motivadora, y como medio para desarrollar otras habilidades; en segundo lugar mencionan la resolución de problemas como una habilidad, lo que quiere decir que a la larga permite al niño extender este aprendizaje a los problemas rutinarios. En tercer lugar está el resolver problemas como “hacer matemáticas”, en tanto que la matemática puede aparecer como un juego de imaginación.

Siguiendo por la misma línea se encuentra la publicación realizada por Pifarré y Sanuy (2011), de la Universidad Lérida, España, titulada “La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto”, en la cual se presenta un estudio dirigido al diseño e implementación de un proceso de enseñanza que amplíe y mejore el

repertorio de estrategias de los alumnos para resolver problemas en el campo específico de la proporcionalidad. El estudio que presentan codifica dos vertientes clásicas de la metacognición que son el “pensamiento declarativo sobre la propia actividad cognitiva y el conocimiento relacionado con la gestión, la regulación y el control de los procesos cognitivos implicados en la resolución de una tarea”.

De otro lado el trabajo realizado en Caracas en el 2011 por Pérez y Ramírez, presentan un estudio descriptivo acerca de los fundamentos teóricos en la resolución de problemas así como las estrategias para su enseñanza determinando un campo de trabajo dentro del aula, “Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos” (2011). Entre los aportes de este trabajo está el de encontrar que la resolución de problemas favorece la enseñanza de las matemáticas como una disciplina, pero que con frecuencia los docentes utilizan métodos rutinarios y mecánicos que alejan la estimulación o motivación hacia los procesos cognoscitivos necesarios en los estudiantes. Se destaca, entonces, la necesidad de que los docentes estén al tanto de las taxonomías existentes en la resolución de problemas, las etapas de resolución y las estrategias de enseñanza para no perder espacios y tiempos valiosos en el proceso. Una de esas estrategias expuestas es hacer que el estudiante logre adquirir su conocimiento en el área por la acumulación de experiencias haciéndolo sentir acompañado en el proceso, aunque al final logre la autonomía para resolver los problemas.

En la tesis doctoral titulada “Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria” de Gómez (2007), se plantean cuatro cuestiones generales sobre el profesor de matemáticas, en una se orienta el tipo de conocimientos que debe poseer, la segunda hacia los tipos de experiencias que deben vivir los profesores para construir ese conocimiento, la tercera hacia las perspectivas teóricas que pueden

facilitar la comprensión de las experiencias que viven los profesores, y la cuarta hacia las perspectivas que permiten desarrollar y producir programas de investigación en el tema.

Este trabajo se ubica, más que en el estudiante, en el rol del docente dando relevancia a la enseñanza para, precisamente, mejorar el aprendizaje, afirmando que “la problemática del conocimiento del profesor se debe considerar como la integración de conocimientos, habilidades y actitudes para la acción” (Gómez, 2007, p.101). Por consiguiente cobran relevancia las competencias del docente de matemáticas quien sostiene la utilización del análisis didáctico en su actuación profesional.

A nivel nacional se tiene el “Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos”, elaborada por Agudelo, Bedoya y Restrepo (2008), cuyo método heurístico sustentado en lo propuesto por Polya (1989) permitió mejorar la capacidad resolutiva de problemas matemáticos en los estudiantes, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares como el eje articulador. La finalidad de la propuesta fue la de comprobar la pertinencia del método heurístico para cambiar la visión de los estudiantes en la materia, ya que hasta el momento ha sido considerada como difícil de aprender repercutiendo en el buen desempeño de los educandos.

Entre las conclusiones de este estudio, se establece que la comprensión lectora influyó notablemente en las dificultades presentadas por los estudiantes, se demostró la mecanización de procesos para solucionar problemas y se pudo deducir que cuando el estudiante no ha recibido formación presentan dificultad en la introspección, por lo que se evidenciaron las ventajas del trabajo enfocado en los niveles de lectura como el literal, inferencial, intertextual. Se determinó también que existe una relación directamente proporcional entre la comprensión lectora y la capacidad resolutiva, por lo que puede afirmarse que, en cuanto una sea mayor, la otra aumenta.

## **2.2.Referentes teóricos**

Con el fin de hacer un acercamiento teórico y conceptual que permita construir la intervención de aula para la resolución de problemas de estructura multiplicativa, se presentan a continuación postulados, teorías y fundamentos que permiten comprender y conceptualizar la problemática que trata el presente proyecto. Para tal efecto se abordará primero el tema de la enseñanza de las matemáticas, la resolución de problemas matemáticos, el pensamiento multiplicativo y los tipos de problemas de estructura multiplicativa. Posteriormente, para brindar un marco referencial dentro del cual se construye la propuesta, se hablará acerca del Pensamiento Visible y se abordará la teoría de los modelos organizadores del pensamiento, basados en la teoría de García (2010) y el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) los cuales constituyen un eje primordial para la planeación y el desarrollo del proyecto.

### **2.2.1. Proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**

El primer pilar del proyecto lo constituye la enseñanza de las matemáticas, por lo que se tiene una primera aproximación aportada por Nieto (2005) para quienes las matemáticas requieren de un cambio en la forma de enseñanza articulándolas con otras asignaturas para evitar que se conviertan en un área de poco interés y con gran fracaso escolar. Es claro que muchos niños con dificultades para la resolución de problemas matemáticos no siguen los pasos sistematizados y no establecen la relación de éstos con su contexto.

De acuerdo al argumento anterior, para cambiar la dinámica en la escuela en cuanto al aprendizaje de las matemáticas con respecto a la resolución de problemas se debe dar sentido a la relación entre las habilidades matemáticas con el contexto escolar ya que estas habilidades

proporcionan al estudiante la preparación para desenvolverse con éxito en la vida social y para afrontar los retos que en su vida diaria encuentra.

Dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se requiere que los niños puedan descubrir los conceptos matemáticos por sí mismos, con base en un aprendizaje de experiencias cotidianas, mediante solución de problemas para tener un mejor desempeño. Según Morales (2007), un niño que no aprende a sumar en la escuela primaria no podrá aprender álgebra en la escuela secundaria, por lo que debe esforzarse tanto por aprender a solucionar problemas que puede frustrarse hasta llegar a desarrollar problemas emocionales, como el de perder la confianza en sí mismo con tantos fracasos. Desde esta postura, puede descifrarse que varios de los comportamientos inadecuados que presentan los estudiantes en el colegio son mecanismos para evitar que sus pares los tachen de “incompetentes” y aparentar mejor la idea de que se es “malo”. De otro lado, dice que estos estudiantes suelen presentar gran variedad de características por lo que se debe pensar en estrategias o procedimientos acordes a las necesidades de aprendizajes individuales, adaptando métodos que faciliten este proceso.

Según esto, se introduce el término “estilo de aprendizaje” como el conjunto de características pedagógicas y cognitivas que suelen expresarse conjuntamente cuando una persona debe enfrentar una situación de aprendizaje; es decir, las distintas maneras en que un individuo puede aprender. Se cree que una mayoría de personas emplea un método particular de interacción, aceptación y procesamiento de estímulos e información. Las características sobre estilo de aprendizaje suelen formar parte de cualquier informe psicopedagógico que se elabore de un estudiante y pretende dar pautas sobre las estrategias didácticas y refuerzos que son más adecuados para el niño (Morales, 2007).

### **2.2.2. Desarrollo del pensamiento matemático**

El pensamiento matemático, debe entenderse como una habilidad necesaria que permite “representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende” (Cantoral y Montiel, 1998, p. 2), indicando a su vez, según el autor, que éste, involucra estructuras cognitivas que se utilizan para resolver problemas.

De otro lado, puede acudirse al desarrollo de la inteligencia lógico – matemática como una forma de contribuir en el desarrollo del pensamiento, lo cual lo confirma Fandiño (2006), quien deduce que la capacidad de solucionar problemas fomenta la capacidad de razonar sobre la metas y la manera de conseguirlas, lo que a su vez proporciona una forma de dar orden y sentido a las acciones y a las decisiones.

La inteligencia lógico - matemática contribuye al desarrollo del pensamiento y de la inteligencia, de la cual deriva la capacidad de solucionar problemas en diferentes ámbitos de la vida evidente en la formulación de hipótesis y establecimiento de predicciones, fomenta la capacidad de razonar, sobre las metas y la forma de planificar para conseguirlo, permite establecer relaciones entre diferentes conceptos y llegar a una comprensión más profunda, proporciona orden y sentido a las acciones y decisiones.

Con respecto a esto se reconoce el pensamiento numérico como aquel pensamiento que comprende los números y sus múltiples relaciones, identifica las magnitudes relativas de los números y el efecto de las relaciones entre ellos y desarrollan puntos de referencia para cantidades y medidas junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y resolver operaciones, mediatizado por un conjunto de símbolos y reglas de generación que

permite construir todos los números válidos, involucrar los conceptos y algoritmos de la aritmética elemental. Este pensamiento se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los niños tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos (Leal, 2015).

Así mismo, el pensamiento numérico ayuda a la comprensión profunda y fundamental del conteo, del concepto de número y de las relaciones aritméticas como también de los sistemas numéricos y sus estructuras. El pensamiento numérico está compuesto por todos los números y a partir del concepto intuitivo de los números es que el niño adquiere, desde antes de iniciar su proceso escolar, la capacidad para contar, para luego dar inicio a la comprensión de las operaciones matemáticas, de la proporcionalidad y de las fracciones (Castro, Cañadas y Castro, 2013).

Se reconoce que pueden existir caminos distintos para promover el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes; sin embargo, tanto los programas de investigación como las prácticas de instrucción coinciden en reconocer la relevancia de conceptualizar la disciplina en términos de dilemas o preguntas que los estudiantes necesitan responder y discutir en términos de recursos matemáticos. En este proceso, los estudiantes desarrollan un método inquisitivo que les permite reflexionar constantemente de manera profunda sobre las diversas maneras de representar y explorar las ideas matemáticas. Es decir, los estudiantes construyen, desarrollan, refinan, o transforman sus formas de comprender y resolver problemas como resultado de formular preguntas relevantes y responderlas con el uso de distintos medios, incluyendo las herramientas computacionales. En este contexto, los acercamientos iniciales en la resolución de problemas pueden ser incoherentes o limitados, pero éstos se refinan o mejoran

cuando los estudiantes presentan y discuten de manera abierta sus ideas dentro de una comunidad de aprendizaje que valora y promueve el cuestionamiento matemático (Santos, 2014).

La principal finalidad de los niños en las matemáticas es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana. Esto es importante en el caso de los niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (DAM). El bajo desempeño en esta disciplina está muy extendido, más allá de lo que podrían representar las dificultades matemáticas específicas.

Para comprender la naturaleza de las dificultades es necesario conocer cuáles son los conceptos y habilidades matemáticas básicas, cómo se adquieren y qué procesos cognitivos subyacen a la ejecución matemática. Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas elementales abarca básicamente las habilidades de numeración, el cálculo aritmético y la resolución de problemas. Lo que interesa no es el resultado final de la conducta sino los mecanismos cognitivos que utiliza el niño para llevar a cabo esa conducta y el análisis de los posibles errores en la ejecución de una tarea. La interpretación de los problemas requiere una serie de habilidades lingüísticas que implican la comprensión y asimilación de un conjunto de conceptos y procesos relacionados con la simbolización, representación, aplicación de reglas generales, traducción de unos lenguajes a otros (Blasco & Giner, 2000).

El bajo desempeño de los alumnos con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (DAM) está más relacionado con su incapacidad para comprender, representar los problemas y seleccionar las operaciones adecuadas, que con los errores de ejecución. La resolución de problemas entonces implica la comprensión y dominio de un conjunto de conceptos y

procedimientos que ya no es posible reducir a la mera ejecución de operaciones matemáticas (Morales, 2007).

Alfaro y Barrantes (2008) exponen la definición del problema matemático citando a Schoenfeld (1985), al exponer que “la dificultad de definir el término problema radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea”, de acuerdo a esta definición, se utiliza la palabra problema para referirse a una tarea que resulta difícil para el individuo que está tratando de resolverla. En un problema matemático existe una relación dialéctica entre la conceptualización y la resolución.

### **2.2.3. La resolución de problemas matemáticos**

La resolución de problemas matemáticos forma parte de la actividad intrínseca al quehacer científico, mientras que el objetivo de la ciencia es la creación, desarrollo, crítica y transmisión del conocimiento. Cada disciplina aborda la resolución de problemas con el conocimiento científico desde una perspectiva propia, por eso hay aproximaciones variadas a la noción de problemas y a las técnicas de resolución (Castro, 2014).

Para las ciencias de la educación la resolución de problemas es importante desde el punto de vista de su enseñanza y aprendizaje y tema de estudio desde el momento en que la capacidad para resolver problemas se presenta como meta relevante para la educación de los estudiantes. Dentro de los objetivos de la enseñanza está la adquisición de conocimiento en un dominio particular y facilitar el desarrollo de la habilidad para resolver problemas en ese dominio o disciplina (Villanova, 1995).

Al desarrollar la habilidad para la resolución de problemas, los estudiantes tienen la posibilidad de plantearse preguntas y encontrar significado a las preguntas que se plantean para

resolverlas. De esta manera el docente debe proporcionar a sus estudiantes el compromiso para que desarrollen su capacidad de autonomía para resolver sus propios problemas. Entonces dando énfasis en el desarrollo del pensamiento numérico, los niños con sentido numérico comprenden los números y sus múltiples relaciones, las magnitudes relativas de los números y el efecto de las operaciones entre ellos, porque para desarrollar este pensamiento es necesario ofrecer al estudiante situaciones significativas enmarcadas dentro de su contexto ya que al reconocer la relación existente entre el contexto del problema matemático y el cálculo necesario, se facilita la solución a este, por ende la adquisición del pensamiento numérico se da a medida que el niño establece relaciones entre los números y que a través de la comprensión de los números, el concepto de las operaciones, el cálculo y las aplicaciones, se establecen competencias hacia la comprensión significativa del sistema de numeración (Santos, 2014).

En la educación infantil existen contenidos y procesos matemáticos para desarrollar competencias que favorecen el desarrollo del pensamiento numérico. Para tener aptitudes numéricas, los niños necesitan ser lógicos, reconocer reglas lógicas y que muestren las habilidades y destrezas adquiridas en la resolución de problemas de la vida diaria que requieran numeración. Para esto, el docente propone situaciones a los estudiantes que sean de su vida cotidiana y que los conocimientos que aparezcan sirvan para descubrir la mejor solución ante problemas planteados, facilitando el desarrollo de la capacidad de pensamiento y reflexión lógica, que incida en la exploración de la realidad, representándola, explicándola y prediciéndola, relacionando los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, enseñando los contenidos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista haciendo significativo el quehacer matemático (Alfaro & Barrantes, 2008).

De acuerdo a esto, se tiene la investigación de Polya, quien propone la utilización del término “metacognición”, para definir cuatro dimensiones: a) recursos o dominio del conocimiento: informal o intuitivo, hechos y definiciones, procedimientos algorítmicos, procesos rutinarios y conocimiento acerca del discurso del dominio; b) las heurísticas: dibujar figuras, introducir notación, hechos y definiciones, explorar problemas similares y reformular los problemas, trabajar hacia atrás o probar y verificar procedimientos; c) control y estrategias metacognitivas: planeación, monitoreo y evaluación, actos metacognitivos conscientes; d) sistema de creencias: el papel del profesor y del estudiante en el salón de clase (citado por Santos, 2014).

Más tarde se pensó en que no basta con conocer técnicas de resolución de problemas, se pueden conocer muchos métodos pero con la dificultad de no saber a ciencia cierta cuál aplicar en un caso concreto; por lo tanto la enseñanza se ha ido enfocando a que los estudiantes utilicen los instrumentos que conozca y que estén a su alcance. A partir de esto hay un cambio y se entra en un nivel metacognitivo, que es donde parece que se sitúa la diferencia entre quienes resuelven bien problemas y los demás (García, 2010).

De acuerdo a estas consideraciones se tiene en cuenta que años atrás se le da gran importancia al contexto, tanto para determinar el éxito o fracaso en la resolución de los problemas, como para incidir en el futuro de la relación entre las matemáticas y los estudiantes. Con relación a la importancia del contexto es acertado conocer técnicas y procedimientos, no sólo a nivel teórico, es decir ponerlos en la práctica y relacionarlos con acontecimientos de la vida real y hacer cuantos esfuerzos sean necesarios para que la resolución de problemas sea un aprendizaje significativo. Resolver un problema es precisamente aclarar dicha situación y encontrar algún camino adecuado que lleve a una meta (Santos, 2014).

Sobre las estrategias cognitivas, Schoenfeld (como cita García en 2010), retoma los métodos heurísticos descritos por Polya como el de establecer analogías, descomponer algunos elementos auxiliares dentro del mismo problema, variar el problema y trazar esquemas; las estrategias metacognitivas corresponden al conocimiento sobre el propio proceso cognitivo asumiendo la responsabilidad de la evaluación y la revisión del progreso; para esta categoría Schoenfeld identifica tres categorías: “el conocimiento y la capacidad de describir nuestro propio proceso de pensar, el control y la autorregulación y las creencias e intuiciones”.

Ahora, el sistema de creencias definido como el conjunto de determinantes del comportamiento humano corresponde a “la forma en que el sujeto percibe las matemáticas y la forma de enfrentar los problemas”, de acuerdo a lo que postula Schoenfeld (citado por Santos, 2014, p. 63), por lo que se manejan dos tipos de patrones de enseñanza, que son los conceptos ingenuos, como las ideas simplistas que poseen los alumnos y los conceptos rituales, que forman la incapacidad para actuar ante situaciones nuevas. De hecho, Schoenfeld (1994), afirma que “muchos estudiantes llegan a creer que las matemáticas de la escuela consisten en dominar los procedimientos formales que están totalmente divorciados de la vida real, de descubrimiento y de resolución de problemas” (citado por Santos, 2014).

Según lo anterior, los procesos que facilitan la exploración y resolución de problemas son la comprensión y expresión de la situación matemática, la extracción de datos y análisis de los mismos, la representación en forma gráfica del problema o situación, formulación de conjeturas y verificación de su validez, exploración mediante ensayo y error, formulaciones nuevas del problema para desarrollar la capacidad de persistencia en la exploración de un problema, sin embargo, dentro del currículum de matemáticas, la multiplicación ocupa un lugar importante, y los programas siguen dedicando un amplio espacio al aprendizaje de este algoritmo; no obstante

la evaluación existente señala que los alumnos saben ejecutar multiplicaciones pero que el nivel de comprensión que tienen sobre las operaciones es reducido y aún más reducida es su aplicación a situaciones que involucren resolución de problemas (García, 2010).

#### **2.2.4. Desarrollo del pensamiento multiplicativo**

Entendiendo que en el aula todos los estudiantes deben participar de las actividades que se programan, los profesores son facilitadores del aprendizaje social, por lo que para la resolución de problemas se deben incluir ejercicios contextualizados, es decir situaciones de la vida real que se analicen, diseñen y verifiquen facilitando el desarrollo de competencias con los estilos personales de solución de problemas. Muchos estudiantes alcanzan las capacidades intelectuales básicas y aprenden a pensar sin necesidad de una instrucción formal; pero, sin embargo otros estudiantes necesitan una intervención educativa que ayude a mejorar el desarrollo de la capacidad de aprender a pensar. Esta intervención educativa debe fundamentarse en que los estudiantes aprendan significativamente por sí solos, es decir sean capaces de aprender a aprender (Alfageme, 2003).

Desde el punto de vista pedagógico de algunos maestros, que ven más limitaciones de las probables en las capacidades de los estudiantes en su desempeño para la resolución de problemas, son desacertadas sus consideraciones porque para que haya buen desarrollo de las habilidades debe haber motivación que estimule a los niños para aprovechar al máximo su potencial intuitivo porque al trabajar los algoritmos, las operaciones básicas y la resolución de problemas, no encuentran significado a los mismos debido a que no saben cómo utilizarlos creando desconfianza en ellos mismos en sus habilidades para resolver problemas (Castro, Cañadas & Castro, 2013).

Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea. Las capacidades y habilidades de los estudiantes se benefician desde las matemáticas a partir de la resolución de problemas, siempre y cuando éstos no sean vistos como situaciones que requieran una respuesta única, sino como un proceso en el que el alumno identifica, supone, deduce y sugiere explicaciones. No existe un método universal para resolver problemas de matemáticas, sino enfoques, experiencias, estrategias y técnicas de resolución y orientaciones que pueden ayudar en dicha tarea. Son especialmente útiles las etapas o fases y las herramientas y técnicas heurísticas que establecen distintos autores (Santos, 2014).

Para determinar la importancia del desarrollo multiplicativo se debe entender que el estudiante suele enfrentarse a resolver problemas de la vida cotidiana, por lo que el niño desarrolla el esquema multiplicativo cuando se enfrenta a situaciones que así lo implican, haciendo generalizaciones y usando representaciones mentales. Al respecto Santos expone que:

La resolución de problemas es una actividad fundamental en el desarrollo de las matemáticas [ya que] se reconoce que los procesos de formulación de problemas, la búsqueda de métodos para resolverlos, los intentos de solución y sus soluciones contribuyen en la construcción y el desarrollo del conocimiento matemático (Santos, 2007, p. 17).

Por las razones que expresa Santos, puede decirse que el propósito de la enseñanza de la multiplicación no es principalmente que los estudiantes sepan ejecutar las técnicas usuales para calcular los resultados; se pretende que logren una comprensión amplia del sentido de estas operaciones, que puedan aplicarlas con flexibilidad para resolver una variedad de problemas cada vez mayor, que sean capaces de proporcionar mentalmente resultados aproximados y que dispongan de estrategias de cálculo adecuadas, entre las cuales se encuentra el algoritmo

convencional; además de lograr una comprensión profunda de las operaciones y de sus propiedades, para que sigan desarrollando la capacidad fundamental de resolver problemas en sus ambientes de aprendizaje (García, 2010).

