

**INVESTIGACIÓN: APLICACIÓN DE METODOLOGÍA DE MALLAS
TRINOMIALES PARA LA EVALUACIÓN DE UN CASO DE OPCIONES
REALES.**

JUAN MANUEL OSORIO CUSGÜEN
JUAN DARÍO ORTIZ CASTAÑEDA

PROFESOR: PEDRO ANGEL
DIRECTOR GRUPO INVESTIGACION EN OPCIONES REALES

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
ESPECIALIZACIÓN EN FINANZAS Y NEGOCIOS INTERNACIONALES
2011

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	pág. 4
2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	pág. 6
2.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	pág. 6
2.2. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	pág. 7
3. OBJETIVOS	pág. 8
3.1. OBJETIVO GENERAL	pág. 8
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	pág. 8
4. MARCOS DE REFERENCIA DEL PROYECTO	pág. 9
5. METODOLOGÍA	pág. 17
6. CONCLUSIONES	pág. 36
7. ANEXOS	pág. 39
8. BIBLIOGRAFÍA	pág. 49

RESUMEN

La *Teoría de Opciones Reales* para valoración sobre activos financieros se encuentra todavía en pleno desarrollo, el cual ha facilitado la concepción y evolución de varias metodologías para abordar sus aplicaciones

Las *mallas trinomiales* son un método alternativo que ofrece una aproximación más refinada en una valoración, que la resultante de aplicar la ampliamente utilizada y conocida *malla binomial*. Mediante una comparación práctica se abordó un caso de opciones reales de una empresa de tecnología de los autores Copeland y Antikarov¹ donde se incluyen decisiones simultáneas de expansión y abandono en la valoración de un proyecto, y que es evaluado mediante mallas binomiales.

El presente ejercicio introduce la aplicación de malla trinomiales que siguen los supuestos del *método browniano*² y el método desarrollado por *Johnantan Mun*³, con la idea de identificar diferencias significativas respecto a su formulación y su influencia sobre los resultados analíticos.

También se analizará la influencia de la *volatilidad* en el valor y la estructura de las mallas binomiales, observando el impacto que puede tener sobre la *estrategia* detrás de la aplicación de opciones reales para la valoración de proyectos.

¹ En adelante C&A. El libro: COPELAND T., ANTIKAROV V. 2001, Real Options: A Practitioner's Guide, Texere Publishing, New York.

² Proviene del movimiento Browniano.

³ MUN, J., 2002. Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. Wiley Finance. New Jersey.

1. INTRODUCCIÓN

Las personas en su vida diaria están sujetas en todo momento a la toma de decisiones, donde siempre hay un riesgo presente y un grupo de alternativas de acuerdo a sus necesidades, sin embargo también pueden tomar el camino de no realizar acción alguna o de aplazar en el tiempo las opciones que se le presentan. Teniendo en cuenta lo anterior y extendiéndolo a la teoría y aplicación de las *opciones reales*, observamos que es generalizado el uso de *mallas o árboles binomiales*, y es limitado el uso de las *trinomiales*, las cuales suponríamos son una mejor aproximación a la experiencia humana frente a decisiones personales, emprendimientos y de proyectos ya que expande el abanico de posibilidades.

Las decisiones en los proyectos de inversión tienen siempre un componente de incertidumbre debido a diversos tipos de factores. El método más conocido de *Flujo de Caja*, se desarrolla a partir de un escenario *estático*, bajo un solo proceso de toma de decisiones, donde no existen variables dependientes del tiempo y solo existe un camino u opción por recorrer. C&A⁴ llama a esto un escenario *sin flexibilidad*. En otro sentido, las *opciones reales* toman en cuenta la administración estratégica de esas opciones y la incertidumbre de cada una de ellas (*riesgo*), permitiendo así *flexibilidad* en el ejercicio o abandono de cada una de éstas opciones cuando el nivel de incertidumbre ha decrecido o se empieza a conocer a través del tiempo. La identificación y valoración de estas opciones como estrategia son las que le dan un valor adicional al valor de un simple Flujo de Caja Descontado⁵. Es más, entre más inciertos puedan llegar a ser estas opciones, mas valor será añadido a la valoración del proyecto. Esto debido a que pueden ser corregidas con la nueva información conocida y tomar mejores decisiones.

Actualmente existen diversos modelos que buscan la valoración de este tipo de opciones reales⁶. Uno de ellos, y el más utilizado por su sencillez para interpretarlo, es la metodología de *mallas binomiales*. Ésta metodología usa un árbol o malla básico de dos ramas (dos escenarios, cada uno con una probabilidad

⁴ Copeland & Antikarov

⁵ DFC siglas en inglés.

⁶ El modelo *Black Scholes* es el más conocido, pero aplicado a opciones financieras. Los árboles o mallas binomiales son los más usados en opciones reales.

de ocurrencia: mejor o peor), donde la decisión o el proyecto puede tomar uno u otro camino de acuerdo a las condiciones del entorno en determinado espacio de tiempo. Las *mallas o árboles trinomiales*, análogamente, hacen uso de un árbol básico de tres ramas donde cada una representa una situación mejor, peor, o similar a la actual. En este caso la complejidad del análisis aumenta un poco, lo mismo que las posibles aplicaciones.

La presente investigación tratará de buscar una diferencia clara entre la implementación, el análisis y los posibles usos del modelo trinomial aplicado a un ejercicio incluido en el libro *Real Options: A Practitioner's Guide* de Thomas E. Copeland y Vladimir Antikarov⁷.

El ejercicio comparativo permitirá contrastar los resultados del modelo binomial y trinomial. Se buscarán identificar fortalezas y debilidades del modelo trinomial usando la metodología de aplicación del autor *Johnathan Mun*⁸, quién propone un procedimiento específico para la valoración de inversiones y decisiones de inversión usando opciones reales.

Más allá de la simple aplicación de las opciones reales, encontramos un tema determinante en la evolución del valor y la estrategia dentro de los nodos de las mallas al aplicar ésta práctica de valoración: la *volatilidad*. Ésta volatilidad es la traducción matemática del riesgo, el cual se refleja en la incertidumbre que genera presupuestar o proyectar el comportamiento de las variables que afectan el valor de un proyecto de inversión. Su cálculo y observación deben ser cuidadosos debido a que impacta no solo el valor, sino el momento y la calidad de las decisiones en la vida del proyecto.

⁷ PORTES CASE. Tomado del Libro: COPELAND T., ANTIKAROV V. 2001, *Real Options: A Practitioner's Guide*, Texere Publishing, New York. Capítulo 11.

⁸ MUN, J., 2002. *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*. Wiley Finance. New Jersey. Capítulo 4

2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En la literatura y estado del arte de las opciones reales se encuentra bastante información de tipo analítico y aplicativo de la metodología de mallas binomiales, pero poca en el sentido empírico sobre mallas trinomiales. Por esto, se ha seleccionado como escenario analítico un ejercicio práctico tomado del libro *Real Options: A Practitioner's Guide* de Thomas E. Copeland y Vladimir Antikarov que hace referencia a la valoración de una opción de expansión y de abandono conjuntas para un proyecto de una empresa de tecnología. En el ejercicio los autores utilizan la metodología de mallas binomiales para la valoración del proyecto. La intención de esta investigación es utilizar la metodología de las mallas trinomiales usando tanto los supuestos del autor *Johnathan Mun* así como los supuestos del *modelo browniano*⁹ en el cálculo de los parámetros de las mallas trinomiales. El objetivo es poder derivar conclusiones respecto al contraste y comparación de estas metodologías en lo relacionado a los efectos de la volatilidad, la definición de las probabilidades y el mismo valor de la opción.

La literatura sobre los temas en opciones reales disponible es amplia, pero en el grupo de investigación de la Universidad de La Sabana, se desea establecer problemas concretos donde se apliquen y se analicen las metodologías binomiales y trinomiales, en este caso con ayuda de la bibliografía de *Johnathan Mun* y *Copeland/Antikarov* referenciada. Para esto se ha escogido un modelo especial aplicado a un caso particular del cual se esperan obtener los resultados y observaciones pertinentes que aporten al grupo de investigación.

Paralelamente nos interesamos en observar que sucede con la estructura y el valor de la malla binomial del caso¹⁰, cuando el valor del riesgo se subestima y/o se sobreestima. Esto nos guiará a entender un poco más acerca de la evolución y

⁹ Movimiento Browniano descubierto por Robert Brown en la explicación del choque de partículas pequeñas con partículas de mayor tamaño.

¹⁰ Referencia al caso PORTES de C&A

el impacto que ésta variable riesgo¹¹ tiene sobre la estrategia al aplicar las mallas y obviamente la aplicación de opciones reales en valoración.

2.2. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Los *árboles o mallas trinomiales* generalmente son presentados como metodologías que intentan ofrecer un acercamiento mejorado a la realidad que el que ofrece el muy usado árbol binomial para la valoración de opciones reales en proyectos. El árbol trinomial presenta un grado de complejidad mayor porque incluye un escenario alternativo adicional en cada unidad de tiempo en la vida del proyecto. En muchos casos éstos escenarios que describen el abanico de posibilidades por las cuales puede encaminarse el proyecto, permiten mostrar optimismo, pesimismo o en general estados que tienen una incertidumbre y una probabilidad de ocurrencia. De ésta manera se espera que estos modelos se ajusten a algunas aplicaciones específicas donde haya más de dos alternativas de escenarios a medida que transcurren las diferentes etapas de la vida del proyecto.

Para lograr una aproximación al perfilamiento de las mallas trinomiales inicialmente se utilizará el caso *Portes* de C&A, donde los autores han usado la metodología de mallas binomiales, y poder comparar resultados. Adicionalmente, entendiendo la importancia que tienen los *supuestos* para el cálculo de los parámetros de la valoración con mallas, utilizamos las fórmulas de Mun y las fórmulas del *modelo Browniano* para la deducción de las probabilidades de salto entre los distintos nodos (ramas) de las mallas trinomiales.

Por otra parte, el análisis del impacto de la volatilidad en el ejercicio de C&A, deberá ayudarnos a reconocer cual es el objetivo estratégico detrás de la valoración con éste tipo de metodología. Debemos encontrar si la flexibilidad que pueda ofrecer las opciones reales tiene un comportamiento similar bajo el escenario sin flexibilidad, o si el comportamiento de las entradas que afectan el proyecto tiene de alguna manera un impacto considerable en el resultado. Se debe analizar cuál es la flexibilidad que ofrecen las opciones.

Se espera que con los resultados obtenidos se puedan realizar comparaciones y observaciones que ayuden a mejorar el proceso modelación desde el punto de vista de selección de las metodologías de valoración y del impacto de los supuestos en los resultados, todo esto considerando el escenario que plantea el ejercicio escogido, y aumentar el conocimiento en la implementación y aplicación de los árboles o mallas trinomiales.

¹¹ El riesgo se asocia con la volatilidad que matemáticamente es representada por la desviación estándar.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GENERAL

Incrementar el conocimiento y la experiencia del grupo de investigación sobre Opciones Reales de la Universidad de la Sabana, en el uso de mallas o arboles para la valoración en proyectos de inversión con opciones reales, y observar el impacto que tiene el riesgo en la estrategia detrás del uso de ésta metodología.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Modelar el uso de opciones reales en la valoración de un proyecto con la implementación de arboles trinomiales y binomiales.

Implementar y validar las metodologías recomendadas de la bibliografía referenciada del cual se extrae el procedimiento analítico, y concluir sobre estos resultados.

Analizar el impacto que tienen los supuestos utilizados, para el cálculo de los parámetros de las mallas binomiales, específicamente lo relacionado al riesgo, y que afecta directamente el resultado final de la valoración.

Perfilar conclusiones sobre las ventajas y debilidades entre las metodologías de mallas analizadas, así como deducir cuales son las características iniciales de un proyecto que indican cual metodología podría ser la más acertada para la valoración del mismo.

Aumentar la experiencia dentro del grupo de investigación de la Universidad de La Sabana sobre el tema de opciones reales, específicamente en el desarrollo empírico de metodologías de valoración y en el análisis del modelo de árboles trinomiales.

4. MARCOS DE REFERENCIA DEL PROYECTO

4.1. ESTADO DEL ARTE

ANTECEDENTES

El término de opciones reales fue establecido por Stewart Myers¹² en 1977, para hacer referencia a la aplicación de la teoría de opciones en la valoración de bienes no financieros, específicamente a la inversión en activos reales que presentaran un componente de flexibilidad, tal como la inversión en investigación y desarrollo y/o en la expansión de una planta de manufactura¹³.

Enmarcados en la presente investigación, restringimos el marco teórico al tema de mallas trinomiales para la valoración con opciones reales. Originalmente la metodología de mallas trinomiales fue propuesta por Phelim Boyle (*Option Valuation Using a Three-Jump Process*, 1986) como un intento de mejorar la definición de los movimientos que se observan en un mercado de acciones (al alza, a la baja o estable).

