

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

¿QUÉ ESTÁ PASANDO?, ¿QUÉ ESTÁ CAMBIANDO? Y ¿QUÉ VA A PASAR?

UNA ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO

VARIACIONAL PARA EL GRADO DE TRANSICIÓN

CATALINA CASTRO MONTENEGRO

*JOHN ALEXANDER ALBA VÁSQUEZ

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL

Bogotá, Colombia

2014

*Asesor

Resumen

Esta investigación pretende el planteamiento de una estrategia para el desarrollo del pensamiento variacional en el preescolar bajo el marco de enseñanza para la comprensión (EpC) utilizando el pensamiento visible y las rutinas de pensamiento como punto de partida metodológico.

Busca entre otras cosas, direccionar el aprendizaje de los estudiantes de transición para iniciar un proceso que permita alcanzar los objetivos mínimos de los estándares de competencias básicas del pensamiento variacional requeridos por el MEN (2006) para el grado de tercero de primaria y de esta manera obtener mejores resultados en las pruebas de conocimiento nacionales e internacionales en el área de matemáticas.

Esta investigación fue implementada a través de dos pilotajes en dos colegios femeninos, bilingües, de Bogotá y de estrato cinco y seis.

Abstract

This investigation is trying to develop a possible strategy based on teaching for understanding framework in order to develop variational thinking through visible thinking and thinking routines methodologies.

It also seeks the proper learning of visible thinking and thinking routines for transition grade students in order to begin a learning process that allows the achievement of the minimum objectives of the mathematical thinking basic competencies required by MEN (Ministerio de Educación Nacional - 2006) when the students get to the third grade.

This investigation was implemented in to two female, bilingual schools of Bogotá.

Tabla de contenido

1. Marco Teórico.....	7
1.1. Pensamiento matemático.....	7
1.1.1. Noción de competencia matemática.....	8
1.1.2. Cinco procesos generales de la actividad matemática.....	11
1.1.3. Cinco tipos de pensamiento matemático.....	15
1.1.4. Relaciones entre los cinco tipos de pensamiento.....	21
1.1.5. Los tres contextos en el aprendizaje de las matemáticas.....	21
1.1.6. La enseñanza, aprendizaje y evaluación.....	21
1.1.7. Desarrollo del pensamiento variacional en la primera infancia.....	24
1.1.8. Secuencias, series y sucesiones.....	25
1.2. Pensamiento Visible.....	29
1.2.1. Hábitos de la mente.....	32
1.2.2. Rutinas de pensamiento.....	41
1.3. Educación matemática en el preescolar.....	45
1.3.1. Competencias en el preescolar.....	48
1.3.2. Dimensiones del desarrollo.....	49
2. Planteamiento del Problema.....	56
2.1. Justificación.....	56
2.2. Pregunta de Investigación.....	62
2.3. Objetivos.....	63
2.3.1. Objetivo General.....	63
2.3.2. Objetivos Específicos.....	63
3. Metodología.....	64
3.1. Descripción del método de investigación.....	64
3.2. Población.....	66
3.2.1. Descripción de la población.....	67
3.3. Fases de la investigación.....	69
3.3.1. Duración.....	70
3.4. Categorías de análisis.....	71
3.4.1. Análisis de las entrevistas a profesoras titulares (objetivo No. 1).....	71
3.4.2. Análisis de los resultados de la prueba diagnóstico.....	71
3.4.3. Análisis de la evaluación de la estrategia.....	71
3.5. Instrumentos.....	72
4. Diseño de la Estrategia.....	74
5. Intervención.....	76
5.1. Etapa inicial - Diagnóstico.....	77
5.1.1. Entrevista a profesor titular.....	77
5.1.2. Implementación de la prueba diagnóstico.....	79
5.2. Etapa intermedia - Intervención.....	81
5.2.1. Prueba piloto Colegio No. 1.....	82
5.2.2. Evaluación de la aplicación y ajustes de la estrategia.....	87
5.2.3. Prueba piloto Colegio No. 2.....	93
5.2.4. Entrevista a experto.....	98
6. Análisis de Resultados.....	99
6.1. Análisis de la entrevista a las docentes titulares de los dos transiciones trianguladas con la entrevista al experto.....	100

6.1.1.	Qué hay que enseñar	100
6.1.2.	Cómo hay que enseñar.....	101
6.1.3.	Para qué enseñar	106
6.1.4.	Cómo evaluar.....	107
6.1.5.	Conocimientos generales.....	108
6.2.	Análisis del diagnóstico inicial	112
6.3.	Análisis de la estrategia	113
6.3.1.	Alcance de la evaluación de la estrategia.....	113
6.3.2.	Evidencias de pensamiento	115
6.3.3.	Manifestación de hábitos de la mente.....	118
7.	Propuestas para las siguientes tesis.....	121
8.	Conclusiones	122
9.	Referencias	125
10.	Anexos.....	129
10.1.	Prueba diagnóstico	129
10.2.	Entrevista a profesora titular	130
10.3.	Entrevista a experto	132
10.4.	Formato de registro de observación.....	133
10.5	Registro de Observación Actividad 1 “Para dónde se va el agua” Colegio 1	134
10.6.	Registro de Observación Actividad 1 “¿Para dónde se va el agua?” Colegio 2.....	138
10.7.	Registro de Observación Actividad 2 “Creando Secuencias de triángulos” Colegio 1	143
10.8.	Registro de Observación Actividad 2 “Creando Secuencias de triángulos” Colegio 2	147
10.9.	Registro de Observación Actividad 3 “Creando una coreografía” Colegio 1	153

Introducción

El pensamiento matemático es parte fundamental del ser humano, puesto que se usa en cualquier situación de la vida diaria. Permite entre otras cosas desarrollar habilidades analíticas y problemáticas de la vida cotidiana. Sin embargo las matemáticas no es una materia fácil para la mayoría de los estudiantes, por lo tanto los alumnos tienden a rechazarlas.

Según el ICFES, actualmente, Colombia presenta un déficit en la enseñanza de las matemáticas reflejado hoy en día en los resultados de las pruebas de conocimiento internacional (PISA), donde “el país ocupa el puesto 65 de 67 países que participaron en esta prueba en el 2012” (ICFES 2012). Grandes conclusiones emergen, una de ellas los vacíos en la resolución de problemas de manera creativa, donde el país se encuentra en el último lugar.

Los resultados que obtuvo el país, es el fundamento para proponer una tesis de grado que busque el desarrollo del pensamiento matemático desde la etapa preescolar apuntando a los objetivos mínimos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN-2006) en tercer grado de primaria, los cuales son los siguientes: reconocer y describir regularidades y patrones en distintos contextos, describir cualitativamente situaciones de cambio, construir secuencias numéricas y geométricas y reconocer equivalencias entre expresiones numéricas.

Para iniciar desde el preescolar con el desarrollo de los objetivos anteriormente mencionados, esta investigación propone una estrategia de enseñanza basada en el

marco de la enseñanza para la comprensión (EpC) utilizando como estrategia principal las rutinas de pensamiento y los hábitos de la mente. Esta estrategia fue implementada a través de dos pilotajes en dos colegios femeninos, bilingües, de Bogotá y de estrato cinco y seis. Después de aplicar el primer pilotaje en el colegio número uno se realizó una evaluación de la aplicación, la cual arrojó una serie de ajustes que permitieron aplicarla efectivamente a través del pilotaje dos en el segundo colegio. Lo más relevante de la estrategia, fue la creación de una nueva rutina de pensamiento llamada ¿Qué está pasando, qué está cambiando y qué va a pasar?, enfocada en el desarrollo del pensamiento variacional para las estudiantes del grado de transición.

1. Marco Teórico

1.1. Pensamiento matemático

Antes de profundizar en el pensamiento matemático, es importante entender la palabra pensamiento de manera general. Bruno, F.J (1997) afirma que:

El Pensamiento es un término genérico que indica un conjunto de actividades mentales tales como el razonamiento, la abstracción, la generalización, etc. cuyas finalidades son, entre otras, la resolución de problemas, la adopción de decisiones y la representación de la realidad externa. (Pág.32)

El pensamiento matemático, Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R., & Garza, A. (2000) la definen como:

La actividad humana involucra procesos de razonamiento y factores de experiencia cuando se desempeña cualquier clase de funciones, nos interesa que cuando se hable de pensamiento matemático nos localicemos propiamente en el sentido de la actividad matemática como una forma especial de actividad humana. (Pág. 18)

Es necesario resaltar que además de lo anterior, el Pensamiento Matemático permite que la persona se inserte en la sociedad, desarrollando la capacidad de resolución de problemas que pueden ser internos o externos. Este pensamiento proviene del desarrollo de la lógica la cual es la base para el actuar y razonar matemático (Ministerio de Educación Nacional, 2006). Es por eso que se habla de la importancia de dicho

pensamiento, ya que no es solo útil en la vida cotidiana de cada persona y de manera personal, sino que además permite el entendimiento del mundo y el correcto actuar sobre éste para así lograr resultados positivos en comunidades y sociedad, teniendo de esta manera una influencia directa en la construcción cultural.

Según Piaget (1994), para el desarrollo de cualquier tipo de pensamiento sobre todo del matemático, es indispensable motivar y ayudar a desarrollar la autonomía, ya que es por medio de ésta se da la experiencia como tal y se logra que el niño a través del ensayo y error de la observación y la experimentación guiada por la propia voluntad desarrolle el pensamiento matemático. Es así, como por ejemplo, si a un niño de tres a cuatro años se le muestran dos hileras de bloques igual de largos pensará que hay la misma cantidad de bloques en ambas hileras así esto no esté correcto. A través del tiempo y gracias a la experiencia el niño logrará observar más de una característica y sobreponerla, es decir, no solo tendrá en cuenta qué tan larga es la hilera sino que además tiene una cantidad de objetos que se pueden relacionar uno a uno.

1.1.1. Noción de competencia matemática

Para poder definir competencia matemática es necesario en primera medida definir qué es una competencia. Para esto es conveniente utilizar el ejemplo empleado por el Ministerio de Educación Nacional en donde expone que el desarrollo de una competencia se da por ejemplo, en la alimentación; en primer lugar el niño succiona al sentir el pezón de la madre, es decir que el niño hace algo, hay una acción. Luego de un tiempo de hacer esto, el niño desarrolla la capacidad de buscar el pezón de su madre cuando siente que se encuentra cerca del mismo, en este caso ya no se dice que solo hace sino que ahora sabe hacer ya que orienta su acción hacia un resultado que él busca. Por

último, el bebé puede llevar este saber hacer a diferentes situaciones, moviliza esa capacidad de buscar algo y succionar del mismo, de esta manera, las acciones de coordinación aprendidas son ahora llevadas a distintos objetos. Es precisamente en ese momento en el que se moviliza o se potencia el conocimiento que se habla de una competencia, entonces, el conocimiento que surge de una acción específica es ahora flexible y aplicable en distintas situaciones. (MEN, 2009).

Ahora bien, teniendo claro qué es una competencia se puede hablar de lo que es en específico una competencia matemática. Se dan cuando hay un aprendizaje significativo y comprensivo, que como se dijo anteriormente se puede extrapolar a otras situaciones externas al ámbito escolar. Las competencias se alcanzan progresivamente, como se dijo anteriormente, no se puede hablar que una competencia se tiene o no se tiene, sino que por el contrario se debe hacer referencia al proceso que lleva en si el desarrollo de la competencia. Es por eso que el MEN (2009) afirma que:

Las competencias matemáticas, no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones o problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos. (Pág. 49)

En el conocimiento matemático se distinguen dos tipos básicos de conocimientos: el conceptual y el procedimental. El primero es teórico, el cual se produce por la actividad cognitiva y es fácil de relacionar con otros conocimientos como el “saber qué” y “saber por qué”. El segundo se relaciona con técnicas, es decir está ligado a la acción (técnica) pues permite la ejecución de algoritmos, el uso del primer conocimiento (conocimiento

conceptual) llevándolo a la práctica y es por eso que se asocia con el “saber cómo” (MEN, 2009). La enseñanza de las matemáticas necesita tanto de la práctica como de la teoría, lo cual permite desarrollar personas matemáticamente competentes las cuales según el Ministerio de Educación Nacional (2006), son las personas que son capaces de:

1. Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana de las otras ciencias y de la matemática misma. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas, y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas, pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados con dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.
2. Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas: para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista.

Es decir, denominar con fluidez distintos recursos y registros de lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.

3. Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo, el contraejemplo, como medio de validar y rechazar conjeturas y avanzar en el camino hacia la demostración.
4. Denominar

procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer, cuando y porque usarlos de la manera flexible y eficaz. Así, se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual, que fundamenta esos procedimientos. (Pág. 51)

1.1.2. Cinco procesos generales de la actividad matemática

Se hace una clasificación de las actividades matemáticas al igual que en otras áreas del conocimiento, pues éstas tienen un tinte que caracteriza esta área del conocimiento y la separa de las demás. Esta clasificación sin embargo no es exhaustiva, ni disyuntiva; se debe tener en cuenta que hay relación entre los diferentes procesos generales de la actividad matemática, es decir, se dan y se presentan de manera conjunta y es posible que en la mayoría de casos no se dé uno sin el otro, de esta manera no se presentan de manera individual.

1.1.2.1. La formulación, tratamiento y resolución de problemas

Este proceso está presente en todo el desarrollo de las matemáticas. El quehacer matemático cobra sentido gracias a las situaciones problema, es importante que estas situaciones sean significativas para los alumnos debido a que esto le dará sentido al quehacer matemático de los alumnos. Para esto es importante tanto el uso de las situaciones cotidianas con el alumno como incorporar otros saberes en el desarrollo de competencias matemáticas, pues esto permite que el niño no aprenda contenidos y procedimientos sin razón, sino que al contrario permite que el niño le halle sentido a lo que hace y por ende, se genere interés y motivación (MEN, 2006).

Es importante destacar que las problemáticas que se le presentan a los niños no deben ser necesariamente de carácter numérico y de resolución con fórmulas

matemáticas, sino que por el contrario cualquier situación problema que requiera interpretar, generar estrategias, escoger soluciones, analizar, entre otras; desarrolla la capacidad de hacer frente a cualquier tipo de problemáticas lo cual supone a futuro un apoyo para la resolución de problemas matemáticos como tal. De esta manera si se exponen los niños a distintas situaciones problema se les brindaran herramientas y una actitud positiva ante los problemas, se les permitirá de manera más sencilla pensar interpretar y buscar soluciones, puesto que lo han hecho antes de igual manera, además le dará al niño la capacidad de hacer frente ante otras problemáticas de su vida.

1.1.2.2. La modelación

La modelación matemática permite formular el problema de manera tal que se pueda expresar las relaciones, proposiciones, hechos importantes, patrones, variables, entre otros. Permitiendo de esta manera generar una figura mental que representa el problema convirtiéndolo en algo comprensible siendo una construcción o estructura mental que se convierte en referencia del problema que se pretende resolver, permitiendo así visualizar el problema de manera más cercana logrando de igual manera una representación que le facilite entender los problemas, plantear diferentes rutas de solución, encontrar posibles soluciones y comparar estas soluciones para seleccionar la mejor.. Es así, como un niño o una persona logra saber qué datos del problema son útiles y cuáles no, cuál es una solución posible, qué metodologías o algoritmos son útiles para resolver el problema, entre otras (MEN, 2006).

1.1.2.3. La comunicación

Expresar las matemáticas en forma de lenguaje es complicado, ya que éstas no son un lenguaje, “pero pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y se representan, se leen y se escribe, se hablan y se escuchan” (MEN, 2006, p.54). El desarrollo del lenguaje matemático debe darse de manera de acuerdo común e inclusive universal por lo cual es importante que los estudiantes participen de manera conjunta en la definición y caracterización de dicho lenguaje, ya que esto permite que ellos mismos evidencien la importancia del aprendizaje de las mismas bajo un mismo método (MEN, 2006).

1.1.2.4. El razonamiento

El razonamiento empieza desarrollarse en edades tempranas por medio de la manipulación de material físico, el cual permite que el niño inicie el desarrollo conceptos, haga comparaciones, determine igualdades y características de acuerdo con su edad y grado que se encuentre. De igual manera la manipulación de objetos permite que los niños y niñas comprendan ciertas nociones físicas, es decir, la acción y la reacción logrando así que los alumnos mejoren sus argumentos para refutar o verificar algo. Así mismo, dicha manipulación permite que se comprenda la seriación y secuencialización lo que lleva al desarrollo del concepto de número y de relación uno a uno. Todo esto lleva a que se comprenda que las matemáticas no son reglas sin sentido, sino que por el contrario tienen lógica.

Las acciones son el punto de partida para la formación de operaciones futuras de la inteligencia, ya que la acción interiorizada adquiere el carácter de reversibilidad y se

coordina con otras acciones formando estructuras operatorias. En primer lugar el niño le atribuye lógica a sus acciones la cual luego se reafirma y se equilibra por medio de la lógica verbal. No existe una diferencia marcada entre la lógica verbal y la lógica que lleva a la coordinación de acciones, sin embargo, esta última es más profunda y primitiva. La lógica que permite relacionar las acciones se desarrolla de manera más rápida y es anterior a la lógica verbal, sin embargo, las dificultades que se le presentan a la lógica de las acciones son las mismas dificultades que se le presentaran luego a la lógica verbal. Es de esta manera como se desarrolla y comprende la seriación, el número, la permanencia del objeto y el concepto de conservación, la reversibilidad de las operaciones, la velocidad y distancia, entre otros (MEN, 2006).

1.1.2.5. La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos

Aquí se citará a El Ministerio de Educación Nacional (2006) quien afirma que:

No se puede practicar y automatizar un solo algoritmo para cada uno de las operaciones aritméticas usuales, es conveniente describir y ensayar otros algoritmos para cada una de ellas, compararlos con los que se practican en clase y apreciar sus ventajas y desventajas. Esta comparación permite distinguir claramente la operación conceptual de las distintas formas algorítmicas de ejecutar y el resultado de dicha operación conceptual del símbolo producido al final de la ejecución de uno u otro algoritmo. Todo ello estimula a los estudiantes a inventar otros procedimientos para obtener resultados en casos particulares. Esto los prepara también para el manejo de calculadoras, el uso de hojas de

cálculo, la elaboración de macro-instrumentos y aun para la programación de computadores (Pág. 52)

1.1.3. Cinco tipos de pensamiento matemático

Para efectos de comprensión y abordaje del desarrollo del pensamiento matemático en el contexto escolar, la propuesta teórica del MEN plantea subdividir el pensamiento matemático y asociarlo con cinco sistemas matemáticos relacionados. De esta forma se plantean los pensamientos numérico y espacial, asociándolos con el estudio de la aritmética, en lo concerniente al objeto número junto con sus posibles relaciones y transformaciones y con la geometría en lo referente al espacio y los objetos geométricos. Además de estas dos posibilidades del pensamiento matemático, se plantean otras tres, por una parte, el pensamiento métrico el cual se asocia con el estudio de los sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio asociado con el estudio de la probabilidad y la estadística y el pensamiento variacional relacionado con los sistemas algebraicos y analíticos (MEN, 2006).

1.1.3.1. El pensamiento numérico y los sistemas numéricos

Según el MEN (2006):

El Desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la educación básica y media y su uso eficaz por medio de distintos sistemas de numeración con los que se representan (Pág. 60)

En un principio el número era número como tal, solo si cumplía con las características de lo que hoy se denomina número natural. Este concepto fue evolucionando de acuerdo a la necesidad, ya que en los inicios de las matemáticas solo se utilizaban y se tenían como válidos los números naturales para realizar operaciones de suma, resta, división y multiplicación. Sin embargo, dado a que el resultado de una división no es siempre un número natural, esto llevo al nacimiento o a la adopción de los números racionales. Lo anterior hizo referencia a que el pensamiento dejó de moverse por unidades y se flexibilizó de manera tal que se pudiera entender una cantidad como $\frac{1}{2}$ (MEN, 2006).

De igual manera los cálculos con números racionales y naturales dieron como resultado la necesidad de adoptar o crear otros tipos de números, como lo son los números enteros, entre los cuales se contemplan el cero, los positivos y negativos. Así mismo, se unieron los conjuntos de números racionales e irracionales para formar un conjunto de números llamados reales. Por último debido a la necesidad de resolver ecuaciones algebraicas, nacen los números imaginarios (MEN, 2006).

Teniendo en cuenta lo expresado por el Ministerio de Educación Nacional, todo lo anterior requiere que el pensamiento numérico trabaje progresivamente por medio de conjuntos, conceptos y proposiciones de manera tal que los sistemas numéricos se vayan construyendo racional y progresivamente en el pensamiento de niños y adolescentes. Lo cual supone un acompañamiento pedagógico, que no se enfoque en los aprendizajes requeridos de acuerdo al nivel académico, sino que en vez de esto determine el nivel de pensamiento en el cual se encuentra su educando. (MEN, 2006).

1.1.3.2. El pensamiento espacial y los sistemas geométricos

Este tipo de pensamiento es entendido como: “el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, la relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (MEN, 1998, p.56).

1.1.3.3. *El pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas*

De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional Colombiano (2006), el pensamiento métrico se caracteriza por “la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (p. 63). Igualmente, El MEN (2006) afirma que:

expresa que en los procedimientos y conceptos relacionados con este tipo de pensamiento son la construcción de conceptos de cada magnitud; la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes; la estimación de la medida de cantidades de distintas magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo y lo discreto; la apreciación del rango de magnitudes; la selección de unidades de medida, de patrones, y de instrumentos y procesos de medición; la diferencia entre la unidad y los patrones de medición; la asignación numérica; y el papel del trasfondo social de la medición (Pág. 63).

Existen varios sistemas de medida dentro de los cuales se encuentran, el CGS (centímetro-gramo-segundo) y el MKS (centímetro-kilogramo-segundo), sin embargo, el

más utilizado es el Sistema Internacional de Unidades y Medidas, SI. Éste comprende dentro de sí, unidades de medida de acuerdo a las diferentes magnitudes, velocidad, tiempo, temperatura, densidad, etc. cada una de dicha unidades tiene submúltiplos con el fin de abarcar los externos de cada dimensión o característica. Este sistema de medida no es utilizado únicamente en matemáticas, sino que además, se utiliza en ciencias sociales y naturales, además de ser utilizado en la vida diaria y en los negocios, dado a que dichas unidades son utilizadas para medir productos de venta y determinar a qué cantidad de dinero se vende determinada cantidad de un producto. Lo que hace a este pensamiento fundamental es adaptarse como ciudadano para un aprendizaje de economía propia, entre otras cosas.

1.1.3.4. El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos

Este tipo de pensamiento permite calcular o predecir las probabilidades de que algo suceda, es decir, determinar qué es lo más posible que puede suceder en alguna situación. A diferencia de lo que se creen de las matemáticas, este campo de las mismas, no tiene una única respuesta sino que a diferencia tiene un posible respuesta, una respuesta que podría llegar a ser verdadera o falsa.

Este tipo de pensamiento se empieza a desarrollar a muy temprana edad con los juegos de azar, como las cartas, los juegos con dados, entre otros; donde los niños y adolescentes empiezan a identificar que tan seguido aparece un número o un grupo de cartas en el que se repita el mismo juego dos veces. De esta manera se pueden predecir situaciones las cuales no cumplen con patrones o secuencias y de las cuales se desconocen.

El estudio probabilístico se ha visto beneficiado de gran manera por la tecnología, la cual permite unir una cantidad de datos significativos y por medio de la cual se pueden contraponer distintas fórmulas. Esto trae como consecuencia para los niños y adolescentes, entender las formulas pero no tener que memorizarlas, lo que requiere este pensamiento en cambio es el poder de análisis probabilístico de los datos suministrados por los distintos medios tecnológicos (MEN, 2006).

1.1.3.5. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos

Según Carlos Vasco (2003) afirma que:

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad, (Pág. 3)

Por otro lado Según el Ministerio de Educación Nacional (2006):

Este pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas y registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos... este pensamiento permite la construcción de caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje del

cálculo numérico y algebraico y en un futuro el cálculo diferencial e integral. (Pág. 66).

Este tipo de pensamiento se relaciona con otros pensamientos matemáticos y con otras ciencias, ya que por medio de éste se determina la frecuencia y el periodo con el que sucede algo permitiendo estudiar las regularidades, de una sociedad, economía, además, de sucesos de ciencias naturales. En otras palabras, permite la identificación de patrones. Según el MEN (2006):

Proponer el inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la educación básica presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas. (Pág. 49)

Este tipo de pensamiento requiere realizar ejercicios en los cuales haya que identificar secuencias y sucesiones, en el que los niños tengan el ingrediente o la receta como reglas, patrones, figuras, formas o colores para que dichas sucesiones sigan su curso; es decir, se necesita un proceso de generalización. En los primeros años, se puede iniciar un análisis de cómo varían las cosas en el tiempo, qué pasa cuando se crece, qué cambios hay y de qué manera estos se van dando. Esto debe ir acompañado de la

identificación de las distintas características de los objetos, como lo son la altura, la temperatura, la textura, el color, la forma, el peso, el sabor, entre otros, con el fin de que el niño pueda entender, relacionar y diferenciar dichas características, con el fin de situarlas en un orden definido. En edades más avanzadas el cálculo algebraico es el más común en el desarrollo del pensamiento variacional.

1.1.4. Relaciones entre los cinco tipos de pensamiento

Los tipos de pensamiento descritos anteriormente se relacionan de tal manera que formen y permitan el desarrollo de situaciones-problemas, las cuales son propicias para el aprendizaje. Estas situaciones permiten la vinculación de todos estos tipos de pensamiento haciendo de esta manera que los estudiantes por medio de un proceso progresivo avancen escalonadamente desarrollando capacidades que les permiten enfrentarse a distintas situaciones en la vida, evaluando las probabilidades, entendimiento el riesgo, buscando resultados, determinando caminos de solución, entre otras, que aunque provienen del campo matemático son aplicables a problemas y situaciones que no son provenientes de dicho campo.

1.1.5. Los tres contextos en el aprendizaje de las matemáticas

1.1.6. La enseñanza, aprendizaje y evaluación

El pensamiento matemático puede darse hasta un principio muy corto de manera intuitiva o experimental, sin embargo, es deber del maestro o docente propiciar las situaciones en las cuales este pensamiento pueda ser llevado y desarrollado a su máxima expresión. Sin estas situaciones, el pensamiento lógico se vería seriamente limitado, impidiendo desarrollar capacidades y competencias que permitan que en la adultez los

estudiantes se desenvuelvan de mejor manera y aprendan a manipular su mundo. Esto supone, para el docente, una gran responsabilidad, ya que es él precisamente el encargado de diseñar dichas situaciones que faciliten la adquisición del pensamiento matemático, teniendo en cuenta el nivel y las capacidades de sus estudiantes, sus gustos, fortalezas y el nivel de desarrollo de su pensamiento matemático a la hora de plantear un problema.

1.1.6.1. Diseñar procesos de aprendizaje mediados por escenarios culturales y sociales

Según el Ministerio de Educación Nacional (2006):

El aprendizaje se propone como un proceso activo que emerge de las interacciones entre estudiantes y contextos, estudiantes y estudiantes y entre estudiantes y profesores, en el tratamiento de las situaciones matemáticas. Estas formas de interacción tienen importancia capital para la comunicación y la negociación de significados. Por ello se enfatiza en el diseño de situaciones matemáticas que posibiliten a los estudiantes tomar decisiones; exponer sus opiniones y ser receptivos a las de los demás; generar discusión y desarrollar la capacidad de justificar las afirmaciones con argumentos. Todo ello conlleva a incluir en la organización del aprendizaje matemático el trabajo en equipo y a fomentar la cooperación entre los estudiantes la cual no excluye momentos de competición sana y leal entre ellos o con otros cursos grados o colegios. (Pág.73).

1.1.6.2. Fomentar en los estudiantes actitudes de aprecio, seguridad y confianza hacia las matemáticas

Si bien el docente puede empezar un aprendizaje desde muy temprano, los estudiantes siempre llevan consigo un aprendizaje o conocimiento previo el cual debe ser valorado por los docentes sin importar si éste es correcto o no; ya que con el conocimiento previo del alumno se pueden desarrollar discusiones, comprobaciones, comparaciones para comprobar o desmentir. Esto es importante a la hora de hacer planeaciones didácticas, puesto que no solo debe mostrarse respeto hacia lo que el alumno conoce con anterioridad, sino que además puede ser utilizado como situaciones problema con condición de permanecer siempre dentro de los límites del respeto.

En muchas ocasiones la falta de motivación hacia el mundo matemático viene concebido y heredado de generaciones atrás y sin duda es una barrera compleja de superar y supone un gran trabajo y dedicación por parte del docente; debido a que es este el encargado de plantear situaciones en las cuales los estudiantes se motiven y así evaluar continuamente su quehacer de acuerdo a los resultados y al nivel de motivación que están evidenciando los educandos para de esta manera modificar las actividades propuestas, corroborarlas o descartarlas.

Por último, los maestros deben tener en cuenta las aptitudes de sus estudiantes, para no desmotivarlos tanto por encima de su nivel como por debajo del mismo. Esto invita a crear niveles de exigencia y de reflexión, pero esto debe estar al alcance del estudiante de tal manera el docente procure que el alumno sienta la necesidad de reflexionar e indagar sobre el problema, pero que de igual manera tenga la posibilidad de

sentir la satisfacción de haberlo podido lograr con el fin de motivar y generar un sentimiento positivo en los estudiantes en el mundo de los números. Es decir, fomentar un apego y una confianza que les permita equivocarse, pero igualmente sentirse seguro de sus capacidades.

1.1.7. Desarrollo del pensamiento variacional en la primera infancia

Según el MEN (1998):

El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas. En estos problemas los números usados deben ser controlados y los procesos aritméticos también se deben ajustar a la aritmética que se estudia. Igualmente, la aproximación numérica y la estimación deben ser argumentos usados en la solución de los problemas. (Pág. 50)

Tradicionalmente, el desarrollo del pensamiento variacional en los niños se inicia con el trabajo con secuencias sencillas en las que se aprecian cambios a través de patrones de formas, tamaños y colores.

1.1.8. Secuencias, series y sucesiones

Parafraseando a Stewart, J., Redlin, L. & Watson, S. (2010) una secuencia o sucesión es un conjunto de objetos, números, figuras, escritos colocados en un orden específico en donde hay un primer término, el cual puede denominarse a_1 , un segundo término a_2 , un tercero a_3 y así sucesivamente, mientras “ n ” sea un entero, el n -ésimo término es a_n . Siendo “ a ” entonces una función en “ n ”. Entendiendo función como una cantidad que depende de otra así como los costos de los viajes dependen de la temporada o el clima depende de la fecha, como ejemplos. Si bien esto puede parecer complejo para trabajar a cortas edades, no lo es en su expresión más sencilla. Seguramente, sería complejo introducir dicha temática en niños de pre-escolar de la manera en la que se ha hecho anteriormente, pero si bien no puedan definir y entender en palabras lo que significa, los niños pequeños crean y siguen sucesiones en función del color, el tamaño, el peso, entre otro. Sin embargo al finalizar la edad preescolar, son capaces de crear sucesiones con dos o más variables.

1.1.8.1. El trabajo de secuencias con los niños

En los niños el trabajo de secuencias empieza con la identificación de características de un objeto. Un primer ejemplo de seriación en edades tempranas es ordenar los vasos del más pequeño al el más grande. Según Piaget (1994), el trabajo de seriación en los niños es el paso para entender el número, ya que al combinar las secuencias con unas características permite que el niño forme conjuntos y la seriación le dé el entendimiento que el concepto de relación y el sistema numérico no es más que la fusión de la clasificación y la seriación.

Según lo expuesto por Luisa Fernanda Sánchez (2013): “la generalización de patrones numéricos, el desarrollo del pensamiento Variacional lleva a crear y desarrollar el pensamiento algebraico, pues implica representar, generalizar, y formalizar patrones y regularidades en cualquier contexto matemático” (p. 3). Aunque este artículo se enfoca en el desarrollo del pensamiento variacional en niños y niñas de tercer grado, es de gran ayuda, ya que identifica los procesos por los cuales deben pasar los niños para desarrollar habilidades matemáticas útiles y relacionadas con el diario vivir en los niños y adolescentes.

Dentro de este proceso se identifican varios pasos los cuales se toman de acuerdo con las cuatro perspectivas didácticas de Mason, Graham, Pimm y Gowar (1985):

Ver -donde el niño o niña tiene que hacer una representación mental del patrón o de la relación entre objetos, números o imágenes, generando una identificación mental-; la segunda perspectiva didáctica es Decir -donde se debe describir el patrón o la serie por medio de palabras o simbolización-; el tercero es Registrar -donde se busca hacer visible el lenguaje, por medio de movimientos orientados a símbolos y a la comunicación escrita de la secuencia anteriormente trabajada-; y por último se debe realizar una comprobación de la fórmula, teniendo las reglas claras. Todo esto es útil no solo en el reconocimiento de secuencias, sino que es indispensable para la comprensión de patrones, los cuales son los sucesos recurrentes, por ejemplo, la fabricación de un producto tiene pasos los cuales se repiten cada vez que se crea uno. La identificación de patrones es indispensable para trabajar con sucesiones pues permite identificar el proceso que se repite en una de éstas y bajo términos claros. (Pág. 74)

1.1.8.2. La variación y el seguimiento de patrones con los niños

Las temáticas anteriormente expuestas, tiene relación directa con el pensamiento variacional, ya que según Mason, Burton, L. y Stacey K (1989):

Las actividades de generalización y patrones numéricos, geométricos y leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de *generalización*. (Pág.37).