Cabe destacar que los alumnos aprecian diferencias entre los distintos significados de la multiplicación, lo cual debe ser considerado por el docente, ante nuevas relaciones que se encuentran implícitas en estos problemas donde los niños suelen volver a procedimientos laboriosos e informales, es decir que el hecho de que un estudiante consiga resolver un problema con el algoritmo de la multiplicación cuya relación sea proporcional entre dos medidas, no lo capacita para resolver empleando el mismo procedimiento convencional problemas donde se involucren relaciones de combinatoria o de arreglos rectangulares, pues estas aparentes sutiles diferencias provocan que el niño represente el problema de una forma más simple y no necesariamente empleando signos convencionales (García, 2010).

### **2.2.5. Problemas matemáticos de estructura multiplicativa**

Para estudiar los diferentes tipos de problemas que se pueden resolver utilizando la multiplicación y la división, el autor Vergnaud (1991) propone el estudio de la estructura multiplicativa en la que ubica problemas diferenciados en función de las exigencias que su solución plantea optando por la noción creada de campo conceptual, el cual consiste en “un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos, procedimientos y representaciones de diferente tipo estrechamente interconectados” (Vergnaud, 1983).

En la resolución de problemas multiplicativos se pueden distinguir tres grandes categorías de relaciones multiplicativas, que para su solución exigen las operaciones de multiplicación y de

división: Isomorfismo de medida. El primer tipo corresponde con el isomorfismo de medidas una estructura que consiste en una proporción múltiple entre los espacios de medida  $M_1$  y  $M_2$ . En ella se identifican 4 subclases de problemas: de multiplicación, dos tipos de división y la regla de tres (Vergnaud, 1983). De otro lado, se tiene que las Relaciones de proporcionalidad simple entre dos medidas según García Martínez (2010) son un tipo de problemas que está planteado como tradicionalmente se tiene la visión general sobre los problemas de estructura multiplicativa, que implica sumar tantas veces el mismo número como sea necesario y que sin duda es uno de los significados para la multiplicación y probablemente el más usado en la primaria (Vergnaud 1987). Ejemplos de este tipo de problema son: ¿Cuánto valen 8 colombinas si una tiene el precio de \$550?, en un almacén de peluches en el mostrador se observa que los osos están acomodados en filas. Hay 9 filas y cada fila con 6 osos, ¿Cuántos osos hay en total? Para resolver estos problemas, se necesita hallar la proporcionalidad entre las dos magnitudes o la propiedad lineal de la relación funcional multiplicativa.

Los problemas de comparación multiplicativa denominados así según García Martínez (2010) presentan una relación estática entre dos cantidades. Puig y Cerdán (1988) establecen que las cantidades presentes en el problema se denominan cantidades de referencia; la cantidad comparada aparece a la izquierda de la expresión “más que” o “menos que”, y la cantidad de referencia a su derecha. Vergnaud (1987) define La comparación multiplicativa de magnitudes como la categoría en la cual, se encuentran los problemas que utilizan una única magnitud (medible o localizable) y dos estados relativos a esa magnitud, los cuales son objeto de la comparación multiplicativa: uno representa el papel de referente del otro. La relación numérica de comparación es entonces una relación de naturaleza escalar (sin dimensión) que se anuncia mediante las expresiones “tantas veces más”, “tantas veces menos”, de las que se dice que son

difíciles de comprender por el hecho de que se yuxtapone un término que alude al dominio multiplicativo y otro que remite al dominio aditivo. Ejemplos de este tipo de problemas son: En el armario de mi tía hay 15 faldas y 3 veces más blusas. ¿Cuántas blusas hay en el armario?, En un salón de clases hay 9 niñas, 2 veces menor que el número de niños. ¿Cuántos niños hay en el salón de clases?

Los problemas de relaciones de combinatoria, denominados así según García Martínez (2010) son aquellas situaciones en las que se realiza el producto cartesiano entre dos magnitudes o conjuntos para obtener un tercero. Se presentan dos situaciones multiplicativas: una situación multiplicativa directa, donde se tiene la composición de los conjuntos o valores de las dos magnitudes y se necesita hallar la combinatoria de los dos conjuntos o el producto de las dos magnitudes; la otra es la situación multiplicativa inversa, donde se conoce una de las magnitudes o composición de uno de los conjuntos y el producto cartesiano, y se desconoce una de las magnitudes o los elementos de uno de los conjuntos. Los problemas de Combinatoria se resuelven de numerosas maneras, realizando agrupaciones con los elementos de un conjunto, formándolas y calculando su número. Existen distintas formas de realizar estas agrupaciones, según se repitan los elementos o no, según se puedan tomar todos los elementos que se dispongan o no y si influye o no el orden de distribución de los elementos. Vergnaud (1983) define estos problemas como producto de medidas que consiste en la composición cartesiana de dos espacios de medida diferentes generando un tercero. Ejemplos de este tipo de problemas son: En una cafetería, las bebidas que se pueden escoger son una malteada de fresa o una limonada y los sabores de las donas son de chocolate, mora y arequipe. ¿De cuántas maneras diferentes se puede hacer el pedido? En una heladería había cuatro sabores de helado y dos salsas (una de chocolate y la otra de arequipe). ¿De cuántas formas se podría combinar cada helado?

Para un buen proceso de aprendizaje cada estudiante ha de tener una serie de destrezas y conocimientos básicos previos como los lingüísticos, estratégicos y heurísticos para afrontar la resolución de un problema y gestionar bien y de manera organizada dichos recursos a lo largo de todo el proceso, no sólo en la fase de ejecución. Raramente los estudiantes resuelven los problemas matemáticos por ellos mismos. Kilpatrick (1987) argumenta que “la idea de que los propios estudiantes puedan ser la fuente de buenos problemas matemáticos, probablemente no se le ha ocurrido a muchos estudiantes ni a muchos de sus profesores”, según esto, sugiere que las investigaciones en educación matemática sean guiadas para promover que los estudiantes a partir de la invención de problemas tomen del entorno las situaciones las transformen en problemas para que logren comprender como justificar, interpretar, proponer y ejemplificar haciendo del aprendizaje de las matemáticas experiencias significativas.

Los estudiantes en los primeros grados, para resolver problemas de estructura multiplicativa parten del planteamiento de un problema de su interés, usualmente se apoyan de material concreto (usan materiales físicos como fichas, piedras, semillas, etc), utilizándolos para representar o sustituir los elementos enunciados en un problema. Esta es una de las primeras estrategias que emplean los alumnos al resolver este tipo de problemas, sobre todo si son trabajados casi simultáneamente con los problemas de tipo aditivo. En cambio cuando se presentan dichos problemas al estudiante después de haber desarrollado procedimientos y representaciones cognitivas más elaboradas en los problemas de tipo aditivo, puede darse que comience realizando esquemas o dibujos de los elementos del problema y establezca las relaciones, debido a que se ha ejercitado integralmente en el proceso de la resolución de problemas aditivos y se facilita su preparación para iniciar el proceso de resolución de problemas de tipo multiplicativo (García, 2010).

Estos problemas se empiezan a introducir a partir del cuarto grado para descubrir el área de ciertos objetos o figuras, aunque en los primeros años se pueden realizar simplificaciones que ayuden a adquirir la noción de estas relaciones, sobre todo porque la evidencia observable desde la práctica educativa demuestra que los estudiantes no aplican las reglas y los procedimientos multiplicativos convencionales que se les enseñan al enfrentar problemas, sino que durante algún tiempo siguen utilizando los procedimientos espontáneos (informales) que son seguros para ellos, como dibujar, sumar repetidamente el mismo número (García, 2010).

#### **2.2.6. Estrategias para la enseñanza de la resolución de problemas**

Para resolver situaciones problemas los estudiantes cuentan con algunos recursos espontáneos y formales como la manipulación de objetos, el dibujo, el conteo, el cálculo mental, etc. En términos generales los procedimientos informales que los niños emplean para resolver problemas de tipo multiplicativo sigue la misma evolución que el resto de los problemas que implican las demás operaciones, es decir, inician con una etapa manipulativa, luego continúan con método pictórico y simbólico, las cuales suelen ser apoyadas por procedimientos mentales; después advierten que pueden emplear operaciones conocidas más simples y finalmente llegan al uso del algoritmo convencional de la multiplicación; el tiempo destinado al descubrimiento y empleo de cada uno de las estrategias y procedimientos necesita de un proceso lento, que si se pretende que los estudiantes lo recorran y adquieran aprendizajes verdaderos, debe respetarse (García, 2010).

Se ha insistido sobre la importancia de partir siempre de una situación problemática que sea de interés para los niños para la enseñanza del contenido matemático. Tal situación debe hacer alusión a experiencias vividas en su contexto para que sean más significativas para ellos.

En referencia al planteamiento de problemas matemáticos las investigaciones realizadas por SEP - OEA (1988), sintetizan todas las posibles actitudes que asume el alumno al enfrentarse a una situación problema: la comprenden o no la comprenden; no comprenden la estructura del problema, fallan en la comprensión, no analizan el problema, no manejan el algoritmo, no manejan el algoritmo porque saben hacer la operación, no la resuelven, cambian la estructura del problema, hacen un cálculo mental aproximado, hacen uso del algoritmo erróneo o lo manejan mal (Muro, Camarena & Flores, 2007).

De acuerdo a esto, no es suficiente que el maestro conozca que sus alumnos no saben resolver problemas, es preciso indagar y detectar donde radican sus principales dificultades y qué aspectos tanto de su práctica docente como de la comprensión del niño están presentando obstáculos al resolver problemas. Es por ello que para obtener información necesaria de donde partir, depende de las conductas que caracterizan a los estudiantes en su ambiente de aprendizaje, por lo tanto se puede trazar un plan de actuación metodológica que favorezca el desarrollo en este eje central de las matemáticas, además que en la medida que lo ponga en práctica podrá ir descubriendo nuevos conocimientos y dificultades que permitirán afinar el trabajo (García, 2010).

Por consiguiente, las estrategias didácticas que se planteen deben diseñarse y aplicarse según los contextos. Santos (2010) ofrece varias propuestas curriculares para que explícitamente se identifique la resolución de problemas como actividad central en el desarrollo del pensamiento matemático ya que al identificar, representar, explorar y justificar diversas conjeturas asociadas con la comprensión de los conceptos matemáticos resulta esencial que el curriculum se organice alrededor de las ideas o conceptos fundamentales.

Pifarré y Sanuy (2001) proponen tres tipos de estrategias que resultan a partir de los objetivos de cada trabajo, los cuales consisten en: modelado el cual surge a partir de la explicación y la muestra de acciones cognitivas; autointerrogación, que consiste en la formulación de interrogantes que optimicen el proceso cognitivo del alumno; y, análisis y discusión del proceso de resolución, la cual busca que el alumno sea consciente de las ventajas y de la eficacia de sus propios mecanismos de resolución. Con este tipo de actividades se observa si los estudiantes leen y entienden el problema, trabajan con los datos del problema, utilizan estrategias personales para organizar la información, utilizan modelos concretos, gráficas figurativas o el algoritmo, reconocen las veces que el número o la colección se repite, no reconocen las veces que el número o la colección se repite y para obtener el resultado: realizan conteos o enumeran, suman, multiplican, descomponen el multiplicando o el multiplicador y trabajan el producto de la descomposición (Vergnaud, 1983).

El trabajo colaborativo y la resolución de problemas matemáticos, en una propuesta didáctica se integran para que al desarrollar dicha propuesta se facilite la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula, ya que a través del trabajo en grupo los estudiantes intercambian el conocimiento adquirido en la clase, se unen y se apoyan para mejorar el proceso de aprendizaje.

### **2.2.7. Modelos organizadores de Sergio García**

De acuerdo al recorrido mental planteado anteriormente se tiene en cuenta la teoría de García (2010), la cual constituye un referente importante sobre el que se plantea la intervención de aula del presente proyecto. Según este autor la construcción de ciertos modelos organizadores posibilita averiguar en qué nivel de resolución de problemas se encuentran los estudiantes y los mecanismos mediante los cuales se hace explícito el cambio conceptual responsable del progreso

intelectual, luego de la aplicación de una intervención didáctica. De acuerdo al enfoque de los “modelos organizadores” éstos se hacen útiles en el análisis de resultados debido a que se facilita la comprensión y explicación del proceso de resolución de problemas porque se concentra en el estudio de las estrategias utilizadas por el pensamiento de los estudiantes y permite dar pautas para nuevas investigaciones al respecto.

De otro lado, que las estrategias mentales son un recurso implícito que se pone en juego cuando se realiza algún cálculo derivado de una relación matemática conocida; es un mecanismo interno que facilita la resolución, entonces se podría decir que los/as estudiantes al contextualizar y comparar un problema matemático con una situación conocida, ven más favorable su resolución utilizando sus estrategias mentales como recurso.

Cada nivel propuesto por García (2010), contiene aspectos que permiten determinar si las acciones que realizan los estudiantes son acordes con determinado nivel. Por lo tanto, se tienen en cuenta que los niveles “describen interna y externamente el desarrollo intelectual del niño favoreciendo el paso de un sistema de pensamiento a otro de mayor complejidad y más evolucionado” (García, 2010). Entonces, de acuerdo a dichos niveles se hace el análisis e interpretación de las manifestaciones cognitivas de los estudiantes en la resolución de problemas de tipo multiplicativo. En primer lugar, está el nivel arbitrario, segundo, el nivel concreto - manipulativo, tercero, el nivel pictórico, cuarto, el nivel pictórico - simbólico, quinto, el nivel simbólico con fallas en la convencionalidad y sexto, el nivel simbólico convencional.

En el primer nivel, arbitrario, los estudiantes escriben letras, seudografías o números arbitrariamente, es decir que no guardan ninguna relación con los datos presentados en el planteamiento del problema. Pueden representar por medio de material, dibujos e incluso

números alguna de las cantidades que se describen en un problema, pero no realizan ninguna acción que de indicios de poder o querer resolver el problema; cuando se les exige una respuesta, debido a que no han establecido relaciones entre los datos suelen responder que no saben, dicen el primer número que se les ocurre o una de las cantidades que se encuentran en el planteamiento del problema o en la representación efectuada.

El segundo nivel, concreto – manipulativo, se caracteriza por el uso de materiales físicos, ya sea los mencionados en los problemas o cualquier otro material como fichas, piedras, semillas, etc., que representen o sustituyan los elementos enunciados. En este nivel el estudiante tiene la noción de cantidad, por lo que los datos que se refieren a ella ya poseen un significado que va a derivar en la exploración y manipulación del material con el propósito de resolver el problema.

En el tercer nivel, pictórico, el estudiante al intentar resolver el problema necesita apoyarse en la representación gráfica no convencional (dibujos de pequeñas líneas, círculos, objetos que se enuncian en el problema, esquemas que relacionan o separan dos conjuntos de elementos, etc.). Los estudiantes no tienen claro el sentido de las operaciones convencionales por eso utilizan estrategias personales alejadas de las formales ya que estas se apoyan en las experiencias propias de cada estudiante.

El cuarto, pictórico – simbólico, es un nivel transitorio que se caracteriza por el intento del estudiante de abandonar la representación pictórica como procedimiento para resolver problemas, pero sin dominio para emplear las operaciones convencionales en el contexto de los problemas; por eso tiene que acompañarlos con procedimientos basados en el dibujo que dan sentido y seguridad al proceso de resolución de problemas.

En el quinto nivel, simbólico con fallas en la convencionalidad, el estudiante ha accedido a la representación simbólica, desligándose por completo de los procedimientos de representación pictórica. Aunque los estudiantes tengan el sentido de las operaciones convencionales, no se garantiza que resuelvan los problemas correctamente o con la operación más eficaz.

Finalmente, en el sexto nivel, simbólico – convencional, el estudiante resuelve los problemas matemáticos aplicando las operaciones aritméticas convencionales más apropiadas y económicas. En este nivel, los estudiantes abstraen muchos más datos de la realidad que les proporcionan significados en comparación con los niveles anteriores, es por eso que manifiestan una mayor comprensión de las relaciones involucradas en un problema y las operaciones seleccionadas las más eficaces.

Los modelos organizadores que propone García (2010) entonces, ponen de manifiesto el hecho de que manipular material concreto faculta al estudiante para representarse una imagen mental de dichas acciones, por lo tanto cuando se ha experimentado a través de la acción física se adquiere una noción lógica matemática que puede ser representada por medio de dibujos que asemejan los elementos que se mencionan en el problema o esquemas como líneas o símbolos.

En este caso las estrategias que manifiestan los alumnos a través del dibujo en el papel no es otra cosa que la representación de las acciones manipulativas anteriores que proporcionaron significado para el estudiante, por lo que aunque se llegue a la respuesta correcta no siempre quedan plasmados todos los datos y las relaciones establecidas en la representación cognitiva del niño. En este procedimiento de representación pictórica, los estudiantes presentan muchas manifestaciones, algunas tan completas que representan todos los elementos presentes en el

problema con sus adecuadas relaciones y otras tan limitadas que dibujan únicamente el número de elementos que corresponde a la respuesta (García, 2010).

De este modo se visualiza que los procedimientos mentales son estrategias informales que los alumnos utilizan para multiplicar. Según Baroody (1994), el procedimiento básico mental más común empleado por los niños en la multiplicación parte de varias manifestaciones: generar números sucesivos a partir de la serie numérica, llevar la cuenta de cada tercer número contando, llevar la cuenta de números de grupos de tres, detener la generación de la serie numérica después de completar el quinto grupo de tres y dar el último número como respuesta.

Frecuentemente se observa que los niños apoyan sus estrategias mentales con los dedos de sus manos; otra de las estrategias mentales de los alumnos es recurrir a la evocación de situaciones conocidas y derivadas. Si se le provee al niño de nuevas experiencias, comienza a contar primero con los dedos y después mentalmente hasta que elimina el apoyo de los materiales concretos. Los procedimientos expuestos no están exentos de errores, los niños al ir experimentando nuevas estrategias suelen equivocarse muchas veces, pero estas situaciones le dan al estudiante un despliegue de habilidades y técnicas que poco a poco se van perfeccionando siendo cada vez más eficaces (García, 2010).

Por otra parte se sabe que existen más procedimientos que los niños emplean para resolver problemas de multiplicación, pero estos ya poseen unos rasgos convencionales, como el caso de la suma iterada, por lo cual no podemos señalar como informales, sino como producto de procesos de enseñanza escolarizada. Tradicionalmente se asume que la multiplicación es una suma iterada, es decir sumar tantas veces el mismo número como sea necesario; este es un tipo de significado que se establece en la multiplicación y probablemente sea el más usado y propio

para estudiantes en edad temprana. Dichos problemas se les conoce como relación proporcional entre dos medidas y otro tipo de problema donde se dan dos conjuntos se pide encontrar las combinaciones posibles entre los elementos de ambos conjuntos; esta es la noción de combinatoria que se puede introducir desde el primer grado, siempre y cuando los problemas y sus situaciones se adecuen a las capacidad del alumno en esta edad, lo cual quiere decir que se debe tener en cuenta su entorno y conocimientos previos, además otro tipo de problemas donde se les permite explorar distintos procedimientos que van del uso de material concreto apegado a la información que se proporciona, con situaciones en donde una colección de elementos únicos, está dispuesta en columnas o filas con la misma cantidad de elementos (arreglos rectangulares), donde se multiplican las medidas de dos magnitudes para obtener la medida de una tercera magnitud (García, 2010).

### **2.2.8. El pensamiento visible**

Luego de abordar el paradigma educativo, con sus componentes, se aborda ahora el pensamiento visible, como tendencia metodológica y teórica cuyo aporte permite viabilizar el desarrollo del pensamiento potenciando sus capacidades y habilidades. De acuerdo con la definición de Tishman, y Palmer (2005) la visualización del pensamiento es una concepción técnica ya que se refiere a toda clase de representación observable que demuestre lo que está sucediendo en la mente, es decir, actividades de pensamiento como las ideas, las preguntas, las razones y las reflexiones. A nivel concreto puede hablarse de mecanismos de evidencia como los mapas mentales, los gráficos, las listas y los diagramas (Tishman & Palmer, 2005).

Al respecto, Tipoldi, J. (S.f.), quien traduce toda la teoría desde la Escuela de Graduados de Harvard del Proyecto Cero explica las rutinas de pensamiento como los organizadores que

facilitan “facilitan estructurar, ordenar y desarrollar distintas formas de pensamiento en el proceso de aprendizaje y que promueven la autonomía de los estudiantes”, de otro lado, que junto a éstas se tienen siete fuerzas más que ayudan a promover la” cultura del pensamiento en el aula” como los son: el tiempo, las oportunidades, el lenguaje, la creación de modelos, las interrelaciones, el entorno físico y las expectativas; de esta manera, se ve ligada la propuesta del pensamiento visible con el diseño de la unidad didáctica, que a su vez está respondiendo con las exigencias del paradigma educativo orientando los esfuerzos y las posibilidades hacia el aprendizaje significativo y perdurable (Tipoldi, 2014).

Aplicando estas orientaciones a la resolución de problemas, es posible encauzar una dinámica educativa que incluya cada uno de los elementos teóricos postulados para generar una propuesta didáctica que logre potenciar las habilidades del educando hacia el aprendizaje y aplicación de estrategias de pensamiento que le permitan seguir los pasos metodológicos en la resolución del problema, que en concreto son: lectura del problema, análisis, operación y respuesta. Una vez se logran articular los postulados y propuestas, se tiene el diseño de una intervención pedagógica plasmada en una unidad didáctica cuya planeación subsecuente de pasos y ciclos, acompaña al educando desde el nivel arbitrario hasta el simbólico – convencional, según los niveles de representación de García, en el cual el estudiante es capaz de resolver los problemas matemáticos de forma ágil y con un menor margen de error (García, 2010).

### **2.2.9. Ciclo de análisis didáctico de Pedro Gómez**

El ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) presenta una propuesta amplia y profunda acerca de la forma como se debe planear la actividad pedagógica, por lo que ofrece aportes valiosos en cuanto a la planeación de unidades didácticas del área de matemáticas una vez se

logra visualizar el objetivo y las dimensiones que forman parte del proceso de enseñanza dentro del contexto en que se desarrollan las matemáticas.

