

## Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

**BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA**  
UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
Chía - Cundinamarca

**MODELO CAPM Y BLACK-LITTERMAN PARA MATERIAS PRIMAS DENTRO DE UN  
CONTEXTO COLOMBIANO.**

**JUAN CAMILO MARTÍNEZ VALVERDE**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS  
ECONOMÍA Y FINANZAS INTERNACIONALES  
CHIA, CUNDINAMARCA**

**2013**

**MODELO CAPM Y BLACK-LITTERMAN PARA MATERIAS PRIMAS DENTRO DE UN  
CONTEXTO COLOMBIANO.**

**JUAN CAMILO MARTÍNEZ VALVERDE**

**Trabajo de tesis para optar el título de profesional como Economista con énfasis en  
Finanzas Internacionales.**

**Asesor de Tesis.**

**Pablo Enrique Moreno Alemay**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS  
ECONOMÍA Y FINANZAS INTERNACIONALES  
CHIA, CUNDINAMARCA**

**2013**

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.	5
1. JUSTIFICACIÓN DE TEMA.	5
2. ESTADO DEL ARTE.	7
3. METODOLOGIA Y DATOS.	10
3.1. Modelo CAPM.	10
3.2. Modelo Black Litterman.	12
4. DESARROLLO DEL MODELO.	15
4.1. Modelo CAPM.	17
4.2. Modelo Black Litterman.	20
5. CONCLUSIONES.	23
BIBLIOGRAFIA.	25

## **ABSTRACT.**

The objective of this research was to study whether the minimum risk efficient portfolios, comprised of general variables such as equity and fixed income, together with commodities are more efficient in mean and variance that without the inclusion of commodities. CAMP model and the Black Litterman was used, which allow investors to generate an optimal strategic asset allocation, taking into account historical returns, their market capitalizations and unique perspectives on the future behavior of assets. This document consolidates both models under a Colombian economic contour under other simple models to showing similar results to those obtained by the CAPM and the Black Litterman.

**Keywords:** minimum efficient portfolio risk, market capitalizations, mean-variance efficient, historical returns.

## **RESUMEN.**

El objetivo de esta investigación fue estudiar si los portafolios eficientes de mínimo riesgo, conformados por variables generales como renta fija y variable, acompañada de materias primas son más eficientes en media y varianza que sin la inclusión de materias primas. Se utilizó el modelo CAMP y el modelo Black Litterman, que permiten a los inversionistas generar una asignación estratégica de activos óptima, teniendo en cuenta los retornos históricos, sus respectivas capitalizaciones de mercado y puntos de vista únicos sobre el comportamiento a futuro de los activos. Este documento consolida ambos modelos bajo un contorno económico colombiano y demuestra bajo otros simples modelos, resultados similares a los obtenidos por el CAPM y el Black Litterman. Los datos tomados para la realización de este proyecto fueron variables generales a nivel tanto local como internacional que tienen en cuentas las acciones y los bonos más comercializados por los inversores.

**Palabras clave:** portafolio eficiente de mínimo riesgo, capitalizaciones de mercado, eficientes en media y varianza, retornos históricos.

## INTRODUCCIÓN.

Si observamos a cada uno de los inversores, ellos tienen una asignación de activos, ya sea en efectivo, en un solo activo (en una única empresa), o en un portafolio creado a su gusto. Pero, el problema de esta asignación de activos es analizar si realmente es la óptima, generando ganancias eficientes dado un nivel de riesgo que los inversores están dispuestos a tomar.

Para Brown & Lee (2013), en una inversión a largo plazo es recomendable realizar una asignación de activos diversificada cuidadosamente para poder alcanzar unos mayores y mejores objetivos. Siguiendo dos principios básicos sobre la inversión, que son: proporcionar una diversificación para minimizar el riesgo e incorporar puntos de vista macroeconómicos a largo plazo; se decidió analizar si la diversificación de portafolios con la inclusión de materias primas dentro de un contexto colombiano ¿Puede mejorar el rendimiento de un portafolio dado un nivel de riesgo?

En la sección 1 se observa una justificación del tema, introduciéndonos un poco más sobre el tema que se va a tratar, en la sección 2 se muestra de una manera breve y concisa alguno de los modelos que han realizado otros autores respecto a este tema, en la sección 3 se plantean los modelos que se van a utilizar y los datos a trabajar para el desarrollo de este modelo, en la sección 4 se realizan las respectivas estimaciones con las interpretaciones, y por último en la sección 5 se encuentran las conclusiones y los análisis finales de este proyecto.

### **1. Justificación de tema.**

Las bolsas de materias primas han existido por más de siglo y medio aproximadamente en Latinoamérica, de hecho, esta región es el hogar de uno de los intercambios de productos básicos más antiguos del mundo, como lo es la bolsa de Cereales de Buenos Aires (1856) y la Bolsa de Comercio de Rosario (1884), ambos en Argentina. A medida que pasa el tiempo, la región se ha visto en un aumento constante de establecimientos de intercambios, extendiendo el conocimiento y la producción de bienes y servicios de los países. Por ejemplo, en 1985 se creó el "Mercantile & Futures" (BM & F) de Brasil, que posteriormente en el 2008 se unió a la bolsa de valores de San Pablo o *BOVESPA* y la cual ha sido una de las que más ha sobresalido en la región, teniendo 122 millones de contratos de futuros y opciones en 1997 (Informe de la UNCTAD, 1998) y ocupando en el 2007 el puesto 7 a nivel mundial por el número de futuros negociados que ascendieron a 426 millones de contratos aproximadamente (Ferreira Lamas, 2008). Actualmente *BOVESPA* está ubicada entre las 6 bolsas de valores más grandes del mundo y la primera

en ocupar este puesto de Latinoamérica, con un número de 1636 millones contratos de futuros y opciones negociados, además su capitalización de mercado (Acworth, 2012).

Las dos bolsas agropecuarias de mayor volumen de operaciones en Latinoamérica y que trabajan con contratos de futuros y opciones sobre subyacentes agropecuarios son Brasil y Argentina, sin embargo estos dos países no son los únicos que han avanzado en su desarrollo de mercados sobre materias primas formales auto regulados. Colombia, en compañía de Chile y México son otra muestra de países que están avanzando, aunque a un ritmo más lento pero de todas maneras significativo. Estos tres países han iniciado con el ofrecimiento de derivados financieros principalmente sobre tasas de interés, títulos de deuda pública, tasas de cambio, acciones e incluso subyacentes energéticos y aunque no han tenido ni la antigüedad ni el desarrollo económico como Brasil y Argentina han comenzado estudios y proyectos sobre la implementación de futuros y opciones sobre la mayoría de las materias primas.

Por ejemplo, en Colombia se creó en 1979 la Bolsa Nacional Agropecuaria y que luego en el 2010 cambio su nombre por la Bolsa Mercantil de Colombia (BMC) con el objetivo de desarrollar un nuevo mercado de derivados financieros sobre materias primas y commodities, sin descuidar su origen agropecuario. Las operaciones que ofrece la BMC actualmente por medio de las OMAs (Operaciones de Mercado Abierto) son: los repos y los contratos a plazo o Forward (los cuales son hechos a la medida del cliente). La desventaja que tienen estas operaciones es la posibilidad de realizar coberturas sobre el mercado spot de estos productos, lo que favorablemente sería posible con los Futuros y las Opciones.

