

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

**DESARROLLO DE HABILIDADES PARA RESOLVER PROBLEMAS DE
ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN LA CATEGORÍA DE COMPARACIÓN**

LUIS FERNANDO MARTÍNEZ MARTÍNEZ

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
DICIEMBRE DE 2016**

**DESARROLLO DE HABILIDADES PARA RESOLVER PROBLEMAS DE
ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN LA CATEGORÍA DE COMPARACIÓN**

LUIS FERNANDO MARTÍNEZ MARTÍNEZ

**ASESOR
YIMMY SECUNDINO TRIANA ESTRELLA**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
FEBRERO DE 2017**

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la sabiduría y el entendimiento para crecer a nivel personal y profesional.

A la universidad de la Sabana por la oportunidad que me brindaron para crecer como maestro e investigador.

A los docentes de la maestría por las orientaciones y enseñanzas brindadas en cada seminario.

Al asesor Jimmy Triana Estrella por el acompañamiento y las orientaciones dadas durante este proceso.

A mi Familia por su apoyo, colaboración y comprensión para lograr una nueva meta.

TABLA DE CONTENIDO

LISTADO DE TABLAS.....	iv
RESUMEN.....	1
ABSTRACT.....	2
INTRODUCCIÓN	3
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
1.1 Justificación.....	6
1.2 Preguntas de Investigación.....	7
1.2.1 Preguntas Específicas.....	8
1.3. Objetivos	8
1.3.1 Objetivo General.....	8
1.3.2 Objetivos Específicos.	9
2. MARCO TEÓRICO.....	10
2.1 Antecedentes de Investigación	10
2.2 Marco Conceptual	15
2.2.1 ¿Qué es un problema?.....	15
2.2.2 Problemas Aritméticos Verbales.	17
2.2.2.3 Niveles del Proceso de Resolución de Problemas Matemáticos.	24
2.2.3 Aprendizaje Basado en Problemas.	26
3. METODOLOGÍA	31
3.1 Enfoque	31
3.2 Alcance de la Investigación.....	31
3.3 Diseño de Metodológico	31
3.4 Población.....	32
3.5 Definición de categorías y/ o Variables	33
3.6 Método e Instrumentos.....	35
3.6.1 La observación.....	35
3.6.2 Portafolio.	35
3.6.3 Diario de Campo.....	35
3.7 Diseño de la intervención.....	36
3.7.1 Fase de Diagnóstico.....	36

3.7.2 Intervención.....	36
4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INVESTIGACIÓN	44
4.1 Análisis de la información	44
4.1.1 Problemas de multiplicación comparación en más.....	46
4.1.2 Problemas de multiplicación comparación en menos.....	53
4.1.3 Problemas de división partición comparación en más.....	58
4.1.4 Problemas de división partición comparación en menos.....	63
4.1.5 Problemas de división por agrupamiento comparación en más.	68
4.1.6 Problemas de División por Agrupamiento Comparación en Menos.	73
4.2 Resultados	77
5. CONCLUSIONES	81
6. RECOMENDACIONES	83
REFLEXIÓN PEDAGÓGICA.....	84
ANEXOS.....	88
ANEXO 1: GUÍA DE DIAGNÓSTICO	88
ANEXO 2: GUIA DE INTERVENCIÓN N°1 MULTIPLICACIÓN COMPARACIÓN EN MÁS	90
ANEXO 3: GUIA DE INTERVENCIÓN MULTIPLICACIÓN COMPARACIÓN EN MENOS	93
ANEXO 4 GUÍA DE INTERVENCIÓN N°3 DIVISIÓN PARTICIÓN COMPARACIÓN EN MÁS	96
ANEXO 5. GUÍA DE INTERVENCIÓN N°4 DIVISIÓN PARTICIÓN COMPARACIÓN EN MENOS.....	100
ANEXO 6. GUÍA DE INTERVENCIÓN N° 5 DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO COMPARACIÓN EN MÁS	104
ANEXO 7. GUIA DE INTERVENCIÓN N°6 DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO COMPARACIÓN EN MENOS	108
ANEXO 8. PRUEBA DE SALIDA PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA	112

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1 Diferencias entre ejercicio y problema	16
Tabla 2 Clasificación de los problemas de estructura multiplicativa	18
Tabla 3 Categorías de análisis.....	34
Tabla 4 Estudiantes que resolvieron los problemas	46
Tabla 5 Análisis de datos multiplicación comparación en “más”.....	47
Tabla 6 Análisis de categorías de la guía de trabajo n°1. problemas de multiplicación comparación en “más”	52
Tabla 7 Estudiantes que resolvieron los problemas	53
Tabla 8 Análisis de datos de la guía de trabajo n°2 problemas de multiplicación comparación en menos	54
Tabla 9 Análisis de categorías de la guía de trabajo n°2. problemas de multiplicación comparación en “menos”	57
Tabla 10 Estudiantes que resolvieron los problemas	58
Tabla 11 Análisis de datos de la guía de trabajo n° 3. problemas de división partición comparación en “más”	59
Tabla 12 Análisis de categorías de la guía de trabajo n° 3. problemas de división partición comparación en “más”	62
Tabla 13 Estudiantes que resolvieron los problemas	64
Tabla 14 Análisis de datos de la guía de trabajo n° 4. problemas de división partición comparación en “menos”	64
Tabla 15 Análisis de categorías de la guía de trabajo n°2. problemas de división partición comparación en “menos”	67
Tabla 16 Estudiantes que resolvieron los problemas	69
Tabla 17 Análisis de datos de la guía de trabajo n° 5. problemas de división por agrupamiento comparación en “más”	69
Tabla 18 Análisis de categorías de la guía de trabajo n°5. problemas de división por agrupamiento comparación en “más”	72
Tabla 19 Estudiantes que resolvieron los problemas	73
Tabla 20 Análisis de datos de la guía de trabajo n° 6. problemas de división por agrupamiento comparación en “menos”	74
Tabla 21 Análisis de categorías de la unidad didáctica n°6. problemas de división por agrupamiento comparación en “menos”	76

LISTADO DE IMÁGENES

Imagen 1 Operación adecuada	48
Imagen 2 Operación adecuada	48
Imagen 3 Operación convencional.....	49
Imagen 4 Cambio de estructura	49
Imagen 5 Trabajo individual.....	51
Imagen 6 Correcciones realizadas por el estudiante e1	51
Imagen 7 Cambio de estructura	55
Imagen 8 Inversión de relación.....	55
Imagen 9 Operación convencional.....	56
Imagen 10 Dificultad en el algoritmo	60
Imagen 11 Inversión de relación.....	60
Imagen 12 Operación convencional.....	61
Imagen 13 Estrategia pictórica-simbòlica.....	61
Imagen 14 Estrategia simbòlica-convencional	62
Imagen 15 Dificultad en el algoritmo	66
Imagen 16 Cambio de estructura	66
Imagen 17 Inversión de relación.....	66
Imagen 18 Resolución con operación convencional.....	67
Imagen 19 Cambio de estructura	70
Imagen 20 Cambio de estructura	71
Imagen 21 Operación convencional.....	71
Imagen 22 Dificultad en el algoritmo	75
Imagen 23 Operación convencional.....	75

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1 Clasificación de los problemas aritméticos verbales. tomado de “niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa” castro (1994)	17
Figura 2 Estructura de los tipos de problemas multiplicativos tomado de Ivars y Fernández (2016).....	19
Figura 3 Proceso de aprendizaje en el abp. tomado de aprendizaje basado en problemas, Escribano y del Valle (2015)	27
Figura 5 Proceso de análisis.....	45

RESUMEN

La resolución de problemas es uno de los procesos generales de la actividad matemática y debe convertirse en uno de los ejes transversales del área. Este proceso se debe orientar teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes para que sea significativo, facilite su comprensión y desarrolle el pensamiento matemático. Como docente de matemáticas observé que el proceso de resolución de problemas no se ha orientado de la mejor manera, por lo que los estudiantes de grado sexto del Colegio Grancolombiano de Bosa, presentaban dificultades para plantear y resolver problemas matemáticos. Esta situación les ha generado bajo desempeño académico en el área de matemáticas y posiblemente ha incidido en los bajos resultados que han obtenido en las pruebas SABER.

De acuerdo con la situación nombrada, se desarrolló la investigación que tuvo como propósito, identificar las dificultades que presentaron los estudiantes y las estrategias que usaron para resolver problemas multiplicativos de comparación, también potenciar y / o desarrollar habilidades para comprender y resolver este tipo de problemas a través de una intervención de aula basada en la estrategia PENSAR. Esta investigación se desarrolló en tres fases: diagnóstico, diseño y aplicación de la intervención a través de guías y evaluación de la intervención con el análisis y resultados.

El enfoque de la investigación fue cualitativo y el diseño investigación acción, la intervención se realizó en tres fases: diagnóstico, diseño y aplicación de las guías de intervención y evaluación. Finalmente se obtuvieron resultados favorables con la intervención ya que la estrategia PENSAR contribuyó para que los estudiantes mejoraran la comprensión y el planteamiento de estrategias para resolver problemas de estructura multiplicativa.

Palabras clave: Resolución de problemas, estrategias, niveles, comprensión, comparación multiplicativa.

ABSTRACT

Problem solving is one of the general processes of mathematical activity and must become one of the transversal axes of the area. This process should be oriented taking into account the context of students to be meaningful, facilitate their understanding and develop mathematical thinking. As a mathematics teacher, I observed that this solving problems process has not been oriented in the best way and this has caused that sixth grade students of the Colegio Grancolombiano de Bosa, had difficulties to plan and solve math problems. This situation has also generated that students get a low performance level in math and consequently it possibly has influenced in the low results they have obtained in the SABER test.

According to the mentioned situation, the research was developed to identify the difficulties presented by the students and the strategies they used to solve multiplicative comparison problems, as well as to develop skills to understand and solve this type of problems through of a classroom intervention based on the THINKING strategy. This research was developed in three phases: diagnosis, design and application of the intervention through guides and evaluation of the intervention with the analysis and results.

The research approach was qualitative and action research, that was developed in three stages; diagnosis, design guides and implementation and evaluation. Finally the procedure got positive results because the PENSAR strategy contribute to improve students' comprehension considering the strategy to solve, improving their skills.

Key words: Solving problems; strategies, levels, comprehension, multiplicative comparison.

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas aritméticos es de gran importancia para el desarrollo del pensamiento lógico – matemático de las personas, por tal razón, este proceso debe estar presente en las diferentes actividades del currículo de matemáticas y debe estar relacionado con el contexto de los estudiantes para que tengan sentido y sean significativos.

En la clase de matemáticas del curso 605 se ha observado que los estudiantes presentan dificultades como: comprender, representar y plantear estrategias para resolver Problemas Aritméticos Verbales, esto se evidencia en las actividades desarrolladas en la clase de matemáticas y en algunos casos en los resultados de las pruebas institucionales y SABER 2015, lo anterior evidencia que no se está contribuyendo con el proceso general de resolución de problemas planteados por el MEN. De acuerdo con la situación planteada se desarrolló la investigación en la cual se implementó una intervención de aula basada en la estrategia PENSAR, fundamentada en el aprendizaje basado en problemas (ABP), que contribuyó a desarrollar y / o potenciar en el estudiante habilidades para resolver problemas multiplicativos en la categoría de comparación.

Este trabajo de investigación consta de seis apartados con los temas que se nombran a continuación:

En el apartado uno, se contextualiza la problemática relacionada con la dificultad que presentan los estudiantes de grado sexto para comprender y resolver problemas multiplicativos de comparación, sobre la cual se planteó la pregunta de investigación, se nombran los antecedentes, la justificación, las preguntas y objetivos de investigación.

En segundo lugar, encontramos el apartado dos, en el cual se trabajó el marco referencial que se dividió en dos sub – apartados, uno con relación al estado del arte que nombra algunos estudios realizados sobre el tema de investigación y el otro con el marco teórico que se fundamentó en los niveles de resolución de problemas planteados por García (2010), con los cuales se identificaron las estrategias que usan los estudiantes para resolver problemas, los

niveles de comprensión de problemas de estructura multiplicativa de comparación según Castro (1995), del cual se tomaron las proposiciones que comprenden el enunciado del problema y el enfoque lingüístico de Nesher (1998), quien clasifica la estructura multiplicativa en tres categorías de las cuales se desarrolló la comparación multiplicativa.

En el apartado tres se desarrolló la metodología en la cual se describe el enfoque cualitativo, el diseño investigación – acción, las categorías de análisis, el alcance de la investigación, los métodos e instrumentos para recolectar la información y el diseño de la intervención.

En el apartado cuatro se muestra el análisis descriptivo de los resultados en relación con las dificultades encontradas, las estrategias planteadas en la resolución de problemas multiplicativos de comparación y la incidencia de la estrategia PENSAR para mejorar este proceso de acuerdo con las preguntas y objetivos de investigación.

En el apartado cinco se presentan las conclusiones de acuerdo a los resultados obtenidos en el análisis de la información, en estas se nombran los avances obtenidos por los estudiantes en el proceso de resolución de problemas multiplicativos de comparación luego de la implementación de la intervención de aula, teniendo en cuenta las preguntas y objetivos de investigación.

En el apartado seis se presentan las recomendaciones relacionadas con el dominio de la disciplina y la transposición didáctica que el docente debe realizar para orientar el aprendizaje de la matemática y el proceso de resolución de problemas de estructura multiplicativa de comparación, al igual que la implementación de estrategias que le permitan al estudiante representar y resolver problemas. Éstas contribuirán para la práctica pedagógica en el aula y para futuras investigaciones sobre el tema.

En el apartado siete se presenta la reflexión pedagógica de acuerdo con los conocimientos y experiencias adquiridas durante el desarrollo de la maestría con miras a transformar la práctica pedagógica.

Finalmente como anexo, se presentan las guías de trabajo con la estructura de la estrategia PENSAR con las cuales se realizó la intervención de la investigación.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Justificación

Durante el desarrollo de la clase de matemáticas con el grado sexto del Colegio Grancolombiano de Bosa, se ha observado que los estudiantes presentan dificultad en la resolución de problemas aritméticos, pues a la mayoría se les dificulta comprender y plantear estrategias para su resolución, esto es generado, porque no comprenden las proposiciones del enunciado del problema, no hacen representaciones, ni plantean estrategias que les permitan su resolución. Estas dificultades se presentan con más frecuencia en la solución de problemas de tipo multiplicativo, en los que cometen errores como: cambio de estructura e inversión de relación, que los lleva a realizar operaciones equivocadas, sin reflexionar, revisar, preguntar o hacer correcciones.

Las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas multiplicativos de comparación, se evidencian durante el desarrollo de la clase, en los resultados que obtienen en las evaluaciones bimestrales y en las pruebas semestrales y en las pruebas externas (SABER 2015), en las que la mayoría están ubicados en el nivel bajo; en relación con la competencia de resolución, el 48% de los estudiantes, no resuelve problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano (ICFES 2015); esta situación se convierte en un problema porque los estudiantes se desmotivan y manifiestan apatía hacia el aprendizaje de las matemáticas y el nivel de desempeño académico es mínimo, presentando un alto porcentaje de pérdida de la asignatura, que repercute en la reprobación del año escolar.

Por otro lado, desde la parte legal, los Estándares Básicos de Competencias para Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (2006) plantean que la resolución de problemas debe desarrollarse en todas las actividades curriculares de matemáticas, en las cuales se planteen situaciones problemas del contexto que estén ligadas a las experiencias de los estudiantes para que cobren sentido y sean más significativas.

Teniendo en cuenta las dificultades que presentan los estudiantes de grado 605 para resolver problemas matemáticos y lo planteado en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), se puede decir que un estudiante al terminar grado sexto debe:

- Resolver y formular problemas, cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resolver y formular problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Por otro lado con la implementación de la estrategia PENSAR basada en el modelo pedagógico institucional Aprendizaje Basado en Problemas, tiene como finalidad que los estudiantes desarrollen las diferentes temáticas a partir de la solución de situaciones problema, las cuales deben comprender para luego plantear estrategias de resolución, sin embargo, no se ha logrado que comprendan los conceptos matemáticos, tampoco que desarrollen habilidades para resolver dichos problemas; ya que su desarrollo se ha tomado como una actividad más dentro de una clase magistral; por tanto, se busca implementarla adecuadamente y con ello poder determinar si la estrategia es pertinente o no para orientar el aprendizaje de los estudiantes y lograr mejores resultados en la resolución de problemas aritméticos.

De acuerdo con lo anterior, se hizo necesario implementar una intervención de aula basada en la estrategia metodológica “PENSAR” en el marco del Aprendizaje Basado en Problemas, que permitiera conocer de qué manera los estudiantes mejoran las habilidades para resolver problemas aritméticos de nivel multiplicativo en la categoría de comparación.

1.2 Preguntas de Investigación

¿De qué manera una intervención de aula basada en la estrategia PENSAR, contribuye a que los estudiantes del grado sexto, del Colegio Grancolombiano de Bosa, desarrollen la habilidad para resolver problemas de estructura multiplicativa de la categoría de comparación?

1.2.1 Preguntas Específicas.

1. ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas matemáticos de estructura multiplicativa en la categoría de comparación?
2. ¿Qué estrategias de cálculo y estimación, utilizan los estudiantes de sexto grado para resolver problemas de estructura multiplicativa correspondientes a la categoría de comparación?
3. ¿Cuáles son las principales dificultades que presentan los estudiantes al implementar la estrategia metodológica PENSAR para resolver problemas aritméticos de estructura multiplicativa en la categoría de comparación?
4. ¿Qué tipo de avances en el desarrollo del pensamiento matemático se pueden determinar de la implementación de la estrategia metodológica PENSAR, para resolver problemas de estructura multiplicativa en la categoría de comparación?

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo General.

Identificar la manera en que una implementación de aula basada en la estrategia PENSAR, contribuye al desarrollo de la habilidad para resolver problemas de estructura multiplicativa de la categoría de comparación en los estudiantes de grado sexto del Colegio Grancolombiano de Bosa.

1.3.2 Objetivos Específicos.

1. Identificar las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas de estructura multiplicativa en la categoría de comparación.
2. Describir las estrategias que usan los estudiantes de sexto para resolver problemas de estructura multiplicativa en la categoría de comparación.
3. Identificar las dificultades que presentan los estudiantes al implementar la estrategia metodológica PENSAR, para resolver problemas de estructura multiplicativa en la categoría de comparación.
4. Identificar avances logrados por los estudiantes para resolver problemas de estructura multiplicativa en la categoría de comparación, luego de implementar la estrategia metodológica PENSAR.
5. Reflexionar desde la práctica pedagógica teniendo en cuenta las teorías abordadas con relación a la resolución de problemas multiplicativos de comparación.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de Investigación

La resolución de problemas matemáticos tiene sus orígenes con los egipcios y los babilonios, quienes consideraban fundamentales los problemas matemáticos para preparar al hombre para el cálculo. En la edad media en Europa existían tratados donde se exponían reglas para la solución de problemas específicos relacionados principalmente con las tasas de interés, los cambios, la circulación y el peso de las monedas, o la repartición de los beneficios.

La resolución de problemas matemáticos en la actualidad tiene gran incidencia en el aprendizaje de la matemática y el desarrollo del pensamiento. Existen numerosos estudios a nivel internacional y nacional sobre esta temática. A continuación se relacionan algunas investigaciones que aportan elementos para el desarrollo de la investigación.

Silva (2009), en su tesis *“Método y Estrategias de Resolución de Problemas Utilizados por Alumnos de Sexto Grado, de la Universidad Iberoamericana de México*, implementa la resolución de problemas matemáticos desde un enfoque constructivista, este estudio le reveló que los conocimientos previos son herramientas claves para el éxito en la resolución de problemas, también encontró que ante la ausencia de comprensión y de un plan justificado los alumnos recurren frecuentemente a la realización de operaciones con los datos proporcionados aunque estas carezcan de sentido, además dice que es importante estimular el trabajo en equipo ya que la mayoría retomaban las estrategias utilizadas en la discusión en grupo y consecuentemente mostraron un mejor desempeño.

Este estudio permite orientar la investigación que se propone porque las dificultades expuestas allí acerca de la resolución de problemas aritméticos, también se han observado en nuestros estudiantes ya que no comprenden los problemas y no proponen estrategias para resolverlos. Además los hallazgos planteados en la investigación se relacionan con la estrategia PENSAR en la cual se parte de los conocimientos previos que poseen los estudiantes y se

implementa el trabajo en equipo para proponer y ejecutar estrategias que permitan obtener mejores resultados en la resolución de problemas aritméticos.

Agudelo, Bedoya y Restrepo (2008) en la tesis "*Métodos Heurísticos en la Resolución de Problemas Matemáticos*", realizaron una investigación con estudiantes de quinto grado de la institución educativa Camilo Torres de Pereira, basada en el método heurístico de George Polya que permite mejorar la capacidad resolutoria de problemas matemáticos en los estudiantes. Las autoras concluyen que los estudiantes tienen mecanizado algunos procesos para resolver problemas, lo que dificultó la implementación de la propuesta y teniendo como mayor dificultad la comprensión del problema. Finalmente observaron que el método trabajado generó cambios mejorando la capacidad de resolución de problemas.

La investigación nombrada se relaciona con la propuesta que se hace porque las dificultades que encuentran los estudiantes al resolver un problema se dan principalmente por la falta de comprensión del enunciado y no tienen claridad acerca de los pasos a seguir para resolver y no verifican si la respuesta dada guarda relación con la pregunta planteada. Las autoras plantearon como estrategia, las heurísticas de Polya con la cual mejoraron las capacidades en los estudiantes para resolver problemas, esta estrategia aporta elementos para complementar las etapas de la estrategia PENSAR con la que se pretende desarrollar habilidades para la resolución de problemas.

Echeverry (2013), realizó una investigación a nivel de tesis llamada "*Estrategias Didácticas que Promueven el Aprendizaje de las Estructuras Multiplicativas a partir de la Resolución de Problemas*", realizada en la institución educativa Mercedes Obregón de Palmira (Valle del Cauca). Con este trabajo en un ejercicio de indagación en Educación Matemática cuyo propósito estuvo centrado en proponer una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas para lograr que los estudiantes avancen de la estructura aditiva a la multiplicativa.

Guerrero & Rey (2013), realizaron una investigación a cerca de las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas multiplicativos, teniendo como pregunta de investigación ¿qué dificultades tienen los niños cuando resuelven tareas que

involucran la multiplicación? Los investigadores aplicaron una prueba con el objetivo de identificar la operación correcta usada por los estudiantes en la resolución de algunos problemas matemáticos básicos, los cuales involucran operaciones como la multiplicación, la división y la regla de tres. La prueba es además un instrumento que les permitió identificar que las dificultades eran las diferentes representaciones que utilizaban para resolver el problema. La principal dificultad encontrada fue la realización del algoritmo, ya que aunque los estudiantes identificaron las operaciones que se encontraban en los problemas no los lograron resolver.

De igual manera los profesores Bonilla, M y Romero, J.(2005) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas miembros del grupo “Matemáticas Escolares” U.D. Mescud; quienes realizaron una investigación titulada “*La Resolución de problemas: sus posibilidades para el desarrollo del pensamiento multiplicativo*”, esta investigación se hizo entre estudiantes de diferentes niveles escolares y profesores en ejercicio, en esta plantean, cómo el contexto de un aula gestionada por resolución de problemas permite que los alumnos demuestren sus posibilidades para realizar procesos matemáticos sofisticados particularizados en el pensamiento multiplicativo. Los autores pretenden con ello demostrar, la necesidad, y a la vez la potencialidad de introducir el trabajo por resolución de problemas en todas las aulas de clase en las que se enseñe matemáticas, si se desea promover el cambio de paradigma para la educación matemática planteado los lineamientos y estándares curriculares.