Se inicia con la determinación del contenido que se va a tratar y de los objetivos generales de aprendizaje que se quieren lograr, a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares con motivo de los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y teniendo en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción. A partir de esta información, el profesor inicia la planificación con el análisis de contenido. La información que surge del análisis de contenido sustenta el análisis cognitivo. A su vez, la realización del análisis cognitivo puede dar lugar a la revisión del análisis de contenido (Gómez, 2007).

Se debe tener en cuenta que la relación entre los análisis se establece con el análisis de instrucción. De otro lado que la formulación debe ser compatible y depender de los resultados del análisis de contenido y del análisis cognitivo. En cuanto a la selección de tareas para componer las actividades se debe establecer una coherencia lógica con los resultados de los tres análisis para llevar a que el docente inicie un nuevo ciclo, previo a determinar las tareas que terminarán por comprender las actividades de enseñanza y aprendizaje, a la larga, “el conocimiento didáctico es el conocimiento que el profesor pone en juego durante este proceso” (Gómez, 2007, pág. 36).

En el análisis cognitivo se evalúa la práctica docente, desde la intervención en el aula determinando las falencias y fortalezas observadas de acuerdo a la implementación de estrategias didácticas y metodológicas y su relación con el nivel de comprensión de los estudiantes, así como con el desempeño demostrado. Una vez se realiza esta reflexión en torno al papel del

docente y sus experiencias se concreta el ciclo de análisis didáctico como un aporte que permite encaminar estrategias y propuestas didácticas hacia la enseñanza y/o potenciación de las competencias básicas del estudiante, entre las que está la de resolución de problemas, las competencias de intervención y las competencias específicas (Gómez, 2007).

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1. Tipo de investigación y enfoque

En primera instancia, el proyecto se desarrolla bajo el enfoque cualitativo, ya que es el más conveniente para dar lugar a opiniones subjetivas de quien interviene en la realidad directamente, da lugar a que se dé significado a las observaciones realizadas acerca del proceso que se sigue con los estudiantes a quienes va dirigida la propuesta durante la intervención, ya que como lo expresa Sampieri (2010, 2012, p. 7) “estas actividades sirven, primero, para descubrir cuáles son las preguntas de investigación más importantes, y después, para refinarlas y responderlas [siguiendo una dinámica] en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación”, lo que resulta en un modelo investigativo posible de analizar mientras se realizan intervenciones educativas.

De otro lado, para el análisis de los resultados cualitativos se acude al apoyo de datos cuantitativos para tener un valor numérico que apoye el análisis de datos y se acude también a la teoría de la integración de los métodos cualitativo y cuantitativo de Bericat (1998), para quien ninguno de los dos enfoques puede estar desligado del otro. En palabras suyas:

“La necesidad de cuantificar la cualidad explica... la intensa corriente de penetración de lo cuantitativo que puede detectarse en las investigaciones de orientación cualitativa... también se detecta un reconocimiento por parte de los propios cualitativistas de que la cantidad ha estado siempre presente en sus estudios y consideraciones” (Bericat, 1998, p.35).

La teoría de la integración de los métodos cuantitativo y cualitativo es retomada por Muñoz (2007), en la tesis doctoral “Evaluación de impactos en proyectos de inversión social” explicando que ésta permite una estrategia de triangulación en la que los métodos cuantitativos apoyan los métodos cualitativos al orientarse hacia el mismo propósito de investigación.

El trabajo de investigación se realizó bajo el estilo de investigación acción buscando dar solución a un problema educativo mediante la intervención profesional con miras a mejorar la intervención pedagógica en el aula. Inicialmente se parte de la experiencia propia al detectar dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente en la resolución de problemas; problemática que se enmarca dentro de una situación institucional dados los bajos resultados de las pruebas SABER del año 2014.

Teniendo en cuenta las características de la investigación – acción, el presente proyecto se realizó de forma participativa buscando mejorar la práctica educativa, se siguió una espiral introspectiva en una espiral de ciclos de planeación, acción, observación y reflexión para cada fase propuesta; de otro lado, se constituyó en un proceso sistemático de aprendizaje que orientó hacia la praxis en el contexto de un grupo de estudiantes de grado cuarto, quienes fueron los directamente beneficiados por el trabajo.

En cuanto a la modalidad de la investigación – acción, se eligió el tipo “práctica”, cuyo objetivo es el de comprender las prácticas y transformar la conciencia, tomando en cuenta el modelo Lewin (citado por Murillo, 2010) que comienza por la idea inicial, siguiendo por el plan general, la evaluación y la rectificación.

Por otro lado, la validez y confiabilidad de los datos mencionados se han reflejado en la medida que cada información determinada corresponde completamente a la realidad y los

resultados concuerdan con el mejoramiento de la práctica educativa, sin embargo, se calcula un sesgo mínimo derivado de factores como el ausentismo estudiantil, dificultades de aprendizaje de una minoría de estudiantes, estados de emoción del grupo y subjetividad en las apreciaciones. De esta manera se trianguló la información proveniente de tres fuentes: aportes teóricos, observaciones registradas a partir de las técnicas para la recolección de datos y la evidencia del avance en la resolución de problemas de los estudiantes manifestada en los talleres individuales y en el test de valoración final.

### **3.2. Alcance de la investigación**

Teniendo en cuenta que la presente investigación se ubica dentro de la línea de estudios transversales, ya que su alcance inicial y final es exploratorio, recolectando datos dentro de un tiempo determinado en el año académico lectivo, en cortes esenciales como son el test inicial, la recopilación de observaciones en tres momentos de intervención mediante las unidades didácticas, y el test final. Una vez se realiza el estudio exploratorio en busca de la evolución de pensamiento del estudiante siguiendo los niveles de los modelos organizadores de García (2010), se indaga acerca del resultado de la intervención de aula y su incidencia en la apropiación de estrategias de parte del estudiante para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa de forma apropiada, es decir si utiliza estrategias formales, si llega al último nivel, el simbólico – convencional dado por García (2010).

### **3.3.Participantes**

La presente investigación se desarrolló con los siguientes participantes, una docente titular de grado cuarto de primaria, licenciada en educación especial y el grupo de estudiantes conformado por 40 estudiantes que asisten al aula regularmente, quienes se encuentran en edades

entre los 9 y los 10 años de edad, pertenecientes al Colegio Nicolás Buenaventura IED, ubicado en la localidad de Suba de la ciudad de Bogotá. A nivel general, los estudiantes vienen de familias pertenecientes a los estratos 1, 2 y 3 cuyo nivel educativo es de bachillerato, algunos padres son técnicos y muy pocos son profesionales.

Los componentes relacionados con la vivienda como la cohabitación y hacinamiento, son características de la forma de vida de las familias en esta localidad en los estratos 1 y 2; además otra problemática que se percibe es que en muchos casos tanto madres como padres trabajan y llegan en horas de la noche a sus hogares generando insuficiencias en la comunicación entre padres e hijos y poco seguimiento y orientación en la actividad escolar de los menores de acuerdo a informes presentados por el departamento de orientación de la institución; este estilo de vida tiene incidencias en el ambiente académico y social que enmarca el colegio, ya que se evidencian actitudes negativas de parte de los estudiantes, o bien, poca motivación hacia el estudio.

En las aulas de clase en los ciclos 1 y 2 jornada tarde se evidencia que algunos estudiantes presentan dificultad en el aprendizaje las cuales impiden un desarrollo satisfactorio de las clases, por eso la importancia de identificar dichas dificultades; en muchos de los casos son problemas que se pueden tratar en el aula, con algunas estrategias que el docente implementa durante su práctica pedagógica.

Pese a las características de vida de los menores, puede decirse que a nivel general, los estudiantes del Colegio Nicolás Buenaventura IED, participan de manera constante en las actividades propuestas, y logran obtener sus aprendizajes a partir de experiencias basadas en el ser, el hacer y el actuar. De otro lado, se tiene un porcentaje bajo de estudiantes con problemas

de aprendizaje, aunque sí se observan varios casos de niños con dificultades para la ejecución de algunas actividades, en especial en la resolución de problemas matemáticos.

En este sentido es fácil inferir que en este contexto, los procesos pedagógicos dispuestos en los acuerdos institucionales y de ciclo tienen unos propósitos de formación, unos aprendizajes para alcanzar los propósitos y un proceso de evaluación de los aprendizajes que provienen de la base común de cada ciclo y que corresponden a la base común institucional.

### **3.4. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información**

La recolección de datos se realizó utilizando las siguientes técnicas e instrumentos:

1. Test de logros: prueba escrita de entrada
2. Observación participante abierta y sistémica.
3. Diario de campo
4. Entrevistas cualitativas no estructuradas dirigida a estudiantes
5. Material fotográfico y video grabaciones
6. Test de logros: prueba de salida

Según Huamán (2005), el test es una técnica derivada de la entrevista y la encuesta que tiene por objeto lograr información sobre rasgos definidos de la personalidad... inteligencia, rendimiento, memoria...”, de otro lado, “debe ser válido investigar aquello que se pretende... confiable, que ofrezca consistencia en sus resultados... objetivo... sencillo... económico... e interesante” teniendo en cuenta estas características, se utilizó esta técnica, mediante el diseño y aplicación de una evaluación escrita de entrada para detectar las dificultades de los estudiantes de grado cuarto y realizar un diagnóstico que permitiera encontrar las necesidades de los estudiantes

en cuanto a la resolución de problemas matemáticos, tanto en su estado inicial como al finalizar la intervención de aula.

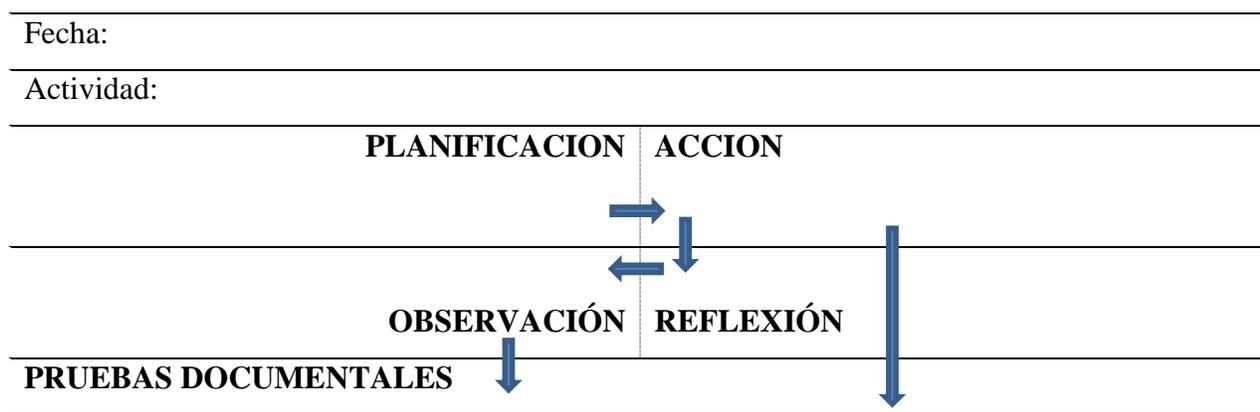
La segunda técnica, observación participante abierta y sistémica, se utilizó teniendo en cuenta las posibilidades de recolección de datos cualitativos necesarios para construir la propuesta con base en la experiencia. Esta técnica es recomendable en estilos de investigación – acción, por cuanto “es un método de análisis de la realidad que se vale de la contemplación de los fenómenos, acciones, procesos, situaciones... y su dinamismo en su marco natural” (Folgueiras, 2009, pág. 26). De acuerdo a la clasificación que dan estos mismos autores, la observación se realizó bajo la amplitud selectiva, por cuanto se tuvo un grupo de observación durante la intervención pedagógica, logrando triangular la información recolectada.

El diario de campo se utilizó durante la fase de implementación de la intervención de aula, teniendo en cuenta que como lo expresan Rodríguez y otros (2008) dentro de las características de la investigación acción está la de “observar la acción para recoger evidencias que permitan evaluarla... lo que implica registrar, recopilar, analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones... lo que exige llevar un diario personal en el que se registren nuestras reflexiones” (Rodríguez, Prieto, Martínez, Picazo, Castro & Bernal, 2008) constituye de este modo, el diario de campo, una evidencia acerca de la información que se recolecta y de la experiencia vivida a través de la intervención de aula, verificando el paso de un nivel a otro (modelos organizadores) mediante el desempeño de los estudiantes tanto en la actividad grupal como en la individual.

El diario de campo se esquematizó en una plantilla que sigue el ciclo de la investigación acción en sus cuatro pasos: planificación, acción, observación y reflexión. A su vez, en el primer

paso se tuvieron en cuenta los seis niveles cognitivos para la resolución de problemas matemáticos, en el segundo paso, el registro se orientó por los momentos de la implementación didáctica en grupos colaborativos y trabajo individual, para el tercer paso se hicieron registros siguiendo las tres categorías de análisis: comunicación entre pares, comprensión del problema, uso de estrategias grupales e individuales; para el cuarto paso se hace la reflexión conforme los criterios de evaluación, el alcance de objetivos y aspectos de la intervención de aula por mantener o mejorar. Para el análisis de información, el diario de campo se sintetizó en tres matrices, una por cada unidad didáctica aplicada (Ver ANEXOS 3, 4 y 5). A continuación se muestra el esquema del diario de campo:

**Tabla 1. Diario de campo de unidad didáctica**



Las entrevistas cualitativas no estructuradas dirigidas a los estudiantes, se realizaron durante los momentos de la aplicación de cada unidad didáctica, de manera informal para encontrar opiniones, dudas y sugerencias de parte de los estudiantes del grado cuarto, aportando de este modo al objetivo de evaluar la pertinencia de la intervención de aula según las técnicas de resolución de problemas, la motivación y la flexibilidad implementadas, determinando los resultados evidentes.

Esta técnica de recolección de datos fue viable para efectos de la investigación en cuanto a que “está orientada a obtener información de forma oral y personalizada sobre acontecimientos vividos y aspectos subjetivos de los informantes en relación a la situación que están viviendo” (Folgueiras, 2009, pág. 19).

Se lograron evidencias mediante fotografías y video grabaciones de la implementación de la intervención de aula, ya que este tipo de material multimedial forma parte de la clasificación de documentos en los entornos virtuales, ya que según aseguran Orellana y Sánchez (2006) “los documentos materiales contienen no solo datos textuales sino también datos visuales y auditivos, en los entornos virtuales... se mantiene una presentación más dinámica, interactiva, vistosa y de fácil acceso” (Orellana & Sanchez, 2006, pág. 207).

El test de logros: evaluación de salida, se aplicó con el objetivo de evaluar la intervención de aula, siguiendo en su diseño la estructura del planteamiento de cuatro situaciones problema, analizando los resultados de acuerdo a los seis niveles cognitivos analizados en el primer test, siguiendo de esta manera los pasos propuestos por Lewin, quien propone una evaluación de la acción, logrando un plan rectificado o la culminación de una propuesta. (Rodríguez S, y otros, 2011).

### **3.5. Diseño de la investigación**

Siguiendo el procedimiento de la investigación – acción, se tuvieron en cuenta los cuatro ciclos generales denominados: planificación, acción, observación y reflexión para cada una de las siguientes fases:

1. Fase diagnóstica
2. Fase de diseño y estructuración de la intervención

### 3. Fase de evaluación de la intervención

Se define entonces un cronograma de actividades como el siguiente:

		FEB				MAR				ABRIL				MAYO				JUNIO			
SEMANAS		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
<b>FASE DIAGNÓSTICA.</b>					X																
<b>FASE DE DISEÑO Y ESTRUCTURACIÓN DE LA INTERVENCIÓN</b>						X															
<b>FASE DE IMPLEMENTACIÓN.</b>	<b>UNIDAD DIDÁCTICA NO 1</b>						X	X	X												
	<b>UNIDAD DIDÁCTICA NO 2</b>									X	X	X									
	<b>UNIDAD DIDÁCTICA NO 3</b>													X	X	X					
<b>FASE DE EVALUACIÓN.</b>																	X				
<b>FASE DE ANÁLISIS DE RESULTADOS.</b>																		X	X		

A continuación se explica de forma detallada la forma como se desarrolló cada una de las fases anteriormente mencionadas.

#### 3.5.1. Fase diagnóstica

La fase diagnóstica, cuyo objetivo fue el de detectar las dificultades de los estudiantes de grado cuarto en la resolución de problemas de tipo multiplicativo donde se involucran relaciones de proporcionalidad simple, de combinatoria y de comparación multiplicativa. Para esta fase se pudieron analizar los procedimientos formales e informales que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas de tipo multiplicativo en las que se incluyen relaciones de proporcionalidad simple, de combinatoria y de comparación multiplicativa.

La primera fuente de información para realizar el diagnóstico fueron los resultados de la prueba SABER presentada por los estudiantes de grado 3° y 5° de primaria durante el año 2014. Igualmente se aplicó una prueba de entrada a los estudiantes de grado cuarto, ésta consistió en resolver en una hoja cuatro situaciones problema. (Ver ANEXO 1).

Cada uno de los problemas facilitó la verificación de los niveles de manifestación cognitiva que utilizaron los estudiantes en la resolución de problemas por lo que se definieron estos niveles siguiendo los lineamientos de García (2010), de la siguiente manera:

Nivel 1: arbitrario

Nivel: concreto – manipulativo

Nivel 3: pictórico

Nivel 4: pictórico – simbólico

Nivel 5: simbólico con fallas en la convencionalidad

Nivel 6: simbólico – convencional

El primer problema correspondió a relaciones de combinatoria, el segundo a relaciones de proporcionalidad simple / arreglos rectangulares, el tercero a relaciones de comparación multiplicativa y el cuarto a relaciones de combinatoria. Para la aplicación de la prueba se le dio a cada estudiante su hoja con los cuatro problemas matemáticos de multiplicación con instrucciones claras para que representaran en el espacio de cada problema la forma como ellos quisieran resolver cada situación planteada e informándoles del tiempo dispuesto para resolverlos; el tiempo estipulado para la prueba fue de una hora.

### **3.5.2. Fase de diseño y estructuración de la intervención de aula**

La fase de diseño y estructuración de la intervención de aula se realiza con base en los resultados de la fase anterior con el fin de proponer solución a una necesidad sentida por los estudiantes y la docente en cuanto a la dificultad para resolver problemas, por consiguiente el objetivo de ésta es el de reconocer los aspectos que se deben tener en cuenta para implementar una intervención de aula para luego diseñarla e implementarla. Para esta fase se utiliza el ciclo de

análisis de Gómez (2007), siguiendo los cuatro tipos de análisis de forma secuencial: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción, y análisis de actuación.

Para el análisis de contenido se observó la pertinencia de las situaciones problema planteadas de acuerdo a cada unidad didáctica diseñada, siguiendo el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) y los modelos organizadores de García (2010), por lo que la planeación de cada unidad didáctica estuvo compuesta por situaciones problemas concordantes con la temática, que en su orden fueron problemas de proporcionalidad simple, de combinatoria y de comparación multiplicativa.

Para el análisis cognitivo se evalúa la práctica docente, desde la intervención en el aula determinando las falencias y fortalezas observadas de acuerdo a la implementación de estrategias didácticas y metodológicas y su relación con el nivel de comprensión de los estudiantes, así como con el desempeño demostrado. El análisis cognitivo facilitó prever las actuaciones de los estudiantes una vez se implementan las actividades planeadas. En esta parte del ciclo se tomaron en cuenta evidencias como el desarrollo de los talleres individuales, la exposición en grupo de la resolución de los problemas planteados, el desempeño demostrado en los test de entrada y de salida.

Para el análisis de instrucción se tomó en cuenta la práctica pedagógica en cuanto a los procedimientos que ofrecieron mejores resultados con el fin de ir seleccionando las actividades y metodologías con mejor éxito en el aula. Cabe decir que cada unidad de análisis sirvió como punto de partida para realizar cada fase.

Para el análisis de actuación se tuvieron en cuenta aspectos como: las acciones que los estudiantes mostraron al resolver el instrumento diagnóstico, la manera en que resuelven

problemas de estructura multiplicativa, de acuerdo a los modelos organizadores y según los niveles de García, el uso de estrategias mentales y su evidencia al pasar de un nivel a otro (García S, 2010).

De acuerdo al análisis teórico y de los resultados de la fase diagnóstica y al tiempo disponible se diseñan tres unidades didácticas para fortalecer los niveles de manifestación cognitiva en la resolución de problemas de estructura multiplicativa. La primera unidad se orienta hacia la resolución de problemas de proporcionalidad simple, la segunda unidad hacia los problemas de comparación multiplicativa y la tercera unidad hacia problemas de combinatoria o producto cartesiano.

Para el diseño de cada unidad didáctica se tienen en cuenta los elementos recomendados por el modelo pedagógico asumido por la institución, es decir, la Escuela Transformadora, por otro lado, se incluyen también aspectos del pensamiento visible para el desarrollo de las actividades. A continuación se presenta el diseño de cada una de las unidades didácticas, para conformar así la intervención de aula objeto de la presente investigación.