De esta manera, y sabiendo que Colombia en sus últimos años ha tenido una gran estabilidad macroeconómica y un buen periodo de seguridad democrática, aumentando del año 2000 al 2011 aproximadamente el 71% del gasto militar para combatir a los grupos criminales y dejando como consecuencia una reducción en las tasas de homicidios de casi el 47%, además de un aumento en el PIB de 100.363 millones de dólares en el año 2000 a 333.371 millones de dólares en el 2011 y ubicándose durante este tiempo por encima del 3% anual según el FMI, alcanzando el 8% en el 2007 e incluso siendo positivo en el 2009, durante lo más difícil de la crisis financiera mundial; se debería facilitar la gestión de riesgo financiero de las empresas e inversionistas propios mediante la puesta en marcha de estrategias capaces de estimular aún más el desarrollo de inversión en moneda local, como por ejemplo modelos sobre valoración de portafolios o asignación estratégica de activos, acompañado de una bolsa agropecuaria mejor estructurada con contratos de futuros y opciones sobre bienes primarios, en el cual se pueda demostrar

que la inclusión de productos de este sector colombiano dentro de una cartera, puede generar portafolios más óptimos.

Según Paddon & Bradley (2011), existen una serie de argumentos convincentes para la diversificación de portafolios con productos agrícolas en inversores institucionales a largo plazo, las cuales son: *“I) Los commodities tienen una atractiva característica de renta variable, rendimientos dando un riesgo atractivo. II) Los commodities tienen bajas correlaciones con varias clases de activos tradicionales, es decir, puede llegar a reducir el riesgo de una cartera (sin reducir su rendimiento esperado). III) Protección única desde el punto de vista macroeconómico, tienen una cobertura contra el riesgo de la inflación.”*

Además de esto, con el paso del tiempo se ha evidenciado que el sector agropecuario se ha consolidado como uno de los principales pilares de producción y empleo en el país, utilizando actualmente únicamente el 3% del territorio nacional para estos fines agrícolas (Arboleda Cañas, 2006). Pero, en los últimos dos años en la región de la Altillanura colombiana que es, según el Ministerio de Agricultura, la última gran frontera agrícola que le queda al país con algo más de 7 millones de hectáreas, y en el cual comprende los departamentos del Meta, Vichada, parte de Casanare y parte de Arauca se quiere implementar el modelo del Cerrado brasilero, región del vecino país que tiene grandes similitudes de suelos con la Altillanura y que requirió de grandes inversiones para su consolidación, así como una gran suma de recursos en gasto público en investigación, infraestructura y otros bienes públicos.

El exministro de Agricultura, Juan Camilo Restrepo, señaló que la Altillanura será uno de los proveedores de la gran despensa mundial. Colombia es de los pocos países que tiene tierras para utilizar en la expansión de una frontera agrícola y tiene capacidad para mejorar sus tecnologías y rendimientos, *“somos uno de los varios jugadores en el mundo para proveer alimentos que van a ser muy demandados”*, pero como ya se dijo anteriormente, se necesita una gran inversión extranjera y una ayuda tanto del gobierno como del sector financiero, que genere incentivos y sea atractivo para inversionistas, proveedores, accionistas y productores.

## **2. Estado del Arte.**

Existen algunos estudios que han referenciado el tema de la inclusión de derivados sobre materias primas en portafolios de inversión. Para este caso según Natalia Cañas Arboleda (2006), el gobierno colombiano por medio del sector financiero ha empezado a ofrecer coberturas e incentivos con el propósito de generar un aumento en la inversión tanto extranjera como local. Uno de los proyectos que más sobresale dentro del gobierno para

el aumento de la inversión es “*El programa de protección de Ingresos para productores de bienes agrícolas exportables*”, el cual está enfocado hacia el sector agropecuario y que tiene como objetivo la implementación de coberturas para exportadores e importadores nacionales con productos como la caña de azúcar, cacao, carne de bovino, leche, entre otros; y derivados para exportación como el camarón, plátano, frutales y tabaco.

Pero los importadores y exportadores de materias primas no son el único objetivo dentro de este proyecto, para Bartram, Brown y Fehle (2006), en una muestra realizada para 7.319 empresas de 50 países fuera de Estados Unidos, encontraron que el 60% de las empresas usan derivados, siendo que el 45% de estas empresas lo utilizan sobre divisas, 33% sobre tasas de interés y solo el 10% sobre precios de *commodities*, razón por la cual la implementación de coberturas sobre materias primas solo es un primer paso para lograr aumentar la inversión extranjera directa y la inversión local.

Así mismo, en un estudio realizado por Gorton y Rouwenhorst (2004), donde tomaron series de Estados Unidos sobre renta variable, renta fija y commodities, se demostró que los retornos de los productos agrícolas son similares a los de las acciones y que los rendimientos están correlacionados negativamente con los bonos y las acciones, especialmente en periodos más largos. Otro de los resultados que obtuvieron es que estos productos agrícolas suelen comportarse de la mejor manera en las primeras etapas de recesión de un ciclo económico, cuando los retornos de las acciones ya comienzan a disminuir, pero la producción dentro de la economía sigue siendo alta. En otras dos etapas del ciclo económico, en plena y a finales de la recesión, las acciones están mirando hacia el futuro buscando obtener unas mejores ganancias, generando un crecimiento de la economía más acelerado y llegando a la etapa de expansión. A medida que la economía va pasado de la recesión a la expansión, la producción va aumentando debido a la demanda de materias primas (economía opera en su mejor capacidad). En conclusión, las acciones y los productos básicos se mueven hacia distintas partes en cada momento del ciclo económico, diversificando una cartera cuando más se necesite.

Para confirmar estos análisis, Radoslaw Kurach (2012), verificó empíricamente el potencial de la diversificación de los diferentes sectores de materias primas para las carteras de renta variable. Trató de encontrar una explicación de los diferentes beneficios de la diversificación intersectorial mediante la verificación de la relación entre variables macroeconómicas y los índices de materias primas. El autor empleó el análisis de correlación para realizar sus pronósticos y los resultados indicaron que los metales preciosos y la ganadería son valiosos diversificadores de una cartera con renta variable, mientras que los metales industriales tienen una volatilidad similar con las fluctuaciones del mercado de valores. Utilizando los datos de la primera década del siglo XXI, se

estimaron correlaciones contemporáneas entre las poblaciones y los diferentes sectores de índices de materias primas para elevar su potencial de diversificación. Se encontró que esta variable es una variable intersectorial. Luego se demostró que algunas de las variables macroeconómicas (como la inflación) afectaban menos la cartera de un portafolio con la diversificación de los productos añadiendo metales preciosos y ganadería.

