

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

**LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN EL
GRADO 5° DEL COLEGIO NÉSTOR FORERO ALCALÁ**

RICARDO ISMAEL PEÑA SANTANA

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
AGOSTO DE 2015**

**LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN EL
GRADO 5° DEL COLEGIO NÉSTOR FORERO ALCALÁ**

RICARDO ISMAEL PEÑA SANTANA

**ASESOR
HENRY ALEXANDER RAMIREZ**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
AGOSTO DE 2015**

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi amada esposa Mery y mis hijas Juliana y Juanita, quienes tuvieron la paciencia, la comprensión de las extensas jornadas de trabajo y me apoyaron hasta el final.

A mi familia y a todos aquellos que siempre me brindaron su ánimo y expresaron su interés por conocer los avances de mi trabajo.

A los estudiantes del Colegio Néstor Forero Alcalá del grado 502 de la jornada mañana quienes demostraron disposición e interés durante todo el proceso de investigación.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primero a Dios porque me ha hecho entender que los retos son la esencia de la vida.

A todas aquellas personas que me brindaron su apoyo y estuvieron siempre pendientes de los avances de este proyecto de vida profesional.

A la Universidad por brindarme las herramientas necesarias para desarrollar este trabajo y generar espacios de reflexión sobre nuestro quehacer docente.

A la Secretaría de Educación de Bogotá por brindarnos los espacios y apoyo para la consecución de nuestros proyectos como maestros y que se verán reflejados en una mejor educación de nuestros niños y niñas de la ciudad.

CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS	10
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	10
RESUMEN	11
ABSTRACT.....	12
INTRODUCCIÓN.....	13
CAPITULO 1	15
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	15
1.1. Resultados pruebas Pisa.....	18
1.2. Pruebas Saber	19
1.3. Objetivos.....	21
1.3.1. Objetivo general.....	21
1.3.2. Objetivos específicos.....	21
CAPITULO 2	22
MARCO TEÓRICO.....	22
2.2. Referentes conceptuales	24
2.2.1. Las tendencias en la enseñanza de resolución de problemas.....	25
2.2.2. La enseñanza de la resolución de problemas.	27
2.2.2.2. Concepto de problema	31
2.2.2.2. Las estrategias.....	33
2.2.2.3.1. Clasificación de las estrategias.....	34

2.2.2.4. El trabajo en equipo.....	36
2.2.2. La enseñanza de la matemática	37
2.2.3.1. Dificultades en la enseñanza de la matemática.	37
2.2.3.2. Errores en el aprendizaje de la matemática.....	39
2.2.4. Las manifestaciones de comprensión.	42
2.2.4.1. Metacognición.....	46
2.2.4.2 Pensamiento matemático.....	48
2.2.4.3. La comprensión del conocimiento matemático.....	49
CAPITULO 3	51
DISEÑO METODOLÓGICO	51
3.1. Enfoque.....	51
3.2. Diseño	51
3.3. Alcance	54
3.4. Población.....	55
3.5. Instrumentos de recolección de información	56
3.6. Procedimiento	58
3.7. Características de los problemas utilizados	61
CAPITULO 4	67
RESULTADOS Y HALLAZGOS DE INVESTIGACIÓN	67
4.1. Categorías.....	67
4.1.1. Categoría fases del problema.....	70

4.1.2.	Categoría las dificultades en la resolución de problemas	75
4.1.3.	Categoría la comprensión en la resolución de problemas.....	79
4.1.4.	Categoría las estrategias más utilizadas.....	91
4.1.5.	Estrategia solución grupal del problema.....	102
4.2.	Conclusiones.....	105
4.3.	Recomendaciones.....	108
4.4.	Reflexión pedagógica	109
REFERENCIAS.....		112
ANEXOS		115
Anexo 1 Instrumento de recolección de información, entrevista abierta		115
Anexo 2 Instrumento de recolección de información, entrevista abierta		117
Anexo 3Planeación de clase		120
Anexo 4 instrumento de recolección de datos diario de campo		131
Anexo 5 Instrumento análisis,codificación de intervenciones		132
Anexo 6 Instrumento análisis de la información primer nivel		135
Anexo 7 Instrumento análisis de la información segundo nivel.....		136
Anexo 8 Instrumento análisis de la información categoríasgenerales		136

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	57
TABLA 2 FASES DE INVESTIGACIÓN EN EL AULA.....	59
TABLA 3 DESCRIPCIÓN DETALLADA DE LOS PROBLEMAS.....	64
TABLA 4 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.....	69
TABLA 5 CATEGORÍA FASES DEL PROBLEMA.....	70
TABLA 6 CATEGORÍA LAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	75
TABLA 7 CATEGORÍA LA COMPRENSIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	79
TABLA 8 CATEGORÍA LAS ESTRATEGIAS MÁS UTILIZADAS.....	91
TABLA 9 ESTRATEGIA SOLUCIÓN GRUPAL DEL PROBLEMA.	102

ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICA 1 RESUMEN EJECUTIVO DE LOS RESULTADOS DE COLOMBIA EN PISA 2012	18
GRÁFICA 2 RESULTADOS PRUEBAS SABER 2012- 2013 COLEGIO NÉSTOR FORERO ALCALÁ	20
GRÁFICA 3 FASES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	29
GRÁFICA 4 CICLOS DE LA INVESTIGACIÓN ACCIÓN	53
GRÁFICA 5 DIFERENCIAS ENTRE EJERCICIO Y PROBLEMA	62
GRÁFICA 6 TIPOLOGÍA DE PROBLEMAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA	63

RESUMEN

En el presente documento se dan a conocer los resultados de la investigación desarrollada por el autor mediante una intervención con estudiantes del Colegio Néstor Forero Alcalá del grado 5°, en la cual se implementó la enseñanza de la resolución de problemas.

El enfoque metodológico de esta investigación fue de corte cualitativo con un diseño enmarcado en la investigación acción de alcance descriptivo, en el que se utilizaron entrevistas abiertas, diario de campo y unidades de trabajo, como instrumentos de recolección de la información, con el objetivo de identificar las manifestaciones de comprensión y estrategias que utilizaron los estudiantes cuando resuelven problemas. De igual forma, para el análisis de la información se recurrió a la teoría fundamentada, en la cual las categorías surgieron de los datos permitiendo la descripción de los hallazgos obtenidos en la investigación.

En este contexto los estudiantes dieron a conocer las estrategias que utilizaron espontáneamente en el comienzo de la investigación y las que fueron incorporando a lo largo de las actividades de aula. Lo que permitió evidenciar que a medida que avanzaba el proceso de investigación los estudiantes hacían énfasis en detallar lo que comprendían y la pertinencia de las estrategias que utilizaban en la resolución de problemas.

Palabras claves: enseñanza-aprendizaje, resolución de problemas, comprensión, estrategias.

ABSTRACT

This document makes public the research results developed by the author in an intervention with his fifth grade students at the Néstor Forero Alcalá School, in which it was implemented the problem solving teaching.

The methodological approach of this research was qualitative with an action -research design with a descriptive significance. The instruments of data collection were the open interviews, the field journal, and the work units. The main objective was to identify the demonstrations of understanding and the strategies used by the students when they solve problems.

In the same way, the data analysis was based on the grounded theory, in which the categories arise from the data allowing the description of the achieved discoveries in the research.

In this context the students showed the strategies they used spontaneously at the beginning of the research process and the ones that were incorporated throughout the classroom activities. These results allowed to evidence that as the process progressed, students did some emphasis on detailing and understanding how relevant and pertinent the strategies were when used in problem solving.

Keywords: teaching and learning, problem solving, understanding, strategies used.

LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN EL GRADO 5° DEL COLEGIO NÉSTOR FORERO ALCALÁ

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de la matemáticas uno de los principales objetivos que se pretende alcanzar en el área es involucrar al estudiante en la construcción de sus saberes; en este sentido de acuerdo con Santos-Trigo, (2007) se puede afirmar que la construcción del conocimiento matemático es una actividad dinámica, en la que participa activamente el estudiante.

Por consiguiente, uno de los objetivos específicos que hace parte del proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática es la resolución de problemas como objeto de enseñanza, y que a su vez, se subdivide en una serie de tendencias didácticas como lo son la enseñanza por problemas, la enseñanza basada en problemas, la enseñanza de la resolución de problemas entre otras.

A lo largo de este trabajo de investigación se trata la enseñanza de la resolución de problemas como una actividad preliminar a la resolución de problemas y que tiene por objetivo observar que comprensiones se desarrollan (en ese proceso de enseñanza aprendizaje), las estrategias que utilizan los estudiantes para analizar y resolver un problema y algunos posibles cambios en esas estrategias. Se considera oportuna la enseñanza de la resolución de problemas si se desea contribuir a que los estudiantes superen las dificultades que presentan al asumir la resolución de problemas, pues es ésta una actividad complicada para ellos y a la que algunos estudiantes no le encuentran sentido; sobre estas consideraciones Rizo y Campistrous (2002) hacen referencia a que

“los alumnos crean sus propios significantes para la resolución de problemas, desarrollan sus creencias que limitan sus posibilidades y forman estrategias de trabajo que no son exitosas”. (p. 11)

En su práctica docente, el autor ha podido observar cómo los estudiantes de diferentes grados y específicamente en grado quinto acuden a la utilización de operaciones como la adición, sustracción, multiplicación y la división, privilegiando el uso de acciones de tipo operativo, las cuales podrían limitar el uso de diferentes estrategias o alternativas de solución.

De igual forma, en la práctica cotidiana del aula de clase se evidencia que la enseñanza de la resolución de problemas es poco utilizada por el docente y predominan las formas tradicionales, que se fundamentan en enfocar al estudiante sobre la pregunta, encontrar datos, meditar la respuesta, que de cierto modo puede estar generando dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, dejando de lado aspectos fundamentales en la resolución de problemas que pueden ser generalizables a otras áreas del conocimiento y contextos de la cotidianidad (Rizo y Campistrous, 2002).

En relación con estos aspectos, se requiere identificar situaciones que permitan favorecer el desempeño de los estudiantes al resolver problemas y que puedan considerarse un elemento esencial en el aprendizaje de las matemáticas. Siendo así la enseñanza de la resolución de problemas, una posibilidad para que los estudiantes de grado 5° en un primer momento conozcan acciones introductorias a la resolución de problemas que les brinde herramientas para comprender mejor los factores que intervienen en este proceso y les permita generar comprensión y aprendizaje de estrategias apropiadas.

CAPITULO 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La percepción de la enseñanza de la matemática en los diversos ámbitos educativos aún conserva cierto enfoque tradicionalista, en el cual se enfatiza en la clase magistral, en donde el docente es el actor principal, y los estudiantes parecen carecer de herramientas que apoyen la revisión del proceso que realizan, es decir, el desarrollo de acciones metacognitivas que permitan verificar procesos, los cuales son necesarios en la resolución de ejercicios o problemas donde se requiere la utilización del propio conocimiento y habilidad matemática.(Rizo y Campistrous, 2002).

Adicionalmente los estudiantes en proceso de aprendizaje matemático en condiciones no favorables pueden desarrollar ideas y conceptos erróneos, tal como lo señalan Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez, y Garza (2000):“los alumnos construyen regularmente conocimientos que no forman parte del discurso de la enseñanza y resultan con frecuencia inadecuados e incluso erróneos desde el punto de vista matemático” (p. 11).

Algunos referentes teóricos permiten ubicar algunas situaciones observadas en estudiantes de grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá en relación a su proceso de aprendizaje matemático y en particular a la resolución de problemas:

1. Los estudiantes asumen que la forma de solucionar el problema es a través de una operación aritmética, sin considerar otras posibilidades. (Santos-Trigo, 2007)
2. El estudiante pareciera no conocer el proceso que se emplea al resolver un problema, puesto que antes de hacer una lectura comprensiva del mismo se observa que toma datos numéricos, e intentan organizarlos para plantear la operación; además se percibe que no se hace una lectura comprensiva del mismo, lo que conlleva a dificultades para desarrollar la actividad.. (Fernández, 2006).

Por otra parte y en relación al proceso de enseñanza de la matemática, se encuentra que el maestro quien a pesar de sus esfuerzos por cambiar ciertas prácticas pedagógicas, tiene dificultad para implementarlas y ajustarlas a las nuevas realidades de los estudiantes y el contexto escolar, que se afecta de una u otra manera el proceso de formación integral del estudiante. Al respecto, Lester (citado por Santos-Trigo, 2007) menciona la existencia de ciertas prácticas comunes en la enseñanza de la matemática, tales como:

1. “Los maestros muestran a los estudiantes solamente los movimientos correctos al resolver un problema” (p.47). Por tanto la percepción del docente es que el estudiante debe resolver correctamente el problema, utilizando el procedimiento enseñado y la operación indicada.
2. Dentro de la enseñanza de la matemática Santos Trigo (2007) afirma que: “las definiciones son dadas a los alumnos ya sea por el profesor o el libro de texto o de

referencia". (p. 112). En este sentido es el maestro quien transmite el conocimiento a los estudiantes para que estos lo aprendan y lo apliquen.

3. Ahora bien, Château, Durkheim, Snyders, & Raticius (citados por Palacios, 1984) afirman que es el docente quien tiene el poder de decidir qué es lo bueno y lo malo para el alumno, cuales son los saberes a los que debe acceder y que se supone son los pertinentes para enfrentar la realidad. Entonces tanto el proceso de enseñanza como el de aprendizaje están contruidos desde los intereses y experiencia del docente y pareciera ser que no se contemplaran los intereses y saberes previos de los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo observado en los estudiantes del grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá y la reflexión a partir de las afirmaciones anteriores, se puede evidenciar que los niños presentan dificultades en la resolución de problemas y, en particular problemas aritméticos, relacionados con el centrarse en el dominio del algoritmo. La situación mencionada va en contravía de lo que se pretende y se supone deber ser la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pues se considera como una actividad en la que se moviliza el pensamiento del estudiante, estimulando el uso crítico y creativo de estrategias en la resolución de problemas, los conocimientos y saberes previos que posee el estudiante, a su vez, que se promueve en la formulación de hipótesis y métodos para validar o invalidar el nuevo aprendizaje desde la argumentación. (Secretaría de Educación Distrital, 2008).

El Ministerio de Educación Nacional (2006), señala que: "La formulación, tratamiento y resolución de problemas es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica". (p. 52). De esta

manera la formulación, tratamiento y resolución de problemas se concibe como una actividad integrada que transversaliza el conocimiento matemático, que permite al estudiante construir conceptos matemáticos, desarrollar habilidades y capacidades apropiadas para enfrentarse a un problema y analizar las diferentes estrategias que puede utilizar para resolverlo.

Otros referentes que dan cuenta de las deficiencias en matemáticas (y en particular asociadas a cómo resuelven problemas) de los estudiantes lo constituyen diferentes pruebas que pretenden evaluar aspectos de su proceso formativo. En particular las pruebas Pisa y Saber han dado cuenta de estas deficiencias como se describe brevemente a continuación.

1.1. Resultados pruebas Pisa

Según el ICFES (2014) “los estudiantes colombianos son insuficientes para enfrentar los retos que exigen de la sociedades modernas, de forma particular los asociados a la resolución de problemas inesperados, no rutinarios y de contextos poco familiares”.

GRÁFICA 1 RESUMEN EJECUTIVO DE LOS RESULTADOS DE COLOMBIA EN PISA 2012

Tabla 2. Porcentajes de estudiantes en niveles 5 y 6, en nivel 2 (nivel básico) y por debajo de nivel 2 en PISA 2012

Países	Matemáticas			Lectura			Ciencias		
	5 y 6 (%)	2 (%)	< 2 (%)	5 y 6 (%)	2 (%)	< 2 (%)	5 y 6 (%)	2 (%)	< 2 (%)
Chile	1,6	25,3	51,5	0,6	35,1	33,0	1,0	34,6	34,5
México	0,6	27,8	54,7	0,4	34,5	41,1	0,1	37,0	47,0
Uruguay	1,4	23,0	55,8	0,9	28,9	47,0	1,0	29,3	46,9
Costa Rica	0,6	26,8	59,9	0,6	38,1	32,4	0,2	39,2	39,3
Brasil	0,8	20,4	67,1	0,5	30,1	49,2	0,3	30,7	53,7
Argentina	0,3	22,2	66,5	0,5	27,3	53,6	0,2	31,1	50,9
Colombia	0,3	17,8	73,8	0,3	30,5	51,4	0,1	30,8	56,2
Perú	0,6	16,1	74,6	0,5	24,9	59,9	0,0	23,5	68,5
Promedio OCDE	12,6	22,5	23,0	8,4	23,5	18,0	8,4	24,5	17,8
Shanghái	55,4	7,5	3,8	25,1	11,0	2,9	27,2	10,0	2,7

Nota: los países latinoamericanos están ordenados de mayor a menor puntaje promedio en matemáticas.

Fuente: OCDE, 2013.

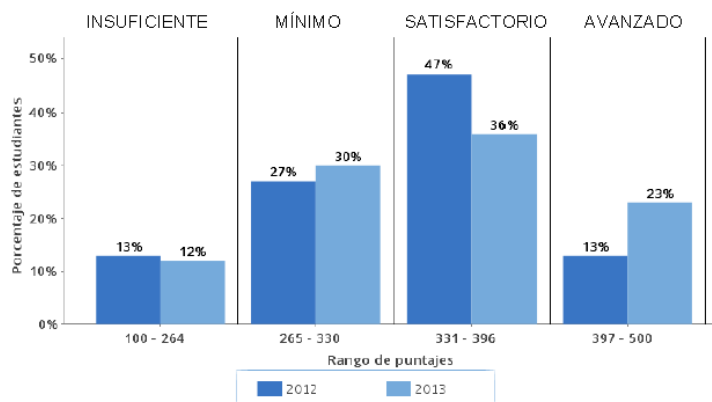
La gráfica 1 muestra un comparativo de los resultados de las pruebas Pisa en Matemáticas, Lectura y Ciencias para algunos países de Latinoamérica. Sobre los resultados en matemáticas de esta prueba (2014), el ICFES señala “en matemáticas, el 74% de los estudiantes colombianos se ubicó por debajo del nivel 2 y el 18%, en el nivel 2. Esto quiere decir que solo dos de cada diez estudiantes pueden hacer interpretaciones literales de los resultados de problemas matemáticos; además, emplean algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas de números enteros, e interpretan y reconocen situaciones en contextos que requieren una inferencia directa”(ICFES, 2014, p. 8).

1.2. Pruebas Saber

Esta prueba evalúa la capacidad para comprender, establecer equivalencias entre las expresiones numéricas y textuales, identificar información que se necesita para resolver problemas, leer e interpretar datos y tablas, construir hipótesis y procedimientos de solución de problemas.

Al realizar el análisis general, en la tabla 2, se observa el avance positivo del colegio en las pruebas de Estado con respecto al año inmediatamente anterior, llegando al 23% en el nivel avanzado, en el 2013. Sin embargo, a pesar de que se ha mejorado, aún el 12% de los estudiantes se encuentran en nivel insuficiente, y el 30% en nivel mínimo.

2. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, quinto



Los antecedentes mencionados y la experiencia en el aula de clase ponen en evidencia que los estudiantes al resolver un problema, al parecer presentan falencias en la comprensión de la matemática, siendo así la resolución de problemas una de las actividades en las que se observa esta condición, puesto que el estudiante en su afán de llegar a la solución acude a la utilización de operaciones aritméticas como único medio, de igual forma las actividades de resolución se considera no dan cuenta de la utilización de un proceso de resolución, ya que el estudiante se lanza a búsqueda de una respuesta a través de las operaciones aritméticas. A su vez, las actividades propuestas por el profesor parecen no ser efectivas en el desarrollo de habilidades de pensamiento que le permitan al estudiante resolver problemas.

El análisis precedente sugiere la necesidad de implementar intervenciones en el aula que promuevan mejoras en la habilidad de resolver problemas matemáticos; esto es, en la comprensión de los problemas, en las estrategias de solución utilizadas y en la comprensión de las estrategias por parte del estudiante del estudiante. En el presente estudio se pretende contribuir al menos parcialmente a resolver esta problemática, al promover la comprensión y el aprendizaje de estrategias de solución de problemas

aritméticos con los estudiantes del grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá en la ciudad de Bogotá.

De acuerdo a lo presentado anteriormente se propone la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo la implementación de la enseñanza de la resolución de problemas podría influir en la comprensión y en las estrategias de resolución de problemas aritméticos en estudiantes de 5° del colegio Néstor forero Alcalá?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general.

Implementar la enseñanza de la resolución de problemas en el grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá y caracterizar su posible influencia en la comprensión y las estrategias de resolución de problemas aritméticos.

1.3.2. Objetivos específicos.

1. Diseñar e implementar una intervención de aula enfocada a la enseñanza de estrategias para la resolución de problemas aritméticos.
2. Identificar manifestaciones de comprensión de los estudiantes, asociadas a la forma como resuelven problemas aritméticos y sus posibles cambios.
3. Identificar manifestaciones de comprensión de los estudiantes, asociadas a la resolución de problemas aritméticos y sus posibles cambios.
4. Evaluar la pertinencia de la implementación de la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos en el grado quinto del Colegio Néstor Forero Alcalá

CAPITULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes del problema de investigación

La enseñanza de la matemática considera diversos aspectos como son: los algoritmos, conceptos aritméticos y definiciones, que son estudiados por los alumnos y que históricamente fueron relevantes en el currículo. Pero a partir de los estudios realizados por Polya la enseñanza de las matemáticas comenzó a interesarse por las actividades asociadas a resolver problemas matemáticos como uno de los ejes principales en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Adicionalmente, la resolución de problemas promueve la comunicación, el uso de representaciones semióticas y específicamente constituye una actividad del pensamiento (Rizo y Campistrous, 2002)

Aunque existen intentos y propuestas encaminadas a fortalecer la comprensión de los estudiantes sobre en la resolución de problemas, parece ser que aún son escasas las investigaciones sobre la enseñanza de la resolución de problemas en Colombia.

Una de las investigaciones que hace referencia al proceso de enseñanza-aprendizaje es la realizada por Bohórquez, L. (2013) y que se titula: “Cambio de concepciones de un grupo de futuros profesores de matemática sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas”. En el estudio mencionado Bohórquez señala que al involucrar a los

estudiantes para profesor de matemáticas, estos cambian explícitamente sus concepciones sobre la forma como se debe orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje en cuanto a la resolución de problemas.

Al indagar a nivel internacional se encontraron investigaciones que abordan específicamente el eje central de este trabajo de investigación, es decir la resolución de problemas como objeto de enseñanza, contemplando desde la didáctica de la matemática las diferentes interpretaciones que dan a conocer los autores de los siguientes estudios.

En primer lugar la investigación “Alternativa didáctica para la solución de problemas “no rutinarios” en cuarto grado” plantea que se debe incorporar problemas alejados de las rutinas propias a la actividad de clase y que tengan como objetivo propiciar una actitud emprendedora del estudiante en dicho proceso. A su vez, se van formando estudiantes con una mentalidad relacionada con el enseñar a pensar frente a la resolución de problemas (Companioni, 2005).

En segundo lugar en “La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO” se mencionan tres variables de la enseñanza del proceso de resolución de problemas, que son: el tipo de características de los problemas, los métodos de enseñanza utilizados por el profesor, los conocimientos, las creencias y las actitudes del profesor. De igual forma se aborda la enseñanza de estrategias en la resolución de problemas. Lo que permite reflexionar sobre los entornos de instrucción para la enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas, en las que el profesor acude a procesos pedagógicos como lo son el modelaje, la auto-interrogación y el análisis y discusión del proceso de solución (Pifarré, 2001).

En tercer lugar, Piñeto y otros (citados por Soto, 2008, p. 125) plantean un esquema general de trabajo que puede ser aplicado a la enseñanza de la resolución de problemas, en la que se contemplan las siguientes fases: introducción por parte de la persona instructora con los componentes manipulativos, explicación de los componentes gráficos y simbólicos, realización por parte de los sujetos de los problemas.

Los aportes que hacen estas investigaciones al presente trabajo fundamentan las características de los problemas, el proceso de resolución de problemas (las etapas en la resolución del problema y las fases propias de la actividad en el aula de clase), la implementación de estrategias, el papel que juega el estudiante en el proceso de enseñanza, el papel del profesor y la reflexión constante sobre su quehacer.

2.2. Referentes conceptuales

La matemática se ha caracterizado históricamente por sus contribuciones al desarrollo del pensamiento y se considera que a lo largo de la historia los problemas han tenido la misma finalidad. En este sentido Rizo y Campistrous (2002) enumeran cinco razones sobre la importancia de la matemática y son:

- a. “Desarrollar el pensamiento, en particular la capacidad de resolución de problemas” (p. 3)
- b. “Justificar la importancia de la matemática” (p. 3).
- c. “Motivar el estudio de un tema sobre la base de presentar problemas” (p. 3)
- d. “Introducir nuevos contenidos” (p. 3).
- e. “Fijar algunos procedimientos matemáticos” (p. 3)

Los problemas han sido considerados desde diferentes perspectivas como recurso para impulsar y/o apoyar el aprendizaje matemático; por lo anterior se hace necesario precisar el sentido en el cual se asume el papel de los problemas en el presente estudio. Este estudio se orienta hacia la enseñanza de estrategias y pretende acercarse a la comprensión del proceso de resolución de problemas por parte del estudiante.

2.2.1. Las tendencias en la enseñanza de resolución de problemas.

La resolución de problemas ha estado presente en los programas curriculares de diferentes países de Latinoamérica; en el caso de Colombia se observa en los estándares curriculares por competencias, un apartado en el que se contempla como uno de los cinco procesos generales “formulación, tratamiento y resolución de problemas” (p. 52) y que pretende como lo afirma el Ministerio de Educación Nacional. (2006) “ser un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica” (p. 52), sin embargo no se presenta una perspectiva específica, por tanto se presentan diversas formas de implementación de la resolución de problemas.

En consecuencia, en la práctica se identifican diversas posiciones sobre el tema. En este sentido, Santos-Trigo (2007) afirma que: “muchos profesores enfocan esta propuestas a partir del uso de métodos heurísticos; mientras que para otros la esencia es centrarse en las cuatro fases propuestas por Polya (entendimiento, diseño, implementación y visión retrospectiva)” (p. 85).

Otro aspecto que analiza Santos-Trigo (2007) se fundamenta en que “la resolución de problemas aparece como una unidad al final de cada tema, como un enfoque por medio del curso o como una serie de actividades” (p. 85). Lo que conlleva a identificar diversas interpretaciones que implementa el maestro en el aula de clases y que son abordadas por diferentes autores que tienen como punto de partida las ideas de Polya.

Las características relacionadas con la enseñanza de la matemática y la resolución de problemas, incluyen: la existencia de un apartado al final de la unidad de un curso que se identifica como “resolución de problemas”, la presentación de contenidos a los estudiantes con la posterior selección de un problema donde se aplican los contenidos estudiados, los maestros deciden iniciar el estudio de determinado contenido matemático a través de la resolución de algún problema y la resolución de problemas presentada como un arte que da lugar a que los estudiantes discutan sus propias ideas, hacer conjeturas, usar ejemplos y contraejemplos y proponer diversos métodos para encontrar la solución de un problema”. (Santos-Trigo, 2007, p. 85)

Desde otra perspectiva “la resolución de problemas como objeto de enseñanza” trata las diversas interpretaciones del profesor sobre la resolución por problemas y su actuar en el aula de clase. En este caso, se identifican diferentes aspectos relacionados con la enseñanza por problemas, como son: la enseñanza problémica, la enseñanza por problemas, la enseñanza basada en problemas y la enseñanza de la resolución de problemas. (Rizo y Campistrous, 2002). Esta última es de gran importancia, ya que se convierte en el eje central del presente trabajo de investigación y que de aquí en adelante los diferentes aspectos giran en torno a la enseñanza de la resolución de problemas.

