

CALCULO DE LA VOLATILIDAD EN LAS OPCIONES REALES

Presentado por:

LILIANA VELASQUEZ OROZCO

Septiembre 25 de 2010

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

CHIA CUNDINAMARCA

TABLA DE CONTENIDO

1. Introducción
2. Objetivos
 - 2.1 Objetivo General
 - 2.2 Objetivos Específicos
3. Revisión de la Literatura
 - 3.1 Tipos de Opciones
 - 3.1.1 Opción de Compra
 - 3.1.2 Opción de Venta
 - 3.2 Opciones Atendiendo al precio
 - 3.2.1 ITM
 - 3.2.2 OTM
 - 3.2.3 ATM
 - 3.3 Opciones según su Exigibilidad
 - 3.3.1 Europea
 - 3.3.2 Americana
 - 3.3.3 Bermuda
 - 3.4 Opciones Reales
 - 3.4.1 Tipos de Opciones Reales
 - 3.4.1.1 Opción de Compra

- 3.4.1.2 Opción de Venta
 - 3.5 Parámetros de las Opciones Reales
 - 3.6 Comparación entre Opciones Reales y Financieras
 - 3.7 Clasificación de las Opciones Reales
 - 3.7.1 Opción de Diferir
 - 3.7.2 Opción de Abandonar
 - 3.7.3 Opción de Expandir
 - 3.7.4 Opción de Reducir
 - 3.7.5 Opción de Parar y Reiniciar Operaciones
 - 3.7.6 Opción de Abandonar por el valor de Salvamento
 - 3.7.7 Opción de Cambiar entre Opciones
 - 3.8 Pasos en la Valoración de Opciones Reales
 - 3.9 Flexibilidad
 - 3.10 La Incertidumbre
- 4. Volatilidad
 - 4.1 Fuentes de la Volatilidad
- 5. Modelo Black-Scholes
- 6. Método Binomial
- 7. El Movimiento Browniano
- 8. Métodos para el Cálculo de la Volatilidad
 - 8.1 Métodos de los Flujos de Caja Logarítmicos
 - 8.2 Simulación Monte Carlo

- 8.2.1 La Simulación Monte Carlo consta de
- 8.2.2 Ventajas
- 8.2.3 Desventajas
- 8.3 Project Proxy Approach
- 8.4 Market Proxy Approach
- 8.5 Management Assumption Approach
- 8.6 Cálculo de la Volatilidad según Copeland y Antikarov
 - 8.6.1 Estimación de la Volatilidad Consolidada
 - 8.6.2 Definir las Variables
 - 8.6.3 Establecer las Auto-correlaciones
 - 8.6.4 Definir las Variables a Pronosticar
 - 8.6.5 Correr la Simulación
 - 8.6.6 Construir el Árbol Binomial
 - 8.6.7 Información Histórica
 - 8.6.8 Estimados Subjetivos Estimados por la Administración
 - 8.6.9 Movimiento Geométrico Browniano
- 8.7 El Método de Herath y Park
- 8.8 Estimación de la Volatilidad Condicional de Brandao
 - 8.8.1 Método de la Regresión de los Mínimos Cuadrados
- 8.9 Métodos Alternativos para el Cálculo de la Volatilidad según Godinho.
- 8.10 Estimación de la Volatilidad según Graham

9. Conclusiones

10. Bibliografía

1- INTRODUCCION

El mundo real se caracteriza por el cambio, la incertidumbre y la competitividad, esto ha hecho que se reconozca que métodos como el VPN o descontar los flujos de caja no son la única metodología apropiada para valorar proyectos. En la práctica la aplicación de flujos de caja se muestran como los rendimientos de un activo financiero cuando en realidad nunca son algo fijo y predeterminado, por el contrario lo más probable es que difieran de lo inicialmente planeado por la gerencia.

Los proyectos cambian con el tiempo y nuevos eventos e información relevante hacen que se tomen decisiones o caminos diferentes. A medida que se resuelven los problemas que van surgiendo, la gerencia tiene una invaluable flexibilidad y maniobrabilidad para alterar la estrategia operativa del proyecto con el fin de sacar provecho de oportunidades futuras o mitigar y reducir pérdidas.

La flexibilidad que tiene la gerencia para adaptar sus acciones dependiendo de las condiciones del mercado en un futuro puede hacer que un proyecto sea viable y que tenga un gran potencial de crecimiento y rentabilidad. Las opciones reales permiten conceptualizar y cuantificar el valor que se puede generar en un proyecto si se cuenta con una buena administración.

A pesar de varias décadas durante las cuales los académicos han dado a conocer los desarrollos sobre el método de valoración de opciones reales,

existe poca aplicación de este método a la hora de valorar proyectos de inversión. Uno de los factores que ha contribuido a esto es quizás la complejidad de la matemática usada en comparación con la utilizada en el análisis de valor presente neto. El segundo problema es estimar los seis parámetros requeridos en opciones reales. La mayoría de los ejemplos que muestran la práctica y beneficios de las opciones reales utilizan valores hipotéticos que de una manera conveniente ayudan a demostrar ciertos principios, pero no explican cómo llegar a encontrar los verdaderos parámetros.

En la aplicación más básica de opciones reales donde el valor del proyecto es tomado como un valor estocástico, la volatilidad del proyecto es el parámetro más difícil de definir. Muchos autores como por ejemplo Majd y Pindyck argumentan que puede ser difícil o hasta imposible definir este parámetro de una manera precisa (1987, pag. 25)¹. Tanto las opciones financieras como las reales son métodos de aproximación, es por esto que el analista debe de tener muy claros todos los conceptos y limitaciones del modelo para que sepa utilizar las herramientas adecuadas que le permitan resolver los problemas e interpretar con precaución los resultados obtenidos utilizando este modelo.

1

¹ Graham, A Davis. Estimating Volatility and Dividend Yield When Valuing Real Options to Invest or Abandon. Colorado School of Mines. Pag 1

2-OBJETIVOS

2.1 - OBJETIVO GENERAL

Conocer los métodos que los diferentes autores han propuesto para el cálculo de la volatilidad o desviación estándar, ya que es un parámetro clave para valorar un proyecto de inversión con mayor precisión por medio del método de opciones reales.

2.2 - OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Analizar las ventajas y desventajas de cada uno de los métodos propuestos para hallar la desviación estándar utilizada en el método de opciones reales.
- Aplicar la formulación de todos los métodos a un caso práctico.
- Determinar cuál de todos los métodos es más conveniente dependiendo de los resultados de la aplicación al caso práctico.
- Estudiar los modelos estadísticos utilizados en opciones reales para entender el cálculo de la desviación estándar

3- REVISION DE LA LITERATURA

Una opción es un derecho pero no la obligación para hacer algo de acuerdo a un contrato pre-establecido. Las opciones se convierten en más valiosas entre más alta sea la incertidumbre y el riesgo que presentan.

Las opciones financieras son la base para valorar proyectos a través del método de opciones reales.

El valor de una opción depende de cinco variables básicas que son:

VARIABLE	DEFINICION
Valor del Activo	Valor de la acción en el mercado
El precio del ejercicio	Prima pagada para poder ejercer la opción. Si el precio de ejercicio sube, el valor de un call opción baja y el precio de un Put opción sube
El tiempo de duración	A mayor duración mayor es el precio de la opción
Desviación Estándar	El valor de la opción aumenta con el riesgo y la volatilidad del activo
Tasa Libre de Riesgo	Si aumente la tasa libre de riesgo aumenta el valor de la opción.

3.1 Tipos de Opciones

3.1.1 Opción de Compra (Call Option) Es el derecho a comprar un activo pagando una prima para ejercer la opción. La utilidad de la opción es la diferencia entre el valor del activo y el precio de ejercicio. Se espera que el precio del activo sea mayor que el precio de ejercicio.

3.1.2 Opción de Venta (Put Option) Es el derecho a vender un activo pagando una prima para recibir el precio de ejercicio. Se espera que el precio de ejercicio sea mayor al valor del activo.

3.2. Opciones atendiendo al precio.

3.2.1 ITM (In the money) - Opciones dentro de dinero: Son aquellas que generan ganancia. Una opción de compra es ITM cuando el precio de ejercicio es inferior al precio del activo subyacente, mientras que en las de venta es lo contrario.

3.2.2 OTM (Out of the money) – Opciones fuera de dinero: Son aquellas que generan pérdida. Una opción de compra es OTM cuando el precio de ejercicio sea superior al precio del activo subyacente mientras que en las de venta sucede lo contrario.

3.2.3 ATM (At the money) – Opciones en el dinero: Son aquellas cuyo precio de ejercicio es igual o muy parecido al precio del activo subyacente.

3.3. Opciones segun su exigibilidad.

3.3.1 Europea: Cuando el derecho de la opción se puede ejercer solo en la fecha de vencimiento

3.3.2 Americana: Cuando el derecho de la opción se puede ejercer en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento

3.3.3 Bermuda: Cuando el derecho de la opción se puede ejercer en algunos momentos predeterminados a lo largo de su vida.