Steve Paddon & Bradley George (2011), han realizado un análisis en el cual se incluyeron series como la renta variable estadounidense, bonos del tesoro de USA, el Dow Jones y *commodities*. Las asignaciones arrojadas por medio del modelo Black Litterman para activos estratégicos de productos básicos fueron bastante altas, las cuales varían del 16% al 28%. Pero la realidad no es así, la inversión dedicada a la mercancía esta alrededor del 3% al 7%.

Resultados similares arrojaron las pruebas realizadas por Ibbotson (2006), en las cuales se utilizaron bases de datos anuales desde 1970 hasta el 2004 de los bonos, acciones, y tesoros a 3 meses de Estados Unidos, adicionalmente los bonos y acciones internacionales. Los resultados obtenidos empezaron con las materias primas, las cuales tienen una baja correlación con las acciones y los bonos. Posteriormente se realizó un trabajo por medio del modelo CAPM, el cual arrojó como resultado que la inclusión de *commodities* a un portafolio da la oportunidad de mejorar la frontera eficiente, obteniendo las asignaciones a los productos básicos de 0% a 25% aproximadamente. Ahora, utilizando el modelo Black Litterman con los mismos datos (incluyendo *commodities* y sin incluirlos), las asignaciones para estos productos básicos por medio de este modelo fueron de 0% al 28% aproximadamente.

Borin & Di Nino (2012), tomaron datos sobre los precios futuros de los *commodities* y sobre las posiciones tomadas por los inversionistas semanalmente desde el 2006 hasta septiembre de 2011, inicialmente realizaron una matriz de correlaciones entre los futuros retornos y las posiciones por tipo de inversión, en la cual dio como resultado una correlación significativa entre cada una de las variables. Luego, para conocer la autocorrelación de la serie por medio de su volatilidad se realizó un modelo GARCH, con resultados que confirman un efecto GARCH sobre los futuros rendimientos de las series, generando coeficientes de variación significativos entre 0.6 y 0.9. Los resultados evidenciaron que los cambios en las posiciones largas mantenidas por los administradores de dinero tienden a reducir los rendimientos futuros en el mercado de ganado de engorda y ganado en pie, pero tienden a aumentar en los mercados de maíz. Un aumento de la cuota de operadores de swaps sobre las posiciones largas lleva al aumento de los futuros beneficios en tres mercados (cacao, soja y aceite de soja).

Para la Bolsa Mercantil de Colombia (en el momento de ese estudio, Bolsa Nacional Agropecuaria), un buen funcionamiento en el mercado de derivados para productos agropecuarios en el país, hace falta infraestructura tecnológica, operativa y legal, lo cual requiere de una gran inversión (Arboleda Cañas, 2006). También existen otros obstáculos que impiden el buen funcionamiento del mercado de derivados, tales como la concentración de mercado, en el cual existen pocos participantes que monopolizan la información, evitando que el mercado sea transparente y con liquidez. Esta situación sumada a la falta de desinformación de derivados por parte del sector agropecuario genera uno de los mayores obstáculos para la implantación y buen funcionamiento del proyecto. Lo que se tiene que hacer es elaborar respuestas políticas que sean eficaces en la reducción de sus efectos indeseables, preservando al mismo tiempo la eficiencia del mercado. Una reglamentación eficaz que se pueda desarrollar sólo mejorando nuestro conocimiento de los mecanismos de mercado que ahora está limitado por la falta de estadísticas adecuadas (Consejo Privado de Competitividad, 2012 - 2013). Según lo acordado por los responsables políticos en los foros internacionales, esto sólo se puede lograr mediante el aumento de la transparencia y la puesta a disposición de información más detallada, tanto en mercados regulados y los mercados financieros OTC, así como en los fundamentos físicos.

*“La implementación de este tipo de instrumentos permitirá una mejor fijación de precios en el mercado de los diferentes activos subyacentes y dará mayor profundidad y dinamismo al sector financiero, lo cual mejorara el desarrollo y el crecimiento económico del país.” (Arboleda Cañas, 2006).*

### **3. Metodología y datos.**

#### **3.1 Modelo CAPM.**

Para el desarrollo de esta investigación inicialmente se va a desarrollar uno de los modelos más utilizados para la valoración de activos financieros, desarrollado de forma simultánea pero separadamente entre los años 1961 y 1966 por Sharpe, Lintner, Mossin y Treynor. Este modelo es el Capital Asset Pricing Model (CAPM), el cual proporciona el marco para la separación del retorno de cualquier activo en dos componentes: la parte que se correlaciona con el mercado (riesgo sistemático) y la parte que no está correlacionada con ella (riesgo no sistemático).

A parte de esto, el modelo CAPM permite la construcción de un portafolio más óptimo al determinar el porcentaje de inversión para cada uno de los activos, encontrando una relación lineal entre los retornos de un activo y el retorno que se hubiese obtenido

invirtiendo únicamente en el portafolio de mercado. Pero, para la obtención de un portafolio más óptimo es necesario un parámetro que indique el riesgo de mercado, el riesgo no diversificable y que depende únicamente del mercado, que en este modelo es llamado Beta ( $\beta$ ).

Para la construcción de este modelo, se asumen 3 supuestos fundamentales:

- Los inversionistas son aversos al riesgo.
- Los inversionistas protegen su portafolio con el equilibrio entre rentabilidad y riesgo.
- Existe una tasa libre de riesgo a la que los inversionistas pueden endeudarse o invertir.

Es importante destacar la importancia del beta, ya que por definición el beta de un portafolio es igual a uno. Por este motivo, el beta describe la variabilidad relativa de retornos de las inversiones y el cual se concentra en el componente de correlación sistemática de los retornos. Si el beta es cero, el retorno esperado del portafolio será igual al valor del activo libre de riesgo; si el beta es uno, el retorno esperado del portafolio será igual al portafolio de mercado; y si el beta es mayor a uno, el retorno esperado del portafolio será más volátil que el portafolio del mercado, es decir que se moverá a mayor proporción que su portafolio de mercado.

En términos matemáticos, el modelo CAPM viene dado por:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * E(R_m - R_f)$$

Dónde:

$E(R_i)$ : Retorno esperado sobre el activo riesgoso  $i$ ;

$R_f$ : Tasa libre de riesgo

$\beta_i$ : Coeficiente de riesgo sistemático del activo  $i$ :

$E(R_m - R_f)$ : Premio por riesgo de mercado.

El beta o el coeficiente de riesgo sistemático del activo  $i$  está definido matemáticamente por:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

Siendo:

$Cov(R_i, R_m)$ : La covarianza entre el activo riesgoso  $i$  y el portafolio de mercado  $m$ ;

$Var(R_m)$ : La varianza del portafolio  $m$ .

### 3.2 Modelo Black-Litterman.

Ahora, para comprobar los resultados del modelo CAPM se va a realizar una estimación de retornos esperados con la asignación estratégica de activos dentro del portafolio trabajado, el cual se va a realizar por medio del modelo Black-Litterman. Este modelo utiliza un enfoque bayesiano para combinar los puntos de vista subjetivos de un inversionista con respecto a los rendimientos esperados de los activos con retornos esperados en el modelo CAPM para formar una nueva estimación mixta de rentabilidad esperada.

