

VIGILADA MINEDUCACION



Universidad de
La Sabana

ESCUELA INTERNACIONAL DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
ECONOMÍA Y FINANZAS INTERNACIONALES

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE
ECONOMISTA CON ÉNFASIS EN FINANZAS INTERNACIONALES

**Expectativas de Inflación en Colombia 2003-2019: Un enfoque a
través del Filtro de Kalman**

Director: Martha Alicia Misas Arango
Codirector: Fredy Alexander Pulga Vivas

Presentado por:
Juan Fernando Herrera Santana
Daniel Felipe Hernández Ávila

Chía, noviembre 12 de 2019

Expectativas de Inflación en Colombia 2003-2019: Un enfoque a través del Filtro de Kalman

Juan Fernando Herrera Santana
Daniel Felipe Hernández Ávila¹

Resumen

En este documento se lleva a cabo la estimación de las expectativas de inflación mensuales en Colombia, para el período comprendido entre 2013 y 2019, a partir de una representación Estado-Espacio derivada de un proceso de vectores autorregresivos de la tasa de interés real ex ante y la inflación esperada. Para ello, se hace uso del Filtro de Kalman dentro de un optimizador no lineal, lo cual permite obtener los parámetros del modelo que describen la evolución de la tasa de interés nominal, la inflación y las expectativas de inflación. Se encontró evidencia que sugiere un comportamiento adaptativo de las expectativas junto con la subestimación de estas por parte de los agentes.

Palabras Clave: Estado-Espacio, Filtro de Kalman, Expectativas de inflación, Retorno nominal, Optimizador no lineal.

¹ Agradecemos los comentarios de Jose Eduardo Gomez Gonzalez, así como el apoyo y dedicación de nuestra directora Martha Alicia Misas Arango.

I. Introducción

Si bien las expectativas de inflación en Colombia han sido objeto de investigación en repetidas ocasiones, es sorprendente que haya muy pocos estudios que analicen esta variable durante el periodo de inflación objetivo. El propósito de este documento es cerrar esta brecha y proporcionar estimaciones mensuales de las expectativas de inflación para el periodo comprendido entre 2003 y 2019. Para ello, se parte de una representación Estado-Espacio que, mediante el uso del Filtro de Kalman, dentro de un proceso de optimización no lineal, permite la estimación de los parámetros del modelo y de la variable no observable que, en este caso, es la inflación esperada.

La importancia de conocer las expectativas de inflación en una economía radica en la relevancia de esta variable para los responsables de la política monetaria. Esto es especialmente cierto en los países con una política explícita de inflación objetivo ya que, como lo sugiere la literatura, existe una relación positiva entre la inflación esperada y la inflación (Phillips, 1958). Además, para los bancos centrales es fundamental mantener ancladas dichas expectativas porque les permite reducir los costos asociados al control de la inflación en la medida que la evolución futura de los precios y salarios es más predecible y la implementación de la política monetaria se facilita (Huertas et al., 2014).

Por otro lado, la estimación de las expectativas de inflación representa una fuente de información menos limitada y costosa que otras fuentes tales como las encuestas, ya que estas últimas se realizan a un número reducido de agentes para horizontes de tiempo no muy diversos, y su implementación puede ser muy costosa. Finalmente, la inflación esperada es también una variable fundamental para los participantes de los mercados financieros debido

a que afecta las previsiones de rentabilidad real de los activos que no están indexados a la inflación y, por ende, las decisiones de inversión.

Específicamente, el conocimiento de la inflación esperada es de vital importancia para los participantes del mercado de renta fija (tales como los fondos de pensiones y cesantías, fondos de capital extranjero, bancos comerciales, entre otros), cuyo valor total en términos nominales equivale a alrededor del 28% del valor del Producto Interno Bruto de Colombia. En ese sentido, ante el pronóstico de un escenario de inflación a la baja, los participantes de dicho mercado tendrían un incentivo para invertir en TES tasa fija de largo plazo, mientras que, ante el pronóstico de un escenario de inflación al alza, dichos participantes tendrían un incentivo para reducir sus inversiones en TES tasa fija y para comprar tanto títulos de corto plazo como títulos denominados en UVR.

Este documento consta de 5 secciones teniendo en cuenta esta introducción. En la sección dos se presenta la revisión de literatura, y en la sección 3 la metodología. En la sección 4 se presenta la estimación de los parámetros de dicho modelo y se consignan los resultados y, finalmente, en la sección 5 se enuncian las conclusiones.

II. Revisión de literatura

La relación entre la tasa de interés nominal y las expectativas de inflación ha sido ampliamente estudiada en la literatura económica (Fama y Gibbons, 1982; Hamilton, 1985; Dwyer, 1981; Gessler, 1981; entre otros) desde que Fisher (1930) la puso en evidencia mediante su conocida ecuación. Además, dicha relación ha sido principalmente estudiada mediante la metodología del Filtro de Kalman, la cual fue introducida en economía por Burmeister y Wall (1982) para la estimación de variables no observables tales como las

expectativas de inflación. Por este motivo, en este artículo también se hace uso de dicha metodología. Siguiendo esa misma línea de trabajo, Hamilton (1985) estima la serie trimestral de expectativas de inflación para la economía de Estados Unidos durante el periodo comprendido entre 1950 y 1982. Asimismo, Hamilton (1986) incluye la estimación de la serie mensual para el periodo comprendido entre julio de 1964 y mayo de 1984. Sus resultados muestran que la inflación observada y sus rezagos no son estadísticamente significativos, lo cual se le atribuye al problema de multicolinealidad entre la inflación observada y la inflación esperada, causado por la forma en la que se definió la variable de expectativas en el modelo.

Por otro lado, Fama y Gibbons (1982) encuentran evidencia que sostiene el planteamiento del modelo Mundell-Tobin, el cual sugiere una relación negativa entre la tasa de interés real ex ante y la inflación esperada. Del mismo modo, Mishkin (1981), Hamilton (1985), Fama y Gibbons (1982), Frankel (1982) y Bidarkota (1996) encuentran que las expectativas de inflación y los rezagos de la tasa de interés nominal son variables significativas en la determinación de la tasa de interés nominal.

En cuanto a los trabajos realizados para la economía local, Misas y Vásquez (2002) encuentran que los coeficientes correspondientes a la inflación observada y sus rezagos no resultan estadísticamente significativos. Asimismo, encuentran que las expectativas de inflación y sus rezagos resultan estadísticamente significativos en la determinación de la tasa de interés nominal y las expectativas de inflación.