3.4. OPCIONES REALES

Las opciones reales son el conjunto de alternativas disponibles para el gestor del proyecto que le permiten tomar cursos de acción diferentes al descrito en el escenario inicial.

Para establecer la magnitud del valor que agrega al proyecto la existencia de alternativas en la gestión del proyecto, la ciencia financiera ha adaptado los métodos de valoración de las opciones financieras a los procesos de adquisición de activos reales.

3.4.1 Tipos de Opciones reales

3.4.1.1 Opción de compra (call) : opción de retardar el inicio, expandir o prolongar la vida de un proyecto.

3.4.1.2. Opcion de venta (put) : opción de abandonar o vender la fraccion de un proyecto.

Los componentes exigidos por los modelos de valoración de opciones financieras deben ser asociados a parámetros de los activos reales.

3.5 Parámetros de las Opciones Reales

Precio de mercado del subyacente	Equivale al valor presente de los flujos de caja libre generados durante la vida del proyecto
Precio de ejercicio	Precio pactado para la enajenación futura. Corresponde al valor de la adquisición del activo real
Plazo de duración	Tiempo durante el cual la opción real existe
La volatilidad del precio de mercado del subyacente	Volatilidad del proyecto medida como la dispersión estimada de los flujos de caja.

3.6 COMPARACION ENTRE OPCIONES REALES Y FINANCIERAS

Una de las diferencias entre las opciones financieras y reales es que el propietario de una opción financiera no puede afectar el valor del bien, pero la administración de una opción real a través de su gestión puede hacer que el valor del proyecto cambie y por lo tanto el valor de la opción de la cual depende.

El subyacente de una opción financiera es un activo como una acción o un bono, mientras que el subyacente de una opción real es un activo tangible por ejemplo una unidad de negocio o un proyecto. Las dos opciones son un derecho pero no una obligación de tomar una acción.

El hecho de que las opciones financieras están respaldadas en activos como bonos y acciones que son ampliamente negociados en el mercado hace que sea mucho más fácil estimar sus parámetros. Se puede estimar la varianza de la tasa de retorno bien sea a través de información histórica o tomando la varianza utilizada en otras opciones que negocien el mismo tipo de bien o activo. Por el contrario en las opciones reales el activo subyacente usualmente no es negociado en el mercado y se tiene que recurrir a técnicas de simulación para determinar la volatilidad del proyecto.

En las opciones financieras el tenedor de tal contrato es propietario exclusivo del derecho, en algunas opciones reales tales derechos pueden llegar a diluirse por la presencia de competidores. Tal el caso de los proyectos basados en patentes u otras formas de propiedad intelectual, condiciones bajo las cuales el propietario tiene el derecho exclusivo de su explotación durante un período de tiempo.

Otra situación se enfrenta cuando las condiciones de competencia determinan barreras de entrada a otros competidores, de manera que en la medida que otros productores superen tales obstáculos se diluye la opcionalidad.

Finalmente tanto en las opciones financieras como en las reales la incertidumbre del subyacente se asume que es exógena. Este supuesto es razonable para las opciones financieras puesto que esta fuera del alcance de cualquier individuo controlar o influenciar quien negocia con opciones sobre acciones, pero las decisiones que tome una empresa que es dueña de una opción real pueden afectar las decisiones de la competencia y por lo tanto la naturaleza de la incertidumbre que la compañía enfrenta.

3.7 CLASIFICACION DE LAS OPCIONES REALES

La clasificación de las opciones reales responde a la naturaleza de la flexibilidad que se encuentra incorporada en el activo. No todos los activos poseen las mismas cualidades y por ende, no dan lugar a la misma flexibilidad. Se agrupan en dos categorías: Opciones simples o compuestas.

Los proyectos que se realizan en fases son considerados opciones compuestas, es decir proyectos que se pueden parar o diferir al final de cada fase.

La principal característica de las opciones reales es que todas están afectadas por la incertidumbre de variables como el precio de venta, la cantidad vendida, y la tasa de interés que modifica el valor presente del proyecto. Las opciones que son afectadas por múltiples fuentes de incertidumbre se llaman Opciones Arcoiris.

3.7.1 OPCION DE DIFERIR

Es la opción de parar por algún tiempo el proyecto. Esta opción existe en cualquier proyecto ya que la inversión no necesariamente se realiza en un solo periodo de tiempo, de hecho se realiza por fases o etapas, dependiendo los requerimientos del proyecto.

3.7.2 OPCION DE ABANDONAR

Existe en todos los proyectos y es la opción de vender todos los activos y dar por terminado el proyecto. El costo de esta opción serian los gastos incurridos en las etapas anteriores antes de abandonar el proyecto. Este tipo de opción puede ser valorada como una opción compuesta y es especialmente valiosa para industrias intensivas en investigación y desarrollo como la industria farmacéutica y para industrias intensivas en capital como plantas generadoras de energía o construcciones a gran escala.

3.7.3 OPCION DE EXPANDIR

Opción de ampliar o acelerar el proyecto a través de inversiones futuras, si las condiciones del mercado resultan ser más favorables de lo esperado. En este caso sería una opción call para futuras inversiones la cual se ejercerá solo si las condiciones del mercado resultan ser muy favorables

3.7.4 OPCION DE REDUCIR.

Opción de operar por debajo de la capacidad o reducir la escala del proyecto para ahorrar parte de la inversión y mitigar las perdidas, si las condiciones del mercado resultan ser menos favorables de lo esperado. Esta opción se asemeja a una opción Put, donde el precio de ejercicio es igual al potencial de ahorro en costos. La opción de expandir o reducir es especialmente valiosa cuando se está introduciendo un nuevo producto o desarrollo en un mercado

desconocido o incierto. Esta opción también es importante cuando por ejemplo, una empresa tiene que escoger entre tecnologías o plantas que ofrecen diferente relación entre costo y beneficio. En algunos casos sería mejor una planta que cueste menos en la inversión inicial que el mantenimiento, si de esta manera se tiene la flexibilidad para reducir costos de mantenimiento cuando la planta esté produciendo a menor escala.

3.7.5 OPCION DE PARAR Y REINICIAR OPERACIONES

Cuando el proyecto lo permita sería más conveniente parar la producción, que incurrir en costos variables altos como consecuencia de condiciones desfavorables del mercado y que cuente con flexibilidad para retomar el proyecto cuando las condiciones del mercado hayan sido mejoradas.

3.7.6 OPCION DE ABANDONAR POR EL VALOR DE SALVAMENTO

Si llega a existir una caída sostenible en los precios del proyecto, se debería tener la flexibilidad de abandonar el proyecto para evitar incurrir en costos fijos que aumentan la pérdida del proyecto, esta se asemeja a una opción put en donde se decide abandonar el proyecto.

3.7.7 OPCION DE CAMBIAR ENTRE OPCIONES

Cuando un proyecto, tenga la capacidad de generar una ventaja competitiva al permitir cambiar entre opciones dándole mejor uso a sus recursos tangibles e intangibles, podrá tener un retorno superior al promedio y sacar provecho de esta flexibilidad.

3.8 PASOS EN LA VALORACIÓN DE OPCIONES REALES

- Estimación como caso básico del VPN del proyecto, sin incluir opciones
- Establecer el VPN sin opciones ni incertidumbre en $t = 0$
- Comprender la difusión de los resultados a lo largo del proyecto
- Identificar las potenciales flexibilidades del proyecto
- Agregar el valor añadido por la opción identificada

Aplicar el análisis de opciones reales:

- Agregar al VPN tradicional el valor agregado por las opciones reales
- Aplicar el análisis de árboles binomiales donde la flexibilidad se incorpora como decisiones opcionales
- Aplicar simulaciones de Monte Carlo
- Aplicar el enfoque tradicional de flujo de caja descontado
- Modelar las incertidumbres que afectan el proyecto Identificar las opciones potenciales a disposición de la gerencia
- Valorar el valor agregado por la opción

Las opciones reales tienen mayor valor cuando dos factores se unen y estos son la **incertidumbre y la flexibilidad** para actuar por parte de la gerencia.

3.9 La flexibilidad del proyecto: Es esta la condición que determina la existencia de opciones reales en un proyecto determinado. Se trata de una cualidad implícita en los activos reales y que puede no existir.

3.10 La incertidumbre en las opciones reales es vista como un factor positivo que le agrega valor al proyecto explotando al máximo todas las oportunidades posibles.

4. VOLATILIDAD

- Es definida como la incertidumbre del retorno de la inversión en el activo subyacente.
- Es un parámetro de estimación que se obtiene del cálculo de la desviación estándar por periodo.
- La volatilidad es la medida de la variabilidad del valor total del activo subyacente durante toda la vida del proyecto. Significa la incertidumbre asociada con los flujos de caja que componen el valor del activo subyacente.
- Estimar la volatilidad es el reto más grande en un análisis de opciones reales pues es el parámetro más importante y significativo en el valor de

la opción y es probablemente el factor más difícil de estimar ya que la información es limitada e intervienen decisiones subjetivas y expectativas no racionales.