La estadística bayesiana es una aproximación natural para la construcción de portafolios porque provee una teoría para combinar información de diferentes fuentes y modelar la incertidumbre inherente en esta información (Herold, 2003). Es decir que los datos observados son utilizados para la combinación de opiniones subjetivas sobre los retornos esperados con el objetivo de crear una mejor información para el proceso de decisión.

Ahora, introduciéndonos en modelo, la fórmula para la obtención de los retornos esperados combinados y la descripción de cada uno de sus elementos es la siguiente:

$$E(R) = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q]$$

Dónde:

$E(R)$ : Es el nuevo vector de retornos combinado;

$\tau$ : Es un escalar;

$\Sigma$ : Es la matriz de covarianzas de los retornos en exceso;

$P$ : Es una matriz que identifica los activos involucrados en los "views";

$\Omega$ : Es una matriz diagonal de covarianzas en términos del error de los "views" representando la incertidumbre de cada view;

$\Pi$ : Es el vector de retorno implícito de equilibrio;

$Q$ : Es el vector de views.

El vector de retornos implícito de equilibrio son llamados así debido a que si los precios de los activos se ajustan hasta que los retornos esperados sean iguales a lo que consideran

los inversionistas, suponiendo que todos los inversionistas tienen la misma expectativa de mercado, esos ajustes hacen que la demanda sea igual a la oferta. Estos retornos implícitos de equilibrio se obtienen a partir de un método de optimización inversa en la que el vector de retornos implícito se obtiene de la siguiente fórmula:

$$\Pi = \delta \Sigma w$$

Dónde:

$\Pi$ : Es el vector de retornos en exceso de equilibrio;

$\delta$ : Es el coeficiente de aversión al riesgo;

$w$ : Son las capitalizaciones de mercado de los activos.

Debido a que las acciones y los bonos a diferencia de los *commodities* tienen un valor observable, es necesario ser muy preciso en la estimación de los datos para el modelo, ya que aunque se pudiera, las variables sobre materias primas no son observables y en cambio sí tienen una gran dependencia sobre las preferencias de la población.

Para la realización de los dos modelos, debido a que se va a hacer para un caso en el contexto Colombiano se va a tomar las siguientes series de datos mensuales desde julio de 2002 hasta mayo del 2013:

- Renta Variable Internacional (MXWO Index).
- Renta Fija Internacional (Barclays Global Aggregate).
- Renta Variable Local (Colcap Index).
- Renta Fija Local (COLTES).
- Tasa Libre de Riesgo (T-Bill).
- Materias Primas Agrícolas (RJA Index).

Esta serie de datos fue tomada con el objetivo de demostrar cómo se comportan los productos agrícolas dentro de un contexto colombiano e internacional. Por esta razón se tomaron los dos tipos de rentabilidad que generan los activos financieros o títulos valores (renta fija y renta variable).

A nivel nacional, para la renta variable se tomó el Colcap, el cual es uno de los índices más bursátiles de la Bolsa de Valores de Colombia y refleja las variaciones de los precios de las 20 acciones más liquidas de mercado. Para la renta fija, se tomó el índice de títulos de deuda pública emitidos por la Tesorería General de la Nación COLTES, los cuales son subastados por el Banco de la República. Adicionalmente, se agregó los depósitos a la

vista TIR, cuyo objetivo es mostrar la liquidez del mercado colombiano a través de los casi 10 analizados.

A nivel internacional, para la renta variable se tomó un índice bursátil que tiene más de 1606 acciones de 23 países, incluyendo países desarrollados y excluyendo a los países emergentes, el cual es el MSCI World. Para la renta fija se tomó el principal proveedor de índices de renta fija, el cual reúne un conjunto de puntos de referencia de renta fija base publicados por Lehman Brothers desde 1973 (desde el 2008 se renombró como Barclays Capital Indices) y Barclays; este índice es el Barclays Global Aggregate.

Para el índice de materias primas, debido a que en Colombia hoy en día no se manejan futuros sobre productos agrícolas, se tomó un índice de referencia a nivel internacional que maneja similares productos agrícolas a los que negocia hoy en día la BMC. Este índice es el *“Rogers International Commodity - Agriculture”*, amplio índice de futuros de productos básicos diseñados por Jim Rogers en 1996 y que está compuesto únicamente por productos que juegan un papel importante a nivel mundial, teniendo dentro del índice un peso específico cada producto, ya sea por su liquidez o su interés abierto por consumidores o inversionistas. Así está conformado el índice RJA:

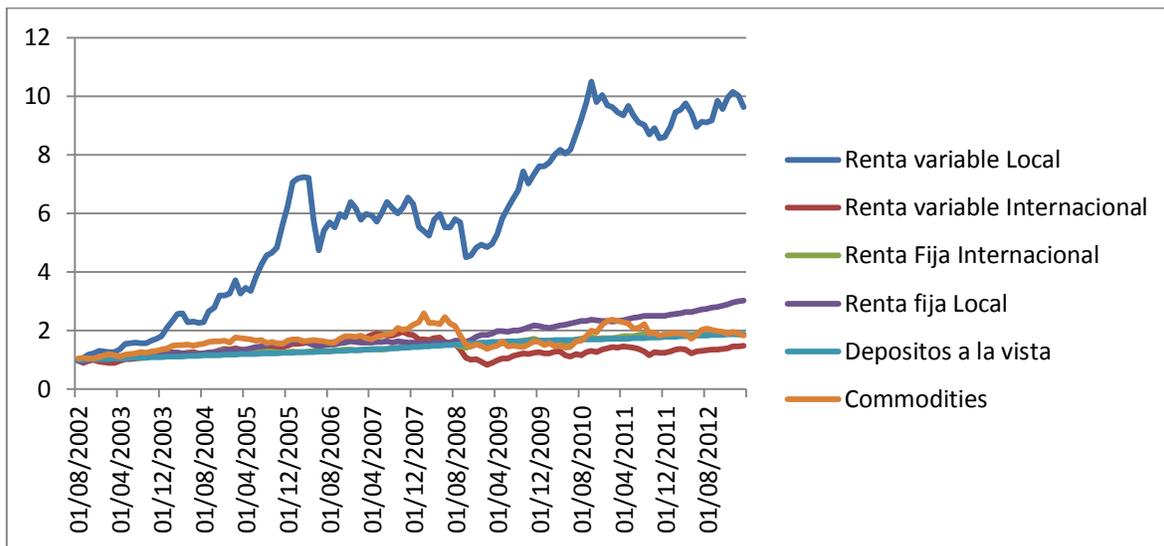
**Tabla 1: Asignación estratégica de activos según RJA.**

Commodity	Asignación
Maíz	13,61%
Trigo (CBOT)	13,61%
Algodón	12,03%
Soja	10,03%
Café	5,73%
Ganado en pie	5,73%
Aceite de soja	5,73%
Cacao	2,87%
Los cerdos magros	2,87%
Maderas	2,87%
Molienda de Trigo	2,87%
Colza	2,87%
Caucho	2,87%
Azúcar	2,87%
Trigo (KCBT)	2,87%
Azúcar Blanco	2,87%
Arroz	2,15%
Harina de soja	2,15%

#### 4. Desarrollo del modelo.

Inicialmente, antes de desarrollar el modelo CAPM y el Black Litterman, se va a revisar el crecimiento de inversión de cada una de las series usando los retornos mensuales. En la gráfica 1 se puede observar el crecimiento de cada uno de los mercados ante una inversión de una unidad monetaria a partir del 2002 hasta la fecha. En cada uno de los segmentos de tiempo, la cantidad de unidades monetarias obtenidas es reinvertida en su totalidad.