**Tabla 2. Diseño Unidad didáctica # 1. Resolución de problemas de proporcionalidad simple.**

<b>Título:</b>	<b>Unidad didáctica No1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE.</b>
<b>Objetivo general:</b>	Facilitar el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de estructura multiplicativa de proporcionalidad simple a través de modelos organizadores en un contexto significativo.
<b>Objetivos de situaciones de aprendizaje:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propiciar en el estudiante el desarrollo de estrategias y la habilidad para pasar del nivel pictórico al nivel pictórico- simbólico en su proceso de resolución de problemas matemáticos de relación de proporcionalidad simple.</li> <li>• Facilitar el empleo de procesos de resolución de problemas matemáticos que potencien la construcción de aprendizajes y que les permita utilizar vías alternas de ejecución para pasar del nivel pictórico al nivel pictórico – simbólico.</li> <li>• Fomentar el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes mediante la utilización de estrategias informales para pasar del nivel pictórico al nivel pictórico – simbólico.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Facilitar en los estudiantes el empleo de procedimientos simbólicos en la resolución de problemas de relación de proporcionalidad simple para que articulen la estrategia utilizada con el algoritmo convencional.</li> </ul>
<b>Eje:</b>	Pensamiento numérico
<b>Estándares:</b>	Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.
<b>ANÁLISIS DE ACTUACIÓN</b>	Utilización de estrategias personales alejadas de las formales con apoyo en procedimientos informales según las experiencias del estudiante. Los resultados se han de encontrar implícitos en las acciones, trazos, y en el encuentro de los niveles arbitrario, concreto – manipulativo y pictórico que hagan los estudiantes, quienes, a partir del uso de estrategias informales pueden mejorar su habilidad para la resolución de problemas.
<b>ANÁLISIS DE CONTENIDO</b>	Problemas de proporcionalidad simple: son situaciones que pueden representarse mediante tablas numéricas y que están ligadas a una función: “multiplicar por” que conducen a realizar una multiplicación, específicamente una “regla de tres” y buscar la cuarta proporcionalidad. En este tipo de problemas se plantean dos magnitudes y una función multiplicativa entre estas. Para resolver estos problemas, se necesita hallar la proporcionalidad entre las dos magnitudes o la propiedad lineal de la relación funcional multiplicativa.
<b>ANÁLISIS COGNITIVO</b>	Los niveles de representación según los modelos organizadores permiten facilitar la descripción interna y externa de los avances en el desarrollo intelectual del niño, y de cómo los elementos del medio favorecen el paso de un sistema de pensamiento a otro de mayor complejidad. Se pueden identificar distintos significados que caracterizan el sentido de los procedimientos empleados por los estudiantes y su esfuerzo por traducir la enseñanza recibida a un modelo propio de organización, que aun cuando se llega a representaciones distorsionadas, adquieren un significado que es mayormente válido.
<b>ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN</b>	Los estudiantes en sus grupos colaborativos resuelven los problemas utilizando estrategias que creen conveniente, siguiendo pasos que creen necesarios, y el docente está presto a guiar durante el proceso aportando sugerencias en las estrategias y pasos de resolución para facilitarles herramientas que los lleve al lenguaje matemático formal.
<b>Actividades:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo en equipos de a tres estudiantes para hacer conversatorio con el fin de encontrar soluciones a los problemas.</li> <li>• Utilización de material concreto para representar los datos dados por el problema y analizar.</li> <li>• Orientación mediante métodos inductivos utilizando preguntas cuestionadoras y reflexivas.</li> <li>• Socialización de cada equipo acerca de los métodos utilizados para resolver los problemas.</li> <li>• Resolución de problemas de forma individual en hoja de trabajo bajo orientación docente</li> </ul>
<b>Materiales y recursos:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plastilina de colores</li> <li>• Lápices</li> <li>• Colores</li> <li>• Bolsas</li> <li>• Canicas</li> <li>• Hojas de trabajo</li> </ul>
<b>Agrupamiento:</b>	Se agrupan de a tres estudiantes en grupos colaborativos de base
<b>Interacción:</b>	Acción participación de la docente haciendo preguntas a cada estudiante acerca de los procedimientos de representación y resolución de los problemas planteados, las estrategias informales o formales que utilizan, los pasos de resolución, las preguntas que se hacen antes de resolver un problema, cómo escogen la operación que creen correcta. Orientación mediante métodos inductivos utilizando preguntas cuestionadoras y reflexivas.
<b>Temporalidad:</b>	5 horas: 4 de trabajo en equipo y 1 de trabajo individual.

Para la unidad didáctica # 1 se presentaron las siguientes actividades, las cuales fueron planeadas a partir de una salida pedagógica realizada por los estudiantes:

### **PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE**

#### **TRABAJO DE RESOLUCIÓN GRUPOS COLABORATIVOS**

- 1. Se escogieron de 8 cursos de primaria, 12 estudiantes de cada curso que se destacaron positivamente en el aspecto convivencia en el primer período. ¿Cuántos estudiantes en total van a la salida pedagógica?*
- 2. Al llegar al Multiparque, se observa que hay 13 carros en el estacionamiento. Si cada carro tiene 4 llantas, ¿Cuántas llantas hay por todas?*
- 3. Para ir del Multiparque a la granja, el trencito transporta en cada viaje 9 personas. Si hizo 12 viajes, ¿cuántas personas transporta en el día?*
- 4. Una mamá le envía 3 gomitas a cada una de las mejores amigas de su hija. Si en total ha comprado 15 gomitas, ¿Cuántas son las mejores amigas de la estudiante?*

### **PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE**

#### **TRABAJO DE RESOLUCIÓN INDIVIDUAL**

- 1. En el parque, hay 13 juegos para niños y en cada juego hay 9 niños ¿cuántos niños hay en todos los juegos?*
- 2. Luis compró 6 frunas, cada fruna le costó \$550. ¿Cuánto pagó Luis por todas las frunas?*

3. *En frente del parque hay juego de tiro con rifle. Un señor tumbó 12 patos, cada uno tenía el valor de 8 puntos. ¿Cuántos puntos acumuló el señor?*
4. *Al lado del parque hay un almacén de dulces, las chokolatinas están acomodadas en filas. Hay 7 filas y cada una tiene 8 chokolatinas ¿cuántas chokolatinas hay en total?*

**Tabla 3. Diseño Unidad didáctica # 2. Resolución de problemas de comparación multiplicativa.**

<b>Título:</b>	<b>Unidad didáctica No2. Resolución de problemas de comparación multiplicativa.</b>
<b>Objetivo general:</b>	Facilitar el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de estructura multiplicativa de comparación multiplicativa a través de modelos organizadores en un contexto significativo.
<b>Objetivos de situaciones de aprendizaje:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propiciar en el estudiante el desarrollo de estrategias y la habilidad para pasar del nivel pictórico – simbólico al nivel simbólico con fallas en la convencionalidad.</li> <li>• Facilitar el empleo de procesos de resolución de problemas matemáticos que potencien la construcción de aprendizajes y que les permita utilizar vías alternas de ejecución para pasar con fallas en la convencionalidad.</li> <li>• Propiciar situaciones donde el estudiante tenga la oportunidad de utilizar los símbolos numéricos para resolver problemas de relación de comparación multiplicativa.</li> <li>• Fomentar el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes mediante la utilización de estrategias informales para pasar del nivel pictórico al nivel pictórico – simbólico.</li> <li>• Propiciar en el estudiante la reflexión sobre las consecuencias del proceso de resolución efectuado con procedimientos convencionales si no se tiene aún el dominio para manejar todos los aspectos de la convencionalidad en problemas de comparación multiplicativa.</li> <li>• Facilitar en los estudiantes el empleo de procedimientos convencionales en la resolución de problemas de comparación multiplicativa.</li> </ul>
<b>Eje:</b>	Pensamiento numérico
<b>Estándares:</b>	Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.
<b>ANÁLISIS DE ACTUACIÓN</b>	Estrategias para incentivar en el estudiante el deseo por demostrar que puede operar con el lenguaje matemático formal, al analizar un problema. En este procedimiento que aún no consolidan, los estudiantes pueden comenzar a mostrar afán por emplear los procedimientos convencionales (obviar dibujos y símbolos, sólo resolver con la operación convencional) aun cuando no comprendan los problemas del todo porque esto les hace sentir aventajados con relación al resto de compañeros. Se espera entonces actividad de ensayo y error. A partir de las manifestaciones sobre el uso de estrategias se diseñará la tercera unidad.
<b>ANÁLISIS DE CONTENIDO</b>	Problemas de comparación multiplicativa de magnitudes: categoría en la cual se encuentran los problemas que utilizan una única magnitud (medible o localizable) y dos estados relativos a esa magnitud, los cuales son objeto de la comparación multiplicativa: uno representa el papel de referente del otro. La relación numérica de comparación es entonces una relación de naturaleza escalar (sin dimensión) que se anuncia mediante las expresiones “tantas veces más”, “tantas veces menos”.

<b>ANÁLISIS COGNITIVO</b>	Los estudiantes que se encuentran en el nivel No4 pictórico – simbólico pueden pasar al nivel No5 simbólico con fallas en la convencionalidad si las manifestaciones cognitivas de los estudiantes en la resolución de problemas de comparación multiplicativa reconocen que sólo hay una magnitud que cambia de tamaño y que son problemas de factor escalar, en el último nivel el estudiante accede a la representación simbólica, desligándose casi por completo de los procedimientos de representación pictórica; aunque en este nivel el estudiante comienza a tener un sentido de las operaciones convencionales, esto no garantiza que las resuelvan correctamente. Los estudiantes podrán resultar utilizando símbolos numéricos como apoyo para resolver los problemas pero careciendo de una estructura aritmética pues omiten signos, podrán también emplear operaciones que no tengan relación con el planteamiento del problema, pero podrán obtener un resultado correcto.
<b>ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN</b>	Los estudiantes en sus grupos colaborativos resuelven los problemas planteados utilizando las estrategias que crean convenientes, siguiendo los pasos de resolución que crean necesarios.
<b>Actividades:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo en equipos de a tres estudiantes para hacer conversatorio para encontrar soluciones a los problemas de comparación multiplicativa.</li> <li>• Utilización de material concreto para representar los datos dados por el problema y analizar.</li> <li>• Orientación mediante métodos inductivos utilizando preguntas cuestionadoras y reflexivas.</li> <li>• Socialización de cada equipo acerca de los métodos utilizados para resolver los problemas.</li> <li>• Resolución de problemas de cuestionario de forma individual</li> </ul>
<b>Materiales y recursos:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plastilina de colores</li> <li>• Lápices</li> <li>• Colores</li> <li>• Bolsas</li> <li>• Canicas</li> <li>• Hojas de trabajo</li> </ul>
<b>Agrupamiento:</b>	Se agrupan de a tres estudiantes en grupos colaborativos de base
<b>Interacción:</b>	Se realiza mediante la orientación con base en preguntas orientadoras, lo que facilita el proceso de resolución de problemas desde el principio hasta el final y motiva la participación en las actividades.
<b>Temporalidad:</b>	5 horas: 4 de trabajo en equipo y 1 de trabajo individual.

Para la unidad didáctica # 2 se presentaron los siguientes problemas que formaron parte de las actividades planeadas:

## **PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA**

### **TRABAJO DE RESOLUCION EN GRUPOS COLABORATIVOS**

1. *En una caja de chocolates, hay 15 chocolates blancos y 4 veces más chocolates negros. ¿Cuántos chocolates negros hay en la caja?*

2. *En una bolsa azul hay 26 galletas, 5 veces menos que el número de galletas que hay en una bolsa verde. ¿Cuántas galletas hay en la bolsa verde?*
3. *Al otro día Luisa se levanta muy temprano y se va al parque a trotar en la cancha de su conjunto residencial y se encuentra varios vecinos. Luisa dice que ella nació en el 2005; Fernando dice que tiene tres veces la edad de Luisa. Martha dice que tiene el doble de la edad de Fernando y Jorge dice que tiene 93 años menos que el triple de la edad de Martha ¿Cuántos años tiene Luisa? ¿Cuántos años tiene Fernando? ¿Cuántos años tiene Martha? ¿Cuántos años tiene Jorge?*

### TRABAJO DE RESOLUCION INDIVIDUAL

1. *Paula tiene 4 veces más la edad de su hija Juliana. Juliana tiene 9 años. ¿Cuántos años tiene Paula?*
2. *Lina vio ayer un ciclista que recorrió 5 km, mientras que hoy lo vio que transitó 3 veces más de lo que recorrió ayer. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido hoy?*
3. *Carlos el hijo menor de Paula, mide 3 veces menos de lo que mide su papá. Si Carlos mide 60 cm ¿Cuánto mide su papá?*

**Tabla 4. Diseño Unidad didáctica #3. Resolución de problemas de combinación o producto cartesiano.**

<b>Título:</b>	<b>Unidad didáctica No3. Resolución de problemas de combinación o producto cartesiano.</b>
<b>Objetivo general:</b>	Facilitar el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de estructura multiplicativa combinatoria o producto cartesiano a través de modelos organizadores en un contexto significativo.
<b>Objetivos de situaciones de aprendizaje:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propiciar en el estudiante el desarrollo de estrategias y la habilidad para pasar del nivel simbólico con fallas en la convencionalidad al nivel simbólico - convencional en su proceso de resolución de problemas matemáticos de relación de comparación multiplicativa.</li> <li>• Facilitar el empleo de estrategias simbólicas de resolución de problemas matemáticos que potencien la construcción de aprendizajes y que les permita utilizar vías alternas de ejecución para pasar del nivel pictórico al nivel pictórico – simbólico.</li> <li>• Facilitar en los/as estudiantes el empleo de estrategias simbólicas espontáneas para resolver problemas matemáticos con las estructuras algorítmicas convencionales de la multiplicación en problemas de combinatoria.</li> <li>• Propiciar en el estudiante la reflexión sobre las consecuencias del proceso de resolución efectuado con procedimientos convencionales si no se tiene aún el dominio para manejar todos los aspectos de la convencionalidad en problemas de comparación multiplicativa.</li> <li>• Incentivar a los/as estudiante para que utilicen estrategias de representación simbólica</li> </ul>

	de acuerdo a las relaciones y secuencias de los datos proporcionados en los problemas de combinatoria siguiendo el proceso convencional que evidencie el paso del nivel simbólico con fallas en la convencionalidad al nivel simbólico – convencional.
<b>Eje:</b>	Pensamiento numérico
<b>Estándares:</b>	Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.
<b>ANÁLISIS DE ACTUACIÓN</b>	Problemas de combinatoria: situaciones en las que se realiza el producto cartesiano entre dos magnitudes o conjuntos para obtener un tercero. Se presentan dos situaciones multiplicativas: una directa, donde se tiene la composición de los conjuntos o valores de las dos magnitudes y se necesita hallar la combinatoria de los dos conjuntos o el producto de las dos magnitudes; la otra es la inversa, donde se conoce una de las magnitudes o composición de uno de los conjuntos y el producto cartesiano, y se desconoce una de las magnitudes o los elementos de uno de los conjuntos. Pueden ser resueltos de numerosas maneras realizando agrupaciones con los elementos de un conjunto, formándolas y calculando su número o por el orden de distribución de los elementos.
<b>ANÁLISIS DE CONTENIDO</b>	De acuerdo a los modelos organizadores que plantea García, (2010) y los niveles dados, el paso del nivel 5 al 6 se da si los estudiantes en la resolución de problemas de combinatoria tienen un grado de abstracción y representación mental superior para la resolución de dichos problemas matemáticos con procedimientos más complejos que le eviten la utilización de operaciones reiterativas y procedimientos más complejos. El/la estudiante emplea las operaciones matemáticas teniendo en cuenta todos los aspectos convencionales, seleccionando la operación correcta para llegar con menor esfuerzo al resultado, explica su proceso de comprensión y resolución del problema, presenta la habilidad de pasar un problema que está planteado de forma inversa a forma directa y demostrar un modelo representativo previo que le permite comprender el problema y explicarlo posteriormente. Es capaz de acompañar una operación convencional realizada proporcionándole una lógica que justifica su procedimiento.
<b>ANÁLISIS COGNITIVO</b>	Los estudiantes en sus grupos colaborativos y en el trabajo resuelven los problemas planteados utilizando estrategias lógicas y explican el proceso de comprensión y resolución desarrollado.
<b>ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN</b>	Reducción del uso de la representación pictórica y uso de la operación necesaria, análisis del problema sin utilizar el dibujo, usando la operación adecuada aunque no se resuelva correctamente. Uso de dos estrategias: la mental acompañada por conteo con los dedos y representación simbólica. Uso de símbolos numéricos como apoyo, reconocimiento de errores en forma grupal.
<b>Actividades:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo en equipos de a tres estudiantes para hacer conversatorio para encontrar soluciones a los problemas de comparación multiplicativa.</li> <li>• Utilización de material concreto para representar los datos dados por el problema y analizar.</li> <li>• Orientación mediante métodos inductivos utilizando preguntas cuestionadoras y reflexivas.</li> <li>• Socialización de cada equipo acerca de los métodos utilizados para resolver los problemas.</li> <li>• Resolución de problemas de cuestionario de forma individual.</li> </ul>
<b>Materiales y recursos:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plastilina de colores</li> <li>• Lápices</li> <li>• Colores</li> <li>• Bolsas</li> <li>• Canicas</li> </ul> Hojas de trabajo
<b>Agrupamiento:</b>	Se agrupan de a tres estudiantes en grupos colaborativos de base.
<b>Interacción:</b>	Mi interacción con los estudiantes es de docente orientadora, haciendo preguntas a cada estudiante acerca de los procedimientos de representación y resolución de los problemas

---

planteados, las estrategias informales o formales que utilizan, los pasos de resolución, las preguntas que se hacen antes de resolver un problema, mientras resuelven el problema y después de resolverlo, cómo escogen la operación que creen correcta. Hago las sugerencias y explicaciones necesarias a cada grupo para que corrijan errores luego de reconocerlos tanto en el trabajo colectivo como individual.

---

**Temporalidad:** 5 horas: 4 de trabajo en equipo y 1 de trabajo individual.

---

Para la unidad didáctica #3 se presentaron los siguientes problemas que formaron parte de las actividades planeadas:

### **PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE COMBINATORIA**

#### **TRABAJO DE RESOLUCION EN GRUPOS COLABORATIVOS**

1. *En un restaurante escolar, el postre de hoy es alguna de estas frutas: fresa, melón, pera o mango, acompañada con nieve de limón o crema de chantilly. ¿Cuántos postres diferentes se pueden servir?*
2. *Para la fiesta de cumpleaños de Antonio asistirán 18 mujeres y 15 hombres. ¿Cuántas parejas de baile diferentes se podrán formar con los invitados?*
3. *Sofía tiene 8 pares de aretes y 7 collares distintos. ¿De cuántas maneras diferentes puede María combinarlos?*

#### **TRABAJO DE RESOLUCION INDIVIDUAL**

1. *Felipe y sus amigos se fueron a comer pasta; deben escoger una entre cinco clases: espagueti, macarrones, raviolis, lasaña o tallarines, con las posibilidades de escoger dos salsas entre cuatro opciones: napolitana, blanca, boloñesa y tomate. ¿Cuántas posibles combinaciones resultan?*
2. *En la tienda escolar hay tres tipos de presentaciones de chicles: láminas, pastillas y bolas y cuatro sabores diferentes: mora, canela, menta, cereza. ¿Cuántos tipos de chicles resultan de combinar el tipo de presentación con el sabor?*

Una vez se diseñaron las unidades didácticas se organizan los espacios de tiempo para implementar la propuesta dentro de la dinámica académica del grado cuarto, estableciendo dos

horas, de dos días durante dos semanas, y una hora de un día de la tercera semana, para cada unidad didáctica.

Durante la fase de implementación se realizaron observaciones que se registraron en los diarios de campos, se tomaron video grabaciones de las intervenciones de aula, que luego se revisaron para completar los registros de datos, se tomaron fotografías a las hojas de trabajo de los estudiantes.

El análisis de los datos recolectados mediante los diarios de campo se realizó estableciendo tres categorías de análisis: comunicación entre pares, comprensión del problema, uso de estrategias grupales e individuales.

Durante el desarrollo de la intervención de aula, el grupo de grado cuarto se organizó en equipos colaborativos conformados por tres estudiantes en cada uno, tres de estos grupos correspondieron el grupo de observación conformado por nueve estudiantes.

Para cada una de las unidades didácticas se diseñaron problemas de planteamiento correspondiente a su tema general, es así como, para la unidad didáctica # 1 se presentaron a los estudiantes problemas de proporcionalidad simple, para la unidad didáctica # 2 se presentaron problemas de comparación multiplicativa y para la unidad didáctica # 3, problemas de combinatoria.

### **3.5.3. Fase de evaluación**

La fase de evaluación de la propuesta se realizó en un solo momento en el cual se aplicó una prueba escrita de salida a los cuarenta estudiantes de grado cuarto, con la cual se buscó determinar el nivel de aprendizaje en cuanto a la resolución de problemas matemáticos de

estructura multiplicativa. La prueba consistió en tres situaciones problema, el primero de relaciones de proporcionalidad simple, el segundo de relaciones de comparación multiplicativa y el tercero de relaciones de combinatoria. Igual que en la evaluación diagnóstica se definieron los seis niveles según García (2010) de proceso representacional y manifestación cognitiva:

Nivel 1: arbitrario

Nivel: concreto – manipulativo

Nivel 3: pictórico

Nivel 4: pictórico – simbólico

Nivel 5: simbólico con fallas en la convencionalidad

Nivel 6: simbólico – convencional

Para esta fase se realizó un análisis cualitativo, con apoyo de herramientas cuantitativas, ya que de esta manera se reducen los sesgos en los resultados. La herramienta de apoyo consistió en la evaluación cuantitativa, para determinar el porcentaje de participantes en relación con los aciertos, es decir, que esta medida, permite dar cuenta del nivel alcanzado de parte de los estudiantes para la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

Para esta fase se analizan los datos encontrados en la fase de implementación de la intervención de aula para la resolución de problemas de estructura multiplicativa en grado cuarto de primaria siguiendo los lineamientos de García (2010). La metodología seguida fue la de organizar los datos arrojados por las observaciones y reflexiones registradas en el diario de campo en matrices de análisis que permitieron visibilizar de forma económica los resultados de cada unidad didáctica. Las pruebas documentales, como fotografías y videos, también dieron cuenta del proceso llevado a cabo por los estudiantes desde la fase de inicio hasta la fase de evaluación. Al final se reconoce la trayectoria de aprendizaje llevada a cabo por los estudiantes,

desde la fase diagnóstica hasta la evaluativa, logrando triangular los datos recolectados a través de las técnicas para la recolección de datos, aportes teóricos y la interpretación de los datos.

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE INVESTIGACIÓN

Esta fase tuvo como el análisis de la información que permitiera dar respuestas a las preguntas y a los objetivos de la investigación. Para esta fase se siguieron los siguientes pasos: recopilación y reducción de la información, disposición y validación de la información y finalmente la interpretación, la cual se realizó con el apoyo de matrices de análisis de información.