2.2.2. La enseñanza de la resolución de problemas.

Se sugiere que la enseñanza de la resolución de problemas sea un enfoque que preceda la resolución de problemas, pues se busca que el estudiante deje de ser un sujeto de enseñanza y pase a ser un sujeto activo del aprendizaje (Rizo y Campistrous, 2002). Es decir, que el alumno tiene la oportunidad de construir sus propias acciones sobre el objeto de aprendizaje, a su vez podrá relacionar lo aprendido con sus experiencias.

Atendiendo a lo anterior la cualificación del profesor en la enseñanza de la resolución de problemas, le brinda herramientas que pueden ser útiles para identificar las estrategias que el estudiante utiliza, a su vez, orientarlo en el desarrollo de comprensiones sobre el problema y la utilización estrategias apropiadas en la resolución de problemas.

Para lo anterior es importante considerar las fases de los modelos de resolución de problemas, pero también la intervención del docente en la enseñanza de la resolución de problemas, en la que se adopta parcialmente las cinco pasos propuestos por (López y Santos, 2006):

1. Actividad previa: el profesor realiza una breve introducción en cada una de las actividades propuestas durante la investigación, en la que se dan a conocer criterios propios de cada actividad y que en términos generales se refiere a la intencionalidad de la actividad, la importancia de reconocer las fases en la resolución del problema, escribir siempre lo que están pensando en cada etapa del proceso.

2. Trabajo en equipo: se organizan los estudiantes en grupos de a tres, se pretende que el grupo se familiarice con el problema, busque estrategias, reflexione sobre el proceso y al final de la actividad entregar el reporte de solución.
3. Presentaciones: inicialmente en el aula de clase los estudiantes presentan de forma verbal las diferentes experiencias que tuvieron durante la actividad. Luego se pasa a la discusión colectiva.
4. Discusión colectiva: se divide en varios momentos, el primero busca que los estudiantes aborden cada una de las etapas de la solución del problema (estas son descritas en el tablero), el segundo momento se centra en la discusión de las estrategias utilizadas por los estudiantes y la pertinencia de las mismas (de igual forma estas acciones se describen en el tablero) y por último el profesor da a conocer las estrategias que pueden ayudar en la solución del problema y que no fueron utilizadas por los estudiantes.

Estas etapas pretenden brindar un ambiente en el cual el estudiante reconozca las estrategias que emplea, pero que también incorpore nuevas, que puedan ser utilizadas en otras situaciones de orden matemático. Rizo y Campistrous (2002) plantean que: “el éxito en el entrenamiento de los alumnos en la resolución de problemas, puede ser útil en el estudio y descripción de las estrategias intuitivas elaboradas por los alumnos espontáneamente” (p. 11).

A partir de este argumento, no solo basta con hacer el análisis de las estrategias que los estudiantes puedan utilizar a la hora de solucionar un problema escolar sino que se hace necesaria la intervención del profesor como promotor de actividades y rutinas consistentes que promulguen la formación de hábitos propios de la disciplina.

Otro aspecto que se pretende es que implícitamente se adopte las cuatro fases que influyen en el proceso de resolución de problemas (comprensión del problema, planificación de estrategias, desarrollo del plan y revisión del proceso). Todo esto con el fin de promover tácitamente la utilización de estrategias y la pertinencia de las mismas al resolver un problema aritmético.

En la gráfica tres se identifican explícitamente las fases en la resolución de problemas propuestas por Polya y Schoenfeld, quién las denomino dimensiones (citados por Santos-Trigo, 2007).

Gráfica 3 fases de la resolución de problemas

POLYA (1945)	SCHOENFELD (1987)
<p>1. Entendimiento del problema: se establece las estrategias para representar y entender las condiciones del problema.</p> <p>2. Diseño de un plan: se recomienda pensar en problemas similares y simplificar el problema.</p> <p>3. Ejecución de un plan: consideración de aspectos que ayudan a monitorear el proceso de solución.</p> <p>4. Mirar atrás (visión retrospectiva): comprobar el resultado y revisión del procedimiento.</p>	<p>1. Dominio del conocimiento o recursos: inventario de lo que el individuo sabe (categorización de experiencias, clasificación de sus nuevas experiencias e información acerca de las categorías) y la forma como adquiere el conocimiento (conocimiento informal, hechos y definiciones, procedimientos rutinarios, conocimiento del discurso, errores consistentes o recursos débiles).</p> <p>2. Estrategias cognitivas o métodos heurísticos: las heurísticas de Polya.</p> <p>3. las estrategias metacognitivas: conocimiento de nuestro propio proceso, control y autorregulación, creencias e intuiciones.</p> <p>4. Sistemas de creencias: concepción que el individuo tenga a cerca de las matemáticas.</p>

2.2.2.1. La importancia de la enseñanza de la resolución de problemas.

Históricamente se le ha dado gran importancia al aprendizaje de las matemáticas, pues a partir de este el estudiante amplía sus habilidades a una solución acertada de situaciones que se presentan en diferentes contextos.

Es así que el currículo matemático ha sufrido diversas reformas con el ánimo de involucrar activamente al estudiante en la construcción del saber matemático y para ello como lo plantea Santos-Trigo (citado en Santos-Trigo 2007) la propuesta está enmarcada en la relación del aprendizaje de las matemáticas con la resolución de problemas (p. 19). Este principio reconoce la importancia de la resolución de problemas en el ámbito escolar, en el que se deben brindar espacios donde el estudiante interactúe con sus pares reconociendo las estrategias que le pueden ser útiles y que conlleven a resolver el problema.

Al igual Echenique (2006) y Chamorro (2003) manifiestan que la actividad matemática por excelencia consiste en la resolución de problemas. Puesto que la resolución de problemas dentro del área cobra gran importancia, debido a que permite evidenciar las diferentes situaciones que se generan en torno al proceso de enseñanza aprendizaje.

Con respecto a la enseñanza de la resolución de problemas es de imperiosa necesidad tener claridad sobre esta, ya que en la práctica se pueden confundir con tendencias como la enseñanza por problemas o la enseñanza basada en problemas (Rizo y Campistrous, 2002). Estas condiciones conllevan al éxito del aprendizaje en la resolución de problemas, Polya (citado por Echenique 2006, p.10) manifiesta que “el profesor tiene en las manos la llave del éxito ya que, si es capaz de estimular en los alumnos la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento

independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitarles en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés”. Entonces es necesario introducir a los estudiantes en actividades que les brinden la oportunidad de compartir con sus compañeros saberes e inquietudes con respecto a un problema. Esto no solamente pudieran generar motivación e interés en la matemática, sino que en algún momento algunos estudiantes con menor rendimiento pudieran generar interés por participar en los grupos de discusión y aportar ideas en la resolución del problema.

2.2.2.2. Concepto de problema

La matemática proporciona elementos necesarios que permiten la reflexión sobre su propia enseñanza, de ahí la importancia de reconocer que resolver problemas es significativo en la matemática, esto implica tener ideas claras sobre lo que se entiende por problema.

Para Rizo y Campistrous (2002) “se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo” (p. 5). Por su parte Schoenfeld (citado por Santos-Trigo, 2007), manifiesta que un problema es: “.....tarea que es difícil para el individuo que está tratando de hacerla” (p. 48). Esta definición, destaca que para que una actividad de aprendizaje pueda ser definida como un verdadero problema es necesario que:

- el alumno se interese e implique en la obtención de la solución;
- el alumno no tenga medios matemáticos de fácil acceso para alcanzar la solución.

Resnick (citado en García, 2010), “....concibe el problema como una situación que exige una búsqueda de soluciones posibles porque no existe ninguna solución obvia”

(p.22). Esta concepción conlleva a que el estudiante utilice sus saberes previos, pero que al mismo tiempo acuda a fuentes de información que le puedan brindar estrategias para resolver el problema.

Labarrere (citado en García, 2010) expone que: "...un verdadero problema implica que el sujeto no tiene acceso a la respuesta solo a través de su memoria, sino que está obligado a pensar a razonar, para encontrar las relaciones y conocimientos necesarios, que conducen a la respuesta"(p.22). Esta concepción deja ver que un problema debe tener un nivel de obstáculo en el que el estudiante utilice sus habilidades, experiencias y conocimientos para alcanzar el objetivo.

Estas y otras tantas ideas muestran diversidad sobre el concepto de problema, pero la importancia debe recaer es sobre el interés que estos generen en los estudiantes. En este contexto, Santos-Trigo (2007) afirma que: "los diversos puntos de vista acerca de lo que es un problema ocasionan que las actividades de clase implantadas durante la instrucción promuevan diversas actitudes o conductas" (p. 49). Como se ha dicho, los problemas deben ser un recurso que conlleve a discutir actividades que ilustren el uso de conjeturas, contraejemplos, aproximaciones y en general estrategias de carácter cognoscitivo y de monitoreo. (Santos-Trigo, 2007)

Por tanto la propuesta pretende darle relevancia a la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá como elemento preliminar a la resolución y que a su vez pretende aportar en el aprendizaje y comprensión de la matemática. En esta propuesta el rol del docente se orienta a realizar acciones explícitas de la enseñanza de la resolución de problemas

para conocer el actuar propio y de los estudiantes frente a una situación e incidir sobre el proceso de adquisición de estrategias acertadas que conlleven al desarrollo de habilidades de resolución de problemas.

2.2.2.2. Las estrategias

Como se ha mencionado anteriormente las fases de resolución, pueden permitirle al estudiante elaborar una descripción más clara y detallada del problema que conlleve a realizar una comprensión efectiva y tener éxito a la hora de resolver el problema.

Poggioli, L. (2005) plantea que: “Las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener una solución” (p. 7).

Por otra parte, Rizo y Campistrous (2002) afirma que: “una estrategia hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de información que sirve para lograr ciertos objetivos” (p. 12). Esta condición permite al estudiante acudir a los conocimientos y tener cierto nivel de control sobre la situación.

Polya (citado en Santos-Trigo, 2007) “...incluyen ideas acerca de diversos métodos heurísticos. Las heurísticas son estrategias que pueden ayudar a avanzar o resolver un problema.” (p. 53). Desde esta perspectiva, se reconoce la importancia de las estrategias como posibilidad de ser enseñados y posteriormente utilizadas por los estudiantes.

“Las estrategias generales, como la consideración de problemas más simples, la extensión o reducción del dominio del problema, el uso de tablas y gráficas, así como la consideración de submetas” (Santos-Trigo, 2007, p. 53). Estas estrategias son

reconocidas en la resolución de problemas, pero desde la experiencia en el aula puede que no sean garantía de la adecuada utilización por parte de los estudiantes. Es por ello que Schoenfeld (citado en Santos-Trigo, 2007) “considera que no solamente es importante discutir las estrategias generales identificadas por Polya, sino también las subestrategias que cada una genera” (p. 53).

Schoenfeld recalca que las estrategias generales propuestas por Polya en algún momento determinado no eran eficaces, ya que las consideraba muy generales y que dentro de estas “estaban contenidas familias de estrategias relacionadas” (Santos Trigo, 2007).

En consecuencia, Schoenfeld (citado por Santos-Trigo, 2007) “sugiere que no solo es importante identificar las subestrategias asociadas a las estrategias generales, sino que también el estudiante debe ser entrenado en el uso de cada una de estas subestrategias” (p. 59).

Como resultado de lo descrito anteriormente, se puede afirmar que para involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas, es necesario realizar un trabajo inicial en el que el estudiante conozca algunas estrategias básicas que le permitan familiarizarse con el proceso de resolver problemas.

2.2.2.3.1. Clasificación de las estrategias.

En este apartado se realiza la descripción de estrategias que se han propuesto en diferentes trabajos de investigación.

Poggioli, L. (2005) plantea que “las estrategias para la resolución de problemas incluyen los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente” (p. 7).

- a. **Los métodos heurísticos**, según Poggioli, L. (2005) “son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los solucionadores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución” (p. 7). Y dentro de los cuales nombra; trabajar en sentido inverso, subir la cuesta, análisis medios- fin.
- b. **“Los algoritmos**, Los algoritmos son procedimientos específicos que señalan paso a paso la solución de un problema y que garantizan el logro de una solución siempre y cuando sean relevantes al problema”(Poggioli, 2005, p. 10)
- c. **“Los procesos de pensamiento divergente**, los procesos de pensamiento divergente permiten la generación de enfoques alternativos a la solución de un problema y están relacionados, principalmente, con la fase de inspiración y con la creatividad” (Poggioli, 2005, p. 10)

De igual forma, Salazar (citado en Pérez y Ramírez, 2011) establece que: “las estrategias heurísticas que permiten la resolución de problemas son: ensayo error, hacer un dibujo y resolver un problema más simple” (p.184). Estas estrategias pueden ayudar a los estudiantes a entender el problema.

Se realizó una clasificación de estrategias desde el punto de vista de asertividad y las que consideraron “estrategias más o menos reflexivas” (Rizo y Campistrous, 2002). Para estos autores, además, “Se ha considerado que una estrategia es irreflexiva, cuando responde a un proceder automatizado” (Rizo y Campistrous, 2002, p. 12). Desde este

contexto, se hace referencia a la resolución de problemas en los cuales los estudiantes utilizan diversas operaciones para llegar a una respuesta. Esta condición permite reconocer que un factor que puede incidir en el fracaso del estudiante cuando resuelve problemas es la falta de claridad sobre las condiciones mínimas en la resolución de problemas.

Las estrategias reflexivas “requieren necesariamente de un proceso de análisis previo que permite asociar las vías de solución a factores estructurales” (Rizo y Campistrous, 2002, p. 12).

2.2.2.4. El trabajo en equipo.

Johnson, Johnson, & Holubec (1999) plantean que “La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes. En una situación cooperativa, los individuos procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo” (p. 5). Esta afirmación puede favorecer de manera relevante ciertos aspectos relacionados con la enseñanza de la resolución de problemas, ya que esto les concede espacios de discusión libre sobre el abordaje de elementos que les ayuden en el proceso de aprendizaje entre pares.

Por otra parte, Perkins (1995) afirma que: “las personas piensan y recuerdan socialmente, por medio del intercambio con los otros, compartiendo información, puntos de vista y postulando ideas” (p. 135). Esta afirmación permite justificar la importancia de reconocer que el trabajo en grupo es un facilitador del aprendizaje.

De igual forma, Schoenfeld resalta la importancia del trabajo en pequeños en la resolución de problemas, pues el maestro durante el proceso de resolución en grupo tiene la posibilidad de brindar elementos que haga que los estudiantes reflexionen constantemente, con la finalidad de la incorporación de estrategias y habilidades para resolver problemas. (Santos-Trigo, 2007, p. 62).

2.2.2. La enseñanza de la matemática

“La enseñanza de la matemática supone un conjunto de variados procesos mediante los cuales el docente planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 72). Este contexto, le proporciona al maestro herramientas, para desarrollar habilidades que el estudiante necesita para la vida.

Uno de los aspectos que viene siendo primordial en la enseñanza de la matemática es la resolución de problemas; ello implica establecer preliminares para llegar a este fin, luego es necesario realizar actividades que objetivamente identifiquen las habilidades y falencias de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, para luego si establecer una ruta de trabajo en el aula. Siendo así se mencionan a continuación elementos propios que pueden estar afectando el proceso de enseñanza de la matemática.

2.2.3.1. Dificultades en la enseñanza de la matemática.

Desde la experiencia docente del autor en la institución se observa que en la sección primaria existen factores que pueden incidir en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, como son: los de naturaleza conceptual, ya que el maestro por lo general no posee la formación disciplinar en matemáticas, otras pueden ser de orden

metodológico y didáctico relacionadas con la forma como se aborda la resolución de problemas, un ejemplo de ello es que al plantear un problema los estudiantes tratan de acomodar los números en una operación aritmética para obtener una respuesta.

En primer lugar el plan de estudios de la sección primaria hasta el año 2013 estaba organizado por temas y no contemplaba de forma integral los cinco procesos generales de la actividad matemática que se contemplan en los estándares curriculares (formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos), en el que se daba prioridad a los procesos algorítmico. Al realizar la modificación del plan de estudios en este sentido, el colegio intenta realizar una renovación no solo escrita sino al interior del aula que tendría como objetivo mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje.

Al afrontar el proceso de formular y resolver problemas pareciera ser los maestros de primaria presentan vacíos conceptuales propios del tema y que posiblemente afectan la comprensión de los estudiantes. Un ejemplo de esta situación es que los problemas planteados en la clase no solo se toman de un texto, sino que se emplean al finalizar el desarrollo de un tema, lo que los convierte en una actividad más del tema y que dista ostensiblemente de los aspectos propios de la resolución de problema. En este sentido, Schoenfeld (citado por Santos-Trigo, 2007) afirma que: “virtualmente todos los problemas que se plantean a los estudiantes en sus estudios de las matemáticas no son realmente problemas sino ejercicio que pueden ser resueltos en un corto tiempo”

2.2.3.2. Errores en el aprendizaje de la matemática.

Brousseau (2007) afirma que: "...en la actualidad el contrato de educación: tiende a estipular, en lo esencial, que la institución docente asuma la responsabilidad del resultado efectivo de su acción sobre el alumno" (p. 69). Desde esta perspectiva, el maestro debe garantizar que el estudiante deje evidencia de su aprendizaje y por ende se exige la producción de resultados pertinentes y asertivos, que finalmente conducen a una "evaluación". Es así que a partir de un problema planteado, los estudiantes generan respuestas, que en cierto modo pretenden responder lo que el docente quiere escuchar (Brousseau, 2007).

En consecuencia, se encuentran respuestas aparentemente fuera de contexto, que se consideran como erróneas y a las que el docente reprocha sin detenerse en observar ¿cuál es el origen o condiciones que llevan a dicha respuesta?; las causas podrían encontrarse en lo que Brousseau denomina "contrato didáctico". Esto permite observar que el estudiante probablemente no realiza reflexiones durante la resolución de problemas.

De aquí la importancia de reconocer los errores no como una justificación de recriminación hacia el estudiante sino como la oportunidad de realizar una revisión cuidadosa sobre la forma como se enfrenta el proceso de enseñanza aprendizaje.

De acuerdo a lo anterior, se considera que el error es una posibilidad que permite reflexionar, para re-direccionar o reiniciar el proceso, y así asimilar el conocimiento y consolidarlo. (Rico, 1995, p. 1). Entonces, el error para el docente se debe convertir en una nueva oportunidad de conocer cómo piensan los estudiantes, cómo asimilan

conceptos, pero ante todo como buscar nuevas herramientas que permitan orientar su práctica y el proceso de aprendizaje del estudiante.

Socas (2007) afirma: que la causa de los errores provienen desde dos ámbitos, uno que son “las dificultades inherentes a las matemáticas y las dificultades inherentes al proceso de enseñanza y aprendizaje de las mismas en el contexto escolar” (p. 24).

Por otro lado, Montero (1991), revela varias dificultades o como él lo llamó errores, entre los que están: “la exigencia de tareas superiores al nivel de dominio del estudiante de acuerdo a su edad, la tarea encomendada presenta confusión debido a que el contexto no es claro, quemar etapas en el aprendizaje rápidamente deja falsos conceptos”. Este escenario tiene como objetivo cuestionar al docente sobre la autorreflexión de su práctica frente al proceso de enseñanza aprendizaje, pero además conocer de primera mano las variables de pensamiento de los niños frente a una situación.

Los investigadores Engler, Gregorini, Müller, Vrancken & Hecklein (2004) realizaron una compilación de autores que categorizan y nombran los errores matemáticos de los estudiantes.

Los errores permiten identificar situaciones específicas que se relacionan con las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas. Siendo así que durante este proceso el estudiante pareciera tomar una postura contractual en la que tiene como prioridad dar respuesta a pesar de las dificultades que se evidencien en el proceso de solución (Brousseau, 2007). Por lo que los errores más recurrentes y que desde la experiencia se observan en los estudiantes a la hora de resolver problemas, pueden ser:

- a. Los errores sistemáticos desde concepciones inadecuadas
- b. La falta de conciencia del error
- c. Los errores que se gestan en la comprensión o el procesamiento que hace el estudiante.
- d. Errores inducidos por el lenguaje
- e. Errores por recuperación de un esquema previo
- f. La comprensión de la aritmética por parte de los estudiantes
- g. El uso inapropiado de “fórmulas” o “reglas de procedimiento
- h. Datos mal utilizados.
- i. Falta de verificación en la solución, errores técnicos.
- j. No empleo o uso parcial de la información
- k. No verificación de resultados parciales o totales
- l. Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la información dada
- m. Errores de lógica
- n. Errores al transcribir un ejercicio a la hoja.
- o. Errores como resultado de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas
- p. Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos
- q. Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas
- r. Errores en los procesos adoptados
- s. Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad
- t. Errores causados por la complejidad propia del contenido. (p. 27- 30).

A continuación se presentan otros aspectos que pueden influir en la resolución de problemas.

2.2.4. Las manifestaciones de comprensión.

Perkins (2003) señala que “la pedagogía de la comprensión, significa comprender cada pieza en el contexto del todo y concebir el todo como el mosaico de sus piezas, es decir que la pedagogía de la comprensión es el arte de enseñar a comprender”. Desde la concepción de Perkins se evidencia, la problemática sobre lo que es realmente el enseñar a comprender, puesto que se ha llegado a la conclusión después de varias investigaciones, según Perkins (2003) que los estudiantes no comprenden en gran medida lo que están aprendiendo, de ahí que al enfrentarse a temas difíciles se confunde, se desconcierta y no logra plantear sus propias estrategias para solucionar dicho problema. Esto conlleva a la reflexión y cuestionamiento del docente sobre ¿qué se pretende enseñar? Puesto que lo anterior deja ver que se necesita otra manera de enseñar para lograr que realmente los estudiantes desarrollen la capacidad de comprensión en lo que se les enseña. A la vez surgen interrogantes como: ¿qué es comprender?, ¿cómo enseñar a comprender?

Los aspectos relacionados con la comprensión se consideran hasta cierto punto inexplicables, puesto que el conocimiento no permite evidenciar la capacidad de comprensión que tiene un estudiante frente a una situación de aprendizaje (Perkins, 2003), ya que el conocimiento sobre una situación específica sólo deja ver el grado de posesión sobre éste, pero la comprensión va más allá, ésta se evidencia cuando el niño tiene la capacidad de ir más allá con la información suministrada, es decir logra

transformar el conocimiento hacia sus propios intereses y necesidades . Lo cual permite decir que la comprensión es ir más allá de la posesión del conocimiento.

Siguiendo la misma línea, cuando el estudiante no sólo tiene la información sino que puede hacer ciertas cosas con ese conocimiento, Perkins (2003) las denomina “actividades de comprensión”, las cuales consisten en permitir que el estudiante desarrolle habilidades como la explicación, la ejemplificación, la aplicación, la justificación, comparación y contraste, la contextualización, la generalización, entre otras, que permiten hacer del conocimiento su propia experiencia de aprendizaje.

Ahora bien, con esto no se pretende que el estudiante comprenda todas las actividades a la vez, o las practique simultáneamente, puesto que estas le pueden permitir realizar comprensiones específicas y dichas y aplicarlas según su propio ritmo de aprendizaje, por tanto el proceso de comprensión “es abierto y gradual” como lo cita en (Perkins, 2003, p. 6) “De manera que la intención de la comprensión es que el estudiante se prepare para que pueda realizar muchas actividades con el conocimiento que está aprendiendo, a su vez, éste se relaciona con el ejercicio de pensar, puesto que para aplicar dichos ejercicios de comprensión (ejemplificar, justificar, explicar, etc.)” necesita pensar.

De acuerdo a lo anterior, se le proporciona al docente una visión más clara de qué estrategias se pueden emplear para que realmente el alumno entienda, como son: la posibilidad de preguntar ante algo que no es claro, de lo visto en el aula, para él; de igual forma permitir que expliquen sus propios aprendizajes de dicho tema visto en clase, plantear nuevas hipótesis para solucionar un problema al igual justificarlas.

Otro factor importante en el proceso de la comprensión son las imágenes mentales, de las cuales se puede decir que hacen parte de lo que tienen los niños en la cabeza cuando entienden algo o del lado interno de la comprensión, como lo plantea Perkins (2003) “una imagen mental es un tipo de conocimiento holístico y coherente; cualquier representación mental unificada y abarcadora que nos ayuda a elaborar un determinado tema”. (p.8). De ahí que las imágenes mentales se presentan al momento de realizar las actividades de comprensión citadas anteriormente, de igual forma cuando el estudiante comprende tiene la capacidad de crear sus propias imágenes mentales. Por tanto éstas dos se constituyen en partes fundamentales de la pedagogía de la comprensión.

Esta condición permite al profesor plantearse estrategias en las que involucre al estudiante y tengan como objetivo evidenciar como este actúa frente a la resolución de problemas. Esta condición permite reconocer los aspectos puntuales relacionados con la comprensión y la forma como el estudiante va formando una visión general de la situación (Perkins, 2003. P. 12).

Stone (citado por el Ministerio de Educación Nacional, 2006) plantea: “La comprensión se entiende explícitamente como relacionada con los desempeños de comprensión, que son actuaciones, actividades, tareas y proyectos en los cuales se muestra la comprensión adquirida y se consolida y profundiza la misma”. Siendo así, se considera, que desde la resolución de problemas se genera reflexión y construcción de conceptos, desarrollo de habilidades para construir un nuevo conocimiento matemático.

Por consiguiente, se analiza los cuatro niveles de comprensión que presentan Perkins y su colega Rebecca Simmons los cuales son: contenido, resolución de problemas, nivel

epistémico y la investigación. Esto confirma que las prácticas que el docente realiza en el aula siguen apuntando a la educación tradicional, basada en los dos primeros niveles de comprensión planteados por Perkins y Simmons, los cuales se vienen desarrollando año tras año y que por consiguiente no permite que los estudiantes desarrollen actividades de comprensión y representaciones de imágenes mentales, en este caso de las matemáticas, la cual es el área en la que se pretende ahondar. Por tanto, es necesario empezar a fortalecer los otros dos niveles de comprensión, en los cuales se pone en escena el ejercicio de las actividades de comprensión y afianzamiento de las imágenes mentales de los estudiantes según su nivel, además “Necesitan realimentación informativa para perfeccionar sus actividades. Y necesitan motivación intrínseca y extrínseca, que debe consistir fundamentalmente en hacer que los estudiantes se den cuenta del poder y de la perspectiva que brinda una visión más general de una materia” (Perkins, 2003, p. 14).

Por otro lado, una vez que el docente es consciente de los cambios que debe generar al interior del proceso de enseñanza-aprendizaje en su materia, se cuestiona sobre: ¿cómo fortalecer los dos niveles superiores de comprensión tan necesarios para que el estudiante se apropie del conocimiento?, esto debido a que el maestro carece, en muchas ocasiones, de herramientas didácticas y pedagógicas que le permitan ahondar en el proceso de acompañamiento en el proceso de construcción del conocimiento, para ello se puede tener en cuenta lo que Perkins cita sobre la escuela inteligente en la cual: “se brinda a los maestros la oportunidad de pensar, de hablar entre sí y de conocer mejor los niveles superiores de comprensión dentro de su asignatura, y los alienta a prestarles seria atención durante la enseñanza” (Perkins, 2003, p. 14).

Desde otra perspectiva, Chamorro (2003) aborda la comprensión como “un proceso dinámico de cambio de la representación”, en este sentido los estudiantes pasan de concebir una situación con atribuciones erróneas parcialmente a una situación fundamentada en conceptos verdaderos.

El Ministerio de Educación Nacional (2006) contempla que “la comprensión se entiende como las actuaciones, actividades, tareas y proyectos en los cuales en los que se implementan métodos y técnicas con las que se pretende expresar y comunicar lo comprendido”. (p.49). Es así que, se requiere de ambientes de aprendizaje matemáticos en los que las situaciones significativas y comprensivas posibiliten alcanzar niveles de competencia más complejos.

2.2.4.1. Metacognición.

La importancia del conocimiento y la forma como este se adquiere para convertirlo en saberes o habilidades para la vida, se fundamenta no solo en las condiciones como se adquiere sino que también se deben tener en cuenta las estructuras que permiten la formación de los procesos cognitivos de cada ser.