**Gráfica 1: Desarrollo de los retornos de los activos del 2002 - 2013**



Como se observa en la gráfica 1, la renta variable local y la renta fija local son las que tienen un mayor crecimiento de inversión, generando aproximadamente el triple del crecimiento entre estas dos series. Para la renta fija local con respecto a las demás series, el crecimiento generado es de 1.6 veces mayor con respecto a la renta fija internacional, depósitos a la vista y a los commodities; es decir, que en estos once años analizados aproximadamente, el que tiene un peor desempeño de crecimiento de inversión es la renta variable internacional.

Ahora, según la teoría moderna sobre portafolios, la interacción entre clases de activos proporciona una diversificación. Lo que vamos a ver con esta matriz, es el comportamiento de los productos básicos con los demás activos, buscando obtener una baja correlación entre los productos básicos y las demás variables analizadas, y así tener la capacidad de generar rentabilidades positivas cuando los demás activos tengan un bajo rendimiento. En la tabla 2, se observa la matriz de correlaciones entre los activos analizados y su promedio de correlación.

**Tabla 2: Matriz de Correlaciones.**

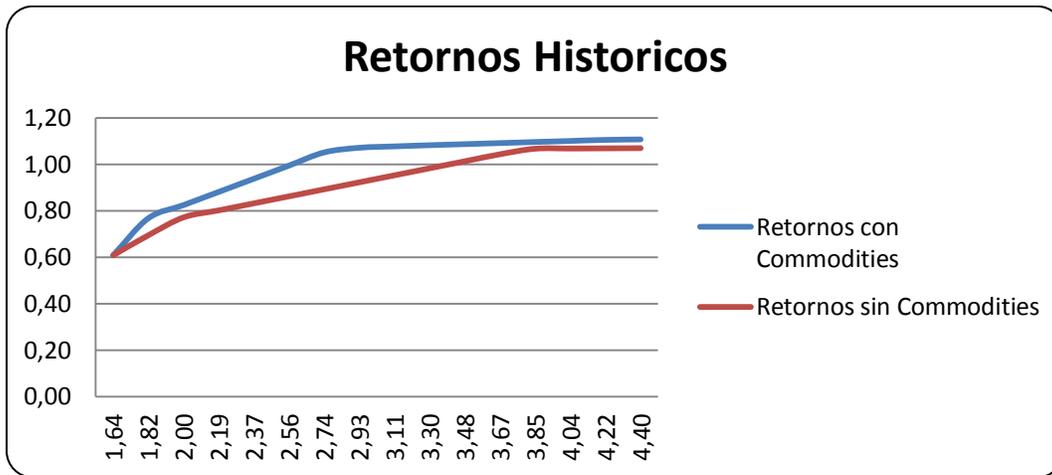
Matriz de Correlaciones						
	Renta variable Local	Renta variable Internacional	Renta Fija Internacional	Renta fija Local	Depósitos a la vista	Commodities
Renta variable Local	1.00	0.44	0.23	0.45	-0.06	0.20
Renta variable Int.	0.44	1.00	0.34	0.29	-0.22	0.45
Renta Fija Int.	0.23	0.34	1.00	0.13	0.00	0.42
Renta fija Local	0.45	0.29	0.13	1.00	0.00	0.08
Depósitos a la vista	-0.06	-0.22	0.00	0.00	1.00	-0.09
Commodities	0.20	0.45	0.42	0.08	-0.09	1.00
Correlación Promedio	0.25	0.26	0.22	0.19	-0.07	0.21

El promedio de correlación entre cada uno de los activos es bajo, de los seis activos analizados, los activos que menor correlación promedio tienen son los depósitos a la vista, la renta fija local y los commodities.

Como se puede observar, los commodities, y la renta variable local e internacional son los activos que tiene una correlación negativa con los depósitos a la vista, serie que muestra la cantidad de dinero que circula en la economía, es decir que ante periodos adversos, o periodos de impulso económico, la renta variable internacional puede generar rentabilidades positivas, mientras que la renta variable local y los commodities pueden llegar a generar levemente rentabilidades positivas o por lo menos no verse afectado ante cambios de liquidez monetaria. También es interesante ver el comportamiento que tiene los commodities con la renta fija local, que ante cambios de esta variable, los commodities no se ven afectados de gran manera en sus rentabilidades.

Para la herramienta de elección que genere el desarrollo de las asignaciones de activos estratégicos se puede utilizar el modelo de optimización de media y varianza de Harry Markowitz, el cual está compuesto únicamente por los retornos históricos y una desviación estándar. Con base a esto, se construye una frontera eficiente en la cual cada punto situado dentro de la frontera es un punto que maximiza el rendimiento del portafolio dado el nivel de riesgo que se encuentre en ese punto. En el grafico 5 se compara una frontera eficiente histórica con materias primas y otra frontera eficiente sin materias primas. La frontera eficiente que incluye las materias primas está por encima a la frontera eficiente que no incluye este activo, es decir, que las materias primas dentro del portafolio mejoran el equilibrio de riesgo y rentabilidad en una frontera eficiente con únicamente datos históricos. El rango de desviación estándar se ubicó entre 1.64% y 4.40% con un rendimiento histórico de 0.60% a 1.12% aproximadamente.

**Grafico 2: Frontera eficiente con y sin commodities.**



**4.1. Modelo CAPM.**

Según Viviana Fernández (2005), el modelo CAPM establece que el retorno esperado de equilibrio de todos los activos es una función de su covarianza (co-movimiento) con el portafolio de mercado.

Vamos a comenzar con las capitalizaciones de mercado para cada uno de los activos tomados, en la tabla 3 se muestran su respectivas ponderaciones y posible definición de un portafolio de mercado, con una capitalización de mercado total que asciende a los 919 billones de dólares.