Dicha generalización permite identificar las regularidades las cuales son las que dictan el patrón de una seriación, y por ende, como se mencionó anteriormente a la comprensión del número.

El objetivo del pensamiento variacional es aumentar la capacidad de perspectiva por medio de la clasificación, ración, ordenación y seriación. Con el fin de lograr, como lo dice Ángela María Porras (2006):

El cumplimiento de los siguientes indicadores para evidenciar el desarrollo del pensamiento variacional se debe hacer una realización del esquema corporal de manera completa, conocer el significado de cambio, construir secuencias también temporales, reconocer las transformaciones que ocurren en el tiempo, pasar de una situación global a una individualización de los elementos y de las relaciones que los unen, evidenciar características del objeto, establecer relaciones entre los elementos dados e individualizar sus análogos, semejanzas y diferencias usar e inventar símbolos del todo contrarios, descubrir el atributo que permite la

construcción de un conjunto, clasificar, relacionar conjuntos de acuerdo a una cualidad, identificar la presencia o no presencia en un conjunto, deducir, ver elementos que faltan en una figura, relacionar un símbolo con una acción, razón hipotética y deductivamente, impartir instrucciones, analizar y sintetizar, discriminar los materiales, establecer relaciones y correspondencias entre objetos, entre dos agrupaciones establecer cual tiene mayor cantidad de objetos, realizar una partición en conjunto. (Pág. 64)

Para la comprensión de patrones es indispensable generar conciencia y comprensión por parte de los niños de las diferencias, similitudes e igualdades, entre distintos objetos, números, para luego trasladarlo al reconocimiento de estos mismos factores pero en los rasgos que conforman una estructura. Para esto es fundamental trabajar en orden ascendente de dificultad, pues según Sánchez, L. F. (2013):

Esto debe darse de la siguiente manera en niños de 6 a 11 años, en el cual los grados de dificultad influyen en el proceso de reproducción (copia de un patrón dado), de identificación (detección de regularidad), de extensión (dado un tramo de la sucesión el alumno debe extenderla de acuerdo al núcleo que la rige), de extrapolación (complementación de partes vacías), de translación (utilización del mismo patrón sobre propiedades diferentes, por ejemplo: cambiar formas por colores, cambiar una representación visual por una auditiva, etc.). (Pág. 1124)

1.2. Pensamiento Visible

El pensamiento de las personas en muchas ocasiones es difícil de exteriorizar. Los estudiantes por lo general no tienen la capacidad de entender sus propios procesos cognitivos y mucho menos de expresarlos a otros. El pensamiento visible, pretende entonces, por medio de un proceso sistémico basado en la investigación, desarrollar el pensamiento de los niños y adolescentes, mientras a la vez entienden ese desarrollo y lo hacen obvio a los demás. Dicho desarrollo de pensamiento tiene dos objetivos principales, el primero profundizar el aprendizaje en cuanto a una materia y el segundo cultivar la disposición de los niños, niñas y adolescentes de manera positiva.

Dicho esto, esta es una metodología que nace del Proyecto Zero de Harvard (P.Z), fundado en la Escuela de Postgrados de Educación de Harvard, en 1967, el cual fue iniciado con Nelson Goodman, filósofo de la Universidad de Harvard que buscaba lograr una mejor enseñanza en artes. A este proyecto en 1972, se unieron Howard Gardner y David Perkins, quienes son reconocidos por la Teoría de las Inteligencias Múltiples y por la Enseñanza para la Comprensión (EpC) respectivamente. El PZ no ha dejado de lado las artes, de hecho ha empezado a abarcar más el camino del que en un principio se propuso, contemplando ahora el estudio de la enseñanza y el aprendizaje de todas las áreas del saber. Este proyecto centra sus principales investigaciones en: explorar como lograr una enseñanza que lleve a la comprensión, Enseñanza para la Comprensión; crear estrategias que lleven a los estudiantes del aula a pensar creativamente y críticamente; involucrar la evaluación continua como parte del currículo; buscar la implementación de métodos que lleven a una evaluación que valore las distintas habilidades que pueden poseer los estudiantes; lograr que la educación se nutra de las artes; desarrollar juegos y

actividades que tengan en cuenta la variedad de estilos de aprendizaje; entre otras (Harvard Graduate School of Education, 2014)

Para Ron Ritchart (2011), uno de los creadores de esta metodología y perteneciente al PZ, la de metodología de Pensamiento Visible es:

Un enfoque basado en la investigación flexible y sistemática para integrar el desarrollo de pensamiento de los estudiantes con el contenido de aprendizaje a través de las materias. Una amplia y adaptable colección de prácticas, Pensamiento Visible tiene un doble objetivo: por una parte, para cultivar las habilidades y disposiciones de pensamiento de los estudiantes, y, por otra, profundizar en el aprendizaje de contenidos. Por disposiciones de pensamiento, nos referimos a la curiosidad, la preocupación por la verdad y la comprensión y una actitud creativa. (pág. 43)

Además para Ron Ritchart (2011):

Una de las motivaciones para crear este enfoque, es que los trabajos en que los estudiantes de colegio van a trabajar algún día seguramente todavía no existen, lo cual hace necesario que los niños desarrollen capacidad de análisis y resolución de problemas motivando el entendimiento, la independencia, el compromiso con el aprendizaje, la capacidad de ver las cosas desde distintos ángulos. Teniendo en cuenta que el aprendizaje pasa en el aula, en la cultura, lo cual hace indispensable tener eso en cuenta más que los contenidos. (Pág.12)

Del mismo modo Ritchhart (2011) sostiene que:

Es indispensable que los maestros lleven un registro, escritos, videos, entre otros, lo cual debe ser constantemente expuesto en el salón para que la gente vea la conexión de ideas, las argumentaciones, como se unen las ideas de distintas personas, para entender como aprenden los estudiantes y de esa manera guiar la enseñanza. (Pág.13)

Para aprender a pensar tenemos que tener un modelo de alguien a quien seguir, el pensamiento no es visible y copiar algo que no vemos es realmente complejo. Se debe buscar entonces exteriorizar el pensamiento, cosa que se hace usualmente muy pocas veces ya que el hombre tiene a tener sus pensamiento para el mismo. Investigaciones de David Perkins, al igual que investigaciones de otros expertos en pensamiento y desarrollo del mismo, evidencian que la gente no solo no hace su pensamiento visible o lo exterioriza para otros, sino que además son indiferentes ante situaciones que invitan a pensar, lo cual supone no que se tengan deficiencias en el pensamiento o falta de habilidades para pensar, sino lo que hace falta es aprovechar las oportunidades que se dan para pensar.

Teniendo en cuenta esto, David Perkins (2008):

Invita al sector educativo a hacer visible el pensamiento de sus alumnos, al igual que el de toda la comunidad y a enseñarles a los estudiantes a aprovechar los momentos y las situaciones que activan el pensamiento. Es acá donde se hace necesario el lenguaje, ya que es por medio de éste que se exterioriza y se hace visible el pensamiento, este lenguaje al cual se le llama lenguaje de pensamiento debe estar interiorizado por los maestros, los cuales además deben hacerlo visible, para que los maestros se conviertan en un modelo de persona pensante para los estudiantes, y estos tengan la oportunidad de seguir este

modelo, esta guía, la cual les permite fundamentar su acción de pensar y modelar la verbalización de la misma. (Pág.16)

Por lo anterior, es importante que los profesores se interesen por “entender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el alumno construye para resolver una tarea matemática” (Cantoral et al, 2006, p. 18)

1.2.1. Hábitos de la mente

Como lo define David Perkins (2000):

Para lograr una enseñanza que lleve a los niños y niñas a pensar de manera eficiente en todos los niveles de educación, se requiere un pensamiento eficaz, el cual se logra por medio de la motivación del pensamiento y la inculcación de los hábitos de la mente. Esto debe llevar al niño que sus acciones sean mediadas por el pensamiento, a tomar decisiones consientes, a argumentar sus puntos de vista, conclusiones, pensamientos, creencias, entre otras, y a llevar acciones críticas, creativas y analíticas. Según los autores los hábitos del pensamiento son aquellos que llevan a “conducir estos procedimientos para dar lugar a conductas de reflexión amplias y productivas relacionadas con el hecho de pensar” (Pág. 1-21).

Dentro de los hábitos de la mente que propone el libro, encontramos cosas específicas como lo son: intentar responder interrogantes por medio de la comparación, contrastación y toma de decisiones. Encontramos otros hábitos un poco más difíciles de

lograr, como lo son cooperar, escuchar las ideas de otros y comprenderlas, así como la empatía y el respeto, dado que son más complejas de lograr requieren práctica, es por eso que se llaman hábitos ya que se interiorizan y se facilitan en la medida en la que más se ejerzan hasta que se vuelven en algo inherente. Estos hábitos de la mente tiene connotaciones positivas, ya que juzgar o tomar decisiones premeditadas pueden parecer ser hábitos de algunas personas, pues son lo que acostumbran a hacer, sin embargo no deben ser catalogados como tal, puesto que tienen una connotación negativa. Estos hábitos de la mente, deben entonces, ser motivados, desarrollados y promulgados por las maestras, ya que exigen un trabajo en el niño y no se van a dar de manera natural.

Para David Perkins (2008), “los hábitos de la mente constan de dos componentes, en primer lugar se ponen en funcionamiento a través de conductas intencionadas, es decir, son conscientes, y en segundo lugar, por pautas que cada persona fábrica de acuerdo a sus experiencias y educación” (p.97)

Algunos hábitos de la mente que son los más importantes en promover en el aula, según el libro *El Aprendizaje Basado en el Pensamiento*, de Robert, J., Swartz, A. L., Costa Barry, K., Beyer, R. Bena, K, & Perkins, D. (2008), los cuales “mejoran la dirección y la hondura de nuestra forma de pensar y también las actitudes que tenemos hacia nuestra forma de pensar y nuestra interacción social cuando recurrimos al pensamiento competente para algo”, (página 34), estos hábitos son:

Persistir en una tarea que requiere pensar, manejar la impulsividad, reflexionar de manera flexible, buscar precisión y exactitud, escuchar con comprensión y empatía, comunicar con claridad, responder con curiosidad e interés, crear, correr

riesgos a la hora de pensar, encontrar el humor, preguntar y plantear problemas, recoger datos utilizando todos los sentidos y mantener una postura abierta al aprendizaje continuo (p.35).

La manera en la que se entiende la inteligencia ha cambiado, se ha pasado de verla como algo estable, incambiable y heredable, a verla como una acción, como un ejercicio; es ahora susceptible de ser desarrollada, cambia con el tiempo, puede mejorarse o deteriorarse dependiendo de cómo se trate y se trabaje. Por otra parte, luego de la revolución industrial se buscaba generar en los alumnos hábitos de pensamiento que los llevaran a ser productivos, a seguir instrucciones y darlas de acuerdo a un único patrón, sin embargo, es ahora cuando se evidencia la necesidad y la importancia de la creatividad para buscar distintas soluciones a un mismo problema o a crear distintas cosas a partir de los mismos principios, a cambiar de perspectivas; entre otra cantidad importante de posibilidades que se nos dan. Se ha evidenciado además la importancia de educar niños y niñas para que en un futuro puedan adaptarse rápidamente al cambio y a lo que éste pide, tal cual como lo expresa David Perkins en su conferencia en Argentina: “Qué cosas vale la pena aprender y enseñar hoy”, pues el mundo es cambiante, no se sabe para qué mundo educamos, ni cuáles serán las necesidades de éste en un futuro. Es por eso que se hacen indispensables generar hábitos de la mente en los alumnos.

Según Arthur, L. Costa & Bena Kallick en su libro *Learning and Leading with habits of Mind*, describen 16 hábitos. Los cuales son:

1. **Persistencia:** este hábito consiste en la capacidad de permanecer realizando una misma tarea, con concentración hasta que ésta se concluya. Es importante resaltar que no se trata solo de permanecer realizando esta tarea de manera automática, por el contrario se trata de realizarla con dedicación, es decir, buscando distintas soluciones, comparando, buscando herramientas, desechando teorías, buscando caminos, retrocediendo y volviendo a intentarlo. Es acá donde se ve la importancia de que el docente no le dé fácilmente la respuesta a sus alumnos, sino que permita que éstos sean los que la busquen sin importar cuantas veces se equivoquen, ya que en la actualidad es una constante que luego de unos pocos intentos los alumnos se den por vencidos y esperen la respuesta por parte del profesor.
2. **Manejo de la impulsividad:** muchas veces con poca información o con algunos datos llegamos a conclusiones apresuradas, que nos parecen lógicas y probables, saltando a la respuesta de manera inmediata lo cual nos lleva muchas veces al error, debido a la falta de análisis, de información y de seguimiento de instrucciones. En el aula se observa como antes de que el maestro haya terminado de dar las instrucciones, los materiales o de establecer las condiciones, los niños ya están respondiendo de manera acelerada, trabajando en lo que entendieron con la poca información que recibieron. Manejar la impulsividad consta de tener paciencia a la hora de actuar y de responder, paciencia para mirar el problema varias veces teniendo en cuenta su totalidad, organizado y clasificando la información y sobre todo escuchando. En otras palabras el manejo de la impulsividad es escuchar, recolectar datos, analizar, evaluar, antes de arrojar a primera respuesta que se nos viene a la mente.
3. **Escuchar con entendimiento y empatía:** escuchar es una de los hábitos más difíciles de desarrollar en los alumnos, constantemente les pedimos que permanezcan

callados, pero realmente no les enseñamos a escuchar. Muchas veces aunque estemos en silencio no prestamos atención a lo que los demás dicen, sino que estamos pensando por dentro en nuestra perspectiva ante el problema, esto imposibilita tener información completa, abarcar distintos puntos de vista y nos lleva a arrojar nuestra perspectiva sin un análisis y un trabajo bien realizado. Escuchar, implica buscar entender lo que la otra persona nos intenta decir, implica, leer entre líneas lo que esa persona está diciendo. Para esto se hace indispensable la empatía, ponerse en la situaciones del otro, entender por qué tiene ese punto de vista, que proceso lo llevó a llegar a esas conclusiones, entre otras cosas. Escuchar, es también, dejar de lado prejuicios, burlas, opiniones y valores, para entender al otro.

4. **Pensamiento Flexible:** es común que los estudiantes se cierren a un único punto de vista, dado que comúnmente se les pide una única respuesta y se acostumbran a pensar de dicha manera, es decir, con una única respuesta a cada pregunta. Sin embargo, el cerebro tiene una capacidad de plasticidad increíble, es susceptible a cambios y se adapta a una gran rapidez, pero no basta solo con tener esta capacidad, ya que la flexibilidad debe ser trabajada, motivada o sino es susceptible a atrofiarse. Las personas flexibles son aquellas capaces de cambiar de opinión, de ver las cosas, situaciones y sucesos desde distintos puntos de vista, son capaces de unir nueva información a procesos ya establecidos modificándolos, son capaces de crear distintas cosas con los misma información y los mismos suministros. Este tipo de pensamiento permite que la persona sea más tolerante al cambio, a las propuestas de otros, a los retos, son creativas y con un gran sentido del humor.
5. **Pensamiento sobre el pensamiento (meta-cognición):** para poder exteriorizar lo que pensamos debemos primero entenderlo, entender cómo pensamos y para esto se hace

necesario reflexionar sobre la manera en la que el pensamiento se desarrolla dentro de nosotros. La meta-cognición nos permite planear, saber qué sabemos y qué necesitamos saber; organiza la información que poseemos para llevar a cabo ese plan y además de esto lo evalúa al final. Debemos generar la capacidad de que cada alumno entienda la manera en la cual piensa para motivar dicho pensamiento y usarlo al máximo.

6. Esforzarse por lograr la precisión: la precisión no solo se trata de trabajar teniendo cuidado en cada detalle, ni de invertir la energía necesaria para que todo resulte de la manera adecuada, requiere además, de la evaluación de lo que se quiere lograr, es decir la revisión de lo que se está haciendo. Esto quiere decir, que se llega a la precisión cuando se invierte tiempo en realizar una tarea y en verificarla para que pueda ser corregida. Buscar la precisión es ir tras la excelencia y esto requiere esfuerzo.
7. Cuestionamiento y planteamiento de problemas: Una de las características distintivas de los humanos es nuestra inclinación y capacidad para encontrar problemas que debemos resolver. Quienes resuelven con eficacia los problemas saben cómo plantear preguntas para llenar las brechas entre lo que saben y lo que desconocen. Quienes preguntan con eficacia tienden a plantear una serie de interrogaciones: ¿Qué evidencia se tiene? ¿Cómo se sabe que eso es cierto? ¿Qué tan confiable es esta fuente de datos? También hacen preguntas sobre puntos de vista alternativos: ¿Desde qué punto de vista vemos, leemos o escuchamos estos datos? ¿Qué ángulo o perspectiva nos plantea esta situación? Los estudiantes plantean preguntas que conectan y relacionan las cosas causalmente: ¿De qué manera se relacionan entre sí estas personas, eventos o situaciones? ¿Qué produjo esta conexión? A veces plantean

problemas hipotéticos en los que se presenta el "sí" condicional: ¿Qué podría suceder si tal cosa fuera cierta? Si resulta cierto esto, ¿qué podría ocurrir si tal otra cosa hubiera sucedido? Quienes preguntan así, reconocen fenómenos de su ambiente o discrepancias y buscan indagar cuáles son sus causas: ¿Por qué ronronean los gatos? ¿Qué tan alto vuelan las aves? ¿Por qué el pelo crece mucho más rápido en la cabeza que en otras partes del cuerpo? ¿Qué sucedería si pusiéramos peces de agua salada en una pecera de agua dulce? Aparte de las guerras, ¿qué otras soluciones puede haber a los conflictos internacionales? Algunos alumnos tal vez no estén conscientes de las funciones, clasificaciones, sintaxis o intenciones que tienen las preguntas; tal vez no se den cuenta de que las preguntas varían en complejidad, estructura y propósito; tal vez planteen preguntas.

8. Aplicación de conocimientos anteriores a situaciones nuevas: una característica típica del ser humano es que aprende de la experiencia, cuando se presentan situaciones similares se tiende a actuar de manera similar para dar respuesta a dicha situación. El ser humano debe recurrir a su biblioteca de conocimiento cada vez que se le presenta una situación nueva.
9. Pensar y comunicarse con precisión y claridad: en muchas ocasiones no logramos transmitir lo que en verdad estamos pensando. El pensamiento y el lenguaje están altamente relacionados, un lenguaje o una explicación pobre, es el resultado de un pensamiento pobre. Es por eso que se debe motivar a los alumnos a usar un lenguaje claro y preciso, rico en palabras y términos que les faciliten comunicarse y entender lo que los demás buscan transmitir. Nuestro lenguaje debe reflejar la manera por la cual se dio el pensamiento en nosotros y lo debemos sustentar con explicaciones, comparaciones, cuantificaciones y evidencias.

10. Conseguir datos con todos los sentidos: conocemos el mundo a través de los sentidos y esto tiene un impacto en el desarrollo de nosotros y de nuestro cerebro. Escuchar música, sentir las texturas de la naturaleza, tener en cuenta los olores, los sonidos de nuestro mundo, permite que se establezcan relaciones mentales y formar imágenes llevando a las personas a un mejor entendimiento del mundo.
11. Creación, imaginación e innovación: todo ser humano tiene la capacidad de ser innovador, de encontrar distintas soluciones, siempre y cuando motive y active esta capacidad. Las personas creativas buscan una satisfacción estética y no material, buscan una satisfacción personal. Estas personas se caracterizan por ser abiertas al cambio, percibir los detalles, entender la novedad, comprender la manera en la que cambia el mundo, entender las críticas como una forma de mejorar, son personas más sencillas ya que ven muchas soluciones a un solo problema.
12. Responder con asombro y admiración: este hábito lleva a las personas a que más allá de tener la habilidad de algo, es disfrutar a través de nuevas experiencias que los motiva y los llena de satisfacción. Disfrutan los retos, tanto crearlos como resolverlos, tienen igualmente una gran curiosidad por entender las cosas que los rodean.
13. Aceptación de riesgos responsables: dentro de este hábito se busca que se acepten riesgos, es decir se busca que los estudiantes salgan de la zona de confort de manera responsable. Los riesgos nos llevan a conocer, a desarrollar estrategias, a crear caminos con el fin de encontrar un resultado que es desconocido. No se trata de aceptar todos los riesgos, sino de tomar los riesgos que vale la pena tomar, se trata de ir más allá de lo que conocemos, de lo que hacen los demás para aventurarse en una nueva aventura que puede o no ser favorable. No se trata de tomar riesgos para

ponerse en peligro, es por eso que se debe educar en que no todos los riesgos deben ser tomados, pero si todos deben ser analizados y pensados con el fin de que puedan o no ser tomados.

14. Encontrar el humorismo: el humor es una característica única en el ser humano y nos lleva a niveles de placeres y éxtasis que nos permiten un desarrollo más completo ya que tiene efectos positivos en la funciones psicológicas. El humor es una de las expresiones más auténticas de la creatividad y provoca destrezas del pensamiento como es la anticipación, el hallazgo de relaciones novedosas, las imágenes visuales y el trazado de analogías. El humor también requiere responsabilidad, en los estudiantes es usual encontrar la burla y la denigración como parte del humor, sin embargo esto no debe ser así, ya que el humor nos debe llevar al disfrute que ocasione un crecimiento de todos y no de unos cuantos.
15. Pensamiento interdependiente: este hábito resume la importancia del trabajo en grupo y del desarrollo en grupo. Somos más fuertes unos con otros que cada uno por aparte. Estar en compañía no solo mejora nuestras ideas al ser enriquecidas, criticadas y reenfocadas, sino que además nos permite encontrar alivio en el otro, reciprocidad, consuelo, humor y compañía.
16. Apertura ante el aprendizaje continuo: las personas que han desarrollado este hábito son personas que buscan el aprendizaje constantemente, aprovechan cada situación, ven una oportunidad para crecer en todo momento. Son personas que se preocupan por mejorar por crecer y aumentar sus procedimientos de aprendizaje. Al desarrollar este hábito no se busca conocer la verdad sino de desarrollarse como una mejor persona, persona que valora la duda no da todo por sentado, valora la indagación y que explora alternativas. (Arthur, L. Costa & Bena Kallick, 2011)

1.2.2. Rutinas de pensamiento

Las rutinas de pensamiento, según David Perkins (2008), “son patrones sencillos de pensamiento que pueden ser utilizados una y otra vez, hasta convertirse en parte del aprendizaje.”(p. 25). Las rutinas del pensamiento se caracterizan por que pueden ser usadas una y otra vez en situaciones diferentes y además por ser fáciles de usar, la mayoría constan en formular preguntas alrededor de un tema o de generar puntos de vista desde distintas perspectivas, estas rutinas no tienen la necesidad de ser explicadas a los estudiantes, simplemente se usan de repetidamente de manera que el estudiante la convierta parte de su día a día. Lo difícil no es utilizar las rutinas del pensamiento, lo complicado es romper con las rutinas que ya tenemos en la cuales ignoramos las posibilidades de pensar y de hacer dicho pensamiento visible; el primer paso es entonces lograr ver lo que no está, escuchar el silencio y sentir las carencias del aula, se debe buscar ver el pensamiento y no dejarlo de lado. (Ritchhart, R. & Perkins, D, 2008)

Según Fry, H., Ketteridge, S. & Marshall, S. (2009):

Existen rutinas en todos los salones de clase; ellos son los patrones por los que operamos. Una rutina puede ser pensada como cualquier procedimiento, proceso o modelo de acción que se utiliza varias veces para gestionar y facilitar el logro de metas o tareas específicas. Las aulas tienen rutinas que sirven para manejar el comportamiento y las interacciones del estudiante, para organizar el trabajo de aprendizaje, y establecer normas para la comunicación y el discurso. Las aulas también tienen rutinas que estructuran la manera como los estudiantes van sobre

el proceso de aprendizaje. Estas rutinas de aprendizaje pueden ser estructuras simples, tales como la lectura de un texto y responder a las preguntas al final del capítulo, o pueden ser diseñados para promover el pensamiento de los estudiantes, tales como pedir a los alumnos lo que saben, lo que quieren saber, y lo que han aprendido como parte de una unidad de estudio. (Pág. 8)

El Pensamiento Visible, toma como base y hace un gran uso de las rutinas de pensamiento, las cuales son básicamente estructuras sencillas, como por ejemplo, un conjunto de preguntas ordenadas de manera secuencial, son patrones de acción. Dada la facilidad de uso de dichas rutinas estas pueden convertirse en parte de la cultura de la clase, volviéndose parte del proceso de aprendizaje, esto se debe a la sencillez de dichas rutinas y a que las preguntas que se formulan pueden formularse en casi cualquier contexto y en una misma clase puede usarse más de una rutina. Las rutinas de pensamiento deben ir siempre ligadas a lo que se está trabajando en clase, a las temáticas que se están llevando a cabo, nunca deben desprenderse de estas, de manera tal que permitan hacer visible el aprendizaje, estas rutinas constituyen entonces el núcleo del Pensamiento Visible.

Estas rutinas se caracterizan por funcionar desde el principio, ser sencillas y tener pocos pasos, ser aplicadas ampliamente, generar participación, provocar un nivel alto de pensamiento, pueden ser utilizadas de manera individual o en grupo.

Hay diversos tipos de rutinas del pensamiento, dentro de los cuales encontramos las rutinas de núcleo, las cuales son unas de las herramientas más usadas por los maestros de Pensamiento Visible, estas son apropiadas para empezar con actividades. Dentro de

esas actividades encontramos las siguientes: ¿Qué te hace pensar eso? Esta es una rutina de interpretación con justificación; Pensar y Explorar el Acertijo, la cual es una rutina que prepara el escenario para indagar de manera más profunda; Pensar por Figuras, apropiada para activar el razonamiento y la capacidad de explicación; y El Círculo de los Puntos de Vista, es apropiado cual es una rutina para explorar distintas perspectivas. Entre otras.

Hay rutinas de entendimiento entre las que encontramos, el reto de la conectividad, la cual es una actividad apropiada para contactar nuevas ideas y darles prioridad, encontramos también la rutina del Juego de la Explicación, que permite explorar causalmente el entendimiento, encontramos también la rutina de la Pregunta Inicial que permite crear preguntas sobre suposiciones.

Ron Ritchart y David Perkins, exponen dos rutinas del pensamiento sencillas y fáciles de aplicar en cualquier ocasión en su artículo *¿Cómo hacer el pensamiento visible?* La primera de estas es *el círculo de ideas*, en donde se plantea una situación y se le pide a los alumnos que teniendo en cuenta los distintos actores de dicha situación expresen lo que estos pudieron sentir, pensar, buscar, etc., por ejemplo en el caso de holocausto judío, los niños pueden expresar los distintos pensamientos, sentimientos y creencias que llevaron a actuar a los judíos, los nazis, países vecinos, sin necesariamente estar de acuerdo con las posiciones de los mismos. En segundo lugar, David Perkins, expone la rutina de pensamiento *Preguntas Poderosas*, en la cual alrededor de un tema se hacen tres tipos de preguntas cada una con un fin específico, el primer tipo de preguntas debe ir enfocado a la exploración del tema, el segundo tipo de preguntas deben posibilitar que el estudiante haga conexiones con dicho tema, por ejemplo, en

donde más se encuentra esta situación, como pudieron haberla impedido o mejorado; y por último, se deben formular preguntas que lleven a conclusiones. Con estos dos tipos de rutinas se puede evidenciar la sencillez con la cual pueden aplicarse las rutinas de pensamiento y lo único realmente necesario es la disposición del maestro a utilizarlas. (Ritchhart, R. & Perkins, D, 2008)

1.3. Educación matemática en el preescolar

La enseñanza y aprendizaje a nivel preescolar se fundamentan en diversas teorías psicológicas, dichas teorías parten de distintos enfoques de autores como Piaget, Vygotski, Bruner, Ausbel, entre otros. En cuanto a las matemáticas el autor más reconocido o por lo menos el autor más utilizado es Jean Piaget, quien propone distintas etapas de desarrollo separadas por edades, en las cuales se va dando el desarrollo cognitivo. Según la teoría de este autor, el conocimiento lógico matemático se desarrolla alrededor de los siete años de vida.

Según el libro *Seis Estudios de Psicología*, de Jean Piaget (1994), la teoría del desarrollo se ha visto con la dificultad de disociar los factores externos de los internos, pero es precisamente esto lo que da el indicativo para analizar el desarrollo. Los factores que causan la dificultad del estudio están estrechamente relacionados y son difíciles de diferenciar y de analizar por separado lo que supone un reto para interpretarlos. Estos factores son la herencia, el medio físico y el medio social. Como se mencionó anteriormente, es imposible separarlos, ya que no se pueden observar conductas debido a la sola maduración de la herencia, sin tener en cuenta el factor físico. Esto se puede ejemplificar con el análisis de la genética, en donde se denota que todos los genotipos tienen la posibilidad de expresión (fenotipo), así esta expresión no se presente en muchos momentos, y a su vez el fenotipo depende de la existencia del genotipo, es decir, depende uno del otro y no pueden ser aislados. Teniendo en cuenta este ejemplo se puede ver entonces como se interrelacionan los factores internos y externos, de esta manera se puede decir que toda conducta es una asimilación de lo dado a esquemas anteriores, al igual que toda conducta es a su vez acomodación de estos sistemas a la

situación que se presenta. Teniendo en cuenta esto, se puede decir que el desarrollo es y responde en gran medida a la noción de equilibrio, debido a que las conductas buscan un equilibrio y aseguran el mismo entre los factores internos y los externos, es decir, busca un equilibrio entre la acomodación y la asimilación. La asimilación y la acomodación son los términos que Piaget usó para poder explicar cómo los niños utilizan y adaptan sus esquemas. Los esquemas son acciones o representaciones mentales que organizan los conocimientos, pueden ser conductuales o mentales. Cuando se usa el término asimilación, se hace referencia a cuando el niño incorpora nueva información a esquemas ya existentes. Acomodación es el proceso por el cual los niños ajustan esquemas para incorporar información y experiencias nuevas.

Teniendo en cuenta lo anterior, para Jean Piaget (1994), el desarrollo de las funciones cognitivas se da buscando el equilibrio, el cual se entiende como un cambio interno por medio de la interacción con el ambiente así un organismo cambia de acuerdo al medio buscando el equilibrio y por lo tanto de caracteres intrínsecos. El desarrollo se da por medio de tres factores fundamentales, el hereditario, el medio físico y el medio social, los cuales se relacionan entre sí y se dan de manera conjunta y esto lleva a que se considere que al hablar de desarrollo se deben tener en cuenta tanto los factores internos como los externos y la manera en la que estos se relacionan e influyen el uno en el otro, es decir, se debe hablar de procesos de asimilación y de acomodación los cuales se buscan llegar al equilibrio. El equilibrio entonces, trata de coordinar los factores (hereditario, medio físico y medio social) entre sí. De esta manera se desarrollan las funciones cognoscitivas, las cuales no alcanzan un equilibrio como tal, (a menos de que sean estructuras lógico-matemáticas), ya que cada problema deja una laguna, es decir, un

desequilibrio. El desarrollo de las funciones cognoscitivas está caracterizado por una sucesión de etapas, las cuales solo llevan al equilibrio o perfeccionamiento a partir de los 7 – 8 años y hasta los 11 – 12 años. Las estructuras lógicas vienen pre codificadas en estructuras más débiles, en una especie de disco, que luego alcanzan por medio de un proceso de equilibrio su estado. Hay entonces un proceso de equilibramiento en el cual se pasa de estructuras pre lógicas a estructuras lógicas y todo esto al grado de reversibilidad que se tenga, es decir de la adquisición de operaciones como tal en el sujeto. Entonces, se puede decir que la búsqueda del equilibrio juega un papel importante en la formación de conceptos.

La importancia o la gran utilización de esta teoría se debe a sus etapas y secuencias definidas del desarrollo, las cuales van desde el nacimiento hasta la adolescencia y además que estas son fácilmente aplicables en el campo educativo. Es por eso que la gran mayoría de propuestas de educación en matemáticas en el grado de preescolar se centran en general en: fortalecer el desarrollo de esquemas que lleven del pensamiento intuitivo al pensamiento lógico matemático y en enseñar contenidos matemáticos específicos, dándole una gran importancia al desarrollo del lenguaje matemático en los niños(as).