A través de la resolución de problemas se posibilita el desarrollo de pensamiento en los estudiantes y específicamente en el área de matemáticas; la investigación nombrada anteriormente brinda una orientación para cambiar paulatinamente la práctica pedagógica, a través de la implementación de este modelo como eje principal en la orientación de la matemática.

En la tesis doctoral “*Niveles de Comprensión en Problemas Verbales de Comparación Multiplicativa*”, realizada por Castro (1994), la investigación trata de establecer diferentes niveles en la resolución de problemas verbales de estructura multiplicativa de comparación y la

comprensión que logran los estudiantes de 5° y 6° grado cuando resuelven estos tipos de problemas.

Dentro de las situaciones analizadas es importante resaltar las dificultades presentadas por los estudiantes de 5° y 6° al resolver problemas de comparación multiplicativa, relacionadas con la “expresión lingüística”, que los llevan a cometer errores como el cambio de estructura del problema, cambio de estructura e inversión, inversión y doble estructura.

El autor concluye que las comparaciones multiplicativas de aumento y de disminución pueden expresarse cada una de maneras distintas. Los errores observados en los problemas de comparación multiplicativa están asociados significativamente con la comprensión de la expresión comparativa o con la falta de comprensión global de la relación numérica entre las tres cantidades que conforman el problema, es decir no integran las tres cantidades en un esquema perfecto (Castro, 1997).

Este trabajo de investigación es importante para la propuesta ya que trata de la resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa por lo tanto brinda orientación teórica, los niveles de comprensión y también las dificultades que presentan los estudiantes al resolver estos tipos de problemas.

Juidias y Rodríguez (2005) nombran algunas dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con base en cuatro dimensiones: conocimiento base, repertorio de heurísticos, metaconocimientos y de afectividad y citan varios autores para nombrar las diferentes dificultades. Las dificultades más frecuentes en relación con el conocimiento base citadas por los autores son:

- El alumno traduce literalmente el enunciado y sigue el orden en que están expresadas las frases contenidas en el mismo. Pérez (1987).
- El alumno ha comprendido el enunciado pero se equivoca a la hora de elegir las operaciones a aplicar. Tomás (1990).

- El alumno no sabe aplicar los conocimientos que posee, como consecuencia de cómo lo aprendió, o generaliza de manera incorrecta los procedimientos que ya domina. Enright y Choate (1993).
- El alumno tiene dificultad para comprender los enunciados de los problemas matemáticos debido a un deficiente conocimiento lingüístico y semántico. Mayer (1991).

En relación a las heurísticas las dificultades que aparecen se deben sobre todo a las prácticas educativas (Shoenfeld, 1992). De acuerdo con este autor las dificultades relacionadas con los procesos metacognitivos se ponen de manifiesto cuando:

- El alumno no percibe cuales de los recursos algorítmicos y heurísticos de que dispone son los apropiados para afrontar un determinado problema o ni siquiera si es consciente de la posibilidad de usar tales recursos.
- El alumno se muestra inflexible a la hora de abandonar un determinado punto de vista que no le está llevando a la solución de un problema y no busca alternativas. O una vez que ha encontrado una vía de solución, no examina otras posibilidades.
- El alumno no pone en juego destrezas de estimación que le permitan comprobar las soluciones a las que llega y así, poder cambiar sus estrategias en caso de que las soluciones obtenidas por medio de la estimación y por medio del cálculo no coincidan.
- El alumno lee el enunciado de un problema rápidamente y enseguida, se dispone a hallar la solución, sin una reflexión previa sobre cuál es la demanda del problema, poniendo en práctica algún automatismo adquirido previamente, sin prestar atención a su adecuación al caso concreto.
- El alumno sabe realizar una operación o problema pero no sabe explicar el procedimiento empleado o, cuando se equivoca, necesita ayuda para comprender por qué su respuesta es errónea (Cardelle – Elawar, 1992).

Vergnaud, G. (1991) nombra algunas dificultades que presentan los estudiantes al realizar una multiplicación, presentan en primer lugar, dificultad con la cantidad que se lleva, si los niños presentan esta dificultad en la suma, se pueden esperar fracasos en la multiplicación, la segunda dificultad es la multiplicación por la base (por diez en base diez, por tres en base tres, etc.), la tercera dificultad es la descomposición aditiva del multiplicador y la distributiva de la multiplicación respecto a la adición.

Las investigaciones citadas anteriormente convergen en las dificultades que presentan los estudiantes cuando intentan resolver problemas matemáticos, en este caso de estructura multiplicativa. Estas dificultades están relacionadas con la falta comprensión de enunciado del problema, que no les permite representar y realizar un plan para resolver los problemas matemáticos.

Algunas investigaciones estudiaron las heurísticas que los estudiantes deben abordar para comprender, representar y resolver un problema; además hacen énfasis en los conocimientos previos que deben ser articulados de manera significativa para facilitar el proceso.

Los aspectos nombrados anteriormente se implementarán en el análisis de los datos de la prueba diagnóstica y la intervención ya que se plantearán como categorías de análisis. Con relación a los saberes previos y las heurísticas, estos se tendrán en cuenta para complementar la intervención de aula basada en la estrategia PENSAR.

2.2 Marco Conceptual

2.2.1 ¿Qué es un problema?

Un problema se puede definir de varias maneras dependiendo del campo de conocimiento donde se aborde. Existen varias definiciones sobre el significado de problema. Algunos expertos consultados lo definen así:

Un problema es una situación que exige una búsqueda de soluciones posibles porque no existe una solución obvia; esto implica utilizar la información disponible y buscar información necesaria para plantear la estrategia de resolución del problema, una situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo; esta vía es desconocida para el sujeto, situación prevista o espontánea que produce, por un lado, un cierto grado de incertidumbre y por el otro, una conducta tendiente a la búsqueda de solución. Resnick, Ford, Labarrere, Campistrous y Rizo, (como se cita en García, 2010, p 27)

Un verdadero problema implica que el sujeto no tiene acceso a la respuesta solo a través de la memoria, sino que está obligado a pensar, a razonar para encontrar las relaciones y conocimientos necesarios, que conducen a la respuesta o, en términos más amplios a la solución de problemas (García, 2010). Además el autor agrega que los problemas presentan un carácter individual y relativo, lo que para un sujeto una determinada situación significa un problema para otro sujeto no lo es.

Una situación se convierte en problema para un estudiante cuando le despierta interés y tiene la necesidad de resolverlo, cuando le permite realizar un análisis y representaciones mentales que le permitan crear estrategias para la resolución del problema (García, 2010).

De acuerdo con los planteamientos anteriores es importante nombrar algunas diferencias entre lo que es un problema y un ejercicio de aplicación.

Tabla 1.

Diferencias entre ejercicio y problema

Problema matemático	Ejercicio de aplicación
<ul style="list-style-type: none"> • El individuo se ve expuesto ante una dificultad para la que no tiene una solución inmediata. • El individuo se implica en la solución. • Requiere utilizar de modo estratégico los procedimientos previamente conocidos. • Las técnicas automatizadas pueden ser necesarias, pero no es suficiente para llegar a la solución. • Supone al individuo una demanda cognitiva de alto nivel. • La determinación de la información relevante es una pieza clave en la resolución del problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Puede resolverse mediante la aplicación directa de un procedimiento previamente adquirido. • La aplicación rutinaria del algoritmo no exige ningún interés especial en el individuo que resuelve la tarea. • Requiere de la mera aplicación de técnicas automatizadas, ya que estas son necesarias y suficientes para llegar a la solución. • Supone al individuo una demanda cognitiva de bajo nivel. • El individuo no precisa discernir la información relevante porque toda la información que aparece en el enunciado es necesaria para la solución.

Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos (Juidias & Rodríguez, 2007).

2.2.2 Problemas Aritméticos Verbales.

Los problemas aritméticos verbales (PAEV) son problemas de contenido matemático que se expresan en un contexto de información verbal. De acuerdo con el número de datos que aparecen implícita o explícitamente en el enunciado, los PAEV se clasifican en simples y compuestos; en los PAEV simples la información contiene solo dos datos numéricos con los cuales se obtiene el resultado. En tanto que los PAEV de carácter compuesto son aquellos en los que intervienen más de dos datos y requieren más de una operación para su resolución.

Por otra parte, los PAEV simples que necesitan de una suma o una resta para resolverlos suelen denominarse problemas de estructura aditiva; mientras que los que requieren de una multiplicación o una división, se denominan de estructura multiplicativa.

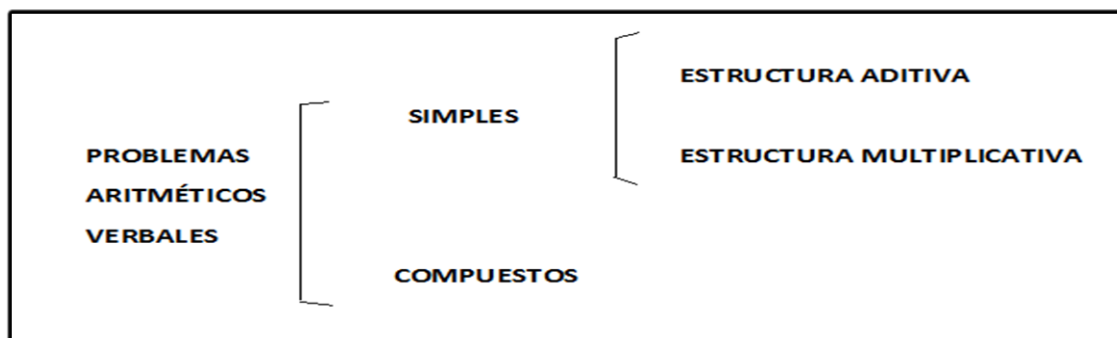


Figura 1 Clasificación de los problemas aritméticos verbales. Tomado de “niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa” castro (1994)

2.2.2.1. Problemas de Estructura Multiplicativa.

Los problemas multiplicativos implican la multiplicación y la división y sus relaciones. La relación más importante de ellas, que se utiliza para la introducción de la multiplicación en la escuela primaria y forma la trama en la mayoría de los problemas de tipo multiplicativo, es una relación cuaternaria y no una relación ternaria. La relación cuaternaria se da entre cuatro cantidades y dos tipos de medidas. Dos cantidades a medidas de un cierto tipo (ejemplo, número de objetos) y las otras dos, son medidas de otro tipo (ejemplo, el precio).

El siguiente esquema ejemplifica los espacios de medidas que se establecen y las relaciones entre las cantidades. Vergnaud. (1991).

M ₁	M ₂
A	B
C	D

Los autores Fernández, Molina, y Planas, (2015) clasifican los problemas de estructura multiplicativa con base en autores como Vergnaud y otros, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 2

Clasificación de los problemas de estructura multiplicativa

Categoría	Clases	Incógnita
Isomorfismo de medidas	Multiplicación. División Partitiva. División Medida.	Total de objetos. Número de objetos por grupo. Número de grupos.
Comparación multiplicativa Un único espacio de medidas	Multiplicación. División. División.	Una medida (comparado) Una medida (referente) Un escalar.
Producto de medidas	Multiplicación. División.	Medida Producto (cantidad compuesta. Se conocen las dos medidas elementales o componentes). Una medida elemental (uno de los componentes).

Tomado del Fernández, C., Molina, M. & Planas, N. (2015).

2.2.2.1.1 Problemas de comparación multiplicativa.

En este tipo de problemas de único espacio de medidas, Vergnaud (1997), o de comparación multiplicativa, Nesher (1998) se evidencian dos cantidades de una magnitud o espacio de medidas que se ven afectadas por un escalar que normalmente viene designado por la expresión

lingüística “veces”. Una de las cantidades actúa como referente y la otra como comparado y la comparación entre ambas se realiza mediante un escalar (b). La comparación puede ser “veces más que” y “veces menos que”. Fernández, Molina & Planas (2015).

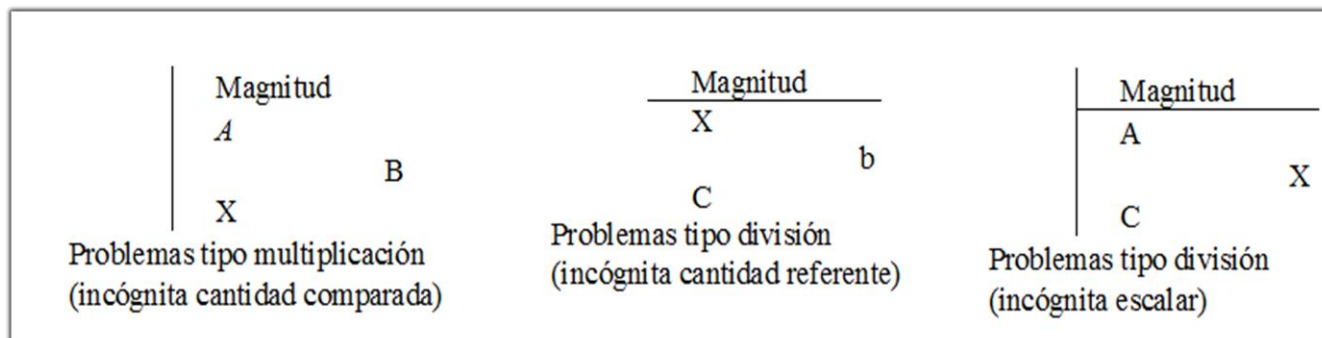


Figura 2 Estructura de los tipos de problemas multiplicativos. Tomado de Ivars y Fernández (2016)

Teniendo en cuenta los tipos de problemas multiplicativos de comparación se plantean los siguientes ejemplos:

- Cuando la incógnita X es una medida (la cantidad comparada), Fredy tiene 12 cartas de colección, Camilo tiene 3 “veces más” cartas que Fredy. ¿Cuántas cartas tiene Camilo?
- Cuando la incógnita X es la cantidad referente, Camilo tiene 36 cartas de colección, él tiene 3 “veces más” cartas que Fredy. ¿Cuántas cartas tiene Fredy?
- Cuando la incógnita X es el escalar, Fredy tiene 12 cartas de colección y Camilo tiene 36. ¿Cuántas “veces más” cartas tiene Camilo que Fredy?

De la clasificación que planteó Nesher (1998), acerca de los problemas de estructura multiplicativa se tomaron los problemas de comparación multiplicativa, de los cuales se distinguieron tres tipos de problemas: multiplicación, división cuototiva o por agrupamiento y división partitiva. Estos problemas se designan con la expresión lingüística veces más y veces menos. Teniendo en cuenta los tipos de problemas se plantean seis problemas clasificados en:

a. Multiplicación comparación en más.

Son problemas de multiplicar, que expresan la regla de proporción entre el dinero de ambos sujetos. Es un problema complejo, ya que es difícil hacer el entronque con las estructuras aditivas.

Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que el otro tiene de más (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.

Juan tiene \$800. Luisa tiene cuatro veces más dinero que él. ¿Cuánto dinero tiene Luisa?

Camila recibe cada fin de semana recibe \$25000 cada fin de semana. Su hermana Lorena 4 veces más. ¿Cuánto dinero recibe Lorena?

b. Multiplicación comparación en menos.

Este problema se resuelve con una multiplicación, pero es muy difícil porque su sentido y vocabulario induce a otras operaciones (resta o división). Es difícil relacionarlo con las estructuras aditivas.

Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de menos (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.

Carlos tiene \$8000. Tiene tres veces menos dinero que Anamaría. ¿Cuánto dinero tiene Anamaría?

c. División partitiva comparación en más.

Estos problemas se resuelven con una división partitiva porque se presenta el número de pesos por vez, que es la cantidad intensiva y el dividendo y el divisor son de distinta naturaleza.

Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que otro la tiene de más (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.

Luisa tiene \$ 32000, que es cuatro veces más que el dinero que tiene Juan. ¿Cuánto dinero tiene Juan?

Fabián recibe cada mes una cantidad de dinero. Su hermana María recibe 4 veces más es decir, \$ 100000. ¿Cuánto recibe Fabián?

d. División partitiva comparación en menos

Este problema se resuelve con una división partitiva. Los \$36000 se dividen en cuatro partes donde cada una de ellas es idéntica al dinero de Laura. Se busca cantidad intensiva (pesos / vez).

Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que la otra tiene de menos (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.

Camilo tiene \$36000. Laura tiene cuatro veces menos dinero que Camilo. ¿Cuánto dinero tiene Laura?

e. División por agrupamiento comparación en más

Estos problemas se resuelven con una división cuototiva. Es un problema de pura comparación, puesto que no hay nada que se parezca a un reparto. Es cuototiva porque se pregunta por el número de pesos por vez, que es la cantidad intensiva y el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza.

Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que es mayor que otra.

Luisa tiene \$32000. Juan tiene \$ 8000. ¿Cuántas veces más dinero tiene Luisa que Juan?

Fabián recibe cada fin de semana \$25000. María recibe \$100000. ¿Cuántas veces más recibe María que Fabián?

f. División por agrupamiento comparación en menos.

Este problema se resuelve con una división cuototiva porque el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza.

Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que una es menor que otra.

Angie tiene \$ 45000. Santiago tiene \$ 9000 ¿cuántas veces menos dinero tiene Santiago que Angie?

2.2.2.1.2 Comprensión de los Problemas Multiplicativos.

Para resolver un problema matemático el niño debe comprender el enunciado verbal y traducirlo a expresiones matemáticas que representan la estructura del problema, Castro (1995); puesto que en la resolución de problemas es de vital importancia comprender el enunciado para plantear las estrategias pertinentes de resolución. Para esto es importante analizar desde una perspectiva lingüística cada una de las proposiciones que lo conforman.

Castro (1995) clasifica las proposiciones del enunciado de un problema multiplicativo de comparación así:

- Proposición asignativa: esta es una oración simple enunciativa, en esta el sujeto de la oración actúa como una variable a la que se le asigna un valor numérico, a través de un verbo que puede o no indicar acción. Por ejemplo, Carlos tiene 18 manzanas.
- Proposición relacional: establece una relación cuantitativa entre dos variables, por ejemplo, Juana tiene 3 veces más manzanas que Carlos. En esta proposición Juana y Carlos actúan como dos variables entre las cuales existe la relación cuantitativa “18 veces más que”. Estas proposiciones están constituidas por un verbo, un término de comparación entre dos cantidades asociadas a los sujetos, la proposición relacional conecta dos proposiciones asignativas, si el enunciado tiene sentido.
- Proposición interrogativa: pregunta o interroga por el valor numérico de una cantidad, esta interrogación se puede hacer sobre una interrogación, se desconoce la cantidad asignada a la variable en una proposición asignativa y la pregunta requiere que se halle el valor. por ejemplo, ¿Cuántas manzanas tiene Juana? La interrogación también se puede hacer sobre la cuantificación de la comparación entre las dos cantidades que intervienen en un estado relacional, por ejemplo ¿Cuántas veces más manzanas tiene Juana que Carlos?

Al comprender y diferenciar estas proposiciones en el enunciado de los problemas multiplicativos de comparación, los estudiantes pueden identificar y representar los datos y de esta manera comprender el problema, para representarlo y plantear estrategias para resolver.

2.2.2.2 Dificultades en la Resolución de Problemas Matemáticos.

Al respecto García (2010) dice que en la escuela se fomenta una metodología basada en el aprendizaje de las operaciones y su algoritmo convencional, y que por otra parte las estrategias pedagógicas que se practican al tratar este contenido se orientan a la aplicación y evaluación de lo que se ha enseñado de manera previa, por lo que el desarrollo de esquemas mentales, de la representación manifiesta y la capacidad para afrontar los problemas en contextos diversos queda en un segundo o plano o no se da y el estudiante continuará con un déficit que será progresivo.

Cuando el estudiante se enfrenta a un problema matemático encuentra dificultad para comprenderlo, saber de qué se está hablando, que datos presenta, que conceptos se requieren para resolverlo, organizar la información para tratar de darle solución. Como consecuencia al no comprender el problema no plantean estrategias para resolverlos. De igual manera presenta dificultad en los conocimientos previos y los conceptos base, pues no tienen claridad o no saben cómo aplicarlos en la resolución del problema.

En la resolución de problemas de estructura multiplicativa de comparación los estudiantes encuentran dificultad para comprender las proposiciones del enunciado del problema principalmente con la expresión verbal “veces más” que es asociada con la suma y “veces menos” que la relacionan con la resta. Estas dificultades llevan al estudiante a cometer errores como:

- Cambio de estructura: consiste en que el estudiante interpreta el problema como si fuera de estructura aditiva, realizando suma o resta. Por ejemplo Juan tiene 36 años y su hijo tiene 9 años. ¿Cuántas veces más años tiene Juan que su hijo? La solución que se propone en este caso es sumar $36 + 9$.
- Inversión de relación: consiste en que el estudiante invierte la relación que aparece en el enunciado. Por ejemplo Juan tiene 36 años, él tiene 4 veces tantos años como su hijo. ¿Cuántos años tiene el hijo de Juan? La solución que se propone para este caso es multiplicar 36×4 .
- Doble estructura: consiste en que el estudiante utiliza la estructura aditiva y multiplicativa para resolver. Por ejemplo Juan tiene 36 años y su hijo tiene 9 años. ¿Cuántas veces menos

años tiene el hijo que Juan? La solución que se propone primero es una resta $36 - 9 = 27$ y luego se divide $27: 9 = 3$.

2.2.2.3 Niveles del Proceso de Resolución de Problemas Matemáticos.

Los niveles del proceso de resolución de problemas matemáticos permiten describir de manera interna y externa el desarrollo intelectual y del niño y los elementos del medio que favorecen el paso de un sistema de pensamiento a otro de mayor complejidad y más evolucionado, García (2010). Estos niveles contribuyen para identificar en qué nivel de resolución se encuentran los estudiantes y los avances que presentan en la resolución de problemas multiplicativos de comparación.

Estos niveles son: arbitrario, concreto manipulativo, pictórico, pictórico – simbólico, simbólico con fallas en lo convencional y convencional.

a) Nivel 1 Arbitrario

El estudiante no propone ninguna solución. Realiza dibujos de objetos que se le mencionan de manera verbal o en un texto, sin respetar la conservación de cantidad, copia los datos numéricos del problema cuando este se presenta por escrito, lo cual no significa que el niño conozca la cantidad que presentan ni sepa qué hacer con ellos y representa correctamente por medio del material, dibujos e incluso números, alguna de las cantidades que se describen en el problema, pero no realiza ninguna acción que dé indicios que el alumno pueda o quiera resolver el problema García (2010).

b) Nivel 2. Concreto – manipulativo

El estudiante usa materiales reales de su entorno que pueden estar en el enunciado del problema u otros materiales a los que se le asigne la misma función permitiéndoles llegar a reemplazar los enunciados en el problema. García (2010). Con estos materiales trata de representar los datos del problema y plantear estrategias para resolver.

c) Nivel 3 Pictórico

En un primer momento el niño usa figuras y objetos para hacer la representación real de los datos que nombra el enunciado del problema, es decir dibuja exactamente los elementos que contiene el problema. En un segundo momento el dibujo persiste, pero el niño sustituye el **isomorfismo** por un esquema que lo representa. Realiza acciones para resolver el problema sin representar el resultado, este lo dice en forma verbal, manifiesta acciones donde se observa trazos que indican una transformación, aunque comete errores por falta de atención o de habilidad en el conteo, también representa pictóricamente el resultado correcto pero no así las acciones que evidencian el proceso de resolución.

d) Nivel 4 Pictórico Simbólico

En este nivel el estudiante trata de abandonar la parte pictórica como estrategia de resolución de problemas pero sin tener un dominio para emplear las operaciones convencionales en el contexto de problemas; por esta razón, el niño emplea procedimientos acompañados por el dibujo para dar sentido y seguridad al proceso de resolución de problemas.

e) Nivel 5. Simbólico con fallas en la convencionalidad

El estudiante abandona los procedimientos de representaciones pictóricas e implementa el uso de números pero sin estructura aritmética y las operaciones convencionales dándole más sentido a estas, aunque no siempre resuelve el problema o no usa la operación más eficaz. También usa números García (2010).