**Tabla 3: Capitalizaciones de Mercado.**

Capitalizaciones de mercado			
Renta Variable Local	210.512	USD billion	22.90%
Renta Variable Internacional	431.759	USD billion	46.97%
Renta Fija Local	59.688	USD billion	6.49%
Depositos a la vista	3.146	USD billion	0.34%
Materia Prima	29.517	USD billion	3.21%
Renta Fija Internacional	184.648	USD billion	20.09%
Total	919.269	USD billion	100.00%

Luego de obtener las capitalizaciones de mercado, es importante conocer la covarianza de los activos con el portafolio y la varianza del portafolio, con el objetivo de identificar la variabilidad relativa de retornos de las inversiones. De igual manera se obtuvieron los retornos de equilibrio en exceso para conocer el retorno esperado total por medio del modelo CAPM. La tabla 4 muestra el modelo CAPM con los siguientes resultados:

**Tabla 4: Capitalizaciones de mercado estimadas.**

	Capitalizaciones de mercado	Beta	Retornos de equilibrio en exceso	CAPM Total Return
Renta variable Local	22.90%	4.06	4.45%	6.25%
Renta variable Internacional	46.97%	1.43	2.98%	3.70%
Renta Fija Internacional	20.09%	0.29	0.54%	0.79%
Renta fija Local	6.49%	0.61	0.71%	1.09%
Depositos a la vista	0.34%	-0.01	-0.02%	0.11%
Commodities	3.21%	1.02	1.86%	2.41%
Total	100%	1.00	1.12%	1.67%

Con una tasa libre de riesgo de 0.13%, las estimaciones sobre los retornos esperados por medio del modelo CAPM fueron superiores a los retornos históricos, a excepción de los depósitos a la vista que estuvieron por debajo.

Ahora, utilizando esta información para los tres tipos de portafolios más comunes que son el conservador, moderado y agresivo; se desarrolló el modelo de Sharpe, el cual genera unas asignaciones de inversión a cada uno de los activos indicando el punto máximo al que está dispuesto el inversor a asumir un riesgo dado para obtener un mayor retorno. La tabla 5 muestra las asignaciones óptimas para cada uno de los portafolios y como disminuye el ratio de Sharpe cuando no se tienen en cuenta los commodities:

**Tabla 5: Asignación de Activos.**

	Conservador	Conservador (Sin Commodites)	Moderado	Moderado (Sin commodities)	Agresivo	Agresivo (Sin commodities)
Renta variable Local	15.000%	15.000%	30.000%	30.000%	46.845%	47.868%
Renta variable Inter.	15.000%	15.000%	30.000%	30.000%	46.606%	50.000%
Renta Fija Inter.	27.956%	35.581%	17.611%	23.607%	0.000%	2.132%
Renta fija Local	30.485%	29.419%	15.788%	13.749%	0.000%	0.000%
Depositos a la vista	5.000%	5.000%	0.450%	2.644%	0.000%	0.000%
Commodities	6.558%	0.000%	6.151%	0.000%	6.549%	0.000%
Volatilidad	2.177%	2.069%	3.332%	3.211%	4.703%	4.764%
Rentabilidad del Port.	1.605%	1.517%	2.551%	2.454%	3.594%	3.630%
Sharpe	0.67743	0.67011	0.72645	0.72358	0.73637	0.73459

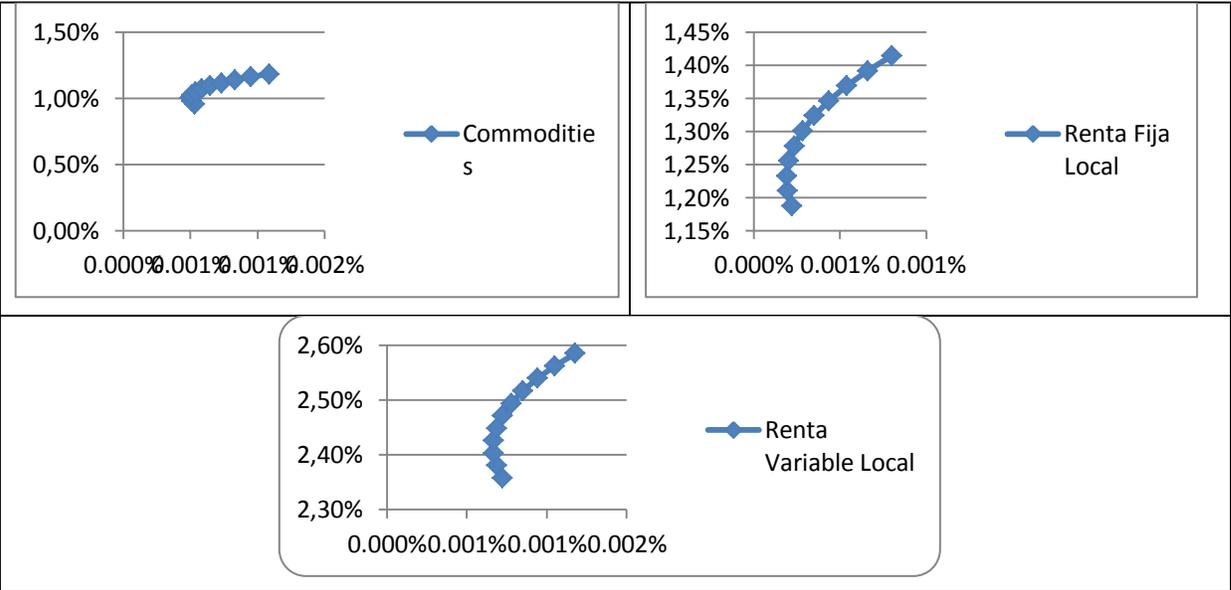
Las desviaciones estándar para estas asignaciones de activos con la inclusión de commodities dentro de un portafolio conservador, moderado y agresivo fueron de 2.2%, 3.3% y 4.7% respectivamente; y sin la inclusión de commodities fueron de 2.1%, 3.2% y

4.8% respectivamente. De igual forma, como ya se mencionó, la asignación de activos que incluyen los commodities tiene un mejor rendimiento ajustado por el riesgo que la asignación de activos sin commodities, todo esto medido por el ratio de Sharpe. Para las asignaciones de activos conservadores y moderados, las asignaciones a los commodities están generadas principalmente por la disminución en la asignación de inversión para la renta fija internacional. En cambio, para la asignación de activos en el portafolio agresivo, la asignación para commodities se debe a una disminución en la asignación de inversión de la renta variable nacional e internacional principalmente. De igual manera, la inclusión de commodities dentro del portafolio conservador y moderado mejora la rentabilidad del portafolio en comparación a la rentabilidad que generaría el portafolio si se excluyeran.

Más allá de estos resultados, existe un riesgo para los inversionistas extranjeros que no se ha tenido en cuenta, que es el riesgo cambiario, el valor del dólar en pesos colombianos a través del tiempo. Por esta razón, la cobertura cambiaria a decisión de los inversionistas es importante para un futuro, fijar o asegurar un tipo de cambio en el presente para realizar operaciones futuras con las divisas. De esta manera se evita que las variaciones del mercado cambiario afecten los retornos del portafolio y se evite la incertidumbre sobre el mercado de divisas.

Por esta razón, se decidió realizar una cobertura cambiaria sobre el mercado local, es decir, la renta variable local, renta fija local y commodities. Para la decisión sobre el porcentaje de cobertura se graficó una frontera eficiente para cada uno de los tres activos y se analizó desde que punto es óptima la cobertura cambiaria. La grafica 3 muestra la frontera eficiente para cada una de estas.