En este sentido la importancia de realizar cambios estructurales en los procesos de enseñanza aprendizaje dejando de lado lo memorístico y dándole prioridad al desarrollo de la creatividad y habilidades propias de cada ser.

En este sentido, abordaremos los diferentes ámbitos de la metacognición, y sus implicaciones en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Flavell (citado por Chrobak, R., 2000) plantea que “La metacognición hace referencia al conocimiento de los propios procesos cognitivos, de los resultados de estos procesos y de cualquier aspecto que se relacione con ellos”.

Flavell (citado por Martí, E. (1985), plantea que la metacognición se refiere a dos aspectos; “el conocimiento sobre los procesos cognitivos y la regulación de los procesos cognitivos” (p.10). Es así que el primero se refiere a la autorreflexión que se debe hacer el estudiante frente a su saber y la forma como lo utiliza. El segundo, toma como punto de partida los procedimientos que debe utilizar el estudiante para la resolución de problemas, situaciones, tareas, etc.

Ahora, Burón (citado en Chrobak, R. (2000), destaca cuatro características en la metacognición:

1. Llegar a conocer los objetivos que se quieren alcanzar.
2. Posibilidad de la elección de las estrategias para conseguir los objetivos planteados.
3. Auto-observación del propio proceso de elaboración de conocimientos, para comprobar si las estrategias elegidas son las adecuadas.
4. Evaluación de los resultados para saber hasta qué punto se han logrado los objetivos.

Siguiendo la misma línea, Campione, & Schoenfeld (citado Martí, E. 1995) se refieren a la metacognición como “el conocimiento que tiene el sujeto sobre sus propios procesos cognitivos” (p. 13). Desde esta perspectiva se pretende la generación de conciencia de lo que aprendemos, como lo aprendemos y para que lo aprendemos.

Entonces, podemos concebir que la metacognición se fundamenta en la colocar el aprendizaje como objeto de reflexión y tiene como objetivo no solamente hacer la tarea (la acción) si reflexionar sobre la misma y por tanto el conocimiento se genera a partir de la reflexión.

De igual forma, Schoenfeld (citado por Santos-Trigo, 2007) plantea que “la metacognición se refiere al conocimiento de nuestro propio proceso cognoscitivo, al monitoreo activo y a la consecuente regulación” (p.59)

De acuerdo a lo anterior, Santos Trigo (2007) afirma que la resolución de problemas requiere del monitoreo constante o autoevaluación del proceso utilizado a la hora de resolver el problema. (p.59). Es así que, la resolución de problemas no solo podría contribuir a la identificación de estrategias utilizadas, sino que también incidiría en reconocer los procesos de comprensión de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

2.2.4.2 Pensamiento matemático.

Las diferentes actividades del ser humano utilizan el razonamiento y las experiencias cotidianas para asumir posiciones en cualquier situación.

Radford (2006) afirma que: “el pensamiento es una re-flexión, es decir, un movimiento dialéctico entre una realidad constituida histórica y culturalmente y un individuo que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios. Es así que: “la teoría de la objetivación sugiere que los objetos matemáticos son generados históricamente en el curso de la actividad matemática de los individuos” (Radford, 2006, p. 111).

Cantoral & Montiel (2003) afirman que: “el pensamiento matemático trata de todas las formas posibles de construir ideas matemáticas. Incluidas aquellas que vienen de la vida cotidiana”. (p.19).

2.2.4.3. La comprensión del conocimiento matemático.

La importancia de la comprensión en el contexto matemático se centra en la posibilidad de identificar el desarrollo de estrategias y la selección de procedimientos adecuados que conlleven a la apropiación de los conceptos matemáticos desde la resolución de problemas.

Desde esta perspectiva, se abordarán ciertas concepciones sobre la comprensión matemática y cómo estas pueden incidir en la resolución de problemas aritméticos.

De acuerdo con lo anterior, la importancia de la comprensión matemática recae en las actividades que proporcionan cierta visualización del actuar del estudiante cuando resuelve un problema. Desde esta perspectiva, Hiebert & Carpenter (1992) proponen que “El grado de comprensión está determinado por el número y la fuerza de las conexiones. Una idea, procedimiento o hecho matemático es comprendido a fondo si se enlaza a redes existentes con conexiones más numerosas o más fuertes” (p. 67).

Por otra parte, Díaz-Godino y Batanero (1994), exponen: “puesto que cada persona se desarrolla en diferentes contextos institucionales y culturales, los procesos psicológicos implicados en la comprensión de los aspectos lingüísticos y conceptuales de los objetos matemáticos están mediatizados por los significados institucionales, esto es, por las situaciones problemáticas, los instrumentos semióticos, los hábitos y convenciones compartidas” (p.83). A partir de este texto se evidencia la comprensión

como un proceso social que parte de cada sujeto, como aportante de ideas y estrategias que conllevan a realizar propuestas sólidas en la solución de un problema.

Para finalizar, y teniendo en cuenta los aspectos anteriores, se contempla la caracterización realizada por Carpenter & Lehrer (1999), quienes proponen “cinco formas de actividad mental de las que emerge la comprensión matemática: (a) construcción de relaciones, (b) extensión y aplicación del conocimiento matemático, (c) reflexión sobre las experiencias, (d) articulación de lo que uno conoce y (e) construcción de conocimiento matemático por uno mismo.” (p. 20). Desde esta configuración, se puede interpretar como cada una de estas cinco condiciones se encuentra implícita en la resolución de problemas y son visibles en esta actividad.

CAPÍTULO 3

DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. Enfoque

Este estudio investigativo se realizó desde un enfoque cualitativo, que según Hernández-Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P (2010) “se selecciona cuando se busca comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados” (p.364), permitiendo identificar y comprender las diferentes acciones que se dieron en torno al tema de la enseñanza de la resolución de problemas que en el ámbito del colegio Néstor Forero Alcalá pareciera ser se ha abordado como una actividad aislada dentro del contexto de la enseñanza- aprendizaje de la matemática.

3.2. Diseño

El diseño metodológico se enmarcó dentro de la investigación –acción, “puesto que su propósito fundamental se centró en aportar información que guíe la toma de decisiones” (Hernández-Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P., 2010, p.509). En este sentido, el profesor y los estudiantes se encontraban inmersos en el contexto de la investigación, a su vez, brinda la posibilidad al investigador de identificar las situaciones que le permiten tomar decisiones apropiadas.

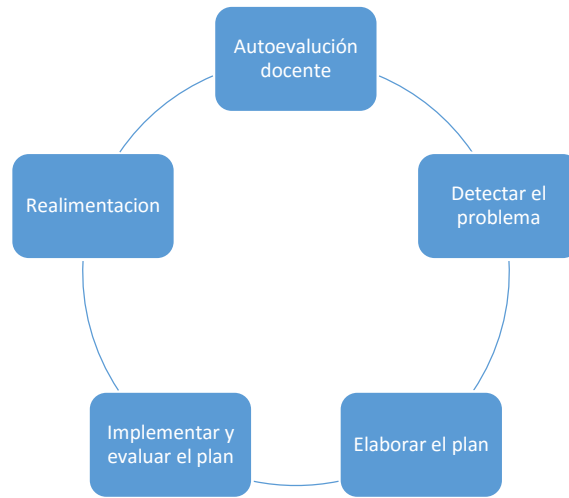
Este diseño metodológico y la propuesta de investigación, propiciaron la participación activa y reflexiva dentro del proceso investigativo, tanto del docente como de los

estudiantes, lo cual permitió identificar las estrategias utilizadas, pero también determinar y analizar las comprensiones realizadas por los estudiantes, mediante la implementación de la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos, con los estudiantes del grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá jornada mañana. Es así que desde la investigación-acción al resolver problemas aritméticos, se presentó la posibilidad de realizar la interpretación de quienes actúan e interactúan en la situación (Eliot, 1994).

Eliot (citado en Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, p. 2010) “conceptúa a la investigación-acción como el estudio de una situación social con miras a mejorar la calidad de la acción dentro de ella” (p. 509). Siendo así que las experiencias de los participantes se convirtieron en el centro del proceso investigativo, en el que se puede observar al grupo de estudiantes para recolectar información, pensar sobre cada una de las situaciones que se presentaron durante el desarrollo de las actividades y actuar sobre la situación implementando acciones que admitieron mejorar paso a paso hasta llegar a una solución.

La investigación- acción plantea una serie de ciclos que permiten la flexibilidad de la actividad investigativa, y que son; detectar el problema, formulación de un plan, implementar el plan, realimentación. (Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P., 2010). Sin embargo se agrega un nuevo ciclo que es la autoevaluación docente, puesto que este permite realizar una reflexión constante del quehacer pedagógico.

GRÁFICA 4 CICLOS DE LA INVESTIGACIÓN ACCIÓN



Autoevaluación docente: le permite al docente realizar una reflexión constante, identificando las posibles falencias, fortalezas y oportunidades sobre su quehacer.

Detectar el problema: el ciclo en el cual se realiza el planteamiento del problema, el investigador se convierte en parte del problema para identificar necesidades, recolectar datos y generar hipótesis de la situación.

Elaborar el plan: este momento permite planificar todo lo concerniente al proceso investigativo en el que se tendrán como eje central la pregunta de investigación, los objetivos, estrategias, recursos y tiempos. Pero también admite la recolección de nuevos datos.

Implementar y evaluar el plan: en esta fase del ciclo las acciones a realizar se enmarcan en el desarrollo del plan para la recolección de datos, analizar cada una de las situaciones que se presentan en cada actividad

Realimentación: conduce a un nuevo diagnóstico en el que se observan los avances o las dificultades que se presentan, siendo así está la oportunidad de tomar decisiones para reiniciar en un nuevo proceso.

3.3. Alcance

El alcance de esta investigación fue de carácter descriptivo, puesto se pretendía identificar de modo específico aspectos relacionados con los procesos de comprensión y el aprendizaje e implementación de estrategias en la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos. En los que estudios descriptivos permitieron mostrar de forma efectiva los sucesos que se observaron a lo largo del proceso investigativo. (Hernández-Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P., 2010).

Este diseño metodológico, la propuesta de investigación y el alcance, propiciaron la participación activa y reflexiva dentro del proceso investigativo, tanto del docente como de los estudiantes, lo cual permitió identificar la forma como los estudiantes realizaron el abordaje de las estrategias utilizadas, pero también se determinó y analizó las comprensiones realizadas por los estudiantes, mediante la implementación de la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos, con los estudiantes del grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá jornada mañana. Lo que permitió desde la investigación-acción aplicada a la resolución de problemas de realizar la interpretación de quienes actúan e interactúan en la situación (Eliot, 1994).

3.4. Población

El Colegio Distrital Néstor Forero Alcalá, institución de carácter oficial mixto, con una cobertura por niveles de los grados cero a undécimo en dos jornadas, se ubica en la UPZ las ferias de la localidad (10) de Engativá en la ciudad de Bogotá D.C. Colombia.

Esta institución de carácter público, el Proyecto Educativo Institucional (P.E.I) hace énfasis en la “La formación ciudadana fundamento de la convivencia social” en el que se establece la formación de un ser humano comprometido con el cambio social, apropiando principios democráticos de: tolerancia, convivencia pacífica, respeto a la diferencia, cuidado del medio ambiente, identidad, de amor por el país y acatamiento de la Constitución. El P.E.I. de la institución se fundamenta en: el modelo pedagógico, las competencias institucionales, los valores institucionales y el sistema institucional de evaluación.

El modelo pedagógico cognitivo afectivo de la institución tiene dos ejes, uno paradigmático y otro pragmático. El paradigmático mediante la reflexión y el análisis de elementos epistemológicos y ontológicos, que constituyen el eje del aprendizaje significativo, la escuela nueva y las inteligencias personales. El eje pragmático responde a cinco preguntas; qué, cuándo, cómo, para qué enseñar, y cómo evaluar, que transversaliza el eje paradigmático (Proyecto Educativo Institucional, 2014).

La institución antes de adoptar un modelo pedagógico se ha fundamentado en unas competencias institucionales que se llevan desarrollando y fortaleciendo año tras año desde el año 1998. Las competencias que se han adoptado como cimiento del proyecto educativo institucional transversaliza de fondo el currículo y la cotidianidad del colegio son: el razonamiento, habilidad comunicativa, creatividad, actitud investigativa, valores.

De igual forma el colegio también ha adoptado una serie de valores, que se conocen como valores institucionales y que son: Respeto, honestidad, solidaridad, responsabilidad y amor por sí mismo (Proyecto Educativo Institucional, 2014).

En consecuencia, el colegio en los años 2010, 2011, 2012, 2013 y 2014 en la jornada de la mañana y de acuerdo con la pruebas Saber grado 11° se ha mantenido en el nivel superior en la jornada de la mañana y nivel alto en la jornada de la tarde.

Por otro lado, se hace referencia a la población a la cual está dirigido este estudio, que son estudiantes del grado 5° de básica primaria jornada mañana, pertenecientes a la institución Néstor Forero Alcalá, cuyas edades oscilan entre los 9 y 12 años.

El grupo participante en la presente investigación, está constituido por 35 estudiantes del grado 502 de la jornada de la mañana. Quienes debido a sus condiciones de convivencia se resalta la falta de interés por los procesos de aprendizaje, de igual forma se evidencia que al resolver un problema aritmético se observa una tendencia a la utilización de las operaciones aritméticas como única forma de solución.

3.5. Instrumentos de recolección de información

La recolección de datos es una actividad constante en los procesos de la investigación cualitativa, pues no hay parámetros determinados para decidir en qué punto se inicia o se termina la aplicación de un instrumento, de igual forma, el desarrollo de las actividades permite observar qué instrumento de los planeados se debe utilizar o la posibilidad de acudir a uno nuevo para identificar aspectos que podrían aportar al proceso investigativo.

Para este estudio se utilizaron los instrumentos descritos en la tabla a continuación:

TABLA 1 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

INSTRUMENTO	DESCRIPCION
Prueba de entrada	Observar e identificar los procesos utilizan los estudiantes para resolver un problema.
Intervención en el aula	<p>A medida que se desarrollan las actividades de clase se pretende observar las acciones relacionadas con la comprensión en cada una de las fases del problema y la pertinencia de las estrategias de los estudiantes cuando resuelven problemas que se utilizan.</p> <p>De igual forma durante el desarrollo de la plenaria en el aula reconocer como los estudiantes identifican la pertinencia de las estrategias y la forma como estos incorporan la ya tratadas en un nuevo problema</p>
Prueba de cierre	Permite observar los posibles cambios de los estudiantes en cuanto la resolución de problemas, puesto que esta prueba es de carácter individual.
Diario de campo	Este instrumento permite realizar las anotaciones de cada una de las actividades realizadas en la clase y sucesos inesperados que se suceden durante la misma, de igual forma el profesor al realizar el análisis de los sucesos en cada sesión tiene la oportunidad de reflexionar sobre su proceder. (ver anexo 2)
Entrevistas abiertas	Se utilizó la entrevista abierta, con el objetivo de que los estudiantes tuvieran la oportunidad de expresarse de forma libre y espontánea frente al desarrollo de las actividades realizadas en el e aula de clase.

	Se realizó una primera entrevista al término del segundo problema (prueba de entrada) y la segunda entrevista se desarrolló al término del 4 problema. (ver anexo 3)
--	--

3.6. Procedimiento

La presente investigación se realizó en tres fases que se describen en la tabla 2, con miras a observar los posibles avances de los procesos de comprensión y las estrategias en la enseñanza de la resolución de problemas.

Otro aspecto es que durante el desarrollo de las actividades se tuvo en cuenta lo que Piñeto y otros (citados por Soto. S, 2008, p. 125) consideran como una tarea que fue realizada individualmente, en parejas o en pequeños grupos y corrección de la tarea, cuando la mayoría del grupo había terminado el trabajo.

López y Santos (2006) presentan la etapa de aplicación en la que consideran los siguientes aspectos: actividad previa, trabajo en equipos, presentaciones, discusión colectiva y trabajo individual (p. 1394).

Teniendo en cuenta los planteamientos anteriores en esta investigación las fases se asimilaron parcialmente (tratadas explícitamente en el numeral 2.2.2) en las intervenciones realizadas son: introducción en cada una de las actividades de clase, trabajo en grupos, presentaciones de trabajo, plenaria general, al finalizar cada actividad.

El trabajo individual no fue tenido en cuenta como una fase más del proceso de intervención, pues se utilizó en la actividad de cierre para observar los posibles avances de los estudiantes en la resolución de problemas.

TABLA 2 FASES DE INVESTIGACIÓN EN EL AULA

Fases de la investigación	Intencionalidad	Problemas aplicados
Prueba de entrada	<p>Observar que proceso utilizan los estudiantes para resolver un problema.</p> <p>Identificar las diferentes formas de solución en grupo que utilizan los estudiantes.</p> <p>Identificar las estrategias pertinentes en la solución de este problema.</p>	<p>En una tienda de frutas, una naranja y una pera tienen un costo de \$250, una pera y un plátano, tiene un costo de \$190, y una naranja y un plátano tienen un costo de \$160. Alex compra una naranja, una pera y un plátano. ¿Cuánto gasta Alex?</p>
	Intervención en el aula	<p>Recordar las fases en la resolución de problemas y la utilización de las preguntas orientadoras.</p>
<p>Realizar la lectura detallada del problema.</p> <p>Identificar los datos que le permiten comprender el problema través de las preguntas orientadoras.</p>		<p>En un grupo de 502 hay 35 estudiantes, de los cuales 12 están en el equipo de futbol, 8 en el equipo de ajedrez y 5 están en ambos equipos. ¿Cuántos estudiantes no pertenecen a ningún equipo? ¿Cuántos juegan futbol? ¿Cuántos juegan ajedrez?</p>
<p>Implementar estrategias tratadas en problemas anteriores.</p>		<p>Martha tiene N cartas si las agrupa de a tres, le sobra una y si las agrupa de a siete le sobran 4. Martha tiene más de cinco cartas. ¿Cuál es el</p>

	<p>Describir la forma como se implementa la estrategia.</p> <p>Revisar el proceso realizado.</p> <p>Comprobar con otra u otras estrategias la resolución del problema.</p>	<p>número más pequeño de cartas que puede tener Martha?</p> <hr/> <p>La ruta escolar del colegio Néstor Forero Alcalá sección primaria transporta 32 estudiantes, durante su recorrido de ida realiza 5 paradas. En la primera parada deja 5 estudiantes, en la segunda tan solo se bajan 2 estudiantes, en la tercera se bajan el doble de los estudiantes de las paradas 1 y 2, en la cuarta solo se bajan la mitad de los estudiantes que se bajaron en la tercera parada. ¿Cuántos estudiantes se bajan en la última parada? ¿Cuántos estudiantes se bajaron en cada parada?</p>
<p>Prueba de cierre</p>	<p>Realizar la lectura detallada del problema.</p> <p>Identificar los datos que le permiten comprender el problema a través de las preguntas orientadoras.</p> <p>Implementar estrategias pertinentes para resolver el problema.</p> <p>Describir la forma como se implementa la estrategia.</p> <p>Revisar el proceso realizado.</p> <p>Comprobar con otra u otras estrategias la resolución del problema</p>	<p>Un autobús escolar con capacidad para 36 personas, en su primera parada recoge un estudiante; en la segunda recoge dos estudiantes; en la tercera, recoge tres estudiantes, y así sucesivamente. Si ningún estudiante se baja del autobús, ¿Después de que parada se llenará el autobús?</p> <hr/> <p>Los estudiantes del grado 502 se forman para abordar el medio de transporte que los llevará de excursión. Cada auto puede transportar a cinco estudiantes. Diego ocupa el lugar 16 en la fila y Gabriela el 19. ¿¿En qué número de auto se va cada uno? ¿Abordarán Diego y Gabriela el mismo auto? ¿Cuántos autos se necesitan si son 34 estudiantes?</p>

Es importante aclarar que para esta investigación los tipos de problemas seleccionadas fueron problemas aritméticos de segundo nivel (Echenique, 2006), en los cuales se invita al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y explicar su razonamiento. En este sentido la intencionalidad es que quien resuelve el problema se vea en la necesidad de expresar sus ideas y saberes, plantee métodos y estrategias de solución y de igual forma conozca las fases y diferentes estrategias de solución.

Por otra parte, los problemas deben presentar cierto nivel de obstáculo o como se plantea en UAN (2002) “problemas retadores” que exigen la integración de conceptos relacionados. A su vez, el problema retador tiene como objetivo el conocimiento de las destrezas matemáticas, el desarrollo del razonamiento lógico, sino además el abordaje posterior de situaciones cotidianas.

3.7. Características de los problemas utilizados

A partir de los planteamiento de los diferentes autores que tratan la enseñanza de la resolución de problemas y quienes plantean que es recomendable la implementación de problemas no rutinarios, se presenta a continuación en el gráfico 5 una de las discriminaciones en la que se reconocen ciertas características que son propias de lo que es un ejercicio matemático y un problema.

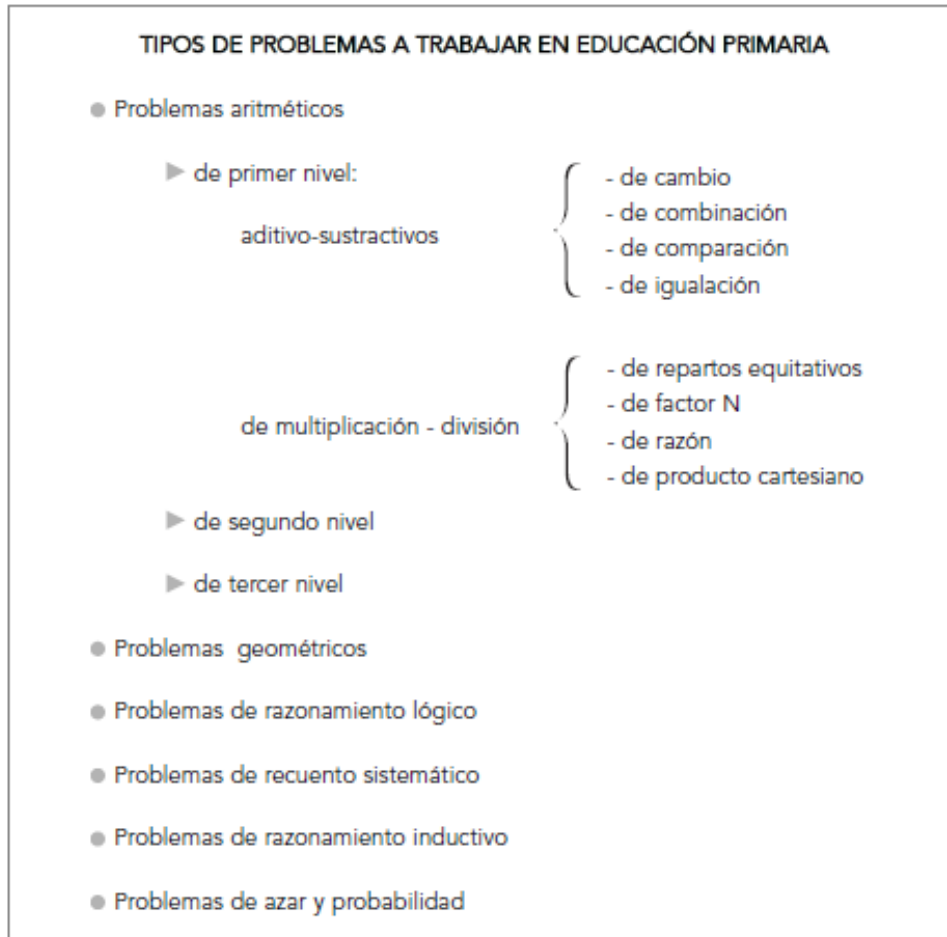
GRÁFICA 5 DIFERENCIAS ENTRE EJERCICIO Y PROBLEMA

Características de los ejercicios	Características de los problemas
Se ve claramente qué hay que hacer.	Suponen un reto.
La finalidad es la aplicación mecánica de algoritmos.	La finalidad es ahondar en los conocimientos y experiencias que se poseen, para rescatar aquellos que son útiles para llegar a la solución esperada.
Se resuelven en un tiempo relativamente corto.	Requieren más tiempo para su resolución.
No se establecen lazos especiales entre el ejercicio y la persona que lo resuelve.	La persona que se implica en la resolución lo hace emocionalmente. El bloqueo inicial, debido a que la situación le desconcierta, dará paso a la voluntariedad y perseverancia por encontrar la solución y, por último, al grado de satisfacción una vez que esta se ha conseguido
Generalmente tienen una sola solución.	Pueden tener una o más soluciones y las vías para llegar a ellas pueden ser variadas.
Son muy numerosos en los libros de texto.	Suelen ser escasos en los libros de texto.

Las condiciones mencionadas, permitieron tener claridad sobre las condiciones iniciales de los problemas que se involucraron en el proceso de investigación.

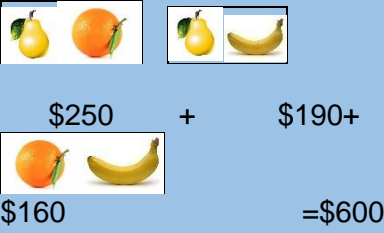

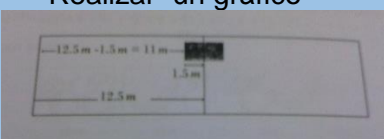
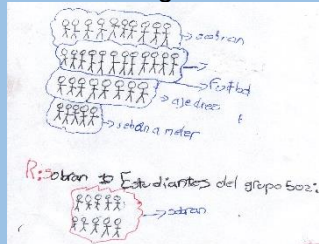
De igual forma, es importante también mencionar que en la gráfica 6 se presenta una categorización de los tipos de problemas, en este caso específico los tratados en la educación primaria.