De igual manera, el niño usa en este nivel operaciones que no guardan relación con el enunciado del problema, pero hallan el resultado correcto porque lo han comprendido, esto quiere decir que su proceso interno es correcto al igual que las representaciones numéricas pero no así su representación manifiesta.

Eligen una estructura convencional para resolver el problema empleando la operación inversa con la que resolvería un adulto o un estudiante de mayor edad. Los alumnos carecen de la apropiación y el dominio de todas las características de la estructura convencional que representa el problema, por lo que, ante problemas que les exigen nuevas relaciones, los niños recurren a una estructura ya conocida de problemas, García (2010).

f) Nivel 6. Simbólico – convencional

En este nivel el niño resuelve los problemas matemáticos aplicando las operaciones aritméticas convencionales más apropiadas y económicas. En este nivel el estudiante tiene un nivel mayor para abstraer y representar, lo que le permite resolver los problemas utilizando procedimientos más complejos que le minimizan el uso de operaciones reiterativas y procedimientos más laboriosos, García (2010).

2.2.3 Aprendizaje Basado en Problemas.

El Aprendizaje Basado en Problemas es un modelo pedagógico cuyo objetivo es que el alumno analice ciertas situaciones problema, de ahí que su eje central sea la resolución de problemas. Esta estrategia de enseñanza aprendizaje se fundamenta en una perspectiva constructivista, a la vez permite que se estimule el aprendizaje significativo, el aprendizaje activo y el aprendizaje cooperativo, centrado en el estudiante, asociado en un aprendizaje independiente muy motivado.

Barrows (1986), citado por Escribano & Del Valle (2015), define el ABP como un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos. El autor nombra las siguientes características:

- El alumno es el centro del aprendizaje.
- A través del trabajo en grupos se genera el aprendizaje.
- El profesor es el facilitador o guía del proceso.
- El aprendizaje se estimula con la resolución de problemas.
- La nueva información se adquiere a través del aprendizaje auto dirigido.

2.2.3.1 Fases del proceso de aprendizaje en el ABP.

El Aprendizaje Basado en Problemas inicia con la presentación de un problema para el cual los estudiantes deben encontrar una respuesta. Luego se da inicio al proceso de identificación de necesidades de aprendizaje para buscar una respuesta adecuada. El profesor guía y orienta el proceso que se desarrolla en grupos de forma autónoma para comprender e integrar los conceptos básicos de la asignatura.

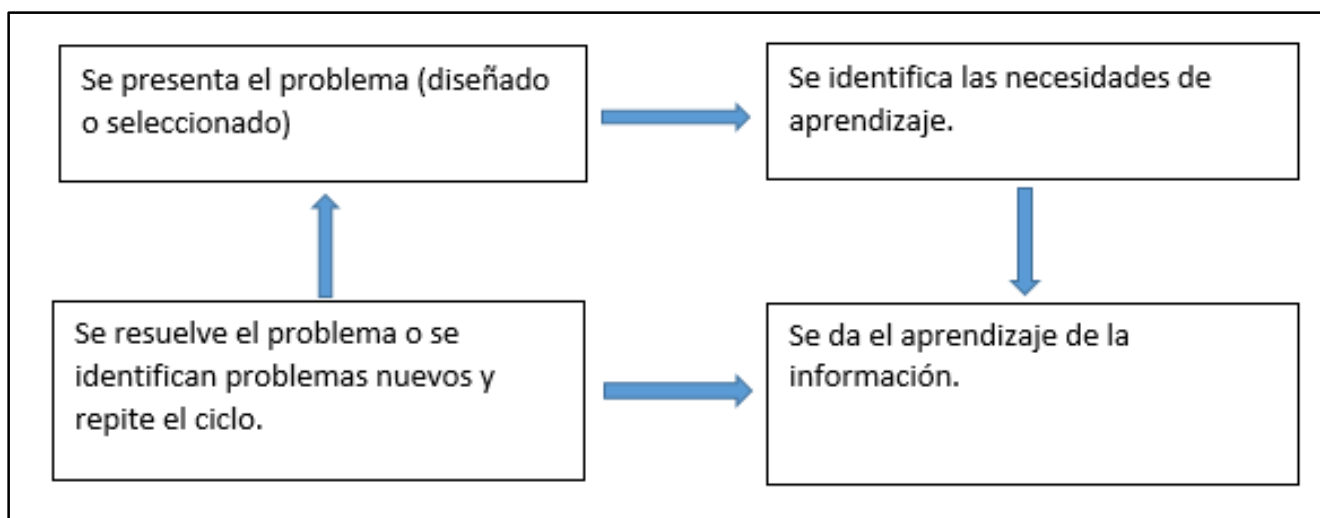


Figura 3 Proceso de aprendizaje en el ABP. Tomado de aprendizaje basado en problemas, Escribano y del Valle (2015)

Escribano y Del Valle (2015) plantean que el proceso del ABP se desarrolla en siete pasos:

1. Presentación del problema.
2. Aclaración de terminología: con la orientación del docente se aclaran términos del texto del problema que sean difíciles de comprender por lo técnico o vagos de manera que los estudiantes comprendan su significado.
3. Analizar los problemas: en este paso los estudiantes preguntan, explican y formulan hipótesis teniendo en cuenta los conocimientos que poseen sobre el problema y las conexiones que se puedan realizar, esto se puede realizar mediante una lluvia de ideas.
4. Realizar un resumen del análisis del problema: teniendo en cuenta la socialización acerca del problema, en el paso anterior, el grupo sistematiza y organiza las ideas haciendo énfasis en las relaciones que existen entre ellas.
5. Formular objetivos de aprendizaje: los estudiantes definen los temas que necesitan consultar para ser comprendidos, lo que generará los objetivos de aprendizaje.

6. Buscar información necesaria: de acuerdo con los objetivos de aprendizaje los estudiantes consultan, estudian y comprenden la información que les falta.
7. Sintetizar y presenta nueva información: los estudiantes ponen en común todos los hallazgos para elaborar conjuntamente la solución del problema. Finalmente el proceso se vuelve a comenzar con la formulación de otro problema.

La figura 3 describe los pasos nombrados anteriormente y los procesos cognitivos implicados en el ABP.

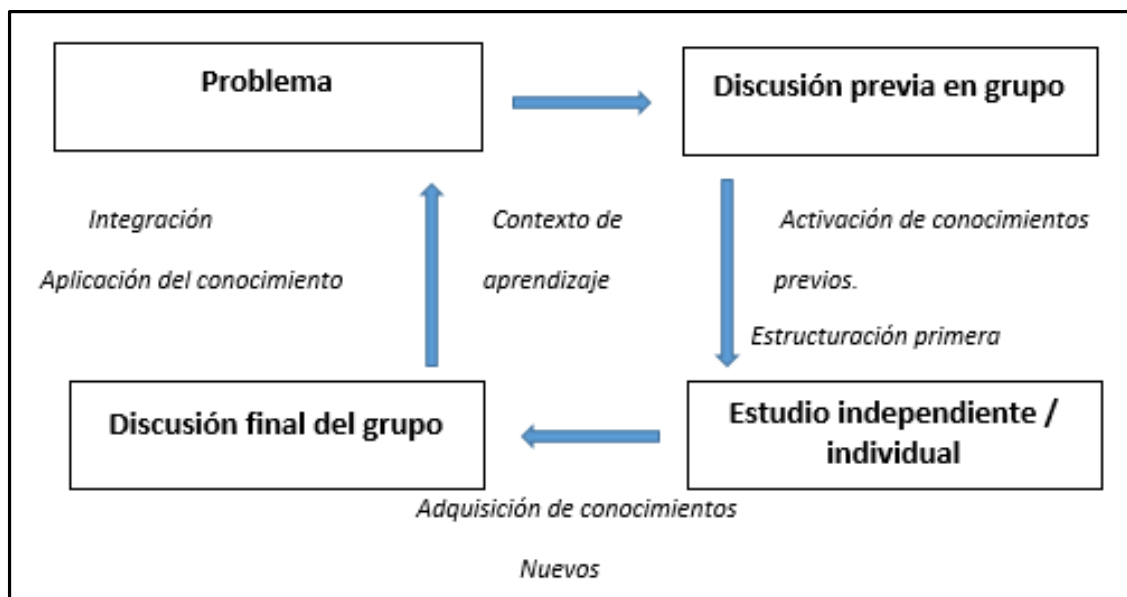


Figura 4. Procesos cognitivos implicados en el ABP. Tomado de aprendizaje basado en problemas de Escibano y del Valle (2008).

2.2.3.2 Estrategia PENSAR.

La estrategia PENSAR es una adaptación que se hizo del modelo pedagógico Aprendizaje Basado en Problemas por el colectivo docente del Colegio Grancolombiano en el año 2008. Está organizada en seis etapas, cada una caracterizada con una letra de la palabra PENSAR, así:

- **Etapa P: Planteamiento del problema:** El docente propone un tema para que los estudiantes debatan, analicen y propongan el problema, también el maestro puede plantearles la situación problema.
- **Etapa E: Explicitar los Saberes Previos:** A través de la motivación y reflexión que hace el docente acerca del problema planteado, el estudiante identifica los preconceptos que necesita para la resolución, también se aclara, explica o enseña si es necesario para que se comprenda la situación.
- **Etapa N: Negociación para la solución:** el estudiante de forma individual propone posibles soluciones para resolver el problema que luego expondrá en el trabajo en equipo.
- **Etapa S: Solucionar y socializar:** En grupos los estudiantes revisan las propuestas individuales de solución, ejecutan la mejor opción o construyen una nueva, revisan la solución y hacen correcciones si es necesario. Finalmente socializan lo realizado.
- **Etapa A: Autoevaluar:** Cada estudiante se autoevalúa, no solo los resultados o lo que aprendió sino cómo lo aprendió y cuál fue el desempeño como miembro de un equipo.
- **Etapa R: Resolver situaciones nuevas:** El estudiante demuestra lo que aprendió al aplicar esos saberes y habilidades en la resolución de otros problemas de igual o más nivel de dificultad.

2.3 Marco Legal

La resolución de problemas es uno de los cinco procesos generales de la actividad matemática y se debe tomar como el eje organizador del currículo de matemáticas en donde las situaciones problema planteadas deben estar relacionadas con el contexto inmediato de los estudiantes y con sus experiencias, de tal forma que sean significativas. MEN (2006).

Igualmente, la formulación, el tratamiento y la resolución de problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar el pensamiento matemático, proponer una serie de estrategias para resolverlos, así como encontrar y verificar resultados, además de originar otros problemas. MEN (2006).

Con base en lo anterior, el MEN plantea en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas los siguientes desempeños para quinto y sexto grado:

- Resolver y formular problemas, cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resolver y formular problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Resolver y formular problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Formular y resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

En este contexto de ideas, la resolución de problemas matemáticos es pertinente para darle sentido a la enseñanza de la matemática y legitimar el conocimiento científico de esta disciplina, de modo que el proceso de aprendizaje sea significativo para los estudiantes, y les permita participar activamente en la construcción de su propio conocimiento.

3. METODOLOGÍA

3.1 Enfoque

Teniendo en cuenta lo anterior y la problemática observada en los estudiantes para resolver problemas de tipo multiplicativo de comparación, se consideró pertinente aplicar el enfoque cualitativo ya que permitió identificar, analizar y profundizar en las dificultades, los avances logrados una vez desarrollada la propuesta y los resultados finales, a través de la observación, el diario de campo, entrevistas, pruebas diagnósticas entre otras que no necesitan de un análisis estadístico ya que fue un proceso de indagación flexible fundamentado en la interpretación.

De igual manera, este enfoque permitió identificar y comprender la incidencia que tiene la aplicación de la estrategia PENSAR basada en el ABP para potenciar o desarrollar habilidades en los estudiantes de grado sexto para resolver problemas aritméticos de tipo multiplicativo de comparación.

3.2 Alcance de la Investigación.

Según Hernández (2010), el alcance explicativo permite encontrar y explicar las razones o causas de los eventos o fenómenos que se estudian. Con la investigación realizada se establecieron las causas por las cuales los estudiantes no resuelven problemas multiplicativos en la categoría de comparación, explicando las dificultades encontradas y las estrategias utilizadas en la resolución. También se analizó y explicó la incidencia que tuvo la implementación de la estrategia de aula PENSAR, para desarrollar o potenciar en los estudiantes, habilidades, para mejorar el nivel en este proceso.

3.3 Diseño de Metodológico

El diseño metodológico empleado fue la investigación –acción. Según Saldín (citado por Hernández, Fernández & Baptista, 2010), la investigación acción es un proceso que permite

construir el conocimiento por medio de la práctica, busca solucionar un problema práctico, relacionado con un entorno y que involucra a los participantes para la resolución.

Por ser una investigación de corte cualitativo, contempló la posibilidad de analizar y reflexionar acerca del quehacer pedagógico base de la experiencia generada dentro del aula, partiendo de los hallazgos dados durante este proceso.

También plantea que este diseño de investigación se desarrolla en cuatro ciclos: identificar el problema de investigación, diseñar una estrategia para solucionar el problema, efectuar el plan y evaluar los resultados y retroalimentar los resultados.

La investigación realizada se desarrolló en los cuatro ciclos planteados y de acuerdo con el problema planteado se busca que el estudiante mejore la capacidad para resolver problemas matemáticos y también se buscan estrategias que permitan mejorar las prácticas para la construcción del conocimiento.

3.4 Población

A nivel institucional el colegio Grancolombiano está conformado por tres sedes, tiene 3700 estudiantes y 140 maestros, maneja dos jornadas y ofrece los niveles de preescolar, Básica y Media Técnica articulada con la educación superior, la institución se propone contribuir con su acción a la formación de niños, niñas y jóvenes con calidad humana, entendida esta como el conjunto de actitudes positivas, valores y competencias personales, básicas, ciudadanas y laborales que les permitan incidir positivamente en su comunidad, participar en procesos democráticos y vincularse al mundo productivo, teniendo como referente el respeto a los derechos humanos.

La institución tiene como modelo pedagógico el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), es por esto que considero pertinente realizar el trabajo de investigación relacionado con resolución de problemas con estudiantes de grado 6° jornada Tarde, quienes presentan bastante dificultad para resolver un problema, lo que afecta el desempeño académico y en las pruebas

SABER 2015 con relación a la competencia de resolución, la mayoría de los estudiantes no resuelven ni formulan problemas aditivos y multiplicativos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación, también de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano y no interpretan condiciones necesarias para su solución y están ubicados en el nivel bajo en el área de matemáticas.

La población con la cual se desarrolló la investigación fueron estudiantes de grado sexto, quienes presentan dificultades en la resolución de problemas matemáticos, esta situación afecta el aprendizaje de la matemática y el desempeño académico.

Los estudiantes presentan mayor dificultad en la resolución de problemas multiplicativos en la categoría de comparación. En la resolución de estos tipos de problemas, los estudiantes de grado sexto presentan dificultades para comprender el enunciado del problema, esto hace que no plantean estrategias pertinentes y cometen diferentes errores, que no les permite resolver. Los errores más frecuentes son resolver con sumas reiterativas los problemas que requieren de la multiplicación, sumar o restar los datos cuando en los problemas multiplicativos encuentran las expresiones “veces más” o “veces menos” que les genera confusión y cambian la estructura del problema.

3.5 Definición de categorías y/ o Variables

Las categorías de análisis se plantearon a partir de la información recolectada con la prueba diagnóstica, contemplando las dificultades que presentaron los estudiantes, la comprensión del problema basada en las proposiciones que lo conforman, las representaciones teniendo en cuenta los niveles de resolución y la estrategia PENSAR basada en sus etapas de desarrollo.

A continuación se describen as categorías desde a teoría y la observación en el desarrollo de la clase de matemáticas:

- Dificultades encontradas: estas dificultades hacen referencia al cambio de estructura, la inversión de relación y la falta de conocimiento semántico y lingüístico, Castro (1995), otra

dificultad observada en la clase cuando los estudiantes intentan resolver un problema es que no hacen representaciones y carecen de estrategias de resolución.

- **Comprensión del Problema:** en esta categoría se tuvieron en cuenta las proposiciones asignativa, relacional e interrogativa del enunciado del problema, Castro (1995).
- **Estrategias de resolución:** las estrategias que se analizaron fueron la representación simbólica con fallas en lo convencional y la representación simbólica convencional, García (2010).
- **Estrategia PENSAR:** en esta categoría se analizó el desempeño de los estudiantes en el desarrollo de cada una de las etapas de la estrategia, Colectivo Docente Colegio Grancolombiano (2008).

Tabla 3

Categorías de análisis

CATEGORÍAS	SUB-CATEGORÍAS
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Cambio de estructura
	Conocimiento lingüístico y semántico.
	Representaciones y estrategias.
	Inversión de relación
COMPRESION DEL PROBLEMA	Proposición asignativa.
	Proposición relacional.
	Proposición interrogativa.
ESTRATEGIAS DE RESOLUCION	Representación simbólica con fallas en lo convencional.
	Representación simbólico convencional
DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA "PENSAR"	Explicitar saberes previos
	Negociar y solucionar
	Socializar
	Autoevaluar
	Resolver problemas afines

3.6 Método e Instrumentos

Para recolectar la información en el proceso investigativo que se desarrolló, fueron empleados como método la observación y como instrumentos los portafolios y el diario de campo.

3.6.1 La observación.

La observación fue tomada como un método para recoger la información sobre el fenómeno de estudio ya que permitió identificar las dificultades que encontraron los estudiantes, la comprensión del enunciado y las estrategias abordadas para resolver problemas matemáticos, también la incidencia que tuvo la implementación de la estrategia PENSAR en este proceso y de esta manera se convirtió en un mecanismo de reflexión tanto para los sujetos estudiados como para el observador sobre los procesos que se están desarrollando, así se recopilan datos de interés e información fundamentales durante el desarrollo del trabajo investigativo.

3.6.2 Portafolio.

Esta estrategia de registro y recopilación de información usada por el investigador, se desarrolló a través de la implementación de guías de trabajo con la estructura de la estrategia PENSAR, fueron organizadas secuencialmente de acuerdo a las fechas de intervención y al tipo de problemas multiplicativos objeto de estudio; de aquí se obtuvo los datos fundamentales con relación a las dificultades encontradas, los errores cometidos y las estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de los PAEV y de acuerdo con los resultados determinar si es pertinente la aplicación de la estrategia PENSAR para desarrollar habilidades en la resolución de problemas multiplicativos de comparación.

3.6.3 Diario de Campo.

A través del diario de campo, la participación por parte del investigador es activa ya que en este se registrará al detalle todo lo que se observa en el desarrollo de la clase de matemáticas.

Se observó y se hizo registro de cómo los estudiantes resuelven un problema de tipo multiplicativo, las estrategias que utilizan para hacerlo y las dificultades que presentan para realizarlo.

3.7 Diseño de la intervención

Esta intervención fue diseñada y aplicada en tres fases:

1. Fase de diagnóstico
2. Fase de diseño y aplicación de las guías de intervención.
3. Fase de evaluación de la intervención.

Las fases de la investigación se desarrollaron de la siguiente manera:

3.7.1 Fase de Diagnóstico

La fase diagnóstica tenía como objetivo principal identificar las dificultades y las estrategias que tenían los estudiantes de grado sexto para resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación en los niveles de multiplicación, división partición y división por agrupamiento.

3.7.2 Intervención.

La intervención se diseñó teniendo en cuenta la estrategia “PENSAR” basada en el ABP que es el modelo pedagógico de la Institución. La estrategia se desarrolló con guías de trabajo en las cuales se plantearon tres problemas por cada tipo de problema de estructura multiplicativa de comparación y para cada guía se aplicó la estrategia PENSAR que consta de seis etapas (plantear la situación problema, explicitar los saberes previos, negociar y solucionar, socializar, autoevaluar y resolver problemas afines).

TITULO:	Resolución de problemas de estructura multiplicativa de comparación.
OBJETIVOS	
Objetivo General:	
Potenciar las habilidades para resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación a través de la estrategia PENSAR	
Objetivos Específicos	
<ul style="list-style-type: none"> • Propiciar en los estudiantes diferentes estrategias para comprender y resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación. • Orientar al estudiante para que identifique los conocimientos previos que requiere para resolver el problema. • Fomentar en los estudiantes el trabajo cooperativo, a través del trabajo en grupo en la resolución de un problema. • Desarrollar la reflexión, la autoevaluación y la heteroevaluación a través de la socialización. 	

3.7.2.1 Análisis a Priori.

De acuerdo con los resultados obtenidos en la prueba de diagnóstico, los estudiantes se encuentran en un nivel simbólico que evidencia dificultades en la convencionalidad. De igual modo, cabe anotar que resuelven problemas, pero no con la operación indicada, dando paso a la realización de otras operaciones que no tienen relación con el enunciado del problema. Con base en lo anterior, se les dificulta pasar al nivel simbólico convencional, y por ende, al no realizar la operación indicada, no les es posible resolver correctamente el problema.

Por otro lado, en el desarrollo de la unidad, también se puede evidenciar que los estudiantes presentan algunas de las siguientes dificultades, previamente identificadas por diferentes autores como: (Tomás, 1990, Mayer, 1991 y Shoenfeld, 1992), citados por Judías y Rodríguez (2005), éstas dificultades son:

- El alumno comprende el problema, pero no usa la operación indicada para resolverlo.
- El alumno no comprende los enunciados del problema porque carece del conocimiento lingüístico y semántico.

- El alumno solo aplica una estrategia para resolver el problema, no examina otras posibilidades, ni revisa o hace las correcciones necesarias.
- El alumno hace una lectura rápida y enseguida inicia a resolver el problema, sin una reflexión previa sobre cuál es la demanda del problema.
- El alumno utiliza representaciones adecuadas para resolver el problema pero se le dificulta encontrar las respuestas.

De igual manera, en la aplicación de la unidad se pueden evidenciar otro tipo de dificultades relacionadas con el proceso de comprensión, representación y resolución del problema, a saber:

- No usa o no maneja algoritmos convencionales.
- No representa los problemas de manera pertinente, a través de objetos, dibujos, esquemas, números, etc.
- No representa el problema y opta por resolverlo sólo a través del cálculo mental.
- Comprende pero no resuelve el problema.
- Cambia la estructura del problema.
- Hace cálculo mental aproximado.
- Hace uso erróneo del algoritmo, o lo maneja mal.
- No comprende la estructura del problema.

En contraste con lo anterior, y en lo que corresponde a la estrategia PENSAR, es pertinente decir que se observó y analizó el desempeño que el estudiante tuvo en cada una de las etapas de la estrategia, para lo cual se tuvieron en cuenta las siguientes actividades:

- Realización de esquemas de análisis y aporte de material para clarificar la situación problema.
- Identificación y complementación individual de sus saberes previos, así como la construcción de una propuesta para resolver el problema.
- Presentación al grupo de una posición individual, suficientemente sustentada, al interior de una dinámica de comunicación que fomentara la actitud de escucha y el respeto hacia las posiciones de los demás.