**Grafica 3: Frontera eficiente para cobertura cambiaria**



Para la renta variable, renta fija y commodities se utilizó una cobertura del 40%, 20% y 30% respectivamente, y nuevamente se introdujeron estas nuevas series de retornos a los modelos anteriormente analizados. En la tabla 6 se muestra la nueva asignación estratégica de activos por medio del ratio de Sharpe, generando los siguientes resultados:

**Tabla 6: Asignación de activos con cobertura cambiaria.**

	Conservador	Conservador (Sin commodities)	Moderado	Moderado (Sin commodities)	Agresivo	Agresivo (Sin commodities)
Renta variable Local	15.00%	15.00%	30.00%	29.79%	33.35%	31.45%
Renta variable Int.	15.00%	15.00%	30.00%	30.00%	50.00%	50.00%
Renta Fija Internacional	30.63%	38.15%	11.75%	24.98%	0.00%	8.62%
Renta fija Local	24.37%	26.85%	13.25%	15.23%	5.16%	9.92%
Depositos a la vista	5.00%	5.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Commodities	10.00%	0.00%	15.00%	0.00%	11.49%	0.00%
Volatilidad	3.198%	2.855%	4.530%	3.934%	5.072%	4.577%
Rentabilidad del Port.	1.386%	1.219%	2.014%	1.741%	2.276%	2.054%
Rent. libre de riesgo	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%
Sharpe	0.39259	0.38123	0.41563	0.40937	0.42292	0.42022

Las desviaciones estándar para estas asignaciones de activos aumento a comparación de la tabla 5, con la inclusión de commodities en los portafolios conservador, moderado y agresivo fueron de 3.2%, 4.5% y 5.1% respectivamente; y sin la inclusión de commodities fueron de 2.8%, 3.9% y 4.6% respectivamente. De manera similar, el retorno de los tres portafolios aumento considerablemente con la inclusión de los commodities con cobertura cambiaria según los datos arrojados por el modelo de Sharpe.

#### **4.2. Modelo Black Litterman.**

Este modelo utiliza un enfoque bayesiano, el cual consiste en combinar opiniones subjetivas de un inversor con los retornos esperados del modelo CAPM, para formar una nueva estimación mixta de rentabilidad esperada. Para nuestro caso, se va a utilizar los mismos retornos esperados del modelo CAPM con unas opiniones subjetivas dadas por algunos inversionistas de Barclays. Estas opiniones son las siguientes:

*View 1: La renta fija internacional va caer 1.6% en un periodo a mediano plazo, con un nivel de confianza del 80%.*

*View 2: La renta variable internacional va a crecer 6.4% en un periodo a mediano plazo, con un nivel de confianza del 80%.*

*View 3: La materia prima agrícola va a crecer 2.6% en un periodo a mediano plazo, con un nivel de confianza del 80%.*

Ahora, combinando los retornos de equilibrio en exceso de la tabla 4 con los *views* descritos anteriormente, se obtiene el nuevo vector de retornos combinados de equilibrio, resultados que no son tan similares pero igualmente importantes, ya que si no se poseen expectativas respecto a los activos que forman parte del proceso de optimización no habría cambio alguno con el modelo CAPM. La tabla 7 indica el nuevo vector de retornos combinados de equilibrio:

**Tabla 7: Nuevo vector de retornos combinados de equilibrio.**

Renta variable Local	3.35%
Renta variable Internacional	3.92%
Renta Fija Internacional	-0.42%
Renta fija Local	0.57%
Depositos a la vista	-0.03%
Commodities	2.29%

Nuevamente, con el nuevo vector de retornos de equilibrio, se realizó el rendimiento ajustado por el riesgo, medido por el ratio de Sharpe, arrojando resultados similares a los obtenidos por el modelo CAPM. En la tabla 8 se muestra que tanto el ratio de Sharpe, como la rentabilidad del portafolio aumentaron para cada uno de los tres portafolios cuando se incluyeron los commodities, estas asignaciones fueron obtenidas principalmente por una disminución en la asignación de activos para la renta fija nacional e internacional y la renta variable local. Las mejoras en los ratios de Sharpe fueron más pronunciadas para las asignaciones de activos conservadores y moderados.

**Tabla 8: Asignación estratégica de activos para el modelo BL.**

	Conservador	Conservador (Sin Commodities)	Moderado	Moderado (Sin Commodities)	Agresivo	Agresivo (Sin Commodities)
Renta variable Local	15.00%	15.00%	13.71%	16.89%	13.21%	13.63%
Renta variable Int.	15.00%	15.00%	30.00%	30.00%	50.00%	50.00%
Renta Fija Inter.	0.00%	5.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Renta fija Local	55.00%	60.00%	36.80%	46.11%	22.55%	26.37%
Depositos a la	5.00%	5.00%	7.00%	7.00%	10.00%	10.00%

vista						
Commodities	10.00%	0.00%	12.50%	0.00%	4.24%	0.00%
Varianza	2.385%	2.271%	2.770%	2.688%	3.221%	3.151%
Retorno del Portafolio.	1.631%	1.409%	2.128%	2.002%	2.624%	2.563%
Ret. libre de riesgo	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%
Sharpe	0.62891	0.56306	0.72105	0.69608	0.77407	0.77191

De igual manera que con el modelo CAPM, se decidió realizar una cobertura cambiaria sobre las series de: renta fija local, renta variable local y commodities. Debido a que las series de retornos históricos que están dentro del portafolio analizado en el modelo Black Litterman son iguales a las series tomadas para el modelo CAPM, se pueden tomar el mismo porcentaje de cobertura de 40%, 20% y 30% para cada una de las series respectivamente. La tabla 9 muestra la nueva asignación de activos para los portafolios moderado, conservador y agresivo; incluyendo un nuevo vector de retornos de equilibrio con las series ya cubiertas a un riesgo cambiario.

**Tabla 9: Asignación de activos con cobertura cambiaria para el modelo BL.**

	Conservador	Conservador (Sin commodities)	Moderado	Moderado (Sin commodities)	Agresivo	Agresivo (Sin commodities)
Renta variable Local	15.00%	15.00%	22.93%	24.88%	16.68%	16.70%
Renta variable Int.	15.00%	15.00%	30.00%	30.00%	50.00%	50.00%
Renta Fija Int.	0.00%	5.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Renta fija Local	55.00%	60.00%	26.45%	35.12%	23.12%	23.30%
Depositos a la vista	5.00%	5.00%	10.00%	10.00%	10.00%	10.00%
Commodities	10.00%	0.00%	10.62%	0.00%	0.20%	0.00%
Varianza	4.054%	3.818%	4.162%	4.071%	3.979%	3.977%
Retorno del Portafolio	2.281%	2.063%	2.645%	2.565%	2.786%	2.784%
Retorno libre de riesgo	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%	0.131%
Sharpe	0.530469	0.506268106	0.603981	0.598046412	0.66726	0.667254187

La desviación estándar para estos tres portafolios con cobertura y con la inclusión de commodities fue de 4.1% para el portafolio conservador, 4.2% para el moderado y 4% para el agresivo. La desviación estándar para portafolios sin commodities es levemente menor, al igual que la diferencia de retornos entre portafolios, que en los tres casos, siempre se genera un mayor retorno cuando se asigna un porcentaje de inversión para las materias primas. De igual forma, la asignación de inversión para las materias primas es generada principalmente por la disminución en la asignación de activos para renta fija tanto variable como local.