Para realizar el análisis de resultados se tuvo en cuenta el siguiente proceso:

1. Recopilación de la información
2. Organización de los datos mediante unidades de análisis y apoyo de matrices.
3. Selección de datos más relevantes y síntesis
4. Análisis descriptivo de la información
5. Deducción de conclusiones y resultados

A continuación se presentarán los análisis de datos en cada una de las fases:

##### **4.1.Fase diagnóstica**

Los resultados de la prueba SABER, presentada por los estudiantes de grado 3° y 5° en el año 2014 de la IED Nicolás Buenaventura reflejaron puntajes bajos en el área de matemáticas, evidenciados en que el 37% de los estudiantes de grado quinto clasificó dentro del nivel insuficiente, el 34% en el nivel mínimo y tan solo el 22% y el 8% en los niveles satisfactorio y avanzado, ante estos resultados el Colegio Nicolás Buenaventura IED fue calificado con debilidad en el pensamiento numérico variacional, lo que hace suponer que existen dificultades en los estudiantes para comprender las situaciones problema y solucionarlas.

Al aplicar el test de logros como evaluación de entrada se encontró un porcentaje alto de dificultad, evidenciado en un 87% de estudiantes que presentaron dificultad para resolver problemas de tipo multiplicativo de relaciones de proporcionalidad simple, combinatoria y comparación multiplicativa. Un 90% de los estudiantes utilizaron estrategias personales alejadas de las formales como dibujos y figuras apegados al referente real principalmente en el problema de arreglos rectangulares (problema #2) y en un número menor, los problemas de relaciones de combinatoria (problema #1 y #4). Casi el total de estudiantes no representaron ni con dibujos ni símbolos en el problema de comparación multiplicativa. En la figura 1 se muestra un ejemplo de la forma como los estudiantes resolvieron el test de entrada.

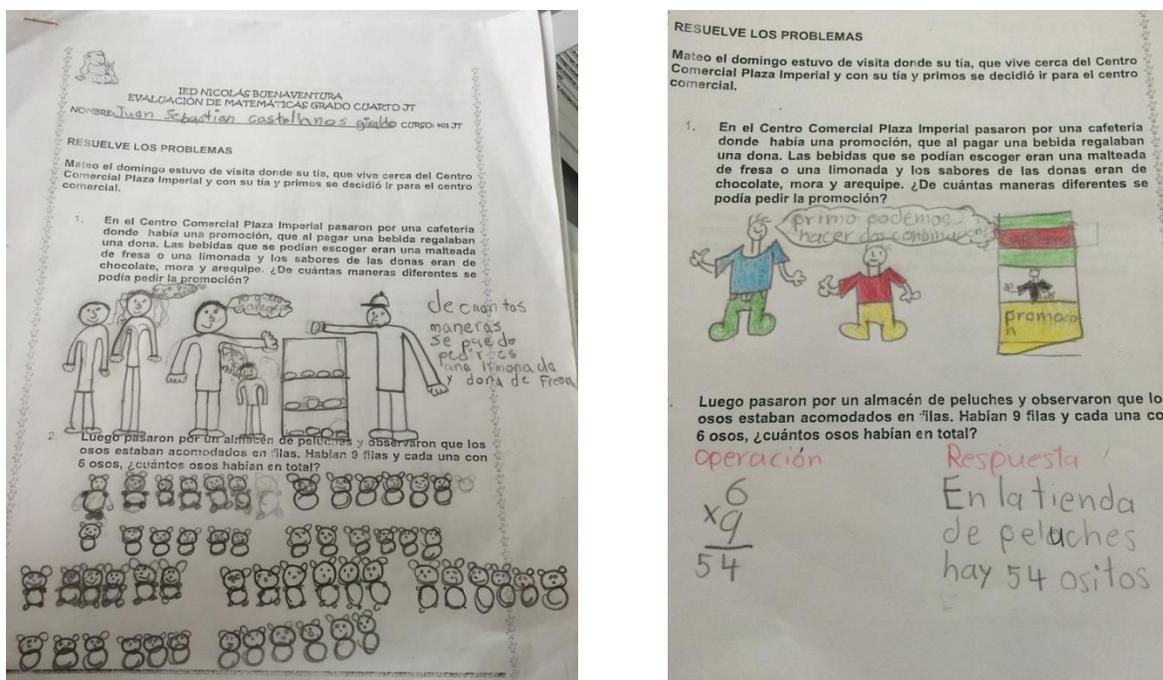


Figura 1. Test de entrada.

De acuerdo a la estructura del test de logros de entrada, se tiene que los problemas matemáticos allí planteados corresponden a situaciones problémicas que suelen utilizar los

docentes en las aulas del contexto colombiano, constituyendo una base referencial para la construcción de las tres unidades didácticas que se aplicaron posteriormente.

Luego de aplicar el test de entrada, se observó que la construcción de ciertos modelos organizadores posibilita averiguar en qué nivel de resolución de problemas se encuentra cada estudiante y los mecanismos mediante los cuales se hace explícito el cambio conceptual responsable del progreso intelectual (en la aplicación de la intervención de aula).

En cuanto el número de aciertos por cada problema se encontró lo siguiente:

**Tabla 5. Porcentaje de aciertos por problema en prueba diagnóstica**

<b>Problema</b>	<b>No Estudiantes</b>	<b>%</b>
Primer problema (Combinatoria)	7	17.5
Segundo problema (Proporcionalidad simple)	13	32.5
Tercer problema (Comparación multiplicativa)	6	15
Cuarto problema (Combinatoria)	5	12.5
No acertó en ningún problema	9	22.5

Una vez se analiza la información detallada en las matrices se tienen los siguientes hallazgos, en cuanto al nivel de pensamiento evidenciado por los estudiantes en la resolución de problemas, durante la presentación del test de entrada:

De los 40 estudiantes a quienes se les aplicó el test de entrada se hace una selección de 9 estudiantes, de quienes 5 son de género femenino y 4 de género masculino, de ellos, 6 estudiantes mostraron marcadas dificultades para resolver problemas durante el test de entrada. Sus edades están entre los 9 y los 10 años.

Los resultados arrojados por el test de entrada constituyen la base para el diseño de la intervención de aula, con el propósito de ofrecer actividades como herramientas que sirvan para facilitar el funcionamiento intelectual de los estudiantes de grado cuarto jornada tarde del colegio Nicolás Buenaventura IED en el proceso de resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa. En la figura 2 se muestra algunos test de entrada resueltos por los estudiantes.

IED NICOLÁS BUENAVENTURA  
EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS GRADO CUARTO JT  
NOMBRE: Luis Daniel Castillejo Bivarale CURSO: 402 JT

RESUELVE LOS PROBLEMAS

Mateo el domingo estuvo de visita donde su tía, que vive cerca del Centro Comercial Plaza Imperial y con su tía y primos se decidió ir para el centro comercial.

1. En el Centro Comercial Plaza Imperial pasaron por una cafetería donde había una promoción, que al pagar una bebida regalaban una dona. Las bebidas que se podían escoger eran una maldada de fresa o una limonada y los sabores de las donas eran de chocolate, mora y arequipe. ¿De cuántas maneras diferentes se podía pedir la promoción?

operación Respuesta  

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 2 \\ + 3 \\ \hline 1 \\ + 2 \\ \hline 9 \end{array}$$
 entre las donas y las maldadas se podía escoger 9 sabores

2. Luego pasaron por un almacén de peluches y observaron que los osos estaban acomodados en filas. Habían 9 filas y cada una con 6 osos, ¿cuántos osos habían en total?

operación Respuesta  

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 6 \\ \hline 15 \end{array}$$
 entre los osos abdn en total 15 osos

RESUELVE LOS PROBLEMAS

Mateo el domingo estuvo de visita donde su tía, que vive cerca del Centro Comercial Plaza Imperial y con su tía y primos se decidió ir para el centro comercial.

1. En el Centro Comercial Plaza Imperial pasaron por una cafetería donde había una promoción, que al pagar una bebida regalaban una dona. Las bebidas que se podían escoger eran una maldada de fresa o una limonada y los sabores de las donas eran de chocolate, mora y arequipe. ¿De cuántas maneras diferentes se podía pedir la promoción?

Chay que pedir solo osos hay una maldada de sabor de fresa o limonada y donas hay de chocolate, mora y arequipe?

solo pueden escoger una de 50 donas pedir donas, una maldada y una

2. Luego pasaron por un almacén de peluches y observaron que los osos estaban acomodados en filas. Habían 9 filas y cada una con 6 osos, ¿cuántos osos habían en total?

del total es de 54?

3. En el recorrido por el centro comercial, Mateo le plantea una pregunta a su primo Juan que tiene su misma edad. Si yo tengo 9 años y mi tío Carlos 27, ¿cuántas veces tiene más años mi tío que yo?

operación Respuesta  

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 9 \\ \hline 18 \end{array}$$
 Yo Juan necesito si tengo 9 maldada 18 para alcanzar amito carlos

4. Antes de salir del centro comercial la tía de Mateo quiso comprarle un helado a cada niño. En la heladería había cuatro sabores de helado y dos salsas (una de chocolate y la otra de arequipe). ¿De cuántas formas se podría combinar cada helado?

operación Respuesta  

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 2 \\ \hline 4 \end{array}$$
 mil nos compro 2 helados de diferente sabor

3. En el recorrido por el centro comercial, Mateo le plantea una pregunta a su primo Juan que tiene su misma edad. Si yo tengo 9 años y mi tío Carlos 27, ¿cuántas veces tiene más años mi tío que yo?

operación Respuesta  

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 27 \\ \hline 36 \end{array}$$
 El tío de Mateo leleba 36 años

4. Antes de salir del centro comercial la tía de Mateo quiso comprarle un helado a cada niño. En la heladería había cuatro sabores de helado y dos salsas (una de chocolate y la otra de arequipe). ¿De cuántas formas se podría combinar cada helado?

El se pueden combinarlo con un helado de fresa con la salsa de chocolate y Mateo con el de vainilla y con la de Arequipe

Figura 2. Desarrollo de test de entrada.

De esta manera se da lugar a la siguiente fase, la del diseño y estructuración de la intervención pedagógica, tomando en cuenta los modelos organizadores propuestos por García (2010) que describen interna y externamente el desarrollo intelectual del niño y elementos del medio que favorecen el paso de un sistema de pensamiento a otro de mayor complejidad y más evolucionado. Entonces, de acuerdo a dichos niveles se hizo el análisis e interpretación de las manifestaciones cognitivas de los estudiantes en la resolución de problemas de tipo multiplicativo en la prueba diagnóstica.

#### **4.2. Fase de implementación de las unidades didácticas y test de salida**

La tercera fase, de implementación, tuvo como objetivo implementar una intervención de aula enfocada a facilitar los procesos de resolución de problemas de estructura multiplicativa de proporcionalidad simple, de comparación multiplicativa y de combinatoria que facilite la comprensión, la flexibilidad de pensamiento y el empleo de estrategias heurísticas a los estudiantes de grado cuarto mediante una planeación elaborada acorde al ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007).

Esta fase se desarrolló en tres sub fases, en cada una de las cuales se implementó una unidad didáctica para componer la intervención de aula, con un grupo de estudiantes de grado cuarto, logrando analizar de manera cuidadosa la ejecución del grupo de observación. Por consiguiente se desarrollaron las siguientes sub fases:

1. Aplicación de unidad didáctica enfocada en problemas de proporcionalidad simple.
2. Aplicación de unidad didáctica enfocada en la resolución de problemas de comparación multiplicativa.

3. Aplicación de unidad didáctica enfocada en problemas de combinatoria o producto cartesiano.

Cada unidad se aplicó en dos momentos con metodología de grupos colaborativos y uno de actividad individual. La recolección de datos de esta fase se realizó mediante diario de campo, entrevista informal dirigida a los estudiantes durante cada actividad, la video grabación y la recopilación de material fotográfico. Durante la aplicación de las unidades didácticas se tuvo en cuenta un grupo de observación integrado por nueve estudiantes seleccionados de acuerdo a criterios como la observación de dificultades para la resolución de problemas, distribución equitativa de género y estar dentro del rango de edad entre 9 y 10 años, que a su vez estaban organizados en tres grupos colaborativos conformados por tres estudiantes en cada uno, de los nueve estudiantes cuatro evidenciaban dificultades para solucionar problemas matemáticos. Otro instrumento utilizado fue material audiovisual, con base en videos tomados durante las intervenciones de aula para posteriormente abstraer los datos necesarios para el diario de campo. En la figura 3 se ilustran los dos momentos de metodológicos: el trabajo en grupos colaborativos y el trabajo individual.

Los modelos organizadores de García (2010), manifestado en los seis niveles representacionales se evidenciaron en las categorías de análisis: la comunicación entre pares, la comprensión del problema y el uso de estrategias individuales y grupales, las cuales correspondieron a la orientación general para el registro de las observaciones.



Figura 3. Trabajo colaborativo e individual.

En cuanto a la unidad didáctica # 1, se tuvieron los siguientes datos:

**Tabla 6. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 1 - trabajo en grupo**

MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS UNIDAD DIDÁCTICA NÚMERO 1 PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE - TRABAJO EN GRUPO															
ESTRATEGIAS	GRUPO 1					GRUPO 2					GRUPO 3				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Utilizan de manera adecuada los materiales ofrecidos	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X	X
Utilizan método pictórico	X	X		X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	
utilizan método simbólico	X		X			X		X		X		X	X		X
Emplean el algoritmo de la multiplicación	X		X	X		X	X	X			X		X	X	
Emplean el algoritmo de la división					X				X	X					X
Dibujan y utilizan el algoritmo convencional	X				X	X	X		X	X	X		X		
Hacen símbolos y utilizan el algoritmo convencional	X		X			X		X		X			X		X
Resuelven la operación correctamente	X	X	X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	

**Tabla 7. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 1 - trabajo individual**

MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS UNIDAD DIDÁCTICA NÚMERO 1 - PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE TRABAJO INDIVIDUAL					
CATEGORIA	PROBLEMAS				
	1	2	3	4	5

<b>MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS UNIDAD DIDÁCTICA NÚMERO 1 - PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE TRABAJO INDIVIDUAL</b>					
<b>CATEGORIA</b>	<b>PROBLEMAS</b>				
Utiliza los materiales ofrecidos	8	4	9	9	9
Utiliza adecuadamente los materiales ofrecidos	4	3	7	7	6
Utiliza conteo con dedos	4	4	2	3	4
Emplea método pictórico	0	0	0	0	0
Emplea método simbólico	0	0	0	0	0
Emplea únicamente el algoritmo convencional	1	0	0	1	0
Emplea el método pictórico y el algoritmo de la multiplicación	2	3	2	1	3
Emplea símbolos y el algoritmo de la multiplicación	4	4	5	4	4
Emplea dibujos , símbolos y el algoritmo de la multiplicación	2	3	2	2	2
Resuelven la operación correctamente	9	9	8	8	7

En la figura 4 se evidencia el trabajo de los estudiantes durante la unidad 1.



Figura 4. Trabajo de los estudiantes en la unidad 1.

Para esta unidad se evidencia un número alto de estudiantes que emplean el método pictórico como apoyo en el análisis y resolución de los problemas planteados, encontrando diferencia mínimas entre la actividad grupal y la individual, sin embargo se debe tener en cuenta que la actividad individual correspondió a la última actividad de la unidad didáctica. De todas



**Tabla 9. Matriz de análisis de datos unidad didáctica número 2 - trabajo individual**

<b>MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS UNIDAD DIDÁCTICA NÚMERO 2 - PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA TRABAJO INDIVIDUAL</b>			
<b>CATEGORIA</b>	<b>PROBLEMAS</b>		
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Utiliza los materiales ofrecidos	0	0	0
Emplea método pictórico	0	0	0
Emplea método simbólico	0	0	0
Emplea el algoritmo convencional de la multiplicación	9	9	9
Resuelven la operación correctamente	9	9	8

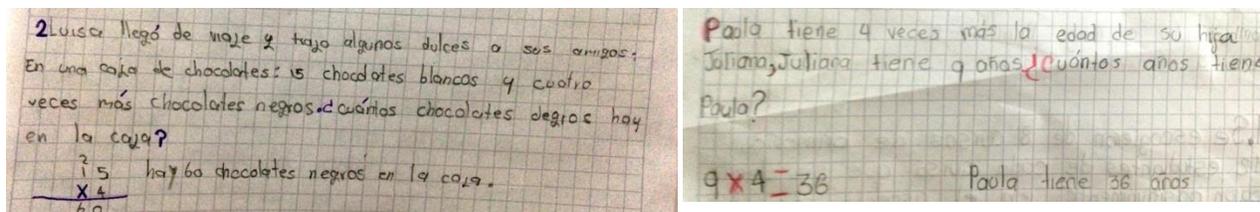
En la figura 6 se evidencia el trabajo realizado por los estudiantes durante la unidad 2.



Figura 6. Trabajo de los estudiantes en la unidad #2.

Los resultados de la segunda unidad didáctica dejan ver un notorio adelanto en el desempeño para solucionar problemas matemáticos de comparación multiplicativa en el trabajo colaborativo. Mientras que en la actividad individual, el método pictórico no fue utilizado con evidencias en la efectividad en la resolución y se vio evolución en los niveles representacionales pasando del nivel simbólico – pictórico al nivel simbólico con fallas en la convencionalidad. En

la figura 6 se ilustra el trabajo desarrollado por los estudiantes al resolver los problemas de comparación multiplicativa.



TRABAJO GRUPAL

TRABAJO INDIVIDUAL

Figura 7. Problemas de comparación multiplicativa.

En cuanto a la unidad didáctica #3, se tuvieron los siguientes datos:

**Tabla 10. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 3 - trabajo individual**

MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS UNIDAD DIDÁCTICA NÚMERO 3 - PROBLEMAS DE COMBINATORIA TRABAJO GRUPAL									
CATEGORIA	GRUPO 1			GRUPO 2			GRUPO 3		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Utilizan los materiales ofrecidos				X					
Utilizan método pictórico	X								
Utilizan método simbólico, diagramas									
Emplean el algoritmo de la multiplicación	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Resuelven la operación correctamente	X	X	X	X	X	X	X	X	X

**Tabla 11. Matriz de análisis de datos unidad didáctica # 3 - trabajo grupal**

MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS UNIDAD DIDÁCTICA NÚMERO 3 - PROBLEMAS DE COMBINATORIA TRABAJO INDIVIDUAL		
CATEGORIA	PROBLEMAS	
	1	2
Utiliza los materiales ofrecidos	0	0
Emplea método pictórico	4	0
Emplea método simbólico, diagramas	5	0

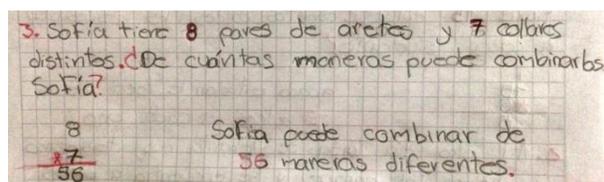
Emplea el algoritmo convencional de la multiplicación	9	9
Resuelven la operación correctamente	9	9

En la figura 8 se ilustra el trabajo evidenciado por los estudiantes durante el desarrollo de la unidad # 3.



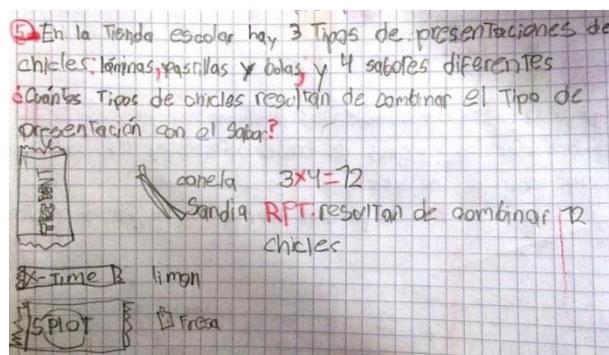
Figura 8. Trabajo de los estudiantes en la unidad #3.

Al observar los desempeños detectados durante la tercera unidad didáctica se encontró que tanto a nivel grupal como individual, el método pictórico es dejado de lado, así como el uso de material concreto, elevando el número de aciertos al emplear el algoritmo convencional de la multiplicación con efectividad en la resolución pasando del nivel simbólico con fallas en la convencionalidad al nivel simbólico - convencional. En la figura 9 se muestra el desarrollo de problemas de combinatoria desarrollados por los estudiantes.



TRABAJO GRUPAL

Figura 9. Problemas de combinatoria.



TRABAJO INDIVIDUAL

Tabla 12. Categorías de análisis.

### Unidad didáctica #1 Resolución de problemas de proporcionalidad simple

Categorías	Observaciones	Interpretación
COMUNICACIÓN ENTRE PARES	Intercambiaron ideas, expusieron ante sus compañeros el procedimiento empleado, expresaron los cuestionamientos tanto individuales como colectivos para corregir errores y finalmente en el trabajo individual se evidenciaron pocas dificultades. Al exponer sus ideas de resolución ante el grupo se hacía con inseguridad por la poca comunicación y llegada de acuerdos con su grupo.	Poco se escuchaban, no captaban las ideas de resolución de sus compañeros de grupo, por lo tanto no les rendía el trabajo demostrando poca agilidad de resolución de los problemas matemáticos.
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	La mayoría de los/as estudiantes en sus grupos colaborativos luego de cometer errores de comprensión del enunciado y la pregunta, resolvieron los problemas. Contextualizaron desde experiencias previas; apoyándose en el material dado resolvieron los problemas, luego los representaron con estrategias pictóricas y en forma simbólica con el algoritmo convencional teniendo en cuenta las sugerencias y explicaciones dadas.	Aunque en el trabajo colaborativo inicialmente hubo muchas dificultades de comprensión, paulatinamente fueron descubriendo información que antes carecía de significado para la mayoría de los/as estudiantes pues con la utilización de estrategias informales fueron encontrando nuevas estrategias para facilitar la resolución principalmente cuando se modificaban los problemas de forma directa a forma inversa o cuando se planteaban problemas que no eran directamente de un contexto tan conocido. A partir de los cuestionamientos constantes en el momento de trabajo individual a los/as estudiantes se pudo valorar con mayor certeza el proceso interno (los modelos organizadores) y el proceso externo (la representación gráfica).