Posteriormente las aplicaciones a las opciones financieras fueron desarrolladas por Derman, E., Kani, I. & Chriss, N. (*Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile*, 1996), formalizando los parámetros que definen una malla Trinomial con una volatilidad implícita definida.

Mark Rubinstein es uno de los teóricos más destacados dentro del área de las Opciones Reales, en su documento de investigación del año 2000 *Between Binomial and Trinomial Option Pricing Models* plantea que un modelo de valoración de opciones binomial, con parámetros adecuadamente definidos, se puede mostrar como un caso especial del método de las diferencias finitas, es decir que el modelo de mallas Trinomial es una generalización extendida del modelo binomial descrito originalmente por Cox, Ross y Rubinstein (1979).

¹² Myers, S.C., 1977. Determinants of corporate borrowing. Journal of Financial Economic.

¹³, Calle A., Tamayo V., 2008 Decisiones de Inversión a través de Opciones Reales, Revista Estudios Gerenciales, Vol. 25 No. 111 (Abril - Junio, 2009), 107-126

Un artículo enfocado al aspecto académico de enseñanza destacable fue escrito en 2008 por Paul Clifford y Oleg Zaboronski *Pricing Options Using Trinomial Trees* donde comentan como el modelo Trinomial fue frecuentemente utilizado hace 15 años pero progresivamente a entrado en desuso para la determinación de precios de opciones financieras debido en parte a su mayor complejidad.

Un autor explícitamente práctico es Johnatan Mun, quien ofrece inicialmente una exploración de las mallas trinomiales para Opciones Reales en forma marginal, dentro del apéndice en el libro de 2002 *Real Options Analysis Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions* expone un caso real donde se aplica la metodología sin profundizar en la parte operativa detrás del análisis. Complementariamente el mismo autor desarrolla ejercicios y es mas explicito en el procedimiento específico con datos reales, mostrando el procedimiento operativo haciendo uso dos tipos de software Trinomial como se observa en su libro *Real Options Analysis Course: Business Cases*.

La emisión de documentos de investigación sobre las mallas trinomiales para opciones reales no son prolíficas. Observamos artículos universitarios llamativos como *Real Options and Product Life Cycles* realizado por Nicolás P.B. Bollen donde incorpora varias parametrizaciones k-nomiales entre ellas trinomiales en el desarrollo de un modelo de valuación de Opciones Reales que incluyera implícitamente el ciclo de vida de un producto.

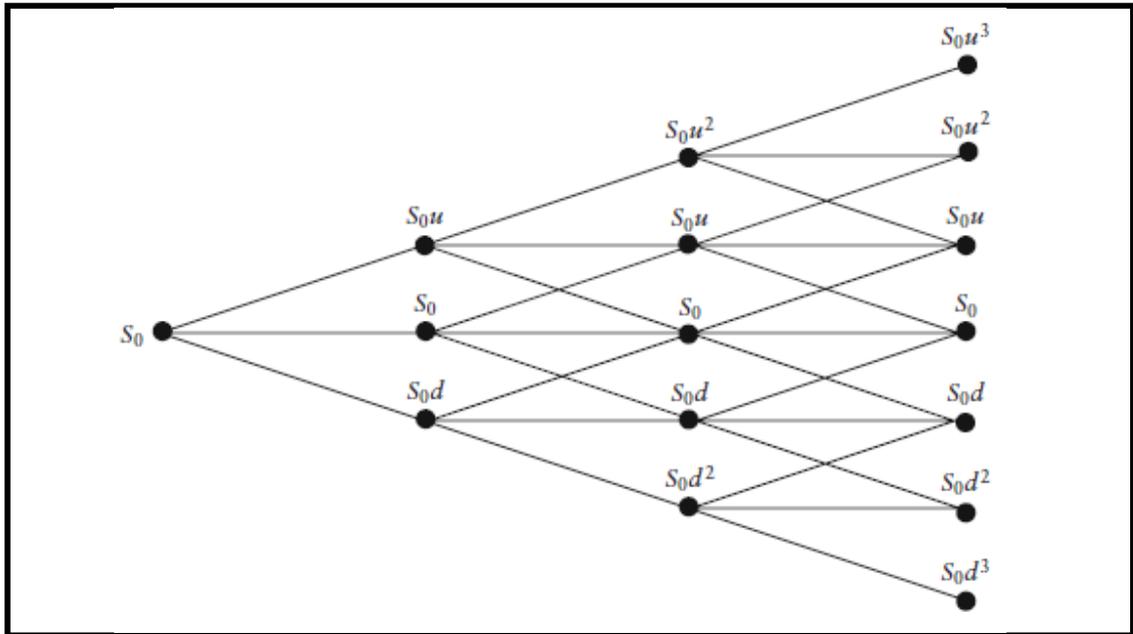
MALLAS O ÁRBOLES TRINOMIALES

Los árboles o mallas trinomiales, al igual que las binomiales parten de asumir un proceso de movimiento Browniano¹⁴, pero matemáticamente un poco más difícil de resolver. Son una metodología de valoración de opciones así como el conocido y ampliamente difundido, desarrollado por Black-Scholes para las opciones financieras¹⁵. Las mallas o árboles representan un mundo discreto, mientras BS muestran el lado continuo.

¹⁴ Se dice que las mallas binomial o multinomiales son un tipo de simulación discreta, análoga al proceso estocástico de movimiento Browniano, que es una simulación continua.

¹⁵ Donde el activo subyacente son acciones o índices bursátiles.

Cuadro 1.



Fuente: Mun, J., Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions

Veamos, en la gráfica 1, hagamos S el valor presente neto de un flujo de caja inicial, u y d los factores de salto del movimiento browniano, de pasar al brazo superior e inferior respectivamente (en este caso, la malla es del tipo recombinate, donde los brazos intermedios convergen en puntos comunes).

Se puede demostrar que las ecuaciones trinomiales para calcular las probabilidades riesgo-neutrales¹⁶ son p_L , p_M y p_H , respectivamente para cada uno de los brazos.

¹⁶ Estas probabilidades riesgo neutrales hacen referencia a que el nodo inicial hace uso de un flujo de caja descontado a unas tasa de descuento ajustada al riesgo. La idea es ajustar las probabilidades halladas en cada nodo, haciéndolas neutrales a ese riesgo específico (es decir, independiente del riesgo de la tasa de descuento del flujo de caja inicial).

Cuadro 2.

$$\begin{aligned}
 u &= e^{\sigma\sqrt{3\delta t}} \text{ and } d = e^{-\sigma\sqrt{3\delta t}} \\
 p_L &= \frac{1}{6} - \sqrt{\frac{\delta t}{12\sigma^2}} \left[r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right] \\
 p_M &= \frac{2}{3} \\
 p_H &= \frac{1}{6} + \sqrt{\frac{\delta t}{12\sigma^2}} \left[r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right]
 \end{aligned}$$

Fuente: Mun, J., Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions

Con estas ecuaciones es posible moverse a través de cada nodo del árbol para calcular el valor de la probabilidad riesgo-neutral en el mismo y de igual manera con un proceso de aplicar ésta fórmula en retroceso, obtenemos el valor adicional que produce la opción real.

Método binomial ha sido generalizado por el método de arboles trinomiales, originalmente propuesto por Parkinson (1977) y Boyle (1988), definiendo tres probabilidades: de subida, de bajada o de estabilidad.

Cuadro 3.

$$\begin{aligned}
 u &= e^{\sigma\sqrt{2\Delta t}} \\
 d &= e^{-\sigma\sqrt{2\Delta t}} = \frac{1}{u} \\
 m &= 1
 \end{aligned}$$

Cuadro 4.

$$\begin{aligned} p_u &= \left(\frac{e^{(r-q)\Delta t/2} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t/2}}}{e^{\sigma\sqrt{\Delta t/2}} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t/2}}} \right)^2 \\ p_d &= \left(\frac{e^{\sigma\sqrt{\Delta t/2}} - e^{(r-q)\Delta t/2}}{e^{\sigma\sqrt{\Delta t/2}} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t/2}}} \right)^2 \\ p_m &= 1 - (p_u + p_d). \end{aligned}$$

Como en el modelo binomial, los valores de estas probabilidades se eligen para igualar la media y varianza neutrales al riesgo del proceso en tiempo discreto y del proceso

TIPOS DE OPCIONES

Las opciones se pueden clasificar en Americanas o Europeas dependiendo del momento en que pueden ser ejercidas¹⁷:

Americana: Pueden ser ejercidas al largo de su vida hasta la fecha de ejercicio.

Europea: tan sólo pueden ser ejercidas en una fecha determinada (fecha de ejercicio o vencimiento).

POSICIONES DE OPCIONES REALES

Las opciones reales en la práctica requieren una definición fundamental del resultado de las decisiones, que trascienden las sencillas de compra y venta determinadas en las opciones financieras. En el siguiente cuadro se pueden observar la definición de seis opciones básicas y generalmente utilizadas en la valoración de proyectos por medio de opciones reales:

¹⁷ Tomado de la página web de Wikipedia. http://es.wikipedia.org/wiki/Tipos_de_opciones

Cuadro 5.

LAS SEIS POSICIONES BÁSICAS EN OPCIONES REALES	
Opción de Expandir/Contraer	Alterar la capacidad dependiendo de las condiciones de mercado.
Opción de Abandonar	Deshacerse de un proyecto rentable.
Opción de Cambiar	Cambiar los parámetros de salida o de entrada, o el modus operandi.
Opción de Crecer	Aprovechar oportunidades futuras relacionadas con el proyecto.
Opción de Aplazar	Esperar hasta que reduzca aún más la información de incertidumbre del mercado.
Opción de Etapa	Fraccionar de la inversión incrementalmente con medidas condicionales.

Fuente: Branch, M., 2003. Real Options in Practice. Wiley Finance. New Jersey

SIMULACIÓN DE MONTECARLO Y CRYSTAL BALL®¹⁸

La simulación de Montecarlo es una metodología que se utiliza para modelar el mundo real, cuando las matemáticas son muy complejas para analizar o difíciles de reproducir¹⁹. La intención es poder generar entradas de un modelo, de acuerdo a las salidas y la identificación del comportamiento de éste. Normalmente, con base en datos históricos, se puede interpretar el tipo de distribución de probabilidad que pueden seguir estos datos. Luego, con base en esa identificación, se generan unos nuevos datos de manera aleatoria que tengan los parámetros identificados de la función de distribución.

En la aplicación de la simulación de Montecarlo se vuelven importantes los conceptos de volatilidad (desviación estándar), funciones de distribución de probabilidad (como la distribución norma, que es la más utilizada) y el uso de las hojas de cálculo (como Excel® de Microsoft Office).

¹⁸ Crystal Ball™ es un software

¹⁹ Ver MUN, J., 2002. Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. Wiley Finance. New Jersey. Pág. 102

PARAMETRIZACIÓN DE MALLAS

Los parámetros para la configuración de las mallas se resumen al cálculo de los coeficientes de ascenso y descenso y a las probabilidades de avance entre un nodo y el siguiente.

Definición de la probabilidad Binomial:

Cuadro 6.

$$p = \frac{e^{(r-f-q)(\delta t)} - d}{u - d}$$

Definición de la probabilidad Trinomial:

Cuadro 7.

Supuesto Browniano

$$u = e^{\sigma\sqrt{2\Delta t}} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{2\Delta t}}$$

$$p_u = \left(\frac{e^{(r-q)\Delta t/2} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t/2}}}{e^{\sigma\sqrt{\Delta t/2}} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t/2}}} \right)^2$$

$$p_d = \left(\frac{e^{\sigma\sqrt{\Delta t/2}} - e^{(r-q)\Delta t/2}}{e^{\sigma\sqrt{\Delta t/2}} - e^{-\sigma\sqrt{\Delta t/2}}} \right)^2$$

$$p_m = 1 - (p_u + p_d)$$

Cuadro 8.

Supuestos de Mun

$$u = e^{\sigma\sqrt{3\delta t}} \text{ and } d = e^{-\sigma\sqrt{3\delta t}}$$

$$p_L = \frac{1}{6} - \sqrt{\frac{\delta t}{12\sigma^2}} \left[r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right]$$

$$p_M = \frac{2}{3}$$

$$p_H = \frac{1}{6} + \sqrt{\frac{\delta t}{12\sigma^2}} \left[r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right]$$

Se pueden construir diversas clases de arboles y aplicar una variedad de criterios para el cálculo de éstos parámetros pero que deben ser equivalentemente razonables. Sin embargo a pesar de tal paridad limitante, una clase de malla puede ser más conveniente que otra.

En cualquiera de los supuestos observamos que la volatilidad (desviación estándar) afecta los coeficientes y las probabilidades de salto entre los nodos de las mallas. Esta es la causalidad entre *riesgo* y *estrategia* que se desarrolla al aplicar las opciones reales.