Finalmente, en otra línea se encuentran los trabajos de Christensen et al. (2010), García y Werner (2010), Adrian y Wu (2010), Chen et al. (2010), Hördahl y Tristani (2010), y Grishchenko y Huang (2013), Imakubo y Nakajima (2015), Abrahams et al. (2015), Ejsing

et al. (2007), entre otros, los cuales estiman las expectativas de inflación a partir de información sobre los bonos reales (indexados por inflación) y nominales de los gobiernos. En ese sentido, para Colombia, Melo, Espinosa y Moreno (2015) estiman las expectativas de inflación mediante el Filtro de Kalman y a partir de la descomposición del BEI (*Breakeven Inflation* o diferencial entre las tasas de interés de los títulos nominales y los reales) en una prima de riesgo inflacionario, en un componente de liquidez y en las expectativas de inflación ya mencionadas.

III. Metodología

Siguiendo a Hamilton (1986), el modelo inicial se resume en el siguiente conjunto de ecuaciones que supone que un proceso de vectores autorregresivos caracteriza la evolución de la tasa de interés ex ante y la inflación esperada:

$$r_t^e = k_1 + \sum_{i=1}^{12} \phi_i r_{t-i}^e + \sum_{i=1}^{12} \psi_i \pi_{t-i}^e + \sum_{i=1}^{12} \xi_i \pi_{t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\pi_{t+1}^e = k_2 + \sum_{i=1}^{12} \alpha_i r_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \beta_i \pi_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \pi_{t-i+1} + \varepsilon_{2t}$$

$$\pi_t = \pi_t^e + e_t$$

Sin embargo, en este documento, siguiendo la línea de trabajos más recientes y especialmente a Abrahams et al. (2015), se tiene que las expectativas de inflación también dependen de un conjunto de factores que afectan tanto a los bonos reales como a los nominales y que, para este caso, siguiendo a Litterman et al. (1991), serán los rendimientos de los bonos reales y los rendimientos de los bonos nominales. Así, teniendo en cuenta lo

anterior e incluyendo dichos factores en la determinación de las expectativas de inflación, el modelo ampliado queda establecido de la siguiente manera²:

$$r_t^e = k_1 + \sum_{i=1}^{12} \phi_i r_{t-i}^e + \sum_{i=1}^{12} \psi_i \pi_{t-i}^e + \sum_{i=1}^{12} \xi_i \pi_{t-i} + \varepsilon_{1t} \quad (1)$$

$$\pi_{t+1}^e = k_2^* + \sum_{i=1}^{12} \alpha_i r_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \beta_i \pi_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \pi_{t-i+1} + \sum_{i=1}^2 \Omega_i \chi_{it} + \varepsilon_{2t} \quad (2)$$

$$\pi_t = \pi_t^e + e_t \quad (3)$$

Donde se definen para el momento t : $\pi_t = \frac{IPC_t - IPC_{t-1}}{IPC_{t-1}}$ es la tasa de inflación calculada a partir del IPC (Índice de Precios al Consumidor), π_t^e es la inflación esperada, i_t es la tasa de interés nominal, $r_t^e = i_t - \pi_t^e$ es la tasa de interés real ex ante, $r_t = i_t - \pi_t$ es la tasa de interés real ex post, $e_t = \pi_t - \pi_t^e$ es el error de pronóstico del mercado, χ_{1t} es el rendimiento de los bonos nominales y χ_{2t} es el rendimiento de los bonos reales.

Considerando los siguientes supuestos (conocidos comúnmente como condiciones de ortogonalidad):

$$E[\varepsilon_{1t}] = E[\varepsilon_{1t} r_{t-j}^e] = E[\varepsilon_{1t} \pi_{t-j}^e] = E[\varepsilon_{1t} \pi_{t-j}] = E[\varepsilon_{1t} \chi_{1t}] = E[\varepsilon_{1t} \chi_{2t}] = 0 \quad \forall j \geq 1$$

$$E[\varepsilon_{2t}] = E[\varepsilon_{2t} r_{t-j}^e] = E[\varepsilon_{2t} \pi_{t-j}^e] = E[\varepsilon_{2t} \pi_{t-j}] = E[\varepsilon_{2t} \chi_{1t}] = E[\varepsilon_{2t} \chi_{2t}] = 0 \quad \forall j \geq 0$$

Entonces,

$$E[\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{i,t-j}] = E[\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{k,t-j+1}] = E[\varepsilon_{i,t} e_{t-j}] = 0 \text{ con } i, k = 1, 2 \text{ y } \forall j \geq 1$$

² Para más información, ver Anexo 1.

Además, de acuerdo con Hamilton (1985), se supone un mercado financiero eficiente en el cual los agentes en el momento t tienen información pasada sobre la tasa de inflación, la inflación esperada y la tasa de interés, implicando que:

$$E[e_t \pi_{t-j-1}] = E[e_t r_{t-j}^e] = E[e_t \pi_{t-j}^e] = E[e_t \varepsilon_{1,t-j}] = E[e_t \varepsilon_{2,t-j}] = 0 \quad \forall j \geq 0$$

Así, con el anterior supuesto, también se asume que los agentes económicos tienen expectativas racionales, es decir, utilizan de forma óptima toda la información disponible para predecir la inflación futura y tomar decisiones con base en esta. Teniendo en cuenta lo anterior, se tiene que la matriz de varianza-covarianza de los términos de perturbación de las ecuaciones (1), (2) y (3) puede ser expresada de la siguiente forma:

$$E[(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, e_t)'(\varepsilon_{1s}, \varepsilon_{2s}, e_s)] = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_e^2 \end{pmatrix} \quad \text{para } t = s$$

$$= 0 \quad \text{para } t \neq s$$

Haciendo uso de la ecuación de Fisher (1930), se sustituye $r_t^e = i_t - \pi_t^e$ en (1) y (2), y se tiene que:

$$i_t = \pi_t^e + \sum_{i=1}^{12} (\psi_i - \phi_i) \pi_{t-i}^e + \sum_{i=1}^{12} \phi_i i_{t-i} + \sum_{i=1}^{12} \xi_i \pi_{t-i} + k_1 + \varepsilon_{1t} \quad (4)$$

$$\pi_{t+1}^e = \sum_{i=1}^{12} (\beta_i - \alpha_i) \pi_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \alpha_i i_{t-i+1} + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \pi_{t-i+1} + k_2^* + \sum_{i=1}^2 \Omega_i \chi_{it} + \varepsilon_{2t} \quad (5)$$

Así, la representación Estado-Espacio de las ecuaciones (3), (4) y (5) es la presentada en las ecuaciones (6) y (7):

$$y_t = Hx_t + Dz_t + v_t \quad (6)$$

$$x_{t+1} = Fx_t + Gz_t + w_t \quad (7)$$

Donde x_t se define como el vector de estado e incluye las variables no observables de la representación. Las ecuaciones (6) y (7) se conocen como ecuación de medida y ecuación de transición, respectivamente.