USO DE  
ESTRATEGIAS

Usaron figuras y dibujos apegados al referente real descrito en el enunciado del problema. Sustituyeron el isomorfismo por un esquema que lo representaba. Utilizaron estrategias personales alejadas de las formales. Dieron más valor a los procedimientos informales que los convencionales. Distribuyeron en conjuntos de símbolos los datos en sumas reiteradas. Emplearon procedimiento convencional luego de emplear método pictórico. Hicieron la operación de la multiplicación y relacionaron la estrategia utilizada con el algoritmo convencional. Utilizaron los materiales concretos ofrecidos. Exploraron el significado de los datos con la manipulación del material concreto. Reconocieron que otros objetos a los mencionados en el enunciado del problema cumplían la misma función.

Los/as estudiantes a través del proceso de la RPM presentaron evolución con algunos rasgos diferenciados entre sí, pues en cada problema al iniciar del nivel pictórico se vieron progresos significativos dentro del mismo nivel que va desde el dibujo de los elementos descritos hasta una representación pictórica esquemática guardando relación con el enunciado en cada problema. Utilizaron estrategias informales y fueron encontrando nuevas estrategias para facilitar la resolución principalmente cuando se modificaban los problemas de forma directa a forma inversa o cuando se planteaban problemas que no eran directamente de un contexto tan conocido. A partir de los cuestionamientos constantes en el momento de trabajo individual a los/as estudiantes se pudo valorar con mayor certeza el proceso interno (los modelos organizadores) y el proceso externo (la representación gráfica). Los/as estudiantes al terminar esta unidad didáctica pasaron del nivel pictórico al nivel pictórico - simbólico porque veían la necesidad de utilizar símbolos gráficos y numéricos además de dibujos para tener seguridad en la resolución.

**Unidad didáctica #2 Resolución de problemas de comparación multiplicativa**

Categorías	Observaciones	Interpretación
COMUNICACIÓN ENTRE PARES	<p>Emplearon métodos convencionales simbólico-numéricos directamente sin utilizar estrategias con apoyo de materiales reales o método pictórico o simbólico cometiendo errores en la resolución; al ver esto, compartieron sus ideas, se pusieron de acuerdo reconociendo que necesitaban el empleo de dibujos para luego realizar la operación necesaria y verificar la respuesta. En el proceso de resolución colectiva, los/as estudiantes no se ponían de acuerdo con las decisiones, borraban operaciones porque no sentían seguridad de la operación utilizada por lo tanto veían la necesidad de emplear material o hacer dibujos o símbolos para confirmar la operación necesaria. Finalmente se ponían de acuerdo y mostraban eficacia en la resolución.</p>	<p>Para la resolución de este tipo de problemas de comparación multiplicativa, los/as estudiantes tendían a sumar los datos dados porque no comprendían el problema porque faltaba mayor atención en la lectura colectiva y porque entendían "tantas veces más como sumar la cantidad dada y "tantas veces menos" como restar el segundo dato dado. Luego vieron la necesidad de volver a utilizar estrategias informales para la resolución pues en el trabajo colectivo borraban mucho las operaciones y no mostraban seguridad al argumentar su procedimiento de resolución. Luego algunos después de entender el enunciado de cada problema, hicieron sumas reiteradas sin tener en cuenta que se abreviaba con la operación de la multiplicación.</p>

<p>COMPRESIÓN DEL PROBLEMA</p>	<p>En el proceso de resolución colectiva, los/as estudiantes no se ponían de acuerdo con las decisiones, borraban operaciones porque no sentían seguridad de la operación utilizada por lo tanto veían la necesidad de emplear material o hacer dibujos o símbolos para confirmar la operación necesaria.</p>	<p>Vieron la necesidad de volver a utilizar material concreto y emplear dibujos para la resolución pues en el trabajo colectivo borraban mucho las operaciones y no mostraban seguridad al argumentar su procedimiento de resolución. Luego algunos después de entender el enunciado de cada problema, hicieron sumas reiteradas sin tener en cuenta que se abreviaba con la operación de la multiplicación.</p>
<p>USO DE ESTRATEGIAS</p>	<p>Los/as estudiantes tuvieron en cuenta algunas sugerencias siguiendo los pasos de resolución tradicionales para aplicar las estrategias que según cada grupo colaborativo creían las más adecuadas, escogiendo utilizar métodos convencionales simbólico - numérico directamente sin utilizar estrategias con apoyo de materiales reales o método pictórico o simbólico haciendo que cometieran errores en la resolución.</p> <p>Algunos utilizaron los símbolos numéricos como apoyo para resolver el problema careciendo de estructura aritmética.</p> <p>Emplearon operaciones matemáticas que no guardaban relación con el planteamiento del problema pero obtuvieron resultados correctos.</p> <p>Eligieron una estructura convencional de resolución empleando la operación inversa. Dieron más valor a los procedimientos convencionales que a los informales.</p>	<p>Para la resolución de este tipo de problemas de comparación multiplicativa, los/as estudiantes sumaron los datos dados porque no comprendían el problema por falta de atención en la lectura colectiva y porque entendían "tantas veces más" como sumar la cantidad dada y "tantas veces menos" como restar el segundo dato dado. Los/as estudiantes al terminar esta unidad didáctica pasaron del nivel pictórico - simbólico al nivel simbólico con fallas en la convencionalidad porque poco ven la necesidad de utilizar dibujos y para la resolución utilizaron símbolos numéricos con algunas dificultades en la resolución por la estructura de los problemas de comparación multiplicativa.</p>

### Unidad didáctica #3 Resolución de problemas de combinatoria

Categorías	Observaciones	Interpretación
<p>COMUNICACIÓN ENTRE PARES</p>	<p>Los grupos hicieron las combinaciones faltando algunas o por no leer bien el enunciado hicieron combinaciones de más, otros hicieron operaciones incorrectas. Se les sugirió que utilizaran el material concreto, dibujos o diagramas de árbol. En los grupos siguieron lo sugerido y encontraron la forma correcta de resolución.</p>	<p>Se evidenció que seguían surgiendo dificultades porque no indicaban el signo en los números escritos para saber la operación realizada, no realizaban cálculos correctos y no tenían en cuenta el valor posicional de los números cuando se presentaban datos de cantidades de más de tres cifras, por lo tanto necesitaban volver a trabajar el problema, leyendo con mayor atención, argumentando sus ideas y siguiendo indicaciones, reconociendo los errores y utilizando método pictórico en algunos de los problemas planteados.</p>
<p>COMPRESIÓN DEL PROBLEMA</p>	<p>Inicialmente se evidenciaron algunos errores en la resolución porque en los grupos hicieron las combinaciones faltando algunas o por no leer bien el enunciado hicieron combinaciones de más, otros con operaciones incorrectas. Se les sugirió que utilizaran el material concreto, dibujos o diagramas de árbol. En los grupos siguieron lo sugerido y encontraron la forma correcta</p>	<p>Inicialmente se evidenciaron errores en la resolución porque en los grupos hicieron las combinaciones faltando algunas o por no leer bien el enunciado hacían combinaciones de más, otros hacían operaciones que incorrectas. En los grupos siguieron lo sugerido y encontraron la forma correcta de resolución, pero en el trabajo individual volvieron a surgir algunas dificultades en la explicación del por</p>

de resolución.	qué se escogió la operación de la multiplicación; cada uno fue explicando cómo iban formando las combinaciones y de esta manera fueron reconociendo lo que decía el enunciado de cada problema con las combinaciones hechas y se les iba facilitando para dar explicación del procedimiento realizado y argumentar por qué escogieron la operación de la multiplicación, relacionando así la operación escogida con las combinaciones formadas.
<p>USO DE ESTRATEGIAS</p> <p>En este tipo de problemas volvieron a utilizar el método pictórico e incluyeron diagramas de árbol según las explicaciones dadas en la resolución de problemas matemáticos a nivel grupal. Luego a nivel individual solo utilizaron estrategias formales con efectividad en la resolución.</p>	<p>En el trabajo colaborativo inicialmente se evidenció que se volvían a utilizar estrategias informales para tener mayor seguridad en la resolución y ya en el trabajo individual aunque tuvieran nuevas dificultades, finalmente podían dar las explicaciones coherentes del por qué hacían la operación escogida y el trabajo fue eficaz y con calidad en los argumentos sobre resolución, pasando del nivel simbólico con fallas en la convencionalidad al nivel simbólico – convencional pues resuelven los problemas matemáticos aplicando la operación aritmética convencional de la multiplicación con muy pocos errores en la respuesta y durante el proceso de resolución mostrando mayor dominio de estrategias de resolución. Se desligaron casi por completo de los procedimientos de representación pictórica y demostrando que pueden resolver problemas matemáticos con la operación necesaria en algunos casos, es decir, que al analizar un problema ya poco necesitaban el empleo de dibujos pudiendo hacer la operación adecuada dando la respuesta, aunque no se diera garantía que se resolvieran correctamente o con la operación más eficaz.</p>

Con el fin de evaluar si la intervención de aula implementada ofreció resultados favorables en el aprendizaje de la resolución de problemas de estructura multiplicativa, se aplicó el test de logros de salida, el cual fue resuelto por los 40 estudiantes del grado cuarto de primaria. En el diseño del test se entregan tres situaciones problema, uno de proporcionalidad simple, uno de comparación multiplicativa y uno de combinatoria.

A continuación se presentan los resultados del test de salida mediante la siguiente matriz:

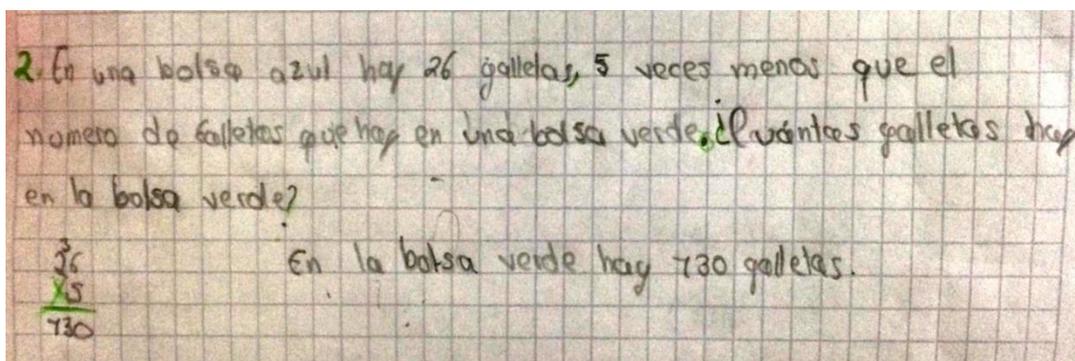
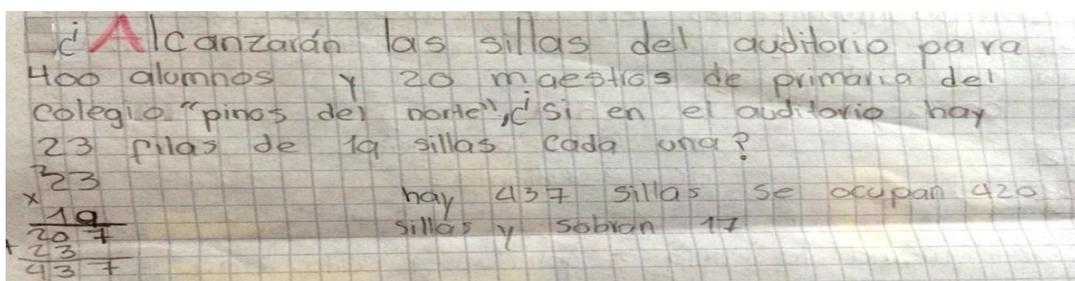
Tabla 13. Matriz análisis de datos test de salida

## MATRIZ DE ANÁLISIS DE DATOS TEST DE SALIDA

ESTRATEGIAS	PROBLEMAS		
	PROPORCIONALIDAD SIMPLE	COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA	COMBINATORIA
Utiliza los materiales ofrecidos	2	0	2
Emplea método pictórico	5	6	13
Emplea método simbólico	9	5	12
Emplea la operación de la multiplicación	33	32	30
Resuelven la operación correctamente	29	23	24

Según estos resultados, para el final de la aplicación de las tres unidades didácticas, existe una mayoría de estudiantes que logran resolver los problemas de estructura multiplicativa correctamente, llegando al nivel simbólico – convencional, sin recurrir a los métodos pictóricos ni simbólicos con fallas en la convencionalidad.

En la figura 10 se ilustra el desarrollo de la prueba de salida.



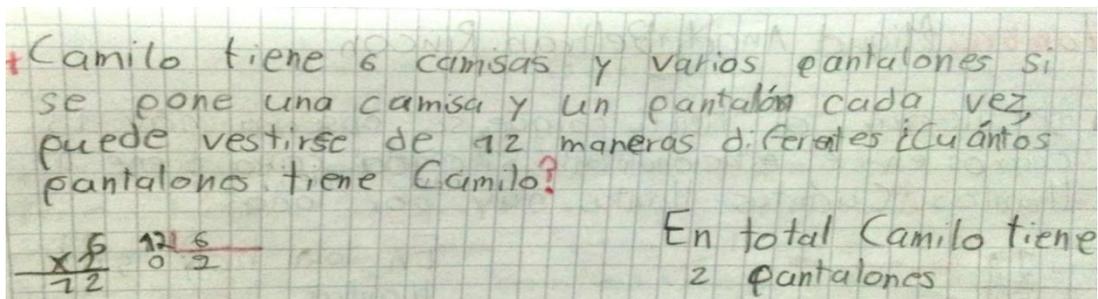


Figura 10. Desarrollo de la prueba de salida.

Con estos datos que revelan los logros alcanzados por los estudiantes para resolver problemas de estructura multiplicativa, se observa un mejoramiento en cuanto a la forma estrategias utilizadas, ya que utilizaron la operación de la multiplicación y dejaron atrás el método pictórico y el simbólico, notándose eficacia en la resolución y uso estrategias formales.

#### 4.3. Resultados

Una vez se termina la intervención de aula se logran los siguientes resultados:

Los “modelos organizadores” se hacen útiles en el análisis de la prueba diagnóstica, en las observaciones del avance de pensamiento y en la prueba de salida, debido a que se facilita la comprensión y explicación del proceso de resolución de problemas porque se concentra en el estudio de las estrategias utilizadas por los estudiantes y se facilita el diseño de la intervención de aula para solucionar las dificultades presentes.

El “ciclo de análisis didáctico de Gómez” (2007) facilitó el diseño de una intervención de aula enfocada hacia los procesos de resolución de estructura multiplicativa facilitando la comprensión, la flexibilidad de pensamiento y el empleo de estrategias heurísticas en estudiantes de grado cuarto, dado que estas teorías brindan herramientas investigativas como la sistematización de la experiencia en el aula, la aplicación de elementos estructurales en la

planeación didáctica y la organización de unidades didácticas de acuerdo a unos objetivos pedagógicos definidos desde la necesidad de los estudiantes en sus procesos de aprendizaje y fundamentados en los avances que se vayan obteniendo para lograr llevar al educando de niveles básicos hacia niveles más complejos en la resolución de problemas.

Los cuatro componentes del ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) permitieron realizar la planeación de la intervención en el aula siguiendo un ciclo espiral en el que cada avance permite diseñar y consolidar estrategias para cada unidad didáctica, por lo que el análisis de actuación orientó el tipo de estrategias a implementar, el análisis de contenido orientó los tipos de problemas que se desarrollarían en cada unidad, para que éstos correspondieran con los niveles de pensamiento mencionados en los modelos organizadores García (2010), que se planearon desde el análisis cognitivo, y el análisis de instrucción orientó la planeación de actividades a realizar en cada sesión.

De acuerdo al análisis de datos realizado puede decirse que la implementación de la intervención de aula para resolución de problemas de estructura multiplicativa en grado cuarto de primaria siguiendo los lineamientos de García (2010), permitió que la mayoría de estudiantes lograran aprender a resolver situaciones problema lo cual se evidencia en el paso de usar estrategias informales a estrategias formales, encontrando soluciones y aplicando estrategias heurísticas.

A lo largo de la investigación pudo evidenciarse de qué manera el aprendizaje de los estudiantes sigue un proceso que parte de lo simple y concreto hacia estadios cognitivos más complejos, en la medida que desarrollan habilidades de pensamiento que le permiten explorar, analizar, hacer y solucionar siguiendo estrategias mentales; lo cual se hace evidente al comparar

el desempeño de los participantes en el test de entrada con en el test de salida. Se encuentra un aumento de 7 a 25 estudiantes que lograron resolver los problemas correctamente utilizando estrategias formales.

Se evidenció que durante el proceso de aprendizaje de estrategias para la resolución de problemas el estudiante requirió en un principio del apoyo de métodos informales como el uso de material concreto y empleo de métodos pictóricos - simbólicos, de los cuales dependía para poder analizar y resolver, mientras que al final, cuando alcanza el nivel simbólico convencional pudo resolver los problemas de estructura multiplicativa haciendo un análisis lógico que le permitió demostrar facilidad en la comprensión, la flexibilidad de pensamiento y el empleo de estrategias heurísticas.

De acuerdo a estas ideas, fue pertinente la intervención de aula porque al aplicar las unidades didácticas planeadas según el ciclo de análisis didáctico de Gómez y los modelos organizadores propuestos por García fue evidente cómo se favoreció la resolución de problemas de estructura multiplicativa. Así mismo, cómo el docente logra abstraer conocimiento de su propia práctica educativa, en la medida que obtiene comportamientos observables y según como lo plantea el pensamiento visible, la evidencia de la actividad del pensamiento.

En cuanto a las dificultades evidentes que enfrentan los estudiantes en la resolución de problemas de tipo multiplicativo se encontraron las siguientes:

1. Dificultad para analizar, comprender y dar solución al planteamiento de un problema de estructura multiplicativa.
2. Dificultad para operar la multiplicación y comprender esta operación en un contexto, derivada de un proceso de enseñanza y aprendizaje poco significativo.

3. Existen necesidades de aprendizaje individuales que no siempre se han tenido en cuenta por los docentes que han acompañado el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas, por lo que poco se adaptan los métodos para afianzar este proceso.
4. El hecho de que los docentes de primaria se encarguen de todas las asignaturas hace que se pierda la especialización en el tema de las matemáticas y su enseñanza, por lo que la mayoría de docentes no tienen la capacitación suficiente para su enseñanza mediante métodos y didácticas innovadoras y significativas.

Se logra encontrar que los aspectos más relevantes para implementar una intervención de aula tiene que ver con la organización de unidades didácticas, que deben ser diseñadas, implementadas y evaluadas, cada actividad debe atender a referentes teóricos que permitan brindar al estudiante un proceso de enseñanza y aprendizaje basado en el desarrollo de su pensamiento y en sus necesidades.

El diseño e implementación de tres unidades didácticas en las que se organizaron actividades en los momentos grupales e individuales, dieron como resultado procesos eficaces de comunicación y de desarrollo del pensamiento, en atención a un recorrido temático que parte de lo simple hacia lo complejo y al acompañamiento de estrategias heurísticas que permitieron representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprenden. Con base en esto, la organización de la intervención de aula, se hizo siguiendo los procesos generales de aprendizaje como: razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

En cuanto a la medida en que se evidencia el progreso de los estudiantes en sus habilidades para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa de acuerdo a los modelos organizadores de García (2010) pasando del nivel arbitrario hacia el nivel simbólico convencional se pudo responder que este avance corresponde al 81% en promedio aproximado de los estudiantes participantes de la intervención pedagógica, lo cual viene evidenciado al comparar la prueba de entrada con la de salida; de otro lado, que los comportamientos observables en la forma como los estudiantes utilizan métodos y logran resolver problemas dan cuenta de este progreso.

La pertinencia de una intervención de aula diseñada y aplicada según el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) y los modelos organizadores de García (2010) se logra ver avances en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa de los/as estudiantes dando respuesta afirmativa por cuanto se encontraron resultados favorables.

Al terminar la presente investigación se logró dar una respuesta positiva a la pregunta problema, encontrando que una intervención de aula basada en los modelos organizadores, el ciclo de análisis didáctico y la solución de situaciones problema de estructura multiplicativa puede facilitar el desarrollo de habilidades para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa para los/as estudiantes de grado cuarto de primaria del Colegio Nicolás Buenaventura IED siempre y cuando cumpla con los siguientes requerimientos:

1. Organización de unidades didácticas basadas en los modelos organizadores de forma transicional, es decir, que los estudiantes requieren de una intervención de aula que los conduzca de simple a lo complejo en un acompañamiento permanente de parte

del docente, quien debe dirigir actividades acordes al avance que se evidencia en cada intervención pedagógica.

2. Facilitación de materiales y recursos inherentes a la planeación didáctica, que en este caso corresponden a material concreto, para los niveles arbitrario y concreto – manipulativo, herramientas gráficas e imágenes para los niveles pictórico y pictórico – simbólico, y gráficos y planos cartesianos para los niveles simbólico con fallas en la convencionalidad y simbólico – convencional.
3. Partiendo de lo simple hacia lo complejo, el orden de los tipos de problemas de estructura multiplicativa debe facilitar el aprendizaje siguiendo una ruta que empiece por la resolución de problemas de proporcionalidad simple, luego de comparación multiplicativa y finalmente, de combinatoria o producto cartesiano.
4. La orientación dialéctica del docente debe conducir a que el estudiante logre reflexionar en su propia forma de resolver problemas y el camino que sigue para hallar una solución.
5. Se debe acudir al trabajo en grupo colaborativo, ya que de este modo, se fortalece la comunicación entre pares y se facilita el aprendizaje al compartir ideas y posibles soluciones a los problemas.
6. La comunicación que hace el estudiante sobre su forma de resolver problemas le favorece la comprensión de los planteamientos y la responsabilidad sobre su propio proceso de aprendizaje.

Finalmente, se logran los objetivos previstos ya que se diseñó, se aplicó y se evaluó una intervención de aula que pudo facilitar el desarrollo de habilidades para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa a través de los modelos organizadores y el ciclo de

análisis didáctico en un contexto significativo para los/as estudiantes del Colegio Nicolás Buenaventura IED. Cada uno de los objetivos específicos se logró de manera favorable, teniendo en cuenta los resultados y la respuesta a cada una de las preguntas de investigación.