5. METODOLOGÍA

La metodología utilizada para el desarrollo de la investigación está dividida básicamente en dos etapas:

Adaptación y análisis del caso de la empresa PORTES de Copeland/Antikarov, la cual presenta la valoración de un proyecto de inversión para una empresa de software usando opciones reales con mallas binomiales. La idea es obtener el flujo de caja y crear las mallas Trinomiales en Excel para obtener el valor del proyecto y el valor de las opciones y compararlas con lo obtenido por los autores.

Valoración y análisis del proyecto de la empresa PORTES usando los supuestos de Johnathan Mun en la valoración con opciones reales usando mallas trinomiales. Igualmente, se utilizarán los supuestos del modelo Browniano para realizar la valoración. Aquí se desea obtener el contraste entre usar mallas binomiales y trinomiales para el proceso de valoración, y conjuntamente obtener conclusiones sobre el impacto de los supuestos usados en la configuración del modelo de valoración. Específicamente los cálculos de las probabilidades de avance entre los nodos de las mallas usando los supuestos de Mun y los del modelo Browniano.

DESCRIPCIÓN DEL CASO PORTES²⁰

Para analizar buscar conclusiones sobre los objetivos de este proyecto, se utilizó el caso *Portes* de la bibliografía de COPELAND / ANTIKAROV, (*Real Options: A practitioner's Guide*, 2001)

Portes es una empresa que se ha especializado en programas (software *Recover™*) para la recuperación de datos en discos duros. En este momento la empresa analiza el proyecto de invertir en un sitio en internet para comercializar sus productos en otro país.

²⁰ *Real Options: A practitioner's Guide*, Capítulo 11, pág. 381.

Este proyecto se caracteriza por que el sector en el que se trata de desarrollar puede generar gran incertidumbre en sus proyecciones para valorarlo. Sin embargo el equipo financiero y directivo de la compañía logran establecer unas metas claras en ventas y precios a 6 años y unos costos definidos gracias a su experiencia en el sector. No obstante cabe señalar que hay gran cantidad de volatilidad contenida en estos datos asumidos y los supuestos

El grupo que hace la valoración logra determinar un flujo de caja inicial del proyecto y se encuentra que éste caso base tiene un *Valor Presente Neto Negativo*. Debido al convencimiento y los argumentos de la gerencia sobre la viabilidad del proyecto deciden realizar un análisis más profundo, identificando, modelando y proyectando los factores claves de riesgo que están afectando la rentabilidad del caso base. Se encontró que los factores más importantes y riesgosos eran las proyecciones de *ventas* y del *precio*, y se usó la Simulación de Montecarlo para calcular su volatilidad.

Después se encontró que la sola venta de productos no tenía en cuenta la verdadera estrategia detrás del uso del sitio web para la comercialización. De esta manera se llegó en algún momento a pensar en un proyecto de expansión con un capital adicional en la introducción de un nuevo producto de uso en tiempo real a través del site en internet y que era complementario al producto inicial (software para backup de información). Esto genera una *opción de expansión* la cual puede ser ejercerse en cualquier momento de acuerdo a como se comporten las ventas del producto inicial.

Seguido a esto también se piensa que ante un eventual fracaso en la ventas de la empresa, ésta puede ser vendida y acabar así con la operación en este nuevo país. Esto genera una *opción de abandono* que también puede ser ejercida en cualquier momento de acuerdo a como se desempeñen las ganancias de la empresa.

FLUJO DE CAJA Y VALOR PRESENTE NETO

Aquí el primer paso es encontrar el *flujo de caja (FCF)* del proyecto usando los valores esperados de las variables que el grupo directivo de PORTES proyecta. Seguidamente se calculará el *valor presente (VPN)* de éstos flujos y se determinará la viabilidad del proyecto desde el punto de vista de la metodología de *Flujo de Caja Descontado (DCF)*. A esto lo llamaremos el *caso base*.

El flujo de caja del caso base se construye en base a las siguientes expectativas del grupo directivo:

- Vender 200 programas en el 1er año, y pasar a 400 programas en los siguientes 5 años.
- El precio se reducirá de \$30.0 a \$20.0 en los primeros 6 años.
- El costo de ventas por unidad caerá de \$9,0 en el año 1 hasta \$7,0 en el año 6.
- Arriendo de oficina y de espacio de almacenamiento \$200.0 año.
- Gastos de administración y ventas el 10% del ingreso.
- Inversión inicial de \$35000 con depreciación a 10 años.
- Impuesto de renta 40%.
- Tasa de retorno esperada 13%.
- Valor terminal (después del 6°. año) de \$50960 (anualidad perpetua con crecimiento de 4% y tasa de retorno de 12%).

Cuadro 9.

	0	1	2	3	4	5	6	7
Unidades		200	230	264	303	348	400	
Tasa de Crecimiento		13,9%	13,9%	13,9%	13,9%	13,9%	13,9%	
Precio		30,00	27,66	25,51	23,52	21,69	20,00	
Tasa de Crecimiento		-8,1%	-8,1%	-8,1%	-8,1%	-8,1%	-8,1%	
Costo por unidad		9,0	8,6	8,1	7,7	7,4	7,0	
Ventas		6.000	6.355	6.731	7.130	7.552	7.999	
Costo de Ventas		1.800	1.976	2.137	2.334	2.577	2.800	
Margen Bruto		4.200	4.379	4.594	4.796	4.975	5.199	
Costos Fijos		200	200	200	200	200	200	
Gastos Adm. y Ventas		600	636	673	713	755	800	
EBITDA		3.400	3.544	3.721	3.883	4.020	4.199	
Impuestos (40%)		0	18	88	153	208	280	
Ingresos Netos		-100	26	132	230	312	419	
Depreciación		3.500	3.500	3.500	3.500	3.500	3.500	
Inversión	35.000							
Flujo de Caja Libre	-35.000	3.400	3.526	3.632	3.730	3.812	3.919	
Valor Terminal								46.853
Tasa de Descuento	13%							
VP FCL	34.942	35.979	37.022	38.092	39.200	40.366	41.573	
FCL Descontado	34.942	39.379	40.549	41.724	42.930	44.178	45.493	
Payout		8,63%	8,70%	8,71%	8,69%	8,63%	8,62%	100,00%

El resultado de los cálculos difiere levemente del autor del caso a causa del uso de decimales adaptados en Excel.

El valor presente de éste flujo de caja da un valor de \$34942, restando el valor de la inversión inicial \$35000 nos da un valor neto de -\$58. De ésta manera el análisis por flujo de caja descontado nos indicaría que el proyecto puede no ser viable debido a que su VPN es negativo.

MODELAJE CON INCERTIDUMBRE (VOLATILIDAD)

Se identifican las variables de *Unidades* y *Precio* como los factores que mayor riesgo añaden al proyecto. Copeland/Antikarov²¹ usan una metodología para calcular el *valor esperado* y la *volatilidad del retorno del proyecto* (necesaria para el cálculo de los parámetros de las mallas) donde asumen un intervalo de confianza de 95% y un límite inferior de éste tanto para las *Unidades* como para el *Precio* y toman los supuestos de crecimiento mencionados. La idea es utilizar estos datos para realizar una *Simulación de Montecarlo* y encontrar la volatilidad del proyecto (la distribución de probabilidad del retorno).

Supuestos:

1. El *precio* se reduce de \$30.0 a \$20.0 en 6 años.
2. Las *unidades vendidas* pasaran de 200 en al 1er. Año a 400 en el 6to. Año.

Cálculo de la tasa de crecimiento promedio (valor esperado) de Precio y Unidades:

Se utiliza la fórmula de crecimiento: $P_{t+\Delta t} = P_t e^{\Delta t \cdot r}$

Para el supuesto 1, sobre el *precio*, tenemos que la tasa r que satisface la ecuación:

$$P_6 = P_1 e^{5 \cdot r} = 30 e^{5 \cdot r} = 20$$
$$r = -8.11\%$$

Para el supuesto 2, sobre las *unidades vendidas*, tenemos:

$$Q_6 = Q_1 e^{5 \cdot r} = 200 e^{5 \cdot r} = 400$$
$$r = 13.86\%$$

²¹ COPELAND T., ANTIKAROV V. 2001, Real Options: A Practitioner's Guide, Texere Publishing, New York. Capítulos 9 y 11. Ver anexo 2 para mayor detalle.

Estos valores son los *valores esperados* del crecimiento de las variables Unidades y Precio.

Calculo de la volatilidad (desviación estándar) de Precio y Unidades:

Teniendo una volatilidad definida, el *precio* en el año 6 debería encontrarse con una confianza del 95% en el siguiente intervalo²²:

$$P_6 = \left[30e^{5(-8.11\%) - 2\sigma\sqrt{5}}, 30e^{5(-8.11\%) + 2\sigma\sqrt{5}} \right]$$

Lo que hacen Copelan/Antikarov es preguntar además del valor esperado en el año 6 (igual a \$20.0), ¿Cuánto puede o cree la administración que el precio puede llegar a caer en el año 6? Para el ejercicio la respuesta fue \$15.0.

Así, y utilizando el límite inferior del intervalo de confianza igualado al valor de \$15.0 despejamos el valor de la desviación estándar:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n r_i - \ln\left(\frac{P_T^{inf}}{P_0}\right)}{2\sqrt{T}}$$

$$\sigma = \frac{5 \times (-8.11\%) - \ln\left(\frac{15}{30}\right)}{2\sqrt{5}} = 6.43\%$$

De la misma manera para las unidades vendidas, utilizando un límite inferior del intervalo de confianza igual a \$190.0, obtenemos

$$\sigma = \frac{5 \times (13.86\%) - \ln\left(\frac{190}{200}\right)}{2\sqrt{5}} = 16.65\%$$

De ésta manera encuentran los parámetros de la distribución de probabilidad media y desviación estándar para las variables Unidades y Precio, utilizamos Simulación de Montecarlo utilizan el caso base del DCF para encontrar la volatilidad y valor esperado del retorno del proyecto

Es importante señalar la importancia que tiene en esta etapa un componente de incertidumbre acerca de las ventas y los precios futuros, que son las variables

²² COPELAND T., ANTIKAROV V. 2001, Real Options: A Practitioner's Guide, Texere Publishing, New York. Capítulo 11

principales para la estimación de la volatilidad del proyecto que se realiza en el siguiente paso.

Cálculo Volatilidad del valor del proyecto (Simulación de Montecarlo):

Con ayuda del software Crystal Ball²³, y convirtiendo los valores del flujo de caja descontado (valor presente) en *tasa de retorno*, utilizamos los datos de las distribuciones de probabilidad del Precio y las Unidades encontradas, para calcular la volatilidad del retorno del proyecto²⁴.

Distribuciones normales son utilizadas para los supuestos de las variables de incertidumbre precio y cantidad.

$$N \sim (r; \sigma)$$

Cantidad: $N \sim (13.86\%; 16.65\%)$

Precio: $N \sim (-8.11\%; 6.43\%)$

Cuadro 10.