En la presente investigación se tiene que:

$$x_t = (\pi_t^e, \pi_{t-1}^e, \pi_{t-2}^e, \pi_{t-3}^e, \dots, \pi_{t-12}^e)'$$

$$z_t = (i_t, i_{t-1}, i_{t-2}, i_{t-3}, \dots, i_{t-12}, \pi_t, \pi_{t-1}, \pi_{t-2}, \pi_{t-3}, \dots, \pi_{t-12}, 1, \chi_{1t}, \chi_{2t})'$$

$$y_t = (i_t, \pi_t)' \quad w_t = (\varepsilon_{2t}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)' \quad v_t = (\varepsilon_{1t}, e_t)'$$

$$F = \begin{pmatrix} \beta_1 - \alpha_1 & \beta_2 - \alpha_2 & \beta_3 - \alpha_3 & \dots & \beta_{12} - \alpha_{12} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_{12} & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \dots & \gamma_{12} & 0 & k_2 & \Omega_1 & \Omega_2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & \psi_1 - \phi_1 & \psi_2 - \phi_2 & \psi_3 - \phi_3 & \dots & \psi_{12} - \phi_{12} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \dots & \phi_{12} & 0 & \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \dots & \xi_{12} & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Adicionalmente, se consideran los supuestos propios de la representación Estado-Espacio:

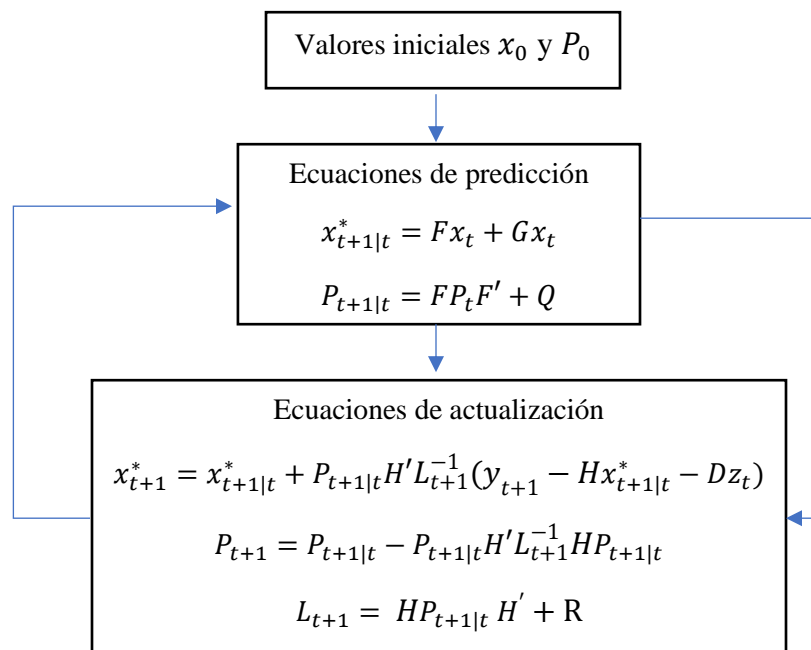
$$E[w_t] = E[v_t] = 0 \quad \text{Var}(w_t) = Q \quad \text{Var}(v_t) = H \quad E[x_0] = x_0^* \quad \text{Var}(x_0) = P_0$$

$$E[v_t w_t'] = 0 \quad E[v_t x_0'] = 0 \quad E[w_t x_0'] = 0$$

Con x_0 como el vector de estado inicial y:

$$Q = \begin{pmatrix} \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_e^2 \end{pmatrix}$$

Con respecto al procedimiento de estimación, Harvey (1994) señala la existencia de diversos algoritmos, siendo el filtro de Kalman el más importante de ellos. A continuación, se presenta el proceso recursivo mediante el cual funciona dicha metodología:



Por otro lado, dada la no independencia observacional, el procedimiento de estimación parte de la siguiente función de densidad conjunta condicional:

$$L(y; \theta) = \prod_{t=1}^T p(y_t | Y_{t-1})$$

Con θ como el vector de parámetros a estimar y $p(y_t|Y_{t-1})$ como la distribución de y_t condicional a $Y_{t-1} = (y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, \dots, y_1)$.

Si los términos de perturbación w_t , v_t y el vector de estado inicial x_0 siguen una distribución normal multivariada, entonces la distribución de y_t condicional a Y_{t-1} también es una normal multivariada. Así, la función de verosimilitud es:

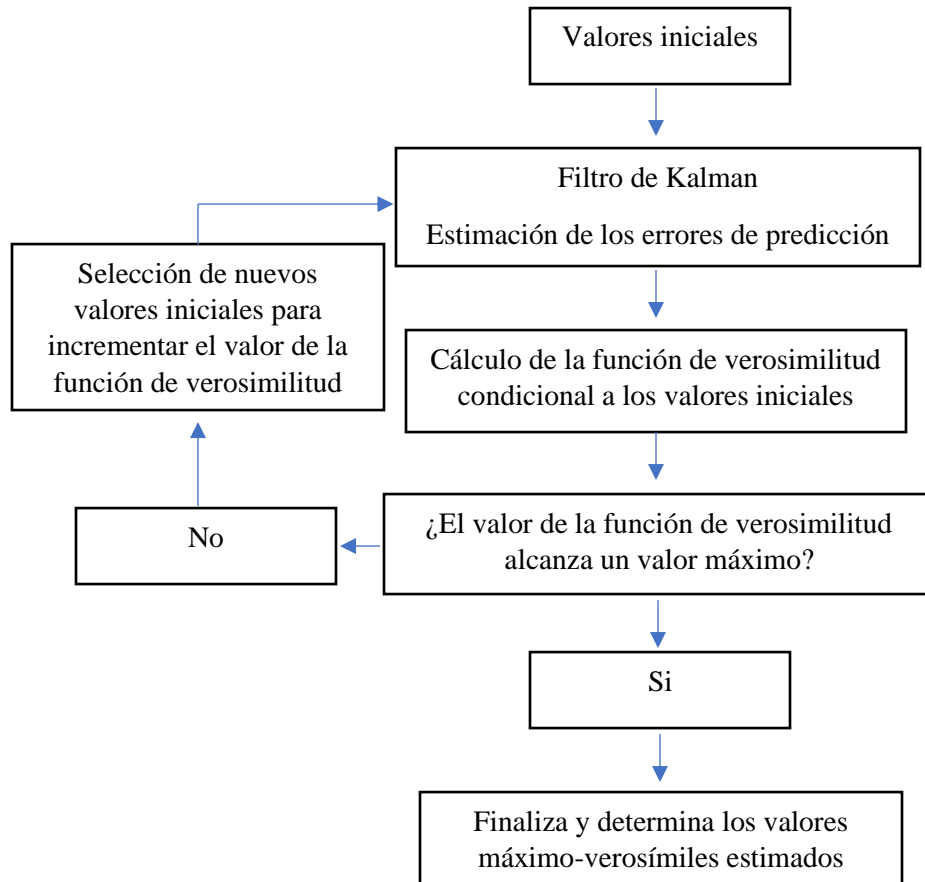
$$\log L = -\frac{NT}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T |L_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T v_t' L_t^{-1} v_t$$

Donde $v_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1}$ se define como el error de predicción de la ecuación de medida.