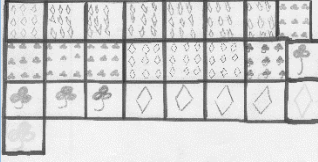
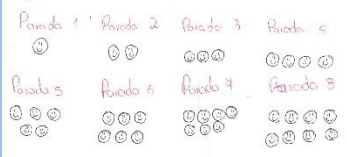
GRÁFICA 6 TIPOLOGÍA DE PROBLEMAS EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

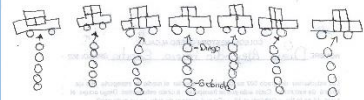
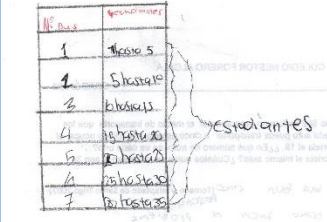



A continuación en la tabla 3 se presenta una descripción de los problemas que se implementaron en el presente estudio, permitieron reconocer las características de cada uno, con la finalidad de predecir ciertos aspectos relacionados con las fases del problema, las estrategias que los estudiantes utilizan y las que plantea el maestro, a su vez, también se podrá identificar situaciones inesperadas que se presentan durante el desarrollo de la actividad s características específicas permiten

TABLA 3 DESCRIPCIÓN DETALLADA DE LOS PROBLEMAS

N° de problema	Problema	Características del problema	Estrategias de solución										
1	En una tienda de frutas, una naranja y una pera tienen un costo de \$250, una pera y un plátano, tiene un costo de \$190, y una naranja y un plátano tienen un costo de \$160. Alex compra una naranja, una pera y un plátano. ¿Cuánto gasta Alex?	Problema aritmético de segundo nivel, se caracteriza por utilizar diferentes operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> - Operaciones aritméticas. Sumar los tres grupos de frutas y luego ese resultado dividirlo en 2. - Elaboración de un gráfico  <ul style="list-style-type: none"> - Reagrupación 										
2	Un cuadro de 4mts de largo está colgado en el centro de una pared de 25 mts ¿a cuántos metros del extremo izquierdo de la pared está el borde izquierdo del cuadro?	Problema aritmético de tercer nivel, en el que se destaca la utilización de números decimales.	<ul style="list-style-type: none"> - Realizar un gráfico  <ul style="list-style-type: none"> - hacer razonamiento directo - operaciones aritméticas con números decimales. Restar 25- 4=21mts Dividir 21/10=10.5mts 										
3	En un grupo de 502 hay 35 estudiantes, de los cuales 12 están en el equipo de futbol, 8 en el equipo de ajedrez y 5 están en ambos equipos. ¿Cuántos estudiantes no pertenecen a ningún equipo? ¿Cuántos juegan futbol? ¿Cuántos juegan ajedrez?	Problema aritmético de segundo nivel, en el que se identifican varias preguntas	<ul style="list-style-type: none"> - Hacer una figura  <ul style="list-style-type: none"> - Hacer razonamiento directo - Realizar una tabla. <table border="1" data-bbox="1015 1638 1396 1858"> <thead> <tr> <th>Deporte</th> <th>N° de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Futbol</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Ajedrez</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Futbol-ajedrez</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Ningún deporte</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>	Deporte	N° de estudiantes	Futbol	12	Ajedrez	8	Futbol-ajedrez	5	Ningún deporte	10
Deporte	N° de estudiantes												
Futbol	12												
Ajedrez	8												
Futbol-ajedrez	5												
Ningún deporte	10												

4	Martha tiene N cartas si las agrupa de a tres, le sobra una y si las agrupa de a siete le sobran 4. Martha tiene más de cinco cartas. ¿Cuál es el número más pequeño de cartas que puede tener Martha?	Problema aritmético de segundo nivel, se caracteriza por tener valores poco conocidos para los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> - Elaborar una gráfica  <ul style="list-style-type: none"> - Ensayo error - Conteo: listar los números que satisfagan cada condición Condición con el 3:4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31. Condición con el 7: 11, 18, 25, 32, 39 																		
5	La ruta escolar del colegio Néstor Forero Alcalá sección primaria transporta 32 estudiantes, durante su recorrido de ida realiza 5 paradas. En la primera parada deja 5 estudiantes, en la segunda tan solo se bajan 2 estudiantes, en la tercera se bajan el doble de los estudiantes de las paradas 1 y 2, en la cuarta solo se bajan la mitad de los estudiantes que se bajaron en la tercera parada. ¿Cuántos estudiantes se bajan en la última parada? ¿Cuántos estudiantes se bajaron en cada parada?	Problema aritmético de segundo nivel, en el que se identifican varias preguntas	<ul style="list-style-type: none"> - Elaborar una gráfica - Realizar una tabla <table border="1" data-bbox="1013 835 1409 1079"> <thead> <tr> <th>Parada</th> <th>Nº estudiantes</th> <th>Sumatoria</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>5+2=7</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>7+7=14</td> <td>7*14=21</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>14-7=7</td> <td>7+21=28</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>32-28= 4</td> <td>28+4=32</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> - Razonamiento directo - Conteo: <ul style="list-style-type: none"> Parada 1: 5 Parada 2: 2 Parada 3 : 17 Parada 4 : 7 Parada 5 : 4 	Parada	Nº estudiantes	Sumatoria	1	5	5	2	2	5+2=7	3	7+7=14	7*14=21	4	14-7=7	7+21=28	5	32-28= 4	28+4=32
Parada	Nº estudiantes	Sumatoria																			
1	5	5																			
2	2	5+2=7																			
3	7+7=14	7*14=21																			
4	14-7=7	7+21=28																			
5	32-28= 4	28+4=32																			
6	Un autobús escolar con capacidad para 36 personas, en su primera parada recoge un estudiante; en la segunda recoge dos estudiantes; en la tercera, recoge tres estudiantes, y así sucesivamente. Si ningún estudiante se baja del autobús, ¿Después de que parada se llenará el autobús?	Problema aritmético de segundo nivel, se caracteriza por que tiene una sola pregunta, y las estrategias utilizadas deben ser rigurosas para poder llegar a la respuesta.	<ul style="list-style-type: none"> - Representación gráfica  <ul style="list-style-type: none"> - Elaboración de una tabla <table border="1" data-bbox="1013 1688 1409 1896"> <thead> <tr> <th>Parada</th> <th>Nº estudiantes</th> <th>Sumatoria</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>1+2=3</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> <td>3+3= 6</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4</td> <td>6+4=10</td> </tr> </tbody> </table>	Parada	Nº estudiantes	Sumatoria	1	1	1	2	2	1+2=3	3	3	3+3= 6	4	4	6+4=10			
Parada	Nº estudiantes	Sumatoria																			
1	1	1																			
2	2	1+2=3																			
3	3	3+3= 6																			
4	4	6+4=10																			

			<table border="1"> <tr><td>5</td><td>5</td><td>10+5=15</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td><td>15+6=21</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td><td>21+7=28</td></tr> <tr><td>8</td><td>8</td><td>28+8=36</td></tr> </table>	5	5	10+5=15	6	6	15+6=21	7	7	21+7=28	8	8	28+8=36
5	5	10+5=15													
6	6	15+6=21													
7	7	21+7=28													
8	8	28+8=36													
			- Conteo												
7	Los estudiantes del grado 502 se forman para abordar el medio de transporte que los llevará de excursión. Cada auto puede transportar a cinco estudiantes. Diego ocupa el lugar 16 en la fila y Gabriela el 19. ¿¿En qué número de auto se va cada uno? ¿Abordarán Diego y Gabriela el mismo auto? ¿Cuántos autos se necesitan si son 34 estudiantes?	Problema aritmético de segundo nivel, en el que se identifican varias preguntas	<ul style="list-style-type: none"> - Representación gráfica  - Elaboración de una tabla  - Conteo  												

CAPITULO 4

RESULTADOS Y HALLAZGOS DE INVESTIGACIÓN

Para el análisis y resultados de este proyecto de investigación los siguientes instrumentos de recolección de la información como lo son: el diario de campo, la entrevista abierta y las unidades de trabajo con estudiantes del grado 502, con el objetivo de identificar las manifestaciones de comprensión y estrategias que utilizaron los estudiantes cuando resuelven problemas. Después de haber hecho prácticas pedagógicas implementando la enseñanza de la resolución de problemas los resultados hallados en el análisis de los datos se desplegaron describen a través de las categorías emergentes que se describen en el numeral 4.1.

Las etapas desarrolladas durante la intervención permitieron observar el comportamiento y algunas manifestaciones de comprensión de los estudiantes sobre sus estrategias al resolver problemas

4.1. Categorías

Estas categorías emergen de la triangulación de la información que a la luz de la teoría fundamentada, significa “que la teoría (hallazgos) va emergiendo fundamentalmente en los datos”. Strauss y Corbin (citado por Hernández- Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P., 2010, p. 493). Es así que estas categorías, son parte de un proceso sistemático, puesto que la teoría fundamentada “es un diseño

cuantitativo que muestra rigor y dirección para los conjuntos de datos que evalúa” (Hernández- Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P., 2010, p. 493). Por tanto el proceso que se llevó a cabo para analizar los datos de los instrumentos aplicados, hace referencia a un diseño sistemático que consiste en la codificación de los datos de la siguiente forma: en primer lugar se identificaron las unidades de análisis que según Hernández- Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010), hacen referencia a los segmentos, frases, palabras; que emergen de los datos y que son relevantes para el planteamiento del problema. Dichos segmentos se analizaron a través de la comparación en términos de similitudes y diferencias entre ellos, originando así las categorías, las cuales son definidas como los conceptos e ideas con significado (Hernández- Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P., 2010). Al mismo tiempo se fue asignando “códigos en vivo” a las categorías, es decir, un fragmento de la propia unidad para identificar más rápidamente una categoría (Hernández- Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P., 2010). Emergieron once categorías, un número significativo teniendo la diversidad de expresiones manifestados por los estudiantes.

En la tabla 4 se presentan las categorías generales que surgieron al atender la el grado de correspondencia entre los memos analíticos, estas son: fases del problema, las dificultades en la resolución de problemas las dificultades en la resolución de problemas, las estrategias más utilizadas, solución grupal del problema.

TABLA 4 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

CATEGORIAS	CARACTERIZACIÓN
<p>FASES DEL PROBLEMA (Entendimiento del problema, comprobación del problema, los nuevos conocimientos)</p>	<p>Esta categoría hace referencia a la identificación por parte de los estudiantes de las fases de resolución problema, como un proceso necesario en el que se involucra la importancia de reconocer los datos que le brinda el problema, la posibilidad de confirmar si dicho problema ha sido resuelto de forma efectiva “si tenemos en cuenta el proceso y las preguntas a uno le ayudan a no equivocarse tanto” y la utilización de más de una estrategia para resolver el problema.</p>
<p>LAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (Las dificultades del problema, las dificultades en la utilización de estrategias)</p>	<p>Se tienen en cuenta las dificultades relacionadas con la comprensión de los datos del problema y su relación con la pregunta y las diferentes formas que el estudiante puede utilizar para comprobar si el problema ha sido resuelto de forma efectiva “La única es que este problema no tiene solución”.</p>
<p>LA COMPRENSIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (importancia de los problemas e importancia de las estrategias)</p>	<p>Se identifica el significado que tiene el aprendizaje de la resolución de problemas como una oportunidad para comprender, y poder resolver problemas con mayor grado de complejidad “los problemas nos ayudan a encontrar algunas estrategias, porque más tarde nos ayudan para solucionar problemas más grandes o más cantidades de problemas”. A su vez entra en juego la consideración de la pertinencia de las mismas para resolver un problema “si me ha ayudado porque cada problema tiene muchas estrategias diferentes que pues, que digamos es el dibujo y hay una tabla y puede diferenciar si el resultado está bien o está mal”</p>
<p>LAS ESTRATEGIAS MÁS UTILIZADAS</p>	<p>Se refiere al reconocimiento de las estrategias que son utilizadas, que tiene como objetivo identificar las estrategias más</p>

	manipuladas a lo largo de la implementación del proyecto “trabajaría con un dibujo, pues sería más fácil para entender el problema” .
SOLUCIÓN GRUPAL DEL PROBLEMA	Se realiza el abordaje del trabajo en equipo como la posibilidad que les permite a los estudiantes tomar decisiones de forma libre alrededor de las diferentes situaciones que se generan en la resolución de problemas y entre las que se encuentran; la toma de decisiones con respecto a las estrategias y su pertinencia, el respeto por el otro, el liderazgo “nos ponemos de acuerdo con mis compañeros” .

4.1.1. Categoría fases del problema.

TABLA 5 CATEGORÍA FASES DEL PROBLEMA

Fases en la investigación	Hallazgos
Prueba de entrada	<p>El problema utilizado como prueba de entrada permitió identificar que los estudiantes no conocen o por lo menos no tienen en cuenta una estructura básica a la hora de resolver un problema.</p> <p>En este sentido, los grupos leen el problema y utilizan los datos numéricos, todos los grupos utilizan una operación numérica para obtener una respuesta a la pregunta.</p>

En una tienda de frutas, una naranja y una pera tienen un costo de \$250, una pera y un plátano, tiene un costo de \$190, y una naranja y un plátano tienen un costo de \$160. Alex compra una naranja, una pera y un plátano. ¿Cuánto gasta Alex?

$$\begin{array}{r} 80 \\ 80 \\ +170 \\ \hline 330 \end{array}$$

R: Las frutas que alex le costo \$330

Con respecto a la obtención de una respuesta se observó que: dos grupos manifestaron no entender nada, que dos grupos intentan adivinar qué operación podía servir para la solución y ocho grupos utilizan diversas posibilidades para establecer la respuesta.

Intervención en el aula

Durante los primeros problemas de la intervención se observa que comienzan a utilizar de forma parcial las fases de la resolución de problemas y los estudiantes dejan de lado el afán por realizar operaciones aritméticas dándole relevancia a: identificar las fases del problema, realizar una lectura comprensiva del problema, identificar los datos, proponer estrategias que conlleven a resolver el problema y el desarrollo de lo planeado por los estudiantes.

Lo que entendimos

Entendimos como podemos solucionar el problema y como resolverlo.

Lo que no entendimos

Lo que no entendimos fue que alex compro 3 cosas si cada una su par y tiene su costo.

Como Podemos Solucionar el problema.

nosotros lo solucionamos dividiendo 160 / 2 y nos dio 80

Sumamos 80 + 80 o sea alex se gasto 160

operación

$$\begin{array}{r} 160 / 2 \\ 80 \\ +80 \\ \hline 160 \end{array}$$

Rta: Alex se gasto 160

A medida que avanza la intervención los estudiantes comienzan a identificar las fases de forma más puntual, para resolver un problema, en el

que involucran los aspectos que entienden del problema, en el que identifican datos de carácter literal, y en ellos describen los datos que aparecen en este, seguidamente expresan lo que no comprenden, se observa que esta condición está muy relacionada con la pregunta del problema.

Por otro lado, a partir de la plenarias realizadas al final de cada actividad de resolución se hace énfasis encada una de las fases del problema, en especial se empieza a identificar como en el desarrollo del planteamiento y la verificación son la que menos importancia han tenido en el proceso de resolución.

Ya identificada estas falencias se encontró que en el siguiente problema algunos grupos intentaron acudir a la adición y sustracción para corroborar la información o por lo menos declararon que para el grupo no había otra forma de solución.


Lo que entendimos
 nosotras entendimos todo el problema y como lo podemos solucionar.

Lo que no entendimos
 nosotras no entendimos si hacer una operación o un dibujo.

Como vamos a solucionar el problema
 lo vamos a desarrollar por medio de un dibujo

estrategia que vamos a utilizar
 vamos a hacer 35 estudiantes los vamos a agrupar y así sabemos cuantos juegan fútbol cuantos juegan ajedrez.

desarrollo de la estrategia



Otra solución
 la vamos a hacer con una operación la suma

$$\begin{array}{r} 12 \\ +5 \\ \hline 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +5 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ -13 \\ \hline 4 \end{array}$$

Ata: no pertenecen a ningún equipo 10 estudiantes
Ata: Juegan en el equipo de fútbol 17 estudiantes
Ata: Juega en el equipo de ajedrez 13 estudiantes

Prueba de cierre Los dos problemas contemplados en la prueba de cierre dejaron ver el avance de los estudiantes en la implementación de las fases y se convirtieron en una condición necesaria para resolver los problemas.

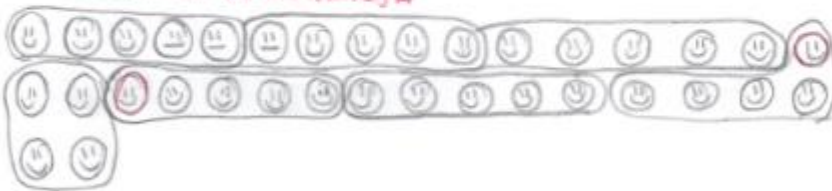
En consecuencia, se encontró que :

Lo que entendi
Yo entendi el problema pero sin embargo hay algo que no entiendo.

Lo que no entendi
Yo no entendi la ultima pregunta porque solo estamos hablando de Diego y Gabriela mas no de 34 estudiantes.

La estrategia que voy a utilizar
Yo voy a utilizar de estrategia el dibujo voy a hacer 34 estudiantes y los reparto en 5.

Realizacion de la estrategia



1 Pta: diego se ba en el 4 auto y Gabriela en el 6 auto
2 Pta: diego y Gabriela no se ban en el mismo auto
3 Pta: se necesitan 7 autos para 34 estudiantes

- En el problema 6 todos los estudiantes escribieron lo que sucedía en las fases del problema, cabe resaltar que todos mostraron interés por la fase de comprensión y el establecimiento de la estrategia a utilizar, de igual forma el desarrollo del plan aunque no todos fueron puntuales en esa fase se observa que hubo avances significativos.

- En cuanto a la revisión y verificación del proceso, se observó que esta fase fue abordada por todos los estudiantes. En el problema seis solo dos estudiantes involucraron de manera efectiva otro método de solución, también se encontró que 15 estudiantes emiten respuesta pero son respuesta incorrectas y 18 estipulan la respuesta pero no realizan acciones que les permitan comprobar el proceso y verificación de la actividad.

- En el problema siete se observó que: siete estudiantes abordaron esta fase parcialmente, pues solo dieron respuesta a una de las preguntas, veintitrés estudiantes solo dieron respuesta a las

	preguntas y cinco estudiantes utilizan más de una estrategia como proceso de verificación.
--	--

Los aspectos tratados en la tabla anterior dejaron ver que la implementación de la enseñanza de la resolución de problemas permitieron el avance en términos de comprensión, puesto que algunos estudiantes no solo tomaron una actitud diferente frente a la necesidad de identificar las fases de solución, sino que además estas le brindaban una mayor seguridad durante el proceso de solución grupal e individual del problema.

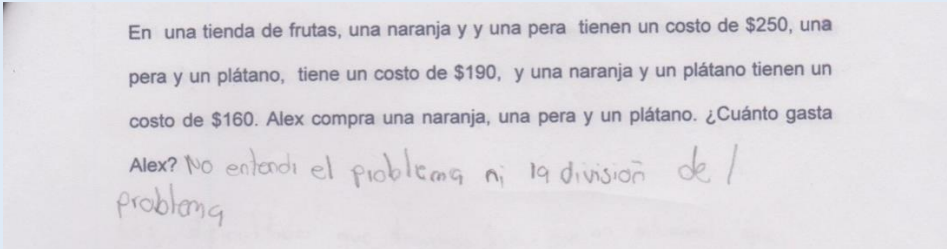
Ahora bien, cuando el estudiante acude a cada una de las fases de solución demuestra que identifica y selecciona los datos de un problema, busca la relación entre los datos y la pregunta, establece un plan para resolver el problema; partiendo de la necesidad de una estrategia que le brinde claridad y comprensión y por último se ejecutan acciones de verificación. En este sentido, el estudiante no solamente manifiesta la utilidad de las fases del problema en el desarrollo de las actividades de clase, sino que también lo hace de forma espontánea en las entrevistas “siempre tenemos en cuenta los pasos para desarrollar el problema”. Esto permite concluir que si el estudiante reconoce unas estrategias generales puede haber mayor efectividad a la hora de resolver un problema.

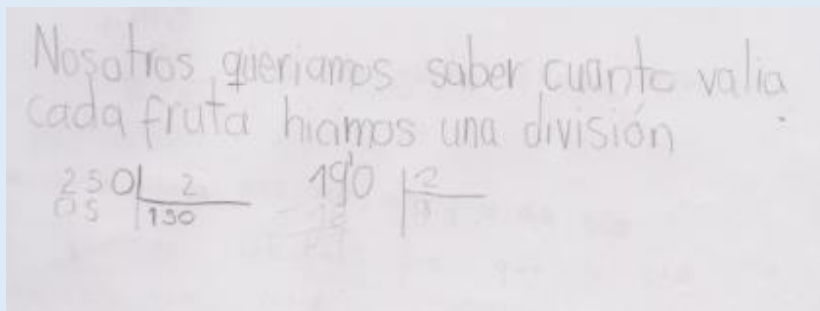
De igual forma, en el quehacer del estudiante se encontró que a medida que resuelven problemas, seleccionan y efectúan las nuevas estrategias en busca de una solución efectiva, se reconoce la importancia de adquirir nuevos conocimientos que pueden ser aplicados en cualquier momento, un ejemplo de ello son las expresiones espontaneas en la que manifiestan que: “ahora ya uno tiene los conocimientos, que digamos ahora

sumar, restar fracciones, a uno le queda más fácil, la resta numérica, la tabla todo le queda más fácil para desarrollar un problema”. En este sentido, cada una de las actividades realizadas le brindó herramientas básicas que le pueden ser útiles en la resolución de problemas escolares.

4.1.2. Categoría las dificultades en la resolución de problemas

TABLA 6 CATEGORÍA LAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

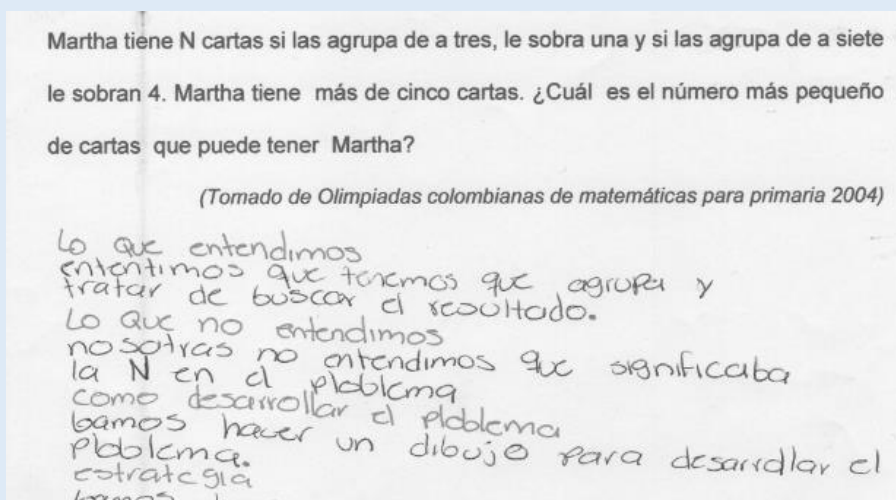
Fases en la investigación	Hallazgos
Prueba de entrada	<p>Al inicio de la intervención se identificó que los estudiantes no reconocían las dificultades u obstáculos que se encontraban dentro del problema, pues su preocupación era identificar qué operación utilizar para llegar a la solución.</p>  <p>De igual forma se observó que los estudiantes al momento de solucionar el problema no reconocen como estrategias las que de forma natural utilizan para resolver el problema y cuál es su intencionalidad. Por tanto es un elemento que carece de significación para ellos en este primer momento.</p> <p>Por otra parte se evidencia que los estudiantes presentan dificultad al momento de desarrollar las operaciones algorítmicas lo cual no le permite tener óptimos resultados.</p>



Además al momento de intentar contestar la pregunta no logran conectarla con la respuesta de forma clara y comprensible.

Intervención en el aula

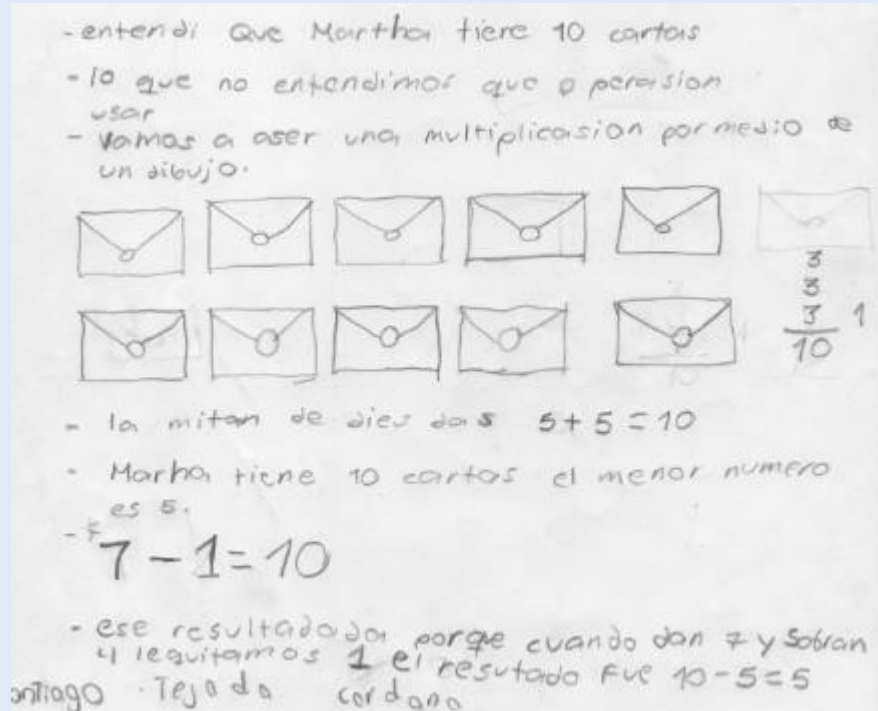
A medida que se avanzaba en las intervenciones los estudiantes reconocen situaciones específicas que le generaban dificultad. El estudiante (a 5) **“Lo que no entendimos como encontrar el número de cartas”**. El estudiante (a 8) **“No entendemos lo que significa la N, no entendemos como agrupar las cartas”** esto le permite a los estudiantes reconocer el obstáculo central del problema.



De acuerdo a lo anterior, diez grupos acuden e intentan forzar cualquier procedimiento en la búsqueda de una respuesta, lo que en términos de Campistrous se reconoce como el desarrollo de estrategias irreflexivas. En este sentido, se identifica que aún en el estudiante está presente el afán por concretar una respuesta.

Es así que los estudiantes se preocupan por implementar una estrategia, que en ocasiones a pesar de ser desarrollada es errónea. El estudiante (a 2) **“vamos a hacer una multiplicación por medio de un dibujo”**.

Otro aspecto que se evidenció en un primer momento es que seis grupos de estudiantes, no comprendieron la utilidad de las estrategias puesto que al emplearla no logran resolver el problema de forma efectiva y tampoco les es útil para corroborar la respuesta.



Prueba de cierre

Al abordar los dos últimos problemas los cuales fueron realizados de forma individual, se identificaron las siguientes dificultades:

- En el problema seis se observa que cuatro estudiantes omiten el análisis para identificar las dificultades, por tanto no logran una solución correcta del problema. En el problema siete ocurre lo mismo pero solo en dos estudiantes.

Un autobús escolar con capacidad para 36 personas, en su primera parada recoge un estudiante; en la segunda recoge dos estudiantes; en la tercera, recoge tres estudiantes, y así sucesivamente. Si ningún estudiante se baja del autobús, ¿Después de que parada se llenará el autobús?

Lo que yo entendi que hay 36 personas



36
puestos

Se montan 6 o sea que hay 30 puestos

Rto: el bus en la parada 6

La estrategia fue un dibujo

lo que no entendi ¿Despues de que parada se llenara el autobus?

- En el problema seis, dieciocho estudiantes presentaron dificultad para utilizar correctamente la estrategia que les ayudara a resolver el problema. En el problema siete se evidencia que siete estudiantes presentaron la misma dificultad, algo particular ocurrido también con estos estudiantes es que la estrategia utilizada fue la algorítmica en la que se evidenció que el desarrollo de la operación no le permitió obtener el resultado correcto.

Los estudiantes del grado 502 se forman para abordar el medio de transporte que los llevará de excursión. Cada auto puede transportar a cinco estudiantes. Diego ocupa el lugar 18 en la fila y Gabriela el 19. ¿En qué número de auto se va cada uno?
¿Abordarán Diego y Gabriela el mismo auto? ¿Cuántos autos se necesitan si son 34 estudiantes?

(Tomado y adaptado de Santo Trigo 2007)

Solución

① Lo que entendi: Lo que entendi que cada uno ocupa un puesto diferentes y que en el bus puede transportar un estudiante.

② Lo que no entendi: No entendi que como hacer el trabajo cual estrategia buscar y cual operación hacer.

Operación:

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 16 \\ \hline 35 \end{array}$$

Se van en 3 buses no habida Gabriela como son 34 y 16 más 19 es 35 y son 34 paltoria.

Se reconoce que las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas pudieran estar ligadas al fracaso escolar de los estudiantes en cuanto a resolución de problemas se refiere y que en cierta medida pudiera extenderse a otras áreas del conocimiento. En este sentido la categoría “las dificultades en la resolución de problemas” pretende identificar los hallazgos obtenidos durante el análisis.