## CONCLUSIONES

La resolución de problemas matemáticos constituyen un tema de importancia dentro del currículo, dado que incide en la forma de visualizar la realidad y organizarla para resolver los propios problemas, o bien para analizar la realidad del entorno y comprenderla. Una vez se localiza este tema como objeto de investigación, se encuentra que las dificultades que se tienen para resolver problemas de estructura multiplicativa están relacionadas con los métodos de enseñanza y con la necesidad de individualización del aprendizaje que tienen los estudiantes, por cuanto las consecuencias de estos dos factores se dejan ver en las dificultades que se tienen para comprender, solucionar y comunicar la solución de un problema.

Al respecto, los modelos organizadores de García (2010) y el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) son recomendables, no solo para el diseño y la implementación de una intervención de aula, sino que sus beneficios pueden extenderse a procesos de enseñanza aprendizaje de otras temáticas correspondientes al currículo de primaria, para favorecer así el contenido, los niveles de cognición de los estudiantes, la instrucción y la actuación.

El diseño de la unidad didáctica que parte de lo simple a lo complejo permite que se determine y se evidencie el progreso de los estudiantes en sus habilidades para resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa, por lo que de acuerdo a los modelos organizadores de García (2010), es posible que los participantes logren evolucionar del nivel arbitrario hacia el nivel simbólico convencional.

A lo largo de la investigación pudo evidenciarse de qué manera el aprendizaje de los/las estudiantes sigue un proceso que parte de lo simple y concreto hacia estadios cognitivos más

complejos, en la medida que el estudiante, como centro de la educación, desarrolla habilidades de pensamiento que le permiten explorar, analizar, aprender, hacer y solucionar siguiendo estrategias mentales. Esta evidencia permite recomendar una planeación pedagógica ascendente en la que cada temática sea el techo de la anterior, encadenando así las intervenciones pedagógicas, lo cual permite que el estudiante dé mayor sentido a lo que aprende, y pueda aplicar sus conocimientos previos en cada actividad propuesta por el docente.

Junto a esta conclusión, cabe destacar que el material y los recursos que se brinden al estudiantes deben poseer cierta carga de estímulo y motivación, que al mismo tiempo facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje, para lograrlo, el material y los recursos deben atender a factores como: la edad de los aprendices, sus necesidades, su nivel de pensamiento, concordancia con la temática que se quiere enseñar, en este caso la resolución de problemas, que posean características lúdicas, es decir, que sean llamativos y que ofrezcan la posibilidad de manipulación con fines pedagógicos.

Luego de completar las fases del trabajo pedagógico de la presente propuesta se logra afirmar que la implementación de una intervención de aula adecuada permite que el estudiante persiga y alcance los indicadores de logros previstos desde el área de las matemáticas (y de todas las asignaturas del currículo), lo que facilita que desarrolle y potencialice sus habilidades mediante el seguimiento y la participación en las actividades propuestas por el docente, como orientador y facilitador del proceso de enseñanza y aprendizaje. Así mismo, el docente logra abstraer conocimiento de su propia práctica educativa, en la medida que obtiene comportamientos observables, o como lo plantea el pensamiento visible, la evidencia de la actividad del pensamiento.

Uno de los resultados implícitos en la investigación fue el constituir un precedente que pueda servir de aporte para futuros proyectos que se encaminen hacia la preparación del estudiante en cuanto a la resolución de problemas de estructura multiplicativa, teniendo en cuenta que no sólo es cuestión de conocimiento, sino también como un aporte para el/la estudiante como ser humano, sujeto de percepciones, motivaciones y cuya necesidad, en este sentido, está orientada hacia su comprensión del mundo que lo rodea, prepararlo para enfrentarse a situaciones “matemáticas”.

## RECOMENDACIONES

Se sugiere el diseño e implementación de métodos para afianzar el proceso de la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas mediante el fortalecimiento de las habilidades de pensamiento matemático como la comprensión, la metacognición y la abstracción. Igualmente, el uso de estrategias heurísticas que impliquen el empleo de estrategias formales e informales como apoyo en los procesos de pensamiento. Una vez se inicia el estudio investigativo, se recomienda dar comienzo a la implementación de una intervención pedagógica que involucre factores de tipo didáctico, que posteriormente generen un aprendizaje significativo en los estudiantes, optimizando los recursos y las estrategias.

De acuerdo a la investigación que se ha desarrollado, se ve viable y recomendable acudir a los modelos organizadores de García (2010), ya que facilitan la evolución del pensamiento, y la implementación del ciclo de análisis de Gómez (2007), por el carácter reflexivo que ofrece a la práctica pedagógica, específicamente en el área de las matemáticas. De esta manera, el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) y los modelos organizadores de García (2010) corresponden a unos componentes para la implementación de una intervención de aula que ofrecen ventajas como la organización cíclica de la intervención, la flexibilización en la dinámica pedagógica, la reflexión en torno a la práctica educativa y la observación concreta del avance y evolución del pensamiento de los estudiantes para resolver problemas matemáticos.

Por consiguiente, para implementar una intervención de aula se deben reconocer aspectos que tiene que ver con la didáctica, los niveles de desarrollo de los estudiantes, la organización de temáticas y el nivel de aprendizaje con el que se parte antes de iniciar la implementación; por esta razón, las pruebas de entrada y de salida, ofrecen un buen reconocimiento del estado en que

inician y terminan los estudiantes, lo cual sirve para hacer el diagnóstico y para evaluar la intervención de forma objetiva.

Cuando se realiza una intervención de aula se recomienda tomar en cuenta los constructos teóricos que soportan la enseñanza y la comprensión de temáticas, con el fin de mejorar la calidad educativa desde el aula, lo cual facilita la articulación entre conceptos, teoría y experiencia, y permite dar un enfoque investigativo a la práctica pedagógica.

Ante la detección de dificultades, es recomendable abordar el tema de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa desde un punto de vista investigativo que permita realizar un acercamiento a la problemática teniendo en cuenta teóricos y autores como Nieto (2005), Cantoral y Montiel (1998), García (210), Vergnaud (1991) Alfaro y Barrantes (2008) y Castro (2014), entre otros.

Se hace evidente que la práctica pedagógica debe estar basada en componentes didácticos que logren atraer la atención del estudiante, mediante actividades llamativas y significativas. Para lograrlo, puede acudir a las orientaciones teórico – prácticas aportadas desde las distintas escuelas y paradigmas, desde otras experiencias e investigaciones compartidas para abstraer componentes que se puedan articular en una práctica educativa articulada y equilibrada entre el componente investigativo, pedagógico y didáctico, sin dejar de lado, el componente social y psicológico, dado que es allí donde está ubicado el sujeto a quien se dirige la intervención profesional.

Cabe destacar que el material y los recursos que se brinden a los/las estudiantes deben poseer cierta carga de estímulo y motivación, que al mismo tiempo facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje; para lograrlo, el material y los recursos deben atender a factores como:

la edad de los estudiantes, sus necesidades, su nivel de pensamiento, concordancia con la temática que se quiere enseñar, en este caso la resolución de problemas, que posean características lúdicas, es decir, que sean llamativos y que ofrezcan la posibilidad de manipulación con fines pedagógicos.

Es recomendable la instauración de programas formativos para los docentes con el fin de que se actualicen y especialicen su quehacer lo que facilita la implementación de propuestas pedagógicas innovadoras que den respuesta a las necesidades de los/las estudiantes para lo cual los convenios interinstitucionales y el intercambio de experiencias podría ser benéfico.

Teniendo en cuenta la escasa cantidad de investigaciones en cuanto a la resolución de problemas de estructura multiplicativa, es recomendable el emprendimiento de nuevas experiencias y proyectos al respecto con mayor frecuencia, lo que puede ser motivado desde el convenio interinstitucional. Al mismo tiempo, se sugieren trabajos secuenciales que partan de la enseñanza de problemas de estructura aditiva para continuar con los problemas de estructura multiplicativa.

## REFLEXIÓN PEDAGÓGICA

Partiendo de las experiencias, observaciones y resultados vivenciados a lo largo del desarrollo de la presente investigación se comparten ahora algunas reflexiones que permitieron enriquecer el quehacer pedagógico y que pueden servir como referencia para otros docentes interesados también en los temas abordados o en iniciar procesos de investigación similares.

Una primera reflexión tiene que ver con los motivos que llevaron a seleccionar la resolución de problemas matemáticos como tema de investigación, pues como docente de primaria en el trabajo en el aula, todas las materias del plan de estudios se convierte en un reto; en el caso de las matemáticas, el docente debe tener un cierto nivel de competencia matemática, es decir, conocer y ser capaz de aplicar las prácticas matemáticas necesarias que implican dominio de procesos especializados y tener la habilidades para aplicar en sus prácticas diarias identificando los objetos y significados puestos en juego, que a diario enriquecen su desempeño y contribuyen al desarrollo de sus competencias profesionales.

Es allí donde existe la limitación porque muchos docentes de primaria al hacer la reflexión y análisis sobre su propia actividad matemática y de los conocimientos puestos en juego reconocen que tienen poco dominio para guiar los procesos matemáticos especialmente en la resolución de problemas. Entonces, teniendo en cuenta las nuevas tendencias educativas donde se concibe la educación como un proceso en el que el niño interviene activamente en su aprendizaje y que el docente no es un transmisor de conocimientos sino que actúa como facilitador de aprendizaje, se debe tener la capacidad de diseñar y desarrollar una variedad de situaciones de aprendizaje y de estrategias metodológicas que respondan a las exigencias del currículo y a las características del estudiante dentro del contexto educativo colombiano.

De esta manera y teniendo la problemática planteada, se diseña, aplica y evalúa una intervención de aula que aporte herramientas para facilitar en el estudiante la evolución en su pensamiento matemático donde el docente ofrece estrategias orientadas que transforman sus prácticas pedagógicas. Igualmente, al querer una educación de calidad que involucre el desarrollo de pensamiento y la apropiación de conocimientos que trasciendan efectivamente en la vida de los estudiantes, se debe evidenciar cómo las prácticas educativas constructivistas superan las prácticas educativas tradicionales que promuevan a mejorar el aprendizaje en la que los niños tengan la oportunidad de acceder a una educación basada en experiencias significativas con el fin de contribuir a su calidad de vida.

Con miras a superar las prácticas tradicionales se pudo encontrar apoyo teórico en los autores consultados lo que se determinó que una educación de calidad en procura de un aprendizaje significativo debe tomar en cuenta al estudiante como el centro del proceso y al docente como orientador de los mismos para conducir al niño hacia niveles de aprendizaje y de pensamiento cada vez más avanzados, lo cual fue posible de constatar una vez se analizaron los modelos organizadores de García (2010) y se desarrollaron mientras se diseñaban las unidades didácticas que formaron parte de la implementación de la intervención en el aula.

Igualmente, se pudo determinar que una actividad docente debidamente planeada ofrece mejores resultados en el avance del estudiante, por lo que el ciclo de análisis didáctico de Gómez (2007) fue de gran ayuda, una vez se pudo evaluar de manera constante la práctica docente para diseñar y planear las siguientes actividades con base en el desarrollo de pensamiento y de aprendizaje que se iba percibiendo en los estudiantes. De esta manera, la planeación de un ciclo didáctico bien planeado y estructurado genera mejores prácticas pedagógicas y mejores resultados en el desempeño de los estudiantes, favoreciendo que su habilidad para resolver

problemas matemáticos se pueda extender a otros ámbitos, como su contexto y en otras áreas del saber.

Indiscutiblemente, diseñar la actividad pedagógica hace que la educación pueda ser de calidad en un ciclo espiral de observación, planeación, evaluación y mejoramiento de la práctica educativa, acompañando al estudiante en su proceso de aprendizaje; de otro lado, se pudo evidenciar cómo la facilitación de recursos y materiales concretos y lúdicos puede favorecer este proceso en la medida que el niño manipula objetos y los organiza de acuerdo a la necesidad de análisis, aplicando esta forma de aprender en la resolución de problemas matemáticos.

En cuanto a la enseñanza de las matemáticas, luego de desarrollar este proyecto se encontró que la enseñanza de las matemáticas corresponde a un proceso que requiere de la implementación de una didáctica adecuada y enriquecida con experiencias significativas para el estudiante, por lo que una de las estrategias que mejores resultados ofrece es la de construir situaciones problema utilizando datos e informaciones deducidas de la propia realidad del niño, ya que de este modo se facilita el análisis y la comprensión. En segundo lugar, la estrategia que consiste en brindar al estudiante elementos concretos que le favorezcan la operacionalización, una vez ha analizado los datos aportados por el problema, para poder resolverlo.

Una tercera estrategia, con evidentes resultados favorables es la de indagar, a modo de orientación, al estudiante para que verbalice y dé cuenta del proceso que lleva a cabo para resolver los problemas matemáticos, involucrando en la didáctica el componente lingüístico, el cual favorece la comprensión y la explicación, que a largo plazo constituyen la base para el desarrollo de las competencias argumentativa y propositiva. Igualmente, la verbalización favorece el desarrollo de los procesos generales de la actividad matemática como el

razonamiento, la formulación y resolución de problemas, modelar procesos de la realidad, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

El desarrollo del proyecto permitió también observar cómo mientras los estudiantes lograban evolucionar en sus niveles de pensamiento lograban también organizar su realidad y analizarla para abstraer datos de ella para luego plantearlos de forma matemática, lo que quiere decir que el aprendizaje de las estrategias mentales hace que el sujeto trascienda sus conocimientos. Al respecto, es clave realizar una orientación permanente en los procesos, para encaminar al estudiante hacia el aprendizaje de estrategias mentales que le permitan resolver problemas; de otro lado, que el acompañamiento permanente en este proceso permite la detección oportuna de dificultades en los estudiantes para resolver problemas con el fin de reorientar su proceso.

Los resultados que se obtuvieron deben permitir mejorar la práctica pedagógica y facilitar el aprendizaje de los estudiantes mediante la implementación de metodologías didácticas apropiadas y significativas, así mismo da la posibilidad de contextualizar las actividades del área de matemáticas para que los niños puedan enfrentarse a situaciones problemáticas en diferentes contextos.

Uno de los aportes de la presente investigación consistió en la articulación de los modelos organizadores y el ciclo didáctico para planear y diseñar una intervención de aula que facilitó el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas de estructura multiplicativa. Se encontró que en cada uno de los niveles de pensamiento, desde el arbitrario hasta el simbólico convencional, los estudiantes presentan agilidad de pensamiento propia de cada uno, y que ésta

mejora en la medida que se enseñan estrategias para analizar, comprender y solucionar los problemas.

Entre las estrategias que mejores resultados ofrecen en la resolución de problemas están las siguientes:

1. Brindar a los estudiantes problemas formulados a partir de su realidad, ya que así se contextualiza el aprendizaje y se favorece el análisis y la comprensión de los problemas. Esta estrategia favorece el interés y la motivación de los estudiantes para resolver problemas.
2. Lograr que los estudiantes encuentren por sí mismos la estrategia de resolución más oportuna, una vez se le brindan materiales y recursos y se indican instrucciones como dibujar, graficar, utilizar material concreto, y otras, que estén de acuerdo al nivel de pensamiento (García, 2010) en que se encuentran.
3. Proporcionar al estudiante estrategias clasificadas de acuerdo a los tipos de problemas que se plantean, como: de proporcionalidad simple, de comparación multiplicativa y de combinatoria, ofreciendo material (formulación de problemas) que corresponda a cada uno.

La visión analítica de parte del docente en cuanto a la resolución de problemas matemáticos permite evidenciar que todos los campos del conocimiento se pueden transversalizar con esta temática, favoreciendo procesos que trascienden en el desarrollo del pensamiento del estudiante.

El hecho de planear actividades en grupos colaborativos hace que se favorezcan la comunicación, la argumentación y el trabajo en equipo para resolver problemas, lo que a su vez

permite que se desarrollen paralelamente habilidades sociales y de integración, el respeto por ideas ajenas y la puesta en común para encontrar soluciones. Por su parte el trabajo individual permite en el estudiante el desarrollo de la autonomía, la agilidad en el cálculo mental, el desarrollo de estrategias mentales individuales, la oportunidad de medir por sí mismo sus conocimientos y su nivel de auto exigencia y la aplicación de los conocimientos previamente adquiridos durante la intervención de aula.

## REFERENCIAS

- Agudelo, G., Bedoya, V., & Restrepo, A. (2008). *Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos*. Pereira, Colombia.
- Aguilar, M., & Navarro, J. (2000). *Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños*. Universidad de Cadiz. Recuperado de [http://hum634.uca.es/documentos/aplicaciyn\\_de\\_una\\_estrategia\\_de\\_resoluciyn\\_de\\_probl emas\\_\\_matemyticos\\_en\\_niyos.pdf](http://hum634.uca.es/documentos/aplicaciyn_de_una_estrategia_de_resoluciyn_de_probl emas__matemyticos_en_niyos.pdf)
- Alfageme, M. (2003). *Una introducción al aprendizaje colaborativo*. Recuperado de URL: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/10768/Alfageme2de3.pdf?sequence=2>
- Alfaro, C., & Barrantes, H. (2008). *¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense*. Costa Rica: Cuadernos de investigación y formación en educación matemática.
- Baroody, A. (1994). *El pensamiento matemático de los niños: marco evolutivo. Maestros, preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor.
- Bericat, E. (1998). *La integración de los métodos cuantitativo y cualitativo en la investigación social*. Barcelona: Editorial Ariel S.A.. Recuperado de URL: <http://es.scribd.com/doc/38660592/Bericat-La-Integracion-de-Los-Met-Cuantitativos-y-Cualitativos#scribd>
- Blasco, P., & Giner, M. J. (2000). *Psicopedagogía 1 Bachillerato*. Valencia: Nau Llibres.
- Castro, E. (3 de Febrero de 2014). *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. Granada, España: Official Full-Text Publication.
- Castro, E., Cañadas, M., & Castro, E. (2013). *Pensamiento numérico en edades tempranas. Educación Matemática en la Infancia*. Recuperado de URL: [www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/download/32/43](http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/download/32/43) . Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. . Navarra, España: Fonde Publicaciones del Gobierno de Navarra.

- Fandiño, M. (2006). *Currículo, evaluación y formación docente en matemáticas*. Bogotá: Didácticas magisterio.
- Folgueiras, P. (7 de Enero de 2009). *Universidad de Barcelona*. Recuperado el 8 de Marzo de 2015, de [http://www.fvet.uba.ar/postgrado/especialidad/power\\_taller.pdf](http://www.fvet.uba.ar/postgrado/especialidad/power_taller.pdf)
- García, J. (31 de Enero de 2012). *didactmaticprimaria*. Recuperado el 2015 de Febrero de 2015, de <http://www.didactmaticprimaria.com/2012/01/los-mejores-contenidos-multimedia-para.html>
- García, S. (2010). *Resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria. Proceso representacional, didáctico y evaluativo*. México: Trillas.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España.
- Harel, G., & Behr, M. (1994). Teachers' solutions for multiplicative problems. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*.
- Huamán, H. (2014). *Manual de técnicas de investigación: conceptos y aplicaciones*. Recuperado de:  
<https://books.google.com.co/books?id=OEHABAAAQBAJ&pg=PA38&dq=tecnicas+de+investigacion+test&hl=es&sa=X&ved=0CDYQ6AEwA2oVChMIw8i-mpXAxwIVhdUeCh3Gvwjk#v=onepage&q=tecnicas%20de%20investigacion%20test&f=false>
- ICFES. (2015). *La prueba de matemáticas evalúa las competencias de 5º grado en...*  
 Recuperado de HTTP:  
<file:///C:/Users/JAIRO%20SANCHEZ/Downloads/Matem%C3%A1ticas%205%C2%B0-2014.pdf>

- Kilpatrick, J. (July de 1987). *What constructivism might be in mathematics education*. Montreal, Canadá: proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of mathematic Education.
- Leal, D. (17 de agosto de 2015). *Didáctica de las matemáticas*. Recuperado de pensamientos de la matemáticas con sus procesos generales : <http://denisleal13.blogspot.com.co/>
- Mella, O. (1 de Julio de 2000). *Grupos focales*. Recuperado el 8 de 02 de 2015, de <http://biblioteca.uahurtado.cl/ujah/856/txtcompleto/txt105091.pdf>
- Morales, M. (2007). *El cambio cognitivo en el niño de aprendizaje lento: una mirada desde la teoría de la modificabilidad estructural cognitiva*. Bogotá : Magisterio.
- Moreno, V. (21 de Mayo de 2008). *proyectomatematicasactivas*. Recuperado de URL: <http://proyectomatematicasactivas.blogspot.com.co/>
- Murillo, J. (2010). *Investigación Acción*. Recuperado de URL: [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso\\_10/Inv\\_accion\\_trabajo.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/Inv_accion_trabajo.pdf)
- Muñoz, A. (2007). *Los métodos cuantitativo y cualitativo en la evaluación de impactos en proyectos de inversión social*. (Tesis doctoral). Universidad Mariano Gálvez De Guatemala. Guatemala.
- Muro, C., Camarena, P., & Flores, R. d. (2007). *Alcances de la teoría de vergnaud en la representación de un problema complejo de ingeniería*. Revista Latinoamericana de Investigación en matemática educativa.
- Nieto, J. (2005). *Resolución de problemas, Matemática y Computación*. Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento.
- ONU. (2012). *Cualitativo*. Recuperado de URL: <http://www.endvawnow.org/es/articles/1654-cualitativo.html>

- Orellana, D. M., & Sánchez, M. C. (2006). *Técnicas de recolección de datos en entornos virtuales más usadas en la investigación cualitativa*. Revista de Investigación Educativa, 207.
- Peltier, M. (2007). *Problemas aritméticos. Articulación, significados y procedimientos de resolución, en Educación Matemática*. . México: Santillana.
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (agosto de 2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos*. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Scielo Revista de investigación*.Caracas
- Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). *Investigación didáctica*. La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la eso: un ejemplo concreto. Lerida, España: Universidad de Lleida.
- Rodríguez, H., Prieto, Martínez, Picazo, Castro, & Bernal. (2008). *Recursos para la investigación*. Recuperado de URL: [http://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/](http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/).
- Rodríguez, S., Herráiz, N., Prieto, M., Martinez, M., Picazo, M., Castro, I., y otros. (2011). *Investigación Acción.. Recuperado de URL: [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso\\_10/Inv\\_accion\\_trabajo.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/Inv_accion_trabajo.pdf)*
- Sampieri, R. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Santos, L. M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Tipoldi, J. (S.f.), Rutinas de pensamiento. Aprender a pensar y pensar para aprender. Recuperado de HTTP:  
<http://portal.fagro.edu.uy/docs/uensenia/Promover%20el%20pensamiento%20en%20el%20aula.pdf>

Tishman, S. y Palmer, P. (Julio de 2005). Pensamiento Visible. Leadership Compass.