En el contexto del nivel de preescolar, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática están encaminados desarrollar en el niño el concepto de número. Para Piaget (1994), en la primera infancia, se adquiere por intuición los primeros números, ya que se pueden dar figuras correspondientes a los mismos. Sin embargo, es a partir de los siete años que se entiende que hay una serie indefinida de números, al igual que se entiende, la suma, la resta, la multiplicación y la división. Esto se debe a que el número es un

compuesto de las operaciones y necesita por ende, una construcción previa. Un número, es precisamente la suma de unidades iguales entre sí, es decir, dos es una unidad mayor que uno y tres una unidad mayor que dos. Los números suponen entonces una sucesión ordenada y una seriación de relaciones en orden. El hecho de que el número aparezca al mismo tiempo que las operaciones cualitativas se debe a sus características ordinales y cardinales. La numeración intuitiva que mantiene el niño en la primera infancia no cambia sino hasta cuando es capaz de manejar simultáneamente las operaciones de seriación y el encajar las clases. De esta manera la correspondencia del número se relaciona con su equivalencia.

1.3.1. Competencias en el preescolar

Según el MEN (2009) el desarrollo es:

Un proceso de reconstrucción y reorganización permanente (...) los hallazgos de la investigación sobre el desarrollo de los últimos veinte años, muestran que la concepción de este proceso en etapas secuenciales y acumulativas, con desempeños específicos para todos los niños, no era adecuada. Resulta necesaria una nueva formulación de desarrollo que tenga en cuenta la variabilidad del desempeño de un mismo niño a través del tiempo y los cambios que presentan las producciones de los niños de la misma edad; que dé cuenta de sus avances y retrocesos y aquellos en que coexisten viejas y nuevas concepciones (Pág. 16)

Dentro del mismo documento del MEN (2009) la noción de competencia se define como:

Las capacidades generales que posibilitan los haceres, saberes y el poder de hacer que los niños manifiestan a lo largo de su desarrollo. Estas capacidades surgen de la reorganización de sus afectos y conocimientos al interactuar con otros, con su entorno y con ellos mismos. (Pág 16).

Para potenciar el desarrollo y las competencias, son necesarios los espacios educativos significativos, los cuales son según el MEN (2009):

Escenarios de aprendizaje estructurado, no es solo el lugar físico, por el contrario debe ser generador de múltiples experiencias para que los niños participen en él. Puede ser una situación o actividad, tarea, problema o práctica cultural que les brinda la oportunidad de aprender, movilizar sus competencias y que realmente les exija pensar. (Pág. 87).

1.3.2. Dimensiones del desarrollo

Las dimensiones del desarrollo son un pilar del trabajo pedagógico y conforman una de las estructuras fundamentales del Lineamiento Pedagógico Curricular de Educación Inicial.

Para el MEN (2010):

Reconociendo el potenciamiento del desarrollo infantil como objetivo fundamental de la Educación Inicial, se hace necesario precisar el sentido y

significación que se le atribuye dentro de la presente propuesta a este concepto. Desde una perspectiva de ciclo vital, en la que se asume que el desarrollo es un proceso que comienza con la vida y con ella termina, el desarrollo infantil es multidimensional y multidireccional y está determinado por factores biológicos, psicológicos, sociales, culturales e históricos. A través del desarrollo, niños y niñas construyen formas de comprender e interactuar con el mundo progresivamente más complejas y elaboradas, en virtud de la permanente interacción con las múltiples influencias de su contexto; estas formas de comprensión e interacción, presentes en cada momento de la vida, constituyen en sí mismas plataformas para la continuidad del desarrollo humano.

Aunque existen planteamientos generales y estructurantes acerca de la concepción de desarrollo infantil, estos han sido elaborados a partir de los aportes de distintas propuestas teóricas, cada una de las cuales cuenta con valor en sí misma y plantea una mirada particular. Dichas propuestas teóricas sobre el desarrollo infantil giran alrededor de tres tensiones básicas: entre lo heredado y lo aprendido, el papel activo o pasivo de los niños y niñas en su propio desarrollo y la continuidad del proceso de desarrollo o la presencia de etapas. (Pág. 28)

Amar y Abello (2004) plantean las dimensiones del ser humano no como compartimentos separados, sino como parte de un todo, coexistiendo en cada una de ellas una serie de componentes. Esto posibilita una manera de ver cada dimensión desde el reconocimiento de sus especificidades e iniciar la reflexión sobre los puntos de

encuentro, puesto que sólo desde la particularidad de cada una de éstas, es posible entender la integralidad del ser humano.

Por lo anterior se propusieron cinco dimensiones en las cuales se desarrollan todos los niños y niñas, las cuales son: la dimensión comunicativa, la dimensión cognitiva, la dimensión personal-social, la dimensión corporal y la dimensión artística. Estas dimensiones se proponen con el fin de ayudar en el proceso formativo de los niños por medio de un entendimiento de él mismo.

1.3.2.1. Desarrollo de la dimensión cognitiva

Dentro de las actividades cognitivas encontramos la memoria, la atención, el lenguaje, la memoria de trabajo, la capacidad de relacionar, diferenciar, solucionar problemas, entre otras. Según Piaget a los siete años se crea toda una serie de sistemas de conjuntos que transforman las intuiciones en operaciones de todo tipo. Estos sistemas son a su vez formados por medio de una organización total, ya que no existe una operación aislada, sino que se constituye a través en función de una totalidad de operaciones del mismo tipo. Estos sistemas de conjuntos que reúnen operaciones del mismo tipo no se forman en el pensamiento del niño, sino por la conexión de una reversibilidad de las operaciones que pertenecen al mismo grupo, permitiendo así ser definidas dentro de una estructura. Todo esto supone, entonces, la capacidad de deducción de los niños en esta etapa. (Piaget, J. 1978)

En la dimensión cognitiva es importante que el niño sea capaz de observar y relacionar características del cuerpo, al igual que observar y establecer relaciones de diferencia o semejanza entre los seres vivos y no vivos como características

variacionales de los fenómenos físicos por medio de la experimentación, la curiosidad y el interés por medio del juego. Igualmente debe integrar conceptos de temporalidad al relatar en sucesos o acontecimientos, también está en la capacidad proponer soluciones a situaciones diarias, identificar tradiciones y costumbres como lo son los cumpleaños, disfrutar la construcción, desarme y creación de juguetes y diferenciar los objetos naturales de los artificiales. Específicamente en lo que concierne a lo lógico-matemático el niño debe ser capaz de establecer secuencias y patrones, plantear estrategias para el conteo, usar el conteo para problemas de la vida cotidiana, proponer estrategias para resolver problemas, establecer relaciones espaciales, descubrir la posición de diversos objetos en el espacio y las variaciones de tamaño y forma que se pueden percibir como resultado de diferentes ubicaciones e identificar los atributos y características de las figuras geométricas.

1.3.2.2. Desarrollo de la dimensión comunicativa

La comunicación es la manera en la cual se comparte el conocimiento, sentimientos y la información, es un proceso en el cual se transmite algo que se desea comunicar y para que este proceso se lleve a cabo de manera óptima es necesario que el receptor, es decir, a la persona a la que se le intenta comunicar algo entienda el mensaje de manera correcta. Comunicarse no es tarea fácil, como tampoco lo es muchas veces escuchar y entender a los demás. Siendo de esta manera indispensable para la convivencia, se debe tener en cuenta el lenguaje no verbal, el cual influye en las relaciones con los demás, ya que como informa, Halliday (1982) la lengua “es el canal principal por el que se le transmiten los modelos de vida por lo que aprende a actuar como miembro de una sociedad” (p.18).

La dimensión comunicativa se ve beneficiada en niños de seis a siete años por experiencias en las cuales los niños comprendan paulatinamente y con mayor precisión el significado de diferentes medios de representación icónica como las convenciones de tránsito, las señales que indican la ruta de evacuación en su jardín y los símbolos de la ciudad. De igual manera se da utilizando diferentes medios no verbales para expresar algún mensaje tales como símbolos gráficos en el dibujo, la expresión plástica, musical, los juegos teatrales y la mímica, que enfatizen, acompañen y apoyen su expresión oral por medio de elementos no verbales que impliquen el uso de su cuerpo y rostro (levantar las cejas, fruncir el ceño, entrecerrar los ojos, señalar con el dedo). A su vez se beneficia por espacios en donde los niños disfruten e identifiquen -“leyendo” a su manera los libros-álbum favoritos a través del reconocimiento de sus carátulas y descubriendo cada vez más sentidos en las ilustraciones, comentando también sus programas favoritos de televisión y ampliando sus horizontes culturales, a través de videos y otros materiales audiovisuales. De igual manera los niños deberán conocer, comprender y usar un nuevo vocabulario y estructuras sintácticas en diversas situaciones de la vida cotidiana y comunitaria; participar en situaciones comunicativas cotidianas que propicien la necesidad de explicar y argumentar sus ideas, puntos de vista, disfrutar, explorar, comprender y elegir textos literarios de diversos géneros: poesía (de tradición oral y de diversos autores); narrativa, libros-álbum y libros informativos cada vez más elaborados, según sus intereses y sus preferencias. También se espera que sean capaces de ampliar gradualmente sus posibilidades de comunicación y expresión, participando de diversas situaciones de intercambio social en las cuales pueda contar sus experiencias y oír las de otras personas y utilizar el lenguaje verbal para solucionar problemas cotidianos, para hacer acuerdos con sus compañeros y con las personas adultas para expresar sus puntos

de vista en diversas situaciones de la vida escolar como asambleas, proyectos de aula, juegos, pues es a esta edad que se empiezan a evidenciar que los niños reconocen los turnos del habla de cada persona y así interrumpen menos en las conversaciones. (Halliday, 1982)

1.3.2.3. Planes de estudio (contenidos de libros de texto)

Los colegios usualmente en matemáticas desarrollan toda su temática por medio del seguimiento de un libro. Dependiendo del colegio se siguen diferentes libros, entre los cuales se encuentran, Juego y Aprendo Matemáticas, de Santillana; Matemáticas de la editorial Hispanoamericana, ABCCompetencias, de Trillas, Go Math, de santillanas, entre otros. Los planes de estudios varían dentro de un espectro muy pequeño dependiendo del colegio y las temáticas se dictan de acuerdo a los distintos capítulos de los libros utilizados.

En general, en los colegios colombianos se trabajan a lo largo de ciclo de transición las siguientes temáticas: ubicación espacial, concepto de cantidad, establecimiento de relaciones “Hay más que...”, “Hay menos que...”, “Hay tantos como...”; los números del uno al cincuenta (este logro es uno de los más variantes en los colegios ya que algunos llegan hasta el número 100, mientras que otros trabajan menos de los 50 números); ubicación de los números en una recta numérica; se trabaja bastante en agrupaciones según una característica determinada, para esto deben identificar distintas características de los objetos, color, forma, tamaño, textura, temperatura, olor, uso; en algunos colegios se trabajan las decenas y unidades (esto no es muy frecuente); comunicación de conceptos matemáticos de manera verbal; los niños logran al finalizar

el año establecer relaciones con el medio ambiente, con objetos de su realidad y con actividades que realizar personas cercanas a su entornos; se debe motivar en los niños de transición igualmente curiosidad por comprender el mundo físico, el natural y el social a través de la observación, la exploración, la comparación, la confrontación y la reflexión, la utilización de manera creativa sus experiencias, nociones y competencias para encontrar cambios de resolución de problemas a situaciones de la vida cotidiana.

La comprensión de dichas temáticas se lleva, como se dijo anteriormente, a través del seguimiento de libros, cabe resaltar que estos libros llevan un proceso que aumenta paulatinamente de dificultad. Así como por ejemplo, en primer bimestre se trabajan los números del 1 al 10, en segundo se trabajan hasta el 30 y así consecutivamente.

2. Planteamiento del Problema

2.1. Justificación

El desarrollo del pensamiento matemático en edad preescolar es de suma importancia dado que es la base para el desarrollo de habilidades cognitivas indispensables a futuro y necesarias para un correcto desenvolvimiento en edades escolares. Teniendo en cuenta lo planteado por Amiel-Tison, Claudine & Gosselin, J. (2006), en su libro *Desarrollo Neuronal de 0 a 6 años*, esto se debe a que en el desarrollo neurológico de los niños y niñas de 0 a 6 años se da la gran mayoría de conexiones neuronales que permiten la creación de sinapsis necesarias para comprender el mundo y actuar sobre el mismo teniendo en cuenta todo lo que se refiere a desarrollo motriz, lenguaje, la emocionalidad y el pensamiento lógico matemático.

El pensamiento lógico matemático es un reto para las docentes, puesto que deben generar para los niños de 0 a 6 años las habilidades necesarias en el inicio del desarrollo de pensamiento matemático, es decir, que los docentes deben propiciar los espacios, situaciones y experiencias necesarias para que los niños y niñas aprendan a pensar, proporcionar herramientas de razonamiento, reflexión y resolución de problemas. A este reto los docentes deben responder por medio de la adecuada preparación y de una práctica docente basada en el conocimiento y en la caracterización del grupo y no por medio de la intuición ni de la improvisación, ya que como se evidenció anteriormente la responsabilidad de espacios adecuados que promuevan un correcto desarrollo de los niños en la primera infancia es fundamental.

Unas de las pruebas realizadas para la medición de competencias en matemáticas, ciencias y lectura a nivel mundial son las pruebas PISA, por su nombre en inglés, *Program for International Student Assessment*; las cuales según el ICFES tuvieron una cobertura del 87% de la economía mundial y en donde se rinde un informe cada 3 años en el cual pone en evidencia los resultados de estudiantes de 15 años de edad (7° a 9° grado aproximadamente). Este estudio realizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) busca dar la base y el análisis para apoyar a los gobiernos en la formación de estudiantes que puedan enfrentarse a los cambios vertiginosos y rápidos que se están dando en el mundo actual y por ende desempeñarse en cargos y trabajos que todavía no han sido creados, es decir, dar flexibilidad y capacidad de adaptación a los estudiantes por medio de competencias, facilidad en el uso de tecnologías nuevas y capacidad de resolución de problemas. De acuerdo a lo expuesto por el Plan Decenal de Educación (PADE), (2010), en cuanto al área de matemáticas, PISA evalúa “la capacidad de reconocer y formular problemas matemáticos, plantear, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos, razonar y utilizar conceptos, procesos e instrumentos para describir, explicar y predecir fenómenos”, los cuales se dividen en tres; primero el dominio de conocimientos en el cual se evalúa el conjunto de áreas y conceptos relevantes (cantidad, espacio y forma, proceso de cambio y relaciones e incertidumbre); en segundo lugar se tienen en cuenta las competencias involucradas en donde se evalúan grupos de capacidades necesarias para las matemáticas (reproducción de operaciones matemáticas simples, conexiones, juntar ideas para la solución de problemas y reflexión, pensamiento matemático más amplio); y como tercera y última, los contextos y situaciones en los cuales se evalúan el área de aplicación de las matemáticas centrada en usos relacionados con escenarios

personales, sociales y globales (personal, educativa y profesional, pública y científica). (ICFES 2012)

De acuerdo con el *Informe Nacional de Resultados, Resumen Ejecutivo*, realizado por el Ministerio de Educación y el Instituto Colombiano Para la Evaluación de la Educación (ICFES), sobre las pruebas PISA realizadas en el año 2012, en las cuales el enfoque de dicho año eran las competencias matemáticas. Colombia tuvo un puntaje en matemáticas de 399, con una desviación estándar de 74%. Este puntaje muestra que en el área de matemáticas en Colombia el 73,8 por ciento de los evaluados - escogidos de manera aleatoria- quedó por debajo del nivel dos, el cual es el nivel mínimo para aprobar la prueba; el 17,8% de los evaluados se encuentra en el nivel dos y tan solo el 0,3% se encuentra entre los niveles 5 y 6. Estos resultados junto con los de lectura y ciencias hacen que Colombia se posicionara en el puesto 65, esto teniendo en cuenta que para la realización de este estudio, se tomaron los 67 países pertenecientes o aspirantes a la OCDE. Además del lamentable posicionamiento de Colombia, hay dos puntos más que son preocupantes, en primer lugar la diferencia entre la educación pública y la privada que radica únicamente en 50 puntos lo cual no es significativo, y en segundo lugar hay una clara diferencia entre las capacidades de las mujeres evaluadas (menor puntuación en matemáticas que los hombres). Como agravante final a esto, aunque del año 2006 (primer año en que Colombia participó en las pruebas PISA) a 2009 hubo un incremento de 11 puntos, en el 2012, los resultados volvieron a decaer. (ICFES 2012)

Según El Tiempo (2014):

Como están las cosas, en general los estudiantes colombianos no están en capacidad de resolver problemas de manera creativa, en contextos con los cuales no están familiarizados. Esta conclusión afirma que el país quedó en el último lugar en resolución de problemas y compartió las peores posiciones con Bulgaria, Uruguay, Montenegro, Emiratos Árabes Unidos y Malasia.”

Por otra parte y como otro preocupante se encuentran las pruebas ICFES SABER de tercero de primaria que demuestran el porqué es importante empezar a trabajar en competencias y desarrollo de matemáticas desde edades muy tempranas; es en este momento que se empieza a ver afectado el desarrollo del pensamiento matemático. Estas pruebas según el ICFES (2013) en el área de matemáticas, evalúan las siguientes competencias: razonamiento y argumentación; comunicación, representación y modelación; y planteamiento y resolución de problemas. En matemáticas se evalúan los siguientes componentes del área: numérico variacional, geométrico-métrico y aleatorio, de dichos componentes se evalúa además lo siguiente, en el componente variacional: número en distintos contextos, significado de las operaciones y variación de distintos conjuntos numéricos. En el componente geométrico-métrico: medida, formas y relaciones en el plano y características elementales de objetos bi y tridimensionales; y por último en el componente aleatorio se evalúa: representación de datos, probabilidad de eventos y medidas de tendencia central.

Los resultados de las pruebas SABER en tercero de primaria en área de matemáticas, muestran que un 20% de los estudiantes evaluados se encuentra en un nivel insuficiente y que un 30% de los niños de este nivel se encuentra en un nivel mínimo, así la mitad de la muestra está por debajo de lo esperado. Los resultados de

igual manera muestran una diferencia clara de resultado entre colegios oficiales y no oficiales, en donde los colegios las instituciones oficiales urbanos tienen un 22% de niños en un nivel insuficiente y un 34% en el nivel mínimo, mientras que en los colegios oficiales rurales hay un 27% en nivel insuficiente y un 32% en nivel mínimo, en cuanto a las instituciones no oficiales, hay un 6% en nivel insuficiente y un 18% en nivel mínimo. Mientras que la diferencia entre resultados de acuerdo al estrato socio económico es amplia pues en estrato 1 se reporta un 32% en un nivel insuficiente dado que en estrato 4 (el nivel socio-económico más alto utilizado en el reporte del ICFES), solo hay un 4% en nivel insuficiente.

De acuerdo con todo lo mencionado anteriormente se genera una fuerte preocupación por parte de todos los agentes de la educación en Colombia, ya que un aproximado del 50% de la población colombiana a partir de tercer grado tiene un nivel mínimo o insuficiente en el área de matemáticas. (ICFES, 2012)

Con el fin de proponer una posible solución que incremente la estadística de manera positiva se busca exponer la importancia del desarrollo del pensamiento variacional en preescolar. Actualmente en Colombia los principales trabajos y estudios están basados en el pensamiento numérico y geométrico dejando de lado los demás pensamientos, lo cual supone un grave problema, debido a que este tipo de pensamiento y razonar matemático no es útil en el diario vivir, y esto trae consigo dos consecuencias, en primer lugar la temática y las matemáticas, al no ser aplicables a la vida real pierden sentido para el estudiante; en segundo lugar, al no desarrollar este tipo de pensamiento, el variacional, se está dejando de lado un razonamiento que permite que el niño deduzca, determine y analice situaciones de la vida diaria, que son precisamente a las cuales se va a enfrentar en un futuro.

Como argumento de lo anterior, Vasco, C. E. expone la importancia del pensamiento variacional para el desarrollo del pensamiento matemático y así evitar que las matemáticas no se presenten al estudiante como algo abstracto y lógico fuera de lo real, por el contrario, se desarrolle a lo largo de la escuela este tipo de pensamiento abstracto y lógico empezando en primera medida por un razonamiento sobre el entorno y la realidad aplicado a las matemáticas del mundo real. Es decir, que la educación debería empezar por desarrollar el pensamiento variacional, para luego implementar las matemáticas puras y no viceversa como se hace actualmente. Se debe pasar de los sistemas concretos y familiares a los sistemas conceptuales y de éstos a los simbólicos, de manera tal que el niño le encuentre lógica y sentido a su actuar y desarrollo matemático. (Vasco, C. E. 2003)

Por lo anterior se convierte en una necesidad el pensar la forma en cómo se está abordando la enseñanza de la matemática en los grados de preescolar ya que son en estos grados donde se cimentan las primeras bases del desarrollo del pensamiento matemático, por este motivo planteamos un trabajo de reflexión en donde se plantea una estrategia en pro de la iniciación temprana del desarrollo del pensamiento matemático en los niños específicamente el pensamiento variacional y así encaminarse a los objetivos mínimos propuestos por el MEN para tercer grado de primaria.

Esta tesis propone como marco de referencia metodológico la Enseñanza para la Comprensión (EpC), como una posibilidad didáctica que ayude a desarrollar ese pensamiento variacional apoyándose en los principios del marco de EpC -El Visible

Thinking-, y de alguna manera visibilizar el proceso de desarrollo del pensamiento matemático. En el niño esta metodología de aprendizaje propuesta por la Universidad de Harvard en su Proyecto Zero la define como:

Visible Thinking is a flexible and systematic research-based approach to integrating the development of students' thinking with content learning across subject matters. An extensive and adaptable collection of practices, Visible Thinking has a double goal: on the one hand, to cultivate students' thinking skills and dispositions, and, on the other, to deepen content learning. By thinking dispositions, we mean curiosity, concern for truth and understanding, a creative mindset, not just being skilled but also alert to thinking and learning opportunities and eager to take them. (Proyecto Zero, 2014)

El Pensamiento Visible se apoya en dos conceptos: hábitos de la mente y en las rutinas de pensamiento, los cuales buscan crear culturas de pensamiento en las aulas de clase propiciando espacios de participación.

2.2. Pregunta de Investigación

A partir de lo anterior surge como pregunta problema: ¿Cómo iniciar el desarrollo del pensamiento variacional en los niños/s de transición (preescolar)?

2.3. Objetivos

2.3.1. Objetivo General

Diseñar y realizar un pilotaje de una estrategia metodológica para el desarrollo del pensamiento varacional en los niños(as) de transición a través del pensamiento visible.

2.3.2. Objetivos Específicos

- Realizar un diagnóstico preliminar de cómo se está abordando la enseñanza de las matemáticas y en particular el pensamiento variacional en el grado de transición.
- Realizar una primera aproximación a los conceptos asociados con variación que tienen las estudiantes de las instituciones participantes.
- Realizar un pilotaje de la estrategia diseñada para el desarrollo del pensamiento variacional en el grado de transición.
- Evaluar la estrategia implementada con el fin de identificar las dificultades y las fortalezas de la misma para realizar los ajustes pertinentes.

3. Metodología

3.1. Descripción del método de investigación

Según, Rodríguez, G., Gil, J. & Jiménez, E. (1996), la investigación cualitativa toma sus bases metodológicas en la fenomenología, la hermenéutica y la interacción social, teniendo como fin el estudio de contextos naturales, de situaciones sin alteración alguna, es decir, estudia los hechos tal y como suceden.

Para Taylor, S.J. y Bogdan (1986),

La investigación cualitativa es inductiva. Los investigadores desarrollan conceptos, intelecciones y comprensiones partiendo de pautas de los datos y no recogiendo datos para evaluar modelos, hipótesis o teorías preconcebidas. En los estudios cualitativos los investigadores siguen un diseño de la investigación flexible. Comienzan sus estudios con interrogantes vagamente formulados. En la metodología cualitativa el investigador ve al escenario y a las personas en una perspectiva holística; las personas, los escenarios o los grupos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo. El investigador cualitativo estudia a las personas en el contexto de su pasado y de las situaciones en las que se hallan. Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de su estudio. Se ha dicho de ellos que son naturalistas, es decir que interactúan con los informantes de un modo natural y no intrusivo. En la observación participante tratan de no desentonar en la estructura por lo menos hasta que hayan llegado a una comprensión del escenario.

Para Gálvez Toro, A. (2003), la investigación de carácter descriptivo es la investigación que tiene como fin entender el porqué de como sucedió algo de un evento o situación, es por eso que este tipo de investigación brinda un informe detallado de los hechos, utilizando ya sea métodos cualitativos o cuantitativos. Para este tipo de investigación el diario de campo y los estudios de caso son herramienta de gran valor.

Teniendo en cuenta cual es el fin de este tipo de investigaciones, el objetivo de una investigación descriptiva es el de propiciar una visión detallada de los hechos, circunstancias y sucesos de una situación de manera tal que esta información pueda propiciar una representación lo más cercana a la realidad de dichos sucesos.

Cuando la investigación descriptiva tiene un enfoque cualitativo, esto quiere decir que la información suministrada se ofrece en forma de imágenes, descripciones (palabras) y no en forma numérica como se hace en el enfoque cuantitativo. Por lo general en este enfoque la pregunta de investigación suele ser amplia, como por ejemplo la relación entre la realidad escolar y las leyes que lo sostienen.

La recopilación de datos de esta investigación por lo general requiere un buen observador para que de esta manera se tenga información detallada y lo más objetiva posible; generalmente ocurre en las investigaciones de campo. Para esto, la situación debe estar definida lo más claro posible, es decir, se debe buscar una observación de un contexto cercanamente relacionada con el objetivo de la investigación, es por eso que el contexto debe estar definido previamente a la observación o de aplicar las herramientas para la obtención de datos. El investigador, como se dijo anteriormente, debe ser un buen observador y debe procurar tomar nota de todo lo que pueda ser importante, puede realizar entrevistas, ya sean formales o informales y aprovechar al máximo todas las situaciones que se den en su entorno.

Los informes generados de las investigaciones cualitativas descriptivas, constan de manera general en tomar todos los datos recogidos, organizarlos y relacionarlos, ofreciendo de esta manera un informe de lo que fue observado en el campo.

3.2. Población

El pilotaje se realizó en dos instituciones educativas que facilitaron la aplicación de la estrategia (muestreo por conveniencia) para realizar las observaciones pertinentes con el fin de identificar en qué nivel se encontraban las estudiantes del grado de transición con respecto al pensamiento variacional. “El muestreo por conveniencia se autoselecciona o se ha seleccionado debido a su fácil disponibilidad. Como su nombre lo indica, se selecciona con base en la conveniencia del investigador” (Kinnear y Taylor, 1998, p. 405)

La muestra seleccionada se compuso de 33 estudiantes mujeres, del grado de transición, en un rango de edad de seis a siete años, de dos instituciones educativas en la ciudad de Bogotá. Vale la pena aclarar que se escogió un grado de transición de cada colegio. El primer colegio estaba compuesto por 18 estudiantes y el otro por 15.

Las docentes titulares de cada curso (una por curso) participaron en esta investigación a través de una entrevista verbal que arrojó resultados para identificar sus conocimientos sobre matemáticas y en particular sobre pensamiento variacional y así obtener una idea de cómo se está abordando la enseñanza de dicha materia.

3.2.1. Descripción de la población

3.2.1.1. Colegios

Los dos colegios escogidos cuentan con las siguientes características en común: niveles de educación preescolar, primaria y bachillerato, femeninos, bilingües, privados, de jornada única, en estratos cinco y seis de Bogotá y se encuentran clasificados en la categoría muy superior del ICFES.

A continuación se hará una breve descripción de cada Colegio:

Colegio No. 1: Fue fundado desde hace 55 años y es de calendario A. Propone un proyecto reflejado en su misión sustentado en la ética de la solidaridad, en el respeto por los derechos y los valores humanos, responsabilidad social y ambiental, por medio del cual busca una formación integral en las estudiantes, que sean académicamente competentes; con pensamiento crítico; autónomas responsables y solidarias; que sean ciudadanas comprometidas con su país; creativas en el campo humanístico, tecnológico, científico y artístico; y con pensamiento crítico. Busca también analizar los desafíos de su entorno, actuales y futuros, y ofrecer una educación flexible que pueda adaptarse a esas exigencias.

Como visión establece que será un colegio reconocido como una institución líder en la educación y formación de jóvenes, clasificada académicamente entre los mejores colegios del país, bilingüe, certificada en calidad por EFQM, con proyección internacional y claramente comprometida con su proyecto social y ambiental.

También cuenta con una acreditación de excelencia por el modelo de calidad E.F.Q.M. (European Foundation for Quality Management) el cual se basa la auto evaluación como un proceso clave para impulsar la mejora continua, razón por la cual se

encuentra certificado en el Nivel de Desarrollo. En el 2013 este colegio obtuvo el puesto 172 en el ICFES a nivel Bogotá y Cundinamarca.

Como metodología se basan en el constructivismo, sin embargo las profesoras son libres de escoger sus propias metodologías de acuerdo a sus necesidades y a las de su grupo. En preescolar utilizan el juego como herramienta principal de enseñanza y aprendizaje.

El Colegio No. 2 fue fundado hace 50 años y es calendario B. Su proyecto educativo es resultado de un proceso de reflexión y autocrítica que está en constante renovación.

Como misión busca contribuir a la construcción de una sociedad justa, equitativa, prudente y solidaria desde la educación femenina, ofreciendo un proceso formativo y académico sólido y exigente, teniendo en cuenta la diversidad en capacidades, en habilidades y en entornos culturales.

Como visión busca ser identificado como un colegio abierto a la diversidad, católico en su propuesta y sus valores. Reconocido dentro de la sociedad desde lo familiar, lo social y lo laboral de manera significativa y transformadora.

Este colegio está actualmente acreditado por la NEASC/CIS (Council of International Schools in Leiden, Netherlands) la cual pretende el mejoramiento continuo de la educación internacional. Esta acreditación fue otorgada a la institución debido a la búsqueda continua de la excelencia académica. En el 2013 este colegio obtuvo el puesto 104 en el ICFES a nivel Bogotá y Cundinamarca.

Como metodología se basan en el constructivismo y además trabajan diversos tipos de aprendizajes que promueven experiencias y actividades lúdicas e

interdisciplinarias, propician la interacción entre las niñas y con el profesor, al igual que el establecimiento de relaciones con situaciones familiares que ayudan a la construcción de sentido.

3.2.1.2. Profesoras

La primera profesora entrevistada es docente titular y es la encargada de las áreas de inglés, matemáticas y el proceso de lecto-escritura de sus estudiantes. Es además licenciada en lenguas moderna y lleva trabajando en el colegio aproximadamente un año.

La segunda profesora entrevistada es docente titular y es la encargada de las clases de matemáticas y de inglés. Es graduada en Psicología con maestrías de la misma carrera. Actualmente lleva cerca de dos años trabajando en el colegio.

3.3. Fases de la investigación

Esta investigación contó con una serie de fases las cuales hicieron posible la implementación.

Se realizó una revisión bibliográfica para tener los elementos conceptuales que permitieron diseñar la estrategia. A partir de los referentes teóricos, se diseñó la estrategia la cual consistió en una prueba diagnóstica y tres actividades. Seguido a esto, se realizó un primer pilotaje de la estrategia en el Colegio No. 1, donde se recolectó información a través de registros de observación. Finalmente se evaluó, se ajustó la estrategia aplicada y se hicieron modificaciones a las planeaciones previamente diseñadas para aplicarlas en el segundo pilotaje.

El segundo pilotaje se realizó en el Colegio No. 2, a fin de mirar el desempeño de las mejoras que se hicieron a las planeaciones en la fase anterior y nuevamente se recolectó información del desarrollo de las estrategias a partir de registros de observación.

Por otro lado, en cada uno de los colegios donde se implementó el pilotaje de la estrategia, se realizaron entrevistas a cada una de las profesoras titulares para identificar sus conceptos sobre matemáticas y en particular del pensamiento variacional y así obtener una idea de cómo están abordando la enseñanza de dicha materia en sus respectivos cursos.

Finalmente se realizó una entrevista a un experto en matemáticas para contrastar sus opiniones con los conceptos que tienen las profesoras titulares y la metodología que éstas últimas utilizan en el desarrollo de sus clases.

3.3.1. Duración

Una vez la estrategia estuvo establecida, se realizó el primer pilotaje en el Colegio No. 1 durante cuatro semanas con periodicidad semanal; el martes y el miércoles 50 minutos por día para aplicar las cuatro actividades planeadas incluyendo entre ellas la actividad inicial diagnóstico.

La fase de análisis, evaluación y ajustes del primer pilotaje tomó cerca de tres semanas, pues fue necesario realizar una lectura detallada de cada uno de los registros de observación de las actividades aplicadas.

El colegio donde se realizó el segundo pilotaje permitió su realización únicamente el día 11 de abril desde las 9:40am hasta las 12:00m, horario en el cual se realizó la actividad diagnóstico y las actividades uno y dos.