- Colaboración y cooperación en la construcción de la propuesta de solución.
- Aporte a la solución y cumplimiento en las tareas que el equipo asigne.
- Respuesta a los interrogantes que el maestro hace y planteamiento de interrogantes propios.
- Revisión y corrección de errores.

3.7.2.2 Tipos de Problemas.

A continuación se presentan los problemas que desarrollaron los estudiantes, estos pertenecen al tipo de problema multiplicación comparación en más y en menos, división partición comparación en más y en menos y división por agrupamiento comparación en más y en menos.

Problema de multiplicación comparación en “más”.

Este problema generalmente se resuelve con una multiplicación que expresa la regla de proporción entre ambas cantidades. Teniendo la cantidad uno (multiplicando) y las veces que la otra tiene de más (multiplicador), la respuesta de la pregunta es la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.

Del grupo 602 han pagado la salida pedagógica 8 estudiantes y el grupo 605 han pagado 3 veces más que en el curso de 602. ¿Cuántos estudiantes del grupo 605 han pagado la salida pedagógica?

En el grado séptimo solo 78 estudiantes han entregado los documentos requeridos y en el grado sexto han entregado documentos 4 veces más estudiantes que en el grado séptimo. ¿Cuántos estudiantes han entregado documentos en el grado sexto? Para el grupo 601 el costo del refrigerio es de \$12000 y el valor del transporte es 4 veces más costoso que el precio del refrigerio. ¿Cuánto cuesta el transporte para el grupo 601?

Problema multiplicación “comparación en menos”

Este problema se resuelve con una multiplicación, pero es muy difícil porque su sentido y vocabulario induce a otras operaciones (resta o división).

Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de menos (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.

En el grupo 604 solo 12 estudiantes han pagado la salida pedagógica, esto es 3 veces menos estudiantes de los que han pagado la salida en el grupo 606. ¿Cuántos estudiantes del grupo 606 han pagado a salida pedagógica?

En el grado séptimo 72 estudiantes han entregado la copia del documento de identidad para la salida pedagógica, esto es 4 veces menos estudiantes de los que han entregado la copia en el grado sexto. ¿Cuántos estudiantes de grado sexto han entregado la copia del documento de identidad?

El grupo 601 gastó \$42000 en entradas al planetario distrital, esto es 2 veces menos de lo que gastó el grupo 602 en transporte. ¿Cuánto dinero gastó el grupo 602 en transporte?

Problema División Partitiva Comparación “en más”

Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que otro la tiene de más (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo. Este problema se resuelve con una división partición.

De todos los estudiantes de sexto 180 prefieren que la salida pedagógica se realice a Maloka, ellos son 3 veces más de los que prefieren que la salida sea al Planetario Distrital. ¿Cuántos estudiantes prefieren que la salida pedagógica se realice al Planetario Distrital?

Otra opción para la salida pedagógica es ir a una granja que está ubicada a las afueras de Bogotá, el transporte por estudiante cuesta \$32000, que es 4 veces más que lo que cuesta el transporte para ir a Maloka. ¿Cuánto cuesta el transporte por estudiante para ir a Maloka?

El grupo 602 gastó \$60000 en entradas a Maloka, que es 4 veces más que lo que gastó en refrigerio. ¿Cuánto gastó el grupo 602 en refrigerio?

Problema de División Partitiva Comparación “en menos”

Este problema se resuelve con una división partitiva. Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que la otra tiene de menos (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.

En el grupo 608, 28 estudiantes han pagado la salida pedagógica, mientras que en el grupo 609, el número de estudiantes que han pagado es 4 veces menos que los estudiantes que han pagado del grupo 608. ¿Cuántos estudiantes del grupo 609 han pagado la salida pedagógica?

En una encuesta realizada a los estudiantes de séptimo sobre si preferían ir a Maloka o al Planetario Distrital, resultó que 180 estudiantes prefirieron ir a Maloka mientras que al Planetario Distrital lo eligieron 4 veces menos que los estudiantes que prefirieron ir a Maloka. ¿Cuántos estudiantes eligieron ir al Planetario Distrital?

El grupo 603 pagó por el transporte \$ 86000 y el grupo 605 pagó 2 veces menos por las entradas a Maloka que el grupo 603 por el transporte. ¿Cuánto dinero pagó el grupo 605 por las entradas?

Problema división por agrupamiento “comparación en más”

Este problema se resuelve con una división por agrupamiento, porque el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza. Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que es mayor que otra.

En el grupo 603, 28 estudiantes han cumplido con todos los requisitos para la salida pedagógica mientras que en el grupo 601, 14 estudiantes han cumplido con todos los requisitos. ¿Cuántas veces más, la cantidad de estudiantes de 603 que han cumplido con los requisitos, es mayor que la de 601?

En el grado sexto 120 estudiantes han entregado la autorización para la salida pedagógica firmada por los padres de familia mientras que en el grado séptimo solo 30 estudiantes han entregado la circular firmada por los padres de familia. ¿Cuántas veces más, la cantidad de estudiantes que han entregado la circular firmada los estudiantes de sexto es mayor que los de séptimo?

El grupo 603 pagó en entradas \$72000 mientras que por el refrigerio pagó \$18000. ¿Cuántas veces más pagaron por las entradas que por el refrigerio?

Los estudiantes pueden dar las siguientes respuestas, puede suceder que la solución sea correcta o equivocada, ya sea por una dificultad interpretativa, algorítmica o procedimental.

Problema de División Agrupamiento Comparación en menos

Este problema se resuelve con una división cuototiva o por agrupamiento, porque el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza. Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que una es menor que otra.

Los estudiantes pueden dar las siguientes respuestas, puede suceder que la solución sea correcta o equivocada, ya sea por una dificultad interpretativa, algorítmica o procedimental.

Un día antes de la salida pedagógica 125 estudiantes de séptimo no han pagado la salida pedagógica ni han entregado documentos y 25 estudiantes de sexto tampoco lo han hecho. ¿Cuántas veces menos han entregado documentos los estudiantes de sexto que los estudiantes de séptimo?

Finalmente, entre los grados sexto y séptimo 450 estudiantes asistieron a Maloka mientras que 150 estudiantes visitaron el Planetario Distrital. ¿Cuántas veces menos estudiantes asistieron al Planetario Distrital que a Maloka?

El grupo 605 gastó en transporte \$52000 y en refrigerio \$ 13000 ¿Cuántas veces menos pagó el grupo 605 por el refrigerio que por el transporte?

Los estudiantes pueden dar las siguientes respuestas, puede suceder que la solución sea correcta o equivocada, ya sea por una dificultad interpretativa, algorítmica o procedimental.

La intervención se dividió en seis guías de trabajo de acuerdo con los niveles de los problemas de estructura multiplicativa de comparación y cada una se desarrolló en dos bloques de clase de 90 minutos cada uno, durante tres semanas. (Ver ANEXO 2 al 7)

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INVESTIGACIÓN

El análisis y los resultados de la investigación se presentan en dos apartados, el primero corresponde al análisis de la información recolectada durante la intervención, en él se analizan las estrategias y las dificultades que afrontaron los estudiantes en la resolución de los PAEV de estructura multiplicativa de comparación y en el segundo apartado se presentan los resultados de la investigación a la luz de las preguntas y objetivos de investigación.

4.1 Análisis de la información

En este apartado se presenta el análisis de la información que se recolectó en la fase de intervención, éste se realizó a la luz de las categorías formuladas en el capítulo anterior y se llevó a cabo por medio de los siguientes pasos:

- **Recolección de datos:** La recopilación de la información se hizo por medio de portafolios, observaciones registradas, diario de campo y fotografías.
- **Preparación de datos para el análisis:** La organización de los datos se hizo a través de tablas de registro en las cuales se organizó la información recolectada.
- **Tareas de análisis:** El análisis descriptivo de la información se realizó a través de matrices para la interpretación de las categorías empleadas en problemas multiplicativos en las que se registraron las observaciones y su respectiva interpretación, teniendo en cuenta las categorías y subcategorías planteadas y los resultados obtenidos en cada tipo de problema.
- **Resultados:** Los resultados se dieron teniendo en cuenta la relación de estos con la teoría, las preguntas y objetivos de investigación.



Figura 5 Proceso de análisis

Luego de recolectar la información durante la intervención, se organizaron los datos en dos tipos de tablas, en la primera se muestra el número de estudiantes que resolvieron cada problema, los que resolvieron sin usar la operación convencional y los que presentaron dificultades pero aun así resolvieron el problema. A cada estudiante se le asignó una etiqueta (E_n) **para proteger su identidad, al igual que tener un registro individual de progreso;** los que solucionaron los problemas se marcan con * y los que no solucionaron con **NO**.

En la segunda tabla, denominada “Análisis”, se presenta un análisis descriptivo de los datos por categorías y subcategorías, y se realiza una interpretación de acuerdo al desempeño de los estudiantes con respecto al marco teórico planteado.

En la tercera tabla denominada “Análisis de categorías”, se hicieron observaciones con su respectiva interpretación para cada categoría de análisis.

En la tabla se puede observar que los nueve estudiantes solucionaron los problemas planteados; aunque los que se registran con (*) corresponde a los que resolvieron los problemas, utilizando como estrategia de resolución la suma reiterada. Lo anterior se presenta como dificultad por el cambio de estructura, Castro, (1995); al no utilizar la multiplicación para solucionar el problema.

Tabla 5.

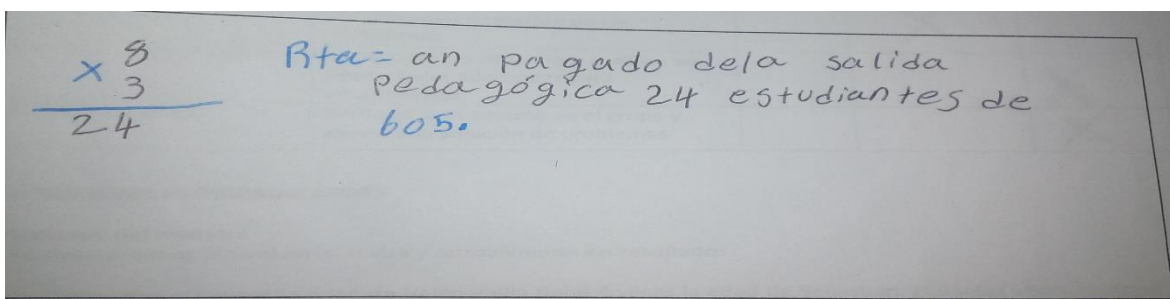
Análisis de datos multiplicación comparación en “más”

Tabla N° 5 Análisis de datos de la guía de trabajo N°1 Problemas de multiplicación comparación en más				
Categorías	Subcategorías	Problema 1	Problema 2	Problema 3
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Cambio de estructura	2	2	2
	Formulación lingüística	2	2	2
	Representaciones y estrategias.	0	0	0
	Inversión de relación	0	0	0
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Proposición asignativa.	9	9	9
	Proposición relacional.	7	7	7
	Proposición interrogativa.	9	9	9
ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN	Representaciones con esquemas gráficos.	7	7	7
	Representación simbólica con fallas en lo convencional.	0	0	0
	Representación simbólico convencional	7	7	7
DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA “PENSAR”	Explicitar saberes previos	9	9	9
	Negociar y solucionar	9	9	9
	Socializar	7	7	7
	Autoevaluar	7	7	7
	Resolver problemas afines	6	6	6

De acuerdo con los resultados obtenidos se observó que el 78% de los estudiantes resolvieron los problemas de estructura multiplicativa de comparación “en más”, representaron los datos en el esquema sugerido y luego realizaron una multiplicación para resolver cada

problema. Esto indica que los estudiantes comprendieron las proposiciones del enunciado específicamente la expresión verbal “veces más”, ya que usaron la multiplicación; que era la operación más apropiada para resolver de acuerdo con el tipo de problema planteado.

En la imagen se evidencia la resolución del problema con la operación adecuada realizada por el estudiante E₃.

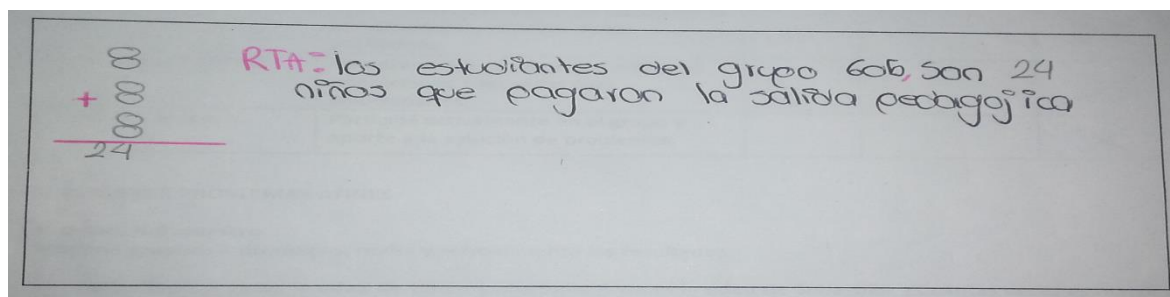


Handwritten work showing a multiplication problem: $8 \times 3 = 24$. To the right, the student's response is written in Spanish: "Rta= an pagado dela salida pedagogica 24 estudiantes de 605."

Imagen 1 Operación adecuada

Solo dos estudiantes que corresponde al 22% tuvieron una dificultad en la formulación lingüística porque no comprendieron la expresión verbal veces más y realizaron una suma reiterada cambiando la estructura del problema. Aunque la estrategia utilizada fue distinta en ambos casos los estudiantes pudieron resolver el problema pero esto evidencia que aún no dominan el pensamiento multiplicativo.

En la imagen se evidencia la implementación de la suma reiterada para resolver el problema, realizada por el estudiante E₁.



Handwritten work showing a repeated addition problem: $000 + 000 + 000 = 24$. To the right, the student's response is written in Spanish: "Rta: las estudiantes del grupo 606, son 24 niños que pagaron la salida pedagogica"

Imagen 2 Operación adecuada

El estudiante E₉ realizó suma reiterada en los problemas uno y dos, pero el problema tres lo resolvió a través de la multiplicación, esto indica que logró comprender el problema y avanzó de nivel de resolución.

De acuerdo con lo anterior el 78% de los estudiantes resolvieron los problemas con una operación convencional y la realizaron correctamente, lo cual indica que están en el nivel simbólico convencional, el 22% usaron operaciones convencionales simples en este caso suma reiterada por lo que se encuentran en el nivel simbólico con fallas en lo convencional, de acuerdo con los niveles de resolución de problemas matemáticos planteados por García (2010).

En la imagen se evidencia que los estudiantes realizaron una operación convencional, lo que demuestra que están en el nivel simbólico convencional y corresponde al estudiante E5.

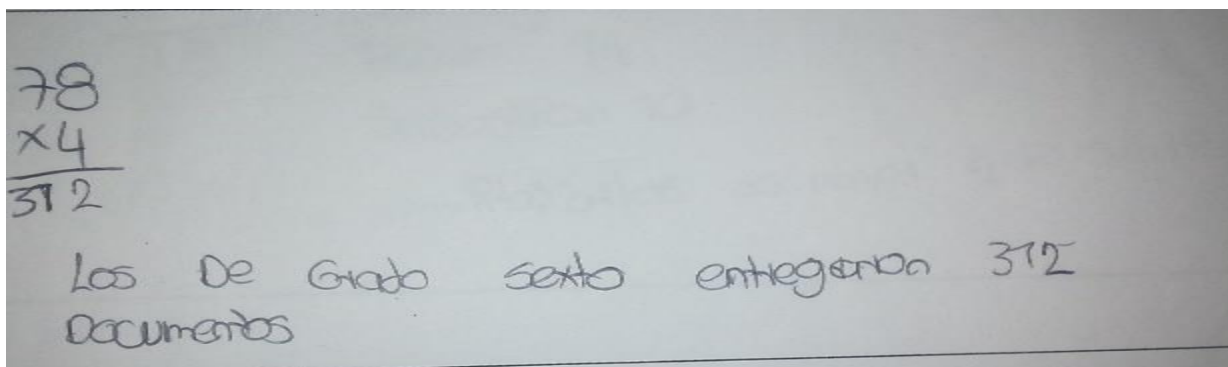


Imagen 3 Operación convencional

En la imagen se evidencia que algunos estudiantes cambiaron la estructura del problema lo que demuestra que están en el nivel simbólico con fallas en lo convencional y corresponde al estudiante E₁.

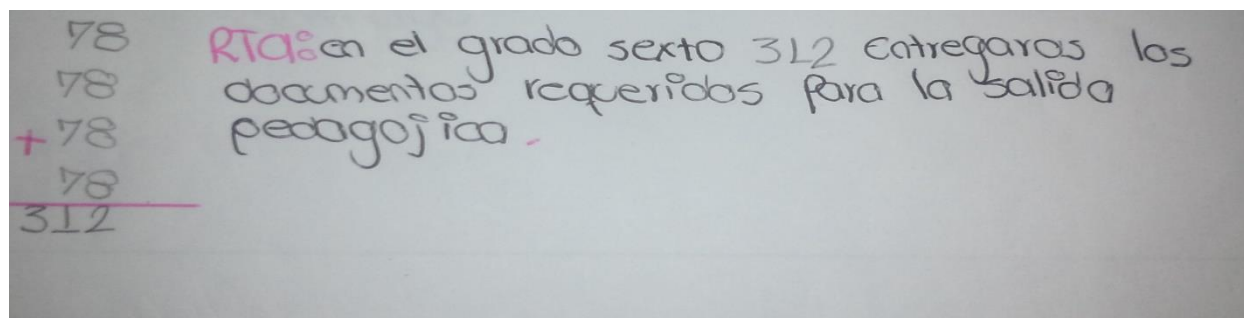


Imagen 4 Cambio de estructura

Con relación a la estrategia PENSAR, los estudiantes no resolvieron todas las etapas contempladas dentro de la estrategia; entonces fue necesario que el docente hiciera una orientación con respecto al desarrollo de la misma, explicando las etapas para resolver los problemas. Después de la orientación realizada, los estudiantes registraron los conocimientos previos, pero el 78% escribió operaciones básicas en general sin especificar cual o cuales les permitía resolver correctamente el problema. Como evidencia se presenta la transcripción de uno de los registros de los estudiantes.

A continuación se hace la transcripción de los conocimientos previos registrados por el estudiante E₃. *“Para resolver los problemas se necesita sumar, multiplicar, dividir, raíz cuadrada o raíz cúbica”*.

El 22% restante registraron y argumentaron los conocimientos previos que necesitaban saber para resolver correctamente los problemas, pues escribieron la operación, explicaron y demostraron porque les permitía resolver correctamente. A continuación se presenta como evidencia la transcripción de los conocimientos previos registrados por un estudiante E₇, se aclara que fue necesario hacerle correcciones de ortografía

“En la primera pregunta yo necesito hacer una multiplicación porque en el grupo 602 dice que han pagado 8 y en el grupo 605 3 veces más y pues hay uno multiplica 8×3 para que le dé el resultado, en la segunda pregunta yo necesito hacer una multiplicación porque lo que voy a hacer es multiplicar 78×4 para que me dé el resultado y en la tercera pregunta necesito hacer una multiplicación porque lo que voy hacer es multiplicar 12.000 mil pesos por 4 así me da el resultado posible”.

Con relación a la etapa de negociar y solucionar los estudiantes plantearon la estrategia y resolvieron cada problema, esta etapa corresponde al trabajo individual.

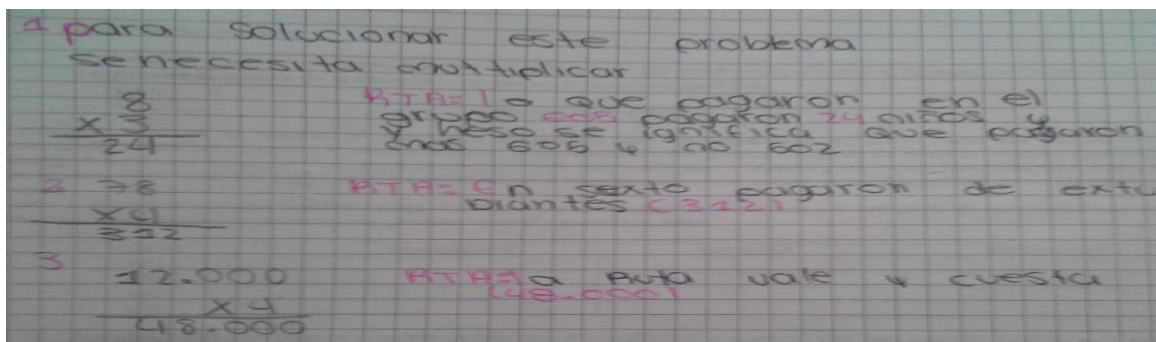


Imagen 5 Trabajo individual

La imagen muestra el trabajo individual realizado por el estudiante E₆.

Después de resolver los tres problemas planteados en forma individual se reunieron en grupos de tres estudiantes para desarrollar la etapa de socialización, en esta los estudiantes socializaron una a una las estrategias que habían utilizado, compararon las respuestas y realizaron correcciones si era necesario, en este caso solo dos estudiantes corrigieron ya que habían resuelto problema con suma reiterada del multiplicando y después de socializar con los compañeros, realizaron multiplicaciones correspondientes.

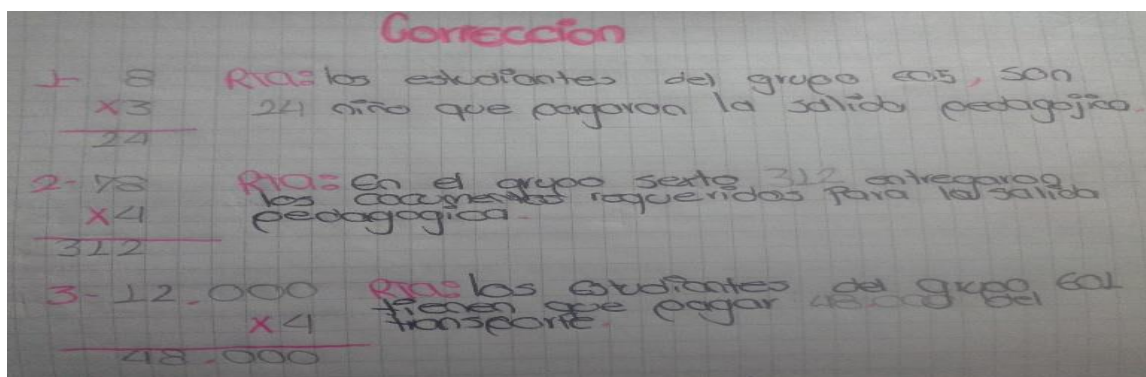


Imagen 6 Correcciones realizadas por el estudiante E1

En la etapa de autoevaluación el 66% de los estudiantes que participaron en el estudio, manifestaron que estaban mejorando en los conocimientos previos, esto quiere decir que aunque conocen en este caso las operaciones que nombran, no saben cuáles les permiten resolver el problema planteado. El 34% dijeron que estaban “súper”, significa que todo lo hicieron bien, aunque les falta mejorar el proceso de resolución. El 100% dijo que participó activamente y aportaron en el trabajo grupal.

Tabla 6.