Recuperado de [http:](http://)

[http://vidarte.weebly.com/uploads/5/1/5/4/5154246/pensamiento\\_visible.pdf](http://vidarte.weebly.com/uploads/5/1/5/4/5154246/pensamiento_visible.pdf)

Vera, M. (2000). *Papel de la didáctica en la formación de educadores*. Madrid: Narcea S. A.

Vergnaud, G. (1983). *Multiplicative Structures*. Schwartz: N° spécial de Recherches en Didactique des Mathématiques, 4.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela*. México: Trillas.

Villanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P. y otros. (1995). *La educación matemática - El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje*. OEI. Revista Iberoamericana de Educación. Recuperado de URL:  
<http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>

## ANEXOS

## ANEXO 1.



## TEST DE ENTRADA

## IED NICOLÁS BUENAVENTURA

## EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS GRADO CUARTO JT

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: 401 JT

**RESUELVE LOS PROBLEMAS**

*Mateo el domingo estuvo de visita donde su tía, que vive cerca del Centro Comercial Plaza Imperial y con su tía y primos se decidió ir para el centro comercial.*

- 1. En el Centro Comercial Plaza Imperial pasaron por una cafetería donde había una promoción, que al pagar una bebida regalaban una dona. Las bebidas que se podían escoger eran una malteada de fresa o una limonada y los sabores de las donas eran de chocolate, mora y arequipe. ¿De cuántas maneras diferentes se podía pedir la promoción?*
- 2. Luego pasaron por un almacén de peluches y observaron que los osos estaban acomodados en filas. Habían 9 filas y cada una con 6 osos, ¿cuántos osos habían en total?*
- 3. En el recorrido por el centro comercial, Mateo le plantea una pregunta a su primo Juan que tiene su misma edad. Si yo tengo 9 años y mi tío Carlos 27, ¿cuántas veces tiene más años mi tío que yo?*
- 4. Antes de salir del centro comercial la tía de Mateo quiso comprarles un helado a cada niño. En la heladería había cuatro sabores de helado y dos salsas (una de chocolate y la otra de arequipe). ¿De cuántas formas se podría combinar cada helado?*

**ANEXO 2****TEST DE SALIDA****PROPORCIONALIDAD SIMPLE**

1. *¿Alcanzarán las sillas del auditorio para 400 alumnos y 20 maestros de primaria del Colegio “Pinos del Norte”, si en el auditorio hay 23 filas de 19 sillas cada una?*

**COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA**

2. *En una bolsa azul hay 26 galletas, 5 veces menos que el número de galletas que hay en una bolsa verde. ¿Cuántas galletas hay en la bolsa verde?*

**COMBINATORIA**

3. *Camilo tiene 6 camisas y varios pantalones. Si se pone una camisa y un pantalón cada vez, puede vestirse de 12 maneras diferentes. ¿Cuántos pantalones tiene Camilo?*

## ANEXO 3

## DIARIO DE CAMPO DE UNIDAD DIDÁCTICA 1

Fecha: Marzo, semana 2, 3 y 4.

Actividad:	IMPLEMENTACION DE LA UNIDAD No 1: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE	
	<p><b>PLANIFICACION</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se tiene una planeación dada por la primera unidad didáctica con los estudiantes de grado 401, en tres momentos, dos grupales y uno individual.</li> <li>• Se tiene como fin lograr que los estudiantes puedan pasar nivel pictórico al nivel pictórico- simbólico en su proceso de resolución de problemas matemáticos de relación de proporcionalidad simple.</li> <li>• Previamente se han solicitados materiales concretos para trabajar.</li> <li>• Se tiene planeado tomar una prueba documental consistente en fotografías, videos y talleres escritos desarrollados por los estudiantes.</li> </ul>	<p><b>ACCION</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se selecciona un grupo de observación conformado por 9 estudiantes, de quienes 5 son niñas y 4 son niños, en edades entre los 9 y los 10 años.</li> <li>• Se ejecutan las actividades propuestas.</li> <li>• Durante los tres encuentros se tuvo una inasistencia de 8 niños, en distinta fecha.</li> <li>• Se orientan las actividades, motivando mediante incentivos pedagógicos como: felicitaciones, juego del “primero que”, juego de “cabeza y cola”, entrega de mención en cartulina, facilitación de juegos de salón al terminar la actividad completa, etc.</li> <li>• Se facilitan situaciones problema de proporcionalidad simple para resolver mediante el uso de estrategias mentales de tipo pictórico y pictórico simbólico.</li> <li>• Algunos estudiantes delegados pasan al tablero a resolver los problemas que ya han discutido con su grupo colaborativo explicando las estrategias que utilizaron, las razones por las cuales las escogieron y los pasos que siguieron. Se hacen las correcciones necesarias.</li> <li>• Los problemas planteados se plantearon como punto de partida con situaciones familiares o conocidas para los estudiantes para luego ampliar los contextos de resolución porque a medida que ellos vayan conociendo diversos entornos se busca que estén menos propensos a cometer errores ya que al exponerse a variedad de contextos probablemente sean mejores resolutores.</li> <li>• En la última etapa de la unidad didáctica, se les plantearon a los estudiantes situaciones problemáticas para que las resolvieran individualmente. Mediante un conversatorio se identifica el nivel de conocimiento de los estudiantes luego del trabajo en grupos colaborativos ¿Qué pasos tuvieron en cuenta para plantear y resolver los problemas en su grupo colaborativo? ¿Qué estrategias utilizaron para resolver problemas (dibujos o símbolos, conteo con las manos o con objetos o realizando las operaciones directamente o utilizaron varias en cada problema)?</li> <li>• Antes de entregar las pruebas individuales, se les dio las instrucciones de ir trabajando cada problema, luego pasaron algunos estudiantes al tablero para que resolvieran cada problema, y cuando fue necesario se hicieron las correcciones y las explicaciones pertinentes.</li> </ul>
	<p><b>OBSERVACION</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se detectan vacíos en algunos estudiantes para la ejecución de operaciones básicas.</li> <li>• Se observa que los estudiantes intercambian ideas, exponen ante sus compañeros el procedimiento empleado, expresan los cuestionamientos tanto</li> </ul>	<p><b>REFLEXION</b></p> <p>Al analizar cada categoría de análisis se detecta lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de la comunicación entre pares: Como empezaban trabajo nuevo poco se escuchaban, no aceptaban las ideas de resolución de sus compañeros</li> </ul>

individuales como colectivos y debido a esto se vieron pocos errores en la resolución.

- La mayoría de los estudiantes en sus grupos resolvieron los problemas apoyándose en el material dado, luego lo representaban con estrategia pictórica para presentarlos en forma simbólica con el algoritmo convencional.
- Comunicación entre pares: existe intercambio de ideas, exposición ante sus compañeros el procedimiento empleado, expresión de cuestionamientos para solucionar errores y finalmente se evidencia pocas dificultades.
- Comprensión del problema: Dificultad para relacionar la relación existente entre los distintos datos. Dificultad para el reconocimiento de la estructura del problema. Contextualización desde experiencias previas. Apoyándose en el material dado resolvieron los problemas, luego los representaron con estrategias pictóricas y algunos presentándolos en forma simbólica con el algoritmo convencional y teniendo en cuenta las sugerencias y explicaciones dadas.
- Uso de estrategias grupales e individuales: Usa figuras y dibujos apegados al referente real que se describe en el enunciado del problema. Sustituye el isomorfismo por un esquema que lo representa. Utiliza estrategias personales alejadas de las formales. Da más valor a los procedimientos informales que los convencionales. Distribuye en conjuntos de símbolos los datos en sumas reiteradas. Emplea procedimiento convencional luego de emplear método pictórico. Hace la operación de la multiplicación y relaciona la estrategia utilizada con el algoritmo convencional. Explora el significado de los datos con la manipulación del material concreto. Reconocen que otros objetos a los mencionados en el enunciado del problema cumplen la misma función.

de grupo, por lo tanto no les rendía el trabajo demostrando poca agilidad de resolución de los problemas matemáticos.

- Interpretación de la comprensión del problema: Aunque en el trabajo colaborativo inicialmente hubo muchas dificultades de comprensión, poco a poco fueron descubriendo información que antes carecía de significado para la mayoría de los/as estudiantes pues con la utilización de estrategias informales fueron encontrando nuevas estrategias para facilitar la resolución sobre todo cuando se modificaban los problemas de forma directa a forma inversa o cuando se planteaban problemas que no eran directamente de un contexto tan conocido. A partir de los cuestionamientos constantes en el momento de trabajo individual a los/as estudiantes se pudo valorar con mayor certeza el proceso interno (los modelos organizadores) y el proceso externo (la representación gráfica).
- Interpretación del uso de estrategias grupales e individuales: Los/as estudiantes a través del proceso de la RPM presentaron evolución con algunos rasgos diferenciados entre sí, pues en cada problema al iniciar del nivel pictórico se ven progresos significativos dentro del mismo nivel que va desde el dibujo de los elementos descritos hasta una representación pictórica esquemática guardando relación con el enunciado en cada problema. Utilización de estrategias informales fueron encontrando nuevas estrategias para facilitar la resolución sobre todo cuando se modificaban los problemas de forma directa a forma inversa o cuando se planteaban problemas que no eran directamente de un contexto tan conocido. A partir de los cuestionamientos constantes en el momento de trabajo individual a los/as estudiantes se pudo valorar con mayor certeza el proceso interno (los modelos organizadores) y el proceso externo (la representación gráfica). Los/as estudiantes al terminar esta unidad didáctica pasaron del nivel pictórico al nivel pictórico - simbólico con fallas en la convencionalidad porque veían la necesidad de utilizar símbolos gráficos y numéricos además de dibujos para tener seguridad en la resolución.

#### PRUEBAS DOCUMENTALES

Videos

Fotografías de la actividad escrita.

Registro de observaciones.

## ANEXO 4

## DIARIO DE CAMPO DE UNIDAD DIDÁCTICA 2

Fecha: Abril, semana 1, 2 y 3	
Actividad: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA.	
<b>PLANIFICACION</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Se tiene una planeación dada por la segunda unidad didáctica con los estudiantes de grado 401, en tres momentos, dos grupales y uno individual.</li> <li>Se tiene como fin lograr que los estudiantes puedan pasar del nivel pictórico - simbólico al nivel simbólico con fallas en la convencionalidad en su proceso de resolución de problemas matemáticos de relación de proporcionalidad simple.</li> <li>Previamente se han solicitados materiales concretos para trabajar.</li> <li>Se tiene planeado tomar una prueba documental consistente en fotografías, videos y talleres escritos desarrollados por los estudiantes.</li> </ul>	<b>ACCION</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>El grupo es organizado en grupos colaborativos y un grupo de observación.</li> <li>Se ejecutan las actividades propuestas.</li> <li>Durante los tres encuentros se tuvo una inasistencia de 4 niños, en distinta fecha.</li> <li>Se orientan las actividades, motivando mediante incentivos pedagógicos como: carita feliz, felicitaciones, juego del "primero que", juego de "cabeza y cola", entrega de mención en cartulina, facilitación de juegos de salón al terminar la actividad completa, etc.</li> <li>Se toma como referencia el análisis e interpretación de los datos de la primera unidad didáctica</li> <li>Para resolver problemas de estructura multiplicativa, de acuerdo a los modelos organizadores y según los niveles de García (2010), se aplicó una prueba como estrategia para facilitar el paso del Nivel 3: Pictórico, al Nivel 4: Pictórico – Simbólico; por lo tanto se les aplicó una prueba que constaba de varios problemas propios de estructura multiplicativa de relación de proporcionalidad simple.</li> <li>Algunos estudiantes delegados pasan al tablero a resolver los problemas que ya han discutido con su grupo colaborativo explicando las estrategias que utilizaron, las razones por las cuales las escogieron y los pasos que siguieron. Se hacen las correcciones necesarias.</li> </ul>
<b>OBSERVACION</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Se evidencia cómo los estudiantes pasan del nivel pictórico al nivel pictórico- simbólico pues muchos ya representan simbólicamente las relaciones y secuencia de los datos de los problemas aunque carezcan del dominio del algoritmo convencional.</li> <li>los estudiantes muestran el deseo por demostrar que puede operar con el lenguaje matemático formal, es decir que al analizar un problema creen no necesitar el empleo de dibujos y símbolos y que pueden hacer la operación adecuada y dar la respuesta correctamente.</li> <li>Los estudiantes comienzan a mostrar un afán por emplear los procedimientos convencionales (obviar dibujos y símbolos, sólo resolver con la operación convencional) aun cuando no comprendan los problemas del todo porque esto los hace sentir aventajados con relación al resto de compañeros. Al ver que los resultados en algunos problemas son erróneos, tienden a volver a emplear o apoyarse nuevamente con el método pictórico y simbólico para comprobar que sus respuestas son acertadas.</li> <li>Los estudiantes en un número elevado, mostraron resultados efectivos en la resolución de problemas, algunos estudiantes expresaban que no veían la necesidad en emplear el material concreto, hacer dibujos o símbolos pero que lo hacían para tener</li> </ul>	<b>REFLEXION</b> <p>Al analizar cada categoría de análisis se detecta lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Interpretación de la comunicación entre pares: Favorece la comprensión del problema y la interpretación de los datos.</li> <li>Interpretación de la comprensión del problema: Los estudiantes vieron la necesidad de volver a utilizar estrategias informales para la resolución pues en el trabajo colectivo borran mucho las operaciones y no mostraban seguridad al argumentar su procedimiento de resolución. Luego algunos después de entender el enunciado de cada problema, hicieron sumas reiteradas sin tener en cuenta que se abreviaba con la operación de la multiplicación. Sobre los términos "más veces que" y "menos veces que" asociaron con la resolución de problemas de suma "más veces que" o resta "menos veces que" y cuando implica una relación parte - todo fue más difícil la comprensión y resolución y esta comprensión errónea los llevó a un resultado incorrecto.</li> <li>Interpretación del uso de estrategias grupales e individuales: Para la resolución de este tipo de problemas de comparación multiplicativa, los/as estudiantes tendían a sumar los datos dados porque</li> </ul>

---

seguridad del resultado.

- **Comunicación entre pares:** escogiendo utilizar métodos convencionales simbólico - numérico directamente sin utilizar estrategias con apoyo de materiales reales o método pictórico o simbólico haciendo que cometieran errores en la resolución; al ver esto, compartían sus ideas, se ponían de acuerdo reconociendo que debían utilizar estrategias informales para luego realizar la operación necesaria y verificar la respuesta. compartían sus ideas, se ponían de acuerdo reconociendo que debían utilizar estrategias informales para luego realizar la operación necesaria y verificar la respuesta. En el proceso de resolución colectiva, los/as estudiantes no se ponían de acuerdo con las decisiones, borrarían operaciones porque no sentían seguridad de la operación utilizada por lo tanto veían la necesidad de emplear material o hacer dibujos o símbolos para confirmar la operación necesaria.
  - **Comprensión del problema:** En el proceso de resolución colectiva, los/as estudiantes no se ponían de acuerdo con las decisiones, borrarían operaciones hechas por falta de seguridad viendo la necesidad de emplear material o hacer dibujos o símbolos para confirmar la operación adecuada. Los problemas planteados con situaciones conocidas o vividas manifestaron que fueron de más fácil resolución.
  - **Uso de estrategias:** Inicialmente aplicación de estrategias según decisiones de cada grupo colaborativo de acuerdo a lo que creían las más adecuadas, escogiendo utilizar métodos convencionales simbólico - numérico directamente sin utilizar estrategias informales (materiales reales o método pictórico o simbólico) cometiendo errores en la resolución. Empleo los símbolos numéricos como apoyo para resolver el problema con algunos errores en la estructura aritmética. Hace sumas reiteradas que no tienen relación directa con el planteamiento del problema obtenido resultados correctos. Elige una estructura convencional de resolución empleando la operación inversa. Comienza a dar más valor a los procedimientos convencionales que a los informales. En la exposición de resultados ante el grupo se evidenció las distintas maneras en que los/as estudiantes resolvieron cada problema donde cada niño/a identificaba sus errores a partir de las estrategias utilizadas por los demás.
- 

no comprendían el problema porque faltaba mayor atención en la lectura colectiva y porque entendían "tantas veces más" como sumar la cantidad dada y "tantas veces menos" como restar el segundo dato dado. Los/as estudiantes al terminar esta unidad didáctica pasaron del nivel pictórico - simbólico al nivel simbólico con fallas en la convencionalidad porque poco ven la necesidad de utilizar dibujos y para la resolución utilizan símbolos numéricos con algunas dificultades en la resolución por la estructura de los problemas de comparación multiplicativa. Así mismo,

## ANEXO 5

## DIARIO DE CAMPO DE UNIDAD DIDÁCTICA No 3

Fecha: Abril, semana 4 y mayo, semana 1 y 2.	
Actividad: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMBINATORIA O PRODUCTO CARTESIANO.	
<p><b>PLANIFICACION</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se tiene una planeación dada por la tercera unidad didáctica con los estudiantes de grado 401, en tres momentos, dos grupales y uno individual.</li> <li>• Se tiene como fin lograr que los estudiantes puedan pasar del nivel simbólico con fallas en la convencionalidad al nivel simbólico - convencional en su proceso de resolución de problemas matemáticos de relación de proporcionalidad simple.</li> <li>• Previamente se han solicitados materiales concretos para trabajar.</li> <li>• Se tiene planeado tomar una prueba documental consistente en fotografías, videos y talleres escritos desarrollados por los estudiantes.</li> </ul>	<p><b>ACCION</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El grupo es organizado en grupos colaborativos y un grupo de observación.</li> <li>• Se ejecutan las actividades propuestas.</li> <li>• Durante los tres encuentros se tuvo una inasistencia de 7 niños, en distinta fecha.</li> <li>• Se orientan las actividades, motivando mediante incentivos pedagógicos como: carita feliz, felicitaciones, juego del “primero que”, juego de “cabeza y cola”, entrega de mención en cartulina, facilitación de juegos de salón al terminar la actividad completa, etc.</li> <li>• A cada grupo según sus necesidades se le ofrecieron explicaciones y resolvió dudas e inquietudes.</li> <li>• Se orientó la acción pedagógica mediante las siguientes preguntas: ¿Qué te hace decir eso? ¿Por qué una multiplicación? ¿Por qué no utilizas material? ¿Por qué haces dibujos? ¿Por qué no ves la necesidad de utilizar material o dibujos? ¿Cuáles son las combinaciones que hiciste?</li> </ul>
<p><b>OBSERVACION</b></p> <p>Los/as estudiantes interactuaron con sus compañeros de grupo colaborativo argumentando sus ideas para la resolución de cada problema matemático.</p> <p>Cada grupo leyó el enunciado y la pregunta y sus integrantes fueron manifestando sus estrategias de resolución.</p> <p>El trabajo en los grupos colaborativos es cada vez más organizado y eficaz, participan activamente y escuchan respetuosamente las ideas de sus compañeros escogiendo estrategias de resolución en consenso en el grupo.</p> <p>Los estudiantes muestran mayor dominio, agilidad y seguridad en la resolución, aunque en este tipo de problemas vuelven a utilizar el método pictórico e incluyen diagramas de árbol según las explicaciones dadas en la resolución de problemas matemáticos a nivel grupal.</p> <p>Inicialmente se evidencian algunos errores en la resolución porque en los grupos hacen las combinaciones faltando algunas o por no leer bien el enunciado hacen combinaciones de más, otros hacen operaciones que no son las correctas.</p> <p>Poco a poco, con dificultades al inicio, los estudiantes van logrando relacionar la operación escogida (multiplicación) con las combinaciones dadas.</p> <p>La mayoría de los estudiantes en sus grupos, vieron la necesidad de utilizar material o hacer dibujos para constatar que el número de combinaciones fueran la cantidad correcta.</p> <p>Ante las preguntas orientadoras, los estudiantes argumentan sus ideas de resolución y atienden a las sugerencias para corregir según lo que dice el enunciado y pregunta de cada problema.</p>	<p><b>REFLEXION</b></p> <p>Al analizar cada categoría de análisis se detecta lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de la comunicación entre pares: se facilita la argumentación cuando se escuchan otras opiniones entre pares y se expresan las propias.</li> <li>• Interpretación de la comprensión del problema: se evidencian dificultades derivadas de la falta de lectura comprensiva del problema y por falta de hacer las operaciones correctas, por lo que se ve la necesidad de utilizar material concreto.</li> <li>• Interpretación del uso de estrategias grupales e individuales: al llegar al nivel simbólico, los estudiantes vuelven a utilizar las estrategias informales para lograr seguridad en la resolución de problemas. Finalmente pueden dar las explicaciones coherentes del por qué hacen la operación escogida lo que evidenció que fue eficaz la estrategia pasando del nivel simbólico con fallas en la convencionalidad al nivel simbólico – convencional pues resuelven los problemas matemáticos aplicando la operación aritmética convencional de la multiplicación con muy pocos errores en la respuesta y durante el proceso de resolución mostrando mayor dominio de estrategias de resolución. Se evidenció también, que los estudiantes a pesar de querer abandonar el empleo de estrategias pictóricas, empleaban inicialmente dos estrategias de resolución, primero una mental, acompañada por el conteo con los dedos y otra de representación pictórica - simbólica para dar la respuesta.</li> </ul>
PRUEBAS DOCUMENTALES: registro de observaciones y fotografías.	