Los argumentos maximizadores de la función de verosimilitud no se pueden obtener de manera analítica porque dicha función no es lineal en los parámetros que se van a estimar. Por esta razón, se debe hacer uso de un algoritmo de optimización no lineal. En este caso, el algoritmo utilizado fue el BFGS (Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno), el cual pertenece a la familia de los métodos de Quasi-Newton³. La forma en la que se lleva a cabo el procedimiento de estimación es la siguiente⁴:

³Véase Judge, G. et al. (1985), Hendry (1995) y SAS/IML Software, Changes and Enhancements, 1996.

⁴ Tomado de Cuthbertson et al. (1992).



Fuente: Cuthbertson et al. (1992)

El vector de estado inicial x_0 se determinó a partir de los datos consignados en la encuesta mensual de expectativas del Banco de la República. En cuanto a los valores iniciales de los parámetros de la representación Estado-Espacio, fueron determinados mediante la estimación de (4) y (5) usando mínimos cuadrados ordinarios.

Por otro lado, la estimación de las expectativas de inflación se lleva a cabo considerando la inflación anual calculada a partir del índice de precios al consumidor y la tasa de interés efectiva anual de los certificados de depósito a 90 días. En cuanto a los rendimientos de los bonos nominales y reales asociados a las curvas cero cupón, se calcularon

usando la metodología propuesta por Nelson y Siegel (1987) para los títulos de tesorería (TES) en pesos y en UVR⁵.

IV. Estimación y Resultados

El Cuadro 1 contenido en el Anexo 1 presenta, a partir del procedimiento de optimización no lineal, la estimación de los parámetros de la representación Estado-Espacio. Asimismo, en el Anexo 2 se presenta el Cuadro 2 con la correspondiente estimación del vector de estado.

Es de señalar que, la prueba de Doornik-Hansen rechaza la existencia de normalidad multivariada sobre los residuales estimados de la representación Estado-Espacio. Sin embargo, dado que la estimación por máxima verosimilitud es matemáticamente equivalente a la estimación por mínimos cuadrados ordinarios, la estimación puede llevarse a cabo sin ocasionar preocupación alguna. Por otro lado, el hallazgo impide la realización de inferencia estadística sobre los parámetros de la representación a partir de pruebas basadas en distribuciones tradicionales. En trabajos posteriores, se llevarán a cabo pruebas sobre significancia de los parámetros de las variables consideradas en las ecuaciones de medida y transición a través de la técnica de *Bootstrapping*.

⁵Fuente: DANE (inflación) y Banco de la República (tasa de interés y rendimientos de los bonos).

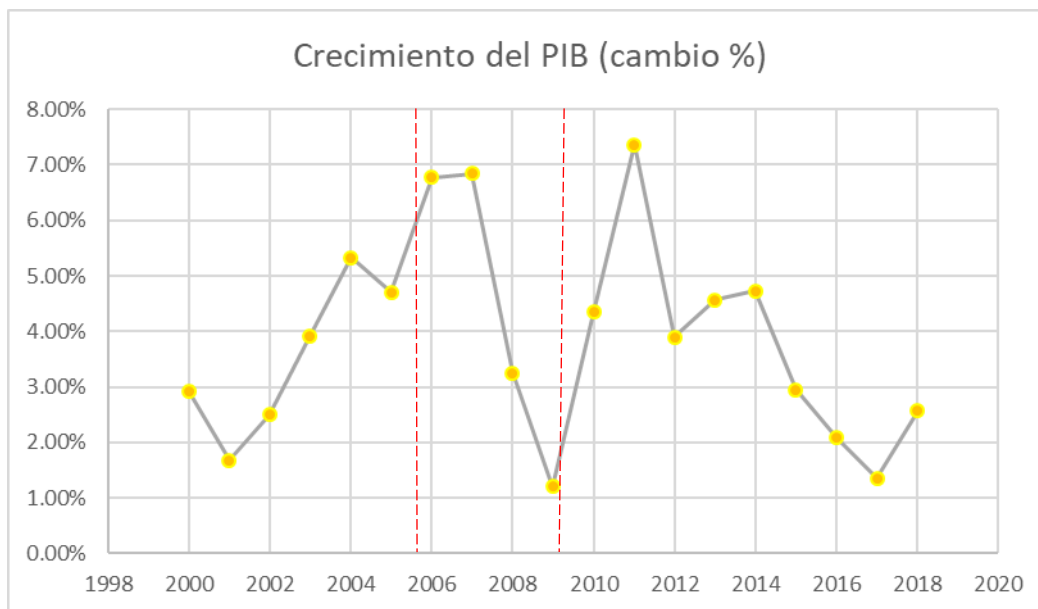
Gráfico 1



El Grafico 1 presenta la estimación del vector de estado en contraste con las expectativas de la encuesta mensual que realiza el Banco de la República y la inflación observada. Respecto a los resultados, la evidencia sugiere que las expectativas de inflación no están bien ancladas a la meta del Banco de la República. Esto se ve reflejado en la volatilidad de la serie construida para las expectativas de inflación estimadas, las cuales responden de forma considerable a situaciones coyunturales tales como la crisis financiera del 2008, la recuperación de la economía en los años posteriores y otras perturbaciones tales como la caída de los precios del petrolero a inicios del 2014 y su efecto en las perspectivas económicas realizadas por diferentes agentes del mercado.

Así, el comportamiento bajista de las expectativas durante el 2006-2008 puede estar influenciado por la pérdida de dinamismo y confianza local en el crecimiento de la economía nacional, lo anterior se muestra en el Gráfico 2.