La falta de certeza para determinar con precisión lo que sucederá en el futuro es la mayor fuente de incertidumbre, la cual solo se resuelve hasta el momento en que se vive la historia. De manera que incorporar la expectativa de que los resultados obtenidos de una inversión en el pasado sean iguales a los del futuro es lo que determina el carácter incierto de los flujos estimados por los modelo.

Existen dos clases de incertidumbre la cuantificable y no cuantificable.

La incertidumbre cuantificable permite definir las variables que tienen incertidumbre a través de parámetros estadísticos, sobre los cuales se pueda identificar una función de probabilidad que permita inferir la probabilidad de ocurrencia de cada una de las variables inciertas en los distintos escenarios o circunstancias del proyecto

Las variables inciertas se definen como variables aleatorias independientes que determinan las variables de resultados del modelo. Pero tal determinación implica la transmisión de su carácter incierto, por lo tanto, estos resultados deben ser también analizados como variables aleatorias.

En conclusión, en un modelo se conjugan variables determinísticas, variables aleatorias y variables de decisión para arrojar como resultado el valor esperado de las variables pronosticadas por el modelo.

4.1 FUENTES DE LA VOLATILIDAD

En el modelo de opciones reales se utiliza una volatilidad consolidada, es decir se calcula un solo factor de volatilidad que se construye a partir de la incertidumbre de diferentes variables, como son el precio, la cantidad y los costos variables, márgenes de rentabilidad entre otras que conforman los flujos de caja. De esta manera se estima la volatilidad del retorno sobre todo el proyecto, pero se debe recurrir al uso de información histórica o a los estimados subjetivos de la administración para analizar la variabilidad de los factores que afectan la incertidumbre del proyecto.

Hay dos opciones para enfocar las diferentes fuentes de la volatilidad de acuerdo a los Doctores Peasad Kodukula y Chandra Papudesu en su libro *Project Valuation Using Real Options*.

1. Se pueden dejar las varianzas por separado si se considera que las variables son independientes e impactan el valor del activo en diferentes direcciones.

Ejm, supongamos que se ha desarrollado un nuevo producto químico para el cual la incertidumbre es significativa. Si el precio de uno de los

ingredientes del producto es igualmente vulnerable a los factores del mercado se tienen entonces dos fuentes significativas de incertidumbre.

Si estas dos fuentes de incertidumbre no están correlacionadas las varianzas se deben de mantener por separado para así tener una mejor perspectiva del problema.

Si hay más de dos variables independientes que son fuente de incertidumbre se debe conducir un análisis preliminar para determinar las dos variables que tengan mayor impacto. Si se decide dejar las varianzas por separado se utiliza el modelo denominado opciones arcoíris.

2. Se pueden combinar los resultados de las volatilidades de cada una de las variables. Primero se calcula cada una de las volatilidades y luego se combinan para calcular el factor de la volatilidad agregada y con este factor resolver el modelo de opciones.

5. MODELO BLACK – SCHOLES

El primer modelo analítico completo para valorar opciones fue desarrollado en 1969 por Fischer Black y Myron Scholes, con la ayuda de Robert Merton, y se publicó en 1973. Black and Scholes utilizaron un portafolio de replica para obtener su fórmula final. Este portafolio estaba compuesto por el activo subyacente y el activo libre de riesgo que tenía los mismos flujos de efectivo que la opción que se estaba evaluando.

El modelo presentado por Black – Scholes fue diseñada para valorar opciones Europeas, que están protegidas de dividendos. Esto implica que el modelo no puede ser afectado por la posibilidad de ejercicio anticipado ni por pagos de dividendos.

Black y Scholes desarrollaron su modelo bajo los siguientes supuestos.

Estos supuestos es importante tenerlos en cuenta para entender las limitaciones que se tienen al usar este modelo para valorar opciones reales.

1. Es posible tomar posiciones cortas en el subyacente
2. Los precios se ajustan para que no haya oportunidades de arbitraje
3. Los precios del mercado cambian continuamente
4. Los rendimientos siguen una distribución Log Normal
5. No hay costes de transacción
6. Todos los subyacentes son divisibles (Es posible comprar 1/100 de una acción)
7. Es posible tomar prestado y prestar dinero al tipo de interés libre de riesgo
8. La tasa de interés y la volatilidad permanece constante durante la vida de la opción
9. Es una opción Europea y no paga dividendos

El modelo concluye en que:

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rdT}N(d_2)$$

$$P = Ke^{-rdT} N(-d_z) - SN(-d_i)$$

Donde:

$$d_i = \frac{\ln(S/K) + (rd - re + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_z = d_i - \sigma\sqrt{T}.$$

Definiendo:

- C es el valor de una opción de compra, opción europea.
- P es el valor de una opción de venta, opción europea.
- S es el valor del activo subyacente.
- K es el precio de ejercicio de la opción (Strike Price).
- T es el tiempo expresado en años que aún faltan por transcurrir en la opción.
- rd es la tasa de interés doméstica.
- re es la tasa de interés extranjera.
- σ Es la desviación Standard de los cambios proporcionales en las tasas de cambio.
- N es la función de distribución acumulativa de la distribución normal.
- N (di) y N (dz) son los valores de las probabilidades de los valores de di
- y dz tomadas de las tablas de la distribución normal.

El proceso de tarificación de opciones usando el modelo Black – Scholes involucra los siguientes pasos:

1. Utilizar las entradas de Black – Scholes para estimar d_1 y d_2
2. Estimar las distribuciones normales $N(d_1)$ y $N(d_2)$ correspondientes a estas variables normales estandarizadas
3. Estimar el valor presente del precio de ejercicio, usando la versión para tiempo continuo de la fórmula de valor presente
Valor presente del precio de ejercicio = Ke^{-rt}
4. El valor de la call se estima desde el modelo Black – Scholes

Hay dos conceptos relacionados con la formula de Black and Scholes y la valoración a través de opciones reales que son arbitraje y el portafolio replicado.

Una de las asunciones importantes detrás de los modelos de valoración a través de las opciones reales es que no debe de existir la posibilidad de arbitraje. Esto significa que un mercado financiero eficiente no se puede comprar un activo a un precio y simultáneamente venderlo a un precio mayor. Supuestamente por la alta liquidez de las opciones financieras, los inversionistas compran y venden rápidamente de tal manera que las oportunidades de arbitraje son muy escasas. Es por esto que los críticos de este método argumentan que las opciones no son un método para valorar activos reales ya que no son tan líquidos como las opciones financieras.

De acuerdo a los autores del libro *Project Valuation Using Real Options*, el arbitraje es solo una limitación del modelo que puede sobreponerse fácilmente si se realizan los siguientes ajustes.

1. Usar en el modelo de opciones reales una tasa de interés que sea un poco superior a la tasa de interés libre de riesgo.
2. Usar una tasa de descuento superior para calcular el valor del flujo de caja descontable del activo subyacente.
3. Aplicar un factor de descuento de la iliquidez al valor final de la opción.

El objetivo de estos tres ajustes es reducir el valor de la opción para hacerla más conservadora y no correr el riesgo de que este sobre valorada por no cumplir con la condición de no arbitraje.

El portafolio replicado es un procedimiento apropiado cuando el activo subyacente es, por ejemplo, una acción que cotiza en el mercado de valores, por que el riesgo relacionado con el activo subyacente es el riesgo de mercado y esta capturado en la acción cotizada. El uso de este modelo esta cuestionado ya que la mayoría de los activos reales no se cotizan en bolsa. Según algunos proponentes de las opciones reales como (Amram y Kulatilaka 2000)² sugieren que en vez de asumir un riesgo único para el activo real se debe de correlacionar así sea parcialmente con un portafolio de activos que se transen en el mercado.

La desventaja de este método es la complejidad computacional y la inhabilidad para manejar diferentes fuentes de incertidumbre relacionada con el valor del activo subyacente. Pero existe un **modelo binomial** para valuar opciones que es bastante más simple y contiene la misma lógica.

6. METODO BINOMIAL

De acuerdo a lo explicado por los autores del libro Project Valuation Using Real Options, el método que se debe usar preferiblemente para calcular el precio de ejercicio y la volatilidad es el método binomial ya que sus ventajas sobrepasan las desventajas del mismo. Igualmente considera que ofrece mayor flexibilidad que otros métodos como el Black-Scholes y las simulaciones.

El método binomial es el resultado más cercano al dado por el método Black-Scholes que es el método cuyo resultado es el más acertado. Pero la gran ventaja del método binomial es que es mucho más sencillo de explicar y de entender facilitando así la aprobación del proyecto por parte de la alta gerencia.