El tiempo invertido en los análisis y resultados de la implementación de la estrategia en los dos colegios, tomó alrededor de dos semanas.

3.4. Categorías de análisis

Las categorías de análisis fueron las siguientes:

3.4.1. Análisis de las entrevistas a profesoras titulares (objetivo No. 1)

Se realizó una triangulación de las respuestas obtenidas de las entrevistas realizadas al experto y a los profesores titulares con el fin de analizarlas.

Las categorías de análisis fueron las siguientes:

- Qué enseñar.
- Cómo enseñar.
- Para qué enseñar.
- Conocimiento en cuanto a: Estándares Básicos de las Competencias en Matemáticas, tipos de pensamiento matemático y pensamiento variacional.

3.4.2. Análisis de los resultados de la prueba diagnóstico

- Uso de lenguaje variacional
- Argumentos entregados por las estudiantes

3.4.3. Análisis de la evaluación de la estrategia

- Alcance de la estrategia: fortalezas y aspectos por mejorar
- Evidencias de pensamiento matemático en las respuestas de las estudiantes, pensamiento variacional y otros pensamientos matemáticos.
- Manifestaciones de hábitos de la mente.

3.5. Instrumentos

Para la recolección de la información se diseñaron cuatro instrumentos los cuales se describen a continuación.

Prueba diagnóstica: La primera prueba realizada en la estrategia cuenta con ocho ejercicios de completar obtenidos de un libro guía para transición llamado “Go Math”. Para profundizar en la prueba, remítase al anexo 10.1

Entrevista a profesor titular: Se realizó una entrevista de 10 preguntas a cada profesora encargada del área de matemáticas en transición de los respectivos colegios con el fin de realizar un diagnóstico preliminar de cómo se está abordando la enseñanza de las matemáticas y en particular del pensamiento variacional en dichos colegios.

Cada profesor tuvo la oportunidad de responder las siguientes preguntas:

1. ¿Qué son las matemáticas para usted?
2. ¿Cómo cree que se debe enseñar las matemáticas en transición?
3. ¿Qué es para usted el pensamiento matemático?
4. ¿Conoce los Estándares Básicos en Competencias de matemáticas del MEN?
5. ¿Buscan encaminarse a lograr cumplir con los Estándares Básicos de las Competencias en Matemáticas que pide el MEN para tercer grado de primaria?
6. ¿Ustedes de qué documento sacan las competencias que debe tener una niña para entrar “x” grado?
7. ¿Sabe cuáles son los cinco pensamientos matemáticos?
8. ¿Qué conoce del pensamiento variacional?
9. ¿Cómo realiza las actividades de matemáticas?

10. ¿Cómo evalúa la comprensión de las estudiantes sobre los contenidos vistos?

(Ver en anexo 10.2.)

Entrevista a expertos: Se realizó una entrevista de cuatro preguntas con el objetivo de contrastar la opinión de cómo se debe abordar las matemáticas en preescolar según el conocimiento de un experto frente al conocimiento que tienen las profesoras titulares de los grados donde se implementó la estrategia.

Las preguntas a continuación fueron respondidas por el experto:

1. ¿Cómo considera usted que se debe iniciar el proceso de enseñanza de las matemáticas en el preescolar?
2. ¿Qué tipo de estrategias considera la más oportunas para enseñar matemáticas en el preescolar?
3. ¿Cómo se conecta lo que los niños/as aprenden en preescolar cuando entran a primaria?
4. ¿Cómo se puede relacionar los temas en preescolar con las competencias en matemáticas que propone el MEN? (Ver en anexo 10.3.)

Registro de observación: Se utilizó este instrumento ya que describe paso a paso y de manera precisa los acontecimientos ocurridos durante el desarrollo de la actividad. Este registro de observación se compone de: fecha, lugar, hora, situación que observa - generalmente es la actividad implementada- y el objetivo de la observación que delimita la descripción de la situación. Este registro es usado por las estudiantes de la Universidad de la Sabana en sus prácticas pedagógicas. (Ver anexo 10.4)

4. Diseño de la Estrategia

En primera instancia esta estrategia fue diseñada utilizando la herramienta de pensamiento visible de la Universidad de Harvard. Durante todas las planeaciones fue utilizada para profundizar en el contenido y así evidenciar el proceso de aprendizaje de los estudiantes durante las actividades. Se realizaron preguntas “inteligentes”, en donde su respuesta no era única, ni de afirmación o negación, por el contrario requería de un proceso mental de análisis para realizar respuestas más elaboradas en donde los estudiantes debían argumentar el porqué de sus respuestas.

Sin embargo, al evaluar la estrategia luego de implementarla en el primer pilotaje, ésta fue modificada y se tomó como estrategia para ser implementada en el pilotaje número dos, donde se usaron rutinas de pensamiento las cuales ayudaron a visibilizar el pensamiento de los estudiantes de forma clara para así entender su proceso mental.

La estrategia se diseñó previamente antes del contacto con las estudiantes del primer colegio. Ésta constó de una prueba diagnóstico y tres planeaciones de actividades dirigidas a encaminar hacia el futuro cumplimiento de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, en particular del pensamiento variacional para tercer grado de primaria.

La actividad diagnóstico fue elaborada a partir de algunos ejercicios del libro de matemáticas que coincidentalmente utilizaban en los dos colegios como guía de trabajo.

Las planeaciones diseñadas buscaban encaminar a las estudiantes a cumplir en un futuro -tercer grado de primaria- con los Estándares Básicos de Competencias en

Matemáticas propuestos por el MEN particularmente del pensamiento variacional, los cuales se mencionan a continuación:

- Reconoce y describe regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
- Describe cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.
- Reconoce y genera equivalencias entre expresiones numéricas y describe cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual.
- Construye secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.

Vale aclarar que las planeaciones no pretendían que el estudiante de transición cumpliera con los objetivos mínimos requeridos por el MEN para el estudiante de tercer grado, de hecho buscaba realizar un trabajo previo que garantizara y encaminara al estudiante de transición para el cumplimiento de dichos objetivos en un futuro.

Cada planeación de las actividades fue planteada en un formato estándar utilizado durante las prácticas pedagógicas que realicé con la Universidad de La Sabana. En este se evidenció un objetivo general, varios indicadores de logro, los recursos utilizados durante la actividad y la descripción completa del desarrollo de la misma.

5. Intervención

Uno de los motivos por los cuales surgió el desarrollo e implementación de esta investigación, es la realidad de Colombia frente al posicionamiento en las pruebas internacionales PISA ocupando el último lugar en cuanto a la resolución de problemas se refiere. Lo anterior ha generado un debate profundo a nivel nacional del enfoque que deberían tener las aulas académicas, y por tal motivo esto invitó al abordaje de esta importante temática a través de un planteamiento que mejore los resultados venideros en lógica matemática y en especial para el desarrollo del pensamiento variacional por medio del uso de las rutinas de pensamiento las cuales ayudan a hacer visible el pensamiento de los estudiantes evidenciando su proceso de aprendizaje. La estrategia estaba compuesta de una actividad como diagnóstico inicial para crear una primera aproximación a los conceptos asociados con variación que tenían los estudiantes del grado de transición de las instituciones participantes y tres planeaciones que estuvieran alineadas a los objetivos requeridos por los estándares básicos de competencias del MEN como requerimientos mínimos del pensamiento variacional para tercer grado de primaria. Vale aclarar que esta estrategia no pretendía que el estudiante de transición cumpliera con los objetivos mínimos requeridos por el MEN para el estudiante de tercer grado -de hecho- buscaba realizar un trabajo previo que garantizara y encaminara al estudiante de transición al cumplimiento de dichos objetivos. Se implementó un primer pilotaje de la estrategia en el Colegio no. 1, la cual tuvo una serie de ajustes que posteriormente fueron utilizados en el segundo pilotaje en el Colegio no. 2, en el cual se implementó únicamente la actividad diagnósticos y la actividad 1 y 2.

Durante los dos pilotajes se realizó una entrevista a cada una de las docentes titulares encargadas de la formación matemática en los dos grados de transición y también se realizó una entrevista a un experto en la materia con el fin de contrastar la manera cómo se está abordando la enseñanza de las matemáticas y en especial del pensamiento variacional en dichos grados.

5.1. Etapa inicial – Diagnóstico

Este diagnóstico fue aplicado de la misma forma en los dos colegios y se dio de la siguiente manera:

5.1.1. Entrevista a profesor titular

Con el fin de tener información acerca de cómo se está abordando la enseñanza de las matemáticas y en particular del pensamiento variacional en los grados de transición de las instituciones donde se aplicó la estrategia, se realizó una entrevista que partió de lo general a lo particular, con el objetivo de capturar información valiosa para esta investigación.

A continuación la tabla con las respuestas de cada profesora titular:

Pregunta Número	Respuesta Profesora Colegio No. 1	Respuesta Profesora Colegio No. 2
1. ¿Qué son las matemáticas para usted?	Considero las matemáticas como un lenguaje, es otro lenguaje que aborda todo el proceso de pensamiento que las niñas necesitan desarrollar en todas estas etapas de formación. Esencialmente es un lenguaje, ya que la idea es que la niña empiece a desarrollar todas esas habilidades matemáticas que se buscan y se pretenden en estos niveles.	Es una asignatura o una herramienta de pensamiento que se desarrolla en las niñas desde muy chiquitas en la cual deben estar listas para lograr hacer ciertos razonamientos, seriaciones y aprender cosas básicas en la vida tales como sumar y restar.
2. ¿Cómo cree que se debe enseñar las matemáticas en transición?	Es esencial que sea un juego... y así lo hago, la manera de incluir nuevos temas y de enseñarles otras cosas debe ser a través del juego, porque si uno entra de pronto en una situación muy formal con ellas se van a aburrir... y van a tener la experiencia que de pronto yo tuve, para mí las matemáticas siempre fueron aburridas... pero lo que trato o lo que tratamos de hacer aquí	En este colegio las matemáticas en transición es aprender a sumar y a restar. Para que ellas aprendan se necesita material concreto, trabajos siempre con fichas y bloques de construcción. Lo que se busca es que por medio del juego se dé un primer acercamiento a los números una vez hayan tenido un entendimiento de éstos lo que se busca es realizar ejercicios de práctica

	es que todo sea muy lúdico, muy a través del juego y a través de la experiencia. Si por ejemplo lo que quiero es que cuenten, sumen y resten, vamos y recogemos varios elementos en el camino y los contamos, los agrupamos, añadimos nuevos, sacamos otros; pero todo parte de un juego, de una experiencia significativa que se convierte en algo rico para ellas para que no lo vean como matemáticas simplemente sino como “ven! Estuvimos jugando” entonces se trata de que sea así.	continua para que se desarrolle cierta habilidad.
3. ¿Qué es para usted el pensamiento matemático?	El pensamiento matemático es como la habilidad de pensar en algo más... que es a su vez abstracto y en cierta forma concreto, sí?... creo que no estoy siendo clara... pero es como esa necesidad que tenemos de ubicarnos, porque es que estamos hablando de que la matemática nos ubica espacialmente, nos ubica de forma lógica ayuda a elaborar un pensamiento de exactitud; entonces la matemática nos ayuda a formar todas las características y esas habilidades que necesitamos ir inculcando y desarrollando para el futuro.	Es lograr que las alumnas sean capaces de resolver ciertas situaciones o problemas en los cuales deban o estén implicados números en donde tengan que sumar o restar.
4. ¿Conoce los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas del MEN?	Sí, pero que yo te diga sí claro: son tales y tales y tales y tales... no. Pero sí sé cómo características generales que se necesitan.	No sé si sean las mismas que usamos acá pero podría decir que tienen que ver con el razonamiento matemático, medición, clasificación y concepto de número, pero así que te diga ya, cuales son las del ministerio, no.
5. ¿Busca encaminar a sus estudiantes para que cuando estén en tercer grado de primaria cumplan con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas que pide el MEN para este grado?	Sí, lo que buscamos es que haya una conexión directa entre lo que se espera que las niñas tengan en conocimientos de matemáticas para entrar a grado primero y entonces eso es lo que buscamos desarrollar, no solamente en transición sino en todo el pre-escolar o sea, ese proceso paso a paso: ¿qué vamos a desarrollar en este nivel?, ¿qué vamos a trabajar en este otro? y así vamos juntado pieza a pieza con el objetivo de elaborar un esquema más preciso de cómo queremos que la niña salga a primaria.	Sí, el plan de trabajo del colegio te lleva a eso porque está guiado por el MEN.
6. ¿Ustedes como institución de qué documento obtienen las competencias que debe tener una niña para entrar a cualquier grado?	No he leído ningún documento oficial (digámoslo así) tal como “los lineamientos para el área de matemáticas” pero nos basamos en algo muy sencillo y es que aquí primaria trabaja con el programa “Uno internacional”, entonces ese programa da unos requerimientos para primer grado, entonces lo que aquí hacemos es: bueno, qué es lo que se necesita para primer grado y nosotros nos encargamos aquí de esa formación. Para nosotros es como el desarrollo de esa dimensión dentro de la dimensión cognitiva, entonces ahí vamos desarrollando todo lo que va en matemáticas. Es algo más interno en el colegio.	Aquí cada curso tiene un plan de trabajo específico el cual se sigue en cada grado.
7. ¿Qué conoce del pensamiento variacional?	No, nada.	Pensamiento ¿qué?, poco... pues de eso no trabajamos en transición. En este grado se da el primer acercamiento a las sumas y restas en inglés, si salen con eso de transición nos damos por bien servidas. Lo que viene ya se ve en primero.
8. ¿Sabe cuáles son los cinco pensamientos matemáticos?	Te puedo hablar del pensamiento lógico, el pensamiento espacio-temporal (...) creo que es espacial (...) pero ya, ahí paramos. Te puedo decir que eso se maneja pero no te puedo hablar con seguridad de ellos.	No sé si sea el lógico, abstracto, espacial, numérico y de relaciones espaciales. Los tengo en cuenta para evaluar pero no todos se realizan en este nivel.
9. ¿Cómo realiza las actividades de matemáticas?	Anteriormente estábamos usando un libro que de pronto no daba espacio para que tuviéramos muchas actividades lúdicas. Si nosotras queríamos, en cierta forma, trabajar en ese libro teníamos que limitar la parte de la experiencia y la del juego y entonces por eso decidimos que no hacía un buen complemento con lo que nosotras en transición queríamos desarrollar,	Primero usamos juego y bloques, nos guiamos en un libro gordo que usamos para este curso “Go Math” en los cuales hay varios ejercicios repetitivos y del tema que vayamos a ver. También mandamos tareas a la casa donde nos ayudan a practicar lo visto. Escribimos en los cuadernos, hacemos operaciones, hacemos muchos ejemplos de problemas sencillos de

	<p>daba muy marcada la plana y el conteo... entonces eso ya se veía tedioso, había que sacar a las niñas de ahí para hacer actividades diferentes. Precisamente por eso estábamos por cambiar el libro que estábamos usando.</p> <p>Ahorita lo que tenemos son de pronto las evaluaciones (por llamarlo así) de ese libro, entonces como que nos da una orientación acerca de hasta qué punto hay que llegar... pero no seguimos el libro, sino que hemos decidido que el trabajo de esa unidad por ejemplo se va a hacer a través del juego y que ya al momento de evaluar vamos a evaluarlo. En este año vamos a estar en un periodo de ensayar, vamos a ensayar si esto que analizamos a finales del año pasado nos funciona, porque la idea es que vamos a hacer lo mismo, a abarcar los mismos temas pero de otra forma... con un juego, de pronto una guía o un experimento... de forma en que eso nos lleve a cumplir los mismos logros e indicadores que hemos establecido. La idea es cambiar con el material con el que estábamos trabajando y así llegar al cumplimiento de ciertos indicadores que se necesitan</p>	<p>sumas o de restas; entonces siempre tratamos de mezclar una parte lúdica con una parte formal escrita donde quede constancia de lo que hacemos. Sin embargo el contenido en ese libro es demasiado, hay mucho repetitivo y hay mucho por hacer pero la intensidad horaria no nos da para lograr terminarlo.</p> <p>Nuestra guía de trabajo es el libro y lo usamos mucho, la idea es poder completarlo todo lo que se pueda, sin embargo no podemos olvidar la parte didáctica entonces es una mezcla con los dos. Pero realmente lo que prima acá más que la parte didáctica es el libro porque esa es la orden del colegio.</p>
<p>10. ¿Cómo evalúa la comprensión de las estudiantes sobre los contenidos vistos?</p>	<p>Yo creo que eso hace parte del diario, entonces en ese trabajo diario con ellas tú te das cuenta a quiénes no les ha quedado claro lo que estamos viendo y a quiénes sí. Afortunadamente los grupos no son tan grandes y dan la posibilidad de que trabajemos de forma individual o en grupos, lo cual permite ver el rol que está desempeñando cada niña y darse cuenta si alguna necesita constantemente el apoyo de la otra o revisar constantemente lo que ha hecho la otra para dar respuesta a un ejercicio, entonces hay que reforzar con ella. Todas estas cosas las vas viendo en el diario de la clase, ya cuando necesitas ver algo, como: bueno se supone que para final de año la niña ya tiene idea de lo que es la suma y la resta se hace ejercicios prácticos o se hace el uso de la guía. Las guías son unas herramientas importantes pero buscamos no pasarnos horas enteras llenándolas sino hacer algo más práctico.</p>	<p>Las formas de evaluaciones dan el día a día, en este nivel no tenemos evaluaciones mensualmente pero una o dos veces al bimestre sí para que se acostumbren a esa formalidad. Sin embargo en el día a día por medio de ejercicios de jugar, con tarjetas o preguntas, de construcción (robot con figuras) y al preguntarles aleatoriamente por medio de concursos se ve el trabajo individual en cada una.</p>

El análisis de estas entrevistas se realizará en el capítulo de análisis y resultados teniendo en cuenta las siguientes categorías:

- Qué enseñar
- Cómo enseñar
- Para qué enseñar
- Conocimiento en cuanto a: estándares, tipos de pensamiento matemático y del pensamiento variacional.

5.1.2. Implementación de la prueba diagnóstico

Con el objetivo de tener una primera aproximación a los conceptos asociados con variación que tenían las estudiantes del grado de transición de las instituciones participantes, se diseñó un instrumento diagnóstico preliminar compuesto por ocho ejercicios con el fin de identificar el nivel de pensamiento que se encontraban los niños frente al pensamiento variacional. Se realizó una prueba inicial extraída de algunos ejercicios del pensamiento variacional del libro guía que utilizan en los dos colegios, llamado “Go Math”, de la editorial Houghton Mifflin Harcourt, donde se aplicaron ocho ejercicios para observar si el estudiante podría:

- Describir elementos de una secuencia
- Identificar cambios entre los elementos de una secuencia
- Reconocer regularidades en una secuencia de elementos
- Reconocer patrones sencillos
- Describir patrones sencillos
- Reconocer patrones combinados de forma, color, tamaño
- Asociar los cambios con situaciones de la vida cotidiana
- Utilizar vocabulario asociado al cambio para describir situaciones (antes-después, aumenta-disminuye)
- Reconocer igualdades
- Expresar verbalmente como llegar al resultado obtenido en cada ejercicio

La intención de los ejercicios no era completarlos, de hecho para cada ejercicio se buscaba que la estudiante justificara por qué propusieron esos resultados y así entender sus propios procesos cognitivos reflejados en las respuestas.

La duración de la aplicación de este instrumento diagnóstico fue de una hora en cada colegio. A continuación se observarán los ejercicios aplicados con su respectivo objetivo:

Ejercicio Aplicado	Qué se Buscaba
Secuencia de Camisas	Las alumnas hicieran una descripción verbal de los objetos observados enunciando sus cualidades para luego replicar la secuencia observada y así argumentar sus razones para identificar si existe el uso del lenguaje variacional durante la descripción.
Secuencia de Figuras con una variable -corazón y estrella- Secuencia de Figuras Geométricas con dos variables –cuadrado, rectángulo y tamaño- Secuencia de Figuras Geométricas con una variable -circulo y tamaño- Secuencia numérica con una variable	Se pretendía que el resultado no fuera el de completar el ejercicio, por el contrario se buscaba que la estudiante lograra expresar verbalmente el proceso mental que la llevó a dar dicho resultado y así identificar el uso del lenguaje variacional durante la descripción.
Secuencia de torres ascendente	Se buscaba que las estudiantes además de escoger la torre faltante en la secuencia, describiera verbalmente lo que veía en el ejercicio identificando el cambio para así reconocer el proceso mental que la llevo a dar ese resultado con el fin de identificar el uso del lenguaje variacional durante la descripción.
Encuentra su igual	Las estudiantes debían encontrar la secuencia numérica equivalente al ejemplo entre las opciones dadas y describir verbalmente lo que veían con el fin de identificar el uso del lenguaje variacional durante la descripción.
Secuencia abierta de triángulos	En este ejercicio se busca que la estudiante verbalice mediante el uso del lenguaje variacional lo que observa en las dos primeras figuras. Además se pretende que la estudiante responda qué sigue en la secuencia de acuerdo al primer parámetro dado y de esta manera logre expresar qué la llevo a dar dicho resultado.

5.2. Etapa intermedia – Intervención

Luego de implementar el diagnóstico, se llevaron a cabo las primeras actividades de la estrategia en la prueba piloto del primer colegio, vale la pena aclarar que las actividades no fueron inventadas a partir de los resultados de la prueba diagnóstico, por

el contrario, toda la estrategia fue creada desde antes de ser implementada en los colegios.

Se realizaron tres planeaciones las cuales estaban direccionadas a los estándares de competencias básicas en matemáticas del MEN, explicadas en el capítulo de la metodología, específicamente las competencias requeridas del pensamiento variacional.

5.2.1. Prueba piloto Colegio No. 1

En esta prueba piloto se utilizó la herramienta de pensamiento visible de la Universidad de Harvard. Durante todas las planeaciones fue utilizada para profundizar en el contenido y así evidenciar el proceso de aprendizaje de los estudiantes durante las actividades. Se realizaron preguntas “inteligentes”, en donde su respuesta no era única, ni de afirmación o negación, por el contrario requería de un proceso mental de análisis para realizar respuestas elaboradas en donde los estudiantes debían argumentar el porqué de sus respuestas.

5.2.1.1. Actividad No. 1

Nombre de la actividad: “¿Para dónde va el agua?”

Fecha: Febrero 12, 19, 26 y 5 de Marzo de 2.014

Hora: 9:00am

Duración: 50 minutos

Objetivo General: Las estudiantes describirán cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.

Descripción en detalle de la actividad:

La planeación tuvo las siguientes fases:

- i. Se les mostró a las estudiantes un video del ciclo del agua sin explicación alguna de lo observado. Al terminar éste se realizaron preguntas tales como: qué objetos vieron en el video, qué creyeron que estaba pasando –en este momento se dio el espacio para construir hipótesis o conjeturas sobre lo observado-.
- ii. Se realizó un pequeño proyecto en el cual las alumnas debían poner tres vasos de agua al sol, en donde cada semana iban observando los cambios que cada vaso con agua tenía. Todos los cambios observados fueron registrados en los diarios de campo de cada grupo para luego comparar los resultados obtenidos en cada una de las semanas. Al igual que en la fase uno, se dio un espacio de análisis de los fenómenos vistos con los vasos de agua y de esta manera las alumnas propusieron distintas hipótesis del porqué el agua se iba extinguiendo, siempre preguntándoles a cada respuesta emitida el porqué de sus argumentos.
- iii. Con ayuda de ellas pintamos lo sucedido con las medidas del agua en los distintos vasos a través de una gráfica de barras donde el “eje x” era el tiempo en semanas y el “eje y” era la medida de los vasos durante cada semana para así demostrarles que es equivalente al fenómeno visto en los vasos y ahora representado en la gráfica de barras.
- iv. Plasmé los resultados de las medidas de los vasos con agua en una secuencia numérica, solicitándoles explicaciones de lo observado y así evaluar si utilizaban un lenguaje variacional haciendo uso de conceptos de secuencia y patrón.
- v. Les compartía una explicación científica de la disminución del agua cuando ésta está expuesta al sol y escuché lo que ellas pensaban al respecto.

En el anexo 10.5 se presenta el registro de observación de esta actividad.

5.2.1.2. *Actividad No. 2*

Nombre de la actividad: “Creando secuencias de triángulos”

Fecha: Febrero 18 de 2.014

Hora: 11:10am

Duración: 50 minutos

Objetivo General: Las estudiantes describirán regularidades y patrones en distintos contextos

Descripción detallada de la Planeación: La planeación se dividió en las siguientes fases:

- i. Se presentó un video inicial llamado “figuras geométricas” y al finalizar éste se les preguntó qué mostraba el video y los nombres de algunas figuras vistas en éste. El video fue proyectado dos veces para que las alumnas pudieran percibir distintas figuras.
- ii. Dibujé en un tablero un triángulo y un cuadrado donde les pregunté las diferencias entre las figuras pintadas para que las alumnas lograran describir las cualidades de dichas figuras y así expresar de forma verbal los cambios que había en ellas.
- iii. Luego las estudiantes se dividieron en tres grupos y a cada uno se les entregó tres palillos para que con ellos realizaran una figura geométrica cumpliendo con el requisito que todas las puntas de los palillos se debían estar tocando. Cada figura de los grupos fue expuesta para realizar una puesta en común para determinar cuáles cumplían con los requisitos solicitados y así llegar a la conclusión de que la única figura geométrica cerrada posible de conformar era el triángulo. Una vez expuestos los resultados, se entregaron

adicionalmente dos palillos para que le añadieran a ese triángulo sin modificarlo, cumpliendo con las mismas instrucciones anteriormente mencionadas. Se volvió a realizar una puesta en común exponiendo la forma que todos los grupos habían agregado esos dos palillos a la figura inicial (triángulo) y así determinar si todos cumplían con los requisitos solicitados. Finalmente a cada grupo se le volvió a entregar dos palillos más para que fueran añadidos a la figura ya conformada pero sin ser modificada; una vez más cumpliendo con las mismas instrucciones anteriormente mencionadas. Se volvió a realizar una puesta en común exponiendo la forma que todos los grupos habían agregado esos dos palillos a la segunda figura y así determinar si todos cumplían con los requisitos solicitados. Finalmente me senté con las estudiantes para construir el triángulo inicial y así ir aumentando de a dos palillos cada vez. Mientras que realizaba la figura iba poniendo los números de palillos utilizados creando así una secuencia numérica. Dejé que las niñas observaran todo el ejercicio para ver si lo relacionaban con una secuencia y un patrón.

Para ver en detalle cómo se dio el desarrollo de la actividad con la intervención de las estudiantes remítase su registro de observación del anexo 10.7

5.2.1.3. Actividad No. 3

Nombre de la actividad: “Creando una coreografía”

Fecha: Febrero 25 de 2014

Hora: 2:00pm

Duración: 50 minutos

Objetivo General: Las estudiantes reconocerán regularidades y patrones en el contexto musical

La planeación se dividió en las siguientes fases:

- i. Se presentó un video inicial del baile de “La Macarena” en donde se mostraba repetitivamente el aparte del baile del coro de la canción. Éste se repitió varias veces, al finalizarlo se les preguntó qué mostraba el video y finalmente se les dio un espacio para conversar lo observado.
- ii. Se le pidió a una estudiante que pasara al frente para que hiciera el baile del coro de la canción y entre todas se llegó a un consenso de cómo debería ser el orden de los pasos del mismo. El video fue mostrado nuevamente para que ellas tuvieran una referencia del orden de los pasos.
- iii. Se realizó una actividad en la cual las niñas tuvieron que bailar repetidas veces el coro de la canción para que ellas mismas se dieran cuenta que estaban repitiendo constantemente el orden de los pasos.
- iv. Las estudiantes se organizaron en una línea mirando hacia el frente y a cada una de ellas le designé un paso del coro de la canción el cual iba según el orden de las estudiantes. El primer paso de la canción su designado a la primera estudiante de la fila y así sucesivamente hasta llegar a la última, como los pasos eran 14 y habían 19 estudiantes la niña número 15 se convirtió en la número 1 realizando el primer paso para que todas pudieran participar. La idea de este ejercicio era que las niñas se dieran cuenta que había un número específico de pasos y que éstos se repetían consecutivamente en el baile de la canción formando un secuencia clara de la misma.

- vi. Finalmente las estudiante formaron grupos de dos niñas y cada grupo creó una secuencia de baila la cual bailaron delante de todas sus compañeras.

Para ver cómo se llevó a cabo en detalle esta planeación remítase a su al registro de observación del anexo 10.9

5.2.2. Evaluación de la aplicación y ajustes de la estrategia

Para evaluar el primer piloto de la estrategia implementada se realizaron cuatro registros de observación utilizados como instrumentos de recolección de información en esta investigación, los cuales describieron paso a paso el proceso que se llevó al implementar la actividad con todos los comentarios y aportes que las estudiantes expresaban en el desarrollo de la misma. Esto arrojó dos ajustes estructurales: el primero, nació del análisis de cada uno de los registros de observación donde se concluyó que existía una rutina de pensamiento implícita durante la primera aplicación, sin embargo, ésta no tenía ningún orden lógico y tampoco un nombre que hiciera referencia al entendimiento adecuando de cada paso de la rutina. A pesar de que las actividades cumplían con el objetivo general, éstas no lograron visibilizar el pensamiento de las estudiantes de forma ordenada, pues al hacerse la secuencia se observó que el entendimiento de dicha secuencia se podía dividir en tres partes puntuales: 1. Describir verbalmente lo existente en la secuencia, 2. Observar las diferencias y similitudes del contenido de la secuencia, 3. Predecir lo que vendría en la secuencia a partir de la descripción y la observación de los objetos de la misma. Esto hizo que se diseñara una nueva rutina de pensamiento, llamada “¿qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?”, que ayuda a cultivar un esquema de

pensamiento ordenado y lógico al observar una secuencia provocando además un nivel alto de pensamiento que se puede convertir en un hábito si se realiza continuamente. Según David Perkins, el orden de una rutina de pensamiento se da alrededor de “Preguntas Poderosas” cada una con un fin específico; el primer tipo de preguntas debe ir enfocado a la exploración del tema, el segundo tipo de preguntas debe posibilitar que el estudiante haga conexiones con dicho tema, por ejemplo, en donde más se encuentra esta situación, como pudieron haberla impedido o mejorado; y por último, se deben formular preguntas que lleven a conclusiones. Con estos dos tipos de rutinas se puede evidenciar la sencillez con la cual pueden aplicarse las rutinas de pensamiento y lo único realmente necesario es la disposición del maestro a utilizarlas.

Por la anterior, la rutina de pensamiento desarrollada, se compone de tres grandes preguntas -momentos o escenas- ordenadas de manera secuencial las cuales se convierten en patrones de acción

- ¿Qué está pasando?: Busca afinar la observación de los estudiantes, pretende además que éste describa verbalmente los elementos y lo que está ocurriendo en primera instancia con las escenas o momentos de la secuencia expresando cualidades y características de los objetos allí presentes.
- ¿Qué está cambiando?: Una vez el estudiante reconoce las características y cualidades de cada uno de los objetos que ve en la secuencia, puede observar qué está cambiando entre una escena o un momento y otro comparando así las diferencias y similitudes entre los mismos.

- ¿Qué va a pasar?: cuando la estudiante detecta y entiende qué está cambiando entre los elementos de una secuencia puede predecir el cambio que sigue en caso que se le pida continuar con la secuencia.

Esta rutina de pensamiento es pertinente para el desarrollo del pensamiento variacional del estudiante, porque cuando se muestra una secuencia a éste, se busca que por medio de la aplicación de cada uno de los pasos de la rutina, el estudiante logre: describir elementos de una secuencia, identificar cambios entre los elementos con el fin de situarlos en un orden definido, reconocer y describir patrones, reconocer igualdades y diferencias lo cual ayude a su vez al desarrollo de la dimensión cognitiva y comunicativa. Dentro de sus tantas ventajas, la rutina da lugar a conductas de reflexión amplias y productivas relacionadas con el hecho de pensar para tomar decisiones consientes, argumentar sus propios puntos de vista y así llevar a acciones críticas, creativas y analíticas. Por medio de ésta, los alumnos intentan responder interrogantes a partir de la comparación, contrastación y toma de decisiones. Por otro lado, permite que el alumno escuche ideas de otros, logrando así un respeto por la opinión personal y ajena. Para lograr lo anterior, es necesario que la docente logre interiorizar la rutina en los estudiantes y así convertirla en un hábito que permita a los estudiantes descifrar una secuencia a través de un proceso lógico y no mecánico, como suele suceder. Lograr este hábito hace que se convierte en parte de la cultura de la clase y se vuelve componente fundamental del proceso de aprendizaje.