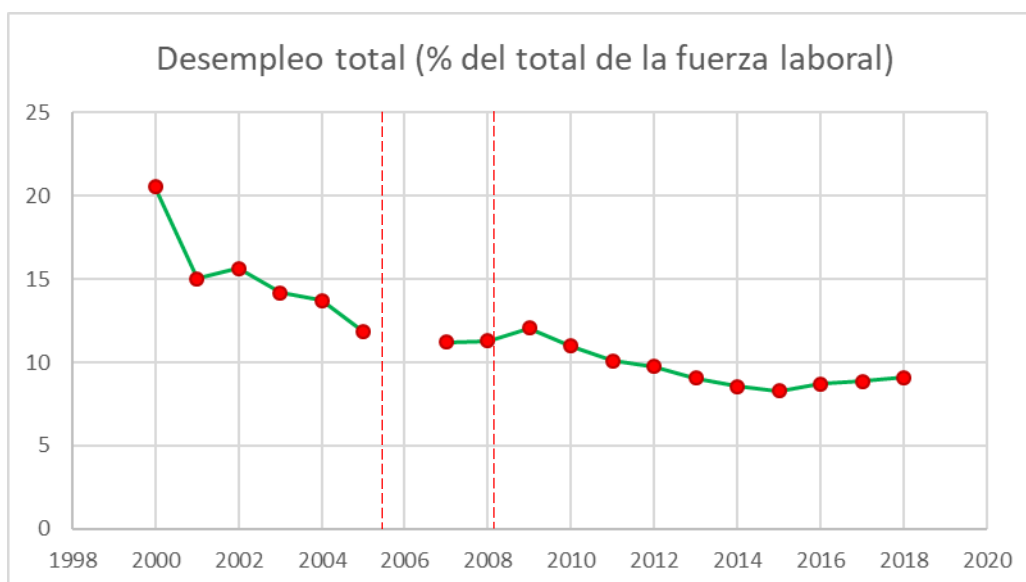
Gráfico 2



Fuente: Elaboración propia – Datos tomados del Banco mundial

El gráfico muestra la notoria desaceleración en la dinámica del PIB durante el periodo 2006-2008 acompañado de niveles persistentes de desempleo durante el mismo periodo de tiempo, los cuales se mantenían cerca al 11% (vistos en la gráfica 3). Estos datos sugieren que el nivel de producción disminuyó junto con la trayectoria expansiva que traía el PIB, generando de esta forma un incremento en las expectativas de los precios construidas por cada individuo, con lo cual siguiendo la relación expuesta por la curva de Phillips bajo un nivel constante de desempleo sumado a una reducción en la cantidad disponible de mercancías genera como resultado más probable un incremento en los niveles inflacionarios de la economía, tal como lo muestra la curva construida en el Gráfico 1.

Gráfico 3

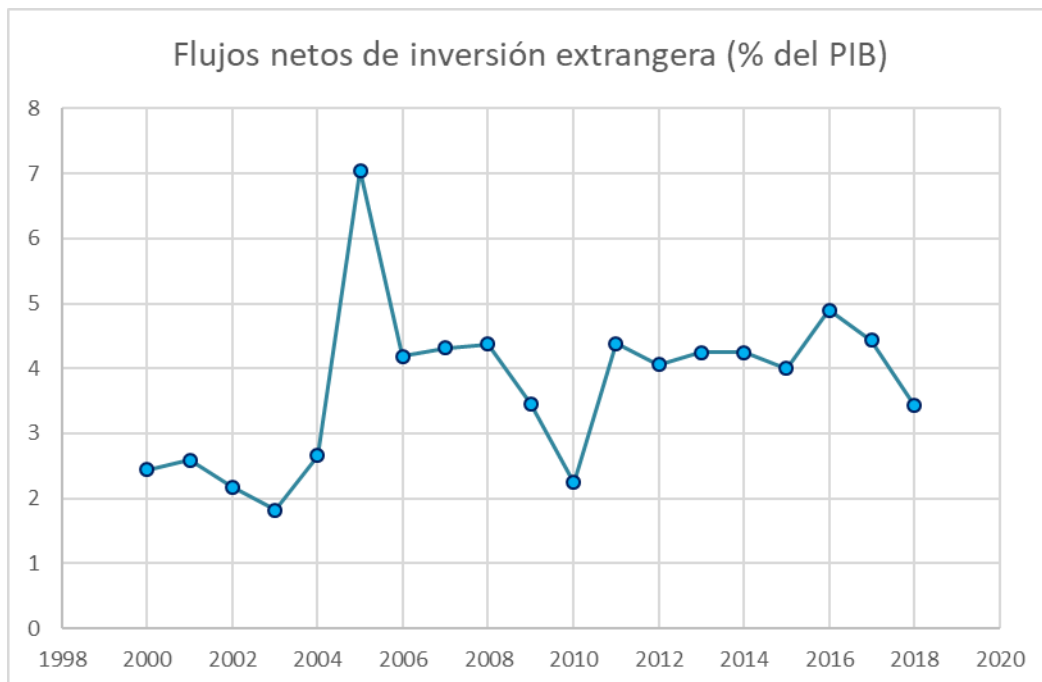


Fuente: Elaboración propia – Datos tomados del Banco mundial

Posteriormente, se presenta una fuerte tendencia alcista de las expectativas en el período comprendido entre 2006 y 2007, dicho comportamiento obedece en gran medida a la reducción en la tasa de crecimiento para Colombia sumado a la aversión al riesgo generalizada sobre los inversionistas todo esto se interpreta como una pérdida en el dinamismo en la economía. Adicionalmente, durante este mismo periodo se presentó un incremento en los retornos nominales de los bonos colombianos, con lo cual la diferencia entre los rendimientos reales y nominales fue mayor, generando de esta forma una mayor medida para el Breakeven inflation. El aumento en la rentabilidad nominal puede ser explicada por el exceso de especulación junto con movimientos del tipo *Fly to quality* los cuales presionaron al alza los rendimientos en los instrumentos de deuda pública e influyeron sobre el nivel de *Breakeven Inflation* asociado. Estos flujos masivos de capital reflejan la percepción generalizada del mercado sobre las economías emergentes, el gráfico 4 expone la evolución de los flujos de inversión netos para Colombia, particularmente para el periodo

2006-2008 esta dinámica presenta una fuerte desaceleración, lo cual soporta los movimientos en busca de activos seguros y el incremento en los retornos nominales para los instrumentos de deuda publica colombianos.