De acuerdo a lo anterior, se pudo evidenciar que en la medida en que los estudiantes reconocen durante el proceso de solución ciertas dificultades tanto en la comprensión como en la identificación de posibles caminos de solución del problema, el estudiante pudo superar las dificultades y lograr una solución correcta del problema

Ahora al detallar cada uno de los momentos de la investigación se puede reconocer que en un primer momento y a pesar de que previamente los estudiantes conocen las fases en la resolución de problemas y que estas fueron abordadas desde una serie de preguntas sencillas se observa que al estudiante le cuesta describir lo que no entiende del problema, los que han tenido en cuenta en este aspecto y se remiten a describir de forma general lo que no entienden

4.1.3. Categoría la comprensión en la resolución de problemas

TABLA 7 CATEGORÍA LA COMPRENSIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

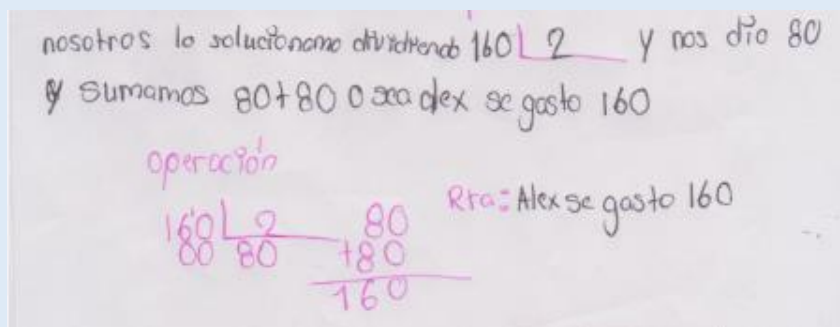
Fases en la investigación	Hallazgos
Prueba de entrada	En este primer momento se identificaron situaciones que de cierto modo eran previsibles, pero también se presentaron aspectos

interesantes que no fueron tenidas en cuenta a la hora de la planeación. Los hallazgos obtenidos fueron:

Nueve grupos acuden a las operaciones numéricas como forma única para la resolución.

Dos grupos manifiestan no entender el problema e identificar qué operación utilizar.

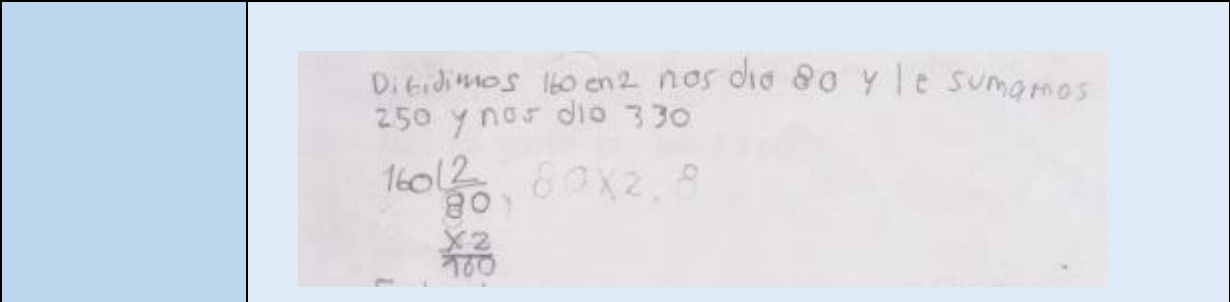
Seis de los grupos intentaron con diferentes operaciones para llegar a la respuesta. En este sentido Campistrous lo argumenta como la variedad de caminos que el estudiante puede tomar y uno de ellos es “adivina que operación debe ser utilizada”.



Por otro lado se identificaron aspectos en cuanto a la búsqueda de respuestas que no eran previsibles, pero que dejan ver que los estudiantes acuden a situaciones cotidianas e interpretan cada situación desde sus saberes previos. La situación es:

Tomaron dos grupos de frutas, uno lo dividió en dos y luego lo sumó al otro grupo, esto con la intencionalidad de buscar el valor de las tres frutas. Esto sucedió con tres grupos de trabajo. Y tan solo un grupo realiza una comprensión general y utiliza las operaciones apropiadas para llegar a la solución.

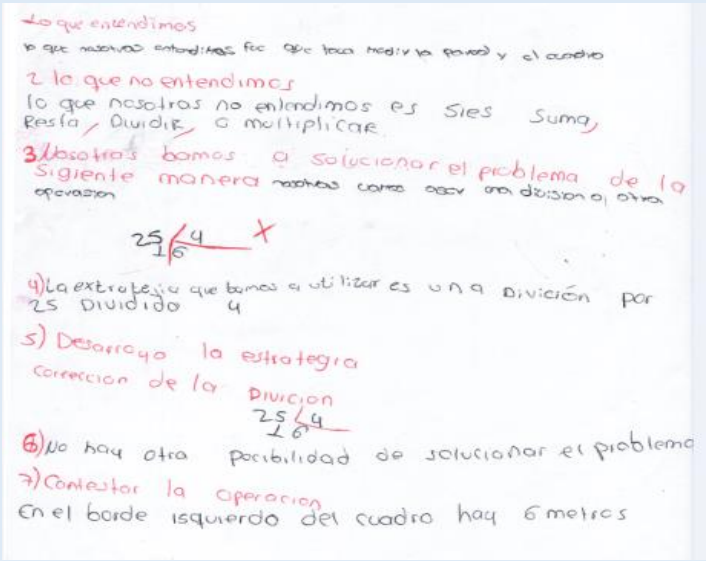
Por último, se observa que varios grupos no realizaron un análisis previo a la implementación de la operación, pues parece que no conocía o no se contempló una estructura básica para el análisis del problema.



Intervención en el aula

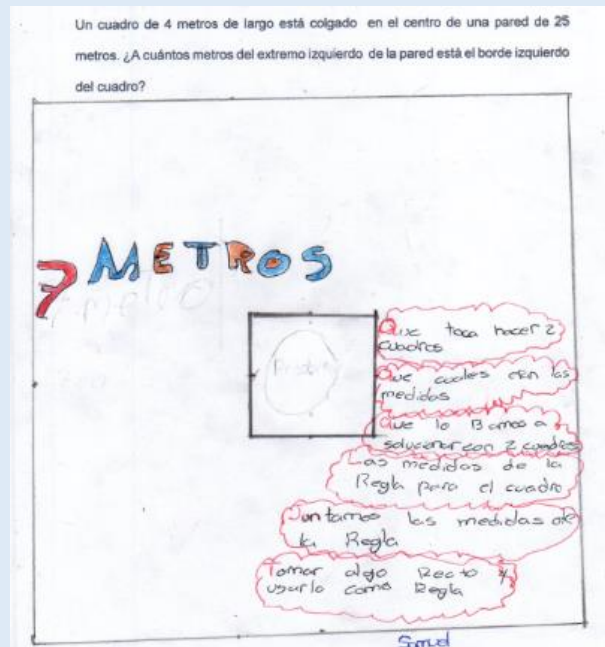
Durante este proceso se descubrieron aspectos relacionados con las fases del problema, la utilización de estrategia y su pertinencia y los procesos de verificación. A continuación se detallan los cambios sucedidos.

Los estudiantes en un comienzo se preocuparon por hallar la respuesta a través de operaciones numéricas sin tener en cuenta que tan efectiva pudiera ser la operación utilizada, lo que Campistrous lo denomina como “adivinar la operación”. A medida que se avanzaba en el desarrollo de las actividades se observó que los estudiantes acudían de forma secuencial a cada una de las fases, en la que identificaban los datos y su relación con la pregunta. Luego acudían a identificar la posible estrategia y la forma como la desarrollaban, al final solo se planteaban la respuesta como único medio de comprobación y verificación del proceso.



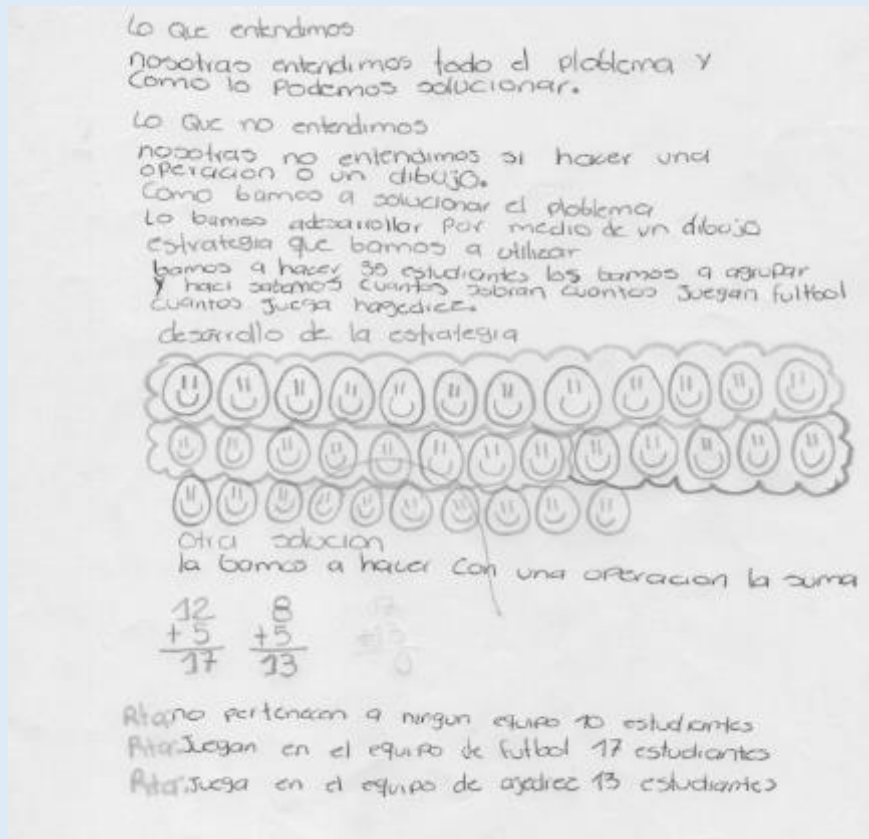
Con respecto a las estrategias cabe mencionar que en un comienzo los estudiantes intentan representar la información a través de diagramas

para llegar a la resolución, pero se observó que la falta de experiencia en la construcción del diagrama los llevaba a cometer errores en la resolución.

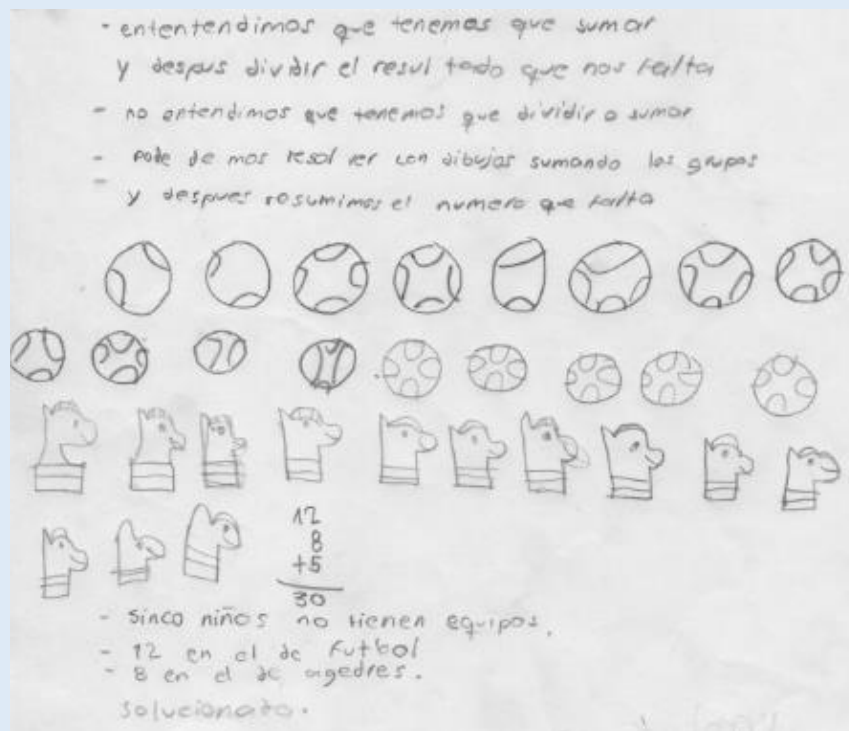


Atendiendo a lo anterior se obtuvieron los siguientes resultados en la primera prueba de intervención: un grupo utilizó operaciones numéricas acomodando los números para buscar la respuesta, la cual fue incorrecta. Los demás grupos intentaron utilizar el gráfico pero tan solo uno logró llegar a la respuesta correcta.

En el siguiente problema un grupo utiliza la estrategia de operaciones numéricas, un grupo utiliza la estrategia gráfica y operaciones numéricas y tres solo se enfocan en la gráfica. Estos grupos logran una solución correcta.



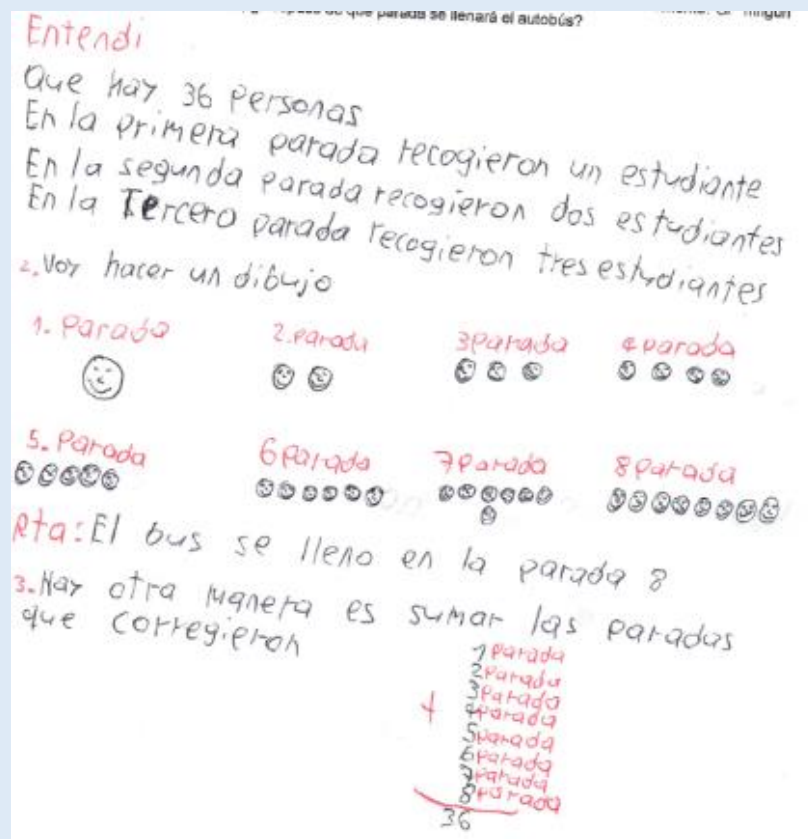
Cuatro grupos se enfocaron en la utilización de la estrategia operaciones numéricas y dos utilizaron la estrategia gráfica. A pesar de haber utilizado las operaciones correctas y las gráficas que en cierta medida fueron entendibles se observó que estos grupos no realizaron un análisis detallado del problema, lo que los llevó a obtener una solución incorrecta.



En el siguiente problema se encontró que dos grupos no lograron implementar ningún tipo de estrategia, los demás grupos trataron de desarrollar una estrategia, pero tan solo uno de ellos logró llegar a resolver el problema de forma correcta. En este problema se observó que los procesos de comprensión fueron deficientes debido a que los estudiantes no habían utilizado términos algebraicos (valor de N) aún sin embargo hubo un grupo que logró utilizar la gráfica y el ensayo error para llegar a la respuesta.

	<div data-bbox="643 394 1243 982" data-label="Image"> <p>Martha tiene N cartas si las agrupa de a tres, le sobra una y si las agrupa de a siete le sobran 4. Martha tiene más de cinco cartas. ¿Cuál es el número más pequeño de cartas que pueda tener Martha?</p> <p>(Tomado de Olimpiadas colombianas de matemáticas para primaria 2004)</p> <p>Lo que entendimos entendimos que tenemos que agrupar y tratar de buscar el resultado. Lo que no entendimos nosotros no entendimos que significaba la N en el problema cómo desarrollar el problema cómo hacer un dibujo para desarrollar el problema estrategia cómo hacer el dibujo y cómo agrupar las cartas. Desarrollo de la estrategia</p> </div> <p data-bbox="448 1003 1401 1234">Las situaciones ilustradas dejaron ver que los estudiantes comienzan a utilizar diversas estrategias, aunque en un primer momento no son muy efectivas a medida que se desarrollan más actividades crece el número de estrategias utilizadas y el número de grupos que acuden a estas para ilustrar y solucionar el problema.</p> <p data-bbox="448 1255 1401 1434">Un aspecto relevante que se trató en cada una de las plenarias era buscar que el estudiante estuviera atento a revisar si la actividad desarrollada o la respuesta hallada eran correctas o no, pero durante la intervención solo algunos pocos intentaron verificar la solución.</p>
<p data-bbox="203 1461 354 1545">Prueba de cierre</p>	<p data-bbox="448 1461 1117 1493">En la primera prueba de cierre se observa que:</p> <ul data-bbox="487 1514 1401 1881" style="list-style-type: none"> - Dos estudiantes no logran establecer una estrategia. - Cinco implementan la estrategia operaciones numéricas pero llama la atención que intentan acomodar tanto las operaciones como los números para llegar a la respuesta. Esto indica que aún persiste en estos estudiantes las estrategias irreflexivas, la inclinación por la utilización de operaciones numéricas como posibilidad de solución, cabe anotar que sí hacen un análisis

- En el grupo de los que lograron resolver correctamente el problema se evidenció lo siguiente: tres utilizaron la estrategia de conteo hasta llegar a la respuesta, dos llegaron a la respuesta de forma repentina, pues no se evidencia como lo hicieron, diez utilizaron la gráfica para comprender el problema pero desarrollaron el proceso por conteo, y dos establecieron una gráfica como proceso de comprensión pero el desarrollo fue por conteo, además estos estudiantes recurren a la suma para corroborar la solución del problema.



En el segundo problema del cierre se observó lo siguiente:

- Seis utilizan la operaciones numéricas acomodando los números para obtener una respuesta “estrategia irreflexiva”
- Tres utilizan un gráfico pero se observa que esta estrategia es irreflexiva, pues no hay una coherencia entre los hechos y la respuesta.

Los estudiantes del grado 502 se forman para abordar el medio de transporte que los llevará de excursión. Cada auto puede transportar a cinco estudiantes. Diego ocupa el lugar 16 en la fila y Gabriela el 19. ¿En qué número de auto se va cada uno?
 ¿Abordarán Diego y Gabriela el mismo auto? ¿Cuántos autos se necesitan si son 34 estudiantes?

(Tomado y adaptado de Santo Trigo 2007)

yo entendi que hay un auto y hay estudiantes
 no entendi como responderla con los dos estudiantes
 estrategia

16
 + 19

 35

se necesitan uno.

Al analizar las respuestas de estos estudiantes se descubrió que aún se evidencian dificultades relacionadas con la comprensión, a su vez el estudiante es poco reflexivo frente al proceso y por tanto las soluciones planteadas son incorrectas.

Veinte estudiantes plantearon el gráfico con una estrategia para comprender pero se observó que se realiza un proceso de conteo sistemático hasta encontrar la respuesta.

Entiendo
 Diego ocupa el lugar 16 y Gabriela el 19

No Entendi
 Todo lo entendi

Estrategia
 Operacion numerica y dibujo

Realizacion

Respuesta

- 1 Ellos van los dos en el bus numero 4 que es del 20-19
- 2 Diego y Gabriela abordan el mismo bus
- 3 Se necesitan 7 buses

- Tres estudiantes implementaron más de una estrategia, esto permitió observar que no solamente obtuvieron una respuesta correcta sino que además verificaron la solución. En este sentido Schoenfeld propone aspectos que se encuentran directamente relacionados con los que desarrollan los estudiantes y entre los que se pueden mencionar: el uso de datos pertinentes, y la utilización de otra forma de solución.

Yo entendi que:

- cada Carro lleva 5 estudiantes
- Que Diego ocupa el puesto #6 en la fila
- Que Gabriela ocupa el puesto #9 en la fila
- Que el grado 502 tiene 34 estudiantes

Estrategia

- Contar de 5 en 5 para responder
- Gráfico → hacer corros y dividirlos niños en cada carro
- Tabla

Solucion

Rta 1. Se van cada uno en el carro N°4

Estrategia 1

5 5 5 5 5 4

↓
Va Diego y Gabriela

Rta 2. Diego y Gabriela van en el mismo carro

Rta 3. Para los 34 estudiantes se necesitan 7 carros

Estrategia 2

Estrategia 3

Nº Carros	Ocupantes
1	5 pero no va Diego ni Gabi
2	5 pero no va Diego ni Gabi
3	5 pero no va Diego ni Gabi
4	5 Si van Diego y Gabi
5	5 pero no van Diego ni Gabi
6	5 pero no van Diego ni Gabi
7	4 pero no van Diego ni Gabi

Cada una de las situaciones ilustradas permiten concluir que los estudiantes a medida que avanzan en el desarrollo de las actividades, comprendieron la pertinencia de la utilización de estrategias en la resolución de problemas, pues desde el inicio de la intervención en la que se expuso la importancia de seguir unas fases de solución en las que se podía tener claridad, también se hizo hincapié en que no solamente los métodos algorítmicos han sido significativos en la resolución, sino que hay otras posibilidades de obtener una respuesta correcta del problema, y esto es a través de las estrategias que en algunos casos ilustran el problema, lo que genera claridad tanto en la comprensión como en la ejecución del plan.

En cuanto a las fases de solución se evidencia que el avance en esa etapa del proceso de resolución se fue perfeccionando paulatinamente y a medida que los estudiantes desarrollaban más problemas se percibió que había mayor claridad tanto en el análisis e identificación de datos y la relación con la pregunta, como en la búsqueda de la estrategia pertinente y el plan de solución que se llevaba a cabo, el estudiante (a 8) **“A mí me parece que debemos tener en cuenta el proceso para no tener equivocaciones”**. En la fase de verificación fue donde los estudiantes menos activos estuvieron, puesto que solo nombraban las respuestas, planteaban otra forma de averiguar si se había solucionado correctamente el problema, pero solo quedaba en esos términos. Solo en la última prueba de intervención un grupo reducido de estudiantes (3) logran llegar a proponer diferentes vías de solución del problema.

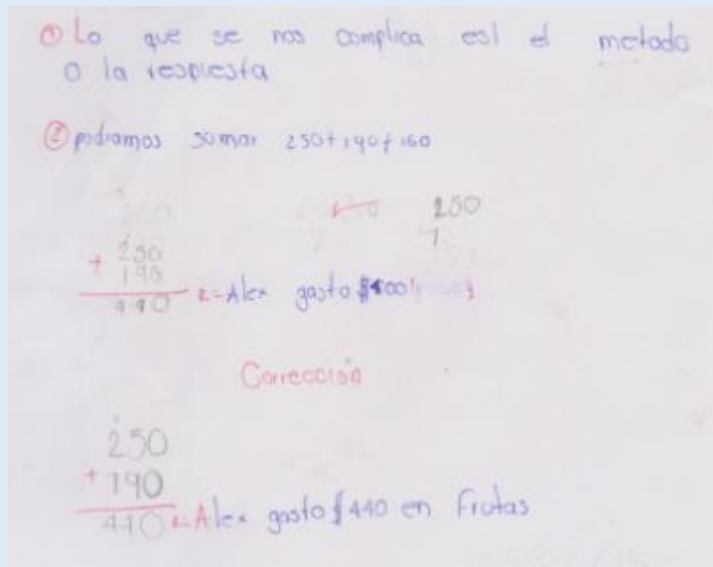
Con respecto a la pertinencia de las estrategias se manifiesta que: el estudiante (a10) **“Pues yo creo que teniendo muchas más gráficas puedo afirmar que si la primera estrategia que hice estuvo bien o mal”**. Para comenzar es imprescindible destacar que

los avances en cuanto al reconocimiento de estrategias por parte de los estudiantes fueron significativos tanto en términos de aprendizaje como en utilización y pertinencia. Estas condiciones admiten aseverar que en cada problema que se planteaba había una disposición del estudiante por encontrar la estrategia que le ilustrara de forma comprensiva el problema, pero además que le asegurara la posibilidad de una resolución correcta.

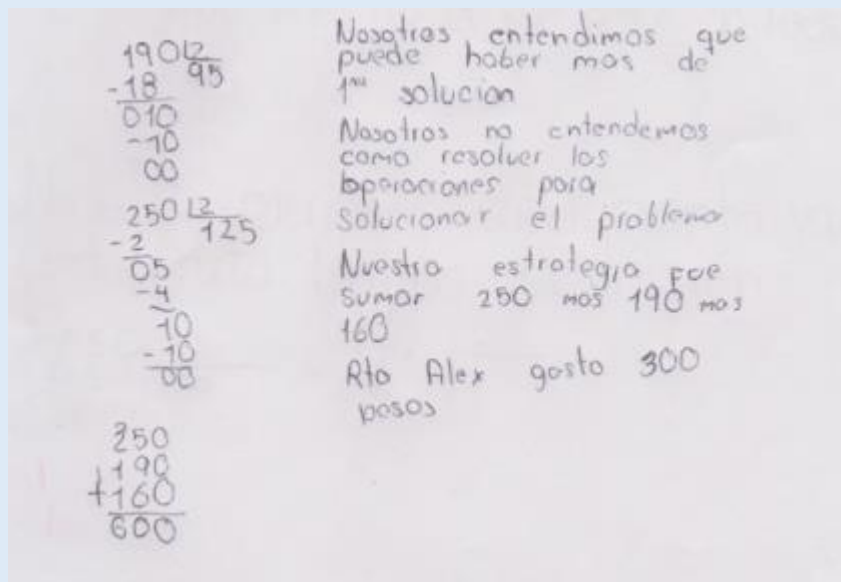
4.1.4. Categoría las estrategias más utilizadas.

TABLA 8 CATEGORÍA LAS ESTRATEGIAS MÁS UTILIZADAS

Fases en la investigación	Hallazgos
Prueba de entrada	<p>Este primer momento tenía como objetivo observar qué acciones emprendía el estudiante a la hora de resolver un problema. En este sentido, se identificó que un grupo no realizó un análisis previo, se lanzó al desarrollo de la operación.</p> <p>Los diez grupos restantes acudieron al desarrollo de operaciones numéricas, para llegar a una respuesta. Para ello se acude una y otra vez a las operaciones numéricas conocidas. Se observó que seis grupos utilizan las operaciones como la adición, multiplicación y división, pero estas no responden la pregunta, esto permitió entender que el procedimiento es de carácter irreflexivo. A su vez, desde la teoría de Campistrous se identifica como la “estrategia de operar con los números dados por el texto” (p. 18).</p>



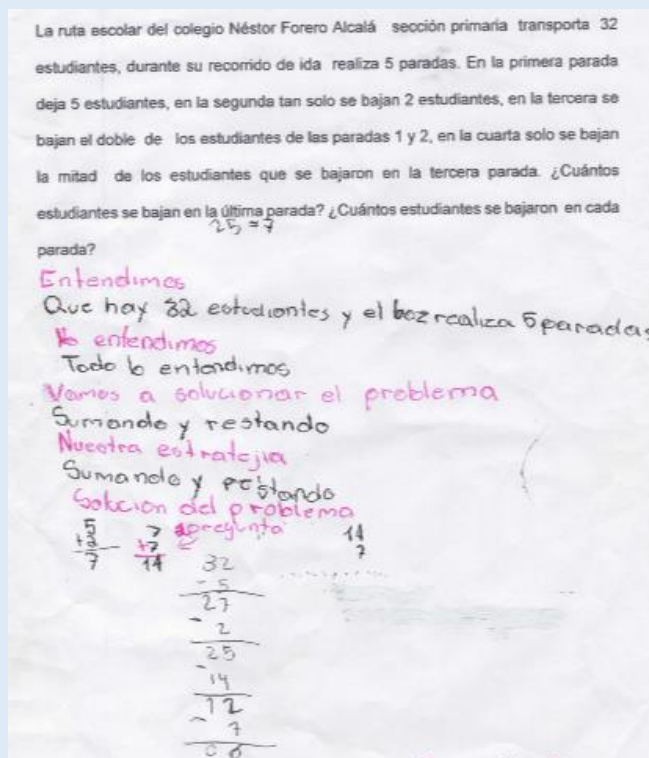
Por otro lado, cuatro grupos plantean diversas respuestas que atienden a encontrar el valor de las tres frutas y por ende los que Alex gastó. Estos grupos “acuden a identificar los significados de las operaciones en el texto del problema (Campistrous, 2002, p. 19), aunque se observa que el tránsito de los grupos para encontrar la respuesta es diferente, pero parece que se hizo reflexión alrededor de la pregunta, ya que de alguna manera cuatro grupos expresan el valor de las tres frutas.