Esta rutina de pensamiento desarrolla los siguientes hábitos de la mente tal cual lo menciona Arthur, L. Costa & Bena Kallick, en su artículo *Hábitos de la Mente*:

- Manejo de la impulsividad: muchas veces con poca información o con algunos datos llegamos a conclusiones apresuradas, que nos parecen lógicas y probables, saltando a la respuesta de manera inmediata lo cual nos lleva muchas veces al error, debido a la falta de análisis, de información y de seguimiento de instrucciones. Las preguntas que propone la rutina enfocan al estudiante a pensar en sus respuestas antes de darlas, ya que el estudiante se ve obligado a levantar la mano antes de responder tomándose el tiempo necesario para analizar su respuesta.
- Escuchar con entendimiento y empatía: escuchar es una de los hábitos más difíciles de desarrollar en los alumnos, constantemente les pedimos que permanezcan callados, pero realmente no les enseñamos a escuchar. Muchas veces aunque estemos en silencio no prestamos atención a lo que los demás dicen, sino que estamos pensando por dentro en nuestra perspectiva ante el problema, esto imposibilita tener información completa, abarcar distintos puntos de vista y nos lleva a arrojar nuestra perspectiva sin un análisis y un trabajo bien realizado. Escuchar, implica buscar entender lo que la otra persona nos intenta decir, implica, leer entre líneas lo que esa persona está diciendo. Las actividades de esta estrategia no fueron individuales, sino grupales, dando lugar a diferentes momentos donde el estudiante debía escuchar los puntos de vista que tenían sus demás compañeros frente a una pregunta puntual o un fenómeno observado. Esta estrategia también buscaba que las estudiantes respetaran cuando otra compañera tenía el turno para hablar.
- Pensamiento Flexible: es común que los estudiantes se cierren a un único punto de vista, dado que comúnmente se les pide una única respuesta y se acostumbran a pensar de dicha manera, es decir, con una única respuesta a cada pregunta. Sin

embargo, el cerebro tiene una capacidad de plasticidad increíble, es susceptible a cambios y se adapta a una gran rapidez, pero no basta solo con tener esta capacidad, ya que la flexibilidad debe ser trabajada, motivada o sino es susceptible a atrofiarse. En la implementación de la estrategia, las estudiantes tuvieron la oportunidad de generar diferentes hipótesis y conjeturas acerca de los fenómenos vistos, de igual manera pudieron compararlas frente a las de las demás compañeras generando pensamiento flexible y al comprobar sus hipótesis se dieron cuenta de las diferentes respuestas de cada una.

- Pensamiento interdependiente: este hábito resume la importancia del trabajo en grupo y del desarrollo en grupo. Somos más fuertes unos con otros que cada uno por aparte. En la actividad número dos las estudiantes se vieron obligadas a trabajar en equipo buscando una respuesta consensuada.

“¿Qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?”, abarca los procesos generales que se deben dar en la actividad matemática según el MEN, tal cual como se describen a continuación:

- Formulación, tratamiento y resolución de problemas: el estudiante resuelve un problema cuando describe las cualidades del elemento que aparece en la secuencia, luego identifica regularidades y diferencias entre los mismos y finalmente predice el elemento venidero en la secuencia a partir de los elementos que ya tenía. Esto supone que en un futuro el niño podrá trasladar estos tres pasos de la rutina no solo a secuencias matemáticas sino a cualquier situación de la vida diaria.

- Modelación: permite la formulación de un problema de manera tal que se puedan expresar las relaciones importantes entre las variables, generando así una figura mental clara que representa el problema a través de los tres pasos de la rutina y lo convierte en algo comprensible, pues cada paso está ligado y depende del anterior. Por medio de los tres pasos de la rutina el niño logra identificar qué datos del problema son útiles y de esta manera logra predecir posibles soluciones.
- Comunicación: da una pauta para usar un lenguaje asociado al cambio a través de ella, pues cada paso exige el uso de este lenguaje.
- Razonamiento: se da ya que el estudiante por medio de la rutina desarrolla conceptos, hace comparaciones, determina igualdades y características del objeto. Así mismo, lo anterior permite que se comprenda la seriación y la secuencialización lo que lleva al concepto de número y de relación uno a uno. Ésta logra que el estudiante comprenda que las matemáticas no son reglas sin sentido, sino por el contrario constan de una lógica, pues de esta manera el alumno comprende que los pasos de la secuencia son el medio para la predicción del elemento siguiente.

A pesar de que la rutina propuesta se utilizó exclusivamente en secuencias, puede ser utilizada en cualquier situación que requiera el desarrollo de estas preguntas.

El segundo ajuste, fue tomar la decisión de no realizar la actividad número tres para el segundo pilotaje, ya que no cumplía con la línea que se llevaba en las dos primeras

actividades. Por otro lado, el tiempo de implementación en el Colegio No. 2 no fue tan amplio como el primero, lo cual hizo que se llevaran a cabo las planeaciones que para mí eran las más significativas.

Esta fase de análisis y evaluación tomó cerca de tres semanas, pues fue necesario realizar una lectura detallada de cada uno de los registros de observación de las actividades aplicadas.

5.2.3. Prueba piloto Colegio No. 2

Luego de realizar los respectivos ajustes de la primera prueba piloto aplicada en el primer colegio, se realizó esta segunda prueba con los cambios pertinentes. Ésta segunda implementación fue modificada y se tomó como estrategia la rutina de pensamiento – explicada anteriormente- la cual ayudó a visibilizar el pensamiento de los estudiantes de forma clara para así entender su proceso mental.

5.2.3.1. Actividad No. 1:

Nombre de la actividad: “¿Para dónde va el agua?”

Fecha: Abril 11 de 2.014

Hora: 10:30am

Duración: 40 minutos

Objetivo General: Las estudiantes describirán cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.

Descripción en detalle de la actividad:

La planeación tuvo las siguientes fases:

- i. Se les mostró a las estudiantes un video del ciclo del agua sin explicación alguna del fenómeno observado. Al terminar éste se realizaron preguntas tales como: qué objetos vieron en el video, qué creyeron que estaba pasando –en este momento se dio el espacio para construir hipótesis o conjeturas sobre lo observado-.
- ii. Les conté que yo en mi casa realicé un proyecto en el cual necesitaba el apoyo de ellas para resolver por qué el agua de cada vaso iba disminuyendo según las semanas que llevaba al sol. Inicialmente les mostré un primer vaso con agua con seis centímetros de llenado, siendo esta la medida inicial de todos los vasos. Seguido a esto saqué tres vasos que contenían diferente cantidad de agua y les dije que a cada uno lo había llenado con la misma medida inicial de seis centímetros pero en fechas diferentes. Para el primer vaso que contenía tres centímetros de agua les expliqué que habían pasado tres semanas de haber sido expuesto al sol, para el segundo vaso que contenía cuatro centímetros de agua les expliqué que había sido expuesto al sol durante dos semanas y para el último vaso que contenía cinco centímetros de agua les comenté que duró una semana al sol. Para poder ejecutar la rutina de pensamiento llamada “*¿qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?*”, se expuso tres vasos con agua en una mesa y uno adicional que hacía referencia a la medida inicial de 6cms, medida con la que empezaron todos los vasos. Así se inició con las preguntas de la rutina: **qué está pasando**, es decir qué hay, qué ven; **qué está cambiando**, es decir, qué diferencias y similitudes hay dentro de los vasos, **qué va a pasar**, es decir, qué pasaría si se hubiera puesto un vaso con agua adicional hacía cuatro semanas dándoles un espacio de argumentación y luego guiándolas en su

respuesta se les mostró tres vasos con diferentes medidas del agua en los cuales uno de ellos era la respuesta correcta del vaso con agua puesto durante cuatro semanas. Como cierre de la rutina les pregunté qué razones podían ellas dar frente a lo sucedido, siempre preguntándoles a cada respuesta emitida el porqué de sus argumentos.

- iii. Con ayuda de ellas, pintamos lo sucedido con las medidas del agua en los distintos vasos a través de una gráfica de barras donde el “eje x” era el tiempo en semanas y el “eje y” era la medida de los vasos durante cada semana y así demostrarles que es equivalente al fenómeno visto en los vasos y representado ahora en la gráfica de barras. Realicé nuevamente la rutina de pensamiento donde finalmente las niñas proyectaron lo que hubiera pasado si lo hubiera dejado otro vaso con agua hace cinco semanas al sol.
- iv. Plasmé los resultados de las medidas de los vasos con agua en una secuencia numérica, solicitándoles explicaciones de lo observado y así evaluar si utilizaban un lenguaje variacional con conceptos como secuencia y patrón.
- v. Finalmente les compartí una explicación científica de la disminución del agua cuando ésta está expuesta al sol y escuché lo que ellas pensaban al respecto.

En el anexo 10.6 se presenta el registro de planeación de esta actividad.

5.2.3.2. Actividad No. 2

Nombre de la actividad: “Creando secuencias de triángulos”

Fecha: Febrero 18 de 2.014

Hora: 11:10am

Duración: 50 minutos

Objetivo General: Las estudiantes describirán regularidades y patrones en distintos contextos

Descripción detallada de la Planeación: La planeación se dividió en las siguientes fases:

- i. Se presentó un video inicial llamado “figuras geométricas” en el cual se observaban diferentes figuras geométricas cerradas y al finalizar éste se les preguntó qué mostraba el video y los nombres de algunas figuras vistas en él. El video fue proyectado dos veces para que las alumnas pudieran percibir distintas figuras.
- ii. Luego, se les pintó en una hoja tres figuras geométricas: triángulo, cuadrado y pentágono con el propósito de darle inicio la rutina de pensamiento momento en el cual les realicé las siguientes preguntas: **qué está pasando**, es decir qué hay, qué ven; **qué está cambiando**, es decir, qué diferencias y similitudes hay entre las figuras, **qué va a pasar**, es decir, qué figura seguiría en caso de pintar una siguiente al pentágono. Se dio un espacio de argumentación y luego se solicitó a una estudiante que pintara la figura consensuada entre las estudiantes...
- iii. Luego las estudiantes se dividieron en tres grupos y a cada uno se les entregó tres palillos para que con ellos realizaran una figura geométrica cumpliendo con el requisito que todas las puntas de los palillos se estuvieran tocando. Cada figura de los grupos fue expuesta para realizar una puesta en común para determinar cuáles cumplían con los requisitos solicitados y así llegar a la conclusión de que la única figura geométrica cerrada posible de conformar era el triángulo. Una vez expuestos los resultados, se entregaron

adicionalmente tres palillos para que realizaran una réplica de la primera figura (triángulo), una vez realizada se les entregó dos palillos adicionales para que se los añadieran a la figura dos sin modificarlo, cumpliendo con las mismas instrucciones anteriormente mencionadas. Se volvió a realizar una puesta en común exponiendo la forma que todos los grupos habían agregado esos dos palillos a la figura dos (triángulo) y así determinar si todos cumplían con los requisitos solicitados. Finalmente a cada grupo se le entregó cinco palillos más para que hicieran una réplica de la figura dos fueran y una vez realizada la figura tres se les entregó dos palillos adicionales para ser añadidos a la figura tres sin modificarla cumpliendo con las mismas instrucciones anteriormente mencionadas. Se realizó una puesta en común exponiendo la forma que todos los grupos habían agregado esos dos palillos a la tercera figura y así determinar si todos cumplían con los requisitos solicitados.

- iv. Una vez los grupos tenían las tres figuras les realicé la rutina de pensamiento *“¿qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?”*, en donde se les preguntó que veían en el ejercicio realizada, qué diferencias habían y se les solicitó realizar una figura número cuatro.
- v. Finalmente me senté con las estudiantes construir el triángulo inicial y así ir aumentando de a dos palillos cada vez. Mientras que realizaba la figura iba poniendo los números de palillos utilizados creando así una secuencia numérica. Dejé que las niñas observaran todo el ejercicio para ver si lo relacionaban con una secuencia y un patrón.

Para ver en detalle cómo se dio el desarrollo de la actividad con la intervención de las estudiantes remítase su registro de planeación anexo 10.8.

5.2.4. Entrevista a experto

Esta entrevista buscaba contrastar la opinión de cómo se debe abordar las matemáticas en preescolar según el conocimiento de un experto frente al que tienen las profesoras titulares de los grados donde se implementó la estrategia y cómo éstos están abordando la enseñanza de las matemáticas en el curso.

A continuación se encuentra la entrevista realizada al experto:

Pregunta	Respuesta del Experto
<p>1. ¿Cómo considera usted que se debe iniciar el proceso de enseñanza de las matemáticas en el preescolar?</p>	<p>Las matemáticas en el preescolar tienen que ser una continuidad de los conceptos matemáticos o de las matemáticas que por familiaridad el niño va desarrollando desde su hogar, es decir, el niño ya nace con conceptos matemáticos. Hay que tener claro que las matemáticas no son únicamente sumar y restar, no son simple operaciones; éstas empiezan hablar desde el mismo momento en que el niño reconoce un concepto, es decir, cuando estamos hablando de conocimiento de los conceptos diarios que éste vive; como por ejemplo cuando reconoce que esto es una cuerda o una pelota estamos hablando ya de conceptos matemáticos que luego comienza con el conocimiento de ese objeto, con las cualidades del mismo, como la forma, el color, tamaño, entre otros.</p> <p>Los conceptos matemáticos en el preescolar deben ser una continuidad de lo que se trabaja en la casa, sin embargo pienso que tiene que ser destinado a desarrollar en el niño el pensamiento lógico y la solución de problemas, es decir, que el niño por sí mismo y a través del razonamiento pueda resolver un problema matemático básico de la vida diaria, ejemplo: la mamá le dice, "méteme acá en esta bolsa los juguetes que son redondos y en esta los que son cuadrados". El niño debe estar en la capacidad de buscar la solución correcta y por otro lado, el maestro en la escuela es quien debe orientarlo para solucionar este tipo de problemas. Así mismo, si el niño viene con un objeto cuadrado y lo va a introducir en la bolsa equivocada, el maestro es el encargado de hacerlo reflexionar dándole una orientación y no simplemente diciéndole que está mal.</p> <p>Yo pienso que lo que se debe desarrollar desde el comienzo con el niño antes de meter conceptos algorítmicos y cualquier tipo de operación, es el pensamiento lógico, es decir que el niño aprenda a pensar con su lógica. Para desarrollar la lógica hay que ir integrando esas cualidades del objeto a través de propiedades y relaciones, es decir, que el niño entienda muy bien cuál es la propiedad del objeto y cómo se relaciona ese objeto espacialmente con él, con los demás y con otros objetos.</p>
<p>2. ¿Qué tipo de estrategias considera la más oportunas para enseñar matemáticas en el preescolar?</p>	<p>El juego es básico absolutamente para todo, en especial aquel que genere vivencia del concepto con su propio cuerpo. Una vez el niño lo puede vivir con su propio cuerpo ocurre lo que afirma Cesar Cole y Contance Kamii: cuando el niño vivencia corporalmente el concepto entiende mejor lo que se le enseña pues lo interioriza; por ejemplo, si el maestro le quiere enseñar nociones topológicas como arriba, al lado, encima y debajo, la guía no va a ser un elemento útil para que el niño aprenda y lo interiorice porque no lo está viviendo, pero si por el contrario le hace un juego en donde el niño deba colocarse encima y luego debajo de una mesa el niño va entender completamente esos términos ya que lo está vivenciando directamente con su propio cuerpo. El juego es fundamental en todo el proceso de aprendizaje porque por medio de éste se da la manipulación directa con los objetos ya que se tiene contacto directo con el material concreto y si éste tiene características llamativas hará que él lo quiera manipular y tener contacto directo con él. A través del ensayo y error, él puede mirar y darse cuenta si realmente las cosas funcionan como las está pensado (si esta ficha encaja o no en donde la quiere encajar), todo bajo la manipulación de los objetos. Si el niño tiene la posibilidad de manipular el objeto, de vivenciarlo con su propio cuerpo el concepto matemático le va a quedar mucho más fácil interiorizar.</p> <p>Las guías que muchos profesores utilizan deben ser un complemento y no el trabajo básico para la matemática, es decir, una guía se utiliza después de trabajar por varios días el concepto con el niño y de evidenciarlo con su cuerpo con el fin de tener como un referente para saber si llegan a esa etapa simbólica (abstracción del concepto) y así identificar si el niño está utilizando los conceptos matemáticos como tal. Repito que</p>

	jamás debe ser el medio para que el niño inicie el aprendizaje del concepto.
<p>3. ¿Cómo se conecta lo que los niños/as aprenden en preescolar cuando entran a primaria?</p>	<p>Ahí casi siempre hay una desconexión entre el paso del preescolar a primaria en instituciones que tienen una buena metodología. Generalmente se tiene la idea que como el niño pasa a primero de primaria éste deja de ser niño y necesita ser tratado como alguien mayor y más serio y por tal motivo se busca ponerlo en orden dictándole clases magistrales y es en ese momento cuando se pierde el juego y se pierde la posibilidad de que utilice materiales de forma concreta, pues el profesor se dedica a dictar clases magistrales en donde se trabaja directamente con un libro o un cuaderno haciendo sumas y restas; descuidando la parte vivencial que es lo más importante. Es decir, al niño le quitan la posibilidad de vivir las matemáticas y de saber que las matemáticas son fundamentales para su vida porque en cualquier momento se utilizan; por ejemplo: si el niño va a comprar a la tienda un dulce, necesita de las matemáticas; si va con la mamá al cine necesita de las matemáticas, todo en la vida tiene matemáticas. Puedo decir entonces que en ese proceso se genera una ruptura, es decir, la maestra en el preescolar de pronto utiliza el juego y los mecanismos pero cuando los niños pasan a primaria el maestro rompe ese juego y pasa a clase magistral donde solo hay libro o texto y cero manipulación de objetos. Es decir, como si el niño que cumpliera 8 años no siguiera con su pensamiento concreto sino que de una vez se pasa al abstracto, ahí es en donde hay ese rompimiento, pues el niño le coge la pereza a las matemáticas porque deja de entender y se empiezan a crear los vacíos; en la mayoría de los casos los profesores buscan cumplir con un contenido sin importar qué es lo que pasa con el estudiante y cuál es mi didáctica y el por qué no estoy haciendo que los niños realmente comprendan la matemática.</p>
<p>4. ¿Cómo se puede relacionar los temas en preescolar con las competencias en matemáticas que propone el MEN?</p>	<p>Las competencias de matemáticas propuestas por el ministerio están básicamente desarrolladas en el desarrollo del pensamiento lógico, en el desarrollo del razonamiento y en el desarrollo de solución de problemas. Todos los contenidos que se quieren trabajar en matemáticas deberían estar enfocados en desarrollar esas competencias, es decir, los contenidos deben ser el pretexto para desarrollar esas competencias y no al contrario. Por ejemplo si se quiere enseñar la resolución de problemas, se tiene que ver qué se debe enseñar, qué se puede inventar el maestro para que el niño realmente pueda desarrollar eso y a través del desarrollo de ese juego el niño va ir adquiriendo el concepto. Si no hay un aprendizaje significativo de las matemáticas, éstas se convertirían en algo memorístico y no de razonamiento ni de lógica, entonces, si el maestro no sigue utilizando los materiales concretos no va a conseguir el desarrollo de competencias sino simplemente el contenido: el niño aprendió esto y ya. En estos casos el profesor busca es el resultado, si por ejemplo en una evaluación el niño no da la respuesta exacta el resultado no es válido y nunca mira el proceso que ha llevado el estudiante y qué pasa con el razonamiento del niño. Muchas veces el estudiante hace el proceso bien pero la respuesta está mal o tiene el proceso mal pero la respuesta está bien, es desde este punto en donde el profesor debe empezar a mirar qué es lo que está pasando con el desarrollo del pensamiento de ese estudiante.</p> <p>Las profesoras de preescolar deben tener claras las competencias básicas que propone el MEN para los niños de tercer grado de primaria y así recorrer un mismo camino y no por dos diferentes como está pasando hoy en día. Las matemáticas en algunos preescolares son muy diferentes a las matemáticas de primaria, pues es como si el estudiante dejara de ser un niño que juega y por tal motivo cambian la metodología de enseñanza. Si miramos los estándares del MEN de primero a tercer grado vemos que hay competencias muy básicas que se pueden empezar a desarrollar desde el preescolar y la idea es darle continuidad, es decir, el mismo plan de acción para que el niño cuando llegue a tercero de primaria realmente cumpla con las metas propuestas por los estándares. La clave en todo este proceso es la didáctica que se trabaja porque se rompe de un juego en donde el niño ve que las matemáticas son agradables y se pasa a un esquema totalmente tradicional, de guías y de textos.</p>

6. Análisis de Resultados

A partir de las categorías de análisis mencionadas en la metodología se hará un análisis de cada una respondiendo los objetivos planteados en esta investigación.

6.1. Análisis de la entrevista a las docentes titulares de los dos transiciones trianguladas con la entrevista al experto.

Se analizará la entrevista realizada a las dos docentes de transición de los colegios participantes con el fin de entender cómo están abordando la enseñanza de las matemáticas y los conceptos que ellas tienen de dicha materia. Se hará una triangulación con la entrevista realizada al experto con el fin de contrastar sus respuestas a partir de las categorías de análisis propuestas en la metodología. Para profundizar en la entrevista completa remítase al capítulo de intervención.

6.1.1. Qué hay que enseñar

Parece ser que las profesoras titulares están más interesadas en el desarrollo del contenido de lo que deben enseñar que en el desarrollo de habilidades de pensamiento y competencias de los estudiantes, esto se pudo evidenciar en la respuesta de la profesora no. 1 quien afirmó: “lo que quiero es que cuenten, sumen y resten”, en la misma línea la profesora no. 2 dijo: “en este grado se da el primer acercamiento a las sumas y restas en inglés, si salen con eso de transición nos damos por bien servidas, (...) en este colegio las matemáticas en transición es aprender a sumar y a restar”. Como se puede observar, estas apreciaciones parecen ir en contra del deber ser de las matemáticas, ya que como lo afirmó el experto: “yo pienso que lo que se debe desarrollar desde el comienzo con el niño antes de meter conceptos algorítmicos y cualquier tipo de operación, es el pensamiento lógico, es decir que el niño aprenda a pensar con su lógica.” Reforzando el argumento anterior volvió a afirmar: “todos los contenidos que se quieran trabajar en matemáticas deberían estar enfocados en el desarrollo de las competencias”, así mismo “los contenidos deben ser el pretexto para desarrollar esas competencias y no al

contrario” y para lograrlo es necesario “que las profesoras de preescolar tengan claro las competencias básicas que proponen el MEN para los niños de tercer grado de primaria”. Según el MEN (2003) en los primeros se debe incluir en el trabajo con los estudiantes el desarrollo del “pensamiento métrico, el cual consta en realizar y describir procesos de mediación de patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto; el desarrollo del pensamiento numérico que consta de reconocer congruencias y semejanzas entre figuras (ampliar y reducir) y el pensamiento aleatorio, el cual consta de representación de datos relativos en el entorno usando objetos concretos, pictoramas y diagramas de barras” (pág. 79).

6.1.2. Cómo hay que enseñar

Respecto a la forma de cómo hay que enseñar, las profesoras titulares coinciden con lo que dice el experto frente a la enseñanza a través del juego y la lúdica. Con lo anterior las profesoras titulares compartieron esta línea de enseñanza diciendo: “tratamos de hacer que aquí todo sea muy lúdico, (...) es esencial que sea un juego y así lo hago, (...) la manera de incluir nuevos temas y enseñarles otras cosas debe ser a través del juego”, Profesora no. 1. “Lo que se busca es que por medio del juego se dé un primer acercamiento”, Profesora no. 2. Al revisar la visión del experto hace referencia y lo argumenta así: “el juego es fundamental en todo el proceso de aprendizaje porque por medio de éste se da la manipulación directa con los objetos, (...) el juego es básico absolutamente para todo, en especial aquel que genere vivencia del concepto con su propio cuerpo, (...) una vez el niño lo puede vivir con su propio cuerpo ocurre lo que

afirma Cesar Cole y Contance Kamii: cuando el niño vivencia corporalmente el concepto entiende mejor lo que se le enseña pues lo interioriza.”

Frente al uso de guías en el proceso de enseñanza, la experta y las maestras titulares coinciden que no se debe abusar del uso de guías en el proceso de enseñanza y que éstas deben ser utilizadas como un complemento. Con respecto a esto las profesoras titulares afirman que “las guías son unas herramientas importantes pero buscamos no pasarnos horas enteras llenándolas sino hacer algo más práctico” comenta la Profesora no. 1. En la misma línea, la experta afirma que “las guías que muchos profesores utilizan deben ser un complemento y no el trabajo básico para la matemática, (...) una guía se utiliza después de trabajar por varios días el concepto con el niño y de evidenciarlo con su cuerpo con el fin de tener como un referente para saber si llegan a esa etapa simbólica (abstracción del concepto) y así identificar si el niño está utilizando los conceptos matemáticos como tal, (...) jamás debe ser el medio para que el niño inicie el aprendizaje del concepto”. La experta argumenta lo anterior pues afirma que “si el maestro le quiere enseñar nociones topológicas como arriba, al lado, encima y debajo, la guía no va a ser un elemento útil para que el niño aprenda y lo interiorice porque no lo está viviendo, si por el contrario, (...) le hace un juego en donde el niño deba colocarse encima y luego debajo de una mesa, el niño va entender completamente esos términos ya que lo está vivenciando directamente con su propio cuerpo”. Seguido a esto la experta menciona que a través del juego se da algo muy importante como lo es el aprendizaje por medio de ensayo y error “a través del ensayo y error, él puede mirar y darse cuenta si realmente las cosas funcionan como las está pensado (si esta ficha encaja o no en donde la quiere encajar), todo bajo la manipulación de los objetos.”

Por otro lado la experta afirma que generalmente se da un rompimiento de metodologías de enseñanza entre preescolar y primaria pasando generalmente de una lúdica a una general, “la clave en todo este proceso es la didáctica que se trabaja, normalmente esta parte de un juego en donde el niño ve que las matemáticas son agradables, sin embargo se rompe la dinámica y pasa a un esquema totalmente tradicional, de guías y de textos.” En primaria “el profesor se dedica a dictar clases magistrales en donde se trabaja directamente con un libro o un cuaderno haciendo sumas y restas; descuidando la parte vivencial que es lo más importante, (...) si el maestro no sigue utilizando los materiales concretos no va a conseguir el desarrollo de competencias sino simplemente el contenido.”

Se hace evidente que el juego es básico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los niños. Como mencionan los entrevistados, las guías deben ser un complemento y no un elemento esencial en el preescolar, las cuales deben ser utilizadas posteriormente del desarrollo de las competencias. Vale recalcar que una preocupación para la experta, es el paso de los estudiantes de preescolar a primaria y la desconexión que esto genera frente a los aprendizajes que se dan en preescolar y los que se van a adquirir en primaria, ya que como se mencionó anteriormente, se pasa de una enseñanza lúdica a una enseñanza tradicional, rompiendo de esta manera el proceso que las estudiantes venían teniendo. En su preocupación el experto menciona: “se tiene la idea que como el niño pasa a primero de primaria éste deja de ser niño y necesita ser tratado como alguien mayor y más serio y por tal motivo se busca ponerlo en orden dictándole clases magistrales y es en ese momento cuando se pierde el juego y se pierde la posibilidad de que utilice materiales de forma concreta”

Es preponderante mencionar que a pesar de que las profesoras titulares afirmaban que el juego y la lúdica era esencial para el proceso de enseñanza y aprendizaje de los niños, éstas se contradicen, pues durante la entrevista mencionaron: “anteriormente estábamos usando un libro que de pronto no daba espacio para que tuviéramos muchas actividades lúdicas, y (...) trabajar en ese libro nos limita la parte de la experiencia y la del juego y es por eso que nos dimos cuenta que no hacía un buen complemento con lo que nosotras en transición queremos desarrollar, (...) lo usamos para las evaluaciones.”

Hasta el momento las citas de la profesora no. 1 tienen coherencia, sin embargo durante el desarrollo del pilotaje del mismo colegio fue evidente que la profesora utilizaba el libro como herramienta principal de trabajo en sus clases. Contrario a la profesora no. 1, la profesora no. 2 confirmó los lineamientos del colegio frente al tema de discusión: “nos guiamos en un libro gordo que usamos para este curso “Go Math” en los cuales hay varios ejercicios repetitivos y del tema que vayamos a ver, (...) nuestra guía de trabajo es el libro y lo usamos mucho, la idea es poder completar todo lo que se pueda, sin embargo no podemos olvidar la parte didáctica entonces es una mezcla con los dos. Pero realmente lo que prima acá, más que la parte didáctica, es el libro pues esa es la orden del colegio, (...) también mandamos tareas a la casa donde nos ayudan a practicar lo visto, (...) escribimos en los cuadernos, hacemos operaciones, hacemos muchos ejemplos de problemas sencillos de sumas o de restas. Con las respuestas anteriores de las dos titulares, es evidente que para ellas es importante el juego y la lúdica, sin embargo la implementación de esto en el aula no es proporcional a su visión frente al tema. La contradicción en sus respuestas hace que la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes siga enfocada en utilizar el libro, cuadernos y guías como herramientas principales para el desarrollo de sus clases. Para el MEN (2003) las

estrategias y herramientas que deberían primar en la enseñanza de competencias matemáticas son las siguientes: “partir de situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo (...) que superen el aprendizaje pasivo, gracias a que generen contextos accequibles a los intereses y capacidades intelectuales de los estudiantes” (pág. 72). Otra estrategia propuesta por el MEN (2003), es “diseñar procesos de aprendizaje mediados por los escenarios culturales y sociales, el aprendizaje se propone como un proceso activo que emerge de las situaciones de los estudiantes y contextos, entre los estudiantes -estudiantes y entre estudiantes-profesores en el tratamiento de situaciones matemáticas.”. Propone igualmente “fomentar en los estudiantes actitudes de aprecio seguridad y confianza hacia las matemáticas (...), vencer estabilidad e inercia de las prácticas de enseñanza de las matemáticas y aprovechar la variedad y eficacia de los recursos didácticos” (pág. 73-74). Por último, el MEN (2003) hace un llamado al cambio de los métodos evaluativos proponiendo una evaluación formativa: “la evaluación formativa ha de poner énfasis en la valoración permanente de las distintas actuaciones de los estudiantes cuando interpretan y tratan situaciones matemáticas y a partir de ellas formulan y solucionan problemas. Estas actuaciones se mejoran cuando el docente mantiene siempre la exigencia de que los estudiantes propongan interpretaciones y conjeturas; proporcionen explicaciones y aplicaciones; argumenten justifiquen y expliquen los procedimientos seguidos o las soluciones propuestas.” (pág. 75).

6.1.3. Para qué enseñar

Las titulares afirman que la enseñanza de las matemáticas ayudan a los estudiantes a “desarrollar habilidades que se buscan y se pretenden en estos niveles, (...) la matemática nos ayuda a formar todas las características y esas habilidades que necesitamos ir inculcando y desarrollando para el futuro”, Profesora 1. La Profesora 2 por su lado afirma que deben “estar listas para lograr ciertos razonamientos, seriaciones y aprender cosas básicas en la vida tales como sumar y restar, si salen con eso de transición nos damos por bien servidas. Lo que viene ya se ve en primero.” Por otro lado el experto afirma que se debe enseñar para que “el niño por sí mismo y a través del razonamiento pueda resolver un problema matemático básico de la vida diaria, (...) el niño entiende muy bien cuál es la propiedad del objeto y cómo se relaciona ese objeto espacialmente con él, con los demás y con otros objetos, (...) se desenvuelve en la vida porque todo en la vida tiene matemáticas, son fundamentales en cualquier momento.” Es notorio que para el experto el fin de enseñar las matemáticas es que el estudiante se pueda desenvolver en su vida diaria resolviendo problemas sencillos, reconociendo las cualidades del objeto, entre otras cosas, mientras que para las profesoras titulares el fin se enfoca en cumplir con los contenidos académicos que deben lograr los estudiantes al finalizar su grado de transición. . Para el MEN (2003) “en el conocimiento matemático se han distinguido dos tipos básicos: el conocimiento conceptual y el procedimental” (pág.50), esto demuestra que la adquisición de competencias matemáticas debe darse de las dos maneras, tanto teórica, como práctica. Teniendo en cuenta lo expresado por el MEN (2003), las competencias matemáticas se alcanzan en la medida en que el niño sepa resolver problemas de la vida diaria, exteriorizar su conocimiento, hacer relaciones

entre variables, evaluar situaciones entre muchas otras cosas. Este pensamiento facilita la adquisición de los algoritmos matemáticos, los cuales deben enseñarse por medio de la práctica y no debe al revés, es decir, la teoría enseñada para que el niño llegue por sí sólo a implementarla en la práctica. Para lo anterior el MEN (2003) expone la importancia uso de los 5 procesos generales de la actividad matemática durante el desarrollo de las clases, “los cinco procesos generales que contemplaron los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y formular comparar y ejercitar procedimientos algorítmicos” (Pág. 52).