Análisis de categorías de la guía de trabajo n°1. Problemas de multiplicación comparación en “más”

CATEGORÍAS	OBSERVACIONES	INTERPRETACIÓN
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Dos estudiantes que corresponden al 22% de la muestra, resolvieron los problemas con suma reiterada del multiplicando, cambiaron la estructura porque realizaron suma y estos correspondían a la estructura multiplicativa.	El cambio de estructura con relación al uso de la estructura aditiva para resolver problemas de estructura multiplicativa se da por que no comprende las proposiciones del enunciado y en este caso la expresión verbal “más que” les sugiere sumar los datos o hacer suma reiterada.
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Un 78% de la muestra realizaron multiplicación para resolver los problemas y respondieron correctamente. Eso demuestra que la mayoría comprendieron las proposiciones asignativa, relacional e interrogativa de los problemas planteados. El 22% no comprendieron la expresión verbal “más que” y la relacionaron con la adición porque realizaron suma reiterada para resolver.	Los resultados demuestran que la mayoría de estudiantes comprendieron las proposiciones del enunciado del problema, también se observó que este tipo de problemas los comprendieron con cierta facilidad al igual que tienen un dominio claro del algoritmo de la multiplicación.
ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN	Representaron los problemas a través de los esquemas gráficos planteados y el 78% resolvió a través de operaciones convencionales como la multiplicación y el 22% restante resolvió a través de operaciones no convencionales como la suma reiterada.	El uso de esquemas gráficos les permitió identificar los datos y comprender el problema. La estrategia utilizada evidencia que la mayoría los estudiantes están en el nivel simbólico convencional.
DESARROLLO ESTRATEGIA PENSAR	Inicialmente los estudiantes no tenían en cuenta el orden y la secuencia de cada una de las etapas de la estrategia. Luego de hacerles algunas orientaciones las retomaron y las desarrollaron.	Las fallas observadas en la aplicación de la estrategia evidencian que no se han apropiado correctamente de ésta y que requiere mayor orientación para que la estrategia contribuya a potenciar las habilidades para resolver problemas matemáticos.

La mayoría de estudiantes resolvieron los problemas, sin embargo E₂ presentó dificultad para resolver todos los problemas porque cambió la estructura realizando restas.

Tabla 8

Análisis de datos de la guía de trabajo n°2 problemas de multiplicación comparación en menos

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	Problema 1	Problema 2	Problema 3
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Cambio de estructura	2	1	1
	Formulación lingüística	2	1	1
	Representaciones y estrategias.	2	1	1
	Inversión de relación	2	1	1
COMPRESION DEL PROBLEMA	Proposición asignativa.	7	8	8
	Proposición relacional.	7	7	7
	Proposición interrogativa.	7	8	8
ESTRATEGIAS DE RESOLUCION	Representaciones con esquemas gráficos.	7	8	8
	Representación simbólica con fallas en lo convencional.	2	1	1
	Representación simbólico convencional	7	8	8
DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA "PENSAR"	Explicitar saberes previos	8	8	8
	Negociar y solucionar	8	8	8
	Socializar	7	7	7
	Autoevaluar	5	5	5
	Resolver problemas afines	5	5	5

Los datos obtenidos en la resolución de problemas de estructura multiplicativa comparación en menos, muestran que el estudiante E₂, presentó dificultad en la resolución de los tres problemas planteados. Cambió la estructura de los problemas porque usó como estrategia de solución la resta, lo que no le permitió encontrar la respuesta correcta. Esta dificultad demuestra

que no comprendió las proposiciones de los enunciados y que la expresión verbal “menos que”, le generó confusión y la relacionó con la resta, además presentó errores en la ejecución del algoritmo de la resta en los tres problemas.

La imagen muestra el cambio de estructura realizada por el estudiante E₂.

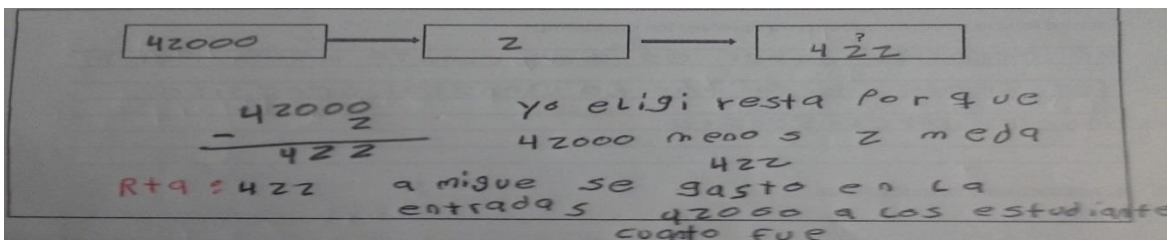


Imagen 7 Cambio de estructura

El estudiante E₁ presentó dificultad únicamente en el problema número uno porque realizó la multiplicación pero al producto le restó el multiplicador, por lo tanto la respuesta dada no fue correcta, esto indica que se confundió con la expresión verbal “veces menos”, relacionándolo con la resta. El estudiante manifestó que no sabía si debía realizar multiplicación o resta para resolverlo.

De acuerdo con lo anterior el 22% presentó dificultad con la formulación lingüística porque no comprendieron la expresión verbal veces menos y plantearon como estrategia de resolución la resta.

La imagen muestra la confusión con la expresión verbal y corresponde al estudiante E₁.

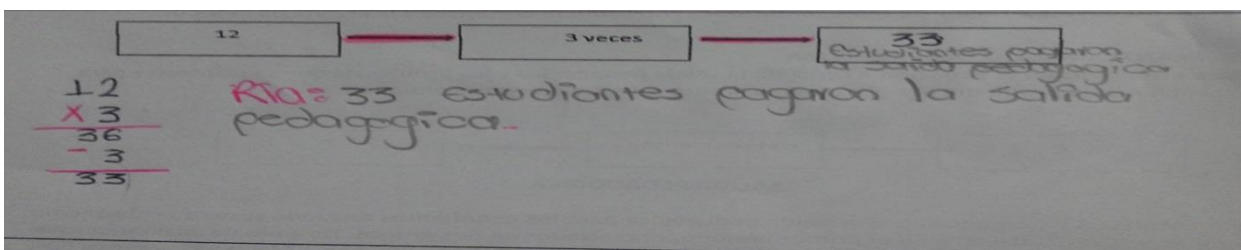


Imagen 8 Inversión de relación

El 78% de la muestra de estudio resolvió correctamente los tres problemas planteados, representaron los datos a través de esquemas gráficos, esto facilitó la comprensión de las proposiciones del enunciado del problema y resolvieron haciendo uso de la multiplicación, realizaron correctamente el algoritmo y dieron la respuesta correcta. La imagen muestra la resolución del problema y corresponde al estudiante E₅.

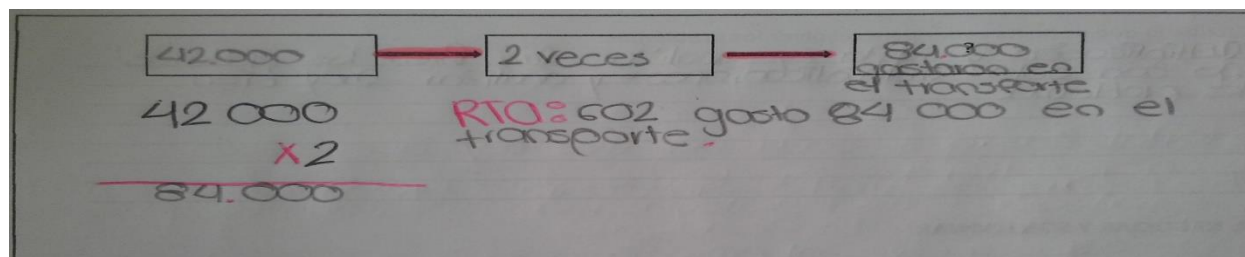


Imagen 9 Operación convencional

Con relación al desarrollo de la estrategia PENSAR, la mayoría de estudiantes escribieron las operaciones básicas en los saberes previos pero no profundizaron, ni especificaron cuál de estas les permitía resolver los problemas, todos realizaron la solución de forma individual aunque algunos no resolvieron correctamente, la socialización fue muy productiva por el trabajo en equipo, porque cada estudiante expuso sus estrategias, compararon las respuestas e hicieron las correcciones necesarias, se evidenció trabajo colaborativo. La mitad de los estudiantes no hicieron la autoevaluación ni resolvieron los problemas afines como el que se relaciona a continuación.

Helen tiene 7 años, su Papá tiene 6 veces más la edad de Helen. ¿Cuánto años tiene el Papá de Helen?

Al analizar los resultados obtenidos en los dos tipos de problemas, se puede decir que resolvieron más problemas de multiplicación comparación en más; aunque algunos estudiantes cambiaron la estructura respondieron correctamente, mientras que los que cambiaron la estructura en multiplicación comparación en menos no lograron responder de manera acertada.

Tabla 9 Análisis de categorías de la guía de trabajo n°2 problemas de multiplicación comparación en “menos”

CATEGORIAS	OBSERVACIONES	INTERPRETACIÓN
DIFICULTADES ENCONTRADAS	El 22% de la muestra de estudio tuvo dificultad con la formulación lingüística y cambiaron la estructura del problema, realizando restas para resolver.	La dificultad se presenta por la falta de comprensión de la expresión verbal “veces menos” lo que les generó confusión para plantear la estrategia de solución.
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Los estudiantes se tomaron más tiempo para leer los problemas y analizarlos antes de plantear una estrategia para resolverlos. La mayoría de estudiantes comprendieron las proposiciones del problema, representaron y resolvieron los problemas.	Han puesto en práctica las orientaciones dadas con relación a la lectura del problema; también las representaciones con los esquemas gráficos planteados les facilitaron la comprensión y resolución de los problemas.
ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN	Tuvieron en cuenta el esquema gráfico sugerido para representar los problemas antes de realizar cualquier operación. Representaron los problemas a través de esquemas gráficos y resolvieron a través de la multiplicación. Solo un estudiante no planteó la operación adecuada y no resolvió correctamente.	La representación en el esquema gráfico les permitió identificar y comprender las proposiciones del enunciado y plantear la operación adecuada partiendo del nivel simbólico con fallas en lo convencional pero con el trabajo en grupo la mayoría logró el nivel simbólico convencional.
DESARROLLO ESTRATEGIA PENSAR	Los estudiantes registraron los saberes previos, luego solucionaron y la etapa de socialización, reunidos en grupos de tres integrantes expusieron uno a uno las estrategias y los resultados obtenidos, luego compararon, hicieron aclaraciones, correcciones. Con relación a las etapas de autoevaluar y resolver problemas afines cuatro estudiantes no las desarrollaron.	Es necesario reforzar el sentido y la importancia que tiene cada etapa de la estrategia en el proceso de resolución. El trabajo en grupo desarrollado en la etapa de socialización fue muy importante para aclarar dudas, identificar errores, superar dificultades y avanzar en el nivel de resolución.

4.1.3 Problemas de división partición comparación en más

En esta guía de trabajo se plantearon los siguientes problemas:

Problema uno: De todos los estudiantes de sexto, 180 prefieren que la salida pedagógica se realice a Maloka, ellos son 3 veces más de los que prefieren que la salida pedagógica sea al Planetario Distrital. ¿Cuántos estudiantes prefieren que la salida pedagógica se realice al Planetario Distrital?

Problema dos: Otra opción para la salida pedagógica es ir a una granja que está ubicada a las fueras de Bogotá. Sin embargo, el transporte por estudiante cuesta \$32000, que es 4 veces más que lo que cuesta el transporte para ir a Maloka. ¿Cuánto cuesta el transporte por estudiante para ir a Maloka?

Problema tres: El grupo 602 gasto \$60000 en entradas Maloka, que es 4 veces más que lo que gastó en refrigerio. ¿Cuánto gastó el grupo 602 en refrigerio?

A continuación se relaciona el número de estudiantes que resolvieron los problemas.

Tabla 10.

Estudiantes que resolvieron los problemas

PROBLEMAS	ESTUDIANTES									TOTAL DE ACIERTOS
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈	E ₉	
UNO	NO	NO	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	7
DOS	SI	NO	SI	SI	SI	NO	SI	SI	SI	7
TRES	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI	NO	NO	6

La mayoría de estudiantes resolvieron los problemas, sin embargo los estudiantes E₂, E₈ y E₉ presentaron dificultades al realizar el algoritmo de la división y el estudiante E₁ cambió la estructura en el problema uno porque realizo multiplicación.

La siguiente tabla muestra la frecuencia de los estudiantes en cada subcategoría de análisis.

Tabla 11.

Análisis de datos de la guía de trabajo n° 3 problemas de división partición comparación en “más”

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	PROBLEMA 1	PROBLEMA 2	PROBLEMA 3
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Cambio de estructura	1	0	0
	Formulación lingüística	1	0	0
	Representaciones y estrategias.	2	2	3
	Inversión de relación	1	0	0
	Realización del algoritmo	1	1	3
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Proposición asignativa.	7	9	9
	Proposición relacional.	7	9	9
	Proposición interrogativa.	7	7	6
ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN	Representaciones con esquemas gráficos.	6	5	5
	Representación simbólica con fallas en lo convencional.	2	2	3
	Representación simbólico convencional	7	7	6
DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA “PENSAR”	Explicitar saberes previos	7	7	7
	Negociar y solucionar	8	8	8
	Socializar	8	8	8
	Autoevaluar	8	8	8

En la resolución de los problemas de división partición comparación en más, el estudiante E₂ presentó dificultad para resolver los tres problemas, planteó la división como estrategia pero no logró realizar correctamente el algoritmo, ya que escribió como cociente la cantidad correspondiente al dividendo. Esto indica que el estudiante no comprendió las proposiciones del enunciado del problema, principalmente la proposición interrogativa ya que las respuestas dadas no guardaban relación con el planteamiento del problema.

La imagen muestra los errores al realizar el algoritmo presentados por el estudiante E₂.

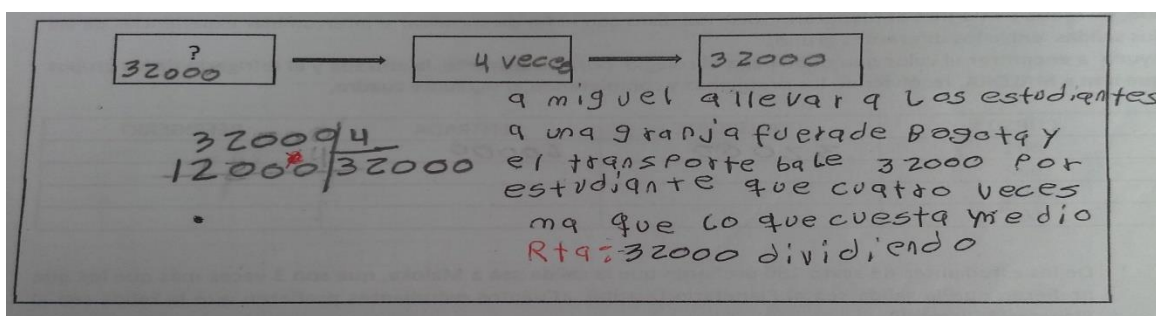


Imagen 10 Dificultad en el algoritmo

El estudiante E₁, no comprendió la proposición relacional en el problema uno, porque multiplicó el dividendo por el divisor, en los problemas dos y tres resolvió correctamente a través de la división, usó como estrategia simplificar el dividendo quitando los ceros y luego los agregó en el cociente respondiendo de manera acertada, esto evidencia el uso de una estrategia diferente para dividir. La imagen muestran la inversión de relación y la estrategia para dividir realizadas por el estudiante E₁.

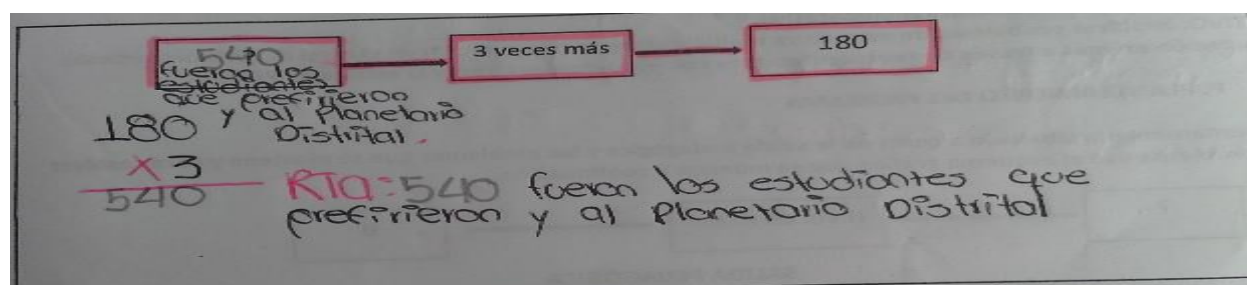


Imagen 11 Inversión de relación

El estudiante E₆, E₈ y E₉ tuvieron dificultad para realizar el algoritmo de la división en al menos un problema, esto se presenta por errores de cálculo principalmente porque no se saben las tablas de multiplicar.

Cuatro estudiantes resolvieron los problemas a través de la división, dando la respuesta correcta.

La imagen muestra la resolución del problema realizada por el estudiante E₄.

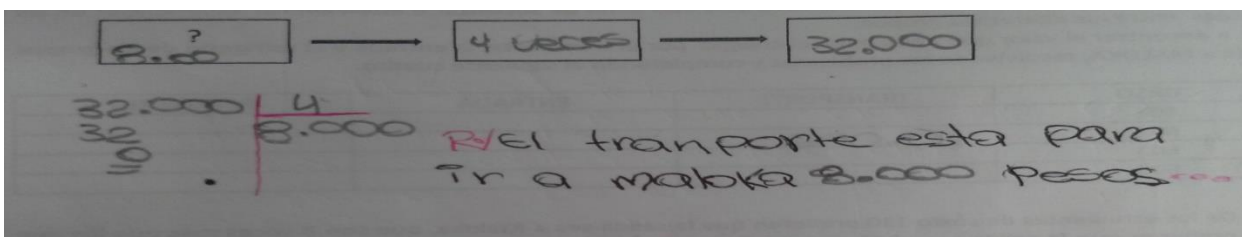


Imagen 12 Operación convencional

Lo anterior indica que el 78 % resolvieron los problemas uno y dos, porque hubo comprensión de las proposiciones del enunciado de cada problema y usaron la estrategia adecuada, y que el 22% tuvo dificultades en la comprensión de al menos una proposición del enunciado del problema, por lo que no resolvieron.

En cuanto a las estrategias utilizadas además de las representaciones en esquemas gráficos, algunos estudiantes hicieron conteo usando líneas y en la división escribieron la tabla correspondiente al divisor para realizar correctamente la división. Esto indica que al menos un estudiante está en el nivel pictórico simbólico. Las imágenes muestran las estrategias utilizadas por los estudiantes E₂, E₆ y E₈.

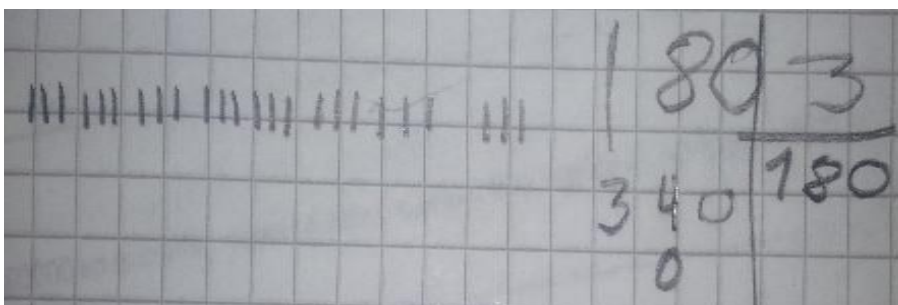


Imagen 13 Estrategia pictórica-simbólica

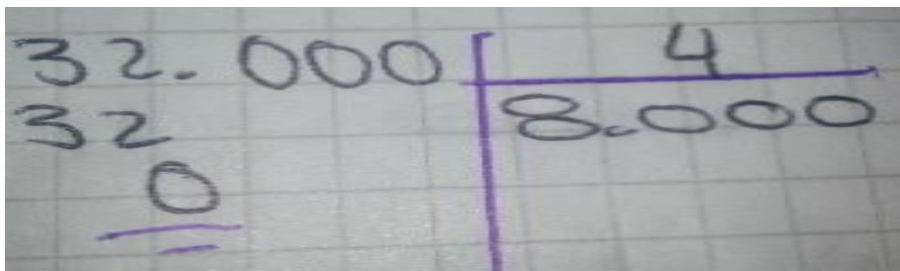


Imagen 14 Estrategia simbólica-convencional

En el desarrollo de la estrategia PENSAR, no hubo cambios en cuanto a los saberes previos, nuevamente todos trabajaron de forma individual en la solución de los problemas y participaron activamente en la socialización, tuvieron más objetividad al autoevaluarse y resolvieron correctamente los problemas afines. Esto indica que en la socialización aclararon las dudas y en su mayoría superaron las dificultades como la realización del algoritmo de la división, y el uso de la operación convencional según el enunciado.

Tabla 12

Análisis de categorías de la guía de trabajo n° 3 problemas de división partición comparación en “más”

CATEGORÍAS	OBSERVACIONES	INTERPRETACIÓN
DIFICULTADES ENCONTRADAS	El 11% presentó dificultad de cambio de estructura e inversión de relación porque realizaron multiplicación. El 33% de los estudiantes al desarrollar el algoritmo de la división cometieron errores y no dieron la respuesta correcta.	Falta comprensión en la lectura del enunciado del problema y no han comprendido la estructura multiplicativa. Con relación a la dificultad presentada al realizar el algoritmo de la división, se da por errores de cálculo.
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	En un 78% los estudiantes comprendieron las proposiciones del enunciado del problema, porque plantearon la estrategia que demandaba el problema, pero algunos cometieron errores al realizar el algoritmo y no resolvieron.	Los estudiantes en su mayoría ha mejora la comprensión de las proposiciones del problema, pero algunos no han asimilado el proceso para realizar el algoritmo de la división y tampoco verifican si la respuesta guarda relación con la proposición interrogativa.

ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN	Algunos estudiantes hicieron líneas para contar, otros hicieron la tabla de multiplicar con el divisor para buscar el cociente y realizar la división, la mayoría hizo la representación a través de esquemas gráficos.	Algunos estudiantes aún ven la necesidad del método pictórico, aunque la mayoría inició con el método simbólico con fallas en lo convencional.
DESARROLLO ESTRATEGIA PENSAR	La mayoría de los estudiantes desarrollaron cada etapa de la estrategia.	Con las orientaciones dadas los estudiantes han asimilado las etapas de la estrategia y estas les han permitido planificar mejor las estrategias para resolver los problemas.

4.1.4 Problemas de división partición comparación en menos

En esta guía de trabajo se plantearon los siguientes problemas.

Problema uno: En el grupo 608, 28 estudiantes han pagado la salida pedagógica, mientras que en el grupo 609, el número de estudiantes que han pagado es 4 veces menos que los estudiantes que han pagado del grupo 608. ¿Cuántos estudiantes del grupo 609 han pagado la salida pedagógica?

Problema dos: En una encuesta realizada a los estudiantes de grado séptimo sobre si preferían ir a Maloka o al Planetario Distrital, resultó que 180 estudiantes prefirieron ir a Maloka mientras que al Planetario Distrital lo eligieron 4 veces menos que los estudiantes que prefirieron ir a Maloka. ¿Cuántos estudiantes eligieron ir al Planetario Distrital?