Está basado en una formulación simple para el proceso de precio del activo, en el cual el activo, en cualquier periodo de tiempo puede moverse de uno a dos precios posibles.

El **modelo binomial** es un modelo discreto de tiempo para movimientos de precio de un activo, que incluye un intervalo (t) de tiempo entre estos

movimientos. Mientras se acorta este intervalo de tiempo, la distribución límite que se forma mientras t se aproxima a 0, puede tomar dos formas:

- Si al aproximarse t a 0, los cambios de precio van haciéndose menores cada vez, la distribución límite es la normal y se trata de un proceso de precio continuo.
- Si al aproximarse t a 0, los cambios en precio permanecen espaciados, la distribución límite es la Poisson; esto es, una distribución que permite saltos de precio y se habla de un proceso de precio discreto.

El modelo **Black – Scholes** aplica cuando la **distribución límite es la normal** y se asume explícitamente que el **proceso de precio es continuo** y no existen brincos en los precios de activos.

Para formar el árbol binomial de las opciones reales se debe siempre usar el valor del activo subyacente no el flujo de caja para el periodo, ya que la evolución del proyecto es diferente a la evaluación del valor de la compañía.

7. El Movimiento Browniano

El modelo de movimiento Browniano geométrico describe la distribución de probabilidad de los precios futuros de un activo; en otras palabras, es un modelo matemático de la relación entre el precio actual de un activo y sus posibles precios futuros.

El modelo de movimiento Browniano geométrico establece que los pagos futuros de un activo están normalmente distribuidos y que la desviación típica (volatilidad) de esta distribución puede estimarse con los datos del pasado.

8. METODOS PARA EL CÁLCULO DE LA VOLATILIDAD

Métodos propuestos por el Doctor Prasad Kodukula y el Doctor Chandra Papudesu en su libro Project Valuation Using Real Options (pag 88-92).

8.1 Método de los Flujos de Caja Logarítmicos

Este método provee un factor de volatilidad que está basado en la variabilidad estimada de los flujos de caja que son usados para calcular el valor del activo subyacente. Los pasos a seguir son:

- Pronosticar los flujos de caja proyectados durante la fase de producción del proyecto en ciertos intervalos de tiempo, por ejemplo años.
- Calcular los retornos relativos para cada intervalo de tiempo, empezando con el segundo intervalo dividiendo el valor del flujo de caja actual por el valor del anterior.
- Determinar el logaritmo natural de cada retorno relativo
- Calcular la desviación estándar del logaritmo natural de los retornos relativos del paso anterior. La cual se convierte en el factor de

volatilidad del activo subyacente. Este factor es comúnmente expresado como un porcentaje y es específico para un periodo de tiempo.

Tabla 1 (Tomada del Libro Project Valuation Using Real Options Pag 89)

Volatility Factor Estimation: Logarithmic Cash Flow Returns

Approach

Date	Cash Flow (St)	Return (Rt) ^b	In Rt	Deviation	Squared of Deviation
Dic-05	300	1,042	0,041	-0,031	0,001
Nov-05	288	1,108	0,103	0,030	0,001
Oct-05	260	1,044	0,043	-0,029	0,001
Sep-05	249	1,078	0,075	0,003	0,000
Ago-05	231	1,027	0,027	-0,046	0,002
Jul-05	225	1,066	0,064	-0,008	0,000
Jun-05	211	1,06	0,058	-0,014	0,000
May-05	199	1,053	0,052	-0,021	0,000
Abr-05	189	1,056	0,054	-0,018	0,000
Mar-05	179	0,952	-0,049	-0,121	0,015
Feb-05	188	1,056	0,054	-0,018	0,000
Ene-05	178	1,148	0,138	0,066	0,004
Dic-04	155	1,033	0,032	-0,040	0,002
Nov-04	150	1,145	0,135	0,063	0,004
Oct-04	131	1,048	0,047	-0,025	0,001
Sep-04	125	1,136	0,128	0,055	0,003

Ago-04	110	1,048	0,047	-0,025	0,001
Jul-04	105	1,105	0,100	0,028	0,001
Jun-04	95	1,234	0,210	0,138	0,019
May-04	77	0,963	-0,038	-0,110	0,012
Abr-04	80	1,176	0,162	0,090	0,008
Mar-04	68	1,046	0,045	-0,027	0,001
Feb-04	65	1,14	0,131	0,059	0,003
Ene-04	57				0,000
Average Ln R			0,072		0,000
Total of Square of deviation					0,08

Raíz cuadrada (total of squared of
Factor de Volatilidad deviation/n-1)
0,06004011

El método de los retornos de los flujos de caja logarítmicos tiene ventajas como fácil de usar, matemáticamente válido, y consistente con la variabilidad asumida para calcular el valor del activo. La mayor desventaja es que cuando hay un flujo de caja negativo, los retornos asociados también serán un número negativo para el cual no existe un logaritmo natural. Esto puede dar resultados erróneos. Además algunos de los modelos matemáticos (como series de tiempo y tasas constantes de crecimiento) usados para pronosticar los flujos de caja pueden también resultar en información equivocada para estimar la volatilidad, por lo tanto se requiere de mucha precaución cuando se usa este método.

8.2 SIMULACION MONTE CARLO

En una simulación Monte Carlo, numerosos tipos de flujos de caja son simulados durante la vida del proyecto. Este método genera tantos factores de volatilidad como simulaciones se hagan dando como resultado una distribución de estos factores en vez de un solo resultado, lo cual permite evaluar la sensibilidad del valor de la opción real. Aunque las simulaciones implican un esfuerzo significativo, el método Monte Carlo ofrece la información más precisa sobre la volatilidad del valor del activo subyacente.

La simulación de Montecarlo, consiste en crear una muestra artificial de la variable dependiente lo suficientemente representativa que permita inferir la función de densidad de probabilidad que caracteriza el comportamiento esperado.

Esta técnica consiste en la generación de escenarios futuros en base a la función de distribución de las variables. Por lo tanto, nos permite simular todos los escenarios posibles de los valores que tomen los retornos de los distintos vértices de riesgo, en base a su función de distribución. Para esto es necesario asumir que los escenarios seguirán alguna distribución particular, ya sea normal, t-student, lognormal entre otras, y de esta manera poder generar los retornos mediante algún algoritmo generador de variables o algún proceso estocástico.

8.2.1 La simulación de Montecarlo consta de:

- Un procedimiento de cálculo de las variables por pronosticar (el modelo).
- Un procedimiento de generación de números aleatorios (seudo aleatorios).
- Un procedimiento de extracción de valores de las variables aleatorias (muestreo).
- Un procedimiento de acumulación de los resultados.
- Un procedimiento de repetición del experimento.

Por la ley de los grandes números, la función estimada tenderá a ser idéntica a la función que caracteriza a toda la población. En la medida en la cual la muestra sea más grande, más cercana será la función resultante del experimento a la verdadera función.

8.2.2. Ventajas del modelo Monte Carlo

- Ideal para evaluar múltiples dimensiones, es decir cuando como resultado del modelo se tienen diferentes variables dependientes o pronosticadas.
- Cuando se trata de una sola dimensión el método de Montecarlo soluciona lo que resulta imposible para los métodos analíticos
- Es el método más poderoso para calcular el VaR.

- Puede contar para un amplio rango de exposiciones a riesgo, incluyendo riesgo de precio no lineal, riesgo de volatilidad, e incluso el riesgo modelo.
- Es suficientemente flexible para incorporar variación de tiempo en volatilidad, o colas gordas y escenarios extremos.

8.2.3. Desventajas

- Necesidad de contar con un gran soporte computacional.
- Dificultad de valoración en tiempo real y la necesidad de preestablecer modelos de comportamiento de los precios de los activos.
- Se basa en los retornos históricos para determinar la volatilidad y las correlaciones y esto hace que no sea más exacto.

La forma más adecuada de comprender los fenómenos que rodean e inciden en los resultados de un proyecto es contar con una visión completa de los resultados de los modelos de evaluación de inversiones. Es decir determinando la probabilidad de ocurrencia de los diferentes rangos del resultado del modelo de evaluación de inversiones bien sea aplicando métodos analíticos o de simulación estadística.

Todos los métodos desarrollados para calcular la volatilidad fueron basados bajo la técnica de Monte Carlo que busca desarrollar la probabilidad de

distribución para una tasa de retorno superior al promedio. Algunos de los métodos propuestos son:

- Copeland y Antikarov (2001) Herath y Park (2002) plantearon la simulación de la volatilidad mediante métodos logarítmicos
- Brandao, Dyer y Hahn (2005) método de logaritmos condicionales.
- Godinho (2006) método de regresión de mínimos cuadrados.