6.1.4. Cómo evaluar

Ambas titulares afirman que la forma de evaluar se da en el diario de sus clases “yo creo que hace parte del diario, entonces en ese trabajo diario con ellas tú te das cuenta a quiénes no les ha quedado claro lo que estamos viendo y a quiénes sí, (...) mediante las actividades diarias se puede ver el rol que está desempeñando cada niña y darse cuenta si alguna necesita constantemente apoyo de la otra o revisar constantemente lo que ha hecho la otra para dar respuesta a un ejercicio, entonces hay que reforzar con ella, (...) lo que tenemos son de pronto las evaluaciones (por llamarlo así) de ese libro” Profesora no. 1. Sin embargo ésta afirma que al final del año para evaluar el aprendizaje de los contenidos por parte de las estudiantes, es necesario uso de la guía. Profesora 2, en el día a día por medio de ejercicios de jugar, con tarjetas o preguntas, de construcción (robot con figuras) y al preguntarles aleatoriamente por medio de concursos se ve el trabajo individual en cada una. Por otro lado la experta menciona que “cuando se evalúa

por medio de la guía el profesor busca es el resultado, si por ejemplo en una evaluación el niño no da la respuesta exacta, el resultado no es válido y nunca mira el proceso que ha llevado el estudiante y qué pasa con el razonamiento del niño. Muchas veces el estudiante hace el proceso bien pero la respuesta está mal o tiene el proceso mal pero la respuesta está bien, es desde este punto en donde el profesor debe empezar a mirar qué es lo que está pasando con el desarrollo del pensamiento de ese estudiante.” A pesar que las profesoras afirman que la evaluación se debe dar en el día a día en las actividades realizadas con sus estudiantes se contradicen cuando dicen que por un lado utilizan los ejercicios del libro para evaluar y por el otro afirman que hacen uso de evaluaciones formales con cierta periodicidad. Mientras que lo que el experto dice acerca del uso de guías, es que el problema es que se evalúa una única respuesta (resultado), dejando de lado el proceso que lo llevó a la respuesta.

6.1.5. Conocimientos generales

Con respecto al conocimiento de los estándares básicos de competencias en matemáticas por el MEN, las profesoras no tuvieron respuestas concretas y acertadas, pues sus comentarios a continuación lo evidencian, “sí, pero que yo te diga sí claro: son tales y tales y tales y tales... no, (...) no he leído ningún documento oficial (digámoslo así) tal como “los lineamientos para el área de matemáticas”, Profesora 1. “no sé si sean las mismas que usamos acá pero podría decir que tienen que ver con el razonamiento matemático, medición, clasificación y concepto de número, pero así que te diga ya cuales son las del ministerio, no,” Profesora 2. Sus respuestas son evidencias para concluir que ninguna de las profesoras ha leído del documento del MEN sobre las

competencias básicas de matemáticas. Contrario a lo anterior, el experto afirma que “las competencias de matemáticas propuestas el ministerio están básicamente desarrolladas en el desarrollo del pensamiento lógico, en el desarrollo del razonamiento y en el desarrollo de solución de problemas, (...) si miramos los estándares del MEN de primero a tercer grado vemos que hay competencias muy básicas que se pueden empezar a desarrollar desde el preescolar y la idea es darle continuidad, es decir, el mismo plan de acción para que el niño cuando llegue a tercero de primaria realmente cumpla con las metas propuestas por los estándares, (...) las profesoras de preescolar deben tener claras las competencias básicas que propone el MEN para los niños de tercer grado de primaria y así recorrer un mismo camino y no por dos diferentes como está pasando hoy en día.”

Es evidente que la sugerencia del experto está alineada a que las docentes de preescolar conozcan las competencias básicas en matemáticas propuestas por el MEN para tercer grado, con el fin de alinear a los estudiantes de transición al cumplimiento de las competencias en tercer grado, pues son éstas muy básicas y deberían desarrollarse tempranamente en preescolar. Lo esencial es que desde preescolar, las estudiantes sean encaminadas al desarrollo de dichas competencias y de esta manera continúen su aprendizaje en primaria.

En cuanto las matemáticas y el pensamiento matemático, la profesora no. 1 afirma que “el pensamiento matemático es como la habilidad de pensar en algo más... que es a su vez abstracto y en cierta forma concreto, sí?, (...) considero las matemáticas como un lenguaje, es otro lenguaje que aborda todo el proceso de pensamiento que las niñas necesitan desarrollar en todas estas etapas de formación.” La profesora no. 2 menciona que “es una asignatura o una herramienta de pensamiento que se desarrolla en

los estudiantes desde muy chiquitos, (...) es lograr que los alumnos sean capaces de resolver ciertas situaciones o problemas en los cuales deben o estén implicados números en donde tengan que sumar o restar”. Por otro lado la experta afirma que “las matemáticas empiezan a hablar desde el mismo momento en que el niño reconoce un concepto, es decir, cuando estamos hablando de conocimiento de los conceptos diarios que éste vive”, como por ejemplo “cuando el estudiante reconoce que esto es una cuerda o una pelota estamos hablando ya de conceptos matemáticos que luego comienza con el conocimiento de ese objeto, con las cualidades del mismo, como la forma, el color, tamaño, entre otros, (...) hay que tener claro que las matemáticas no son únicamente sumar y restar, no son simple operaciones.” Se puede decir que el significado de las matemáticas para las profesoras titulares es distinto, pues a pesar de que una de ellas considera que las matemáticas son un lenguaje y un pensamiento que se necesita desarrollar en todas las etapas de formación, éstas siguen muy ligadas a que las matemáticas son simplemente operaciones de suma y resta, dejando de lado las competencias que las matemáticas dan.

En cuanto al conocimiento de los tipos de pensamiento matemático, las docentes titulares no parecen tener un concepto claro de cuáles son. La profesora no. 1 afirma que “puede hablar del pensamiento lógico, el pensamiento espacio-temporal, creo que es espacial, pero ya, ahí paramos. Te puedo decir que eso se maneja pero no te puedo hablar con seguridad de ellos, mientras que la profesora no. 2 comenta “no sé si sea el lógico, abstracto, espacial, numérico y de relaciones espaciales. Los tengo en cuenta para evaluar pero no todos se realizan en este nivel.” A pesar que sus respuestas hacen

referencia a algunos pensamientos tales el numérico y espacial pero es notorio que no los reconocen en su totalidad.

En cuanto al pensamiento variacional, las titulares en la entrevista no mencionaron en ningún momento este pensamiento y cuando se les preguntó directamente sobre qué conocían de él, dijeron lo siguiente: “No, nada” Profesora no. 1 y “Pensamiento qué? poco... pues de eso no trabajamos en transición” Profesora no. 2. Es evidente que a pesar de haber trabajado contenidos que involucran este pensamiento no lo reconocen ni lo asocian con lo que las estudiantes ven en sus clases.

Como lo mencionó la experta, es necesario que las profesoras conozcan los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas para que vayan encaminadas a una misma enseñanza en sus alumnos. Es evidente que las profesoras titulares no han leído un documento oficial de las matemáticas para que tengan una metodología alineada a lo exigido por la estancia más alta en la educación -MEN-, por el contrario se guían por los contenidos que exige el colegio, dejando de lado las competencias básicas y centrándose únicamente en el contenido.

Finalmente con el análisis de estos resultados, se puede tener una idea de cómo se está abordando la enseñanza de las matemáticas y en particular el pensamiento variacional en el grado de transición, según los conocimientos de las docentes para la enseñanza de la misma.

6.2. Análisis del diagnóstico inicial

Ejercicio Aplicado	Qué se Buscaba	Análisis de los Resultados
Secuencia de Camisas	Las alumnas hicieran una descripción verbal de los objetos observados enunciando sus cualidades para luego replicar la secuencia observada y así argumentar sus razones para identificar si existe el uso del lenguaje variacional durante la descripción.	<ul style="list-style-type: none"> La mayoría de las estudiantes pintó la secuencia solicitada cumpliendo con el patrón: grande, pequeño. Muy pocas expresaron que había un patrón: “camisa grande, camisa pequeña.” Muy pocas describieron cualidades de las camisas en la secuencia Muy pocas utilizaron un lenguaje variacional al explicar el porqué de su resultado Muy pocas relacionaron el dibujo con situaciones cotidianas de la vida diaria
Secuencia de Figuras con una variable -corazón y estrella- Secuencia de Figuras Geométricas con dos variables -cuadrado, rectángulo y tamaño- Secuencia de Figuras Geométricas con una variable -círculo y tamaño- Secuencia numérica con una variable	Se pretendía que el resultado no fuera el de completar el ejercicio, por el contrario se buscaba que la estudiante lograra expresar verbalmente el proceso mental que la llevó a dar dicho resultado y así identificar el uso del lenguaje variacional durante la descripción.	<ul style="list-style-type: none"> Todas las estudiantes, menos una: pintó la figura que seguía en la secuencia (corazón) La mayoría no explicó por qué en la secuencia seguía corazón y no la otra figura Todas las estudiantes, menos una: reconoció el patrón corazón, estrella. Muy pocas verbalizaron qué “corazón, estrella” era el patrón de la secuencia y tampoco verbalizaron que era una secuencia Muy pocas utilizaron el lenguaje variacional para expresarse En la secuencia del ejercicio 4 hubo algunas estudiantes que lograron seguir el patrón de figura pero no el de tamaño Todas las estudiantes reconocieron que el ejercicio 5 era una secuencia numérica, pocas pudieron verbalizar la palabra secuencia
Secuencia de torres ascendente	Se buscaba que las estudiantes además de escoger la torre faltante en la secuencia, describiera verbalmente lo que veía en el ejercicio identificando el cambio para así reconocer el proceso mental que la llevo a dar ese resultado con el fin de identificar el uso del lenguaje variacional durante la descripción.	<ul style="list-style-type: none"> La mayoría logró seleccionar correctamente la figura de cubos que faltaba Muy pocas lograron verbalizar lo que estaba ocurriendo en la secuencia Ninguna utilizó el lenguaje variacional para describir lo que estaba pasando en el ejercicio
Encuentra su igual	Las estudiantes debían encontrar la secuencia numérica equivalente al ejemplo entre las opciones dadas y describir verbalmente lo que veían con el fin de identificar el uso del lenguaje variacional durante la descripción.	<ul style="list-style-type: none"> Todas las estudiantes, menos una: dio la respuesta equivalente al ejercicio Muy pocas lograron identificar que el ejercicio era una secuencia Ninguna utilizó el lenguaje variacional para dar explicación a su respuesta Todas reconocieron que en la secuencia habían números
Secuencia abierta de triángulos	En este ejercicio se busca que la estudiante verbalice mediante el uso del lenguaje variacional lo que observa en las dos primeras figuras. Además se pretende que la estudiante responda qué sigue en la secuencia de acuerdo al primer parámetro dado y de esta manera logre expresar qué la llevo a dar dicho resultado.	<ul style="list-style-type: none"> La mayoría expresó el orden en el ejercicio: triángulo grande, triángulo pequeño La mayoría pintó la secuencia utilizando el patrón grande, pequeño Algunas se les dificultó dibujar los triángulos en la misma posición Muy pocas utilizó el lenguaje variacional para expresarse

El cuadro anterior demuestra que las estudiantes han trabajado en el pensamiento variacional ya que pueden completar una secuencia incompleta con resultados acertados, sin embargo en sus respuestas fue evidente que no hacían uso de un lenguaje variacional, pues no podían explicar verbalmente el porqué de sus respuestas, de hecho a cada cuestionamiento del porqué de sus respuestas, su forma de argumentar era “porque sí,

porque ese sigue”. Esto demuestra que claramente el lenguaje variacional se ha trabajado, sin embargo las docentes no están siendo conscientes de esto, haciendo que las estudiantes no tengan un conocimiento intrínseco y claro para resolver distintos elementos que posean lenguaje variacional. Esto por ejemplo se pudo también observar en el primer ejercicio del diagnóstico, pues al pedirles una descripción de lo que observaban, simplemente decían: “camisas”, omitiendo detalles del objeto, como tamaño, forma, entre otras características. Así mismo, en el ejercicio de secuencia de torres ascendientes, cuando se les preguntó por qué habían escogido la torre faltante, ellas argumentaron nuevamente “porque sí, porque le hace falta esta torre”, dejando de lado todo el lenguaje variacional, como por ejemplo, que el número de cubos aumenta en cada torre, que cada torre tiene un cambio, entre otras características.

Se puede observar que hay una serie de conclusiones mecánicas de las alumnas que reafirman una primera aproximación a los conceptos asociados con variación que tienen las estudiantes de las instituciones participantes.

6.3. Análisis de la estrategia

A continuación se realizará un análisis de la estrategia de acuerdo a las categorías de análisis mencionadas anteriormente.

6.3.1. Alcance de la evaluación de la estrategia

Después de implementar las actividades en los colegios y luego de hacer un análisis de cada uno de los registros de observación, es notorio que las niñas estuvieron interesadas en las actividades ya que en el momento en el que se veían los videos

iniciales de cada actividad y cuando se realizaban los ejercicios, las estudiantes estaban muy atentas a lo que estaba sucediendo, pues sabían que iba a hacer preguntas sobre eso para poder avanzar al siguiente paso.

En la primera actividad se vio el interés que tenían las niñas en ésta, puesto que durante la actividad del vaso del agua, las niñas corrían a ver qué había pasado con la cantidad de agua que había en el vaso. Una vez oyeron el motivo por el cual el agua bajaba de nivel al estar expuesta al sol, las alumnas decían emocionadas: “viste que lo que dije estaba bien, yo sabía., si lo sabía., qué chévere lo que pasa volvamos a hacerlo.”

Cada vez que se culminaba con las actividades, las estudiantes se acercaban a preguntar cuando sería el día en el que volveríamos a trabajar, así mismo en el colegio no. 2, al enterarse que la actividad sería un día, gritaron: “aaaah, qué pesar”.

Lo anterior confirma que las actividades de la estrategia fueron llamativas e interesantes para las estudiantes, puesto que la gran mayoría participó de forma activa en el proceso de aprendizaje de las mismas.

Por otro lado, es interesante observar el comportamiento de las niñas durante el desarrollo de las actividades de la estrategia, ya que el primer día que se realizó la primera actividad en cada uno de los colegios era evidente que al principio las niñas no participaban pero poco a poco durante la actividad fue interesante ver como las niñas que no participaban comenzaban a hacerlo y así empezaron a estar activas en éstas.

6.3.2. Evidencias de pensamiento

Durante el desarrollo de las actividades se hizo evidente que las alumnas utilizan el pensamiento variacional y lo comunican a través de sus palabras, pues la actividad estimuló a esto. En la primera actividad las niñas se vieron obligadas a describir el cambio observado frente al comportamiento de la cantidad de agua en los vasos dependiendo de las semanas expuestas al sol. Al ver el comportamiento, ellas expresaron lo siguiente “profe, el agua bajó una línea, (...) disminuyó una línea, (...) a disminuir otra línea, (...) disminuyó.”

Durante esta actividad también se pudo observar el traslado de situaciones a diferentes contextos describiendo regularidades y patrones por parte de las alumnas, como por ejemplo cuando se trasladó la secuencia de los vasos a la gráfica de barras y posteriormente a una secuencia numérica; esto hizo que las niñas identificaran que una situación se podía reflejar a través de diferentes medios (vasos, gráficas y secuencias numéricas).

Por otro lado, al realizar la rutina de pensamiento cuando se les preguntaba que está pasando, las alumnas describían con sus palabras los objetos que veían, por ejemplo en la primera actividad ellas decían: veo vasos, todos tienen agua, hay números, los vasos son transparentes. En la segunda actividad, ellas decían: veo figuras, todas tienen líneas rectas, todas tienen puntas, hay triángulos, hay un cuadrado, hay un pentágono. Lo anterior demuestra que las estudiantes se enfocan en describir las cualidades del objeto al ser realizada la primera pregunta de la rutina de pensamiento. El segundo componente de la rutina, qué está pasando, lleva a las estudiantes a describir cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando un lenguaje natural. En la primera actividad

las alumnas decían: “el agua está bajando cada vez más en los vasos, (...) la cantidad del agua es diferente, (...) los números están cambiando, (...) van de uno en uno o de dos en dos, (...) van aumentando, van disminuyendo.” En la segunda actividad se observaron varias cosas: primero las niñas expresaban que una figura tenía más puntas que la otra y más líneas rectas, también se observó que las estudiantes construían y relacionaban secuencias numéricas y geométricas a través del ejercicio de la secuencia de triángulos.

En la tercera pregunta de la rutina de pensamiento, qué va a pasar, enfocó a las estudiantes a predecir el cambio que seguiría en la secuencia, a crear hipótesis y conjeturas. Algunas afirmaciones de las estudiantes fueron las siguientes: “el número que seguiría es 12, (...) el vaso que seguiría es ese -el de tres cms- (...) la figura que seguiría es de seis líneas -un hexágono-, (...) al preguntarles cual seguí la mayoría respondió con sus dedos, 11, (...) yo creo que el agua baja, (...) quedaría sin agua, (...) si le aumentamos otros dos formamos cinco triángulos, (...) el agua se vuelve café, (...) el agua se va, (...) el agua queda igual, (...) el agua se seca.” Las afirmaciones de las estudiantes se dieron una manera distinta a lo que generalmente se acostumbra, pues los dos pasos anteriores de la rutina de pensamiento aseguraron una reflexión para llegar a un proceso adecuado para el desarrollo del pensamiento variacional, dejando de lado un ejercicio mecánico. Finalmente, cuando se les preguntó qué era lo que estaban viendo, ellas dijeron, “sí, es una secuencia porque el patrón es uno, (...) el patrón es dos, (...) va agregándole de dos en dos, entre otras.”

Durante la aplicación de las actividades fue evidente que no solo se desarrolló el pensamiento variacional, sino que también se trabajaron otros pensamientos de manera simultánea. El primero de ellos, el pensamiento numérico, fue utilizado cuando las

estudiantes tuvieron que contar, ver números, sumar, restar durante cada secuencia; las estudiantes afirmaron respuestas de la siguiente manera: “mira cuatro –cuenta con sus dedos dos más- ahora son seis, -cuenta con sus dedos dos más- ahora son ocho, (...) veo números, (...) hay 10 cms, (...) son seis, después de contar con sus dedos.” De igual forma, una secuencia lleva a que la niña entienda el concepto de orden numérico cuando al ver una secuencia, relaciona su orden para definir que va primero, segundo y tercero. Teniendo en cuenta lo expuesto por Piaget (1994) afirma que en la primera infancia se adquiere por intuición los primeros números, ya que se pueden dar figuras correspondientes a los mismos. Sin embargo, es a partir de los 7 años que se entiende que hay una serie indefinida de números, al igual que se entiende, la suma, la resta, la multiplicación y la división. Esto se debe a que el número es un compuesto de las operaciones y necesita por ende, una construcción previa. Un número, es precisamente la suma de unidades iguales entre sí, es decir, 2 es una unidad mayor que uno y 3 una unidad mayor que 2. Los números suponen entonces una sucesión ordenada, y una seriación de relaciones en orden. El hecho de que el número aparezca al mismo tiempo que las operaciones cualitativas, se debe a sus características ordinales y cardinales. La numeración intuitiva que mantiene el niño en la primera infancia no cambia sino hasta cuando es capaz de manejar simultáneamente las operaciones de seriación y el encajar las clases. De esta manera la correspondencia del número, se relaciona con su equivalencia.

Por su parte el pensamiento espacial y geométrico hace referencia en la rutina de pensamiento, puesto que las alumnas reconocieron y crearon figuras y las ubicaron en el espacio, por ejemplo cuando realizaron la secuencia de triángulos, ellas mismas los crearon, los ubicaron en las hojas, hicieron triángulos al lado, arriba, abajo y definieron

sus tamaños y formas, “veo figuras, (...) hay triángulos, (...) este queda al lado, (...) todos juntos forman una rueda.” Frente al desarrollo del pensamiento métrico en la actividad de los vasos de agua, las estudiantes tuvieron que medir y entender constantemente cuánta agua había en cada vaso de acuerdo a las semanas que llevaban expuestos al sol. Sin usar este tipo de pensamiento hubiera sido imposible darle una explicación al fenómeno del ciclo del agua, pues fueron las medidas las que explicaron el fenómeno de evaporación generado por el sol. Esto se reflejó con comentarios de las estudiantes, “habían 10 centímetros ahora hay ocho, (...) habían seis centímetros, (...) si lo dejamos otra semana va a haber dos cms.” Finalmente, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos se observaron en la realización de las actividades pues la predicción de las situaciones es el componente tres de la rutina de pensamiento, qué va a pasar. Esto se da a partir de la información que el estudiante tiene en su secuencia para poder predecir el elemento o situación siguiente.

6.3.3. Manifestación de hábitos de la mente

Durante el desarrollo de las actividades se manifestó varios hábitos de la mente entre esos: manejo de impulsividad, escuchar con entendimiento y empatía, pensamiento flexible, pensar y comunicarse con precisión y claridad y pensamiento interdependiente.

- *Manejo de la impulsividad:* en los primeros ejercicios las estudiantes daban una respuesta impulsiva a las preguntas planteadas, de hecho lo hacían sin pedir su turno para hablar. Poco a poco fueron tomando el hábito de pensar antes de responder, lo cual hizo que las alumnas levantaran sus manos antes de dar sus respuestas controlando de esta forma su impulsividad. Otro de los

descubrimientos que generó esta rutina de pensamiento fue lograr que las estudiantes controlaran su impulsividad a través de los pasos de la misma, ya que los mismos pasos invitan a la estudiante a reflexionar primero qué está pasando, qué está cambiando para luego decir, qué va a pasar; contrario a lo que sucede normalmente cuando las profesoras le entregan materiales de secuencias en los que solamente le están preguntando al estudiante qué va a pasar.

- *Escuchar con entendimiento y empatía:* durante el desarrollo de la estrategia y en la rutina de pensamiento, las estudiantes fueron expuestas a escuchar opiniones de sus compañeras contrastadas con las de ellas mismas con respecto a un tema en particular de esta forma podían ver distintos puntos de vista y compartir las de cada una. La rutina de pensamiento lleva a las niñas a escucharse a la otra constantemente por que las estudiantes están siendo parte activa en todo su proceso de aprendizaje.
- *Pensamiento flexible:* es común que los estudiantes se cierren a un único punto de vista, sin embargo como se mencionó anteriormente con la rutina se vieron obligadas a escuchar los diferentes puntos de vista y muchas veces realizaron conjeturas que fueron probadas por ellas mismas cuando se les dio una explicación científica, actividad número uno, o cuando por ellas mismas encontraron la solución al desarrollo de la secuencia, actividad número dos.
- *Pensar y comunicarse con precisión y claridad:* durante la rutina de pensamientos las estudiantes se vieron obligadas a expresarse con un lenguaje claro, con el fin de que sus pensamientos fueran entendidos, pues tenían un

auditorio -otras alumnas y profesoras- al cual debían transmitir sus ideas de manera clara.

- *Pensamiento interdependiente*: durante el ejercicio de los triángulos se enfatizó en el trabajo en equipo, el cual incentivó a encontrar el desarrollo de la secuencia a partir de los elementos que se les estaba dando. Esto generó consenso, apoyo, compartir ideas y llegar a conclusiones por sí mismas.

7. Propuestas para las siguientes tesis

El resultado de esta investigación invita a diferentes estudiantes de Licenciatura en Pedagogía Infantil a desarrollar próximas tesis que aborden los siguientes temas que por su profundidad no pudieron ser abarcados en este trabajo.

1. Concepciones que tienen las profesoras de preescolar frente a la enseñanza de las matemáticas.
2. El desarrollo de los distintos tipos de pensamiento matemático: El pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas y el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
3. Desarrollo del pensamiento variacional a partir de la tecnología

8. Conclusiones

Este trabajo de investigación es la base del entendimiento sobre una posible desconexión entre tres los colegios, los docentes y el MEN; que en últimas quien se ve afectado es el estudiante en su proceso de enseñanza y aprendizaje. Fue contundente observar las diferencias de conocimiento entre las docentes titulares y el experto, lo cual puede ser uno de los motivos de los resultados que Colombia ha tenido en las pruebas SABER y la PISA Internacionales. Uno de los posibles motivos por el cual los estudiantes no están cumpliendo con los resultados esperados es que no existe una alineación entre tres factores: lo enseñado en preescolar, lo enseñado en primaria y las competencias básicas en matemáticas que los estudiantes deben tener en tercero de primaria, según el MEN. Lo anterior, según el experto, debe iniciar el desarrollo básico de las competencias desde preescolar e ir escalando de nivel a medida que el alumno va subiendo de grado, con el fin de que el estudiante cumpla con las competencias cuando éste esté en tercer grado de primaria. Por otro lado, las docentes evidenciaron por medio de las entrevistas el desconocimiento frente al pensamiento variacional; a pesar que diferentes contenidos del pensamiento variacional han sido desarrollados en el estudiante, las profesoras no han sido consientes que lo están trabajando, por lo cual no se están explotando las competencias, pero sí los contenidos. A partir del diagnóstico fue evidente que las estudiantes están aprendiendo de forma mecánica, ya que no pueden argumentar verbalmente el porqué de sus respuestas, lo cual confirma que cumplen con el contenido pero no están desarrollando competencias. Finalmente fue notorio por medio de las encuestas a las docentes titulares que el pensamiento numérico sigue siendo

la prioridad principal a desarrollar en el preescolar, tal como lo sustenta el autor Carlos Vasco en sus múltiples ponencias y trabajos.

A pesar que las profesoras titulares argumentan la importancia del juego para el proceso de aprendizaje y enseñanza, la realidad es que ellas en sus clases hacen uso constante de guías y del libro, recalcando que buscan completar el libro durante el grado de transición.

Parte de los descubrimientos positivos de este trabajo de investigación, fue crear una rutina de pensamiento basada en la teoría que propone David Perkins y Ron Richart que proporciona un método de aprendizaje y acercamiento a las matemáticas de manera didáctica, esto se logró unificando varios elementos. El primero de ellos un marco teórico claro como referencia para poder plantear la estrategia, segundo tener conocimiento en las temáticas base de la investigación, tercero definir qué se buscaba lograr con esta estrategia, cuarto entender cuál iba a ser la rutina de pensamiento y sus pasos de implementación y por último incentivar a las estudiantes a aprender a través de actividades didácticas que garantizará en las alumnas estar siempre activas en su proceso de aprendizaje y así lograr que la docente se convierta en una guía para ellas durante el proceso.

Es vital resaltar la importancia que tiene la fase de evaluación y ajuste de la estrategia, pues al crear la estrategia inicial se pensó que ésta estaba completa y desarrollaba el objetivo buscado a desarrollar; sin embargo, después del primer pilotaje y al leer los registros de observación de cada actividad, fue necesario ajustarla pues habían

vacíos tales como el tiempo de duración por actividad, el orden llevado dentro de las actividades y así mismo eliminar actividades complejas de desarrollar con las estudiantes. Del replanteamiento de la estrategia, surgió la creación de la rutina de pensamiento, con objetivos claros de enseñanza apuntándole a generar hábitos de pensamiento, logrando así una estrategia potente que se aplicó para el segundo pilotaje.

Por último se logró a través de la estrategia identificar que ésta puede ser una herramienta para reforzar la enseñanza en preescolar, puesto que se evidenciaron varios temas: i. Darle a entender a los estudiantes que siempre hay más de una sola respuesta haciendo que los estudiantes reflexionen, propongan hipótesis, piensen, realicen conjeturas, ensayen y sobre todo demostrarles que cualquier pensamiento es válido, ii. Hábitos: se hace necesario que no únicamente las rutinas de pensamiento se apliquen para la materia de matemáticas, de hecho deberían ser implementadas en todas las materias y de manera repetitiva para que los alumnos las utilicen como hábitos con el fin de desarrollar distintos escenarios para la resolución de problemas, iii. A través de la estrategia es posible visibilizar el pensamiento de los estudiantes, pues los estudiantes verbalizan sus respuestas al predecir lo que viene, iv. También cabe resaltar que por medio de la estrategia se genera un orden mental, lo cual garantiza método para los estudiantes aplicado para diferentes situaciones de la vida, v. El estudiante se convierte en protagonista de su propio proceso de aprendizaje, vi. Finalmente, a pesar de que la rutina explota el pensamiento variacional, se usan otros pensamientos en las distintas actividades, garantizando así estar alineado al enfoque propuesto por MEN.

9. Referencias

- Amar, J., Abello, R., y Tirado, D. (2004) *Desarrollo infantil y construcción del mundo social*. Universidad del Norte. Barranquilla, Colombia: Uninorte
- Amiel-Tison, Claudine & Gosselin, J. (2006). *Desarrollo Neuronal de 0 a 6 años*. Narcea, Ediciones
- Arthur, L. Costa & Bena Kallick (2011). *Learning and Leading with habits of Mind*. United States: FSC
- Bruno, F. J. (1997). *Diccionario de términos psicológicos fundamentales*. Barcelona: Paidós Studio Editores
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R., & Garza, A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas
- Casas, A (2013, diciembre). Colombia en PISA 2012, Informe Nacional de Resultados. ICFES. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/investigacion/evaluaciones-internacionales/pisa>
- El Tiempo, AFP y BBC Mundo, (2014). Colombia se vuelve a rajarse en las pruebas PISA. Recuperado en 2014, de <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13761795>
- Fry, H., Ketteridge, S. & Marshall, S. (2009). *A Handbook for Teaching and Learning in Higher Education, Enhancing Academic Practice*. United States, New York: Routledge Taylor & Francis Group

Gálvez Toro, A. (2003). Lectura Crítica de un estudio cualitativo descriptivo. Index de Enfermería Digital, 40-41.

Harvard Graduate School of Education. (2014). Project Zero, Visible Thinking, Harvard University. Recuperado en 2014, en http://www.pz.gse.harvard.edu/visible_thinking.php

ICFES (2012). Reporte de resultados en tercer grado de la prueba Saber. *ICFES*.

Recuperado de:

<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEntidadTerritorial.jsp>

Halliday, M. (1982) *El lenguaje como semiótica social. La interpretación social del lenguaje y del significado*. México: Fondo de Cultura Económica.

Mason, J., Burton L., Stacey K. (1989). *Pensar Matemáticamente*. Barcelona: Labor – M.E.C.

Mason, J., Graham, A., Pimm, D. y Gowar, N. (1985). *Routes to roots of algebra*. Gran Bretaña: The Open University Press.

Ministerio de Educación Nacional, (2008). Colombia: qué y cómo mejorar a partir de la prueba PISA. Tomado de: <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-162392.html>

Ministerio de Educación Nacional, (2009). *Desarrollo Infantil y Competencias en la Primera Infancia*. Colombia: Editor Ministerio de Educación Nacional

Ministerio de Educación Nacional, (2006). *Estándares Básicos de Competencias en*

Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Colombia: Editorial Ministerio de Educación Nacional

Ministerio de Educación Nacional, (2010): Lineamiento Pedagógico y curricular para la Educación Inicial en el Distrito. Colombia. Editorial Ministerio de Educación Nacional

Ministerio de Educación Nacional, (1998). Matemáticas. Lineamientos Curriculares. Colombia: Editorial Ministerio de Educación Nacional

Perkins D., Jay E., Tishman S. (2000). *Beyond Abilities: A Dispositional Theory of Thinking*. United States, Merrill Palmer Quarterly.

Piaget, J., (1978). *La Equilibración de las Estructuras Cognitivas*. Madrid: Editores Siglo XXI

Piaget, J. (1994). *Seis Estudios de Psicología*. Labor, Editorial. Francia.

Ritchhart, R. & Perkins, D. "Making Thinking Visible," *Educational Leadership* 65, no. 5 (February 2008): 57-61. Consultado el 26 de Abril de 2014 de http://www.visiblethinkingpz.org/VisibleThinking_html_files/06_AdditionalResources/MakingThinkingVisible_DP.pdf.

Robert, J., Swartz, A. L., Costa Barry, K., Beyer, R. Bena, K., & Perkins, D. (2008), *El Aprendizaje Basado en el Pensamiento*. Ediciones SM. Estados Unidos.

Sánchez, L. F. (2013). *Desarrollo del Pensamiento Variacional en la Educación Básica Primaria: Generalización de Patrones Numéricos*. VII CIBEM . Recuperado el 15 de abril de 2014, en <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/218.pdf>

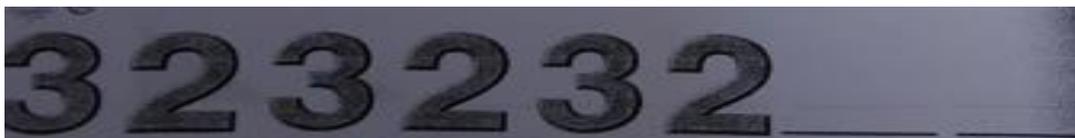
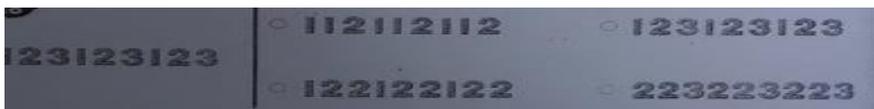
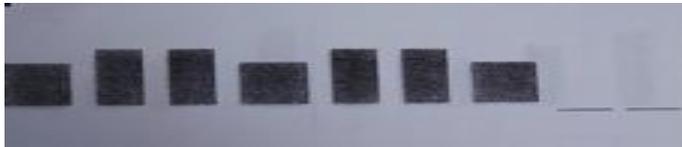
Stewart, J., Redlin, L. & Watson, S. (2010). *Precálculo*. (5° edición). Cengage Learning.