Problema tres: El grupo 603 pagó por el transporte \$ 86000 y el grupo 605 pagó 2 veces menos por las entradas a Maloka que el grupo 603 por el transporte. ¿Cuánto dinero pagó el grupo 605 por las entradas?

A continuación se relaciona el número de estudiantes que resolvieron los problemas.

Tabla 13

Estudiantes que resolvieron los problemas

PROBLEMAS	ESTUDIANTES									ESTUDIANTES QUE RESOLVIERON
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈	E ₉	
UNO	SI	NO	SI	NO	SI	SI	SI	NO	NO	5
DOS	SI	NO	SI	NO	SI	SI	SI	SI	NO	6
TRES	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO	7

Los estudiantes E₂, E₄, E₈ y E₉ presentaron las siguientes dificultades y no resolvieron los problemas:

- El estudiante E₂, planteó la división pero realizó mal el algoritmo en los tres problemas, porque cometió errores de cálculo lo cual ha sido reiterativo en la resolución.
- El estudiante E₄, restó al dividendo, el divisor y cambió la estructura del problema.
- El estudiante E₈, multiplicó el dividendo por el divisor, haciendo inversión de relación.
- El estudiante E₉, planteó la división pero cometió errores de cálculo, evidenciando que no ha comprendido el concepto de división.

La siguiente tabla muestra la frecuencia de los estudiantes en cada subcategoría de análisis.

Tabla 14

Análisis de datos de la guía de trabajo n° 4 problemas de división partición comparación en “menos”

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	PROBLEMA 1	PROBLEMA 2	PROBLEMA 3
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Cambio de estructura	1	1	1
	Formulación lingüística	2	1	1
	Representaciones y estrategias.	2	2	2
	Inversión de relación	1	1	1

COMPRESIÓN DEL PROBLEMA	Proposición asignativa.	6	6	5
	Proposición relacional.	4	4	5
	Proposición interrogativa.	4	4	6
ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN	Representaciones con esquemas gráficos.	6	7	7
	Representación simbólica con fallas en lo convencional.	4	3	2
	Representación simbólico convencional	4	5	6
DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA “PENSAR”	Explicitar saberes previos	6	6	6
	Negociar y solucionar	8	8	8
	Socializar	8	8	8
	Autoevaluar	5	5	5
	Resolver problemas afines	5	5	5

En el desarrollo de la guía de trabajo correspondiente a los problemas de división partición comparación en menos, se observó que, los estudiantes E₂, y E₉, no respondieron correctamente los problemas planteados, porque aunque usaron como estrategia la división, cometieron errores al realizar el algoritmo, también evidenciaron que no comprenden el concepto de división porque al hacer la división el cociente era mayor que el dividendo y a pesar de esto no identificaron el error. Es importante resaltar que el estudiante E₂, ha presentado dificultad en todos los tipos de problema, lo que demuestra que no comprende las proposiciones del problema, ni el concepto de las operaciones desarrolladas.

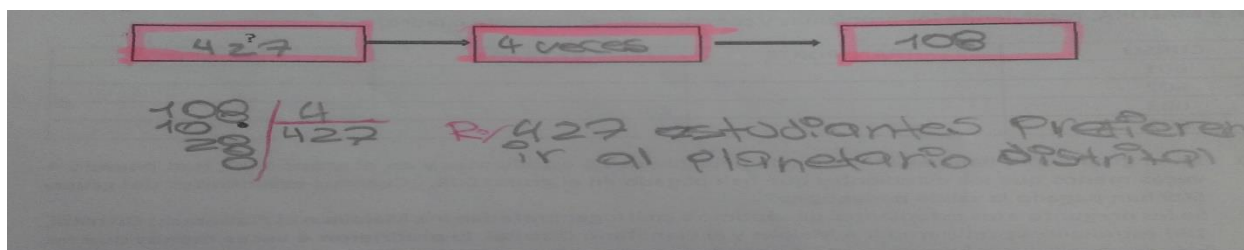


Imagen 15 Dificultad en el algoritmo

La imagen muestra el error al realizar el algoritmo y pertenece al estudiante E₂.

El estudiante E₄, restó las dos cantidades, cambiando la estructura del problema porque al restar estaba aplicando la estructura aditiva. El estudiante E₈ multiplicó el dividendo por el divisor, este error lo causó la inversión de relación.

Lo anterior indica que el 33% de la muestra de estudio tuvieron dificultad para comprender el problema especialmente en la proposición relacional, porque cambiaron la estructura e invirtieron la relación y las respuestas dadas no guardaban relación con la proposición interrogativa.

Las imágenes muestran el cambio de estructura y la inversión de la relación, realizada por los estudiantes E₄ y E₈.

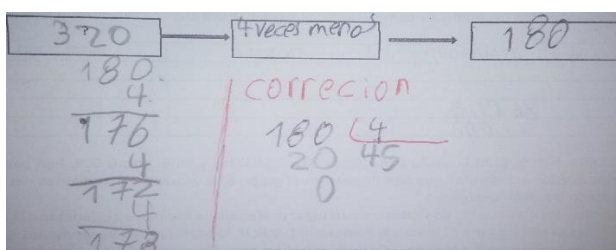


Imagen 16 Cambio de estructura

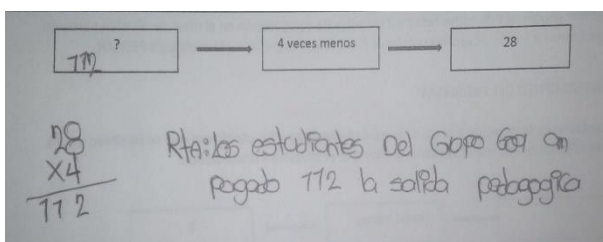


Imagen 17 Inversión de relación

Cuatro estudiantes usaron la división como estrategia para resolver, realizaron bien el algoritmo y respondieron correctamente las preguntas planteadas.

La imagen muestra la resolución del problema realizada por el estudiante E6.

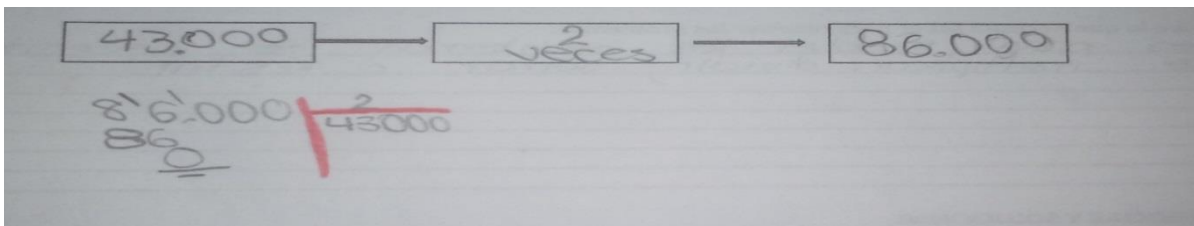


Imagen 18 Resolución con operación convencional

En el desarrollo de la estrategia PENSAR fue muy significativo el trabajo realizado en la etapa de socialización, porque a través de los grupos pudieron revisar, comparar, identificar los errores y corregir los problemas en los que aún presentaban dificultad. Es importante resaltar el trabajo colaborativo que se dio en este proceso ya que los estudiantes que evidenciaron fortalezas le orientaron a aquellos que presentaban alguna dificultad.

Tabla 15

Análisis de categorías de la guía de trabajo n°2 problemas de división partición comparación en “menos”

CATEGORÍAS	OBSERVACIONES	INTERPRETACIÓN
DIFICULTADES ENCONTRADAS	El 22% de los estudiantes no realizaron la operación convencional para resolver los problemas. El 22% de los estudiantes cometieron errores de cálculo en el desarrollo del algoritmo de la división.	Estos estudiantes no comprendieron las proposiciones del enunciado del problema, por lo que cambiaron la estructura del problema al realizar restas e invirtieron la relación al realizar multiplicación cuando se requería de la división.
COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA	Algunos estudiantes no comprendieron las proposiciones del enunciado del problema. La mitad de los estudiantes comprendieron los	La falta de comprensión de cada una de las proposiciones, especialmente la proposición relacional, genera en los estudiantes confusión por eso plantearon cualquier operación sin

	problemas y los resolvieron correctamente a través de la división.	verificar si la respuesta era correcta.
ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN	Un estudiantes realizó resta, otro estudiante uso la multiplicación y los demás realizaron divisiones para resolver los problemas. También usaron el esquema gráfico para representar los datos del problema.	La mayoría de los usaron como estrategia para resolver la operación convencional de la división, esto indica que mejoraron con respecto a la prueba de entrada.
DESARROLLO ESTRATEGIA PENSAR	La mayoría de estudiantes siguieron el orden y desarrollaron las etapas de la estrategia. Algunos no explicitaron claramente los saberes previos, no hicieron la autoevaluación ni los problemas afines.	En el desarrollo de esta guía, los estudiantes se concentraron en las etapas de solucionar y socializar que corresponde al trabajo en grupo, porque a través del trabajo colaborativo pudieron superar en gran medida las dificultades encontradas. Con relación a los estudiantes que no explicitaron preconceptos, no tienen claridad que necesitan para resolver el problema.

4.1.5 Problemas de división por agrupamiento comparación en más.

En esta guía de trabajo se plantearon los siguientes problemas:

Problema uno: En el grupo 603, 28 estudiantes han cumplido con todos los requisitos para la salida pedagógica mientras que en el grupo 601, 14 estudiantes han cumplido con todos los requisitos. ¿Cuántas veces más, la cantidad de estudiantes de 603 que han cumplido con los requisitos, es mayor que la de 601?

Problema dos: En el grado sexto 120 estudiantes han entregado la autorización para la salida pedagógica firmada por los padres de familia mientras que en el grado séptimo solo 30 estudiantes han entregado la circular firmada por los padres de familia. ¿Cuántas veces

más, la cantidad de estudiantes que han entregado la circular firmada los estudiantes de sexto es mayor que los de séptimo?

Problema tres: El grupo 603 pagó en entradas \$72000 mientras que por el refrigerio pagó \$18000. ¿Cuántas veces más pagaron por las entradas que por el refrigerio?

Tabla 16

Estudiantes que resolvieron los problemas

PROBLEMAS	ESTUDIANTES									ESTUDIANTES QUE RESOLVIERON
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈	E ₉	
UNO	SI	SI	SI	SI*	SI	SI	SI	SI	SI	9
DOS	SI	SI	SI	SI*	SI	SI	SI	SI	SI	9
TRES	SI	SI	SI	SI*	SI	NO	SI	NO	SI	7

En la tabla se observa que los problemas uno y dos fueron resueltos por los nueve estudiantes que participaron en el estudio; es necesario aclarar que el estudiante E₄ dio la respuesta correcta pero usó la suma reiterada para resolver, cambiando la estructura de los problemas. En el problema número tres los estudiantes E₆ y E₈ sumaron el dividendo y el divisor, cambiaron la estructura del problema y no resolvieron el problema.

La siguiente tabla muestra la frecuencia de los estudiantes en cada subcategoría de análisis.

Tabla 17

Análisis de datos de la guía de trabajo n° 5 problemas de división por agrupamiento comparación en “más”

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	PROBLEMA 1	PROBLEMA 2	PROBLEMA 3
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Cambio de estructura	1	1	3
	Formulación lingüística	1	1	3
	Representaciones y estrategias.	1	1	3

	Inversión de relación	0	0	2
COMPRESION DEL PROBLEMA	Proposición asignativa.	8	6	4
	Proposición relacional.	8	6	4
	Proposición interrogativa.	8	6	4
ESTRATEGIAS DE RESOLUCION	Representaciones con esquemas gráficos.	8	8	8
	Representación simbólica con fallas en lo convencional.	1	1	3
	Representación simbólico convencional	8	8	6
DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA "PENSAR"	Explicitar saberes previos	7	7	7
	Negociar y solucionar	8	8	8
	Socializar	8	8	8
	Autoevaluar	8	8	8
	Resolver problemas afines	8	8	8

En la resolución de los problemas división por agrupación comparación en más, se observó que el estudiante E₄, usó la suma reiterada como estrategia para resolver, sumó reiteradamente el divisor hasta encontrar el dividendo, cambió la estructura del problema porque usó la estructura aditiva pero halló la respuesta correcta en los tres problemas.

La imagen muestra el cambio de estructura realizado por el estudiante E₄

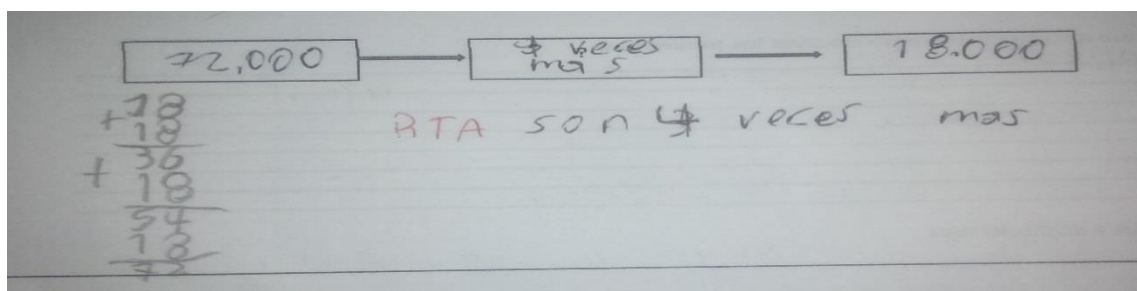


Imagen 19 Cambio de estructura

Los estudiantes E₆ y E₈, presentaron dificultad para resolver el problema número tres, porque sumaron las dos cantidades dadas, no comprendieron las proposiciones del enunciado del problema, pues cambiaron su estructura. La expresión “veces más” les generó confusión y la relacionaron con la suma, también las cantidades grandes les generaron dificultad para hacer la división y optaron por sumarlas porque para ellos, esta operación es más fácil de realizar. La imagen muestra el cambio de estructura realizado por el estudiante E₆.

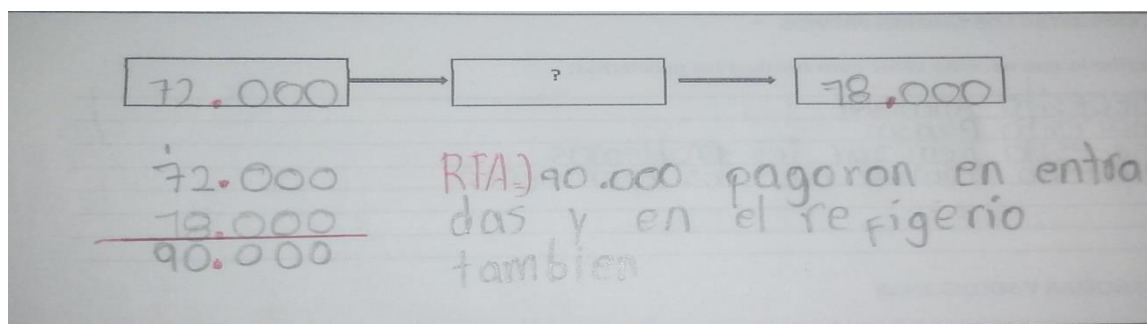


Imagen 20 Cambio de estructura

Los otros seis estudiantes resolvieron los problemas, usaron como estrategia la división, realizaron correctamente los algoritmos y dieron la respuesta correcta.

La imagen muestra la resolución correcta del problema realizada por el estudiante E₇.

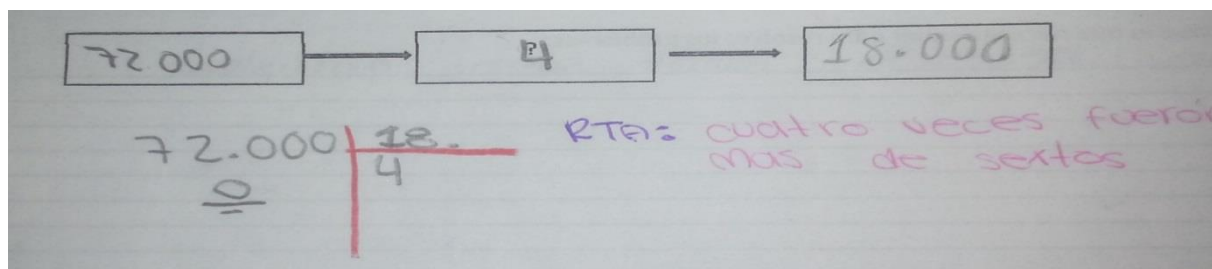


Imagen 21 Operación convencional

Teniendo en cuenta lo anterior, el 67% de la muestra de estudio resolvió los problemas de división por agrupamiento comparación en más, la operación que realizó, indica que comprendieron las proposiciones del enunciado del problema. El 22% presentó dificultad en la comprensión y plantearon estrategias que no les permitió resolver los problemas y el 11%

aunque cambió la estructura del problema respondió correctamente las preguntas, esto evidencia que comprendió la proposición relacional y la pregunta planteada.

Se observó avances en la comprensión, resolución de los problemas y la aplicación de la estrategia PENSAR en cada etapa.

Tabla 18

Análisis de categorías de la guía de trabajo n°5 problemas de división por agrupamiento comparación en “más”

Matriz N° 11 Análisis de categorías de la guía de trabajo N°5. Problemas de división por agrupamiento Comparación en “Más”		
CATEGORÍAS	OBSERVACIONES	INTERPRETACIÓN
DIFICULTADES ENCONTRADAS	El 22% de los estudiantes presentaron dificultad con la formulación lingüística y cambiaron la estructura del problema porque realizaron suma para resolver el problema número tres y no respondieron correctamente. Las cantidades grandes los confundieron y se les dificultó operar con estas.	La expresión verbal “veces más”, les generó confusión y cambiaron la estructura del problema al realizar suma. Es importante plantear problemas con cantidades pequeñas para facilitar la comprensión de los mismos e incorporar paulatinamente cantidades mayores.
COMPRESIÓN DEL PROBLEMA	Inicialmente no comprendían la proposición relacional, por el cambio de tipo de relación, fue necesario explicar con un problema del mismo nivel pero en otro contexto, luego leyeron varias veces los problemas, la mayoría de estudiantes lograron comprender las proposiciones y empezaron a resolver.	A los estudiantes se les dificulta comprender la estructura del tipo de problema porque lo relacionan con el que resolvieron anteriormente y non son flexibles ante una nueva situación. Al implementar estrategias didácticas como la representación con esquemas gráficos y el planteamiento de problemas similares, permitieron comprender y resolver adecuadamente.
ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN	Representaron con los esquemas gráficos, algunos hicieron sumas reiteradas,	A pesar de que los estudiantes realizaron representaciones, algunos invirtieron la estructura;

	otros sumaron las cantidades y la mayoría realizo división.	aunque la mayoría resolvió con la estructura multiplicativa.
DESARROLLO ESTRATEGIA PENSAR	Desarrollaron las etapas de la estrategia realizando un trabajo significativo que les apporto para resolver cada problema.	Con el desarrollo de cada guía de trabajo los estudiantes asimilaron la metodología de la estrategia y esto fue muy importante en la planificación, para comprender y resolver los problemas planteados.

4.1.6 Problemas de División por Agrupamiento Comparación en Menos.

En esta guía de trabajo se plantearon los siguientes problemas.

Problema uno: Un día antes de la salida pedagógica 125 estudiantes de séptimo no han pagado la salida pedagógica ni han entregado documentos y 25 estudiantes de sexto tampoco lo han hecho. ¿Cuántas veces menos han entregado documentos los estudiantes de sexto que los estudiantes de séptimo?

Problema dos: Finalmente entre estudiantes de grado sexto y séptimo 450 estudiantes fueron a Maloka y 150 estudiantes fueron al Planetario Distrital. ¿Cuántas veces menos estudiantes fueron al Planetario Distrital que a Maloka?

Problema tres: El grupo 605 gastó en transporte \$52000 y en refrigerio \$ 13000 ¿Cuántas veces menos pagó el grupo 605 por el refrigerio que por el transporte?

Tabla 19

Estudiantes que resolvieron los problemas

PROBLEMAS	ESTUDIANTES									ESTUDIANTES QUE RESOLVIERON
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈	E ₉	
UNO	SI	SI	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI	8

DOS	SI	SI	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI	8
TRES	SI	NO	SI	NO	SI	SI	SI	NO	NO	5

Los estudiantes E₂, E₈ y E₉, presentaron dificultades al resolver el problema número tres porque aunque plantearon la operación adecuada, cometieron errores de cálculo y no respondieron acertadamente.

El estudiante E₄ no resolvió ningún problema porque cometió errores de cálculo a desarrollar el algoritmo de la división.

La siguiente tabla muestra la frecuencia de los estudiantes en cada subcategoría de análisis.

Tabla 20

Análisis de datos de la guía de trabajo n° 6 problemas de división por agrupamiento comparación en “menos”

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	PROBLEMA 1	PROBLEMA 2	PROBLEMA 3
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Cambio de estructura	0	0	0
	Formulación lingüística	0	0	0
	Representaciones y estrategias.	1	1	3
	Inversión de relación	0	0	0
	Proposición asignativa.	9	9	9
COMPRESIÓN DEL PROBLEMA	Proposición relacional.	9	9	9
	Proposición interrogativa.	7	7	6
	Representaciones con esquemas gráficos.	8	8	8
	Representación simbólica con fallas en lo convencional.	1	1	3
ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN	Representación simbólico convencional	7	7	5
	Explicitar saberes previos	7	7	7

	Negociar y solucionar	8	8	8
DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA "PENSAR"	Socializar	8	8	8
	Autoevaluar	8	8	8
	Resolver problemas afines	8	8	8

En la resolución de los problemas de división por agrupamiento comparación en menos, se observó que todos los estudiantes comprendieron y plantearon la estrategia convencional que demandaba el problema, sin embargo los estudiantes E₂, E₈ y E₉ y E₄, aunque plantearon la operación requerida no resolvieron el problema porque cometieron errores de cálculo al realizar el algoritmo de la división.

Las imágenes muestran la dificultad que presentó el estudiante E₉ y los estudiantes al realizar el algoritmo de la división y la resolución del estudiante E₅.