Sin embargo en otras inversiones especialmente las relacionadas con investigación y desarrollo donde no hay ningún tipo de información disponible la volatilidad debe estimarse basándose en otro tipo de método. Una alternativa es usar simulación Montecarlo para hallar el valor presente neto del proyecto y su volatilidad

8.3 PROJECT PROXY APPROACH

Este es un enfoque indirecto para estimar el factor de volatilidad del activo subyacente. Este método usa como sustituto la información histórica obtenida de otro proyecto que se presume que tiene un desempeño y flujos de caja similares a los del proyecto en consideración. Se utiliza el factor de otro proyecto que tenga información del mercado real. Este método es simple y fácil de utilizar y de alguna manera se acerca a la realidad del mercado. Por ejemplo si se está valorando un nuevo desarrollo de un software existente, se

puede utilizar el factor de volatilidad del software anterior para determinar la volatilidad del nuevo software.

8.4. MARKET PROXY APPROACH

Es similar al Project proxy approach excepto que en vez de usar la información de otro proyecto parecido se utiliza la información de una compañía que cotice en la bolsa y cuyos flujos de caja y cuyas características sean comparables con el nuevo proyecto en consideración. Este método es muy sencillo y fácil de usar si se encuentra una compañía que sea comparable.

Bajo este método también se puede utilizar la información histórica que se encuentre de algún commodity que sea una de las principales materias primas del proyecto. Por ejemplo, un proyecto de perforación de pozos petroleros se basaría en la información histórica del precio del petróleo.

8.5. MANAGEMENT ASSUMPTION APPROACH

La gerencia del proyecto haciendo uso de su experiencia estima los rendimientos esperados durante la vida del proyecto de acuerdo a tres escenarios, uno optimista, uno promedio, y otro pesimista.

Ejemplo tomado del libro Project Valuation Using Real Options.

Un escenario optimista de \$ 100 millones significa que hay un 98% de probabilidades que los rendimientos no excederán los \$ 100 millones. Similarmente un escenario negativo de \$ 20 millones significa que solo hay un 2% de probabilidades que los rendimientos sean menores a \$ 20 millones. El escenario promedio corresponde a un 50% de probabilidades. Asumiendo que los rendimientos siguen una distribución log normal y conociendo dos de los tres escenarios posibles se puede calcular la volatilidad del activo subyacente usando una de las siguientes ecuaciones.

$$\sigma = (\ln(S_{opt}/S_o)) / 2 \text{ raiz}(t)$$

$$\sigma = (\ln(S_o/S_{pes})) / 2 \text{ raiz}(t)$$

$$\sigma = (\ln(S_{opt}/S_{pes})) / 4 \text{ raiz}(t)$$

8.6 CALCULO DE LA VOLATILIDAD SEGUN COPELAND Y ANTIKAROV

El método de la simulación del valor presente mediante modelos logarítmicos fue inicialmente introducido por Copeland y Antikarov (2001). Y se basa en **marketed asset disclaimer and Samuelson's proof** la cual dice que la tasa de retorno de cualquier activo sigue una caminata aleatoria del patrón de flujo de caja

Este método se apoya en la idea de que una inversión en opciones reales debe ser valorada como si fuera un activo que se transa en el mercado aun cuando no va a ser listado públicamente.

8.6.1 Estimación de la volatilidad consolidada (Tomado del Libro de Copeland y Antikarov. Real Options a Practitioner's Guide. Pag 245-264)

Se utiliza la palabra consolidada por que el resultado es un estimado único de la volatilidad que se construye a partir de la incertidumbre de diferentes variables, como son el precio, la cantidad y los costos variables, que la conforman.

$$PV_t = PV_0 e^{rt}$$

$$\ln = PV_t / PV_0 = rt$$

Se comienza con una hoja de calculo del valor presente, se modelan las variables de incertidumbre, se usa la simulación montecarlo para estimar la desviacion estandar de las tasas de retorno (basada en la distribucion de los valores presentes) para luego construir el arbol binomial.

Copeland y Antikarov usan un proyecto de 7 años que es simple pero realista para ilustrar el proceso.

En este proyecto hay incertidumbre en tres parametros principales que son:

Precio por unidad (el cual se autocorrelaciona con el mismo a través del tiempo)

Cantidad producida (la cual es positivamente correlacionada con el precio)

Costo variable por unidad (la cual es positivamente correlacionada con la cantidad)

Primero que todo se modela la incertidumbre en la variable precio.

Se asume que hay incertidumbre en los precios estimados ya que hay infinidad de posibilidades para considerar las bandas de confianza con las que se estiman

los precios. Independiente de cómo se modelen las bandas de confianza se puede utilizar la simulación Monte Carlo y en este ejemplo en particular se consideraron dos extremos que son: Creer que las bandas de confianza son constantes o que se incrementan con el tiempo. Asumir que el intervalo de confianza se incrementa tiene un mayor impacto que se haya variabilidad adicional en la cantidad o en los costos variables.

Supongamos que los analistas de la compañía estiman el precio esperado para cada año con una desviación estándar del 10% y que esperan que los errores de estimación sean altamente y positivamente correlacionados a través del tiempo. (autocorrelación del 90%) Esto implica que si el precio es subestimado en un año lo más normal es que será igualmente subestimado al año siguiente. Esta dependencia de tiempo es llamada autocorrelación. Si es negativa implica que un valor alto es comúnmente seguido por un valor bajo (y viceversa) y esto se le llama reversion de la media.

A continuación se explica la simulación Monte Carlo usando el programa Crystal Ball para estimar la volatilidad del precio del ejemplo propuesto.

8.6.2 Definir las variables. Primero haga click en “define assumptions”. El programa le pregunta que escoja el tipo de distribución de probabilidad. Hay muchas opciones como la binomial uniforme, lognormal, normal entre otras. En este caso se utiliza la lognormal por que los precios nunca serán negativos. Luego se establece la media y la desviación estándar del precio. (mean = \$ 10

y desv = 10%. Seguidamente se mueve el cursor al año dos y se repite el procedimiento).

8.6.3 Establecer las autocorrelaciones. Para modelar la autocorrelación entre los precios en los dos primeros periodos se hace click sobre el icono “correlate”. Cuando el programa pregunta por la “assumption” se escoge la variable con la que se desea que se correlacione el segundo periodo. En este caso con el precio del primer periodo. Luego el programa pregunta por la magnitud del r squared entre las variables. Debido a que la autocorrelacion es igual al r cuadrada se estable que este valor es igual a 90%. Esto significa de que hay alta probabilidad de que los errores que se cometieron para estimar el precio del primer periodo se cometeran de igual manera en el segundo periodo. Se repite el procedimiento para definir los pronósticos del precio durante los 7 años que dura el proyecto.

8.6.4 Definir la variable a pronosticar. En este paso se pretende definir la variable a pronosticar cuya distribucion sera simulada por el método Monte Carlo.

Hay que tener presente que la desviación estandar que se necesita para construir el arbol binomial es la desviación estandar de los cambios porcentuales en el valor del proyecto de un período a otro.

Por lo que la variable de interes es:

$$Z = \ln \frac{PV_1 + FCF_1}{PV_0}$$

Este valor es calculado usando PV_0 (valor presente en el periodo cero) para el proyecto en el denominador y el valor presente en el periodo uno en el numerador

$$PV_1 = \sum_{t=x+1}^{n=7} \frac{FCF_t}{(1 + WACC)^{t-1}}$$

Paso siguiente se debe crear una nueva celda en la hoja de calculo que contenga la formula para “z” y luego hacer click en el icono “Define Forecast” in Crystal Ball. Esta es la celda que el programa monte Carlo usa para generar los resultados.

8.6.5 Correr la simulación. Haga click en el icono “run” Despues resetie el programa para que se inicie. Use el comando “run preferences” para establecer el numero maximo de ensayos (usualmente se usan 1000), luego haga click sobre el icono “run” y la simulación empezará.

8.6.6 Construcción del Arbol Binomial

Después de que ya se tiene el valor presente del proyecto, un estimado de la volatilidad de los retornos (basada en la simulacion Monte Carlo) y los flujos de caja esperados se construye el arbol binomial.

El árbol binomial nos da el valor del proyecto sin flexibilidad. El siguiente paso es incluir las opciones en los nodos del árbol para convertirlo en un árbol de decisión, el último paso es usar un portafolio de replica para valorar las opciones incluidas en el árbol para obtener el valor del proyecto con flexibilidad.

Para estimar la volatilidad consolidada se debe recurrir al uso de información histórica o a los estimados subjetivos de la administración para analizar la variabilidad de los factores que afectan la incertidumbre del proyecto. La volatilidad que se necesita para construir el árbol binomial es la volatilidad de la tasa de retorno, por lo tanto se deben convertir los valores producidos por la hoja de cálculo en tasas de retorno usando la siguiente ecuación.

8.6.7 Información Histórica

Es razonable asumir que el futuro será parecido al pasado cuando por ejemplo un proyecto es una inversión de reposición, cuando se estudia la posibilidad de arrancar o parar un proyecto existente o cuando un nuevo proyecto es afectado por circunstancias similares a las de otro proyecto existente.