Taylor, S. y. (s.f). Introducción a los métodos cualitativos de investigación. . Manaki, 2.

Vasco, C. E. (2003). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. In *Anais eletrônicos do CIAEM–Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau*.

10. Anexos

10.1. Prueba diagnóstico



10.2. Entrevista a profesora titular

Transcripción del audio de las entrevistas realizadas a las profesoras titulares de grado de transición en los cuales se hizo la intervención

A continuación se realizará dos entrevistas a docentes del grado de transición. Con éstas se busca observar el conocimiento que tienen ellas sobre las matemáticas dictadas en sus aulas de clase. Es pertinente aclarar que se mantendrá plena confidencialidad de los entrevistados.

La primera profesora entrevistada es docente titular y encargada de las áreas de inglés, matemáticas y el proceso de lecto-escritura de sus estudiantes. Es además licenciada en lenguas moderna y lleva trabajando en el colegio aproximadamente un año.

La segunda profesora entrevistada es la encargada de dictar las clases de matemáticas y de español graduada en Psicología con maestrías de la misma carrera. Actualmente lleva aproximadamente dos años trabajando en el colegio.

1. ¿Qué son las matemáticas para usted?
2. ¿Cómo cree que se debe enseñar las matemáticas en transición?
3. ¿Qué es para usted el pensamiento matemático?
4. ¿Conoce los Estándares Básicos en Competencias de matemáticas del MEN?
5. ¿Buscan encaminarse a lograr cumplir con los Estándares Básicos de las Competencias en Matemáticas que pide el MEN para tercer grado de primaria?
6. ¿Ustedes de qué documento sacan las competencias que debe tener una niña para entrar X grado?
7. ¿Sabe cuáles son los cinco pensamientos matemáticos?
8. ¿Qué conoce del pensamiento variacional?

9. ¿Cómo realiza las actividades de matemáticas?
10. ¿Cómo evalúa la comprensión de las estudiantes sobre los contenidos vistos?

10.3. Entrevista a experto

A continuación se realizará una entrevista a expertos quienes son profesionales en la materia o los cuales actualmente dictan cátedra de Matemáticas ya sea en colegios y/o universidades. Con esta entrevista se busca tener la opinión acerca de cómo se debe enseñar las matemáticas en preescolar haciendo énfasis en el desarrollo del pensamiento variacional. Es pertinente aclarar que se mantendrá plena confidencialidad de los entrevistados.

1. ¿Cómo considera usted que se debe iniciar el proceso de enseñanza de las matemáticas en el preescolar?
2. ¿Qué tipo de estrategias considera la más oportunas para enseñar matemáticas en el preescolar?
3. ¿Cómo se conecta lo que los niños/as aprenden en preescolar cuando entran a primaria?
4. ¿Cómo se puede relacionar los temas en preescolar con las competencias en matemáticas que propone el MEN?

10.4. Formato de registro de observación

REGISTRO DE OBSERVACIÓN	
Fecha:	
Lugar:	
Hora:	
Situación que observa:	
Objetivo:	
DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN:	

10.5 Registro de Observación Actividad 1 “Para dónde se va el agua” Colegio 1

REGISTRO DE OBSERVACIÓN 1	
Fecha:	Febrero 12 – 19 – 26 y Marzo 5 de 2014
Lugar:	Colegio No. 1
Hora:	9:00 am
Situación que observa: Actividad 1 ¿para dónde se va el agua?	
Objetivo: Observar cómo las niñas describen situaciones de cambio.	
DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN:	
<p>El día 11 de febrero a las 9:00 de la mañana las niñas se encontraban en el salón de clase sentadas en el piso dispuestas a ver un video que les iba a mostrar. Antes de mostrarles el video no les expliqué el tema a tratar sino que simplemente se los mostré. Durante el video las niñas estuvieron muy atentas a lo que estaba sucediendo en éste y cuando se acabó les pregunté qué habían visto en el video y una niña me dijo: “había agua”. Yo en el tablero empecé a poner las palabras de las cosas que ellas estaban diciendo; otra levantó la mano y me dijo: “habían montañas” y yo puse esa palabra también en el tablero; otra gritó lluvia, otra dijo rio y yo seguía registrando sus respuestas. Una niña intentó explicarme lo que estaba pasando en el video pero yo le pedí que guardara ese pensamiento en su cabeza porque hasta el momento estábamos solo diciendo lo que habíamos visto en él.</p> <p>Les dije que íbamos a volver a ver el video para ver qué cosas nuevas veíamos en él y al terminar de verlo nuevamente una niña dijo: “vi el sol” yo registré su palabra en el tablero y pregunté si alguien había visto algo más y una dijo: “tierra”, y registré esa nueva palabra en el tablero. Otra niña dijo: “yo vi muchas flechas” y también registré lo que ella había visto.</p> <p>Luego les pregunté que si alguna me podía decir qué era lo que estaba pasando en las imágenes y una de ellas levantó la mano y me dijo: “están mostrando el agua”, le dije que efectivamente mostraban el agua pero que qué era lo que estaban mostrando del agua y ella me dijo: “vimos cómo llueve en la tierra”. En ese momento hubo otra niña que levantó la mano y me dijo: “muestran como un rio y el sol”, al oír su respuesta traté de profundizar más sobre lo que me estaba diciendo pero ninguna quiso seguir hablando, así que decidí mostrarles una vez más el video.</p> <p>Volví a preguntarles que qué estaba pasando y una de ellas me dijo: “están mostrando cómo llueve y después esa agua se va a los ríos y le cae el sol” le dije que no estaba entendiendo muy bien y ella me respondió: “si profe, muestran que cuando llueve el agua cae en las montañas y luego se va por debajo a los ríos”. Otra levantó la mano y dijo “es que pasa algo en el rio y el agua sube, luego cae”, le pedí que si me podía explicar mejor lo que había dicho y me dijo: “sí, el agua sube, cae a las montañas y vuelve al rio”.</p> <p>Al oír sus respuestas decidí preguntarles y sobre sucesos cotidianos que pasaban en el colegio y les dije: “qué pasa cuando llueve mucho en el colegio como hoy” (el día de la actividad estaba lloviendo), ellas me contestaron: “que cae mucha agua y nos</p>	

mojamos”, yo les dije: “ bueno y toda esa agua que cae a donde va”, una niña me contestó: “el agua va al pasto y muchas veces se forman charcos que nos mojan”, yo les dije: “ y por qué nos mojan”, ellas me contestaron: “porque están llenos de agua”, yo les dije: “y si por ejemplo llueve hoy mañana ustedes ven los mismos charcos en el piso” y ellas me dijeron: “noo! Esos charcos ya no están”, yo les pregunté: “y por qué no están?”, ellas se quedaron un rato en silencio y una me contestó: “es que la tierra se los come”, luego otra dijo: “sí, la tierra se los come y luego van al fondo y se desaparece”, otra la interrumpió diciendo: “es que el sol seca el agua”, yo y les pregunté: “si el sol seca el agua entonces qué pasa con el agua?” y la niña que me había dado esa respuesta me dijo: “el agua se va”. Les dije que si había alguna forma de relacionar lo que habíamos visto en el video con lo que pasaba en el colegio y una niña me dijo: “siiii!, entonces el agua se va es para arriba y luego vuelve a caer en la montañas”.

Finalmente les dije que a partir de lo que estábamos hablando íbamos a realizar un pequeño proyecto, así que dividí al curso en tres grupos y cada uno de ellos les entregué un vaso plástico el cual traía cinco líneas horizontales para saber la cantidad de líquido que había en este. Luego pasé por cada grupo y les pedí que llenaran los vasos hasta la última línea explicándoles que cada línea del vaso nos indicaba que había dos centímetros de agua y todas contamos las líneas para saber cuántos centímetros de agua había en cada vaso, al terminar de contar las niñas gritaron que habían 10 centímetros de agua en sus vasos. A cada grupo le entregué un pequeño diario de campo para que dibujaran el vaso con agua, escribieran los centímetros de agua que éste tenía y que por ser el primer día del proyecto pusieran “semana uno” en la parte superior de la hoja”.

Luego les dije que íbamos a poner ese vaso de agua al sol y que cada semana íbamos a mirar qué había pasado en el agua que había en él. Las niñas dejaron el vaso de agua en el sol y me entregaron el diario de campo. Antes de irme les pregunté que ellas qué creían que iba a pasar con el agua y me dieron las siguientes respuestas: “no sé”, “el agua se vuela café”, “el agua se va”, “el agua queda igual”, “nada”, “se seca todo”.

A la semana siguiente les llevé los vasos con agua y cuando los vieron gritaron todas: “profe, el agua bajó una línea” y les dije: “bajó?, eso como lo podemos decir en otras palabras... como lo vimos hace dos clases” y una me respondió: “disminuyó una línea?”, yo le dije que muy bien.

Les pregunté que si alguna me podía decir lo que había pasado y una de ellas me dijo: “es que el sol la secó”. Les dije que viéramos el video nuevamente y que le pusiéramos mucha atención para ver qué era lo que había pasado con el agua. Luego de ver el video una niña levantó la mano y me dijo: “ay profe, es que el agua sube y cuando llueve vuelve a la tierra”, otra la interrumpió diciendo: “sí mira, el agua que esta acá (señalando el vaso) el sol la sube y vuelve y llueve”, yo les dije que si entonces ellas creían que el sol jugaba un papel importante en todo este proceso y ellas me contestaron: “sí profe, cuando hay sol hace que el agua como que suba y luego vuelve y cae en las montañas... también puede ser el agua de los ríos”. Yo no les di respuesta alguna de lo sucedido y tampoco les aseguré que lo que estaban diciendo estaba bien o mal. Luego les pedí en el diario de campo volvieran a dibujar el vaso con agua, escribieran los centímetros que ahora tenía y pusieran en la parte superior de la hoja

“semana 2”.

A la siguiente semana volví al salón y les llevé los vasos, las niñas corrieron a ver qué había pasado con el agua y una me gritó: “profe volvió a bajar”, yo me quedé mirándola y le dije: “¿a bajar?” y otra niña gritó: “a disminuir otra línea”, les pregunté qué entonces cuantos centímetros de agua tenía el vaso y ellas después de contar con los dedos línea por línea me contestaron “seis (6)!”. A cada grupo le entregué el diario de campo y les dije que volvieran a realizar el proceso que veníamos haciendo: escribir “semana tres”, pintar el vaso con agua y escribir los centímetros que tenía. Al terminar les pregunté que ellas qué creían que iba a pasar la siguiente semana con el vaso con agua y me dijeron que iba a disminuir más el agua que había en él.

A la siguiente semana les llevé nuevamente los vasos con agua y todas se fueron corriendo a ver qué era lo que había pasado y gritaron: “disminuyó”, les pedí que me dijeran cuántos centímetros de agua tenía ahora el vaso y cuando terminaron de contar dijeron: “cuatro (4) centímetros”. Les pedí que registraran en el diario de campo lo que había pasado en la “semana cuatro”.

Después que cada grupo hizo su registro les pedí que se quedaran sentadas en el piso con su respectivo grupo porque entre todas íbamos a realizar una tabla de gráficas en el tablero para entender bien lo que había pasado con el agua. Pinté la tabla y señalando el eje horizontal les dije que ahí íbamos a poner las semanas y señalándoles el vertical les dije que los centímetros del agua. Les pregunté que cuántos centímetros de agua había en el vaso en el primer día del proyecto y luego de revisar su diario de campo me dijeron: “10 centímetros”, yo dibujé en la semana uno (1) de la gráfica una columna que llegaba hasta los diez centímetros. Luego les pregunté cuántos centímetros de agua había en el vaso en la segunda semana y ellas me contestaron: “ocho (8)”, así que realicé en la segunda semana una columna que llegaba hasta los ocho (8) centímetros. Les pregunté que cuántos centímetros de agua había en la semana tres, me dijeron que seis y pinte una columna que llegaba hasta los seis centímetros en la gráfica. Finalmente les pregunté que cuántos centímetros de agua había en el vaso en la semana cuatro, ellas me contestaron que cuatro (4) y en la gráfica pinté una columna que llegaba hasta los cuatro (4) centímetros.

Dejé que las niñas miraran la tabla unos segundos y les dije que qué estaba pasando con las columnas de ésta y ellas me contestaron: “cada columna baja hasta hacerse mas chiquita”, yo le dije: “baja?” y una niña gritó: “disminuye”. Les pregunté que si estaban seguras que estaba disminuyendo y no aumentando y una de ellas me dijo: “sí, disminuye como el vaso”. Luego les pregunté (señalando el gráfico) que qué creían ellas que hubiera pasado si hubiéramos dejado el vaso con agua una semana más, ellas se quedaron cayadas y finalmente una me dijo: “el agua disminuye”, yo le dije que en cuántos centímetros disminuiría y no obtuve ninguna respuesta. Para facilitar la respuesta, de la gráfica saqué una secuencia de medida que daba la gráfica: la secuencia fue la siguiente: “10 - 8 - 6 - 4 - ?”. al preguntarles qué número seguía no obtuve respuesta alguna, así que decidí cambiar la secuencia de la siguiente forma: “4 - 6 - 8 - ?”. Entre todas la leímos en voz alta y después de leer el ocho ellas mismas me dijeron 10. Volví a poner la primera secuencia y volvimos a leer entre todas y me

dieron la respuesta de del número que faltaba en ella: dos (2). Yo le pregunté que por qué dos (2) y me dijeron: “es que después de 6 va el dos”, les pregunté que por qué y todas se quedaron cayadas. Después de unos segundos una niña levantó la mano y me dijo: “es que va siempre con dos”, le dije que me explicara mejor y ella empezó a contar con sus dedos de la siguiente forma: “mira cuatro (cuenta con sus dedos dos más) seis, (cuenta con sus dedos dos mas) ocho, (cuenta con sus dedos dos más) y diez”. Yo les dije: “entonces podemos decir que el patrón es dos (al mismo tiempo que escribía en el tablero el dos como diferencia entre número y número” ellas se quedaron pensando y respondieron que sí. Luego les pregunté que como se llamaba eso que habíamos pintado (señalando la secuencia) la mayoría se quedó cayada y una niña dijo: “secuencia?”, yo le dije: “muy bien, es una secuencia”.

Luego les pedí que volviéramos a la otra secuencia que habíamos hecho con los centímetros de agua pidiéndoles que me volvieran a explicar por qué seguía el numero dos (2) y una niña me dijo “es que el patrón era de dos”. Volví a escribir la secuencia de la siguiente manera: “? - 10 - 8 - 6- 4 – 2” y contando de derecha a izquierda les pregunté que qué número seguiría y dijeron que el 12.

Les mostré nuevamente el grafico y les pregunté que entonces qué era lo más probable que podía pasar con los centímetros de agua del vaso si lo dejábamos otra semana y ellas me dijeron: “serían dos (2) centímetros”, yo les dije: “aumenta o disminuye” y todas dijeron: “disminuye”.

En el momento en que terminamos de ver las gráficas llegó la profesora con quien tenían la siguiente clase pero me dio unos segundo más para darles una explicación científica de lo que había pasado con el vaso con agua. Les dije que efectivamente todo lo que me habían dicho en la segunda clase del proyecto era correcto y les expliqué específicamente lo que pasaba en el proceso. Al oír lo que les dije unas niñas empezaron a decir: “viste que lo que te dije estaba bien, yo sabía”, “sí lo sabía”, “qué chévere lo que pasa, volvámoslo a hacer”, entre otras cosas. Como la profesora de la siguiente clase ya estaba afuera les dije a las niñas que teníamos que dejar todo hasta ahí y que rápidamente arreglaran el salón para la siguiente clase. Las niñas se me acercaron a preguntarme si les iba a llevar el vaso con agua la próxima clase, yo les dije que no y ellas dijeron: “ayyyy”.

10.6. Registro de Observación Actividad 1 “¿Para dónde se va el agua?” Colegio 2

REGISTRO DE OBSERVACIÓN 1	
Fecha:	Abril 12 de 2014
Lugar:	Colegio No. 2
Hora:	10:30 am
Situación que observa: Actividad 1 ¿para dónde se va el agua?	
Objetivo: Observar cómo las niñas describen situaciones de cambio.	
DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN:	
<p>El día 11 de abril a las 10:30 de la mañana les pedí a las niñas que se sentaran en el piso para que entre todas viéramos un video que les había traído. Les mostré el video sobre el ciclo del agua pero no les dije de qué se trataba sino les dije que pusieran mucha atención para que ellas lo descifrarán. Cuando el video culminó les pregunté que qué elementos habían visto en él y sus respuestas fueron las siguientes: “agua”, “montañas”, “flechas” y “sol”. Luego les dije que les iba a poner nuevamente el video para ver si veían elementos nuevos, después que lo volvimos a ver les pregunté que qué cosas nuevas habían visto y ellas dijeron: “una nube negra”, “un río”, “un lago”, “el sol” y “tierra”. Cuando todas terminaron de hablar les volví a preguntar que si alguna me podía decir algún otro elemento que haya salido en el video pero todas dijeron que no.</p> <p>Volvimos a ver el video por tercera vez pero antes de mostrárselo les dije que debían poner atención a lo que estaba pasando en el video con todos los elementos que habían mencionado anteriormente. Cuando terminamos de verlo una niña me dijo: “vi una nube negra que se estaba moviendo”, yo le dije que si podía decirme a dónde creía que se movía esa nube y ellas me dijo: “a las montañas”, le pregunté que si sabía para qué se movía esa nube a las montañas y me contestó: “es que les está regando algo, porque hay unas flechas que van para abajo”. Cuando la niña terminó de hablar una niña levantó la mano y me dijo: “sí es que les está llevando como agua”, le pregunté que si me podía decir para que quería llevarle esa nube agua a la montaña y me dijo: “es que está muy seca y es para mojarla”. Luego otra niña levantó la mano y me dijo: “hay unas líneas que están señalando a alguien por dónde tiene que ir”, yo le dije que a quién será que le están señalando, ella me respondió: “a las personas” y en ese momento una niña se paró y le dijo: “nooo, no puede ser a las personas porque en el video no aparece gente”; y la niña le dijo: “entonces es a los animales” y la otra le respondió: “noo, tampoco habían animales en ninguna parte”. Yo intervine en ese momento y les pregunté a todas que si estaban seguras que en el video no hubo ni animales ni personas y algunas contestaron que sí estaban seguras pero la mayoría se quedó cayada, razón por la cual decidí mostrarles el video nuevamente. Cuando el video se terminó todas las niñas aseguraron que no habían ni animales ni personas, entonces una niña levantó la mano y dijo: “es que están mostrando cómo se mueve la tierra”, yo le dije que cómo se movía la tierra según el video y ella me dijo: “es que están mostrando lo que pasa en el campo”, yo le dije que qué pasaba y ella me dijo: “muestran que en el campo hay ríos, montañas, sol y naturaleza”.</p> <p>Les conté que desde hace tres semana venía haciendo un proyecto el cual necesitaba la ayuda de ellas para resolver lo que estaba pasando. Saqué un vaso plástico y delante de</p>	

ellas le eché agua hasta llegar a los seis centímetros de acuerdo a las medidas que yo misma había dibujado en éste, medida inicial que había puesto al sol en el jardín de mi casa. Luego les dije que hace dos semanas había llenado otro vaso también con seis centímetros de agua y que lo había dejado en el jardín de mi casa. Y que finalmente, hace una semana había llenado otro vaso también con seis centímetros de agua y lo había dejado en el jardín de mi casa. Les pregunté que si alguna podía decirme qué había pasado con esos vasos pero ninguna me dio respuesta, yo traté de que me dijeran algo pero ellas estaban a la expectativa de lo que iba a mostrarles pues su atención estaba fijada en lo que había detrás de la mesa (muchos vasos con agua). Decidí entonces sacar uno a uno de los vasos que había dejado en mi jardín, empecé con el que había dejado hace tres semanas y cuando ellas lo vieron dijeron: “se bajó”, yo les dije que por qué decían que se había bajado y una me respondió: “es que hay mucha menos agua”, les mostré el vaso con los 6 centímetros y les dije: “por qué dicen ustedes que hay menos agua” y ellas me contestaron: “es que mira (se paró a ver de cerca el vaso que llené con agua y que había dejado hace tres semanas) sí hay menos agua”. Yo les pregunté que qué creían que había pasado con el agua que le faltaba a ese vaso, ellas me contestaron: “que se cayó” y yo les dije: “no sé vamos a ver qué pasa con el siguiente vaso. Al sacar el segundo vaso, les pregunté que qué había pasado y una me dijo: “se derritió”, yo le dije que por qué se había derretido y ella me dijo: “es que el sol la absorbe”, otra niña dijo: “se bajó otra vez”. Les dije que íbamos a mirar qué había pasado con el último vaso que habíamos dejado y saqué el último vaso y ellas dijeron “ese no bajó mucho, bajó al cinco” yo les dije que qué había bajado, ellas me contestaron “bajó el agua”

Al tener los cuatro vasos afuera, los puse en línea de la siguiente forma:



y les realicé la rutina de pensamiento llamada: “¿qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?” en la cual primero les pregunté “¿qué está pasando en la mesa? - **qué hay** - y ellas dijeron: “vemos vasos en orden de tres, cuatro, cinco y seis”, les dije que qué nos mostraban esos números y ellas dijeron: “el agua que tiene cada uno”. Les pregunté qué similitudes habían en los vasos en esos vasos, ellas contestaron: “que hay agua”, les dije que qué más veían, ellas me dijeron: “hay números”, yo les dije que esos números para qué nos servían y una dijo: “para saber cuánta agua hay”, les pregunté que qué más tenían en común pero dijeron que para ellas nada. Les dije que si ahora me podían decir **¿qué está cambiando?** entre esos vasos de agua y ellas dijeron: “que se dividió el agua”, les dije que cómo así y contestaron: “el agua está más baja”, le dije que en cuál vaso estaba más baja y me dijo: “en todos menos en el que llenaste desde el principio”.

Les dije que teniendo esas características claras que si alguna me podía decir entonces

qué era lo que había pasado con esos vasos si los había dejado a todos con la misma medida pero en diferentes semanas. Una de las niñas me dijo: “yo creo que el agua se calentó”, yo le dije que qué pasaba cuando se calentaba el agua, ella me dijo “el sol la absorbió” le dije que cómo así que se había absorbido y una niña me dijo “es igual como cuando tú te hechas bloqueador, se calienta y se absorbe en la piel”. Yo les dije que si entonces ellas creían que el sol jugaba un papel importante en todo lo que había pasado y todas contestaron que sí, les pregunté que si ellas creían que hubiera pasado lo mismo si hubiera dejado los vasos en la sombra y no en el sol y ellas contestaron: “nooo”, yo les dije que por qué y me dijeron: “porque no se absorbe”, les dije que entonces el sol qué era lo que hacía y me dijeron: “el sol la calienta y la absorbe”.

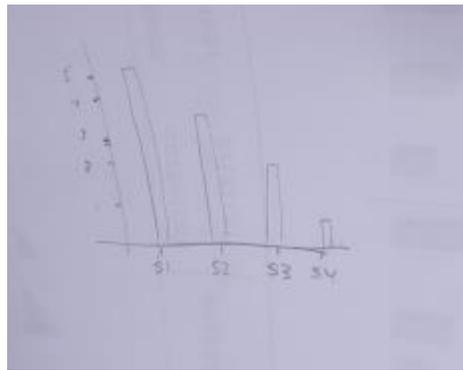
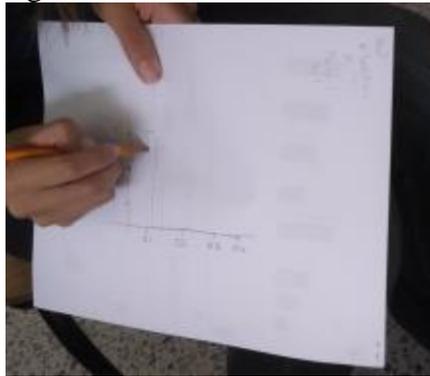
Finalmente pregunté que si alguna me podía decir mirando muy bien los vasos con agua qué hubiera pasado si hubiera puesto un vaso con agua hace cuatro semanas, al ver que no fue fácil entender mi pregunta les cambié todo el esquema de los vasos y se los proyecte al futuro. Les dije que imaginaran que hoy había dejado tres vasos con agua al sol, todos con la misma medida de seis cms y que cada semana iba sacando un vaso y los resultados habían sido los siguientes: después de semana santa el vaso que sacaba era este, mostrándoles el vaso que tenía cinco centímetros de agua, una semana después de semana santa sacaba otro vaso y la medida era de cuatro centímetros, y finalmente dos semanas después de semana santa sacaba el último vaso y la medida que tenía era de 3 cms... entonces les pregunté que **qué va a pasaría?** Les dije que antes de darme sus respuestas yo había llevado tres vasos adicionales con tres posibilidades del nivel de agua que tendría el vaso de cuatro semanas.

Apenas vieron los vasos las niñas leyeron hasta qué medida llegaba el agua y contestaron: “seguiría el que tiene dos”, les pregunté que por qué estaban tan seguras que seguía el vaso que tenía dos centímetros de agua y ellas empezaron a contar de derecha a izquierda: “el primero tiene seis, después cinco, cuatro, tres y el que le sigue es dos”. Les dije a todas que si alguna estaba en desacuerdo que el que seguía era el dos pero ninguna levantó la mano. Aleatoriamente le dije a una niña que se parara y pusiera el vaso que ellas creían que seguía al lado del último vaso de la fila, ella se paró y lo hizo.

Luego les pregunté que si me podían decir que pasaría si hubiéramos puesto desde el principio otro vaso más y lo hubiéramos dejado otra semana más (cinco semanas) y las niñas dijeron “sigue el que tiene un centímetro de agua”, yo les volví a preguntar el porqué de su respuesta y ellas dijeron: “es que después de dos sigue el uno”, les dije que por qué se seguía bajando el agua y ellas me dijeron: “es que el sol la absorbe”. Le pedí aleatoriamente a una estudiante que pasara al frente y pusiera el vaso que tenía dicha medida de agua.



Finalmente les dije que íbamos a realizar una tabla de barras entre todas para poder ver lo que había sucedido con los vasos del proyecto y con ayuda de ellas pintamos la siguiente tabla:



Luego de tener la tabla pintada les realice nuevamente la rutina “¿qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?” les pregunté que **qué veían** (“¿qué está pasando?”) en la tabla, ellas me dijeron “unas barras” yo les pregunté que como sabían que eran unas barras y ellas me dijeron que por el nombre que yo les había dado: “gráfica de barras”. Les pregunté que qué más veían y ellas dijeron: “dos líneas y números”, les pregunté que si algo más y una de ellas me dijo: “las semanas de los vasos”.

Después les pregunté que **qué tenían de parecido** esas barras, ellas me contestaron: “que todas están bajando (mostrándome con su mano para abajo”, les dije que qué más veían y me dijeron: “están casi igual de gordas”. Luego les pregunté que **qué había de diferente** (¿qué está cambiando?) en ellas y me dijeron: “es que cada una baja más que la otra”, le dije que cómo así y una niña me dijo: “sí la otra baja más”, les pregunté que qué más veían pero me dijeron que nada más. Les pregunté que ellas qué creían que estaba pasando en esas gráficas, que qué nos estaban mostrando y me contestaron: “que todas están bajando” yo les dije que contáramos en qué número empezaba la primera barra hasta llegar a la última y entre todas dijeron: “seis, cinco, cuatro, tres, dos y uno” yo les dije que si entonces de acuerdo con la barra también podíamos **predecir qué va a pasar?** si dejamos el vaso una semana más y ellas dijeron: “llega a cero” y yo les dije que eso qué se significaba y ellas me contestaron: “es que ya no habría agua”.

Finalmente realice la siguiente secuencia a partir de la información de la barra: “6 – 5 – 4 – 3 – 2 – 1 – 0” les dije que si alguna me podía dar el nombre de lo que estaban viendo y ellas me dijeron: “son números que van bajando” yo les dije que si le podían dar un nombre a eso hilera de números y ellas me dijeron: “sí, números... escala de

números”. Les pregunté que qué nos estaba mostrando: “nos muestra como números pero de para atrás”. Les dije que si me podrían decir qué número aparecería entonces antes del seis y ellas me contestaron: “el siete”. Les pregunté que si le veían algo en común en orden de esos números y una niña me dijo: “va de uno en uno”, yo le dije que si le podía dar un nombre a eso que acaba de decir y me dijo: “uno”.

Para ayudarlas a entender ese patrón les dije que cuantos números teníamos que aumentarle a cero para llegar a uno, ellas me dijeron: “uno”, luego les pregunté cuántos números debíamos aumentar a uno para llegar a dos y ellas me contestaron: “dos”. Les dije que usáramos los dedos para contar y le aumentamos al uno dos números pero el resultado que nos dio fue tres, así que les pregunté que si estaban seguras que le teníamos que aumentar dos números al uno para llegar a dos y ellas me dijeron: “no, uno”. Luego les dije que cuántos números debíamos aumentarle a dos para llegar a tres y ellas me dijeron: “uno”. Seguimos haciendo el mismo proceso hasta llegar a número seis y cuando terminamos les volví a preguntar que qué tenían en común esos números y ellas me dijeron: “van subiendo de uno en uno”. Yo les dije que si entonces el patrón de esa hilera de números era “uno” y una niña me dijo: “sí, porque va de uno en uno”, les pregunté que si todas entendían el significado de patrón y al ver que no lo hacían les dije que el patrón era algo que se repetía constantemente en una secuencia y que era el que nos indicaba qué número, figura o elemento podía seguir en ella. Les dije entonces que cuál era el patrón que había en esos números y todas dijeron: “el uno”.

Les pregunté que si ahora me podían dar el nombre a esa hilera de números y una niña me dijo: “es una secuencia?”, yo les pregunté a las demás que qué creían y me dijeron: “sí es una secuencia por que el patrón es 1”

Finalmente les dije que todo lo que ellas me habían dicho acerca de lo que podría haber ocurrido con los vasos con agua, tenía razón pero que les iba a mostrar con claridad el video para que pudieran entender el fenómeno. Volvimos a ver el video y esta vez dejé que oyeran la explicación que estaba dando en este sobre cada proceso del agua y a medida que el video iba rodando yo lo iba pausando para asegurarme que ellas entendieran la explicación científica sobre el ciclo del agua. Todas miraron el video con atención y poco a poco con sus palabras iban explicando el fenómeno que en éste se mostraba.