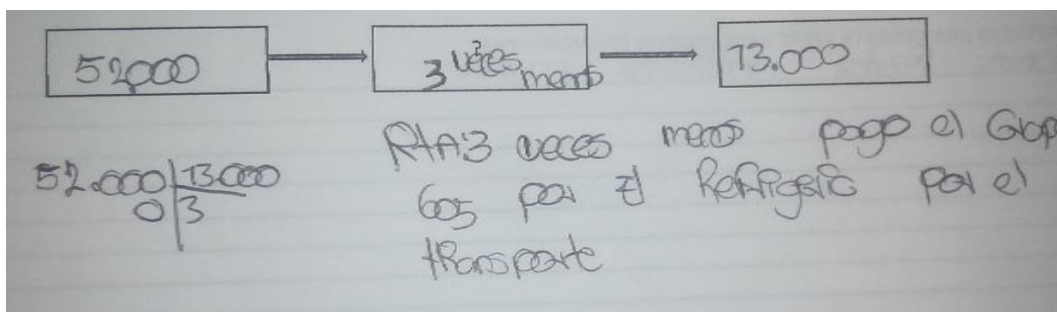


Imagen 22 Dificultad en el algoritmo

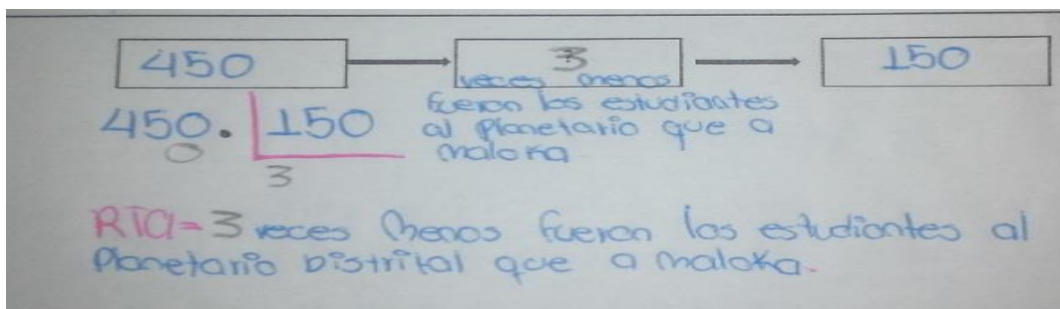


Imagen 23 Operación convencional

El desempeño logrado en la resolución de los problemas correspondiente a los problemas de división por agrupamiento comparación en menos evidencia que el 75% de los estudiantes que participaron en el estudio, han mejoraron el nivel en este proceso, comprendieron mejor las proposiciones del enunciado; esto se evidencia porque la estrategia planteada era la que pedía el problema, no cambiaron la estructura ni invirtieron la relación de los datos. Las dificultades que presentaron estaban relacionadas con el cálculo al realizar el algoritmo. El 25% de la muestra de estudio aunque plantearon la división como estrategia para resolver, las respuestas dadas no guardaban relación con las proposiciones del enunciado, esto indica que no comprendieron los problemas.

También el desarrollo de las etapas de la estrategia PENSAR fue fundamental para comprender y resolver.

Tabla 21

Análisis de categorías de la unidad didáctica n°6 problemas de división por agrupamiento comparación en “menos”

CATEGORIAS	OBSERVACIONES	INTERPRETACION
DIFICULTADES ENCONTRADAS	Algunos estudiantes presentaron dificultad en la realización del algoritmo de la división porque cometieron errores de cálculo.	La dificultad ya no es la comprensión de las proposiciones del enunciado del problema, sino la realización del algoritmo.
COMPRESION DEL PROBLEMA	La mayoría de estudiantes leyeron varias veces cada problema, los representaron y los resolvieron con la división.	Lograron comprender las proposiciones del enunciado del problema a través de las representaciones que realizaron con poca intervención del docente.
ESTRATEGIAS DE SOLUCION	Los estudiantes representaron los problemas a través de esquemas gráficos, todos usaron la división como estrategia para resolver los problemas.	Las representaciones y estrategias de resolución realizadas por los estudiantes evidenciaron que han avanzado del nivel simbólico con fallas en lo convencional al nivel simbólico convencional.

DESARROLLO ESTRATEGIA PENSAR	Falto profundizar en los saberes previos, en la etapa de negociación y solución todos los estudiantes la desarrollaron y participaron activamente en el trabajo grupal realizado en la etapa de socialización, también se autoevaluaron y realizaron los problemas afines planteados.	La estrategia PENSAR les permitió planificar la estrategia y ejecutarla lo que se podría considerar como las heurísticas para resolver problemas.
------------------------------------	---	---

4.2 Resultados

Al finalizar la intervención de aula se obtuvieron los siguientes resultados:

En la categoría dificultades encontradas por los estudiantes en la resolución de PAEV de estructura multiplicativa de comparación, se observó que la dificultad que más veces se presentó fue el cambio de estructura del problema porque realizaron suma o resta para resolver los problemas que requerían de la multiplicación o la división. También en un menor porcentaje se presentó la dificultad con la comprensión de la estructura lingüística ya que la expresión verbal “veces más” y “veces menos” les generó confusión y relacionaron la palabra “más” con la suma y la palabra menos con la “resta” realizando estas operaciones, por la tanto las soluciones a los PAEV, no guardaban relación con el problema planteado.

Lo anterior es evidencia de que los estudiantes no comprenden las proposiciones del enunciado del problema principalmente la proposición relacional e interrogativa, porque plantearon operaciones que no les permitió resolver el problema y tampoco verificaron si la respuesta guardaba alguna relación con la proposición interrogativa.

De igual manera se encontraron dificultades de procedimiento y de cálculo en la ejecución del algoritmo de la división por lo que no logaron responder correctamente la pregunta del problema; aunque plantearon la operación correspondiente para resolver el problema.

En la categoría estrategias de solución, se observó que los estudiantes usaron operaciones convencionales como la suma, resta, multiplicación y división para resolver. En los problemas de multiplicación, algunos estudiantes realizaron sumas reiteradas, sumando el multiplicando la cantidad de veces que indicaba el multiplicador, así obtuvieron la respuesta correcta, la mayoría de los estudiantes resolvieron este tipo de problemas usando como estrategia el algoritmo convencional de la multiplicación. En los problemas de división la estrategia utilizada con más frecuencia fue el algoritmo convencional de la división; algunos estudiantes usaron como estrategia hacer la tabla de multiplicar con el divisor, para resolver correctamente este tipo de problemas.

Teniendo en cuenta lo anterior y los niveles de resolución de problemas planteados por García (2010), el 34% de los estudiantes que participaron en el estudio se encuentran en el nivel simbólico con fallas en lo convencional, porque, aunque usan operaciones convencionales simples con un procedimiento convencional más elaborado, el nivel de abstracción es más simple, algunos realizan el procedimiento convencional adecuado pero con cálculos erróneos. El 66% logró avanzar al nivel simbólico convencional porque emplearon operaciones convencionales apropiadas, demostrando así un grado de abstracción y representación mental superior.

Los estudiantes también usaron como ayuda el esquema gráfico propuesto para representar los datos del problema que les facilitó de alguna manera la comprensión del problema. También se observó como estrategia no convencional emergente el ensayo – error que usaron para resolver los problemas.

Los estudiantes mejoraron la comprensión de los problemas de división por agrupamiento con respecto a la prueba de entrada ya que plantearon la operación convencional que demandaba el problema, pero presentaron dificultad al realizar el algoritmo cometiendo errores de cálculo. Es importante plantear problemas con cantidades pequeñas para facilitar la comprensión de los mismos e incorporar paulatinamente cantidades mayores.

La categoría estrategia PENSAR se analizó desde dos variables, la primera con relación a las dificultades presentadas en su desarrollo y la segunda hace referencia a las acciones que favorecieron el desarrollo de habilidades para resolver los problemas multiplicativos de comparación.

Con relación a las dificultades observadas en el desarrollo de la estrategia metodológica PENSAR, se observó que los estudiantes inicialmente no tuvieron en cuenta las etapas que se deben desarrollar durante el proceso porque han mecanizado una estrategia operacional de solución y se muestra inflexible ante ésta situación por lo que leyeron el problema y resolvieron sin buscar otras alternativas que les permitiera comprender el problema.

Al analizar cada etapa de la estrategia PENSAR, se observó mayor dificultad al explicitar los saberes previos, porque se limitaron a nombrar las operaciones básicas, pero no explicaron cuál o cuáles eran apropiadas para resolver los problemas, algunos estudiantes no desarrollaron esta etapa. También se presentó dificultad en la etapa de autoevaluación porque unos estudiantes la realizaron antes de resolver los problemas, o antes de hacer la socialización en grupos en donde revisaron las estrategias, las fortalezas, dificultades y respuestas, por lo tanto la autoevaluación no fue objetiva.

Las acciones que favorecieron en alguna medida el desarrollo de habilidades para resolver problemas multiplicativos de comparación lo que indica que la intervención de aula basada en la estrategia PENSAR, si contribuyó para que los estudiantes de grado sexto desarrollaran habilidades para resolver problemas multiplicativos en la categoría de comparación.

Identificar los saberes previos que les permitiera resolver el problema y articularlos con los nuevos saberes que demandaba la situación, además la orientación y explicación por parte del docente de los conceptos que fuera necesario, aclaró dudas y contribuyó a comprender los tipos de problemas planteados.

En la etapa de socialización, se evidenció un trabajo muy enriquecedor porque se desarrolló en grupos de tres estudiantes, cada uno expuso las estrategias, el proceso y las

respuestas dadas en cada problema, también nombraron las fortalezas y las dificultades encontradas; luego compararon las respuestas, aclararon dudas y realizaron correcciones, lo cual evidenció trabajo colaborativo, respeto por la opinión del otro y participación activa. Los estudiantes que poco se expresan en clase ganaron confianza, seguridad para hablar en el grupo y exponer sus ideas, mejorando así su proceso de socialización.

En términos generales el desarrollo de la estrategia PENSAR, mejoró el proceso que realizan los estudiantes frente a la resolución de un problema ya que realizan una lectura comprensiva y reflexiva, buscaron diferentes estrategias para resolver, solicitaron explicación u orientación cuando no comprendían un enunciado o la realización de un algoritmo, esto demostró el interés por mejorar sus habilidades y resolver de una manera acertada los tipos de problemas planteados.

5. CONCLUSIONES

La resolución de PAEV es un proceso general de la actividad matemática que debe estar presente a lo largo de todas las actividades curriculares del área y podría constituirse en el eje principal del currículo del área de matemáticas, como lo indican los estándares básicos de competencias del MEN. La intervención realizada contribuyó al fortalecimiento de este proceso en la enseñanza de la matemática.

Al finalizar la investigación se puede concluir que:

Las dificultades que presentaron la mayoría de estudiantes al resolver problemas multiplicativos de comparación, estuvieron relacionadas con la comprensión del enunciado del problema, principalmente con la expresión “veces más” y “veces menos” porque las relacionaron con las operaciones de suma y resta y cambiaron la estructura del problema.

Las estrategias que utilizaron los estudiantes para resolver los problemas multiplicativos de comparación fueron las operaciones básicas, aunque con fallas en lo convencional porque algunos no eligieron la operación correspondiente a la estructura o tuvieron dificultad con el algoritmo y el cálculo. Muy pocos estudiantes usaron material concreto y pictórico; aunque en el desarrollo de la investigación se vio la necesidad de orientar a los estudiantes para que implementaran estas estrategias en el proceso, para así logren una mejor comprensión y resuelvan los problemas.

Es necesario plantear estrategias que permitan a los estudiantes hacer representaciones de un nivel pictórico y simbólico antes de usar las operaciones convencionales para que mejoren el nivel de comprensión de los problemas multiplicativos; porque de acuerdo con los resultados del estudio, algunos estudiantes aún presentan dificultad para resolver estos problemas y demostraron que no han comprendido la estructura multiplicativa. El lenguaje pictórico hace más comprensible para los estudiantes los enunciados, pues aporta mayor significado con respecto a ellos y a las finalidades que se pretenden con cada uno de ellos.

Al resolver problemas aritméticos se debe identificar el nivel de resolución en que se encuentra el estudiante y de esta manera plantear las estrategias pertinentes que le permita pasar de procedimientos simples más elaborados a proceso de abstracción más económicos y complejos, según los tipos de niveles de resolución planteados por García (2010).

Una de las dificultades que se presentan en los estudiantes para comprender y resolver problemas, está relacionada con la orientación que hacen los maestros ya que algunos desconocen las teorías para analizar problemas matemáticos por lo que enseñan un algoritmo y luego plantean problemas para reforzar, memorizar o ejercitar el procedimiento; esta situación

no les permite a los estudiantes proponer sus estrategias y si les limita la comprensión y estimula la memorización.

Al implementar la estrategia PENSAR para mejorar y / o desarrollar habilidades para resolver problemas multiplicativos de comparación, se encontró como mayor dificultad la estrategia que tienen mecanizada los estudiantes para resolver un problema que consistió en leer de manera rápida el problema y realizar una operación sin verificar si la respuesta guardaba relación con la pregunta del problema.

Una de las principales causas que generan dificultad en los estudiantes para resolver problemas aritméticos es la falta de lectura y de planificación, con la estrategia PENSAR se contribuyó para que los estudiantes asumieran con más responsabilidad la resolución de un problema ya que para desarrollar cada etapa deben leer comprensivamente, pensar y plantear posibles soluciones que luego se consolidan en el trabajo grupal. Aunque esta estrategia contribuyó para que los estudiantes mejoraran las habilidades para resolver problemas, se ve la necesidad de incluir en esta, una estrategia específica para que los estudiantes realicen representaciones y planteen estrategias que les permita resolver los PAEV.

6. RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la investigación es recomendable implementar la estrategia PENSAR, para que los estudiantes tengan la oportunidad de resolver diferentes situaciones problema que les permitirá desarrollar habilidades, ser más competentes en la resolución de problemas y avanzar a niveles simbólico convencional más complejos.

Frente a la resolución de problemas aritméticos es importante que los docentes tengan en cuenta diferentes aspectos para resolver problemas, identifiquen cuáles son las dificultades que encuentran los estudiantes y qué estrategias usan en este proceso, además identificar en qué nivel de resolución se encuentran, para que de esta manera puedan plantear estrategias que desarrollen habilidad en esta competencia.

Desde la experiencia como docente de matemáticas en educación básica y con la investigación realizada se recomienda que el docente domine de disciplina y realice la transposición didáctica para transformar el lenguaje matemático en situaciones prácticas y significativas para el estudiante que le faciliten comprender los diferentes conceptos de las estructuras aditivas y multiplicativas.

Para una próxima investigación acerca de la resolución de problemas multiplicativos de comparación se recomienda proponer estrategias que motiven a los estudiantes a usar diferentes métodos como el uso de material concreto, las representaciones pictóricas y simbólicas para comprender el problema antes de resolver con la operación convencional

REFLEXIÓN PEDAGÓGICA

En el proceso de enseñanza aprendizaje siempre he buscado que los estudiantes participen activamente en la construcción del conocimiento, pero en muchas ocasiones esto queda en la mera intención porque en el desarrollo de la clase por diferentes situaciones el protagonista es el docente y se asume al estudiante como aquel que viene a la escuela a seguir instrucciones, cumplir con unas de normas y acumular una serie de conceptos que no son significativos para su vida.

Teniendo en cuenta lo anterior debo modificar paulatinamente la práctica pedagógica y asumir al estudiante como el centro del proceso enseñanza aprendizaje, teniendo como punto de partida su capital cultural el cual debe ser articulado de una manera significativa con los nuevos conceptos que vaya a orientar. Otro elemento importante es tener en cuenta las necesidades e intereses de los estudiantes y no las del maestro solamente que generalmente están orientadas hacia una zona de confort, de la cual no queremos salir.

Con relación a la metodología debo implementar diferentes estrategias como el uso de las herramientas tecnológicas, las rutinas del pensamiento, el trabajo cooperativo entre muchas otras que le permitan a estudiante, asimilar los conceptos de una manera significativa, desarrollar el pensamiento y participar activamente en el proceso de aprendizaje.

De igual manera, pienso que la orientación de la matemática no se debe limitar a la mera enseñanza de algoritmos y procedimientos que memorizan algunos estudiantes y que poco les aporta para el desarrollo del pensamiento, ni los hace competentes para resolver diferentes problemas propios de la disciplina y del diario vivir; no hay que desconocer que estos procedimientos son necesarios y se debe ir más allá para desarrollar pensamiento matemático.

De acuerdo con lo anterior considero importante la matemática sea orientada desde situaciones problema significativas que le permitan al estudiante, la comprensión, la aplicación de los saberes previos, que les posibilite avanzar a niveles de competencia más complejos.

Es por esto que el docente de matemáticas debe plantear diferentes estrategias en las que el estudiante sea el protagonista, que aporte significativamente haciendo uso de sus preconceptos los cuales deben ser orientados por el docente, para que los logre articular con la nueva situación y le genere un aprendizaje significativo. Dentro de esas estrategias se debe estimular el trabajo cooperativo, pues con la investigación realizada se observó que los estudiantes en un alto porcentaje, aclaran dudas y superan dificultades con la discusión y la orientación de sus pares.

Haber cursado la maestría en pedagogía, me brindó herramientas para realizar reflexión pedagógica entre pares y así trascender y mejorar mi práctica, atendiendo a los intereses y

necesidades de mis estudiantes, realizando un trabajo integrador en donde el estudiante tenga la oportunidad de proponer, debatir, argumentar, socializar, evaluar, autoevaluar siendo él el protagonista en el proceso de enseñanza aprendizaje.

REFERENCIAS

- Aguilar, M., Navarro, J. I., y Alcalde, C. (2003). *El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos*. *Cultura y Educación*, 15(4), 385-397.
- Agudelo, G., Bedoya, V. y Restrepo, A. (2008). *Método Heurístico en la Resolución de Problemas Matemáticos*. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.
- Barrantes, H. (2006). *Resolución de Problemas*. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, UCR Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. 2006, número 1.
- Barroso J. y Rodríguez I. (2007). *Dificultades de Aprendizaje e Intervención Psicopedagógica en la Resolución de Problemas Matemáticos*. *Revista de Educación*, 342. Pp. 257-286.
- Bonilla y Romero (2014). *La resolución de Problemas: sus posibilidades para el desarrollo del pensamiento multiplicativo*. *Ruta Maestra*, 75. 75-85
- Echeverry (2013). *Estrategias Didácticas que Promueven el Aprendizaje de las Estructuras Multiplicativas a Partir de la Resolución de Problemas*. Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Colombia.
- Escribano y Del Valle (2008). *Aprendizaje basado en problemas*. Narcea, s. a. de ediciones.
 Recuperado de:
https://book.google.es/books?id=irhqH07RALMC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_atb
- Escribano y Del Valle (2015). *Aprendizaje basado en problemas*. Ediciones de la U.
- Fernández, Molina y Planas (2015). *Evolución de Niveles de Éxito en la Resolución de Problemas de Estructura Multiplicativa en Educación primaria*. Departamento de Innovación y Formación Didáctica. Universidad de Alicante. España.
- García, S. (2010). *Resolución de Problemas Matemáticos en la Escuela Primaria*. Mexico: Editorial Trillas.
- Guerrero y Rey (2013). *Dificultades en la Resolución de Problemas Multiplicativos*. *Revista científica*, Bogotá, D.C.
- Hernández, R. (2010) *Metodología de la investigación*. México D.F: Editorial Mc Graw Hill.
- ICFES. (2016). *Informe de resultados 3 – 5- 9*. Bogotá: ICFES.

- Ivars y Fernández (2016) *Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años*. Educación Matemática, vol. 28, núm. 1, pp. 9-38. Grupo Santillana México Distrito Federal, México.
- Juidias, J. (2007). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos*. Revista de Educación, 257-286.
- Martínez, E. C. (1995). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Universidad de Granada, Granada, España.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*.
- Morales y Pérez (2009). *El Aprendizaje Basado en Problemas: una estrategia para promover el aprendizaje significativo*. Perspectivas docentes 40. p 3 a 10.
- Rico, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.
- Rodríguez Y. (2010). *La Práctica Pedagógica desde un Enfoque Problémico una Propuesta para la formación de Maestros*. Revista Entre Comillas, N° 13. Facultades de Educación, Ciencias Empresariales y Ciencias Aplicadas.
- Silva, L. (2009). *Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6° grado*. Universidad Iberoamericana Ciudad de México.
- Peltier, M. (2003). *Problemas aritméticos, articulación, significados y procedimientos de resolución*. Educación matemática, vol 15, número 003, Santillana, Distrito Federal de México.
- Vergnaud, G. (1991). *El Niño, las Matemáticas y la Realidad*. Editorial Trillas. México.

ANEXOS

ANEXO 1: GUÍA DE DIAGNÓSTICO

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3

AL ENCUENTRO CON EL MUNDO

GUÍA DE DIAGNÓSTICO

EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMÁTICAS - GRADO SEXTO

AUTOR: LUIS FERNANDO MARTÍNEZ MARTÍNEZ

NOMBRE:

_____GRUPO:_____FECHA:_____

TEMA: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

Instrucción

Lee cada problema y resuélvalo. Para esto debes registrar todas las estrategias que uses para realizarlo, las dificultades y fortalezas que se te presenten.

1. Camilo tiene 48 cartas de Dragón Ball Z. Santiago tiene cuatro veces más que él. ¿Cuántas cartas tiene Santiago?

2. Juana tiene 240 amigos en Facebook, que son 4 veces más que los que tiene Paulo. ¿Cuántos amigos tiene Paulo?

3. Kevin tiene 24 canicas, Marlon tiene 144. ¿Cuántas veces más tiene Marlon que Kevin?

4. Un celular Alcatel Pop C3 cuesta \$185.000. Cuesta 5 veces menos que un Samsung Galaxy J7. ¿Cuánto cuesta el celular Samsung Galaxy J7?

5. Los Hermanos Angie y Santiago están ahorrando dinero para comprar un **XBOX ONE**. Santiago está más motivado y ha ahorrado \$ 72800. Angie ha ahorrado 8 veces menos que Santiago. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado Angie?

ANEXO 2: GUIA DE INTERVENCIÓN N°1 MULTIPLICACIÓN COMPARACIÓN EN MÁS

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3
AL ENCUENTRO CON EL MUNDO
EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMÁTICAS - GRADO SEXTO
DOCENTES: LUIS FERNANDO MARTÍNEZ

NOMBRE: _____ FECHA: _____

TEMA: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

OBJETIVO: Resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación en el nivel de multiplicación comparación en más a través de representaciones con esquemas gráficos y la estrategia PENSAR.

1. P. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Acciones del maestro

Proponer la situación problema que sea del contexto de los estudiantes, orientar la búsqueda de la información y estimular el análisis de la situación a través de preguntas y ejemplos.

SALIDA PEDAGÓGICA

El colegio LAURELES ha organizado una salida pedagógica para los **estudiantes** de grado sexto que obtuvieron un desempeño SOBRESALIENTE en el primer periodo, organizados en dos grupos. Después de analizar muchas opciones, el Consejo Académico ha decidido que los cursos 601, 602, 603 y 605 irán a Maloka y los cursos 604, 606, 607, 608 y 609 irán al planetario Distrital. Esto con el fin de socializar e intercambiar experiencias de las dos salidas entre los diferentes grupos.

Ayuda a encontrar el valor que debe pagar el colegio por el transporte, la entrada y el refrigerio de los grupos que irán a MALOKA, resolviendo los problemas y completando el siguiente cuadro.

CURSO	TRANSPORTE	ENTRADA	REFRIGERIO
601			
602			
603			
605			

- Del grupo 602 han pagado la salida pedagógica 8 estudiantes y el grupo 605 han pagado 3 veces más que los estudiantes de 602. ¿Cuántos estudiantes del grupo 605 han pagado la salida pedagógica?
- En el grado séptimo solo 78 estudiantes han entregado los documentos requeridos y en el grado sexto han entregado documentos 4 veces más que el grado séptimo. ¿Cuántos estudiantes han entregado documentos en el grado sexto?
- El refrigerio para el grupo 601 cuesta \$12000 y el transporte les cuesta 4 veces más que el refrigerio. ¿Cuánto cuesta el transporte para el grupo 601?

2. E. EXPLICITAR LOS SABERES PREVIOS

Acciones del maestro

Orientar la reflexión para que el estudiante identifique los conocimientos previos requeridos para entender y resolver la situación, aclarar o nivelar estos saberes y explicar o enseñar si el caso lo requiere.

Escribe lo que necesita saber para resolver los problemas:

3. N. NEGOCIAR Y SOLUCIONAR

Acciones del maestro

Orienta para la búsqueda de estrategias para resolver la situación, organiza los grupos y orienta para que cumplan las reglas y estimula la participación activa.

Plantea estrategias y resuelve los problemas planteados; luego reúnete con dos compañeros y cuéntales lo que has hecho.