	0	1	2	3	4	5	6	7
Unidades		200	230	264	303	348	400	
Tasa de Crecimiento		13.9%	13.9%	13.9%	13.9%	13.9%	13.9%	
Precio		30.00	27.66	25.51	23.52	21.69	20.00	
Tasa de Crecimiento		-8.1%	-8.1%	-8.1%	-8.1%	-8.1%	-8.1%	
Costo por unidad		9.0	8.6	8.1	7.7	7.4	7.0	
Ventas		6.000	6.355	6.731	7.130	7.552	7.999	
Costo de Ventas		1.800	1.976	2.137	2.334	2.577	2.800	
Margen Bruto		4.200	4.379	4.594	4.796	4.975	5.199	
Costos Fijos		200	200	200	200	200	200	
Gastos Adm. y Ventas		600	636	673	713	755	800	
EBITDA		3.400	3.544	3.721	3.883	4.020	4.199	
Impuestos (40%)		0	18	88	153	208	280	
Ingresos Netos		-100	26	132	230	312	419	
Depreciación		3.500	3.500	3.500	3.500	3.500	3.500	
Inversión	35.000							
Flujo de Caja Libre	-35.000	3.400	3.526	3.632	3.730	3.812	3.919	
Valor Terminal								46.853
Tasa de Descuento	13%							
VP FCL	34.942	35.979	37.022	38.092	39.200	40.366	41.573	
Retorno del Proyecto	11.96%							
Payout		8.63%	8.70%	8.71%	8.69%	8.63%	8.62%	100.00%

Assumption: Cantidad
Normal distribution
Mean = 14,0%
Std. Dev. = 17,0%

Assumption: Precio
Normal distribution
Mean = -8,0%
Std. Dev. = 6,0%

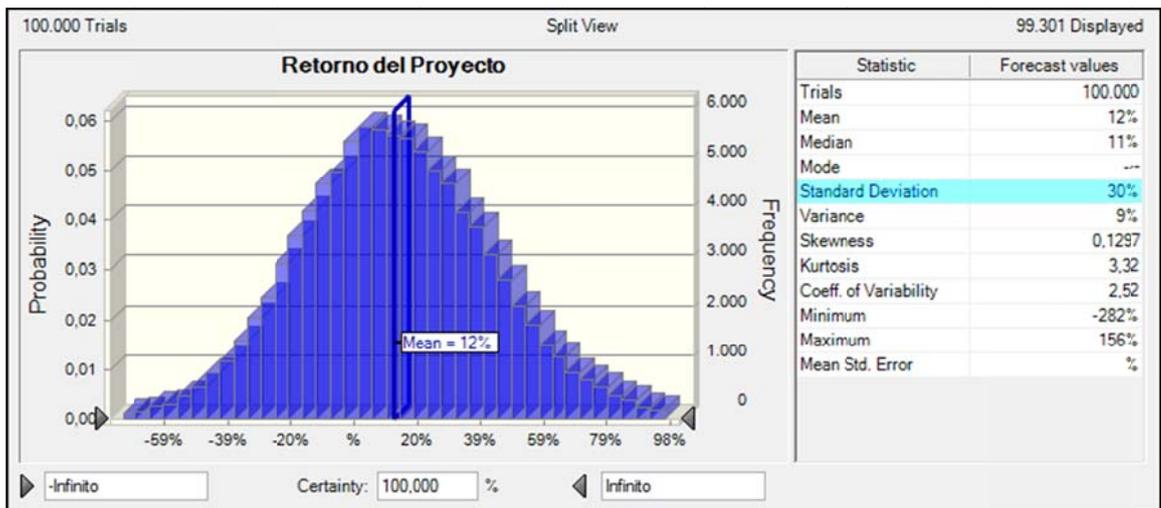
Forecast: Retorno del Proyecto

²³ El modelo de flujo de caja en Excel es original del material del Dr. Guillermo López Dumrauf disponible en su Web <http://www.dumraufnet.com.ar>

²⁴ Ver Anexo 3 para detalles del cálculo del retorno del proyecto

En el caso de Portes, la volatilidad calculada del retorno del proyecto con la ayuda de Crystal Ball es de 30%²⁵. Éste parámetro es determinante para continuar con el siguiente paso de valoración de opciones con mallas.

Cuadro 11.



IDENTIFICACIÓN DE OPCIONES

Como se mencionó en la descripción del caso, PORTES tiene dos opciones que pueden ejercerse durante la vida del proyecto de inversión y se presentan simultáneamente. Éstas son:

1. *Expandir las operaciones*: Invirtiendo 10,5 millones, lo cual incrementaría el valor del negocio en un 30%
2. *Abandonar el proyecto*: lo cual haría obtener 15 millones de forma inmediata

VALORACIÓN CON MALLAS BINOMIALES

Caso Portes analizado por medio de la metodología Binomial:

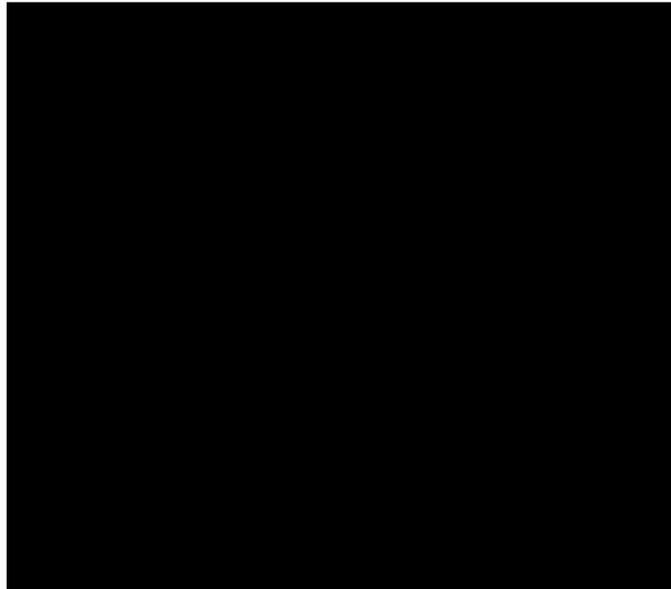
Partiendo del caso base (el del DCF), a medida que se avanza por el árbol, se multiplica el valor del nodo anterior por los coeficientes de ascenso y descenso. El

²⁵ Apéndice donde se muestren las formulas para el cálculo de la volatilidad.

valor en negrilla es el valor calculado, y el valor de la segunda línea hace referencia al descuento del FCF de cada período²⁶.

NOTA: Ver Anexo 1. Para entender cómo se desarrollan los payouts en los nodos. Se asume el FCL del periodo como pago de dividendos.

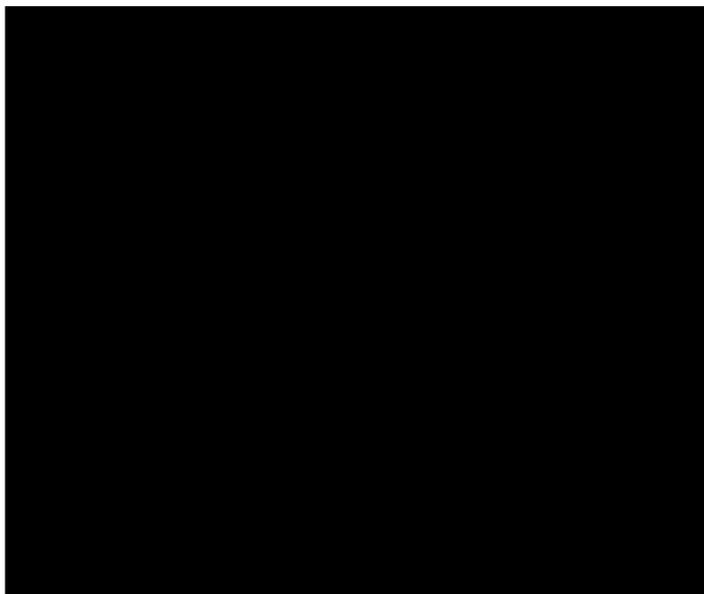
Cuadro 13. Malla de coeficientes de ascenso y descenso



A continuación se muestra la malla donde se incorporan las decisiones de acuerdo a las opciones de abandono y/o expansión presentes en el caso. En la valoración con malla binomial vemos que el proyecto tendría un valor de \$37837 y por lo tanto el valor de la opción sería de \$2933 (la resta entre el valor del proyecto y el DCF inicial).

²⁶ El caso establece un dividendo variable o *payout* periódico definido como el Flujo de Caja del Periodo sobre el Valor Presente del Flujo de Caja del mismo.

Cuadro 14. Malla de opciones reales



Es interesante notar que la opción de expandir se podría hacer efectiva a partir del segundo año en adelante, y la opción de abandono sería viable estratégicamente a partir del cuarto año.

VALORACIÓN CON MALLAS TRINOMIALES

Caso Portes analizado por medio de la metodología Trinomial Browniana:

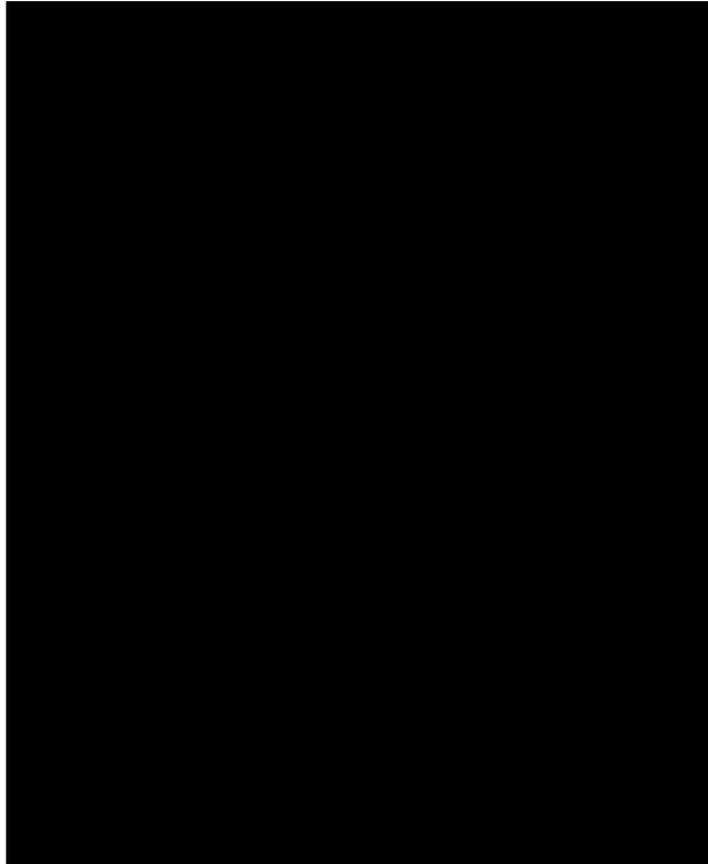
A diferencia de las mallas binomiales, se tienen tres posibilidades de avance al siguiente nodo. El valor del cual se parte es nuevamente el valor del caso base del DCF.

Cuadro 15. Malla de coeficientes de ascenso y descenso



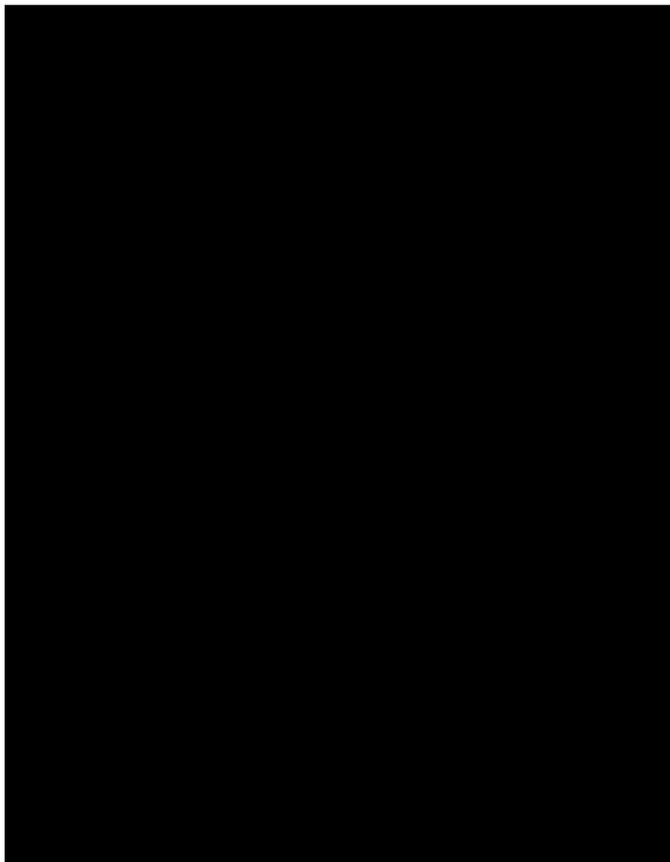
Al igual que la malla binomial, los nodos del gráfico contienen los valores del cálculo de los coeficientes multiplicados por el valor descontando el FCF de cada período.

Cuadro 16. Malla de opciones reales

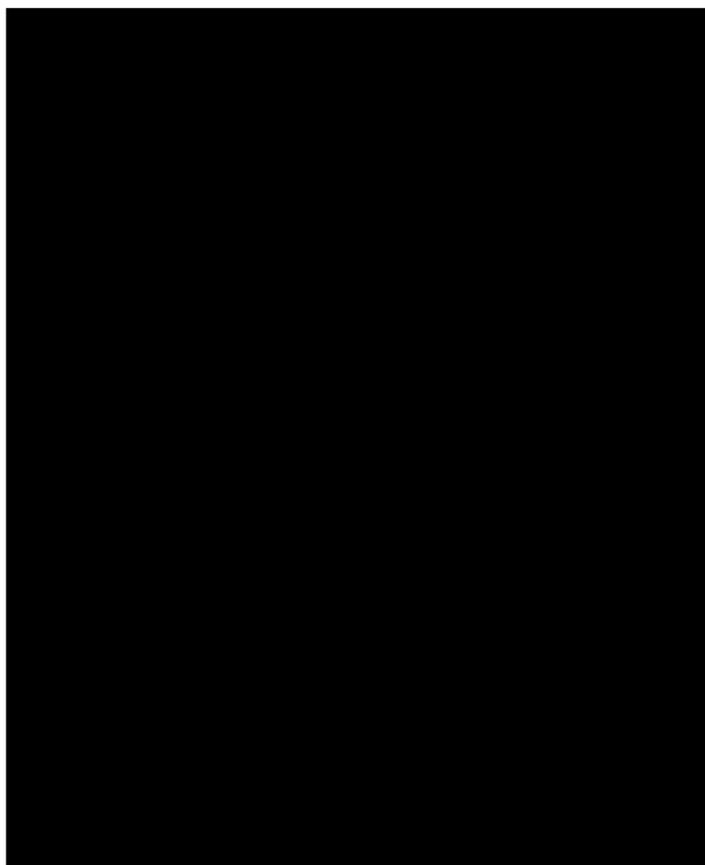


Caso Portes analizado por medio de la metodología Trinomial Mun

Cuadro 17. Malla de coeficientes de ascenso y descenso

A large black rectangular area representing a redacted table. The table content is completely obscured by a solid black fill.