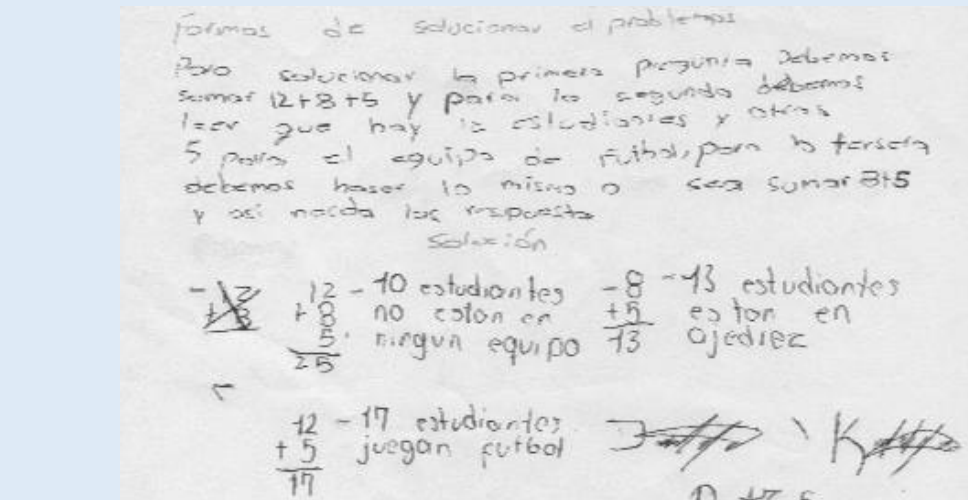
<p>Intervención en el aula</p>	<p>Durante el proceso de intervención en el aula se disponen una serie de problemas que buscan promover el aprendizaje de estrategias útiles en la resolución de problemas, pues las estrategias que se identificaron durante la prueba de entrada demuestran que aunque el estudiante si acude a una serie de estrategias que pudieron ser espontáneas o enseñadas, parece que el proceder en la mayoría de los casos atiende a los que Campistrous reconoce como estrategias irreflexivas y que en cierta medida llevan al fracaso del estudiante en la resolución de problemas.</p> <p>Con respecto a lo anterior, se establecen cuatro problemas en los que se pretende que los estudiantes incorporen algunas estrategias que les permitan comprender el problema, pero que además sean ejecutables y puedan brindar cierto nivel de seguridad durante el proceso de resolución.</p> <p>Entre las estrategias que se contemplaron durante la intervención son: elaboración de una gráfica, utilización de operaciones numéricas, construcción de una tabla, conteo, ensayo error.</p> <p>Estas condiciones permitieron identificar que durante el proceso de intervención las estrategias a las que los estudiantes más acudieron fueron:</p> <ul style="list-style-type: none">- La gráfica: esta estrategia fue ampliamente abordada por los estudiantes, que en un comienzo se observó que tenían dificultad en su implementación, pero a medida que se avanzaba también se identificó que se utilizaba de forma pertinente y su uso producía mejores resultados “yo utilicé la gráfica, Porque es más sencilla porque puedo dibujar para hacer los problemas”. <p>En el primer problema siete grupos utilizaron el gráfico pero no les fue de gran ayuda pues no obtuvieron una respuesta correcta.</p> <p>Un grupo utilizo el gráfico y operaciones aritméticas lo que le permitió llegar a una respuesta correcta.</p>
--------------------------------	--



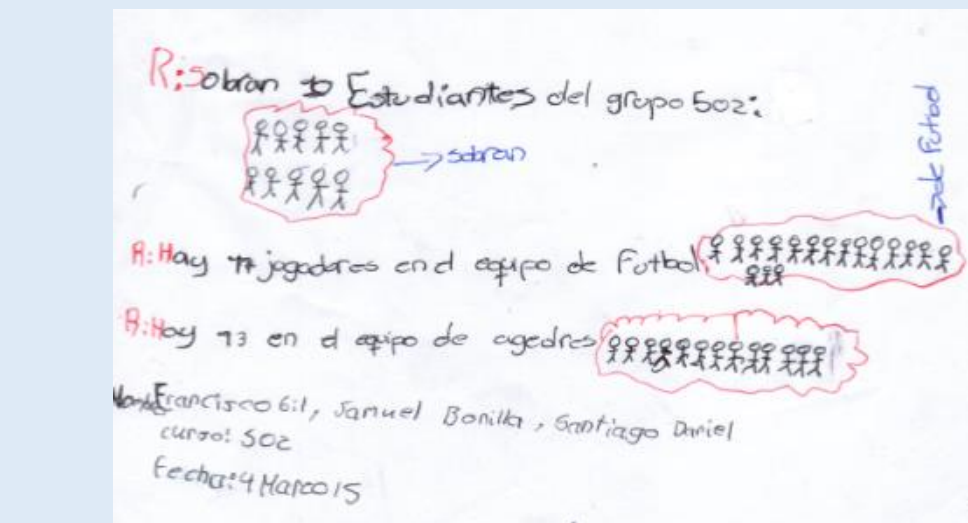
- Las operaciones numéricas: esta estrategia de igual forma estuvo presente durante toda la investigación y como se mencionó en un apartado anterior no fue tan eficaz pues en la mayoría de los casos se encontraron más fracasos que aciertos. En el primer problema dos grupos aplicaron esta estrategia pero lo lograron obtener una respuesta correcta

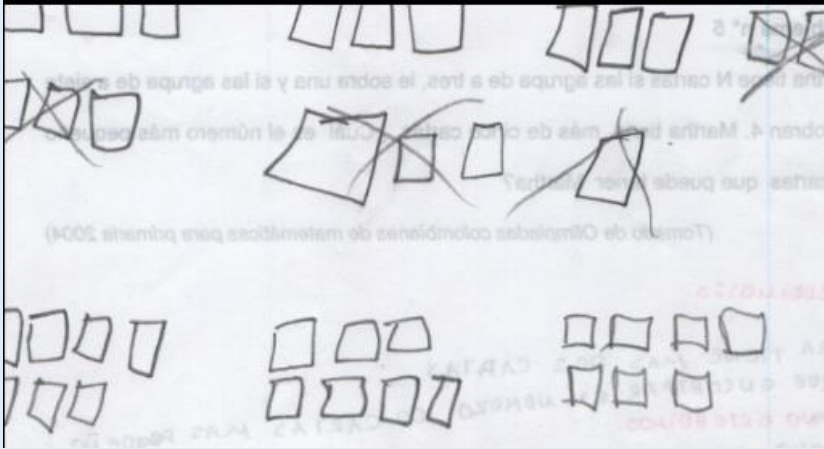


De acuerdo a la efectividad se observa que son casos aislados en los que se identifican cierto nivel de reflexión “**me pareció más fácil la división porque es más fácil y también restar**”. De igual forma se observó que los grupos utilizaron la estrategia de operaciones aritméticas como forma de verificación del problema.



- Construcción de una tabla esta estrategia aunque se planteó repetidamente en los diferentes problemas, no fue abordada por los grupos durante la intervención.
- Conteo: se utilizó a través de la representación gráfica, en la que durante toda la intervención solo 15 grupos acuden a ella y de los cuales dos la desarrollaron de forma efectiva.



	<p>Ensayo error: solo se evidenció una situación en la que el grupo de estudiantes intentó involucrar esta estrategia, pero no tuvo éxito en la consecución de la respuesta.</p>  <p>En consecuencia, durante la intervención se evidenció que la estrategia que más se utilizó fue la gráfica en la que se evidencia un avance significativo tanto en la utilización como en la asertividad a la hora de resolver un problema. De igual forma se observó que las operaciones numéricas y el conteo directo se utilizaron pero en un número y efectividad menor.</p>
<p>Prueba de cierre</p>	<p>En esta etapa del proceso investigativo no se proponen estrategias específicas por parte del profesor, pues se pretendía evaluar de forma individual las acciones de los estudiantes frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas. Los hallazgos que se presentaron fueron:</p> <p>En la primera prueba de cierre:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dos estudiantes utilizan la estrategia de operaciones numéricas reflexivas.

Lo que entendí
 Que hoy es bus que tiene capacidad de 36
 En la primera parada se sube un estudiante
 En la segunda se suben dos estudiantes
 En la tercera se suben tres estudiantes
 Lo que no entendí
 Voy hacer lo haré
 Voy ir ir sumando hasta llegar al resultado
 Solución
 $1+2+3+4+5+6+7+8=36$
 Respuesta
 A lo 8 parada se llena el bus

- Cinco estudiantes recurren a la estrategia de operaciones numéricas, cabe anotar que estos estudiantes no lograron resolver el problema, por tanto se consideran estrategias irreflexivas.

- voy a hacer una solución por medio de una suma y otra posibilidad con una multiplicación

$\cancel{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6} \times 6 = 36$ ¹ $6 \times 6 = 36$

$\cancel{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6} * 6 = 36$ ² $6 + 30 = 36$

³ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 37 - 1 = 36$

¹ porque si multiplicas 6×6 da $= 36$

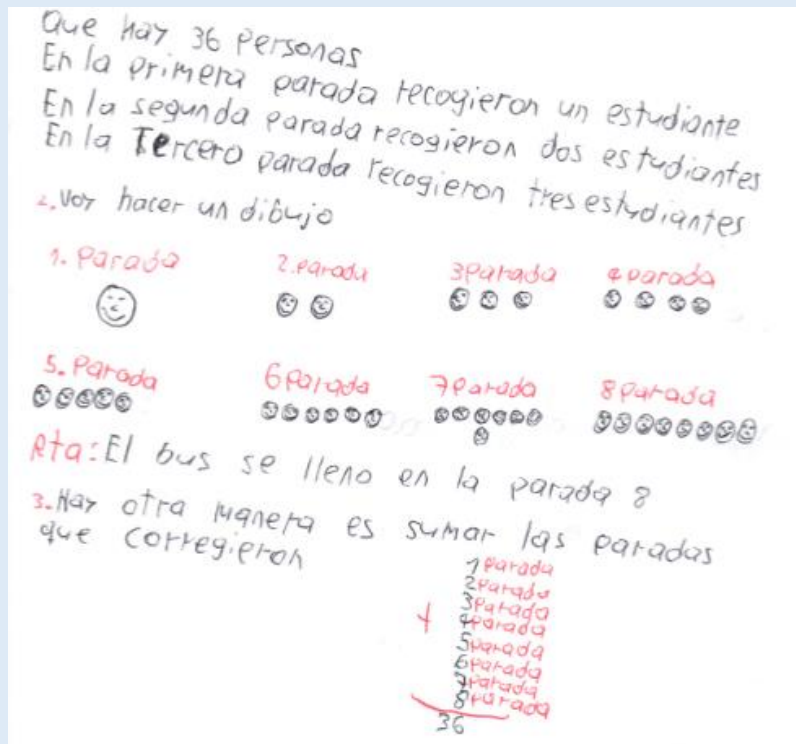
² porque si sumas $6 + 30$ da $= 36$

³ porque si sumas $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 - 1 = 36$

- Seis estudiantes utilizaron la representación gráfica y tres de ellos involucran el conteo directo pero no obtiene un resultado óptimo en la resolución del problema, lo que se pudo considerar como una actividad irreflexiva.
- Doce estudiantes utilizaron la estrategia de elaborar un gráfico y en las mismas se involucra el conteo directo.

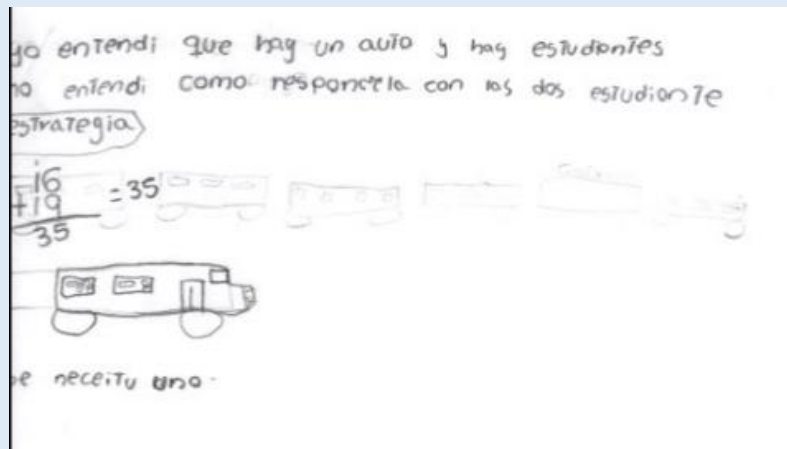


- Dos estudiantes utilizaron más de una estrategia la representación gráfica y la de operaciones numéricas, que se pueden considerar estrategias reflexivas.

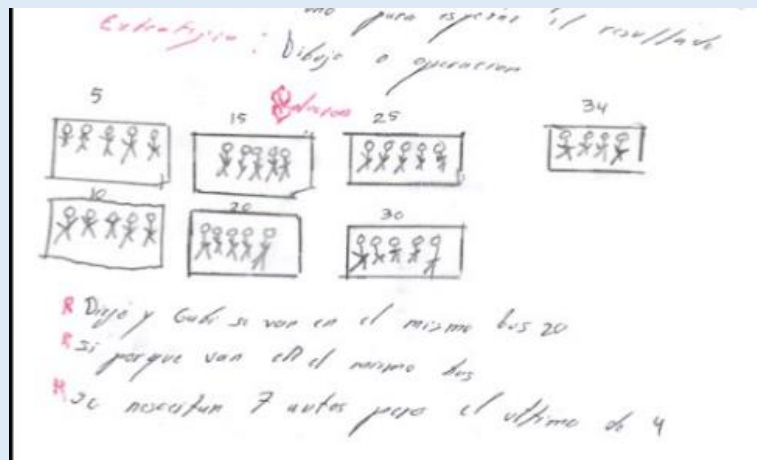


En el segundo problema de cierre se identificaron las siguientes estrategias:

- Diez estudiantes utilizaron lo que se consideran estrategias irreflexivas, pues no lograron obtener una respuesta y se observó que los estudiantes acomodaban los números o los gráficos no atendían el análisis del problema.



- Veinte estudiantes utilizaron el conteo directo a través del gráfico.



- Tres estudiantes involucran más de una estrategia como forma de verificación del proceso.

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 & 35 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1-5 & 5-10 & 10-15 & 15-20 & 20-25 & 25-30 & 30-35 \end{array}$$

Rto

Diego se va en el bus N° 4 y Gabriela en el N° 4

① si

Si Diego y Gabriela abordan el mismo auto porque porque están en el bus n° 4

② si

Se necesitan 7 autos

N° Bus	Personas
1	Diego
1	Gabriela
3	Estudiante
4	Estudiante
5	Estudiante
6	Estudiante
7	Estudiante

① Diego y Gabriela abordan el bus N° 4 o sea el mismo bus

Al realizar el análisis de las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes durante el proceso de investigación se puede afirmar que en un comienzo los estudiantes utilizaron estrategias propias, en las que se manipularon los números que le ofrece el texto, donde abordó diferentes operaciones como forma de llegar a la respuesta. De igual forma se evidenció que utilizan palabras claves que encuentran en el texto y podrían servir de guía para identificar la operación. Estas estrategias son identificadas por Campistrous como la forma en que los estudiantes asumen la resolución de problemas.

Durante la intervención se puede afirmar que los estudiantes iniciaron un proceso de reconocimiento de nuevas estrategias que no solamente ellos descubren en el trabajo en equipo, sino que también durante la socialización de la clase se incorporaron otras que les permitieron ampliar las posibilidades de selección y elección de una estrategia para resolver un problema. En este sentido se encontró que a medida que se avanza en el proceso de intervención los estudiantes seleccionan y evidencian la pertinencia de las estrategias.

Ahora es imprescindible reconocer que los estudiantes a pesar de no conocer estrategias acuden de manera natural a más a una estrategia que a otras. Entonces atendiendo a lo observado durante el proceso se hizo evidente que los estudiantes tanto en el trabajo en grupo como en el trabajo individual utilizaron más las estrategias en las que se incluían los gráficos, que a su vez le permitían desarrollar un conteo directo y las de operaciones aritméticas. Esta última debido a que el estudiante las había manipulado en procesos escolares rutinarios anteriores.

Por último, se observó que la utilización de estrategias por parte de los estudiantes no fue un proceso de implementación inmediato, ya que durante la intervención se realizaron diversos intentos por desarrollar acciones de ejecución correcta, pero se identificó que se fallaba una y otra vez, tal vez por la falta de práctica en el uso de las estrategias por parte de los estudiantes. Siguiendo en la misma línea aún en la primera prueba de cierre, que fue inmediata a la terminación de la intervención, se pudo establecer que un número significativo de estudiantes resolvían problemas de forma incorrecta.

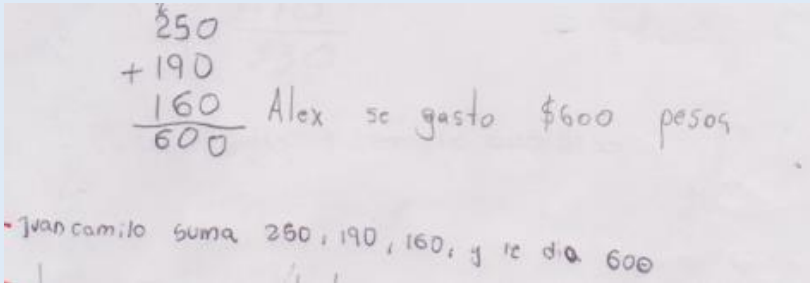
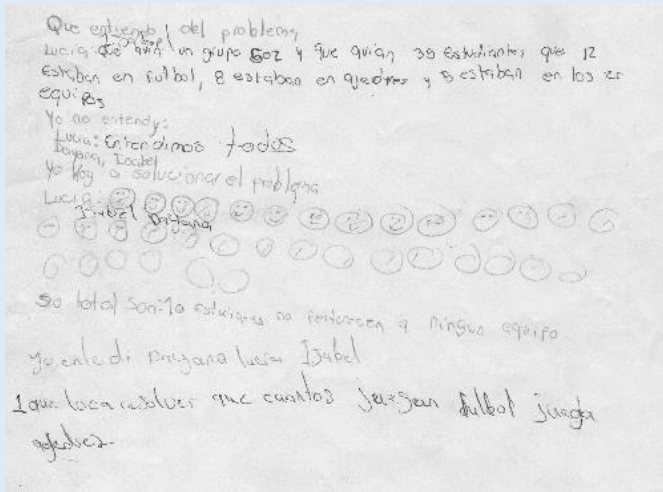
En la actividad final que fue desarrollada un tiempo prudencial después de la intervención se observaron cuatro aspectos importantes:

- Las estrategias fueron abordadas de forma natural
- Se evidenció que los estudiantes manipularon las estrategias con menor dificultad.
- Se incrementó la cantidad de estudiantes que utilizaron las estrategias correctamente.
- Algunos estudiantes abordaron más de una estrategia en la resolución del problema, esto con el ánimo de verificar tanto la operación como el proceso de solución.

4.1.5. Estrategia solución grupal del problema.

TABLA 9 ESTRATEGIA SOLUCIÓN GRUPAL DEL PROBLEMA.

Fases en la investigación	Hallazgos
Prueba de entrada	<p>Este aspecto en la solución de problemas parece tener gran relevancia ya que no solo se observó cómo los miembros de cada grupo generaban distintos caminos de solución y tomaban el más acorde de acuerdo a sus conocimientos o el que mejor les parecía para solucionar el problema.</p> <p>En esta etapa de la investigación se observó que los estudiantes generaban pocas ideas con respecto al problema o solo uno de ellos decidía que hacer. Esto parece que sucedió debido a que los grupos conformados tenían como propósito generar integración entre estudiantes con distintos niveles de rendimiento académico.</p>

	
<p>Intervención en el aula</p>	<p>En un comienzo se reconoce ciertos desacuerdos al interior de un grupo de trabajo, ya que cada estudiante planteaba lo que pensaba con respecto al problema “al principio en el e grupo ya también pensaba que tocaba dividir pero entonces Paula dijo que tocaba hacer una suma y Angie dijo que una resta, entonces yo dije que hagamos la suma y así nos dio el resultado”. Estas situaciones afectaban el proceso puesto que no solamente no habian acuerdos o no se generaban ideas claras, sino que no les permitia plantear acciones efectivas para llegar a solucionar el problema correctamente.</p>  <p>Ahora, esta condición puso en riesgo la dinámica de los grupos base, pero a medida que se avanzaba los grupos se fueron consolidando, y se observaron aspectos que les permitieron a los estudiantes resolver los problemas, entre estos tenemos:</p> <p>La generación de acuerdos “y podemos ponemos de acuerdo con mis compañeros”.</p> <p>El desarrollo de aspectos relacionados con la confianza en sí mismos “los compañeros no nos critican lo que pensamos”. Esta</p>

	condición fue manifestada por varios grupos que se entrevistaron durante las actividades que se realizaban en la etapa de trabajo en grupo.
Prueba de cierre	Durante esta etapa no se desarrolló actividad en grupo, pues se pretendía evaluar el rendimiento individual de los estudiantes en la resolución de problemas.

Las condiciones de trabajo en grupo permitieron observar que los estudiantes en un comienzo tenían dificultades de comunicación al interior del grupo, pues solo se centraban en buscar la operación que le podría ayudar a resolver el problema, esto genera desacuerdos debido a que cada uno planteaba una operación de acuerdo a sus saberes previos.

Durante la intervención se observó, a medida que se desarrollaban un mayor número de problemas se generaban una mejor comunicación y habían acuerdos para resolver el problema. De igual forma los estudiantes manifestaban que era importante el trabajo en grupo, pues se podían expresar espontáneamente y sin temor a las críticas de los compañeros.

Un último aspecto que se debe resaltar es que los estudiantes no solamente se preocupaban por presentar la actividad, sino que se esforzaban por realizar el trabajo de forma pulcra y atendiendo a las indicaciones realizadas tanto al inicio de la actividad como a las acciones tratadas en la plenaria general del aula de clase. En este sentido se observaba como los estudiantes pretendían ponerse de acuerdo en la escogencia de la estrategia para resolver el problema.

4.2. Conclusiones

La enseñanza de la resolución de problemas considerada por Rizo y Campistrous (2002) como una oportunidad en la que se involucra al estudiante en el aprendizaje de estrategias, permitió observar que es una herramienta que puede favorecer las prácticas pedagógicas de los maestros de matemáticas, en este caso de los maestros de educación básica primaria del colegio Néstor Forero Alcalá, quienes parecieran tener deficiencias en el conocimiento explícito del área y más aún en el conocimiento de la didáctica de la matemática. Puesto que se observó previamente que las concepciones sobre la enseñanza de la resolución de problemas en los primeros grados de primaria se pudieron haber enfocado como una actividad más del tema tratado en la clase y por tanto los estudiantes acudían de forma espontánea a la utilización de las operaciones aritméticas como única vía para resolver un problema.

- Además la enseñanza de la resolución de problemas permitió el desarrollo de actividades de resolución de problemas en diferentes escenarios, donde los estudiantes tuvieron la oportunidad de trabajar en equipo participar en plenarias, expresar las experiencias relacionadas con la resolución de problemas, de igual forma trabajar individualmente, en donde el estudiante demostró las habilidades adquiridas durante el proceso de enseñanza de la resolución de problemas. Las acciones que se desarrollaron en las actividades de aula fueron abordadas parcialmente desde los planteamientos de Sepúlveda y Santos, (2006), y en Soto, (2008).
- Las situaciones mencionadas necesitaron de la participación del profesor en el momento en que los estudiantes acudieron para aclarar situaciones consideradas

como un obstáculo, en las que el profesor intervino haciendo que el estudiante reflexionara a través de preguntas, sobre ciertos aspectos del problema, que le permitieran solucionar dicho obstáculo.

- Es interesante mencionar que las plenarias realizadas una vez terminaba el trabajo en grupo, brindaron el espacio para identificar cómo los estudiantes acuden al proceso de resolución de problemas, para identificar las fases y los aspectos que les permitieron comprender el problema y buscar una solución reflexiva (Rizo y Campistrous, 2002).
- La planeación realizada y el desarrollo de las actividades de trabajo utilizadas parecieran haber favorecido el aprendizaje de los estudiantes en cuanto las manifestaciones de comprensión frente a la resolución de problemas aritméticos y la utilización de estrategias en la resolución de problemas.
- De igual forma la propuesta pretendía observar cómo los estudiantes involucraban estrategias en el proceso de aprendizaje, lo cual se pudo evidenciar durante el proceso en el que a medida que se implementaban las estrategias en problemas no rutinarios se evidenció que los estudiantes planteaban nuevas actividades haciendo visible la forma como acudían a dichas estrategias y la selección de las mismas para resolver un problema.
- Como se menciona anteriormente, los estudiantes ya sea en grupo o individualmente se interesaron por utilizar las estrategias, que en un comienzo en la mayoría de ellos se pueden considerar irreflexivas, ya que las mencionaban pero no la desarrollaban o realizaban parcialmente. A medida que se avanzaban en el proceso investigativo se observaba que las estrategias seleccionadas eran más coherentes con el

problema y permitían una solución reflexiva. De igual forma las estrategias más utilizadas fueron: la representación gráfica, el conteo, operaciones aritméticas (adición, sustracción, multiplicación, división) y en algunos episodios aislados en la prueba de cierre se observó que los estudiantes acudieron de forma reflexiva a la tabla de datos

- La actividad de la enseñanza de resolución de problemas construyó un primer nivel en el que el estudiante asume acciones encaminadas a tener claridad sobre cómo abordar y resolver un problema, y a su vez modificar sus acciones frente a la resolución de problema de problemas. Lo que de cierto modo, pudo haber influido en cambios significativos de la relación entre el estudiante y maestro, en términos de “contrata didáctico” (Brousseau, 2007), pues el estudiante parece ser ahora es más consciente de preocuparse por mejorar sus procesos de comprensión y construir su propio aprendizaje.
- La adecuada utilización de la actividad de enseñanza de la resolución de problemas, constituyó un camino apropiado para involucrar al estudiante en una cultura de reflexión centrada sobre su quehacer matemático, lo que de alguna manera modificó sus formas de pensar en algunos aspectos de la tarea y a medida que se incluían nuevas actividades se observaba la facilidad para escribir lo que sucedía durante el proceso de resolución.
- Al hablar de postura activa, se trae a colación los aspectos que se involucraron en el proceso investigativo y sus pretensiones de mejorar la comprensión de los estudiantes al resolver un problema. Según lo observado, al parecer se generó un ambiente propicio en el que los estudiantes tanto en las actividades de grupo como

en las individuales se esforzaron por el desarrollo de las fases y la implementación de las estrategias pertinentes para resolver un problema.

- Los aspectos mencionados ilustran que la comprensión de los estudiantes en cuanto la utilización de estrategias y el proceso a seguir para resolver el problema, en un comienzo fue un tanto dispendioso y poco asertivo, pero a medida que se avanzaba la evolución en la comprensión pareció haber mejorado significativamente, lo cual muestra como los estudiantes acuden al uso de estrategias y recursos matemáticos para resolver problemas.

4.3. Recomendaciones

Al concluir el proceso de investigación surgen una serie de expectativas que se podrían tener en cuenta en la educación primaria no solo del colegio Néstor Forero Alcalá, sino en las demás instituciones en las que se carece de estrategias didácticas en la enseñanza- aprendizaje de la matemática, entre ellas se mencionan:

1. Implementar la enseñanza de la resolución de problemas en los primeros grados como una acción preliminar a la resolución de problemas, ya que esto le puede permitir al estudiante realizar procesos de comprensión y reconocer diferentes vías para resolver un problema.
2. Contribuir en el desarrollo de actividades en la que los estudiantes se lancen en la construcción de su propio saber matemático y la resolución de problemas se convierta en el vehículo apropiado para el desarrollo de las habilidades de comprensión y la implementación de estrategias.