Para estos dos modelos analizados, las materias primas como un conjunto de oportunidades mejoraron la relación de riesgo y retorno dentro de un portafolio seleccionado para la asignación de activos. Para el modelo Black Litterman las asignaciones arrojadas para las materias primas agrícolas fueron bastante significativas, menos para el portafolio más agresivo, teniendo en cuenta su capitalización de mercado, que en este modelo se ve muy limitado por estas ponderaciones. Para el modelo CAPM con los activos cubiertos contra un riesgo cambiario, las asignaciones para materias primas fueron significativas igualmente, aunque a diferencia del modelo BL estas asignaciones fueron más estables para cada uno de los portafolios, arrojando resultados de asignación de activos muy similares para cada uno de ellos. El único modelo que arrojó un porcentaje de asignación de activos un poco más moderado para las materias primas fue el modelo CAPM sin cobertura, que para los tres portafolios fue muy similar pero un poco menos importante. Es decir, las materias primas como un conjunto de opciones para optimizar la cartera de un inversionista, ayudó a mejorar la inversión, disminuyendo la exposición total en renta fija local e internacional, dado un nivel de riesgo.

## **5. Conclusión.**

Se analizó el papel de los productos básicos por medio de los retornos históricos dentro de un portafolio de inversión, utilizando un único índice de materias primas que representaba el comportamiento de estos productos a través de los años analizados. La correlación promedio obtenida, indica que los commodities estuvieron dentro de los que menor correlación tiene con el mercado y los demás activos. Además de esto, el análisis para los commodities dentro de cada uno de los portafolios de inversión (conservador, moderado y agresivo) arrojó resultados positivos, generando portafolios más óptimos con la inclusión de commodities dentro de todos los portafolios.

Las materias primas como un conjunto de oportunidades dentro de un resultado en la frontera eficiente, mostró una frontera superior con una gran participación en la asignación de activos dentro del portafolio, generando un mejor rendimiento por cada subida en puntos básicos en la desviación estándar.

Además, se desarrolló una versión de trabajo ampliado de un portafolio de mercado hipotético que incluye los commodities. De esta manera se permitió crear un vector de retornos esperados por medio del CAPM. Con este vector de retornos de equilibrio se realizó el ratio de Sharpe, que con la inclusión de los commodities se pudo demostrar que un portafolio es óptimo, sea un portafolio conservador, moderado o agresivo. Para la mayoría de los portafolios se obtuvo un mejor rendimiento con la inclusión de este activo y para todos los portafolios mejoró de manera considerable el ratio de Sharpe.

En otro análisis realizado por medio del modelo Black Litterman, se utilizó el vector de retornos esperados de equilibrio y se combinó con las expectativas futuras sobre el

comportamiento de los activos; nuevamente los resultados fueron los mismos, con la inclusión de commodities, tanto los retornos de los portafolios como el ratio de Sharpe estuvieron por encima de los portafolios que no tenían en cuenta este activo.

Con estos resultados es claro decir que la inclusión de commodities para el caso colombiano genera portafolios más óptimos, la inversión y la cobertura con estos productos para inversionistas extranjeros puede llegar a ser un incentivo para mejorar el sector agrícola del país, para generar una mayor inversión en su producción, tecnología y hasta llegar a mejorar una bolsa que poco a poco está creciendo como lo es la BMC.

## **Bibliografía.**

- Borin, A., & Di Nino, V. (2012). *The role of financial investments in agricultural commodity derivatives markets.*
- Acworth, W. (2012). *FIA Annual Volume Survey: Trading Falls in 2012.* Futures Industry.
- Alvarez Roa, P. (2012). *Mercado de tierras en Colombia: ¿Acaparamiento o soberanía Alimentaria?* Bogota: ARFO Editores e Impresores Ltda.
- Andrew Jhonson, C. (2000). *MÉTODOS DE EVALUACION DEL RIESGO PARA PORTAFOLIOS DE INVERSION.*
- Arboleda Cañas, N. (2006). *Perspectivas del Mercado de Derivados en Colombia. Retraso derivado del desconocimiento.*
- Arias, D., & Ferreira Lamas, A. (2011). *Las Bolsas Agropecuarias de America Latina: su rol y situación actual. Bolsa de Comercio del Rosario .*
- Aviles Cano, M., González Estrada, A., & Martúnez Damián, M. (2006). *Análisis de riesgo, portafolios óptimos y diversificación en la agricultura.*
- Bartram, S., Brown, G., & Fehle, F. (2006). *International Evidence on Financial Derivatives Usage.* Financial Management, Vol. 38.
- Brambilla, J. d., & Brambila Paz, J. D. (2011). *Bioeconomía: instrumentos para su análisis económico.* Sagarpa/Colpos.
- Brown, R., & Lee, T. (2013). *Asset Allocation at Barclays.*
- Casado, F., Márquez, L. A., Guiral, B., & Sarrías del Río, R. (2009). *Commodities como instrumento de inversion.*
- Consejo Privado de Competitividad. (2012 - 2013). *Sistema Financiero. En Consejo privado de competitividad Colombiana.* Nomos S.A.
- Da, Z. (2005). *Teaching Note on Black-Litterman Model.*
- Fernandez, V. (2005). *El modelo CAPM para distintos horizontes de tiempo. Ingeniería de Sistemas.*
- Ferreira Lamas, A. (2011). *Bolsas de productos de America Latina.*
- Giglo, N. (2007). *Políticas activas para atraer inversión extranjera directa en América Latina y el Caribe.* Chile: Cepal.
- Gorton, G., & Rouwenhorst, G. (2004). *Facts and fantasies about commodity futures.*
- Ibbotson Associates. (2006). *Strategic Asset Allocation and Commodities.*

- Idzorek, T. (2002). *A step by step guide to the Black-Litterman model*.
- Kurach, R. (2012). Stocks, commodities and business cycle fluctuations - Seeking the diversification benefits. *Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*.
- La Asociacion Nacional de Instituciones Financieras; Correval. (2012). *Mercado de Renta Variable en Colombia*.
- Paddon , S., & Bradley, G. (2011). *Commodities and Resources: Their strategic impact in institutional portfolios*.
- Roa, P. (2012). *Mercado de Tierras en Colombia: ¿Apacaramiento o soberania alimentaria?* ARFO.
- Sierra González, J. H., & Londoño Bedoya, D. A. (2010). Cobertura con derivados en empresas manufactureras colombianas: Análisis previo a la apertura del mercado de derivados en la Bolsa de Valores de Colombia.