Cuadro 18. Malla de opciones reales



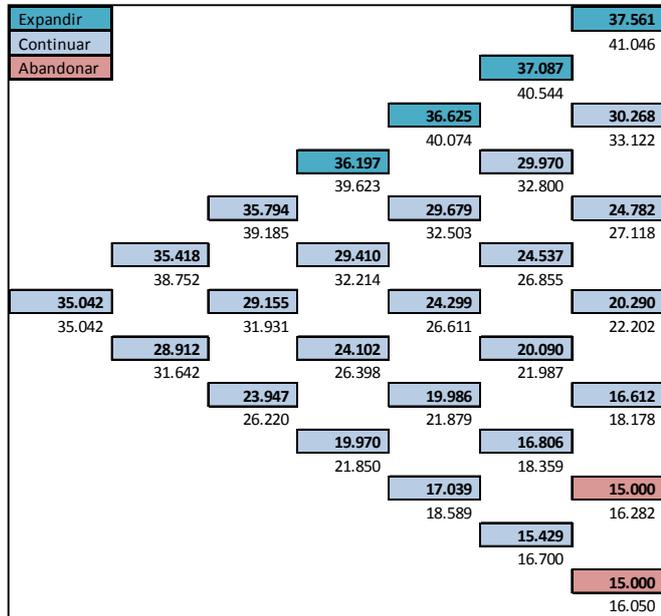
La estrategia bajo el esquema de Mun difiere ligeramente frente a las dos anteriores, se observa que la opción de expansión se puede activar anticipadamente en el primer periodo, así mismo la opción de abandono aparece tempranamente en el tercer periodo a comparación de las otras dos metodologías.

Comparación de la malla binomial vs. Volatilidad de los retornos del proyecto:

Cuando el valor de la volatilidad de los retornos del proyecto cambia, se observa un cambio significativo no sólo en el valor de la opción, sino en la estrategia contenida en la forma de las mallas. A mayor volatilidad el riesgo debe ser mayor, y por consiguiente, un mayor retorno debe compensar ésta mayor incertidumbre. Se crearon nuevas mallas binomiales con 10% y 50% de desviación estándar en los retornos del proyecto:

Escenario Volatilidad 10%

Cuadro 19. Binomial – 10% Volatilidad



Cuadro 21. Trinomial Mun – 10% Volatilidad

Expandir						64.067					
Continuar						69.475					
Abandonar											
					58.121	52.208					
					63.105	56.756					
					52.657	47.207	42.236				
					57.279	51.399	46.060				
					47.666	42.613	38.030	34.115			
					51.933	46.500	41.555	37.331			
					43.080	38.416	34.502	31.363	28.689		
					47.006	42.004	37.770	34.328	31.394		
					38.851	34.830	31.617	28.840	26.375	24.127	
					42.438	38.131	34.634	31.589	28.868	26.401	
					35.132	31.888	29.067	26.541	24.254	22.181	20.290
					35.132	34.905	31.843	29.078	26.566	24.277	22.202
					26.773	24.463	22.354	20.429	18.676	17.063	
					29.310	26.798	24.488	22.373	20.439	18.671	
					20.808	19.098	17.563	16.202	15.000		
					22.771	20.892	19.198	17.685	16.353		
					17.094	16.118	15.405	15.000			
					18.603	17.493	16.652	16.138			
					15.575	15.224	15.000				
					16.731	16.273	15.957				
					15.072	15.000					
					15.954	15.805					
					15.000						
					15.677						

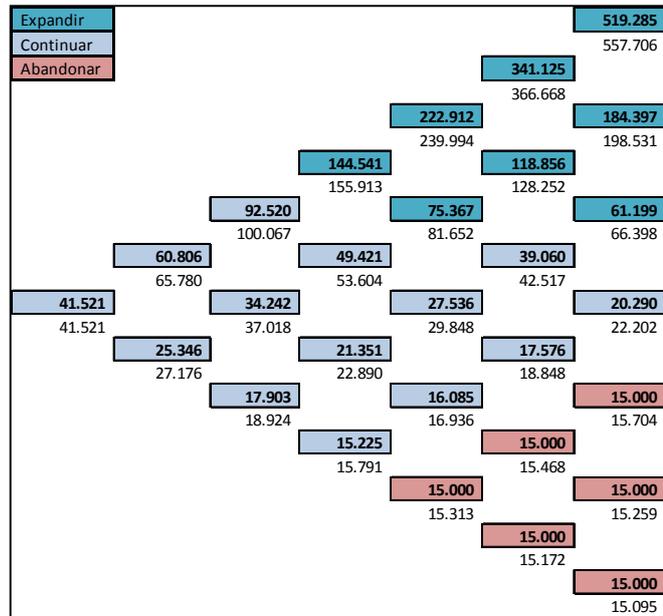
Al observar éstos árboles encontramos que con una *volatilidad menor* en los retornos del proyecto, la cantidad de nodos de decisión donde se pueden ejercer las opciones *disminuyen*.

También se observa que el intervalo que contiene los valores de cada uno de los nodos también se *reduce*, indicando que el valor presente del proyecto en cualquier momento también será *menor*.

Estas dos características, de menor cantidad de nodos donde se ejercen las opciones, y el menor valor del proyecto en cada momento, se traduce en una valoración menor en el momento 0 del proyecto. Es decir, el valor presente del proyecto usando una volatilidad *menor*, *disminuye*. Lo mismo sucede con el valor de la opción.

Escenario Volatilidad 50%

Cuadro 22. Binomial - 50% Volatilidad



Cuadro 23. Trinomial Browniano - 50% Volatilidad

Expandir						1.825.074
Continuar						1.958.192
Abandonar						
					979.891	894.564
					1.051.835	960.200
				523.946	477.831	435.759
				563.060	513.304	468.122
				278.090	253.019	230.281
				299.259	272.305	247.771
				209.536		225.494
				145.364	131.795	119.433
				156.784	142.233	128.942
				108.221	116.846	105.861
				75.204	67.940	61.140
				81.322	73.571	66.287
				54.736	48.667	42.994
				59.424	52.919	46.874
				41.514	37.735	34.153
				41.514	40.752	36.929
				30.724	27.370	24.004
				33.261	29.682	26.101
				20.290		22.202
				22.101	20.487	18.988
				23.588	21.856	20.239
				17.592	16.220	15.000
				18.732	17.253	15.943
				15.800	15.329	15.011
				16.475	15.946	15.573
				15.000	15.000	15.000
				15.304	15.277	15.251
				15.000	15.000	15.000
				15.137	15.124	15.113
				15.000	15.000	15.000
				15.061	15.056	
				15.000		
				15.027		

Cuadro 24. Trinomial Mun – 50% Volatilidad

Expandir						4.752.457				
Continuar						5.097.874				
Abandonar										
					2.181.771	1.992.895				
					2.341.020	2.138.184				
					998.692	911.613	832.168			
					1.072.551	978.597	893.280			
					454.373	413.986	377.359	343.943		
					488.473	445.053	405.534	369.648		
					203.681	185.035	168.047	152.641	138.586	
					219.373	199.378	181.115	164.492	149.398	
					88.170	79.589	71.746	64.601	58.121	52.208
					95.342	86.189	77.779	70.097	63.105	56.756
	41.028	37.309	33.799	30.456	27.199	23.897	20.290			
	41.028	40.326	36.576	32.994	29.511	25.993	22.202			
		20.094	18.861	17.704	16.630	15.691	15.000			
		21.363	20.029	18.771	17.603	16.573	15.805			
			15.033	15.000	15.000	15.000	15.000			
			15.525	15.449	15.409	15.371	15.338			
				15.000	15.000	15.000	15.000			
				15.189	15.172	15.156	15.142			
					15.000	15.000	15.000			
					15.072	15.066	15.060			
						15.000	15.000			
						15.028	15.025			
							15.000			
								15.011		

Al contrario, una *volatilidad mayor* en los retornos del proyecto, *incrementa* la cantidad de nodos donde se ejercen las opciones. El valor presente en cada momento del proyecto también *incrementa*, y lo podemos observar en que cada valor que aparece en los nodos hace parte de un intervalo *mayor* de posibles valores.

Nuevamente estas dos características se traducen en una *valoración mayor* para el proyecto y para la opción. A *mayor volatilidad* se espera una *mayor recompensa* por el riesgo al que se expone.

6. CONCLUSIONES

El resultado de la aplicación de las 3 metodologías seleccionadas de opciones reales en el caso Portes resulta interesante, es llamativo que los valores de las opciones reales trinomiales no difieren en gran magnitud.

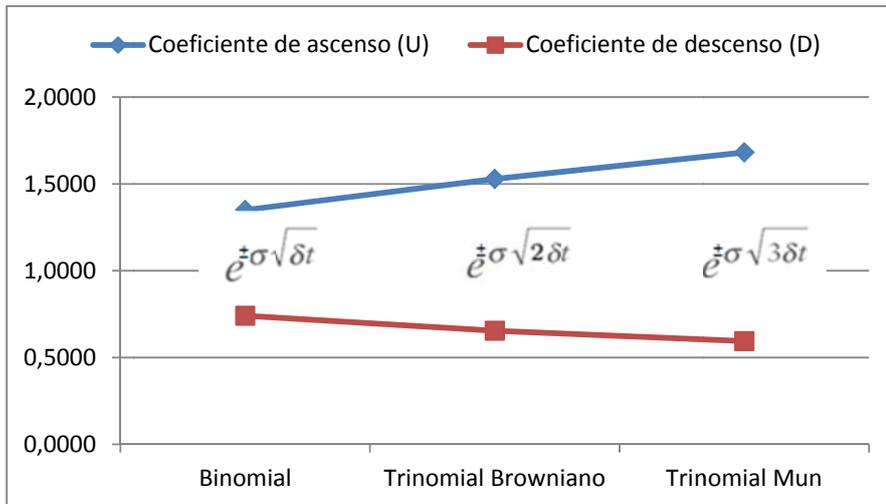
Cuadro 25. Comparativo resultados

	Binomial	Trinomial Browniano	Trinomial Mun
Valor del Proyecto con Flexibilidad	\$ 37.875	\$ 37.889	\$ 37.862
Valor de la Opción Real²⁷	\$ 2.933	\$ 2.947	\$ 2.920

Comparando las tres metodologías es evidente que los supuestos son marcadamente diferentes, desde la concepción de la formulación como se presento en la sección de modelaje, la integración de las constantes del caso como la volatilidad que son la fuente para la estimación de las probabilidades a través del cálculo de los coeficientes. En el siguiente cuadro se observa que la ponderación que se le asigna cada metodología a la volatilidad es progresivamente diferente, ampliando el efecto del mismo.

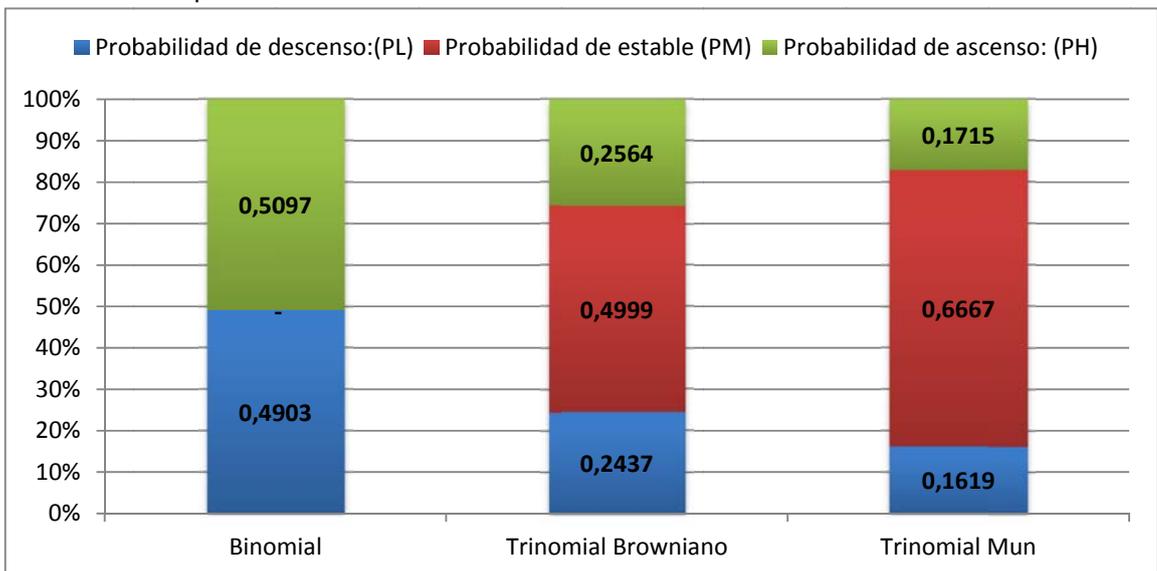
Cuadro 26. Comparativo resultados

²⁷ Valor de la Opción Real = Valor del Proyecto con Flexibilidad – Valor del Presente del Proyecto (34.942).