3. Insistir durante la educación primaria en la formación de espacios apropiados para la resolución de problemas.
4. Dotar al profesor de herramientas didácticas relacionadas con la enseñanza de la matemática en la educación primaria centrada en la resolución de problemas.
5. Generar en el estudiante acciones que los lleven a reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje, ya que lo observado permitió dilucidar las falencias de reflexión en la resolución de problemas.

4.4. Reflexión pedagógica

Se puede afirmar que la reflexión pedagógica pudiera ser vista desde diferentes ámbitos: los cambios propios del actuar y de la formación como profesor y los cambios en el aula de clase.

- La carencia del profesor en el conocimiento específico trae consigo un gran obstáculo, debido a que al iniciar en el proceso investigativo las concepciones sobre resolución de problemas eran demasiado generales y por tanto las condiciones de la investigación no eran coherentes con la teoría.
- Se modifica de forma significativa la visión didáctica de la enseñanza- aprendizaje de la matemática debido a través del trabajo de investigación se pudo fortalecer las concepciones sobre didáctica de la matemática específicamente en la enseñanza de la resolución de problemas.
- Esta investigación permitió reconocer la amplitud del tema de la resolución de problemas, pues las concepciones sobre este tema eran poco específicas. Al indagar

sobre diferentes autores no solo se reconoce la amplitud del tema en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática sino la especificidad casi imperceptible entre las diferentes corrientes de la resolución de problemas como objeto de enseñanza.

- Romper con el esquema de enseñanza tradicional es un proceso complejo, fuerte y lleno de obstáculos, pero que al hacerlo han permitido construir actividades rutinarias en las que se genere constante reflexión colectiva tanto en el aula como en la comunidad docente.
- Con respecto a lo que sucede en el aula de clase se hace importante conocer todos aquellos aspectos en los que se involucra la resolución de problemas, pero en especial el alcance que puede tener en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes.
- Al escuchar a los estudiantes se reconoce la importancia de construir herramientas bien estructuradas desde la concepción metodológica y didáctica, para que estas tengan el efecto deseado, además se contemple la importancia de reconocer la forma como el estudiante asume una situación, pues los saberes previos de estos son diversos y con distintos niveles de evolución.
- La importancia de reconocer al estudiante como un ser dotado de saber, permite que desde la enseñanza de resolución de problemas se acompañe al estudiante en la formación de estrategias y procesos de comprensión como formación de una actividad rutinaria.
- Permitir que el estudiante asuma el reto de interactuar con la matemática y observar la capacidad y las habilidades con las que ellos logran construir su pensamiento

matemático, la cual ha sido una de las situaciones que ha contribuido al verdadero cambio en los ambientes de aprendizaje del aula de clase.

- Respecto al aprendizaje de la matemática los estudiantes tiene la posibilidad de construir su pensamiento a medida que evolucionan sus comprensiones.

REFERENCIAS

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/ Didactic to Algebra Study* (Vol. 7). Libros del Zorzal.
- Bohórquez, L. (2013). Cambio de concepciones de un grupo de futuros profesores de matemática sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas, *I Congreso de Educación Matemática de América Central y del Caribe*. Congreso llevado a cabo en Santo Domingo, República Dominicana.
- Companioni, M. (2005). *Alternativa Didáctica para la Solución De Problemas "No Rutinarios" En Cuarto Grado* (Tesis doctoral). Instituto Superior Pedagógico "José Martí" facultad de educación infantil departamento de enseñanza primaria, Camaguey.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R., & Garza, A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Cantoral, R., & Montiel, G. (2003). Visualización y pensamiento matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16(2), 694-701.
- Chamorro, M. d. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid España: Pearson Educacion S.A.
- Chrobak, R. (2000). La metacognición y las herramientas didácticas. *Contextos de educación*, 5.
- Carpenter, T. y Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. de la Lengua, Real Academia, et al. Diccionario de la Lengua Española, vol. I. *Real Academia Española*, Madrid, 1992.
- Colegio Néstor Forero Alcalá IED. (2014) *Proyecto Educativo Institucional*:
- Díaz-Godino, J. y Batanero, C. (1994). *Significado Personal e Institucional de los Objetos Matemáticos*.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Navarra España: Gobierno de Navarra.
- Elliot, J. (1994). *La investigación–acción en educación*. Ediciones Morata. Madrid.

- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Boletín de la SOAREM*, 6.
- Fernandez, J. A. (2006). Algo sobre resolución de problemas en educación primaria. *SIGMA* 29, 29-42.
- García, R. (2010). Resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria; proceso representacional, didáctico y evaluativo.
- ICFES. (2014). Colombia en PISA 2012, *informe nacional de resultados*. Bogotá: icfes. recuperado
- ICFES. (2014). *Resultados de de quinto grado en el area de matemáticas 2012- 2013*. BOGOTA: ICFES.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Editorial Mc Graw Hill.
- Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992) Learning and teaching with understanding. En D. Grows (Ed), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp.65-97). New York: Macmillan.
- Jaime, F. E., & Pérez, J.L. *Olimpiadas Colombianas de matemáticas para primaria* (2000- 2004) Universidad Antonio Nariño.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Paidós.
- López, A. S., & Trigo, L. M. S. (2006). Desarrollo de episodios de comprensión matemática. *Investigación*, 11(31), 1389-1422.
- Martí, E. (1995). *Metacognición: entre la fascinación y el desencanto*. *Infancia y aprendizaje*, 18(72), 9-32.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá D.C.: Ministerio de Educación Nacional.
- Montero, J. M. (1991). *Numeración y operaciones básicas en la educación primaria: dificultades y tratamiento*. Escuela Española.
- Palacios, J. (1984). *La cuestión escolar: críticas y alternativas*. (L. / Barcelona, Ed.) Recuperado el 16 de 09 de 2014, de La cuestión escolar: críticas y alternativas: file:///D:/DOCUMENTS%20AND%20SETTING/USER/Downloads/9b12bf_la-cuestion-escolar.pdf
- Perkins, D. (1995). *Escuela Inteligente* (Vol. 17). Barcelona: Gedisa.

- Perkins, D. (2003). El contenido, hacia una pedagogía de la comprensión (pág 79- 101). Barcelona: *Gedisa*.
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación*, 35(73), 8-26.
- Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO. *In Enseñanza de las Ciencias* (Vol. 19, pp. 297-308).
- Poggioli, L. (2005). Estrategias de resolución de problemas. *Serie Enseñando a aprender*.
- Radford L. (2006). Elementos de una teoría general de la objetivación. *RELIME* (3) 2. 103- 129.
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*.
- Rizo, C., & Campistrous, L. (2002). *Didáctica y solución de problemas*. In Edición Especial, Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias.
- Santos-Trigo, L. M. (2007). *La Resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México, D.F: Trillas S. A.
- Secretaría de Educación Distrital. (2008). *Orientaciones curriculares para el campo de Pensamiento Matemático*. Bobotá: Alcaldía Mayor de Bogotá.
- Socas, M. (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico*.
- Soto, S. E. S. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación*, 32(1), 15-24.

ANEXOS

Anexo 1 Instrumento de recolección de información, entrevista abierta

Objetivo: indagar sobre las concepciones del estudiante frente a las fases de la resolución de problemas.

Desarrollo: se realiza una introducción manifestándoles a los estudiantes el agradecimiento por la disponibilidad para desarrollar el trabajo.

A continuación se utilizan letras para identificación de los miembros del grupo a entrevistar así: p: el profesor y las demás letras son las iniciales del nombre de los estudiantes.

Intervención del profesor	Intervenciones de los estudiantes
P. Realiza la pregunta: después de haber desarrollado el problema y haber participado en la plenaria ¿Qué piensan ahora sobre el problema?	Y. yo pienso que los problemas no solo se pueden hacer solo con una operación sino a través de un dibujo.... I. pues ahora después de que lo observamos obviamente se entiende más fácil y ya no toca esforzarnos para entender el problema.
P. voy a plantear una situación que observaba y es que no se si estamos teniendo en cuenta los pasos que habíamos dialogado en clase o simplemente nos los estamos saltando y lo hacemos pensando que están registrados en la hoja. ¿Qué piensan?	I. yo digo que a veces es difícil como.... uno tiene una estrategia pero después es difícil plantear otra estrategia porque uno se empeña en hacer la estrategia que ya pensó y cuando soluciona piensa que salto el paso de buscar otra estrategia. A. siempre tenemos en cuenta los pasos para desarrollar el problema.
P. ¿Cómo les fue al comienzo con el problema?	A. al comienzo cuando lo veía, no está difícil, ¿Cómo lo vamos a solucionar?, pero al verlo terminado lo ví más fácil.

<p>p. se habló de una afirmación “5 están en ambos equipos” específica, pues en esta surgieron varios interrogantes ya que se observaron ciertas dudas en el desarrollo del problema. ¿Qué pensaban con respecto a esa afirmación?</p>	<p>I. Que era muy fácil porque solo era poner los 5 que estaban en los dos, entonces en futbol decía que había 2 y en basquetbol 3, entonces era poner los cinco en cada grupo sumarlos ahí ya le daba la respuesta.</p>
<p>P. ¿Alguno había entendido de otra manera?</p>	<p>A. yo pensaba como habían 12 en el equipo de futbol había que restarle a cada equipo los 5 para saber cuántos habían en futbol, pero después me di cuenta que tocaba sumar los 5 niños que estaba en ambos.</p>
<p>P. ¿Qué estrategias utilizaron para resolver el problema? los grupos</p>	<p>Los grupos un dibujo, un dibujo, un dibujo y una operación, un dibujo, una operación.</p>
<p>P. Y ¿para que lo hicieron también a través de la operación?</p>	<p>y. para probar si el desarrollo del dibujo había quedado bien.</p>
<p>P. ¿Cómo hicieron para comprender si la respuesta era correcta?</p>	<p>S. nuestro grupo sumo todo los números de niños, los de futbol, ajedrez y los que estaban en ambos grupos y así nos llegó la respuesta que estaba correcta.</p>
<p>P. al grupo que corroboró el problema a través de la suma, notaba que hicieron dos sumas diferentes.</p>	<p>y. las sumas nos dieron treinta y los cinco que nos sobraron eran los de los dos equipos. I. nosotros hicimos el dibujo pero se nos olvidó hacer la resta y la división.</p>
<p>P. ¿Por qué una división?</p>	<p>I. porque se tenía que dividir los 35 entre los de ajedrez y los de futbol.</p>
<p>P. pero... ¿era factible eso?</p>	<p>I. y la resta para saber cuántos sobraban y ¡sobraban 10! Y. pues Isabel yo pienso que la división no está bien, porque digamos uno como va a dividir, si los grupos ya están divididos. I. pues yo pensaba que tocaba dividir. S. al principio en el e grupo ya también pensaba que tocaba dividir pero entonces Paula dijo que tocaba hacer una suma y Angie dijo que una resta, entonces yo dije que hagamos la suma y así nos dio el resultado.</p>

Anexo 2 Instrumento de recolección de información, entrevista abierta

Objetivo: Analizar sobre las estrategias que los estudiantes utilizan en la resolución de problemas

Desarrollo: se realiza una introducción manifestándoles a los estudiantes el agradecimiento por la disponibilidad para desarrollar el trabajo.

A continuación se utilizan letras para identificación de los miembros del grupo a entrevistar así: p: el profesor y las demás letras son las iniciales del nombre de los estudiantes.

Intervención del profesor	Intervenciones de los estudiantes
P. sugiere realizar la lectura del problema número 5. P. ahora quiero que me cuenten al observar el problema ¿Cómo les fue a ustedes? ¿Qué piensan del problema?	Y. "pues a nosotros nos fue bien porque entendimos y decidimos hacer un dibujo y una suma. Bueno hicimos un carro y dividimos las personas en las paradas y luego suman todas las paradas y ahí nos dio las mismas personas que en el dibujo.
P. Yo te pregunto una cosa ¿según el dibujo cuantas personas dibujaste dentro del bus?	Y. 33 personas. Y. se sumaron $5+2+14=21$
P. ¿en cuántas paradas?	A. es que nos dio la cantidad de niños que se bajaron en la última parada.
P. pero es que notaba en un problema notaba que me daban la respuesta de cuatro paradas ¿Cuántas paradas son?	Los estudiantes contestaron en coro 5 paradas.
P. es que notaba que el grupo 8 no tuvo en cuenta sino cuatro paradas. ¿Qué paso con la otra parada? o ¿porque no tuvieron en cuenta la otra parada? O ¿Cuál parada no tuvieron en cuenta y porque no la tuvieron en cuenta? P. ¿Qué creen ustedes de lo que paso con ellos?	I. no tomaron en cuenta lo que dice el problema. A. no tomaron en cuenta las paradas. Y. ellos sí tuvieron en cuenta las paradas pero no tuvieron en cuenta todas las paradas. AF. Nosotros no lo hicimos bien
P. en este momento, la respuesta no es la prioridad. Claro es necesaria la respuesta pero no es el objetivo principal, pero la idea no es tanto hablar de la respuesta. No,	AC. A mí me parece que debemos tener en cuenta el proceso para no tener equivocaciones, ¡claro uno se puede equivocar pero si tenemos en cuenta el proceso y las

<p>debemos mirar otros ámbitos del problema que hacen parte importante de eso, como es todo el proceso de solución y que este proceso debe estar claro. ¿Por qué creen que es importante tener en cuenta el proceso de solución de un problema?</p>	<p>preguntas a uno le ayudan a no equivocarse tanto!</p>
<p>P. ¿tú qué opinas?</p>	<p>MP. Es que esas preguntas funcionan para hacer las soluciones, por ejemplo: lo de que no entendió, hay otra posibilidad, cuales son los pasos. L. las preguntas nos ayudan a entender el problema mejor. I. por ejemplo uno puede leer todo, pero al final solo a lo único que le pone atención es a la pregunta y por eso es que muchas veces se acaba el tiempo y entonces contestan cualquier cosa para responder a la pregunta.</p>
<p>P. perfecto me gusta esa posición. Otra estudiante pide la palabra. P. ¿tú que crees?</p>	<p>Y. con respecto al problema del grupo de F, y digo que ellos tuvieron en cuenta las paradas del bus que están en el problema porque en lo último uno toca ver la quinta parada para llegar a 32.</p>
<p>P. cambiando de tema, yo quiero preguntarles lo siguiente ¿ustedes creen que tener en cuenta el procesos del problema puede ayudar en la vida diaria?</p>	<p>Los estudiantes contestan en coro sí.</p>
<p>P. ¿Por qué creen que si?</p>	<p>I. si porque a veces cuando... tenemos problemas y al entender y además eso problemas lo van entrenando a uno para más adelante. N. si porque vamos entendiendo lo que a veces no habíamos entendido y... pues nos ayuda mucho. A. los problemas no ayudan a encontrar algunas estrategias, porque más tarde nos ayudan para solucionar problemas más grandes o más cantidades de problemas.</p>
<p>P. ¿usted qué opina? ¿Esto si nos sirve para algún día entender algo o que creen ustedes?</p>	<p>PA. Yo pienso queee las sumas y las multiplicaciones y las divisiones funcionan con algunos trabajo, algunos conflictos de la vida diaria.... Como la criminalística queee a veces los conflictos seeee, por ejemplo dejan un factor de números o factor de símbolos que funcionan para trabajar.</p>
<p>P. con respecto al problema, eeehhh me gustaría saber ¿qué piensan sobre ese problema hoy?</p>	<p>I. nos parece más fácil, aunque de todas maneras pues ya lo habíamos leído.</p>

<p>P. hoy ustedes si les preguntara será que pueden utilizar otra estrategia lo harían y ¿Cuál utilizarían? P. ¿Cómo lo harías?</p>	<p>L. con un dibujo. L. dibujando los cabezas. E. trabajaría con un dibujo, pues sería más fácil para entender el problema. MA. Una resta. La resta es porque podríamos restar los factores de personas, si, si, si queda el factor en cero entonces está bien. Por ejemplo 32 y entre cada parada se van bajando entonces se van borrando y se va disminuyendo el número. Y. yo lo haría con la suma, o sea acá esta con la suma pero lo hacía de todas las paradas, sumaría todo y me daría 32, con la quinta parada que es la que me dio a mí.</p>
<p>P. que es la que genera dificultad, cierto. P. al observar el problema del grupo de K, pues me llamaba la atención... que decía "entendimos todo"... Pero a la hora de revisar, veía que no tuvieron en cuenta la cantidad de paradas que hizo el bus, sino solo tuvieron en cuenta las cuatro paradas. ¿Ustedes que opinan de ese problema? ¿AF Usted qué opina?</p>	<p>AF. Pues nosotros no tuvimos en cuenta la última parada porque no entendimos bien el problema.</p>
<p>P. ahhh ¿crees tú que hubo falta de lectura? P. ¿se acuerdan cuantas veces lo leyeron?</p>	<p>El grupo, sobresaltado discute sobre la veces que leyeron el problema. AF. Una sola vez</p>
<p>P. ahora teniendo en cuenta todos los argumentos sobre el problema, me gustaría saber ¿Cuál fue la respuesta del problema?</p>	<p>Cada grupo expone su respuesta. Al grupo 7: AC, responde 5 estudiantes. Al grupo 4: D, responde 6 estudiantes. Al grupo 8: K. responde 4 estudiantes. Al grupo 2: A. responde 21 estudiantes. Los compañeros se sorprenden.</p>
<p>P. es que este problema me llama la atención, pues no encontré respuestas.</p>	<p>DF. Habíamos dicho que eran 7 pero ahorita sume todo y en las cuatro paradas de me 28 estudiantes y después sume 4 y me dio 32 entonces me dio la quinta parada.</p>
<p>P. entonces hagamos el consecutivo para encontrar la respuesta. En la primera parada 2..... En la cuarta parada 7 y entonces van 28 estudiantes. P. entonces ¿Cuántos estudiantes se bajan en la última parada?</p>	<p>N. levanta la mano y contesta N. 4 estudiantes.</p>
<p>P. bueno, ahora ¿Qué piensan del problema, así como lo solucionamos de manera verbal?</p>	<p>I. yo digo que sería más fácil que los problemas fueran orales, porque uno se demora menos.</p>

Prueba de entrada

<p>PROBLEMA 1</p> <p>En una tienda de frutas, una naranja y una pera tienen un costo de \$250, una pera y un plátano, tiene un costo de \$190, y una naranja y un plátano tienen un costo de \$160. Alex compra una naranja, una pera y un plátano. ¿Cuánto gasta Alex?</p> <p><i>(Tomado de Olimpiadas colombianas de matemáticas para primaria 2004, p. 55)</i></p>			
Momento	Propósito de la clase	Comprensión que se espera de los estudiantes	Enseñanza y orientación del profesor
Exploratorio	<p>Observar si los estudiantes utilizan el proceso de resolución de problemas planteado en la clase anterior.</p>	<p>Realizar lectura del problema.</p> <p>Identificar los datos del problema.</p> <p>Clasificar datos.</p> <p>Reconocer dificultades que se presentan en el problema.</p>	<p>Proponer a los estudiantes una serie de preguntas orientadoras que les permitan llevar a cabo el desarrollo del problema comprensivamente. Las preguntas son:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Entendí el problema fácilmente? ¿puede explicar que preguntan en este problema? ¿Qué procedimiento o pasos utilizó en la solución? ¿Necesité de un dibujo, diagrama u operación para solucionar el problema? ¿Qué datos fueron útiles y qué datos no fueron útiles, para resolver el problema? ¿Cree que resolvió correctamente el problema? ¿Por qué cree que la respuesta es correcta? <p>Escribir lo que sucede en cada una de las fases del problema.</p>

Desarrollo de la temática	<p>Desarrollo de las preguntas planteadas en cada una de las fases del problema.</p> <p>Observar si la estrategia planteada por los estudiantes es desarrollada.</p> <p>Verificar el proceso a través de una actividad distinta a la desarrollada.</p> <p>Que comprensiones se observan durante el desarrollo del trabajo en grupo.</p> <p>Como es el comportamiento y la clase de acuerdo que se presentan en cada grupo.</p>	<p>Realice lectura en grupo del problema.</p> <p>Generación de ideas sobre lo que se comprende y no se comprende del problema.</p> <p>Planteamiento de una estrategia heurística para solucionar el problema.</p> <p>Acuerdos durante el desarrollo del problema.</p> <p>Descripción escrita de los acuerdo en cada fase del problema.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Escuchar y responder las inquietudes de los estudiantes. 2. Identificar las dificultades de los estudiantes y dar sugerencias para llegar a la resolución del problema. 3. Orientar a los grupos para que socialicen la forma como solucionaron el problema planteado. 4. Fijar la atención en las ideas, comprensiones y estrategias que utilizaron los estudiantes. 5. Anotar en el tablero la forma como cada grupo abordó y desarrolló el problema. 6. Proponer las estrategias que podrían complementar las expuestas por los estudiantes, entre ellas están: hacer una gráfica, reagrupación, realizar razonamiento directo, operaciones aritméticas.
Cierre	<p>Que el estudiante utilice las preguntas orientadoras durante la solución del problema.</p> <p>Que el estudiante comprenda las diferentes formas como sus compañeros entiende el problema.</p>	<p>Describan lo que sucede en cada fase del problema.</p> <p>Identifiquen la pertinencia de la estrategia heurística utilizada.</p> <p>Realice la verificación del proceso.</p>	<p>Establecer la importancia de la utilización de estrategias heurísticas en la solución de problemas.</p> <p>Recalcar sobre la utilización de las preguntas orientadoras</p> <p>Animar a los estudiantes a revisar el proceso de solución</p> <p>Identificar y resaltar los aspectos poco comunes observados durante la actividad.</p> <p>Registrar en la bitácora los hallazgos encontrados en el desarrollo de la actividad con respecto a la comprensión de las fases y la utilización de la estrategia heurística enseñada en clases.</p>

Intervención en el aula

<p>PROBLEMA 2 Un cuadro de 4mts de largo está colgado en el centro de una pared de 25 mts ¿a cuántos metros del extremo izquierdo de la pared está el borde izquierdo del cuadro? <i>(Tomado y adaptado de Olimpiadas colombianas de matemáticas para primaria 2004, p. 57)</i></p>			
Momento	Propósito de la clase	Comprensión que se espera de los estudiantes	Enseñanza y orientación del profesor
Exploratorio	<p>Indagar con los estudiantes sobre las medidas de longitud. Recordar las fases en la resolución de problemas y la utilización de las preguntas orientadoras. La estrategia enseñada en la clase anterior.</p>	<p>Identificar elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Realizar lectura detallada del problema.</p>	<p>Recordar las preguntas orientadoras y escribir a medida que se va solucionando el problema. Realizar preguntas que aclaren de forma general las medidas de longitud (el metro)</p>

Desarrollo de la temática	<p>Realización de la lectura comprensiva del problema. Utilización de las preguntas orientadoras. Acuerdo grupales para la resolución del problema. Implementación de estrategias.</p>	<p>Identificación de lo que se comprende y no se comprende del problema. Selección de datos de elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Selección de la estrategia que le permite llegar a la solución. Descripción de la estrategia utilizada.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Escuchar y responder las inquietudes de los estudiantes. 2. Identificar las dificultades de los estudiantes y dar sugerencias para llegar a la resolución del problema. 3. Orientar a los grupos para que socialicen la forma como solucionaron el problema planteado. 4. Fijar la atención en las ideas, comprensiones y estrategias que utilizaron los estudiantes. 5. Anotar en el tablero la forma como cada grupo abordó y desarrolló el problema. 6. Proponer las estrategias heurísticas que podrían complementar las expuestas por los estudiantes, entre ellas están: realizar un gráfico, hacer razonamiento directo, operaciones aritméticas con números decimales. 7. Dar sugerencias a los grupos que no lograron resolver correctamente el problema.
Cierre	<p>Que el estudiante utilice las preguntas orientadoras durante la solución del problema. Que el estudiante comprenda las diferentes formas como sus compañeros entiende el problema. Comprenda la utilidad de la nueva estrategia enseñada en esta clase.</p>	<p>Describan lo que sucede en cada fase del problema. Identifiquen la pertinencia de la estrategia heurística que pueden utilizar para resolver el problema Identificar reconocer y comprender la utilidad de las nuevas estrategias enseñadas en la clase. Realice la verificación del proceso.</p>	<p>Establecer la importancia de la utilización de estrategias heurísticas en la solución de problemas. Recalcar sobre la utilización de las preguntas orientadoras Animar a los estudiantes a revisar el proceso de solución Identificar y resaltar los aspectos poco comunes observados durante la actividad. Registrar en la bitácora los hallazgos encontrados en el desarrollo de la actividad con respecto a la comprensión de las fases y la utilización de las estrategias heurísticas enseñadas hasta el momento.</p>

PROBLEMA 3

En un grupo de 502 hay 35 estudiantes, de los cuales 12 están en el equipo de futbol, 8 en el equipo de ajedrez y 5 están en ambos equipos. ¿Cuántos estudiantes no pertenecen a ningún equipo? ¿Cuántos juegan futbol? ¿Cuántos juegan ajedrez?

(Tomado y adaptado de *Olimpiadas colombianas de matemáticas para primaria 2004*, p. 59)

Momento	Propósito de la clase	Comprensión que se espera de los estudiantes	Enseñanza y orientación del profesor
Exploratorio	Recordar las fases en la resolución de problemas y la utilización de las preguntas orientadoras.	Identificar elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Realizar lectura detallada del problema.	Recordar las preguntas orientadoras Solicitar escribir a medida que se va solucionando el problema. Recalcar sobre la importancia de revisar el proceso desarrollado Promover la posibilidad de utilizar otras posibles soluciones
Desarrollo de la temática	Realizar la lectura detallada del problema. Identificar los datos que le permiten comprender el problema a través de las preguntas orientadoras. Implementar estrategias tratadas en problemas anteriores. Describir la forma como se implementa la estrategia. Revisar el proceso realizado. Comprobar con otra u otras estrategias la resolución del problema.	Identificación de lo que se comprende y no se comprende del problema. Selección de datos Selección de elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Selección de la estrategia que le permite llegar a la solución. Descripción de la estrategia utilizada. Reflexión sobre el proceso de solución.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Escuchar y responder las inquietudes de los estudiantes. 2. Identificar las dificultades de los estudiantes y dar sugerencias para llegar a la resolución del problema. 3. Orientar a los grupos para que socialicen la forma como solucionaron el problema planteado. 4. Fijar la atención en las ideas, comprensiones y estrategias que utilizaron los estudiantes. 5. Anotar en el tablero la forma como cada grupo abordó y desarrolló el problema. 6. Proponer las estrategias heurísticas que podrían complementar las expuestas por los estudiantes, entre ellas están: hacer una figura, hacer razonamiento directo, realizar una tabla. 7. Dar sugerencias a los grupos que no lograron resolver correctamente el problema.

Cierre	<p>Que se desarrolle las fases del problema.</p> <p>Reconozca otra forma de solución.</p> <p>Revise el plan desarrollado durante la resolución del problema</p> <p>Que el estudiante utilice estrategias tratadas en problemas anteriores</p>	<p>Describan lo que sucede en cada fase del problema.</p> <p>Identifiquen la pertinencia de la estrategia heurística que pueden utilizar para resolver el problema</p> <p>Identificar reconocer y comprender la utilidad de las nuevas estrategias enseñadas en la clase.</p> <p>Realice la verificación del proceso.</p>	<p>Establecer la importancia de la utilización de estrategias heurísticas en la solución de problemas.</p> <p>Recalcar sobre la utilización de las preguntas orientadoras</p> <p>Animar a los estudiantes a revisar el proceso de solución</p> <p>Identificar y resaltar los aspectos poco comunes observados durante la actividad.</p> <p>Registrar en la bitácora los hallazgos encontrados en el desarrollo de la actividad con respecto a la comprensión de las fases y la utilización de las estrategias heurísticas enseñadas hasta el momento.</p>
--------	---	---	---

Problema 4

Martha tiene N cartas si las agrupa de a tres, le sobra una y si las agrupa de a siete le sobran 4. Martha tiene más de cinco cartas. ¿Cuál es el número más pequeño de cartas que puede tener Martha?