Finalmente tuve que finalizar la actividad porque debía empezar con la siguiente y cuando les di las gracias por ayudarme ellas me dijeron: “nooo, queremos seguir” yo les dije que no podíamos porque teníamos que hacer otra actividad y me dijeron: “siiii, no te vayas”

10.7. Registro de Observación Actividad 2 “Creando Secuencias de triángulos” Colegio 1

REGISTRO DE OBSERVACIÓN 2	
Fecha:	Febrero 18 de 2014
Lugar:	Colegio No. 1
Hora:	11:10 am
Situación que observa: Actividad 2 “Creando Secuencias de triángulos”	
Objetivo: Observar cómo las niñas describen regularidades y patrones en distintos contextos.	
DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN:	
<p>El lunes 19 de febrero a las 11:30 de la mañana las niñas se encontraban en el salón de clases dispuestas a comenzar la actividad. Se les pidió a todas que se sentaran en el piso para ver un video y una vez estaban listas empezaron a observar un video sobre figuras geométricas. Mientras el video iba rodando y mostrando las imágenes de las figuras, las estudiantes iban diciendo en voz alta el nombre de cada figura que veían proyectada, sin embargo algunas no reconocieron figuras como el pentágono.</p> <p>Cuando el video se acabó les pregunté a las estudiantes que si me podían contar qué habían visto en él y todas me contestaron: “figuras”, yo les pregunté que cuáles y entre todas empezaron a mencionar los nombres de cada una. Les pregunté que cómo hacían ellas para poder diferenciar una figura de otra y después de un leve silencio una niña levanto la mano y dijo: “porque son diferentes y ya”, yo le pregunté: “pero ¿cómo sabes que son diferentes?” y otra niña contestó: “por la forma que tienen”. Al oír su respuesta decidí pintar en un papel un triángulo y un cuadrado y volví a preguntarles que qué diferencia les veían a las figuras y una niña mirando la hoja dijo: “la diferencia es que... mira, el triángulo es así (mostrando un triángulo con sus manos) y el cuadrado no”. Yo me dirigí a la niña que estaba hablando y le pedí el favor que me explicara mejor porque yo no estaba comprendiendo y ella me dijo: “sí, mira las figuras profe...”.</p> <p>En ese momento una niña interrumpió a su compañera y dijo: “mira, es que la primera figura tiene cuatro (4) lados y la otra sólo tres (3)”, y yo junto con las demás estudiantes empezamos a contar los lados de cada figura para rectificar la respuesta de su compañera. Luego les pregunté (mostrándoles las figuras) que qué debía pasar con el triángulo si se quisiera convertir en un cuadrado, las niñas se quedaron un rato observando la figura y una me dijo: “el triángulo tiene que tener otra línea”, yo le pedí el favor que me explicara con mayor claridad y ella acercándose a la hoja me dijo: “mira (señaló el triángulo), este sólo tiene tres (3) lados y el cuadrado tiene cuatro (4), por eso es que tenemos que ponerle otra línea al triángulo para que se convierta en un cuadrado”. Yo le pregunté a las otras niñas que si estaban de acuerdo con lo que decía su compañera y todas respondieron que sí, así que les dije: “¿me quieren decir entonces que tendría que aumentar una línea (lado) más?” y ellas me respondieron que sí. Luego les pregunté que cómo hacíamos para aumentar ese lado (línea) que faltaba y les pinté nuevamente el triángulo y al ver la figura una niña dijo: “profe es que todavía le falta una línea”. Al oír su respuesta le enfatice diciendo: “me quieres decir que tenemos que aumentarle una línea extra” y ella me dijo: “sí, aumentarle”. Le pedí a una estudiante que pintará en la hoja cómo le aumentábamos esa línea extra al triángulo la cual se paró y dibujó un cuadrado en la hoja.</p>	

Volví al dibujo y les pregunté que qué debía pasar con el cuadrado si se quisiera convertir en triángulo, y al ver que no entendían la pregunta me dirigí a la hoja y volví a realizarles la pregunta señalando las figuras para que entendieran que les estaba preguntando lo contrario a la pregunta anterior. Un grupo de niñas me respondió: “hay que quitarle una línea”, yo volví a enfatizarles el vocabulario diciendo: “quieren decir que ahora hay que disminuirle una lado” y una de ellas me contestó: “sí profe, *disminuirle*”. Pedí nuevamente a una niña que me pintara en la hoja cómo le disminuiríamos una línea al cuadrado y que me dijera qué figura quedaba, ella lo hizo y me dijo que un triángulo. Luego volví a hacerles la primera pregunta (triángulo a cuadrado) y la mayoría de niñas respondieron al tiempo diciendo: “hay que aumentarle un lado” y al volver a hacerles la segunda pregunta (cuadrado a triángulo) la mayoría respondió diciendo: “hay que disminuir (SUPRIMIR) un lado”.

Luego les pedí a todas las estudiantes que se organizaran en grupos de máximo tres niñas, una vez estaban organizadas les dije que si alguna se le ocurría alguna forma de hacer una figura geométrica sin pintarla con lápiz en una hoja; un grupo me mostró que con el cuerpo de las tres podían formar un triángulo, otro me mostro una estrella también formada con el cuerpo de ellas y otro grupo me mostró un cuadrado.

Luego a cada grupo le repartí una hoja en blanco y tres palillos, les dije que con los palillos debían formar una figura geométrica y les di un tiempo para que lo hicieran. Al pasar por cada grupo me di cuenta que no todos estaban realizando figuras geométricas sino que estaban poniendo los palos de forma abierta, a esos grupos les pregunté con insistencia que qué figura estaban formando y les pedía explicaciones sobre lo que hicieron pero la mayoría no pudo responder. Sin embargo hubo un grupo que realizó un triángulo y yo al ver lo que hicieron les pedí que me dijeran el por qué decidieron formar esa figura. Las niñas que conformaban ese equipo me dijeron: “es que con estos palos solo podemos conformar esta figura” yo les dije que si estaban seguras y ellas me dijeron: “sí, porque tiene tres lados y tenemos tres palos”. A cada grupo le volví a pedir que me dieran las razones de lo que habían hecho y finalmente les dije que miraran la figura del grupo que había realizado el triángulo. Cuando todas oyeron las razones por las cuales el grupo había realizado un triángulo entre todas llegaron al consenso que la única figura geométrica que había era esa.

Luego les dije que les iba a dar dos (2) palillos adicionales a cada grupo, los cuales debían aumentar a su figura inicial (triángulo) sin modificarla y así conformar otra figura. La mayoría de los grupos destruyó la figura inicial y realizaron algo nuevo; unas hicieron una casa (inconclusa), otros se dedicaron a jugar y otras realizaron un diamante; mientras que iba viendo les iba preguntando la razón de o que habían realizado. A las niñas que hicieron el diamante les dije que efectivamente si era una figura geométrica pero que observaran si el palo que dividía el diamante conformaba otra figura. Las niñas se quedaron mirando su producto y finalmente me dijeron: “aumentamos dos palos y se hicieron dos triángulos”.

A los demás grupos (los que estaban jugando) les pedí nuevamente que volvieran a hacer la figura inicial y que le volvieran a aumentar los dos palillos sin modificar la figura principal (triángulo) dándoles el ejemplo de la figura que hizo el primer grupo. Cuando pasé por cada uno a ver que habían realizado las estudiantes me di cuenta que

esta vez sí estaban siguiendo instrucciones y un grupo en particular realizó la figura pensada en la planeación. Me acerqué y le pregunté la razón por la cual habían hecho esa figura y sus explicaciones fueron que de esa forma también se veían dos triángulos. Dejé que las del grupo que había hecho los triángulos en diamante los dejaran así para ver qué pasaba en el siguiente paso de la planeación.

Les dije que nuevamente íbamos a aumentarle dos palillos más a la figura formada. El grupo que había realizado el diamante trató de seguir con una nueva figura a partir de lo formado anteriormente pero no les fue posible y cuando me les acerqué me dijeron: “ayy no profe, es que nos queda faltando un palillo más”, les dije que por qué y me contestaron: “queda el último triángulo sin terminar... hay que aumentarle otro”. El grupo que había hecho la figura esperada en la planeación conformó otro triángulo con los dos palillos y al acercarme les pregunté que cómo lo habían hecho y ellas me dijeron: “es que es la única forma de seguir formando los triángulos (...) mira este sí nos queda completo”.

Luego les pedí a todas las estudiantes que se acercaran al grupo que formó la secuencia esperada y cuando todas se pararon al lado les pedí a las niñas que destruyeran todo y les explicaran a sus compañeras lo que habían hecho paso a paso. Les volví a entregar los primeros tres (3) palillos y formaron un triángulo, y les explicaron a sus compañeras que los triángulos tienen tres lados y que para eso se necesitaban tres palillos. Luego les dije que les iba a dar otros dos (2) palillos para que se los aumentaran a su figura, al recibirlo le agregaron otro triángulo a su figura inicial, explicándoles a sus compañeras lo siguiente: “miren, aumentamos otro palo más y formamos un triángulo nuevo... si lo ven?”, las otras niñas no respondieron y una del grupo les dijo: “miren, si le agregamos dos palillos más podemos realizar otro triángulo utilizando un lado de éste (señalando el primer triángulo que realizaron)”, las compañeras observaron lo que habían hecho y algunas se acercaron a contar los lados que tenían las dos figuras y una de ellas dijo: “ay sí, hay dos (2) triángulos ahí”. Después les dije que le aumentaran dos (2) palillos más a la figura y las niñas crearon el tercer triángulo, al dar la explicación de lo que hicieron a sus demás compañeras éstas se adelantaron diciendo: “ahora hay tres triángulos”... yo les dije que cómo era posible que hubiera tres si solo les había dado dos palillos más -resaltándoles que antes habíamos dicho que el triángulo tenía tres lados- y una de las niñas me dijo: “profe, es que estamos usando un lado del anterior triángulo como nos explicaron ellas (refiriéndose a las del grupo que conformó la secuencia)”. Les seguí dando de a dos palillos y las estudiantes siguieron conformando más triángulos. Me les acerqué preguntándoles que por qué seguían formando triángulos y no otras figuras diferentes y una niña me dijo: “profe, es que ese es el patrón”, yo les dije: “un patrón de qué” y ellas señalando la secuencia me dijeron: “de esto profe”, yo les dije que cómo se llamaba lo que me estaba mostrando su compañera y una niña dijo: “triángulos, un patrón de triángulos”.

Les pregunté si alguna sabía cómo se llamaba toda la hilera de figuras, pero ninguna me respondió nada. Yo les expliqué que se podían hacer varias secuencias y que cada una de ellas tenía ciertos patrones como la que estaban viendo, ellas se quedaron escuchando mis palabras y finalmente una me dijo: “ah, sí es una secuencia”.

Al ver que las estudiantes ya entendían la secuencia que estaban formando les dije que con ayuda de ellas yo iba a separar la secuencia para entender mejor lo que estaba pasando. Cogí los palillos y empecé haciendo un triángulo en la parte superior de la hoja, luego les pedí que me dijeran cuántos palillos había utilizado para hacer la figura y ellas me dijeron: “tres”, así que escribí el número tres al lado del triángulo. Luego les dije que debajo de ese triángulo íbamos a hacer otro y le íbamos a agregar dos (2) palillos nuevos (como veníamos haciéndolo en el ejercicio), al hacerlo les pregunté: “cuántos palillos hay en total en la nueva figura, ellas me contestaron: “tres más dos”, yo les dije que eso cuánto era y usando sus dedos me respondieron cinco (5) y escribí el número al lado de la nueva figura. Después les dije que iba a volver a pintar otra figura debajo de la última y que le íbamos a agregar otros dos palillos más. Ellas me dijeron: “ahora son siete (7) profe”, yo les dije que por qué eran siete (7) y una de las niñas me dijo: “es que vamos agregándole dos (2) cada vez” yo les pedí que contaran los palillos de la nueva figura y efectivamente les dio siete (7). Volvimos a hacer otra figura y le agregamos dos (2) palillos más y varias estudiantes me dijeron al tiempo: “ahora nueve”, hubo una niña que me dijo que 11 pero al contar se dio cuenta que efectivamente eran nueve (9), así que puse el número en frente de la figura. Les pregunté si podían decirme que número creían ellas que seguía en la siguiente secuencia y ellas me respondieron (después de contar con sus dedos): “sigue el once profe”, yo les dije que por qué creían que seguía ese número y ellas me contestaron: “es que seguimos sumando dos”. Al oír la respuesta les mostré a ellas la secuencia que veníamos haciendo con números y les volví a preguntar que qué número seguía y ellas me contestaron (usando sus dedos para contar): “el 13” y en ese momento una niña dijo: “el patrón es dos”, yo la miré y le pregunté que por qué afirmaba que el patrón de esa secuencia era el “2” y ella me dijo: “es que le sumamos siempre “2”, son los dos palillos que aumentamos”. Las demás niñas afirmaron lo que su compañera estaba diciendo y siguieron todas contando con los dedos para encontrar el número que seguía.

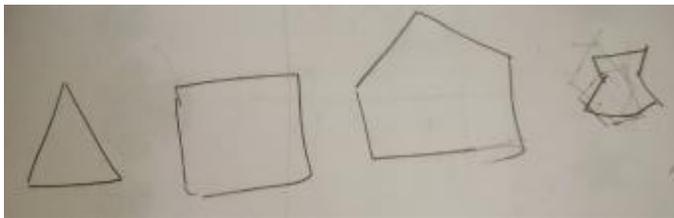
Cuando estábamos finalizando la actividad sonó la campana de almuerzo y la reacción de todas fue gritar: “nooo!” sin embargo les tocó salir a almorzar. Mientras estábamos haciendo la línea muchas niñas me preguntaron: cuándo volvía a hacer actividades y yo les dije que nos íbamos a ver muy seguido, ellas dijeron: “sí!”.

10.8. Registro de Observación Actividad 2 “Creando Secuencias de triángulos” Colegio 2

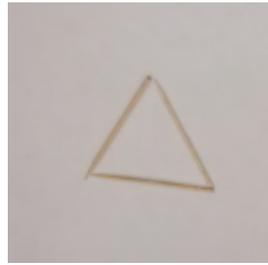
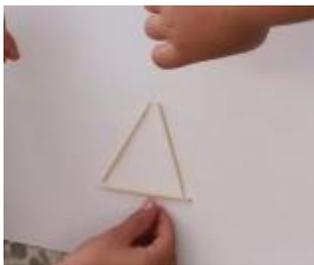
REGISTRO DE OBSERVACIÓN 2	
Fecha:	Abril 11 de 2014
Lugar:	Colegio 2
Hora:	11:10
Situación que observa: Actividad 2 “Creando secuencias de triángulos”	
Objetivo: Observar cómo las niñas describen regularidades y patrones en distintos contextos.	
DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN:	
<p>Las niñas se encontraban sentadas en el piso del salón y yo les dije que les iba a mostrar un video al cual tenían que ponerle mucha atención. Empezaron a ver un video sobre figuras geométricas y mientras que pasaba cada figura las niñas iban gritando el nombre de cada una de las figuras. Cuando el video se acabó les pregunté que si me podían decir qué habían visto en el video y una de ellas me contestó: “son figuras geométricas”, yo le dije que por qué estaba segura que eran figuras geométricas y todas me contestaron: “es que ya las vimos acá en el colegio hace tiempo”. Dije que si alguna me podía nombrar algunas de las figuras que vieron y empezaron a decir: “vi un rombo”, “un cuadrado”, “un círculo”, “una estrella” y “un triángulo”, les dije que si querían ver el video nuevamente para ver qué más figuras habían y todas gritaron: “sí!!!”. Cuando terminaron de ver el video empezaron a gritar nombres de figuras, yo les dije que por favor en orden para poder entenderlas y al levantar la mano me dijeron: “un ovalo y un diamante”, otra niña me dijo: “un pentágono” yo le dije que me repitiera que no le había entendido bien y ella me dijo: “un pentágono”.</p> <p>Saqué una hoja y les pinté las siguientes figuras:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Les realicé la rutina llamada: “¿qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?” así que empecé preguntándoles ¿qué está pasando en la hoja? y ellas me contestaron: “figuras geométricas”, luego una niña me levantó la mano y me dijo: “triángulo, cuadrado y pentágono”. Le pregunté en qué se parecen los dibujos, una de ellas me contestó: “que son planas”, yo le dije que cómo así que planas y me dijo acercándose a la hoja: “mira es que todas terminan en plano abajo” y la niña que estaba al lado la apoyo diciendo: “sí, todas tienen la línea de abajo plana”. Les pregunté que qué otras semejanzas habían en los dibujos y una niña me dijo: “que son figuras con líneas rectas”, le dije que cómo así que con líneas y acercándose al dibujo me dijo: “mira esta tiene líneas, esta también y esta también”. Luego les pregunté ¿qué está cambiando -qué diferencias- veían en las figuras? y una me dijo: “que todas tienen diferentes formas”, yo le pregunté que por qué y me contestó: “una es triángulo, la otra cuadrado y pentágono”, le dije que cómo las podía diferenciar y otra niña dijo: “es que</p>	

una tiene menos puntas que las otras”. Les pregunté que cuántas puntas tenía el triángulo, ellas me gritaron: “tres”, les pregunté que cuántos tenía el cuadrado y gritaron: “cuatro”, les pregunté que cuántas tenía el pentágono y una de ellas se acercó a contarlas y me dijo: “cinco”.

Les pregunté *¿qué va a pasar? -qué figura seguiría-* después del pentágono si quisiéramos pintar otra, ellas dijeron “yo sé, yo sé” le pedí el favor a una niña de pasar al frente para que dibujara en la hoja la figura que ella creía que seguía, mientras que la niña pintaba otra niña grito: “es un octágono” yo le dije que por qué y me dijo: porque tiene más lados que la de cinco”, le dije que esperáramos a ver qué pintaba su compañera. Cuando les mostré la figura que su compañera había pintado les pregunté que si esa era la figura que seguiría y todas dijeron: “no” y una dijo: “es que esa también tiene cuatro como esta (señalando el cuadrado)”, yo les pregunté que entonces que seguiría una niña me dijo: “una figura de seis”, yo le dije que de seis qué y ella me dijo: “puntas”. Luego me dirigí a todas y les pregunté que si ellas creían que había una figura de seis puntas y todas gritaron “sí”, yo les dije que como se llamaba y una niña grito: “hexágono”, así que le pedí el favor que pasara al frente y la pintara. La niña trató de pintar un hexágono y aunque no le dio la forma perfecta al contar sus puntas daba seis, así que ellas gritaron que esa figura era la que seguiría.

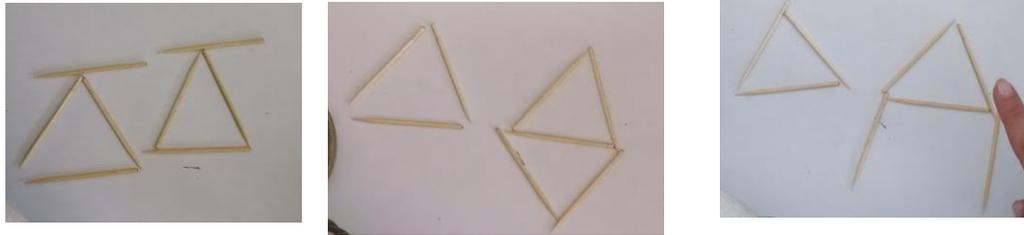


Luego les pedí que formaran tres grupos y que se sentaran todas con sus grupos en círculo, les dije que les iba a entregar tres palillos y que con ellos debían formar una figura geométrica cerrada, lo cual significaba que todos los palos debían estar tocándose. Dejé que cada grupo realizara la figura y lo que hicieron fue lo siguiente:

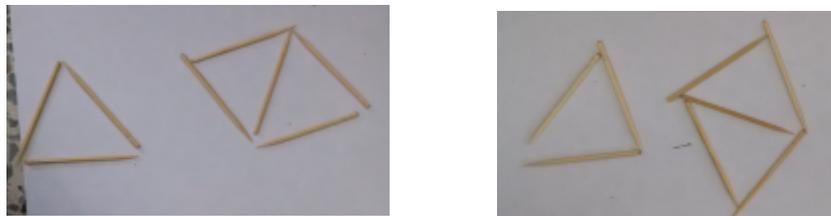


Les dije que por qué habían realizado el triángulo y una niña me dijo: “es que este triángulo solo tiene tres puntas” y yo le dije si era el único que podíamos formar con

los tres palillos y ellas respondieron: “sí porque tiene solo tres puntas”. Luego les dije que les iba a volver a dar tres palos para que al lado del triángulo que ya habían hecho volvieran a hacer uno igual... una vez todas lo habían construido les dije que les iba a dar dos puntas más para que le agregaran a ese nuevo triángulo, les dije que la instrucción era la misma que en la primera figura: los palos tenían que tocarse. A continuación mostraré lo que cada grupo realizó:



Como hubo dos grupos que realizaron otro tipo de figuras, dejaron una abierta (formando una especie de casa) y la otra le sumaron los dos palos utilizando el triángulo inicial y el segundo triángulo formado; hicimos entonces una puesta en común entre todas en donde vimos las figuras conformadas en esos dos grupos. Les pregunté a las niñas que si las figuras que estábamos viendo cumplían con las indicaciones que les había dado desde el principio y las niñas que habían hecho la figura correctamente dijeron: “no, es que los palos deben estar tocándose” yo les dije que si acaso esos no se estaban tocando y una niña dijo: no porque hay puntas que están abiertas. Las niñas de los grupos que hicieron dichas figuras empezaron a cambiarlas y realizaron las siguientes:

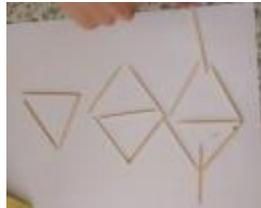
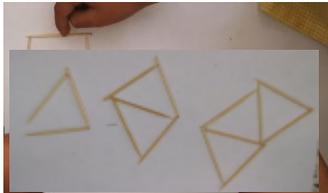


Cuando me mostraron lo que hicieron les dije que por qué habían cambiado las figuras anteriores a estas nuevas y ellas me dijeron: “Es que ahora sí se están tocando”. Les pregunté a todas las niñas que qué veían en esa nueva figura y una me contestó: “hay dos triángulos”, yo me le acerqué para que me mostrara en donde habían dichos triángulos y ella me dijo señalando su figura: “aquí hay uno y aquí hay otro”. Le pregunté a las niñas que si también estaban viendo esos triángulos que decía su

compañera y ellas gritaron: “sí, sí hay dos!”

Les dije que nuevamente les iba a entregar cinco palillos y que debían realizar la misma figura que acababan de hacer (figura número dos) y cuando todas la habían hecho les dije que les iba a dar otros dos palillos los cuales debían aumentar en esa nueva figura sin modificarla.

Lo que cada grupo hizo fue lo siguiente:



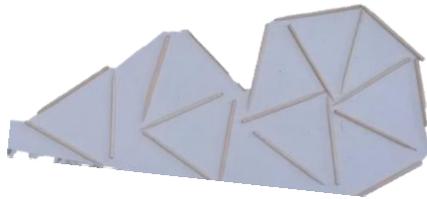
Al ver que no todas siguieron instrucciones hicimos nuevamente una puesta en común donde se expusieron las figuras que habían hecho todos los grupos. Cuando vieron las figuras conformadas por sus compañeras una de ellas dijo: “es que las niñas cambiaron la figura, en esta (señalando la de los cuadrados)” ya no hay triángulos. Yo le dije que por qué debían haber triángulos y ella me dijo: “es que mira estas dos anteriores (las primeras dos figuras de triángulos), ahora ellas cambiaron todo y no se podía cambiar”. Le pregunté a esa niña que qué había hecho su grupo y al mostrarme lo que hicieron me dijo: “esta tiene todo tocándose”. Le pregunté que qué veía en esa figura pero no supo contestarme, así que le dije mira la primera figura y dime qué hay, ella me dijo: “un triángulo”, yo le dije que qué había en la segunda figura y otra niña me dijo: “otra figura de dos triángulos” le pregunté que ahora qué veía en la tercera y ella me dijo: “hay tres triángulos”. Luego señalé la tercera figura y les pregunté que qué había ahí y una niña me dijo: “esa está más porque hay palo que no se están tocando, mira (mostrándome los palos que le salían en las puntas de los dos triángulos de la tercera figura)”. Yo les pregunté que si será que todas cumplen con las instrucciones que les había dado desde el principio y todas gritaron que no.

Las que habían hecho figuras abiertas se fueron a cambiarlas y me mostraron sus nuevas figuras:



Al ver que todas habían hecho figuras cerradas les realice la rutina de pensamiento “¿qué está pasando? – ¿qué está cambiando? – ¿qué va a pasar?” empecé preguntándoles “¿qué está pasando? -qué similitudes- había entre esas figuras que habían hecho y ellas me contestaron: “hay triángulos” y “hay muchas puntas”, les pregunté que si algo más y me dijeron: “tienen muchas líneas rectas”. Luego les

pregunté **¿qué está cambiando? –Diferencias-** veían en las figuras que habían hecho, ellas me contestaron: “cada vez hay más palillos”, “la siguiente es más grande”, yo le dije que cómo así que se aumentaba y una me dijo: “primero un triángulo, dos y esta tres”. Finalmente les pregunté que si ellas podían decirme **-¿qué va a pasar? -Qué pasaría** si hiciéramos una cuarta figura y todas gritaron una de cuatro triángulos, le pregunté que por qué de cuatro y me dijeron: “es que después de tres va cuatro y esa es la que sigue”. Les entregué los palos y antes de terminar de dárselos a todos los grupos el primer grupo gritó: “nosotros ya hicimos una figura de cuatro triángulos” yo me acerqué a ver lo que habían realizado y me mostraron una figura que efectivamente tenía cuatro triángulos. Luego, como las niñas no habían hecho una réplica de la figura anterior les sobraban palillos, entonces me dijeron: “si le aumentamos otros dos formamos cinco triángulos y le ponemos otros dos formamos seis... y mira es una bola”. A continuación mostraré la figura que hicieron:



Las demás compañeras que estaban paradas mirando el trabajo de sus compañeras dijeron: “ay que chévere, se formó una bola gigante de triángulos”, les pregunté que cuántos habían en total y contando cada uno dijeron: “seis”.

Aproveché que todas estaban paradas mirando la hoja y me senté, les dije que miraran con mucha atención lo que iba a hacer. Cogí otra hoja en blanco y empecé a hacer la primera figura, al terminar ellas dijeron: un triángulo”, yo les dije que cuántos palillos tuve que usar para hacer ese primer triángulo, ellas me dijeron: “tres”. Luego les dije que iba a volver a hacer el primer triángulo y que le iba a aumentar dos palos más, cuando terminé les pregunté que qué veían y nuevamente me dijeron: “dos triángulos”, les dije que cuántos palillos había utilizado para hacer esa nueva figura y ellas sumando con los dedos dijeron: “cinco”. Luego realice nuevamente esa segunda figura, le aumenté dos palos más y les pregunté que qué veían, ellas dijeron: “tres triángulos”; les dije que con cuántos palillos había hecho esa nueva figura y después de contarlos con el dedo me contestaron: “siete” pregunté que cuántos palillos tenía que usar en la otra figura... todas se quedaron pensando y al ver que no entendieron les dije: ”miren en esta primera figura cuántos palillos utilice?”, ellas me contestaron: “tres”, les dije que en la segunda y leyendo el número dijeron: “cinco”, luego les pregunté que cuántos había utilizado en la tercera y me dijeron que siete; les dije que entonces cuántos debía utilizar para la siguiente figura y contando con el dedo dijeron: “nueve”, yo les pregunté que por qué y una niña me contestó: “es que va de dos en dos”, yo dije que como así y ella me dijo: “sí, aumenta dos”. Realicé la figura con los nueve palos y les

volvía a preguntar que cuál seguía y la mayoría utilizando los dedos me respondió: “11”. Les volvía a preguntar que por qué 11 y una niña me dijo: “es que sigue de dos”, yo le pregunté que si podíamos darle un nombre a eso y ella se quedó cayada. Les pregunté que si ese podía ser un patrón, la mayoría dijo en voz alta: “sí!, patrón” y yo les pregunté que si le podíamos dar un nombre a eso que estábamos viendo y una niña dijo: “secuencia”.



Miré el reloj y vi que ya era hora de almuerzo así que le pregunté a la profesora titular que si ya se las debía llevar y me dijo afanada que sí. Les dije a las niñas que muchas gracias por haber participado en mis actividades y ellas me preguntaron que si me iba a quedar en su salón todo el día, les dije que no y dijeron: “ayy, entonces cuándo vuelves” y yo les dije que no volvía porque solo había ido a hacerles esas actividades. La profesora les dijo que por favor fueran a lavarse las manos para el almuerzo y que rápidamente se despidieran de mí, algunas me dieron un abrazo y se fueron corriendo.

10.9. Registro de Observación Actividad 3 “Creando una coreografía” Colegio 1

REGISTRO DE OBSERVACIÓN 3	
Fecha:	Febrero 25 de 2014
Lugar:	Colegio No. 1
Hora:	2:00 pm
Situación que observa: “Creando una coreografía”	
Objetivo: Observar si las reconocen regularidades y patrones en el contexto musical	
DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN:	
<p>Al entrar al salón las niñas se encontraban en sus puestos terminando de organizar los materiales que habían utilizado en la clase anterior.</p> <p>Les pedí el favor que se sentaran en un círculo en el piso para poder ver el video que les iba a mostrar, apenas puse el video y oyeron la canción que sonaba y unas comenzaron a gritar: “yo conozco esa canción!, es la macarena” yo les pedí el favor de quedarse sentadas para poder ver bien el video y que ya después sí se podían parar. Mientras que miraban el video algunas iban cantando y otras movían sus brazos según el baile de la canción, dejé que el coro de la canción se repitiera tres veces y después paré la música para conversar con ellas. Les pregunté que qué habían visto en el video y ellas me contestaron: “vimos el baile de la canción” yo les dije que cómo se llamaba esa canción y la mayoría dijo “la macarena”. Les dije que si alguna se podía parar al frente y bailar la macarena como lo habían visto en el video y una niña levantó su mano, se paró en frente de todas y comenzó a bailar.</p> <p>Mientras que la niña bailaba las otras estudiantes se movían en el puesto y algunas cuestionaban si el orden de los pasos era como los estaba haciendo su compañera, yo les pedí que la dejaran terminar de bailar para luego ver nuevamente el video y rectificar los movimientos. Cuando la niña terminó el baile volví a ponerles el video y efectivamente le estaba faltando un paso, así que simultáneamente con el video le pedí a la misma niña que pasó al frente que volviera a bailarlo, y mientras se movía sus compañeras la ayudaban a seguir el orden del baile de la macarena.</p> <p>Cuando la niña repitió la coreografía y logró ponerla en orden con ayuda de sus compañeras les pregunté a todas que si veían algo de especial en esa coreografía pero ninguna me contestó nada. Les dije que se pararan todas para bailar la canción y mientras que yo cantaba ellas bailaban según los pasos del video, yo canté varias veces el coro para que ellas repitieran la secuencia del baile y que se dieran cuenta que los pasos se repetían constantemente. Después de cantar siete veces el coro y que ellas lo bailaran, una niña me dijo: “ay ya no más profe, me cansé de bailar lo mismo”. Cuando oí las palabras de la niña le dije: “¿de qué te cansaste?” y ella me contestó moviendo su cuerpo con los pasos del baile: “del baile profe” yo le dije que por qué si era divertido y ella me dijo: “ya lo hicimos varias veces... no más”, yo le pregunté: “qué hicimos varias veces” y ella me dijo: “los pasos”.</p> <p>Les pedí a todas que se sentaran para que pudieran escuchar la conversación que estaba teniendo con la estudiante y les dije: “qué es lo que tanto hemos hecho varias veces y todas contestaron: “los pasos”, les pregunté que qué pasos y me dijeron: “los del baile”. Les dije que si alguna me podía decir cuantos pasos habían en ese coro y una niña se</p>	

paró y empezó a contar los pasos delante de sus compañeras mientras se movía siguiendo la secuencia de la canción y al finalizar sus movimientos todas gritaron: “14 pasos”. Cuando terminaron de contarlos les pregunté que qué pasaba después de terminar con esos pasos y luego de un silencio una niña me dijo: “pues los repetimos”. Yo les dije asombrada: “¿los repetimos?” y todas dijeron que sí, les pregunté que qué repetíamos y ellas me dijeron: “los pasos”, les pregunté que después de terminar el paso número 14 podíamos empezar con cualquier paso del baile (les bailé y seguí con otro paso diferente) y ellas me dijeron: “noooo, tienes que volver a empezar con el primer paso que es este (me lo mostró con su propio cuerpo)”. Yo les insistí que por qué no podía empezar con cualquier paso y finalmente una niña me dijo: “es que tiene que ser en orden”. Volví a bailar paso a paso la coreografía y al terminar la primera secuencia les dije que si era en orden entonces cuál seguía y una de ellas se paró a mostrarme qué paso debía hacer.

Les pedí a las 19 niñas que se hicieran en una línea mirando para enfrente y les dije que íbamos a partir los pasos del baile para ver mejor uno a uno de los pasos. Les dije que la idea era que la primera de la fila hiciera el primer paso, la segunda, el segundo paso y así sucesivamente. Empezó la primera niña con el primer paso, la segunda hizo el siguiente paso y así seguimos hasta llegar a la niña 14, cuando era el turno de la niña 15 ella volvió a repetir el primer paso que había realizado la niña uno. Al llegar a la niña 19 les dije que qué paso seguía, la niña encargada de ese paso (niña número 6) lo hizo y las que le seguían hicieron sus pasos hasta terminar la secuencia nuevamente en la niña número 14.

Al terminar con ese ejercicio les dije que qué le veían de particular a lo que habíamos hecho y ellas me dijeron: “es que el baile tiene estos pasos (señalando a las compañeras que estaban en la línea) y se repiten cada vez que llegamos a ese (señalando a la niña número 14)”, les dije que si veían algo parecido con la actividad que habíamos hecho la semana pasada y la misma niña me contestó: “es una secuencia”; al oír su respuesta le dije que me explicara mejor y ella me dijo: “es que los pasos vuelven a repetirse, empiezan desde el primero hasta el último y otra vez sigue el primero”. Yo le pregunté al resto de las estudiante que ellas que opinaban de lo que estaba diciendo su compañera y unas de ellas me dijeron: “sí, es que se repite y se repite y se repite”, así que les dije es decir que el patrón del baile cuál sería y la niña que habló de primera me dijo: “es que es todo porque todo se repite hasta llegar acá (señalando a la niña número 15)”. Yo le dije que si entonces ese era el patrón y ella me contestó: “sí, porque es el que se repite”

Les dije que rápidamente se hicieran en grupos de dos personas y que se inventaran una coreografía que tuviera un orden como el de la canción, les di cinco minutos para que lo hicieran y rápidamente pasaron todas al frente para mostrárselo a sus compañeras. Cuando estaban pasando los últimos grupos llegó la auxiliar para llevárselas a clase de música y todas le dijeron: “ayy no, espérate terminamos de mostrar nuestros bailes” y cuando lo hicieron todas salieron corriendo con la auxiliar para llegar a su próxima clase.