Como es claro, la distribución de probabilidades tienen valores ampliamente diferentes entre los modelos, sin embargo esto no constituyó un factor determinante para que los modelos tengan una valoración de la flexibilidad significativamente diferente.

Cuadro 27. Comparativo resultados



Aunque las mallas trinomiales dentro del caso Portes reconocen el valor de una alternativa adicional, la ponderación de las mismas quedan diluidas por la ponderación asignada por las probabilidades de las tres ramificaciones.

Estratégicamente el modelo binomial y el modelo trinomial browniano no tienen diferencias respecto al momento de ejecución de las opciones de abandono y de expansión. Dadas las condiciones del caso Portes, se podría asegurar que la

estrategia anticipada resultante de la aplicación de la metodología de Mun resta valor a la opción real del proyecto

La utilización de la metodología trinomial exige mayor capacidad operativa frente a la binomial. Bajo las condiciones del caso analizado, las mallas trinómicas no ofrecen ganancia analítica determinante para su selección frente a un método binomial, siendo este último más práctico de aplicar y presentar.

VOLATILIDAD vs. ESTRATEGIA

La construcción de los árboles o mallas incluye el cálculo de los coeficientes de ascenso u y descenso d , y las *probabilidades de salto* entre nodos. Estos cálculos están relacionados matemáticamente con el valor de la volatilidad (desviación estándar). Ésta relación es la que explica porque la volatilidad afecta directamente la estructura y evolución de la malla (binomial o trinomial).

La Volatilidad y la estrategia en las mallas binómicas o trinómicas tienen una relación muy importante (Ver Anexo 2.). Vimos que una mayor volatilidad significaba una mayor valoración del proyecto y un mayor valor de la opción. Lo contrario sucede si la volatilidad es menor. Estratégicamente la evolución de las decisiones dentro del árbol o la malla se verá afectada por la incertidumbre generada por los retornos del proyecto. Esto se vio claramente en los resultados de los árboles donde a medida que se incrementa la volatilidad (mayor riesgo), la cantidad de nodos donde se podía ejercer una opción (la de expansión o abandono) aumentaba.

Una conclusión destacada respecto a la estimación de la volatilidad en el caso Portes por medio de la Simulación de Montecarlo es la importancia que tiene la incertidumbre acerca de los precios y las cantidades futuras, estos datos se utilizan para estimar los intervalos de confianza y los respectivos parámetros de su distribución de probabilidad que se ingresan para realizar la simulación.

Lo anterior implica que el grado de incertidumbre acerca del futuro, o el criterio del gerente del proyecto para realizar sus proyecciones influyen directamente en la volatilidad, que específicamente en el caso Portes tiene una relación directa en el desarrollo estratégico de las opciones dentro de las mallas y en el valor agregado por la flexibilidad.

Y no sólo es eso, la misma valoración del proyecto se ve positivamente relacionada con el aumento del riesgo (volatilidad). Un proyecto que con un simple

Flujo de Caja descontado (DCF) tenía un valor negativo, pasó a obtener una valoración positiva y apreciable utilizando las opciones reales.

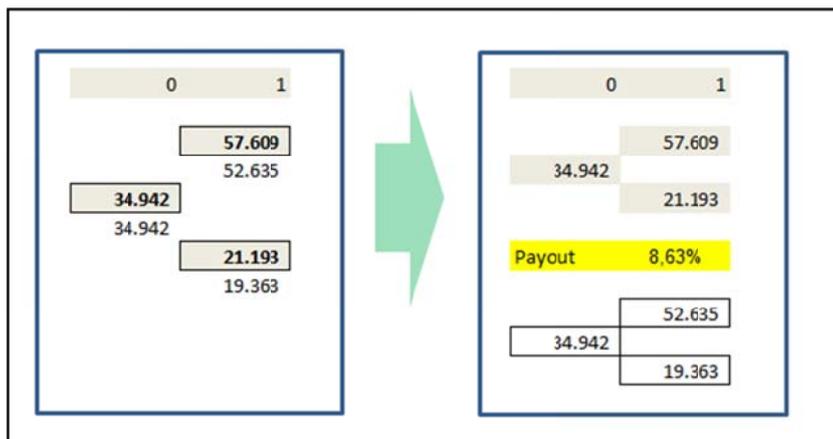
Esto nos llevaría a concluir que el hecho de poseer y pronosticar opciones que se puedan ejercer en cualquier momento de la vida del proyecto, pueden convertir una inversión desfavorable desde el punto de vista del DCF, a un proyecto totalmente rentable con la ayuda de la teoría de opciones reales. Es más, entre mas riesgoso o volátil pueda ser el proyecto, es más seguro que el uso de opciones reales sea favorable para su valoración.

7. ANEXOS

ANEXO 1. DETALLE DE CONSTRUCCIÓN DE LAS MALLAS CASO PORTES

La malla presentada en cuerpo del documento se desagrega para facilitar la explicación del proceso de construcción. Todos los ejemplos se basan en el modelo binomial con 50% de Volatilidad.

Cuadro 28.

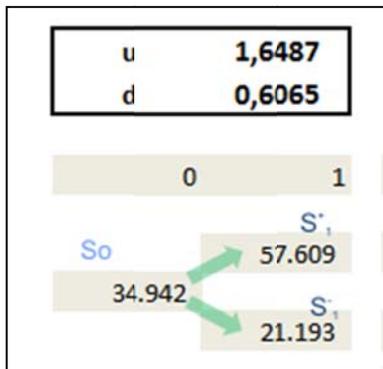


DESARROLLO DE MALLA MULTIPLICATIVA

El desarrollo de la opción del caso Portes inicia con el valor presente neto del proyecto S_0 multiplicado por los correspondientes coeficientes de subida u y de bajada d definidos en cada modelo.

$$S_1^+ = S_0 \cdot u \quad S_1^- = S_0 \cdot d$$

Cuadro 29.



PAYOUT

La malla en el caso Portes tiene una variación importante, se define un dividendo (*payout ratio*) que se paga en cada periodo y se define con la siguiente fórmula:

$$P_t = \text{FCL}_t / (\text{VP FCL}_t + \text{FCL}_t)$$

Donde:

FCL_t es el Flujo de Caja Libre del periodo t.

VP FCL_t es el Valor Presente del Flujo de Caja Libre hasta el periodo t

Por ejemplo en el periodo 4 el payout se calcularía así:

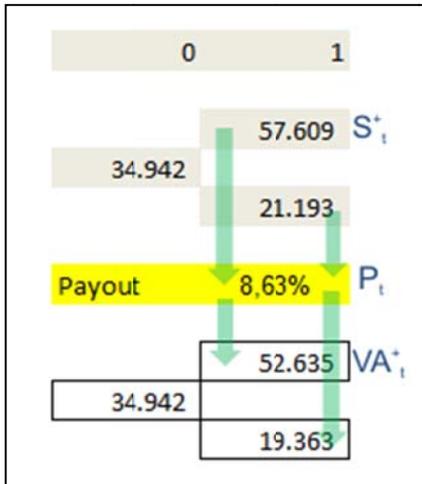
$$P_4 = 3.730 / (39.200 + 3.730) = 8,69\%$$

Para realizar los siguientes pasos de la malla, se ajusta el valor del nodo por el pago del payout de la siguiente forma:

$$VA_t^+ = S_t^+ - S_t^+ \cdot P_t$$

En el siguiente cuadro esquematizamos el proceso para el nodo del periodo 1:

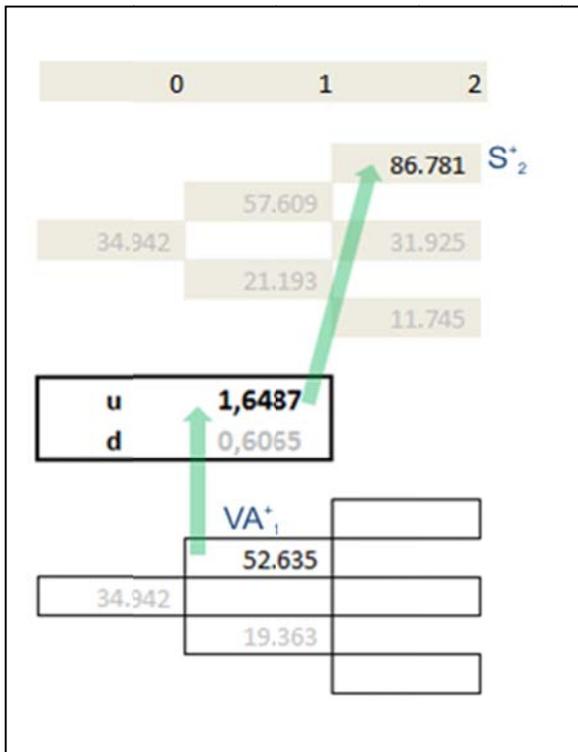
Cuadro 30.



La construcción de la malla continúa secuencialmente multiplicando por los coeficientes correspondientes y ajustándolos con el payout.

$$S_2^+ = VA_1^+ * u \quad S_2^- = VA_1^- * d$$

Cuadro 31.



DESARROLLO DE LA MALLA DE VALORACIÓN

El caso Portes utiliza simultáneamente opciones de expansión y de abandono, a continuación recordamos la dinámica de cada opción independientemente.

OPCIÓN DE EXPANSIÓN

$$E_t^x = VA_t^+ + \text{MAX} [x \cdot VA_t - C_x ; 0]$$

La opción de expansión implica la generación de un valor agregado al activo que hace crecer su valor en determinada proporción, al mismo tiempo que adiciona costos al realizarla. Donde x es el porcentaje de expansión y C_x es el costo de implementarla. Si el valor del activo es menor que valor resultante de la expansión, se fija en la malla este valor.

OPCIÓN DE ABANDONO

$$E_t^a = \text{MAX} [VA_t ; G]$$

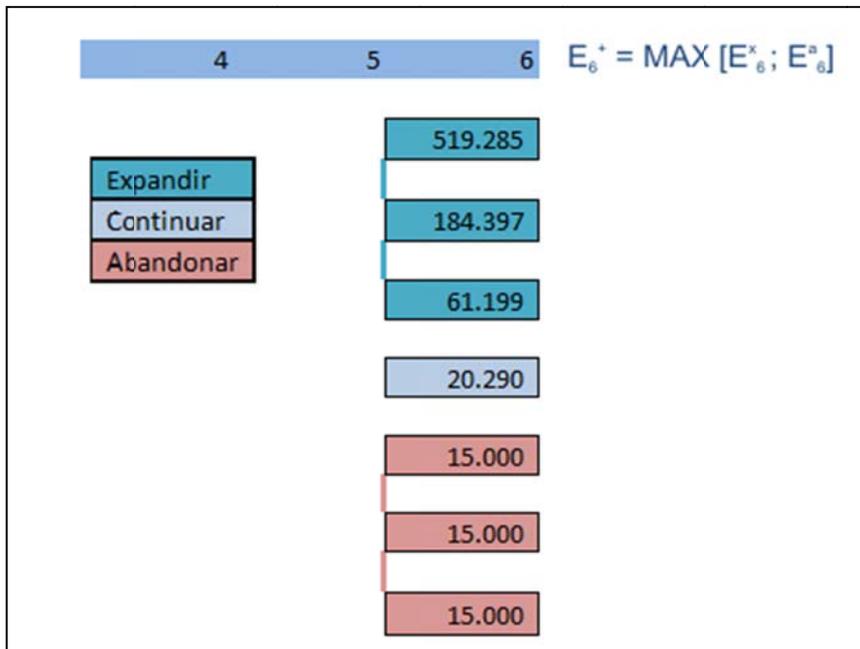
La opción de abandono se desarrolla cuando retirarse de un proyecto genera un ahorro de la inversión que no se utilizará. Si el valor del activo es menor que monto ahorrado G se activa la opción de abandono, fijando en la malla el valor de (15.000 para el caso Portes).