(Tomado de Olimpiadas colombianas de matemáticas para primaria 2004, p. 61)

Momento	Propósito de la clase	Comprensión que se espera de los estudiantes	Enseñanza y orientación del profesor
Exploratorio	<p>Recordar las fases en la resolución de problemas y la utilización de las preguntas orientadoras.</p>	<p>Identificar elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema.</p> <p>Realizar lectura detallada del problema.</p>	<p>Recordar las preguntas orientadoras</p> <p>Solicitar escribir a medida que se va solucionando el problema.</p> <p>Recalcar sobre la importancia de revisar el proceso desarrollado</p> <p>Promover la posibilidad de utilizar otras posibles soluciones</p>

Desarrollo de la temática	<p>Realizar la lectura detallada del problema. Identificar los datos que le permiten comprender el problema a través de las preguntas orientadoras. Implementar estrategias tratadas en problemas anteriores. Describir la forma como se implementa la estrategia. Revisar el proceso realizado. Comprobar con otra u otras estrategias la resolución del problema.</p>	<p>Identificación de lo que se comprende y no se comprende del problema. Selección de datos Selección de elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Selección de la estrategia que le permite llegar a la solución. Descripción de la estrategia utilizada. Reflexión sobre el proceso de solución.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Escuchar y responder las inquietudes de los estudiantes. 2. Identificar las dificultades de los estudiantes y dar sugerencias para llegar a la resolución del problema. 3. Orientar a los grupos para que socialicen la forma como solucionaron el problema planteado. 4. Fijar la atención en las ideas, comprensiones y estrategias que utilizaron los estudiantes. 5. Anotar en el tablero la forma como cada grupo abordó y desarrolló el problema. 6. Proponer las estrategias heurísticas que podrían complementar las expuestas por los estudiantes, entre ellas están: elaborar una gráfica, ensayo error. <p>Dar sugerencias a los grupos que no lograron resolver correctamente el problema</p>
Cierre	<p>Que se desarrolle las fases del problema. Reconozca otra forma de solución. Revise el plan desarrollado durante la resolución del problema Que el estudiante utilice estrategias tratadas en problemas anteriores</p>	<p>Describan lo que sucede en cada fase del problema. Identifiquen la pertinencia de la estrategia heurística que pueden utilizar para resolver el problema Identificar reconocer y comprender la utilidad de las nuevas estrategias enseñadas en la clase. Realice la verificación del proceso.</p>	<p>Establecer la importancia de la utilización de estrategias heurísticas en la solución de problemas. Recaltar sobre la utilización de las preguntas orientadoras Animar a los estudiantes a revisar el proceso de solución Identificar y resaltar los aspectos poco comunes observados durante la actividad. Registrar en la bitácora los hallazgos encontrados en el desarrollo de la actividad con respecto a la comprensión de las fases y la utilización de las estrategias heurísticas enseñadas hasta el momento.</p>

Problema 5

La ruta escolar del colegio Néstor Forero Alcalá sección primaria transporta 32 estudiantes, durante su recorrido de ida realiza 5 paradas. En la primera parada deja 5 estudiantes, en la segunda tan solo se bajan 2 estudiantes, en la tercera se bajan el doble de los estudiantes de las paradas 1 y 2, en la cuarta solo se bajan la mitad de los estudiantes que se bajaron en la tercera parada. ¿Cuántos estudiantes se bajan en la última parada? ¿Cuántos estudiantes se bajaron en cada parada?

(creación propia)

Momento	Propósito de la clase	Comprensión que se espera de los estudiantes	Enseñanza y orientación del profesor
Exploratori	Recordar las fases en la resolución de problemas y la utilización de las preguntas orientadoras.	Identificar elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Realizar lectura detallada del problema.	Recordar las preguntas orientadoras Solicitar escribir a medida que se va solucionando el problema. Recaltar sobre la importancia de revisar el proceso desarrollado Promover la posibilidad de utilizar otras posibles soluciones
Desarrollo de la temática	Realizar la lectura detallada del problema. Identificar los datos que le permiten comprender el problema a través de las preguntas orientadoras. Implementar estrategias tratadas en problemas anteriores. Describir la forma como se implementa la estrategia. Revisar el proceso realizado. Comprobar con otra u otras estrategias la resolución del problema.	Identificación de lo que se comprende y no se comprende del problema. Selección de datos Selección de elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Selección de la estrategia que le permite llegar a la solución. Descripción de la estrategia utilizada. Reflexión sobre el proceso de solución.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Escuchar y responder las inquietudes de los estudiantes. 2. Identificar las dificultades de los estudiantes y dar sugerencias para llegar a la resolución del problema. 3. Orientar a los grupos para que socialicen la forma como solucionaron el problema planteado. 4. Fijar la atención en las ideas, comprensiones y estrategias que utilizaron los estudiantes. 5. Anotar en el tablero la forma como cada grupo abordó y desarrolló el problema. 6. Proponer las estrategias heurísticas que podrían complementar las expuestas por los estudiantes, entre ellas están: construir una gráfica, realizar una tabla. Dar sugerencias a los grupos que no lograron resolver correctamente el problema

Cierre	<p>Que se desarrolle las fases del problema. Reconozca otra forma de solución. Revise el plan desarrollado durante la resolución del problema Que el estudiante utilice estrategias tratadas en problemas anteriores</p>	<p>Describan lo que sucede en cada fase del problema. Identifiquen la pertinencia de la estrategia heurística que pueden utilizar para resolver el problema Identificar reconocer y comprender la utilidad de las nuevas estrategias enseñadas en la clase. Realice la verificación del proceso.</p>	<p>Establecer la importancia de la utilización de estrategias heurísticas en la solución de problemas. Recalcar sobre la utilización de las preguntas orientadoras Animar a los estudiantes a revisar el proceso de solución Identificar y resaltar los aspectos poco comunes observados durante la actividad. Registrar en la bitácora los hallazgos encontrados en el desarrollo de la actividad con respecto a la comprensión de las fases y la utilización de las estrategias heurísticas enseñadas hasta el momento.</p>
--------	--	---	---

Pruebas de cierre

Problema 6 Un autobús escolar con capacidad para 36 personas, en su primera parada recoge un estudiante; en la segunda recoge dos estudiantes; en la tercera, recoge tres estudiantes, y así sucesivamente. Si ningún estudiante se baja del autobús, ¿Después de que parada se llenará el autobús? (tomado de Santos- Trigo 2007, p .190)			
Momento	Propósito de la clase	Comprensión que se espera de los estudiantes	Enseñanza y orientación del profesor
Exploratorio	<p>Que estudiante agote todas las instancias que se presentan a lo largo del problema. Que el estudiante utilice las estrategias pertinentes en la resolución del problema.</p>	<p>Que el estudiante tenga claridad en cada uno de las fases del problema a través de las preguntas orientadoras expuestas. Identifique la estrategia pertinente.</p>	<p>Este problema será tratado por los estudiantes de forma individual. Solicitar escribir a medida que se va solucionando el problema. Recalcar sobre la importancia de revisar el proceso desarrollado Promover la posibilidad de utilizar otras posibles soluciones</p>

Desarrollo de la temática	<p>Realizar la lectura detallada del problema. Identificar los datos que le permiten comprender el problema a través de las preguntas orientadoras. Implementar estrategias tratadas en problemas anteriores. Describir la forma como se implementa la estrategia. Revisar el proceso realizado. Comprobar con otra u otras estrategias la resolución del problema</p>	<p>Identificación de lo que se comprende y no se comprende del problema. Selección de datos Selección de elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema. Selección de la estrategia que le permite llegar a la solución. Descripción de la estrategia utilizada. Reflexión sobre el proceso de solución.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Escuchar y responder las inquietudes de los estudiantes. 2. Identificar las dificultades de los estudiantes y dar sugerencias para llegar a la resolución del problema. 3. Orientar a los grupos para que socialicen la forma como solucionaron el problema planteado. 4. Fijar la atención en las ideas, comprensiones y estrategias que utilizaron los estudiantes. 5. Anotar en el tablero la forma como cada grupo abordó y desarrolló el problema. 6. Analizar las estrategias utilizadas y la pertinencia de las mismas en la resolución del problema.
Cierre	<p>Que se desarrolle las fases del problema. Reconozca otra forma de solución. Revise el plan desarrollado durante la resolución del problema Que el estudiante utilice estrategias tratadas en problemas anteriores</p>	<p>Describan lo que sucede en cada fase del problema. Identifiquen la pertinencia de la estrategia heurística que pueden utilizar para resolver el problema Identificar reconocer y comprender la utilidad de las nuevas estrategias enseñadas en la clase. Realice la verificación del proceso.</p>	<p>Identificar y resaltar los aspectos poco comunes observados durante la actividad. Registrar en la bitácora los hallazgos encontrados en el desarrollo de la actividad con respecto a la comprensión de las fases y la utilización de las estrategias heurísticas enseñadas hasta el momento.</p>

<p style="text-align: center;">Problema 7</p> <p>Los estudiantes del grado 502 se forman para abordar el medio de transporte que los llevará de excursión. Cada auto puede transportar a cinco estudiantes. Diego ocupa el lugar 16 en la fila y Gabriela el 19. ¿¿En qué número de auto se va cada uno? ¿Abordarán Diego y Gabriela el mismo auto? ¿Cuántos autos se necesitan si son 34 estudiantes? (Tomado y adaptado de Santos- Trigo 2007, p .193)</p>			
Momento	Propósito de la clase	Comprensión que se espera de los estudiantes	Enseñanza y orientación del profesor

Exploratorio	<p>Se plantea un problema para que los estudiantes implementen las preguntas orientadoras que han sido tratadas a lo largo de todo la intervención.</p> <p>Llevar a que el estudiante agote todas las instancias que se presentan a lo largo del problema.</p> <p>Que el estudiante utilice las estrategias pertinentes en la resolución del problema.</p>	<p>Que el estudiante tenga claridad en cada uno de las fases del problema a través de las preguntas orientadoras expuestas.</p> <p>Identifique la estrategia pertinente.</p>	<p>Este problema será tratado por los estudiantes de forma individual.</p> <p>Solicitar escribir a medida que se va solucionando el problema.</p> <p>Recaltar sobre la importancia de revisar el proceso desarrollado</p> <p>Promover la posibilidad de utilizar otras posibles soluciones</p>
Desarrollo de la temática	<p>Realizar la lectura detallada del problema.</p> <p>Identificar los datos que le permiten comprender el problema a través de las preguntas orientadoras.</p> <p>Implementar estrategias tratadas en problemas anteriores.</p> <p>Describir la forma como se implementa la estrategia.</p> <p>Revisar el proceso realizado.</p> <p>Comprobar con otra u otras estrategias la resolución del problema</p>	<p>Identificación de lo que se comprende y no se comprende del problema.</p> <p>Selección de datos</p> <p>Selección de elementos que le pueden ayudar a solucionar el problema.</p> <p>Selección de la estrategia que le permite llegar a la solución.</p> <p>Descripción de la estrategia utilizada.</p> <p>Reflexión sobre el proceso de solución.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 7. Escuchar y responder las inquietudes de los estudiantes. 8. Identificar las dificultades de los estudiantes y dar sugerencias para llegar a la resolución del problema. 9. Orientar a los grupos para que socialicen la forma como solucionaron el problema planteado. 10. Fijar la atención en las ideas, comprensiones y estrategias que utilizaron los estudiantes. 11. Anotar en el tablero la forma como cada grupo abordó y desarrolló el problema. 12. Analizar las estrategias utilizadas y la pertinencia de las mismas en la resolución del problema.

Cierre	<p>Que se desarrolle las fases del problema. Reconozca otra forma de solución. Revise el plan desarrollado durante la resolución del problema Que el estudiante utilice estrategias tratadas en problemas anteriores</p>	<p>Describan lo que sucede en cada fase del problema. Identifiquen la pertinencia de la estrategia heurística que pueden utilizar para resolver el problema Identificar reconocer y comprender la utilidad de las nuevas estrategias enseñadas en la clase. Realice la verificación del proceso.</p>	<p>Identificar y resaltar los aspectos poco comunes observados durante la actividad. Registrar en la bitácora los hallazgos encontrados en el desarrollo de la actividad con respecto a la comprensión de las fases y la utilización de las estrategias heurísticas enseñadas hasta el momento.</p>
--------	--	--	---

Anexo 4 instrumento de recolección de datos diario de campo

Elaboración propia

Problema N°				
Descripción de la actividad	Grupo n° integrantes	Identificación y descripción de situaciones del grupo a la hora de resolver el problema	Evidencias	Descripción de la plenaria general

Anexo 5 Instrumento análisis de información codificación de intervenciones

Elaboración propia

CATEGORIAS	CODIGOS EN VIVO
Pasos del problema	<p>“. Analizamos el problema”(p.1), “entender cada una de las partes de la pregunta” (p.2), “siempre tenemos en cuenta los pasos para desarrollar el problema” (p.3), “Leímos el problema”(p.4), El desarrollo del problema: yo voy a hacer un dibujo y dibujar las paradas y así se cuántas paradas hace. (p.6)</p> <p>(E1- p.4) “siempre tenemos en cuenta los pasos para desarrollar el problema” (E2. P5) “A mí me parece que debemos tener en cuenta el proceso para no tener equivocaciones, ¡claro uno se puede equivocar pero si tenemos en cuenta el proceso y las preguntas a uno le ayudan a no equivocarse tanto!” (E2. P5) “Es que esas preguntas funcionan para hacer las soluciones, por ejemplo: lo de que no entendió, hay otra posibilidad, cuales son los pasos” (E2. P5) “. las preguntas nos ayudan a entender el problema mejor”</p>
Entendimiento del problema:	<p>“Que cada combo tiene un valor diferente”(p.1). “Que todos los combos no son iguales” (p.1). “Que hay varios combos unos valen más que los otros., Que hay diferentes productos. “Que aunque especifica el valor de los productos en los conjuntos un producto no vale lo mismo en el otro”. (p.1), “nosotros entendimos todo el problema y como lo podemos solucionar” (p,2). “Lo que yo entendí era que tocaba hacer un dibujo y a partir del dibujo se podía sacar la respuesta” (p.3), “que había un cuadro de cuatro metros y estaba situado en la mitad de la pared” (p.2), “siempre tenemos en cuenta los pasos para desarrollar el problema” (p.4). “que los numero se encontraban en este punto pero no se cumplían ninguna de las dos”. (p.5). “La única es que este problema no tiene solución” (p.5). “como sacar la última parada” (p.5). “Lo que entendí es que el autobús tiene capacidad para 36 estudiantes” (p.6) (E1- p.3) “yo pensaba como habían 12 en el equipo de futbol había que restarle a cada equipo los 5 para saber cuántos habían en futbol, pero después me di cuenta que tocaba sumar los 5 niños que estaba en ambos”. (E1-p.3) “pues Isabel yo pienso que la división no está bien, porque digamos uno como va a dividir, si los grupos ya están divididos”.</p>
Las dificultades del problema	<p>“la dificultad sería ¿cuánto vale una unidad de fruta?”(p.1), “Que sabíamos cómo hacer el dibujo pero no cabía en la hoja” (p.2), “no sabíamos cual operación poner o dibujo o nada de eso”. (p.2), ¿Cómo lo vamos a solucionar? (p.3). . “No sabemos el significado de la letra N” (P.4), “¿Qué operación usar o como hacer el dibujo?”(p.5), (E2-P.5) “por ejemplo uno puede leer todo, pero al final solo a lo único que le pone atención es a la pregunta y por eso es que muchas veces se acaba el tiempo y entonces contestan cualquier cosa para responder a la pregunta”.</p>

	<p>(E2-P.5): "Pues nosotros no tuvimos en cuenta la última parada porque no entendimos bien el problema"</p> <p>(E2-P.5): "yo digo que sería más fácil que los problemas fueran orales, porque uno se demora menos"</p>
<p>Estrategias utilizadas:</p>	<p>"realizamos el dibujo" (p.1),</p> <p>"decimos que se puede hacer la división o la resta" (p.2),</p> <p>"Medición con una regla y la medida del cuadro de se quita del largo de la pared" (p.2),</p> <p>"nosotros como la pared medía 25 metros, entonces le quitamos cuatro metros y nos dio veintiuno, luego dividimos en dos y nos dio 10.5 metros", (p.2)</p> <p>"yo pienso que los problemas no solo se pueden hacer solo con una operación sino a través de un dibujo..." (p.3),</p> <p>"yo pensaba como habían 12 en el equipo de futbol había que restarle a cada equipo los 5 para saber cuántos habían en futbol, pero después me di cuenta que tocaba sumar los 5 niños que estaba en ambos" (p.3).</p> <p>"Un dibujo, un dibujo, un dibujo y una operación, un dibujo, una operación" (p.3).</p> <p>"al agrupar de a tres sobra una carta" (P.4),</p> <p>"Hicimos grupos de cartas y las agrupamos" (p.4),</p> <p>"Entonces debemos seguir agrupando de a una carta y así sucesivamente. Cuando llegamos a 16 se dice que se cumple la primera condición porque sobra 1 pero en la segunda condición no se cumple porque sobran dos". (p.5).</p> <p>"La primera...1, 2,3,...7,8 tres grupos de tres y me sobra 1" (p.4),</p> <p>"Digamos $8*3= 24 +1 =25$" (p.5), "Multiplicamos $7*3 =21+4= 25$" (p.4).</p> <p>"O sea no está la quinta parada pero sumo todos los estudiantes y nos da como sacarla" (p.4),</p> <p>"Con los buses y sumando cuantos niños subieron y cuantos bajaron" (p.5),</p> <p>"Pues sumando" (p.5), "La operación" (P.5),</p> <p>"Hicimos un dibujo" (P.5),</p> <p>"Y después hicimos 32 cabezas" (P.5),</p> <p>"Y después también hicimos la suma" (P.5),</p> <p>"Empezando a dividirlos, digamos van primero 5..." (P.5),</p> <p>"o dividirlos así sería más fácil" (P.6), "O tacharlos" (P.5),</p> <p>"¡Yo, yo, yo! He sumado $5 +2+14+7+4 = 32$" (P.5),</p> <p>"Se podría hacer una resta" (P.5),</p> <p>"O sea $32-5=27-2=25-14= 11-7=4 -4 = 0$" (P.5),</p> <p>"Profe entonces ¿esa estrategia también sirve?"(P.6),</p> <p>"La estrategia: voy a utilizar el dibujo" (p.6)</p> <p>(E1- p.3) "al principio en el e grupo ya también pensaba que tocaba dividir pero entonces Paula dijo que tocaba hacer una suma y Angie dijo que una resta, entonces yo dije que hagamos la suma y así nos dio el resultado".</p> <p>(E1- p. 3) "yo pienso que los problemas no solo se pueden hacer solo con una operación sino a través de un dibujo"</p> <p>(E1- p. 3) "Que era muy fácil porque solo era poner los 5 que estaban en los dos, entonces en futbol decía que había 2 y en basquetbol 3, entonces era poner los cinco en cada grupo sumarlos ahí ya le daba la respuesta".</p> <p>(E2. P 5) "pues a nosotros nos fue bien porque entendimos y decidimos hacer un dibujo y una suma. Bueno hicimos un carro y dividimos las personas en las paradas y luego suman todas las paradas y ahí nos dio las mismas personas que en el dibujo".</p> <p>(E2-P.5): "yo lo resolvería dibujando las cabezas".</p> <p>(E2-P.5): "trabajaría con un dibujo, pues sería más fácil para entender el problema"</p>

	<p>(E2-P.5): “Una resta. La resta es porque podríamos restar los factores de personas, si, si, si queda el factor en cero entonces está bien. Por ejemplo 32 y entre cada parada se van bajando entonces se van borrando y se va disminuyendo el número”.</p> <p>(E2-P.5): “yo lo haría con la suma, o sea acá esta con la suma pero lo hacía de todas las paradas, sumaría todo y me daría 32, con la quinta parada que es la que me dio a mí”.</p>
Comprobación del problema:	<p>“hicimos el dibujo para probar si el desarrollo del dibujo había quedado bien” (p.4).</p> <p>“nuestro grupo sumo todo los números de niños, los de futbol, ajedrez y los que estaban en ambos grupos y así nos llegó la respuesta que estaba correcta” (p.4),</p> <p>“las sumas nos dieron treinta y los cinco que nos sobraron eran los de los dos equipos”(p.4).</p> <p>“Pues yo creo que teniendo muchas más gráficas puedo afirmar que si la primera estrategia que hice estuvo bien o mal” (p.7).</p> <p>(E1- p.3) “para probar si el desarrollo del dibujo había quedado bien, hicimos un dibujo y una operación”</p> <p>(E1-p.3) “yo pensaba como habían 12 en el equipo de futbol había que restarle a cada equipo los 5 para saber cuántos habían en futbol, pero después me di cuenta que tocaba sumar los 5 niños que estaba en ambos.</p>
Solución grupal del problema:	<p>“pues Isabel yo pienso que la división no está bien, porque digamos uno como va a dividir, si los grupos ya están divididos”(p.4),</p> <p>“al principio en el grupo yo también pensaba que tocaba dividir pero entonces Paula dijo que tocaba hacer una suma y Angie dijo que una resta, entonces yo dije que hagamos la suma y así nos dio el resultado” (p.4).</p> <p>“12 bajaron en las 5 paradas”(p.6),</p> <p>(E1-p.3) “y la resta para saber cuántos sobran y ¡sobraban 10!”</p> <p>(E1-p.3) “Nuestro grupo sumo todo los números de niños, los de futbol, ajedrez y los que estaban en ambos grupos y así nos llegó la respuesta que estaba correcta”.</p> <p>(E1-p.3) “al principio en el e grupo ya también pensaba que tocaba dividir pero entonces Paula dijo que tocaba hacer una suma y Angie dijo que una resta, entonces yo dije que hagamos la suma y así nos dio el resultado”.</p> <p>(E2. P 5) “pues a nosotros nos fue bien porque entendimos y decidimos hacer un dibujo y una suma. Bueno hicimos un carro y dividimos las personas en las paradas y luego suman todas las paradas y ahí nos dio las mismas personas que en el dibujo”.</p>
Importancia de las estrategias	<p>“pues ahora después de que lo observamos obviamente se entiende más fácil y ya no toca esforzarnos para entender el problema”(p.4)</p> <p>“yo digo que a veces es difícil como... uno tiene una estrategia pero después es difícil plantear otra estrategia porque uno se empeña en hacer la estrategia que ya pensó y cuando soluciona piensa que salto el paso de buscar otra estrategia”(p.4),</p> <p>“Todas son válidas”(P.6),</p> <p>“¿Profe, todas la estrategias son válidas?”(P.6)</p> <p>“si me ha ayudado porque cada problema tiene muchas estrategias diferentes que pues, que digamos es el dibujo y hay una tabla y puede diferenciar si el resultado está bien o está mal”(p.7).</p> <p>“pues si porque a uno lo hace resolver más fácil los problemas, porque si uno no tiene una estrategia pues claro que no le va a salir tan fácil”(p.7).</p> <p>(E1-p.3) “pues ahora después de que lo observamos obviamente se entiende más fácil y ya no toca esforzarnos para entender el problema”.</p>

Los nuevos conocimientos:	<p>“hoy ya pude entender el problema, ya pude entender más el problema que la vez pasada”(p.7).</p> <p>“ahora ya uno tiene los conocimientos, que digamos ahora sumar, restar fracciones a uno le queda más fácil, la resta numérica, la tabla todo le queda más fácil para desarrollar un problema”.(p.7).</p> <p>“La resta numérica, la tabla, el dibujo pues ya lo teníamos y la operación en sí”.(p.7).</p>
Las estrategias que mejor funcionan:	<p>“yo utilicé la gráfica, Porque es más sencilla porque puedo dibujar para hacer los problemas”(p.7).</p> <p>“la gráfica porque uno con la creatividad uno puede resolver los problemas que tu nos pones”(p.7).</p> <p>“la representación gráfica, porque con las operaciones uno se puede confundir o algo por el estilo”(p.7).</p> <p>“me pareció mas fácil la división porque es más fácil y también restar”(p.7).</p> <p>“me pareció mejor gráficamente porque yo la entiendo más” (p.7).</p> <p>“Hice la de la tabla” (p.7).</p> <p>“Solo utilice la resta numérica y no más” (p.7)</p> <p>“yo utilizo la resta numérica, la gráfica y la tabla. Pero hoy solo hice la gráfica” (p.7).</p>
Las dificultades en la utilización de las estrategias	<p>(E1-p.3) “nosotros hicimos el dibujo pero se nos olvidó hacer la resta y la división”</p> <p>(E1-p.3) “pues yo pensaba que tocaba dividir”.</p> <p>(E1-p.3) “uno tiene una estrategia pero después es difícil plantear otra estrategia porque uno se empeña en hacer la estrategia que ya pensó y cuando soluciona piensa que salto el paso de buscar otra estrategia”.</p>
La importancia de los problemas:	<p>(E2-P.5)“si porque a veces cuando... tenemos problemas y al entender esos problemas lo van entrenando a uno para más adelante”.</p> <p>(E2-P.5)“los problemas no ayudan a encontrar algunas estrategias, porque más tarde nos ayudan para solucionar problemas más grandes o más cantidades de problemas”.</p>

Anexo 6 Instrumento análisis de la información primer nivel

Elaboración propia

Unidades de análisis (líneas)	Categorías	Código en vivo	Reglas de clasificación	Memos analíticos

Anexo 7 Instrumento análisis de la información segundo nivel

Elaboración propia

ANÁLISIS DE SEGUNDO NIVEL: CONTRASTAR CATEGORIAS										
Pasos del problema	Entendimiento del problema:	Las dificultades del problema	Estrategias utilizadas:	Comprobación del problema:	Solución grupal del problema:	Importancia de las estrategias	Los nuevos conocimientos	Las estrategias que mejor funcionan:	Las dificultades en la utilización de las estrategias	La importancia de los problemas:

Anexo 8 Instrumento análisis de la información categorías generales

Temas (categorías más general)	Fases del problema (entendimiento del problema, comprobación del problema, los nuevos conocimientos)	Las dificultades en la resolución de problemas (las dificultades del problema, las dificultades en la utilización de estrategias)	La comprensión en la resolución de problemas (importancia de los problemas e importancia de las estrategias)	Las estrategias más utilizadas	Solución grupal del problema

Significado	<p>Esta categoría hace referencia a la identificación por parte de los estudiantes de las fases del problema, como un proceso necesario en el que se involucra la importancia de reconocer los datos que le brinda el problema, la posibilidad de confirmar si dicho problema ha sido resuelto de forma efectiva ““si tenemos en cuenta el proceso y las preguntas a uno le ayudan a no equivocarse tanto”” y la utilización de más de una estrategia para resolver el problema</p>	<p>Se tienen en cuenta las dificultades relacionadas con la comprensión de los datos del problema y su relación con la pregunta y las diferentes formas que el estudiante puede utilizar para comprobar si el problema ha sido resuelto de forma efectiva “La única es que este problema no tiene solución”.</p>	<p>Se identifica el significado que tiene el aprendizaje de la resolución de problemas como una oportunidad para comprender, y poder resolver problemas con mayor grado de complejidad “los problemas nos ayudan a encontrar algunas estrategias, porque más tarde nos ayudan para solucionar problemas más grandes o más cantidades de problemas”. A su vez entra en juego la consideración de la pertinencia de las mismas para resolver un problema “si me ha ayudado porque cada problema tiene muchas estrategias diferentes que pues, que digamos es el dibujo y hay una tabla y puede diferenciar si el resultado está bien o está mal”</p>	<p>Se refiere al reconocimiento de las estrategias que son utilizadas, que tiene como objetivo identificar las estrategias más manipuladas a lo largo de la implementación del proyecto “trabajaría con un dibujo, pues sería más fácil para entender el problema”.</p>	<p>Se realiza el abordaje del trabajo en equipo como la posibilidad que les permite a los estudiantes tomar decisiones de forma libre alrededor de las diferentes situaciones que se generan en la resolución de problemas y entre las que se encuentran; la toma de decisiones con respecto a las estrategias y su pertinencia, el respeto por el otro, el liderazgo “nos ponemos de acuerdo con mis compañeros”.</p>
-------------	--	---	--	--	---