8.6.8 Estimados subjetivos definidos por la administración.

Algunos proyectos son tan nuevos que es imposible estimar la volatilidad del proyecto usando información histórica por que lo único cierto es que el futuro no será como el pasado. En casos como este se utilizan los estimados de la

administración. Este estimado es un reto ya que los métodos tradicionales solo necesitan los flujos de caja proyectados y una tasa de descuento que se basa en el riesgo sistemático. Copeland y Antikarov usan un método en el cual se requiere que se establezcan unos rangos de parámetros (Valor de la variable en cada uno de los periodos de tiempo y el valor más alto o más bajo que la variable puede llegar a tener)

8.6.9 Movimiento Geométrico Browniano

En la explicación dada por Copeland y Antikarov inicialmente se asume que hay solo una fuente de incertidumbre y que no existe autocorrelación. Se asume que por ejemplo la incertidumbre en los precios sigue un movimiento geométrico browniano donde el valor del próximo periodo es igual al valor de este periodo multiplicado por un factor constante de crecimiento. La tasa de crecimiento en una variable aleatoria de distribución normal con un crecimiento y desviación estándar constante.

Ecuación

$$V_{t+\Delta t} = V_t e^{r\Delta t}$$

Al final de un periodo, hay una probabilidad del 95% que "r" se encuentre en el siguiente intervalo de confianza.

$$r \in [r - 2\sigma, r + 2\sigma]$$

El valor superior e inferior de r con un nivel de confianza del 95% será

$$\text{Superior } [r] = rT + 2\sigma\sqrt{T}$$

$$\text{Inferior } [r] = rT - 2\sigma\sqrt{T}$$

El limite superior o inferior se determina con la siguientes ecuaciones

$$\text{Superior} = [V_t] = V_0 e^{rT + 2\sigma\sqrt{T}}$$

$$\text{Inferior} = [V_t] = V_0 e^{rT - 2\sigma\sqrt{T}}$$

Si el flujo de caja libre contiene una tasa de crecimiento para cada periodo entonces la tasa de crecimiento sera la suma de las tasas de crecimiento de cada período.

$$R_T = \sum_{i=1}^T r_i$$

$$\text{Superior} = [V_t] = V_0 e^{\sum r_i + 2\sigma\sqrt{T}}$$

$$\text{Inferior} = [V_t] = V_0 e^{\sum r_i - 2\sigma\sqrt{T}}$$

Si se espera que la incertidumbre tenga un crecimiento constante se reemplaza la suma de las tasas de crecimiento de cada periodo por el producto de la tasa promedio de crecimiento y el número total de períodos.

Si los expertos de la administran suministran un limite superior e inferior para los valores se determina la volatilidad de la tasa de crecimiento de la siguiente manera:

$$\sigma = \frac{\ln[V_T^{\text{Upper}}/V_0] - \sum_{i=1}^n r_i}{2\sqrt{T}}$$

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n r_i - \ln[V_T^{\text{Lower}}/V_0]}{2\sqrt{T}}$$

Después de esto volvemos al modelo de Monte Carlo y para cada año se define por ejemplo el crecimiento en ventas como una variable aleatoria de distribución normal con desviación estándar. El valor de la variable incierta para cada año es generada por cada simulación por la fórmula:

$$V_t = V_{t-\Delta t} e^{rt}$$

De acuerdo a Copeland y Antikarov, el valor presente de los flujos de caja de un proyecto sin flexibilidad es el estimado más objetivo del valor de mercado de un proyecto, por lo tanto la simulación de los flujos de caja proporciona un estimado confiable sobre la volatilidad de la inversión.

El modelo simulado es un cálculo convencional de valor presente donde la incertidumbre de los parámetros es presentada como distribuciones objetivas y subjetivas, constantes y series de tiempo con posibles correlaciones.

Después de la simulación se calcula el promedio y la desviación estándar de la tasa de retorno (volatilidad)

Algunas modificaciones al método incluyen duplicar los flujos de caja y simular solamente el flujo de caja del numerador mientras se mantiene constante el valor del denominador. Esto reduce el riesgo de medir la auto-correlación.

Aunque la ideal fundamental de Copeland & Antikarov (2001) es correcta tiene una clara deficiencia técnica ya que el cálculo de la desviación estándar es el resultado de la incertidumbre futura, el modelo sobre estima la volatilidad.

8.7 El método de Herath & Park (Tomado del artículo de Tero Haahtela.

Separating ambiguity and volatility in cash flow simulation based volatility estimation)

Este método calcula la volatilidad de una forma muy similar a la de Copeland & Antikarov (2001) y está basado sobre las mismas ecuaciones con dos diferencias. La primera es la notación, en vez de PV_0 , PV_1 y FCF_1 Herath y Park usan MV_0 , MV_1 y A_1 . La segunda es que en el método de Herath y Park se aplica simulación tanto al denominador como el numerador con diferentes variables independientes aleatorias. Sin embargo estas modificaciones causan el mismo error de sobre estimación que sucede en el modelo de Copeland y

Antikarov y adicionalmente causa errores por no tener el denominador constante.

Una asunción implícita en el método de Copeland y Antikarov (2001) es que la volatilidad del proyecto es constante. Si la volatilidad cambia con el tiempo, este método puede ser adaptado para estimar la desviación estándar de K_n para diferentes valores de n , en vez de utilizar solamente una volatilidad generalizada, K_1 .

Sin embargo, este método es mucho más difícil o aun imposible de aplicar si la volatilidad del proyecto cambia con el valor del proyecto, por lo tanto se considera la aplicación de este método solo para esos proyectos cuya volatilidad no cambia con el valor del proyecto.

8.8 Estimación de la volatilidad Condicional de Brandão, Dyer & Hahn (2005) (Tomado del artículo de Tero Haahtela. Separating ambiguity and volatility in cash flow simulation based volatility estimation)

Autores como Brandao han resuelto el problema de Copeland & Antikarov cambiando el modelo de tal manera que solo el flujo de caja del primer año sea estocástico y C_2, \dots, C_n son definidos como valores esperados condicionados a los resultados de C_1 de esta manera la única variabilidad capturada en PV_1 se debe a la incertidumbre resuelta hasta ese momento.

La siguiente ecuación es usada para calcular la volatilidad.

$$z = \frac{\ln(C_1 + PV_1 (E_1(C_2) \dots, E_1(C_n)/C))}{V_0}$$

8.8.1 Método de la regresión de los mínimos cuadrados

Inspirado por Longstaff & Schwartz (2001), Godinho (2006) presentó un modelo para el cálculo de la volatilidad que consiste en dos simulaciones realizadas en dos periodos. La información acerca de este modelo fue tomada del artículo de Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options Analysis escrito por Pedro Godinho.

Este modelo también se basa en la condicionalidad de los flujos de caja esperados. Funciona bien cuando los resultados no se pueden calcular analíticamente.

Primero, la simulación es hecha para observar el comportamiento del proyecto durante el primer año. Segundo, utilizando la información del primer año se hace la simulación para el resto de tiempo del proyecto. Tercero, los flujos de caja promedio después del primer año son usados para calcular PV_1 , el cual es después usado para calcular una muestra de z . Finalmente se calcula la volatilidad de z (desviación estándar)

Mientras que otros métodos calculan la volatilidad en unos pocos segundos, el proceso con este método requiere de varios minutos para hacer el cálculo con los computadores actuales y algoritmos, además de que también se necesita de habilidades de programación.

En el primer periodo para hallar PV_1 se utiliza la siguiente ecuación.

$$PV_1 = a_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n$$

En la segunda simulación, la volatilidad es calculada como la desviación estándar de z

$$Z = \frac{\ln(PV_1)}{(PV_0)}$$

Godinho considera un proyecto de inversión con una inversión inicial conocida (flujo de caja FO), una serie de inciertos futuros flujos de caja Ft, t = 1, ..., T, y una tasa de descuento compuesta continua. Godinho define el valor de mercado del proyecto en el periodo n (MVn) como el valor de los flujos de caja que ocurrirán después del período n, descontados al período n: El valor presente en el período 0, PW0, es el valor presente neto del proyecto (NPV). MVn y PWn son los flujos de cajas esperados para el futuro en el período n. Kn es una variable aleatoria que representa la tasa de retorno compuesta continua sobre el proyecto entre periodo n-1 y período n.

Ecuación

$$PW_n = MV_{n-1} \cdot e^{k_n}$$

De la ecuación anterior se puede definir que Kn como

$$k_n = \ln \left(\frac{PW_n}{MV_{n-1}} \right)$$

La volatilidad es la incertidumbre sobre los posibles retornos esperados del proyecto de un periodo a otro. Como Kn es la tasa de retorno sobre el proyecto

entre periodo n-1 y período n, la volatilidad del proyecto será la volatilidad de Kn

8.9 Metodos alternativos para el calculo de la volatilidad según Godinho

Para calcular MV_0 , se necesita estimar $E_0(F_t)$, los valores futuros esperados de los flujos de caja. Para calcular PW_1 hay que simular el comportamiento del proyecto durante el primer año y por cada iteración estimar el valor futuro esperado de los flujos de caja $E_1(F_t)$ de acuerdo a la información disponible al final del primer año. Para algunos proyectos puede ser posible determinar analíticamente como los valores esperados pueden ser calculados. Cuando este es posible esta es la forma más precisa y práctica de hacerlo.