Simultáneamente en el caso Portes, se combina la opción de expansión y abandono, por lo cual la ecuación de maximización inicial para el cálculo reversito está definida así:

$$E_6^+ = \text{MAX} [E_6^x ; E_6^a]$$

El siguiente cuadro muestra cual es el resultado de la aplicación de la anterior fórmula, señalando en colores la selección de cada una de las estrategias en los nodos extremos del sexto periodo.

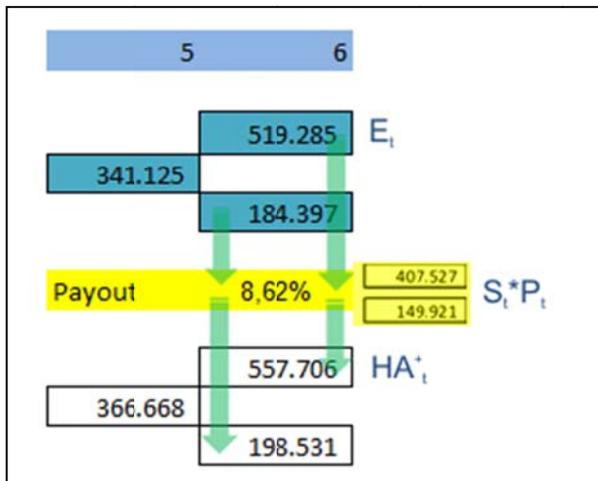
Cuadro 32.



Dado que la construcción de la malla de valoración se hace regresivamente, debemos agregar el valor que extrajimos por el ajuste del payout **P**.

$$HA_t^+ = E_t + S_t \cdot P_t$$

Cuadro 33.



CALCULO DE NODOS INTERNOS

La maximización de los nodos internos de la malla de valoración llevan internamente dos componentes, el valor de ejecución y no ejecución de las opciones.

La opción de continuar se da cuando los valores de la estrategia de expansión y de abandono no superan el valor del nodo traído a valor presente.

El costo de mantener abierta la opción está definido por la suma de los valores esperados de los nodos anteriores (ajustados con payout) traídos al valor presente por medio de un factor de descuento.

El factor de descuento es:

$$f = e^{(-rf)}$$

donde **rf** es la tasa libre de riesgo (el caso Portes es igual a 5%).

Las probabilidades de ascenso **p** y descenso **q** están definidas según el modelo (binomial y trinomial).

Dadas las anteriores variables, el valor de continuar es el siguiente:

$$OA_t = [HA_{t+1}^+ * p + HA_{t+1}^- * q] * f$$

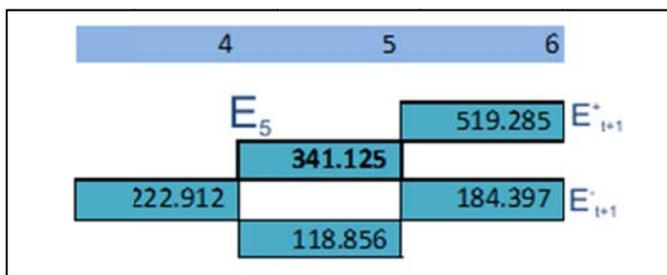
Entonces la ecuación para realizar la valoración reversiva de la malla se define con la siguiente maximización:

$$E_t = \text{MAX} [OA_t ; E_t^a ; E_t^x]$$

EJEMPLO NODO E₅

Extendiendo la explicación del cálculo de uno de los nodos internos (señalado en negrilla en el próximo cuadro), por medio de la desagregación de la ecuación.

Cuadro 34.



Identificación de los nodos precedentes:

$$E_{t+1}^+ = 519.285$$

$$E_{t+1}^- = 184.397$$

Se realiza el ajuste devolviendo el valor sustraído por el payout.

$$HA_{t+1}^+ = 519.285 + 445.948 * 8,62\% = 557.706$$

$$HA_{t+1}^- = 184.397 + 164.055 * 8,62\% = 198.531$$

Multiplicación por sus respectivas probabilidades de ascenso y descenso²⁸.

$$HA_{t+1}^+ * p = 237.993$$

$$HA_{t+1}^- * q = 113.811$$

Desarrollo de la ecuación de mantenimiento de la opción abierta, trayéndola a valor presente con el factor de descuento.

$$OA_5^+ = [237.993 + 113.811] * e^{-5\%} = 334.646$$

Calculo de las opciones de abandono y de expansión.

$$E_5^a = \text{MAX}[270.481; 15.000] = 270.481$$

$$E_5^x = 270.481 + \text{MAX}[30\% * 270.481 - 10.500; 0] = 341.125$$

Solución de la maximización del nodo:

²⁸ Para el escenario que se utiliza en este anexo, con una volatilidad es de 50%, la probabilidad de subida es 0,4267 y la de bajada es 0,5733.

$$E_5 = \text{MAX} [334.646 ; 270.481 ; 341.125] = 341.125$$

Para el cálculo del nodo en el cuarto periodo, así sucesivamente se continúa emulando el mismo proceso hasta encontrar el valor del proyecto con flexibilidad.

ANEXO.2 USO DE INTERVALOS DE CONFIANZA PARA ESTIMAR PARÁMETROS

Un intervalo de confianza, en estadística, se refiere a un par de números o límites de intervalos, entre los cuales se estima con cierta probabilidad (nivel de confianza), si un valor desconocido se encuentra dentro de éste intervalo.

En el movimiento browniano geométrico, $V_{t+\Delta t} = V_t e^{\Delta t \cdot r}$ es decir, V_t crece a una tasa constante r por un tiempo Δt . Si r es normalmente distribuido con media \bar{r} y desviación estándar de σ , al final del período r cae con una confianza de 95% en el siguiente intervalo²⁹:

$$r \in [\bar{r} - 2\sigma, \bar{r} + 2\sigma]$$

Al final de un período $T = n\Delta t$, el crecimiento total esperado se distribuye normalmente con media $\bar{r}T$ y desviación estándar $\sigma\sqrt{T}$, así el intervalo de 95% de confianza será

$$r \in [\bar{r}T - 2\sigma\sqrt{T}, \bar{r}T + 2\sigma\sqrt{T}]$$

Como la tasa r determina el nivel de V , $V_T = V_0 e^{\bar{r}T \pm 2\sigma\sqrt{T}}$, son los límites inferior (-) y superior respectivamente (+).

Si definimos que conocemos alguno de éstos límites (por ejemplo, preguntando a la gerencia cual cree que puede ser el límite inferior al cual el precio puede caer en el periodo T), podemos despejar σ :

$$V_{Tinferior} = V_0 e^{\bar{r}T - 2\sigma\sqrt{T}}$$

$$\sigma = \frac{\bar{R}_T - \ln\left(\frac{V_{Tinferior}}{V_0}\right)}{2\sqrt{T}}$$

²⁹ Tomado de COPELAND T., ANTIKAROV V. 2001, Real Options: A Practitioner's Guide, Texere Publishing, New York. Capítulo 9. Página 260.

Además como el crecimiento total en T debe ser la suma de los rendimientos de cada periodo. $\bar{R}_T = \sum_{i=1}^T \bar{r}_i$

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n r_i - \ln\left(\frac{V_T^{inf}}{V_0}\right)}{2\sqrt{T}}$$

De ésta manera obtenemos un valor para la volatilidad si conocemos los crecimientos en cada periodo r_i , un valor limite inferior (o superior) para el estimado de la variable en el periodo T, V_T^{inf} , y el valor inicial de V_0

ANEXO.3 CÁLCULO DEL RENDIMIENTO DEL PROYECTO

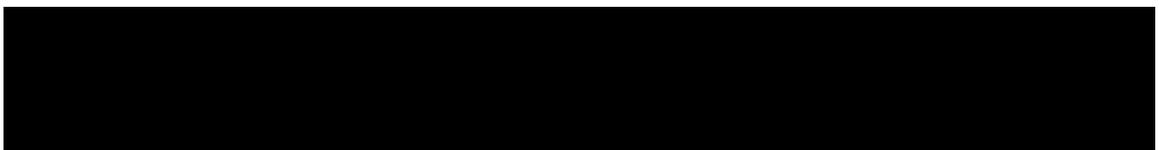
El rendimiento del proyecto es calculado con la siguiente formula del caso Portes utilizada por Copeland:

$$Rend. Proy = \ln \left[\frac{VP FCL_{t+1} + FC_{t+1}}{VP FCL_t} \right]$$

Donde VP FCL es el valor presente de los flujos de caja del proyecto y FC es el flujo de caja del periodo. Como se observa en la formula, se realiza un cociente que calcula retorno del proyecto en función del valor presente del periodo actual y el siguiente.

Tomando el flujo de caja:

Cuadro 35.

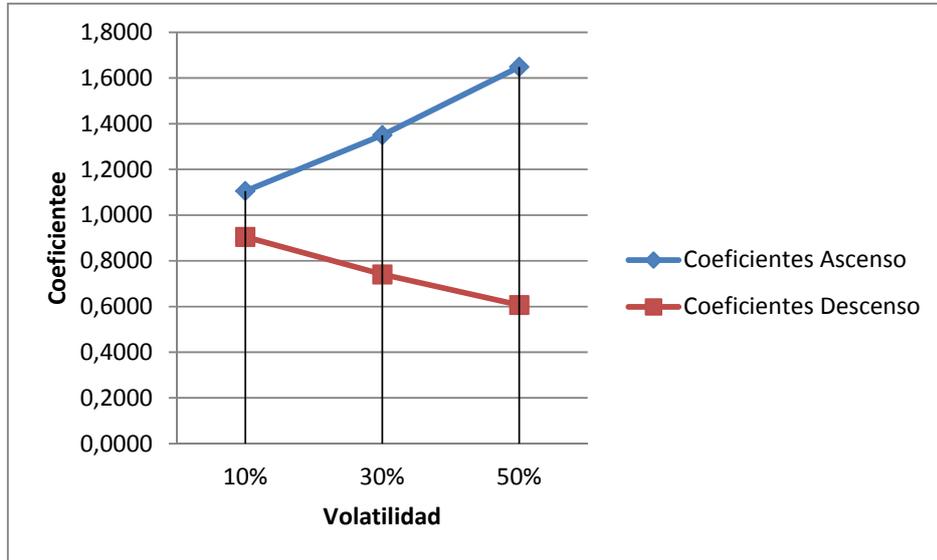


Se desarrolla la formula:

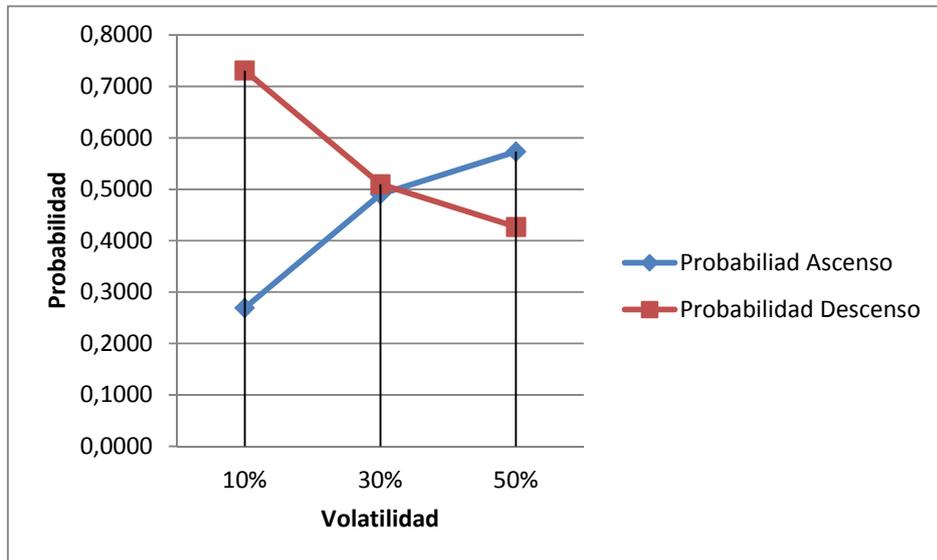
$$Rend. Proy = \ln \left[\frac{35.979 + 3.400}{34.942} \right] = 11,96\%$$

ANEXO.4 RELACIÓN DE ESCENARIOS DE VOLATILIDAD

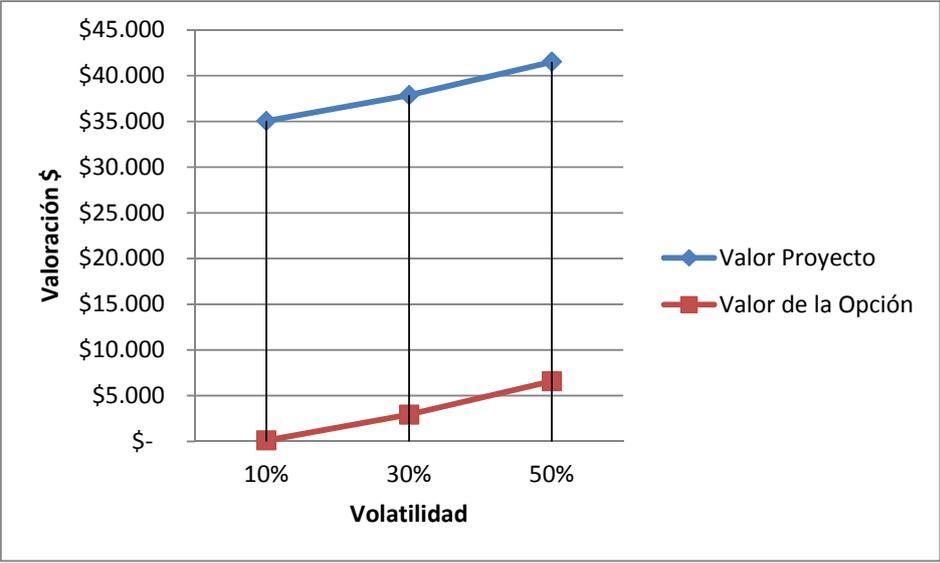
Cuadro 36.