Gráfico 4



Fuente: Elaboración propia – datos tomados del Banco mundial

Posteriormente para el periodo que comprende finales de 2008-2010 se evidencian los efectos de la crisis financiera sobre el crecimiento global y por ende sobre el dinamismo de los precios. Si bien es cierto que la inflación estimada alcanza niveles negativos, dicho comportamiento puede estar influenciado por el exceso de dólares en el mercado de divisas, producto de la política monetaria de tipo expansiva (dovish) de la reserva federal. Es importante recordar que durante este periodo la moneda local presentó una revaluación sin precedentes, con la cual los costos asociados a las importaciones disminuyeron, explicando de esta forma una parte de la tendencia a la baja de la inflación para los productos en el mercado colombiano. Por otro lado, el aumento de las expectativas que se dio entre 2014 y

2016 puede estar influenciada por la caída de los precios del petróleo y la devaluación de la moneda nacional, lo cual afectó seriamente la percepción de los consumidores sobre la dinámica de los precios.

En cuanto a la caída de las expectativas en el año 2017, puede ser explicada en cierta medida por la desaceleración de la economía mundial a partir de la incertidumbre causada por la guerra comercial entre Estados Unidos y China, y la posible salida del Reino Unido de la Unión Europea. Sumado a esto, es importante mencionar el riesgo de recesión global, el cual presenta un comportamiento similar al del periodo 2008-2010. En la actualidad la serie refleja la incertidumbre de los mercados sobre el rumbo de la economía nacional y mundial.

Finalmente, siguiendo a Hamilton (1985), la eficiencia de los mercados financieros, en lo referente al proceso de formación de las expectativas de inflación, puede analizarse a partir de las propiedades de insesgamiento y racionalidad del error de pronóstico estimado (calculado a partir de las expectativas de inflación estimadas).

Con respecto a la propiedad de insesgamiento, es importante resaltar que el promedio del error de pronóstico estimado de la inflación es 0.0190 y que el 95.4% de los valores de dicho error son positivos, mientras el 4.6% de los valores son negativos. Esto indica un sesgo positivo en el error de pronóstico estimado que refleja una ausencia de eficiencia en el mercado financiero. Dicho sesgo puede ser explicado por una subestimación de las expectativas por parte de los agentes de la economía, los cuales esperaban medidas más agresivas asociadas al control de la inflación por parte del Banco de la República.

En cuanto a la propiedad de racionalidad, se verifica a partir de la correlación entre el error de pronóstico estimado en el momento t y la información disponible hasta ese

momento. Una forma de aproximarse a dicho procedimiento es mediante la correlación entre el error de pronóstico estimado en el momento t y el error de pronóstico estimado en el momento $t - 1$. El resultado de dicha correlación es igual a 0.97, lo cual resulta estadísticamente significativo a un nivel de significancia del 5%. Por este motivo, se concluye que las expectativas no son racionales, sino adaptativas, por lo que la gente forma sus expectativas sobre la inflación basándose en la inflación observada recientemente.

V. Conclusiones

La estimación de las expectativas de inflación mensuales en Colombia para el período comprendido entre 2013 y 2019 se lleva a cabo a partir de una representación Estado-Espacio derivada de un proceso de vectores autorregresivos de la tasa de interés real ex ante y la inflación esperada. Para ello, se hace uso del Filtro de Kalman dentro de un optimizador no lineal, lo cual permite obtener los parámetros del modelo que describen la evolución de la tasa de interés nominal, la inflación y las expectativas de inflación.

Asimismo, un hecho que marca la diferencia con respecto a Hamilton (1986) es la inclusión los rendimientos de los bonos (reales y nominales) en la determinación de las expectativas de inflación. En cuanto a la relevancia estadística de las distintas variables y sus respectivos rezagos, cabe resaltar que el hallazgo de no normalidad multivariada en los residuales impide la realización de inferencia estadística sobre los parámetros de la representación a partir de pruebas basadas en distribuciones tradicionales, por lo que en trabajos posteriores se llevarán a cabo pruebas sobre significancia de los parámetros de las variables consideradas en las ecuaciones de medida y transición a través de la técnica de *Bootstrapping*.

Por otro lado, como hecho para tener en cuenta, se encuentra un sesgo positivo en el error de pronóstico estimado que sugiere una subestimación de las expectativas de inflación. Del mismo modo, la correlación serial de primer orden en el error de pronóstico estimado sugiere un comportamiento adaptativo en dichas expectativas. Finalmente, cabe resaltar que la evidencia sugiere que las expectativas de inflación no están bien ancladas a la meta del Banco de la República.

Bibliografía:

Fama, Eugene F., and Gibbons, Michael R. "Inflation, Real Returns and Capital Investment." *J. Monetary Econ.* 9 (May 1982): 297-323.

Dwyer, Gerald P., Jr. "Are Expectations of Inflation Rational? Or Is Variation of the Expected Real Interest Rate Unpredictable?" *J. Monetary Econ.* 8 (July 1981): 59-84.

Gessler, Geary. "An Efficient Markets Model of the Expected Real Return on Treasury Bills." Mimeographed. Washington: Fed. Trade Comm., March 1981.

Cuthbertson, K., S. Hall and M. Taylor (1992); *Applied Econometric Techniques*, Harvester Wheatsheaf.

Hamilton, James D. (1985), "Uncovering Financial Market Expectations of Inflation," *Journal of Political Economy*, 93, 1224-1241.

Burmeister, Edwin, and Wall, Kent D. (1982), "Kalman Filtering Estimation of Unobserved Rational Expectations with an Application to the German Hyperinflation," *Journal of Econometrics*, 20, 255-284.

HUERTAS, C., E. GONZALEZ, Y C. RUIZ (2015): "La formación de expectativas de inflación en Colombia," Borradores de Economía 880, Banco de la República de Colombia.

SAS/IML Software, Versión 8, Changes and Enhancements (1996).

Mishkin, Frederic S. (1981), "The Real Interest Rate: An Empirical Investigation," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 15, 151-200.

CHRISTENSEN, J. H. E., J. A. LOPEZ, Y G. D. RUDEBUSCH (2010): “Inflation Expectations and Risk Premiums in an Arbitrage-Free Model of Nominal and Real Bond Yields,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 42, 143–178.

GARCÍA, J. A., Y T. WERNER (2010): “Inflation risks and inflation risk premia,” Working Paper Series 1162, European Central Bank.

ADRIAN, T., Y H. WU (2010): “The Term Structure of Inflation Expectations,” Staff Reports 362, Federal Reserve Bank of New York.

CHEN, R.-R., B. LIU, Y X. CHENG (2010): “Pricing the term structure of inflation risk premia: Theory and evidence from TIPS,” *Journal of Empirical Finance*, 17(04), 702–721.

HÖRDAHL, P., Y O. TRISTANI (2010): “Inflation risk premia in the US and the euro area,” BIS Working Papers 325, Bank for International Settlements.

Harvey, A. (1994); *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press.