Dado P_1 , precio simulado para el año 1, el flujo de caja esperado para el año 2 es

$$E_1(F_2) = 100 \cdot P_1 \cdot e^{0.11125}$$

Si se usa este valor estimado en la simulación, se estará estimando la verdadera volatilidad del proyecto

De hecho una simulación realizada por Godinho con @Risk™ software usando 50000 iteración dio como resultado una volatilidad estimada de 15%. El problema con este procedimiento

es que usualmente es muy duro o hasta imposible encontrar una expresión analítica para los valores futuros esperados de los flujos de caja, dada la

información disponible en el año 1. Es por esto que Godinho propone otros procedimientos alternativos.

Si una expresión analítica no se puede encontrar para $E_0(F_t)$, entonces se puede usar simulación para estimar el valor esperado. El uso de simulación también puede ser una buena alternativa para estimar $E_1(F_t)$. Sin embargo, de acuerdo a Godinho, el problema es que basa la estimación de $E_0(F_t)$ sobre la información disponible al principio del proyecto y esa información es conocida y no cambia, pero la estimación de $E_1(F_t)$ debe ser basada en la información del año , la cual cambia en cada iteración de la simulación. Para resolver este inconveniente Godinho basa la estimación de la volatilidad del proyecto en una simulación de dos niveles. Cada iteración del primer nivel simula el comportamiento del proyecto durante el primer año. Cuando la iteración alcanza el final del primer año se debe estimar el valor futuro esperado de los flujos de caja según los eventos del primer año y para esto se realiza la simulación de segundo nivel.

El punto de inicio de esta simulación de segundo nivel es la información generada por la iteración de primer nivel y cada iteración calcula una muestra de flujo de caja hasta el final del proyecto. Cuando se completa la simulación de segundo nivel se promedian las muestras de los flujos de caja para cada año y este promedio se convierte en el estimado del valor futuro de los flujos de caja dada la información del año 1.

Godinho asume que si se intentan usar 50000 iteraciones para la primera y segunda simulación el procedimiento requiere de 25×10^4 iteraciones para el

segundo nivel, lo cual puede ser impráctico. Este crecimiento exponencial de el número total de iteraciones de segundo nivel con el número de iteraciones usadas en cada nivel pueden hacer rápidamente que sea imposible el uso un gran número de iteraciones. Si se reducen el número de iteraciones se reduce la certeza del resultado. Si se usa este procedimiento se obtiene una volatilidad de 14.99%. Godinho para evitar los inconvenientes de este procedimiento desarrollo otro modelo que está inspirado en parte por el método de Monte Carlo de los mínimos cuadrados para la valoración de opciones americanas. En vez de usar una simulación de dos niveles la cual crece exponencialmente en complejidad con el número de iteraciones el nuevo método considera dos simulaciones independientes. La primera simula el comportamiento del proyecto durante toda su vida la cual permite el cálculo del valor esperado de PW_1 dada la información disponible en el año. La segunda simula solamente el primer año del proyecto y usa el modelo estimado para calcular un valor para PW_1 en cada iteración.

La regresión lineal puede ser una manera conveniente de estimar el modelo en la primera simulación aunque métodos más sofisticados pueden proporcionar mejores resultados. En este modelo Godinho aplica regresión varias veces a las variables y usa como variable dependiente la suma de los flujos de caja descontados al año. Este procedimiento de la regresión, como lo llama Godinho, demanda menos cálculos que la simulación de dos niveles. Sin embargo la exactitud de los resultados depende de cómo se escogen las funciones de las variables elegidas y es especialmente difícil determinar cuáles producen el mejor modelo

8.10 Estimación de la volatilidad según Graham

Graham A. Davis en su trabajo *Estimating Volatility and Dividend Yield When Valuing Real Options to Invest or Abandon* demuestra que la volatilidad del proyecto puede ser calculada de la volatilidad de la variable precio. En el análisis con opciones reales usualmente se asume que el precio del producto del proyecto al igual que V fluctúa de acuerdo a un proceso ITO

$$dS = a(S,t)dt + c(S,t)dz,$$

Donde:

S : Es la unidad de precio

$a(S,t)dt$: Tendencia esperada del precio

$c(S,t)$: Volatilidad instantánea del precio

dz : Estandar Wiener process

El valor de V depende del precio actual y futuro del producto. De acuerdo a la anterior ecuación los valores futuros de S dependen de los valores actuales de S , por lo tanto la anterior función puede ser escrita de la siguiente manera $V(S,t)$

Frecuentemente se asume que la volatilidad del precio del producto es constante

Donde ϵ es la elasticidad del valor del proyecto, o la sensibilidad del proyecto a cambios en el precio spot del producto puesto que el valor del proyecto se incrementa en S .

Según Graham esta ecuación es el principal resultado que muestra su trabajo de que la volatilidad del proyecto está íntimamente relacionada a la constante tasa de volatilidad del precio del producto. La elasticidad de la volatilidad del precio no es constante durante la vida del proyecto por lo que la volatilidad del proyecto tampoco es constante violando la asunción de que V sigue un movimiento browniano. Otros autores como Trigeorgis (1990, 1996) Paddock, Siegel and Smith (1988), Smit (1997 y Pickles and Smith (1993) llegaron a la misma conclusión de que la volatilidad del precio es muy cercana a la volatilidad del proyecto.

En este trabajo se analiza un ejemplo muy simple propuesto por Copeland & Antikarov el cual ha sido estudiado otros autores como Head & Park y Godinho. El proyecto consiste en producir 100 unidades de un producto que tiene un precio de \$ 1. La tasa continua de retorno del producto se comporta como una distribución normal con una media de 10 y una desviación estándar de 15%. El único costo del proyecto es la inversión inicial de \$ 1600. En este proyecto se asume que hay una correlación positiva entre el precio y el valor del proyecto, la volatilidad es constante y sigue un movimiento geométrico, por lo tanto en este caso se puede afirmar que la volatilidad debe de ser 15%.

El modelo de CA usa el valor de Mercado de $MV_0 = 100$ e interacciona solamente el valor de PW_1 . Una simulación basada en este proceso debe

darnos una volatilidad de 21%. El modelo de HP usa grupos independientes de variables aleatorias para generar MV_0 y PW_1 . Una simulación basada en este procedimiento debe darnos una volatilidad estimada de 30%.

De acuerdo a Godinho estos dos métodos sobre estiman la volatilidad del proyecto. Por ejemplo en el modelo de Copeland PV_1 es el valor presente de neto de la realización de unos flujos de caja futuros generados en la simulación, por lo tanto la desviación estándar está sobre estimada por que es el resultado de futuras incertidumbres (Smit 2005)

En el método de Herath & Park ocurre el mismo error de sobre estimar la volatilidad y es aún mayor que ya que el denominador no permanece constante.

EJEMPLO DEL CÁLCULO DE LA VOLATILIDAD

Volatilidad ejm copeland.xls [Modo de compatibilidad] - Microsoft Excel

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista

Calibri 11 Fuente Alineación Número Estilos Celdas Modificar

Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Insertar Eliminar Formato Ordenar y filtrar Buscar y seleccionar Modificar

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		
12																		
13																		
14																		
15																		
16																		
17																		
18																		
19																		
20																		
21																		
22																		
23																		
24																		
25																		
26																		
27																		
28																		
29																		
30																		
31																		
32																		
33																		
34																		
35																		
36																		
37																		
38																		
39																		
40																		
41																		
42																		
43																		
44																		
45																		
46																		
47																		
48																		
49																		
50																		
51																		
52																		

Inicio Cd Trabajo de Grado Cd Trabajo de Grado CD Grado U Sabana Volatilidad ejm c... Proyecto de Grado... 09:17 p.m.

Volatilidad ejm copeland.xls [Modo de compatibilidad] - Microsoft Excel

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista

Calibri 11 Fuente Alineación Número Estilos Celdas Modificar

Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Insertar Eliminar Formato Ordenar y filtrar Buscar y seleccionar Modificar

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
26																		
27																		
28																		
29																		
30																		
31																		
32																		
33																		
34																		
35																		
36																		
37																		
38																		
39																		
40																		
41																		
42																		
43																		
44																		
45																		
46																		
47																		
48																		
49																		
50																		
51																		
52																		

Inicio Cd Trabajo de Grado Cd Trabajo de Grado CD Grado U Sabana Volatilidad ejm c... Proyecto de Grado... 09:19 p.m.