Cuadro 37.



Cuadro 38.



8. BIBLIOGRAFÍA PRINCIPAL

BRANCH, M.,2003. Real Options in Practice. Wiley Finance. New Jersey.

COPELAND T., ANTIKAROV V. 2001, Real Options: A Practitioner's Guide, Texere Publishing, New York.

HULL, J., 2003. Options, Futures, and Other Derivatives, 5th. ed. Prentice Hall. New York.

LÓPEZ GUILLERMO DUMRAUF, Material Finanzas Corporativas - Opciones Reales disponible en la web <http://www.dumraufnet.com.ar/>.

MUN, J., 2002. Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. Wiley Finance. New Jersey.

MUN, J., 2002. Real Options Analysis Course: Bussiness Cases and Software Applications. Wiley Finance. New Jersey.

MUN, J. 2002. Modeling Risk: Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Forecasting and Optimization Techniques. Wiley Finance. New Jersey.

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
INSTITUTO DE POSTGRADOS- FORUM
RESUMEN ANALÍTICO DE INVESTIGACIÓN (R.A.I)

ORIENTACIONES PARA SU ELABORACIÓN:

El Resumen Analítico de Investigación (RAI) debe ser elaborado en Excel según el siguiente formato registrando la información exigida de acuerdo la descripción de cada variable. Debe ser revisado por el

No.	VARIABLES	DESCRIPCIÓN DE LA VARIABLE
1	NOMBRE DEL POSTGRADO	ESPECIALIZACIÓN EN FINANZAS Y NEGOCIOS INTERNACIONALES
2	TÍTULO DEL PROYECTO	APLICACIÓN DE METODOLOGÍA DE MALLAS TRINOMIALES PARA LA EVALUACIÓN DE UN CASO DE OPCIONES REALES
3	AUTOR(es)	JUAN MANUEL OSORIO CUSGUÉN, JUAN DARÍO ORTIZ CASTAÑEDA/
4	AÑO Y MES	2011, ENERO
5	NOMBRE DEL ASESOR(a)	PEDRO ANGEL
6	DESCRIPCIÓN O ABSTRACT	El trabajo de investigación inicialmente explora los desarrollos en teoría de opciones reales especialmente las relacionadas con la metodología de mallas trinomiales, encontrando dos alternativas: mallas Brownianas y mallas Mun. Realizando un análisis práctico, se selecciona un caso extraído de la bibliografía seleccionada de una empresa de desarrollo de software, el cual es desarrollado bajo la perspectiva de las dos metodologías trinomiales y la metodología binomial. La conclusión analítica de los resultados y el desarrollo estratégico de las mallas, se observó la pertinencia y las ventajas de la aplicación del método binomial sobre los trinomiales, así como la importancia de la estimación de la volatilidad, y su impacto en la estrategia y el resultado de la opción real.
7	PALABRAS CLAVES	Opciones Reales, Arboles Binomiales, Arboles Trinomiales, Caso PORTES, Volatilidad
8	SECTOR ECONÓMICO AL QUE PERTENECE EL PROYECTO	Sector financiero.
9	TIPO DE ESTUDIO	Proyecto Institucional (Investigación)
10	OBJETIVO GENERAL	Incrementar el conocimiento y la experiencia del grupo de investigación sobre Opciones Reales de la Universidad de la Sabana, en el uso de mallas o arboles para la valoración en proyectos de inversión con opciones reales, y observar el impacto que tiene el riesgo en la estrategia detrás del uso de ésta metodología.
11	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	<p>Modelar el uso de opciones reales en la valoración de un proyecto con la implementación de arboles trinomiales y binomiales.</p> <p>Implementar y validar las metodologías recomendadas de la bibliografía referenciada del cual se extrae el procedimiento analítico, y concluir sobre estos resultados.</p> <p>Analizar el impacto que tienen los supuestos utilizados, para el cálculo de los parámetros de las mallas binomiales, específicamente lo relacionado al riesgo, y que afecta directamente el resultado final de la valoración.</p> <p>Perfilar conclusiones sobre las ventajas y debilidades entre las metodologías de mallas analizadas, así como deducir cuales son las características iniciales de un proyecto que indican cual metodología podría ser la más acertada para la valoración del mismo.</p> <p>Aumentar la experiencia dentro del grupo de investigación de la Universidad de La Sabana sobre el tema de opciones reales, específicamente en el desarrollo empírico de metodologías de valoración y en el análisis del modelo de árboles trinomiales.</p>

12	RESUMEN GENERAL	<p>La Teoría de Opciones Reales para valoración sobre activos financieros se encuentra todavía en pleno desarrollo, el cual ha llamado la concepción y evolución de varias metodologías para abordar sus aplicaciones. El estudio del estado del arte nos ayudó a identificar la importancia de los árboles o mallas en valoración de Opciones Reales y la importancia de su estudio para el grupo de investigación de la Universidad de La Sabana.</p> <p>Las mallas trinomiales son un método alternativo que ofrece una aproximación más refinada en una valoración, que la resultante de aplicar la ampliamente utilizada y conocida malla binomial. Mediante una comparación práctica se abordó un caso de opciones reales de una empresa de tecnología de los autores Copeland y Antikarov (caso PORTES) donde se incluyen decisiones simultáneas de expansión y abandono en la valoración de un proyecto, y que es evaluado mediante mallas binomiales.</p> <p>El presente ejercicio introduce la aplicación de los árboles o mallas trinomiales que siguen los supuestos del método browniano y del método desarrollado por Johnatan Mun, con la idea de identificar diferencias significativas respecto a su formulación y su influencia sobre los resultados analíticos. Para esto se tomó el caso y se desarrolló el flujo de caja del proyecto (de acuerdo a los supuestos), se utilizaron las mismas variables de Precio y Cantidades de la bibliografía para estimar la volatilidad del rendimiento del proyecto (Crystal Ball), y se aplicaron los árboles trinomiales siguiendo los supuestos del método Browniano, y los del método del autor Mun para contrastar con los resultados del caso original. Se desarrolló una hoja de cálculo en Excel para la evaluación del caso de opciones reales con árboles o mallas trinomiales.</p> <p>También se analizará la influencia de la volatilidad en el valor y la estructura de las mallas binomiales, observando el impacto que puede tener sobre la estrategia detrás de la aplicación de opciones reales para la valoración de proyectos. Aquí se crean varios escenarios de distinta volatilidad y evaluamos el comportamiento en estructura, cantidad de nodos (donde se ejercen las opciones) y el valor como tal de la opción en cada uno de los árboles (binomial, trinomial: browniano y Mun) contrastar con los resultados del caso original.</p>
13	CONCLUSIONES.	<p>El resultado de la aplicación de las 3 metodologías seleccionadas de opciones reales en el caso Portes resulta interesante, es llamativo que los valores de las opciones reales trinomiales no difieren en gran magnitud. Comparando las tres metodologías es evidente que los supuestos son marcadamente diferentes, desde la concepción de la formulación como se presenta en la sección de modelaje, la integración de las constantes del caso como la volatilidad que son la fuente para la estimación de las probabilidades a través del cálculo de los coeficientes. En el siguiente cuadro se observa que la ponderación que se le asigna cada metodología a la volatilidad es progresivamente diferente, ampliando el efecto del mismo. Como es claro, la distribución de probabilidades tienen valores ampliamente diferentes entre los modelos, sin embargo esto no constituyó un factor determinante para que los modelos tengan una valoración de la flexibilidad significativamente diferente. Aunque las mallas trinomiales dentro del caso Portes reconocen el valor de una alternativa adicional, la ponderación de las mismas quedan diluidas por la ponderación asignada por las probabilidades de las tres ramificaciones. Estratégicamente el modelo binomial y el modelo trinomial browniano no tienen diferencias respecto al momento de ejecución de las opciones de abandono y de expansión. Dadas las condiciones del caso Portes, se podría asegurar que la estrategia anticipada resultante de la aplicación de la metodología de Mun resta valor a la opción real del proyecto.</p> <p>La utilización de la metodología trinomial exige mayor capacidad operativa frente a la binomial. Bajo las condiciones del caso analizado, las mallas trinomiales no ofrecen ganancia analítica determinante para su selección frente a un método binomial, siendo este último más práctico de aplicar y presentar.</p> <p>VOLATILIDAD vs. ESTRATEGIA</p> <p>La construcción de los árboles o mallas incluye el cálculo de los coeficientes de ascenso u y descenso d, y las probabilidades de salto entre nodos. Estos cálculos están relacionados matemáticamente con el valor de la volatilidad (desviación estándar). Esta relación es la que explica porque la volatilidad afecta directamente la estructura y evolución de la malla (binomial o trinomial).</p> <p>La Volatilidad y la estrategia en las mallas binomiales o trinomiales tienen una relación muy importante. Vimos que una mayor volatilidad significaba una mayor valoración del proyecto y un mayor valor de la opción. Lo contrario sucede si la volatilidad es menor. Estratégicamente la evolución de las decisiones dentro del árbol o la malla se verá afectada por la incertidumbre generada por los retornos del proyecto. Esto se vio claramente en los resultados de los árboles donde a medida que se incrementa la volatilidad (mayor riesgo), la cantidad de nodos donde se podía ejercer una opción (la de expansión o abandono) aumentaba.</p> <p>Una conclusión destacada respecto a la estimación de la volatilidad en el caso Portes por medio de la Simulación de Montecarlo es la importancia que tiene la incertidumbre acerca de los Precios y las Cantidades futuras, estos datos se utilizan para estimar los intervalos de confianza y los respectivos parámetros de su distribución de probabilidad que se ingresan para realizar la simulación. Lo anterior implica que el grado de incertidumbre acerca del futuro, o el criterio del gerente del proyecto para realizar sus proyecciones influyen directamente en la volatilidad, que específicamente en el caso Portes tiene una relación directa en el desarrollo estratégico de las opciones dentro de las mallas y en el valor agregado por la flexibilidad.</p> <p>Y no sólo es eso, la misma valoración del proyecto se ve positivamente relacionada con el aumento del riesgo (volatilidad). Un proyecto que con un simple Flujo de Caja descontado (DCF) tenía un valor negativo, pasó a obtener una valoración positiva y apreciable utilizando las opciones reales. Esto nos llevaría a concluir que el hecho de poseer y pronosticar opciones que se puedan ejercer en cualquier momento de la vida del proyecto, pueden convertir una inversión desfavorable desde el punto de vista del DCF, a un proyecto totalmente rentable con la ayuda de la teoría de opciones reales. Es más, entre más riesgoso o volátil pueda ser el proyecto, es más seguro que el uso de opciones reales sea favorable para su valoración.</p>

14	FUENTES BIBLIOGRÁFICAS	<p>BRANCH, M., 2003. Real Options in Practice. Wiley Finance. New Jersey.</p> <p>COPELAND T., ANTIKAROV V. 2001, Real Options: A Practitioner's Guide, Texere Publishing, New York.</p> <p>HULL, J., 2003. Options, Futures, and Other Derivatives, 5th. ed. Prentice Hall. New York.</p> <p>LÓPEZ GUILLERMO DUMRAUF, Material Finanzas Corporativas - Opciones Reales disponible en la web http://www.dumraufnet.com.ar/.</p> <p>MUN, J., 2002. Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions. Wiley Finance. New Jersey.</p> <p>MUN, J., 2002. Real Options Analysis Course: Bussiness Cases and Software Applications. Wiley Finance. New Jersey.</p> <p>MUN, J. 2002. Modelina Risk: Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Forecasting and Optimization Techniques. Wiley Finance. New Jersey.</p>
----	------------------------	--

Vo Bo Asesor y Coordinador de Investigación:

CRISANTO QUIROGA OTÁLORA