Doornik, J. A. and H. Hansen (1994); “An Omnibus Test for Univariate and Multivariate Normality”, Nuffield College, Oxford.

Fisher, I. (1930); *The theory of interest*, New York.

GRISHCHENKO, O. V., Y J.-Z. HUANG (2013): “The Inflation Risk Premium: Evidence from the TIPS Market,” *The Journal of Fixed Income*, 22(04), 5–30.

IMAKUBO, K., Y J. NAKAJIMA (2015): “Estimating inflation risk premia from nominal and real yield curves using a shadow-rate model,” Bank of Japan Working Paper Series 15-E-1, Bank of Japan.

Phillips, A. W. (1958). "The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957". *Economica* 25: 283-299.

ABRAHAMSON, M., T. ADRIAN, R. CRUMP, Y E. MOENCH (2015): "Decomposing Real and Nominal Yield Curves," Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, 570.

EJSING, J., J. A. GARCÍA, Y T. WERNER (2007): "The term structure of euro area break-even inflation rates: the impact of seasonality," Working Paper Series 0830, European Central Bank.

SCHEINKMAN, J. A., Y R. LITTERMAN (1991): "Common factors affecting bond returns," *Journal of Fixed Income*, 1(1), 54–61.

NELSON, C., Y A. SIEGEL (1987): "Parsimonious Modeling of Yield Curve," *The Journal of Business*, 60(04), 473–489.

Frankel, Jeffrey A. "A Technique for Extracting a Measure of Expected Inflation from the Interest Rate Term Structure." *Rev. Econ. and Statis.* 64 (February 1982): 135-42.

Anexo 1:

Abrahams et al. (2015) plantea que el logaritmo del precio de un bono nominal en el momento t y con vencimiento n es una función lineal de un conjunto de factores X_t que en este caso son los rendimientos de los bonos nominales y los rendimientos de los bonos reales (Litterman et al.,1991). Es decir:

$$\text{Ln}P_t^{(n)} = A_n + B'_n X_t$$

Asimismo, el logaritmo del precio de un bono real en el momento t y con vencimiento n se puede expresar como:

$$\text{Ln}P_{t,R}^{(n)} = A_{n,R} + B'_{n,R} X_t$$

Por otro lado, se definen las expectativas de inflación en un escenario de riesgo neutral de la siguiente manera:

$$\pi_t^{(n),RN} = y_t^{(n),RN} - y_{t,R}^{(n),RN} = -\frac{1}{n} [A_n + B'_n X_t - (A_{n,R} + B'_{n,R} X_t)]$$

Con $y_t^{(n),RN}$ como los rendimientos de los bonos nominales en un escenario de riesgo neutral y $y_{t,R}^{(n),RN}$ como su equivalente para los bonos reales.

Teniendo en cuenta que $B'_n = (\omega_1, \omega_2)$, $B'_{n,R} = (v_1, v_2)$ y $X_t = (\chi_{1t}, \chi_{2t})'$, entonces:

$$\pi_t^{(n),RN} = y_t^{(n),RN} - y_{t,R}^{(n),RN} = -\frac{1}{n} [A_n + \sum_{i=1}^2 \omega_i \chi_{it} - (A_{n,R} + \sum_{i=1}^2 v_i \chi_{it})]$$

Incluyendo esta expresion en la ecuacion de transicion inicial, se tiene que:

$$\pi_{t+1}^e = k_2 + \sum_{i=1}^{12} \alpha_i r_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \beta_i \pi_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \pi_{t-i+1} - \frac{1}{n} [A_n + \sum_{i=1}^2 \omega_i \chi_{it} - (A_{n,R} + \sum_{i=1}^2 v_i \chi_{it})] + \varepsilon_{2t}$$

Haciendo algo de algebra, entonces:

$$\pi_{t+1}^e = (k_2 - \frac{A_n}{n} + \frac{A_{n,R}}{n}) + \sum_{i=1}^{12} \alpha_i r_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \beta_i \pi_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \pi_{t-i+1} + \sum_{i=1}^2 (\frac{v_i}{n} - \frac{\omega_i}{n}) \chi_{it} + \varepsilon_{2t}$$

Y, finalmente, con $k_2 - \frac{A_n}{n} + \frac{A_{n,R}}{n} = k_2^*$ y $\frac{v_i}{n} - \frac{\omega_i}{n} = \Omega_i$, se tiene lo siguiente:

$$\pi_{t+1}^e = k_2^* + \sum_{i=1}^{12} \alpha_i r_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \beta_i \pi_{t-i+1}^e + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \pi_{t-i+1} + \sum_{i=1}^2 \Omega_i \chi_{it} + \varepsilon_{2t}$$

Anexo 2:

Cuadro 1
Resultados de la Estimación No Lineal de la representación Estado-Espacio

Parámetro	Valor estimado	Gradiente	Parámetro	Valor estimado	Gradiente	Parámetro	Valor estimado	Gradiente
ϕ_1	0.184267	0.400369	ξ_4	-0.245580	-0.588115	β_6	-0.273811	0.004762
ϕ_2	-0.044105	0.286139	ξ_5	0.540185	-0.461881	β_7	0.129884	0.004247
ϕ_3	-0.296042	0.162202	ξ_6	0.048017	-0.368282	β_8	-0.162814	0.003694
ϕ_4	0.302901	0.071012	ξ_7	-0.651625	-0.268291	β_9	0.306563	0.003147
ϕ_5	0.043513	0.001660	ξ_8	-0.983251	-0.175516	β_{10}	-0.214774	0.002575
ϕ_6	0.561620	-0.081555	ξ_9	0.977874	-0.147891	β_{11}	0.149118	0.001998
ϕ_7	-0.657663	-0.153576	ξ_{10}	-0.119748	-0.169026	β_{12}	0.047734	0.001478
ϕ_8	0.570915	-0.185364	ξ_{11}	-0.893311	-0.161902	γ_1	-0.162923	-0.000768
ϕ_9	-0.255357	-0.185071	ξ_{12}	0.867413	-0.158092	γ_2	0.086290	-0.000751
ϕ_{10}	0.003865	-0.215263	k_1	-0.002312	-0.193438	γ_3	-0.121256	-0.000762
ϕ_{11}	0.213933	-0.243500	α_1	0.782372	-11.801725	γ_4	0.962189	-0.000688
ϕ_{12}	-0.036427	-0.243120	α_2	0.063365	-0.007773	γ_5	0.226028	-0.000666
ψ_1	0.096991	-0.917406	α_3	-0.341649	-0.007455	γ_6	-0.527931	-0.000654
ψ_2	-0.113181	-0.754323	α_4	-0.113918	-0.007080	γ_7	0.739622	-0.000649
ψ_3	-0.347205	-0.583450	α_5	0.196959	-0.006664	γ_8	-0.998717	-0.000607
ψ_4	0.265786	-0.458185	α_6	-0.276992	-0.006170	γ_9	-0.195575	-0.000632
ψ_5	0.016104	-0.364672	α_7	0.128148	-0.005682	γ_{10}	0.890101	-0.000642
ψ_6	0.551264	-0.264023	α_8	-0.168567	-0.005153	γ_{11}	0.954463	-0.000660
ψ_7	-0.664966	-0.177070	α_9	0.307725	-0.004616	γ_{12}	-0.257494	-0.000667
ψ_8	0.572885	-0.148660	α_{10}	-0.220209	-0.004066	k_2	-0.035752	-0.020154
ψ_9	-0.245905	-0.161675	α_{11}	0.147071	-0.003489	Ω_1	0.139347	-0.001359
ψ_{10}	0.009887	-0.159986	α_{12}	0.050213	-0.002900	Ω_2	-0.546624	-0.000395
ψ_{11}	0.226812	-0.160522	β_1	0.789527	-0.002368	σ_1^2	0.034416	-14.336830
ψ_{12}	-0.020320	-0.188903	β_2	0.066589	0.006873	σ_2^2	0.000134	-0.564492
ξ_1	0.769415	-0.920694	β_3	-0.337311	0.006567	σ_e^2	0.000000629	18.903080
ξ_2	0.301439	-0.758174	β_4	-0.110092	0.005752			
ξ_3	-0.733764	-0.758174	β_5	0.204020	0.005259			