Volatilidad ejm copeland.xls [Modo de compatibilidad] - Microsoft Excel

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista

Calibri 11 Fuente Alineación General Número Estilos

Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Insertar Eliminar Formato Ordenar y filtrar Buscar y filtrar seleccionar Modificar

K79

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
53																		
54																		
55			1	2	3	4	5	6	7									
56	Precio		10	10	9,5	9	8	7	6									
57	Quantity		100	120	139	154	173	189	200									
58	Variable Cost/ Unit		6	6	5,7	5,4	4,9	4,2	3,6									
59	Revenue		1000	1200	1321	1398	1594	1323	1200									
60	Variable Cash Cost		-600	-720	-792	-832	-832	-790	-711									
61	Fixed Cost		-20	-20	-20	-20	-20	-20	-20									
62	Depreciation		-229	-229	-229	-229	-229	-229	-229									
63	EBIT		151	231	280	305	303	284	240									
64	Cash Taxes		-60	-32	-12	-12	-12	-14	-36									
65	Depreciation		229	229	229	229	229	229	229									
66	CAPEX	(1600,00)	0	0	0	0	0	0	0									
67	Increase Working Capital		-200	-40	-24	-13	0	13	24									
68	Free Cash Flow		120	328	373	399	411	412	397									
69	WACC		0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12									
70	Discount Factor		0,893	0,797	0,712	0,636	0,567	0,507	0,452									
71																		
72	PV free cash flow		107	261	265	254	233	209	179									
73																		
74	NPV		1508															
75	PV1		1655	291	293	278	254	226	193									
76																		
77	Brandao		0,09330013															
78																		
79																		

Volatility Data

Inicio Cd Trabajo de Grado Cd Trabajo de Grado CD Grado U Sabana Volatilidad ejm c... Proyecto de Grado...

09:19 p.m.

9. CONCLUSIONES

- No es el hecho de si los modelos de opciones pueden ser aplicados a la valoración de activos reales, es más una cuestión de el analista entienda las asunciones y limitaciones del modelo para que sepa utilizar las herramientas adecuadas para resolver los problemas y puede interpretar con precaución los resultados utilizando este modelo.
- Es un error asumir que la volatilidad del activo subyacente es la misma que la volatilidad de algunas de las variables como el precio o cantidad o a la volatilidad de la empresa que lo desarrolla.

10. BIBLIOGRAFIA

Copeland, Tom y Antikarov, Bladimir. Real Options a Practicioner´s Guide.
Texere New York 2001.

Kodukula Prasad y Papudesu Chandra. Project Valuation Using Real Options.
J Ross Publishing 2006.

Godinho, Pedro. Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options.

Smith, James. Alternative Approaches for Solving Real Options Problems

Graham, A Davis. Estimating Volatility and Dividend Yield When Valuing Real
Options to Invest or Abandon. Colorado School of Mines 1998.

Tero, Haahtela. Separating Ambiguity and Volatility in Cash Flow Simulation
Based Volatility Estimation. Helsinki University of Technology. Finland.

Tero, Haahtela. Recombining Trinomial Tree for Real Option Valuation with
Changing Volatility. Helsinki University of Technology. Finland.

Cobb, Barry y Charnes, John. Real Options Volatility Estimation with Correlated Inputs. 2004. The University of Kansas. The School of Business. Lawrence, Kansas, USA.

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
INSTITUTO DE POSTGRADOS- FORUM
RESUMEN ANALÍTICO DE INVESTIGACIÓN (R.A.I)

ORIENTACIONES PARA SU ELABORACIÓN:

El Resumen Analítico de Investigación (RAI) debe ser elaborado en Excel según el siguiente formato registrando la información exigida de acuerdo la descripción de cada variable. Debe ser revisado por el asesor(a) del proyecto. El RAI se presenta (guema) en el mismo CD-Rom del proyecto.

No.	VARIABLES	DESCRIPCIÓN DE LA VARIABLE
1	NOMBRE DEL POSTGRADO	Especialización en Finanzas y Mercado de Capitales
2	TÍTULO DEL PROYECTO	Calculo de la Volatilidad en las Opciones Reales
3	AUTOR(es)	Liliana Velásquez Orozco
4	AÑO Y MES	2010 de Septiembre
5	NOMBRE DEL ASESOR(a)	Pedro María Angel Díaz
6	DESCRIPCIÓN O ABSTRACT	<p>A pesar de varias décadas de desarrollos y promoción por parte de los académicos, existe poca aplicación del método de opciones reales. Los factores que han contribuido a esto son la complejidad de la matemática usada en comparación con la utilizada en el análisis de valor presente neto y estimar los seis parámetros requeridos en opciones reales.</p> <p>El propósito de este trabajo es tratar de comunicar las técnicas matemáticas explicadas por diferentes autores para calcular la volatilidad del proyecto, el cual es considerado como el parámetro más importante y complicado de estimar. La mayoría de los ejemplos que muestran la práctica y beneficios de las opciones reales utilizan valores hipotéticos, pero no explican cómo llegar a encontrar los verdaderos parámetros.</p>
7	PALABRAS CLAVES	Volatilidad, Opciones, Cálculo, Métodos, Modelos, Valoración, Inversiones, Desviación Estándar, incertidumbre, riesgo.
8	SECTOR ECONÓMICO AL QUE PERTENECE EL PROYECTO	Sector financiero
9	TIPO DE ESTUDIO	Proyecto Institucional
10	OBJETIVO GENERAL	Conocer los métodos que los diferentes autores han propuesto para el cálculo de la volatilidad o desviación estándar, ya que es un parámetro clave para valorar un proyecto de inversión con mayor precisión por medio del método de opciones reales.
11	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	<ul style="list-style-type: none"> • Analizar las ventajas y desventajas de cada uno de los métodos propuestos para hallar la desviación estándar utilizada en el método de opciones reales. • Aplicar la formulación de todos los métodos a un caso práctico. • Determinar cuál de todos los métodos es más conveniente dependiendo de los resultados de la aplicación al caso práctico. • Estudiar los modelos estadísticos utilizados en opciones reales para entender el cálculo de la desviación estándar

12	RESUMEN GENERAL	<p>Las opciones reales son el conjunto de alternativas disponibles para el gestor del proyecto que le permiten tomar cursos de acción diferentes al descrito en el escenario inicial. La principal característica de las opciones reales es que todas están afectadas por la incertidumbre de variables como el precio de venta, la cantidad vendida, y la tasa de interés que modifica el valor presente del proyecto. Las opciones reales tienen mayor valor cuando dos factores se unen y estos son la incertidumbre y la flexibilidad.</p> <p>La volatilidad es definida como la incertidumbre del retorno de la inversión en el activo subyacente. Es un parámetro de estimación que se obtiene del cálculo de la desviación estándar por periodo y significa la incertidumbre asociada con los flujos de caja que componen el valor del activo subyacente. Estimar la volatilidad es el reto más grande en un análisis de opciones reales pues es el parámetro más importante y significativo en el valor de la opción y es probablemente el factor más difícil de estimar ya que la información es limitada e intervienen decisiones subjetivas y expectativas no racionales.</p> <p>Todos los métodos desarrollados para calcular la volatilidad fueron basados bajo la técnica de Monte Carlo que busca desarrollar la probabilidad de distribución para una tasa de retorno superior al promedio. Algunos de los métodos propuestos son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Copeland y Antikarov (2001) Herath y Park (2002) plantearon la simulación de la volatilidad mediante
13	CONCLUSIONES.	<ul style="list-style-type: none"> • No es el hecho de si los modelos de opciones pueden ser aplicados a la valoración de activos reales, es más una cuestión de el analista entienda las asunciones y limitaciones del modelo para que sepa utilizar las herramientas adecuadas para resolver los problemas y puede interpretar con precaución los resultados utilizando este modelo. • Es un error asumir que la volatilidad del activo subyacente es la misma que la volatilidad de algunas de las variables como el precio o cantidad o a la volatilidad de la empresa que lo desarrolla.
14	FUENTES BIBLIOGRÁFICAS	<p>Kodukula Prasad y Papudesu Chandra. Project Valuation Using Real Options. J Ross Publishing 2006.</p> <p>Godinho, Pedro. Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options.</p> <p>Smith, James. Alternative Approaches for Solving Real Options Problems</p> <p>Graham, A Davis. Estimating Volatility and Dividend Yield When Valuing Real Options to Invest or Abandon. Colorado School of Mines 1998.</p> <p>Tero, Haahtela. Separating Ambiguity and Volatility in Cash Flow Simulation Based Volatility Estimation. Helsinki University of Technology. Finland.</p> <p>Tero, Haahtela. Recombining Trinomial Tree for Real Option Valuation with Changing Volatility. Helsinki University of Technology. Finland.</p> <p>Cobb, Barry y Charnes, John. Real Options Volatility Estimation with Correlated Inputs. 2004. The University of Kansas. The School of Business. Lawrence, Kansas, USA.</p>