Anexo 3:

Cuadro 2
Expectativas de Inflación

Fecha	Inflación esperada	Fecha	Inflación esperada	Fecha	Inflación esperada
2003.09	0.0634	2009.02	0.0805	2014.07	0.0145
2003.10	0.0617	2009.03	0.0764	2014.08	0.0151
2003.11	0.0581	2009.04	0.0628	2014.09	0.0188
2003.12	0.0575	2009.05	0.0490	2014.10	0.0188
2004.01	0.0578	2009.06	0.0341	2014.11	0.0189
2004.02	0.0572	2009.07	0.0181	2014.12	0.0218
2004.03	0.0554	2009.08	0.0180	2015.01	0.0174
2004.04	0.0570	2009.09	0.0085	2015.02	0.0202
2004.05	0.0547	2009.10	0.0023	2015.03	0.0235
2004.06	0.0541	2009.11	- 0.0088	2015.04	0.0216
2004.07	0.0566	2009.12	-0.0106	2015.05	0.0211
2004.08	0.0556	2010.01	-0.0051	2015.06	0.0218
2004.09	0.0215	2010.02	-0.0016	2015.07	0.0183
2004.10	0.0379	2010.03	-0.0073	2015.08	0.0244
2004.11	0.0389	2010.04	-0.0099	2015.09	0.0186
2004.12	0.0413	2010.05	-0.0089	2015.10	0.0125
2005.01	0.0413	2010.06	-0.0009	2015.11	0.0155
2005.02	0.0377	2010.07	0.0008	2015.12	0.0173
2005.03	0.0386	2010.08	0.0001	2016.01	0.0209
2005.04	0.0345	2010.09	0.0037	2016.02	0.0264
2005.05	0.0291	2010.10	0.0060	2016.03	0.0304
2005.06	0.0264	2010.11	0.0094	2016.04	0.0342
2005.07	0.0293	2010.12	0.0083	2016.05	0.0386
2005.08	0.0305	2011.01	0.0102	2016.06	0.0393
2005.09	0.0337	2011.02	0.0098	2016.07	0.0413
2005.10	0.0390	2011.03	0.0075	2016.08	0.0383
2005.11	0.0405	2011.04	0.0097	2016.09	0.0313
2005.12	0.0403	2011.05	0.0097	2016.10	0.0298
2006.01	0.0401	2011.06	0.0089	2016.11	0.0351
2006.02	0.0432	2011.07	0.0064	2016.12	0.0243
2006.03	0.0399	2011.08	0.0033	2017.01	0.0169
2006.04	0.0292	2011.09	0.0055	2017.02	0.0078
2006.05	0.0240	2011.10	0.0112	2017.03	0.0040
2006.06	0.0171	2011.11	0.0135	2017.04	0.0050
2006.07	0.0116	2011.12	0.0113	2017.05	0.0076

2006.08	0.0191	2012.01	0.0155	2017.06	0.0030
2006.09	0.0211	2012.02	0.0189	2017.07	0.0039
2006.10	0.0225	2012.03	0.0230	2017.08	0.0070
2006.11	0.0256	2012.04	0.0193	2017.09	0.0145
2006.12	0.0330	2012.05	0.0174	2017.10	0.0170
2007.01	0.0391	2012.06	0.0152	2017.11	0.0133
2007.02	0.0365	2012.07	0.0177	2017.12	0.0176
2007.03	0.0331	2012.08	0.0164	2018.01	0.0244
2007.04	0.0415	2012.09	0.0193	2018.02	0.0254
2007.05	0.0435	2012.10	0.0205	2018.03	0.0248
2007.06	0.0500	2012.11	0.0219	2018.04	0.0219
2007.07	0.0456	2012.12	0.0220	2018.05	0.0182
2007.08	0.0541	2013.01	0.0227	2018.06	0.0196
2007.09	0.0547	2013.02	0.0248	2018.07	0.0124
2007.10	0.0602	2013.03	0.0225	2018.08	0.0113
2007.11	0.0494	2013.04	0.0184	2018.09	0.0123
2007.12	0.0500	2013.05	0.0140	2018.10	0.0136
2008.01	0.0474	2013.06	0.0104	2018.11	0.0131
2008.02	0.0518	2013.07	0.0086	2018.12	0.0149
2008.03	0.0539	2013.08	0.0129	2019.01	0.0175
2008.04	0.0588	2013.09	0.0109	2019.02	0.0201
2008.05	0.0657	2013.10	0.0125	2019.03	0.0188
2008.06	0.0730	2013.11	0.0126	2019.04	0.0166
2008.07	0.0773	2013.12	0.0154	2019.05	0.0154
2008.08	0.0733	2014.01	0.0173	2019.06	0.0150
2008.09	0.0800	2014.02	0.0126	2019.07	0.0187
2008.10	0.0826	2014.03	0.0084	2019.08	0.0202
2008.11	0.0871	2014.04	0.0104	2019.09	0.0182
2008.12	0.0894	2014.05	0.0109		
2009.01	0.0837	2014.06	0.0132		