1. Del grupo 602 han pagado la salida pedagógica 8 estudiantes y el grupo 605 han pagado 3 veces más que los estudiantes de 602. ¿Cuántos estudiantes del grupo 605 han pagado la salida pedagógica?

2. En el grado séptimo solo 78 estudiantes han entregado los documentos requeridos y en el grado sexto han entregado documentos 4 veces más que el grado séptimo. ¿Cuántos estudiantes han entregado documentos en el grado sexto?

3. El refrigerio para el grupo 601 cuesta \$12000 y el transporte les cuesta 4 veces más que el refrigerio. ¿Cuánto cuesta el transporte para un grupo 601?

4. S. SOLUCIONAR Y SOCIALIZAR

Revisar en grupo los problemas resueltos, hacer las correcciones necesarias y socializar los resultados obtenidos a todo el grupo y profesor.

Acciones del maestro

ANEXO 3: GUIA DE INTERVENCIÓN MULTIPLICACIÓN COMPARACIÓN EN MENOS

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3
AL ENCUENTRO CON EL MUNDO
EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMATICAS - GRADO SEXTO
DOCENTES: LUIS FERNANDO MARTINEZ

NOMBRE: _____

FECHA: _____

TEMA: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

OBJETIVO: Resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación en el nivel de multiplicación comparación en menos a través de representaciones con esquemas gráficos y la estrategia PENSAR.

1. P. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Acciones del maestro

Proponer la situación problema que sea del contexto de los estudiantes, orientar la búsqueda de la información y estimular el análisis de la situación a través de preguntas y ejemplos.

SALIDA PEDAGÓGICA

El colegio LAURELES ha organizado una salida pedagógica para **los estudiantes** de grado sexto que obtuvieron un desempeño SOBRESALIENTE en el primer periodo, organizados en dos grupos. Después de analizar muchas opciones, el Consejo Académico ha decidido que los cursos 601, 602, 603 y 605 irán a Maloka y los cursos 604, 606, 607, 608 y 609 irán al planetario Distrital. Esto con el fin de socializar e intercambiar experiencias de las dos salidas entre los diferentes grupos.

Ayuda a encontrar el valor que debe pagar el colegio por el transporte, la entrada y el refrigerio de los grupos que irán a MALOKA, resolviendo los problemas y completando el siguiente cuadro.

CURSO	TRANSPORTE	ENTRADA	REFRIGERIO
601			
602			
603			
605			

1. En el grupo 604 solo 12 estudiantes han pagado la salida pedagógica, esto es 3 veces menos que los que han pagado la salida en el grupo 606. ¿Cuántos estudiantes del grupo 606 han pagado a salida pedagógica?
2. En el grado séptimo 72 estudiantes han entregado la copia del documento de identidad para la salida pedagógica, esto es 4 veces menos que los que han entregado en el grado sexto. ¿Cuántos estudiantes de grado sexto han entregado la copia del documento de identidad?
3. El grupo 601 gastó en entradas \$42000. Ellos gastaron 2 veces menos que el grupo 602 en transporte. ¿Cuánto dinero gastó el grupo 602 en transporte?

2. E. EXPLICITAR LOS SABERES PREVIOS

Acciones del maestro

Orientar la reflexión para que el estudiante identifique los conocimientos previos requeridos para entender y resolver la situación, aclarar o nivelar estos saberes y explicar o enseñar si el caso lo requiere.

Escribe lo que necesita saber para resolver los problemas:

3. N. NEGOCIAR Y SOLUCIONAR

Acciones del maestro

Orienta para la búsqueda de estrategias para resolver la situación, organiza los grupos y orienta para que cumplan las reglas y estimula la participación activa.

Plantea estrategias y resuelve los problemas planteados; luego reúnete con dos compañeros y cuéntales lo que has hecho.

En el grupo 604 solo 12 estudiantes han pagado la salida pedagógica, esto es 3 veces menos que los que han pagado la salida en el grupo 606. ¿Cuántos estudiantes del grupo 606 han pagado a salida pedagógica?

En el grado séptimo 72 estudiantes han entregado la copia del documento de identidad para la salida pedagógica, esto es 4 veces menos que los que han entregado en el grado sexto. ¿Cuántos estudiantes de grado sexto han entregado la copia del documento de identidad?

El grupo 601 gastó en entradas \$42000. Ellos gastaron 2 veces menos que el grupo 602 en transporte. ¿Cuánto dinero gastó el grupo 602 en transporte?

--

1. S. SOLUCIONAR Y SOCIALIZAR

Revisar en grupo los problemas resueltos, hacer las correcciones necesarias y socializar los resultados obtenidos a todo el grupo y profesor.

Acciones del maestro

Guía el proceso, construcción o ejecución, asume el rol de acompañante cognitivo, aportando a la construcción de nuevos saberes y su integración a la práctica.

2. A. AUTOEVALUAR

Orienta la reflexión individual y grupal. Formula preguntas orientadoras a evaluar el proceso, a fomentar el pensamiento divergente, a evaluar estrategias, a la construcción de razonamientos y a fomentar el proceso descriptivo.

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	Me falta	Voy mejorando	Estoy súper
Conocimientos Previos	Mis conocimientos previos facilitaron la comprensión y solución de los problemas.			
Solución de problemas	Comprendí los problemas y utilice las operaciones adecuadas para solucionarlos.			
Trabajo en grupo	Participé activamente en el grupo y aporte a la solución de problemas.			

3. R. RESOLVER PROBLEMAS AFINES

Acciones del maestro

Propone pruebas individuales, revisa y retroalimenta los resultados

Los representantes del consejo estudiantil propusieron hacer un arreglo locativo en cada salón; para esta actividad solicitaron dinero a sus compañeros. El grado séptimo 60 estudiantes aportaron que es 3 veces menos que los estudiantes que aportaron en sexto. ¿Cuántos estudiantes aportaron en el grado sexto?

--

OBSERVACIONES:

ANEXO 4 GUÍA DE INTERVENCIÓN N°3 DIVISIÓN PARTICIÓN COMPARACIÓN EN MÁS

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3
AL ENCUENTRO CON EL MUNDO
EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMATICAS - GRADO SEXTO
DOCENTES: LUIS FERNANDO MARTINEZ

NOMBRE: _____ FECHA: _____

TEMA: Problemas de estructura multiplicativa.

Objetivo: Resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación en el nivel de división partición comparación en más a través de representaciones con esquemas gráficos y la estrategia PENSAR.

1. P. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Acciones del maestro

Proponer la situación problema que sea del contexto de los estudiantes, orientar la búsqueda de la información y estimular el análisis de la situación a través de preguntas y ejemplos.

SALIDA PEDAGÓGICA

El colegio LAURELES ha organizado una salida pedagógica para **los estudiantes** de grado sexto que obtuvieron un desempeño SOBRESALIENTE en el primer periodo, organizados en dos grupos. Después de analizar muchas opciones, el Consejo Académico ha decidido que los cursos 601, 602, 603 y 605 irán a Maloka y los cursos 604, 606, 607, 608 y 609 irán al planetario Distrital. Esto con el fin de socializar e intercambiar experiencias de las dos salidas entre los diferentes grupos.

Ayuda a encontrar el valor que debe pagar el colegio por el transporte, la entrada y el refrigerio de los grupos que irán a MALOKA, resolviendo los problemas y completando el siguiente cuadro.

CURSO	TRANSPORTE	ENTRADA	REFRIGERIO
601			
602			
603			
605			

- De los estudiantes de sexto 180 prefieren que la salida sea a Maloka, que son 3 veces más que los que prefieren que la salida sea al Planetario Distrital. ¿Cuántos estudiantes prefieren que la salida sea al Planetario Distrital?
- Una opción para la salida es ir a una granja fuera de Bogotá, el transporte por estudiante cuesta \$32000, que es 4 veces más que lo que cuesta el transporte para ir a Maloka. ¿Cuánto cuesta el transporte por estudiante para ir a Maloka?
- El grupo 602 gastó \$60000 en entradas, que es 4 veces más que lo que gastó en refrigerio. ¿Cuánto gastó el grupo 602 en refrigerio?

2. E. EXPLICITAR LOS SABERES PREVIOS

Acciones del maestro

Orientar la reflexión para que el estudiante identifique los conocimientos previos requeridos para entender y resolver la situación, aclarar o nivelar estos saberes y explicar o enseñar si el caso lo requiere.

Escribe lo que necesita saber para resolver los problemas

3. N. NEGOCIAR Y SOLUCIONAR

Acciones del maestro

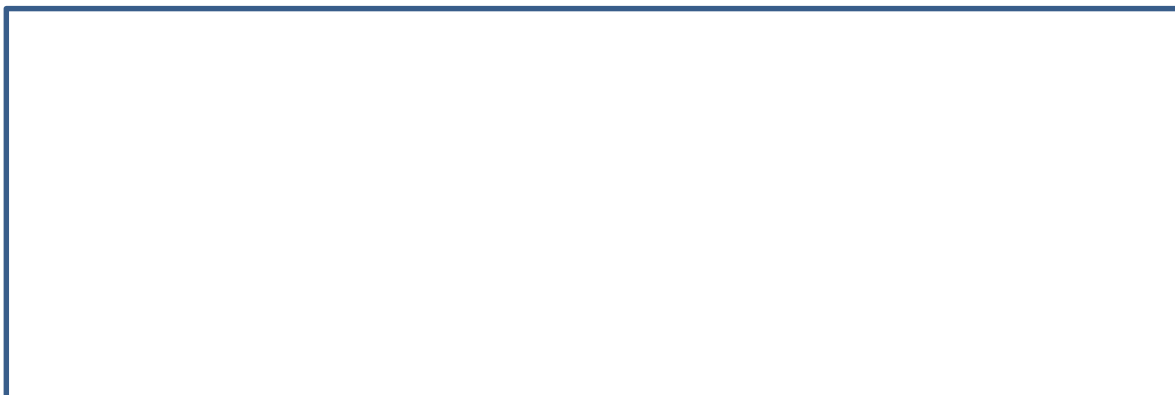
Orienta para la búsqueda de estrategias para resolver la situación, organiza los grupos y orienta para que cumplan las reglas y estimula la participación activa.

Plantea estrategias y resuelve los problemas planteados; luego reúnete con dos compañeros y cuéntales lo que has hecho.

1. De los estudiantes de sexto 180 prefieren que la salida sea a Maloka, que son 3 veces más que los que prefieren que la salida sea al Planetario Distrital. ¿Cuántos estudiantes prefieren que la salida sea al Planetario Distrital?

2. Una opción para la salida es ir a una granja fuera de Bogotá, el transporte por estudiante cuesta \$32000, que es 4 veces más que lo que cuesta el transporte para ir a Maloka. ¿Cuánto cuesta el transporte por estudiante para ir a Maloka?

3. El grupo 602 gastó \$60000 en entradas, que es 4 veces más que lo que gastó en refrigerio. ¿Cuánto gastó el grupo 602 en refrigerio?



1. S. SOLUCIONAR Y SOCIALIZAR

Revisar en grupo los problemas resueltos, hacer las correcciones necesarias y socializar los resultados obtenidos a todo el grupo y profesor.

Acciones del maestro

Guía el proceso, construcción o ejecución, asume el rol de acompañante cognitivo, aportando a la construcción de nuevos saberes y su integración a la práctica.

2. A. AUTOEVALUAR

Orienta la reflexión individual y grupal. Formula preguntas orientadoras a evaluar el proceso, a fomentar el pensamiento divergente, a evaluar estrategias, a la construcción de razonamientos y a fomentar el proceso descriptivo.

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	Me falta	Voy mejorando	Estoy súper
Conocimientos Previos	Mis conocimientos previos facilitaron la comprensión y solución de los problemas.			
Solución de problemas	Comprendí los problemas y utilice las operaciones adecuadas para solucionarlos.			
Trabajo en grupo	Participé activamente en el grupo y aporte a la solución de problemas.			

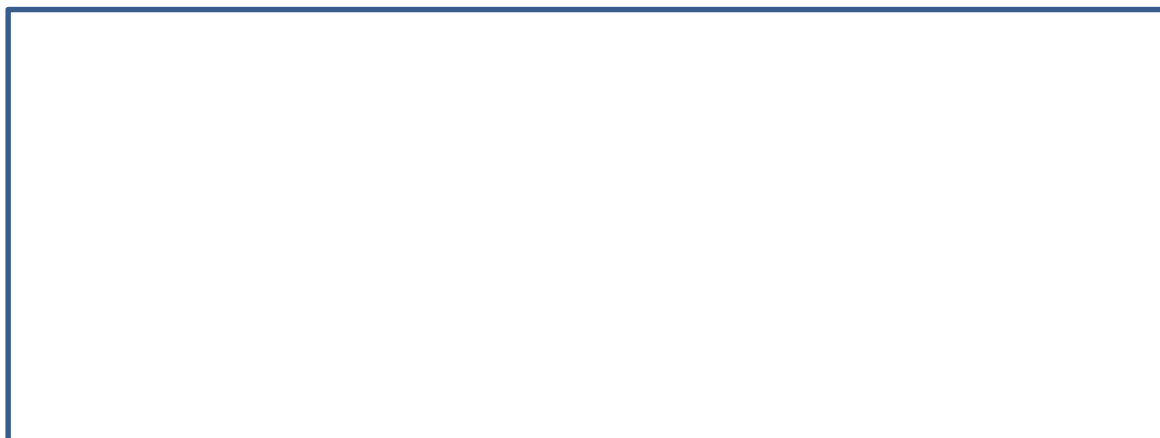
3. R. RESOLVER PROBLEMAS AFINES

Acciones del maestro

Propone pruebas individuales, revisa y retroalimenta los resultados.

Resuelve el problema

En el grupo 605, 32 estudiantes han cancelado el calendario matemático, que son 4 veces más que los estudiantes de 608 que han cancelado el calendario matemático. ¿Cuántos estudiantes de 608 han cancelado el calendario matemático?



OBSERVACIONES:

**ANEXO 5. GUÍA DE INTERVENCIÓN N°4 DIVISIÓN PARTICIÓN
COMPARACIÓN EN MENOS**

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3
AL ENCUENTRO CON EL MUNDO
EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMATICAS - GRADO SEXTO
DOCENTES: LUIS FERNANDO MARTINEZ

NOMBRE: _____ **FECHA:** _____

TEMA: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

OBJETIVO: Resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación en el nivel de división partición comparación en menos a través de representaciones con esquemas gráficos y la estrategia PENSAR.

1. P. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Acciones del maestro

Proponer la situación problema que sea del contexto de los estudiantes, orientar la búsqueda de la información y estimular el análisis de la situación a través de preguntas y ejemplos.

SALIDA PEDAGÓGICA

El colegio LAURELES ha organizado una salida pedagógica para **los estudiantes** de grado sexto que obtuvieron un desempeño SOBRESALIENTE en el primer periodo, organizados en dos grupos. Después de analizar muchas opciones, el Consejo Académico ha decidido que los cursos 601, 602, 603 y 605 irán a Maloka y los cursos 604, 606, 607, 608 y 609 irán al planetario Distrital. Esto con el fin de socializar e intercambiar experiencias de las dos salidas entre los diferentes grupos.

Ayuda a encontrar el valor que debe pagar el colegio por el transporte, la entrada y el refrigerio de los grupos que irán a MALOKA, resolviendo los problemas y completando el siguiente cuadro.

CURSO	TRANSPORTE	ENTRADA	REFRIGERIO
601			
602			
603			
605			

1. En el grupo 608, han pagado la salida pedagógica 28 estudiantes y en el grupo 609, han pagado 4 veces menos que los estudiantes que han pagado en el grupo 608. ¿Cuántos estudiantes del grupo 609 han pagado la salida pedagógica?
2. Se les pregunto a los estudiantes de séptimo a cuál lugar preferían ir a Maloka o al Planetario Distrital, 180 estudiantes prefirieron ir a Maloka y al Planetario Distrital lo prefirieron 4 veces menos que los estudiantes que prefirieron ir a Maloka. ¿Cuántos estudiantes prefirieron ir al Planetario Distrital?
3. El grupo 603 pagó por el transporte \$86000 y el grupo 605 pagó 2 veces menos por las entradas que el grupo 603 por el transporte. ¿Cuánto dinero pagó el grupo 605 por las entradas?

2. E. EXPLICITAR LOS SABERES PREVIOS

Acciones del maestro

Orientar la reflexión para que el estudiante identifique los conocimientos previos requeridos para entender y resolver la situación, aclarar o nivelar estos saberes y explicar o enseñar si el caso lo requiere.

Escribe lo que necesita saber para resolver los problemas:

3. N. NEGOCIAR Y SOLUCIONAR

Acciones del maestro

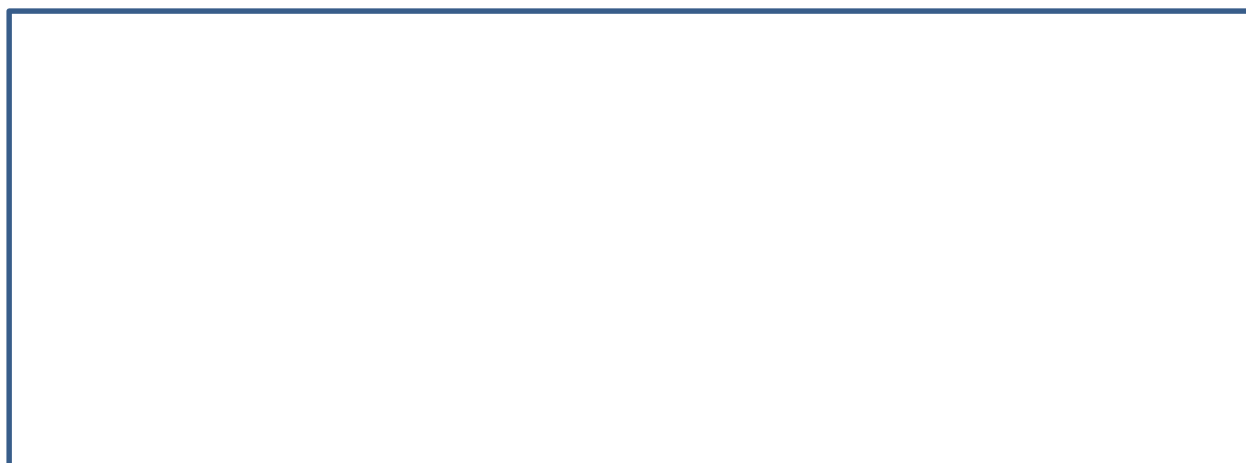
Orienta para la búsqueda de estrategias para resolver la situación, organiza los grupos y orienta para que cumplan las reglas y estimula la participación activa.

Plantea estrategias y resuelve los problemas planteados; luego reúnete con dos compañeros y cuéntales lo que has hecho.

1. En el grupo 608, han pagado la salida pedagógica 28 estudiantes y en el grupo 609, han pagado 4 veces menos que los estudiantes que han pagado en el grupo 608. ¿Cuántos estudiantes del grupo 609 han pagado la salida pedagógica?

2. Se les pregunto a los estudiantes de séptimo a cuál lugar preferían ir a Maloka o al Planetario Distrital, 180 estudiantes prefirieron ir a Maloka y al Planetario Distrital lo prefirieron 4 veces menos que los estudiantes que prefirieron ir a Maloka. ¿Cuántos estudiantes prefirieron ir al Planetario Distrital?

3. El grupo 603 pagó por el transporte \$ 86000 y el grupo 605 pagó 2 veces menos por las entradas que el grupo 603 por el transporte. ¿Cuánto dinero pagó el grupo 605 por las entradas?



4. S. SOLUCIONAR Y SOCIALIZAR

Revisar en grupo los problemas resueltos, hacer las correcciones necesarias y socializar los resultados obtenidos a todo el grupo y profesor.

Acciones del maestro

Guía el proceso, construcción o ejecución, asume el rol de acompañante cognitivo, aportando a la construcción de nuevos saberes y su integración a la práctica.

5. A. AUTOEVALUAR

Orienta la reflexión individual y grupal. Formula preguntas orientadoras a evaluar el proceso, a fomentar el pensamiento divergente, a evaluar estrategias, a la construcción de razonamientos y a fomentar el proceso descriptivo.

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	Me falta	Voy mejorando	Estoy súper
Conocimientos Previos	Mis conocimientos previos facilitaron la comprensión y solución de los problemas.			
Solución de problemas	Comprendí los problemas y utilice las operaciones adecuadas para solucionarlos.			
Trabajo en grupo	Participé activamente en el grupo y aporte a la solución de problemas.			

6. R. RESOLVER PROBLEMAS AFINES

Acciones del maestro

Propone pruebas individuales, revisa y retroalimenta los resultados

Resuelve el problema

Los estudiantes de 605 organizaron un compartir para el cual compraron Pizza y Gaseosa; la pizza les costó \$72000 y la gaseosa les costó 6 veces menos que lo que les costó la pizza. ¿Cuánto pagaron los estudiantes de 605 por la gaseosa?

ANEXO 6. GUÍA DE INTERVENCIÓN N° 5 DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO COMPARACIÓN EN MÁS

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3
AL ENCUENTRO CON EL MUNDO

EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMATICAS - GRADO SEXTO
DOCENTES: LUIS FERNANDO MARTINEZ

NOMBRE: _____ **FECHA:** _____

TEMA: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

OBJETIVO: Resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación en el nivel de división por agrupamiento comparación en más a través de representaciones con esquemas gráficos y la estrategia PENSAR.

1. P. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Acciones del maestro

Proponer la situación problema que sea del contexto de los estudiantes, orientar la búsqueda de la información y estimular el análisis de la situación a través de preguntas y ejemplos.

SALIDA PEDAGÓGICA

El colegio LAURELES ha organizado una salida pedagógica para **los estudiantes** de grado sexto que obtuvieron un desempeño SOBRESALIENTE en el primer periodo, organizados en dos grupos. Después de analizar muchas opciones, el Consejo Académico ha decidido que los cursos 601, 602, 603 y 605 irán a Maloka y los cursos 604, 606, 607, 608 y 609 irán al planetario Distrital. Esto con el fin de socializar e intercambiar experiencias de las dos salidas entre los diferentes grupos.

Ayuda a encontrar el valor que debe pagar el colegio por el transporte, la entrada y el refrigerio de los grupos que irán a MALOKA, resolviendo los problemas y completando el siguiente cuadro.

CURSO	TRANSPORTE	ENTRADA	REFRIGERIO
601			
602			
603			
605			

1. En el grupo 603, 28 estudiantes están al día con todos los requisitos para la salida pedagógica y en el grupo 601, 14 estudiantes han cumplido con los requisitos para la salida pedagógica. ¿Cuántas veces más, están al día con los requisitos los estudiantes de 603, que los de 601?
2. En el grado sexto 120 estudiantes han entregado la autorización para la salida pedagógica firmada por los padres de familia y en grado séptimo solo 30 estudiantes han entregado la circular firmada por los padres de familia. ¿Cuántas veces más, han entregado la circular firmada los estudiantes de sexto que los de séptimo?
3. El grupo 603 pagó en entradas \$72000 y en el refrigerio pagó \$18000. ¿Cuántas veces más pagaron por las entradas que por el refrigerio?

2. E. EXPLICITAR LOS SABERES PREVIOS

Acciones del maestro

Orientar la reflexión para que el estudiante identifique los conocimientos previos requeridos para entender y resolver la situación, aclarar o nivelar estos saberes y explicar o enseñar si el caso lo requiere.

Escribe lo que necesita saber para resolver los problemas:

3. N. NEGOCIAR Y SOLUCIONAR

Acciones del maestro

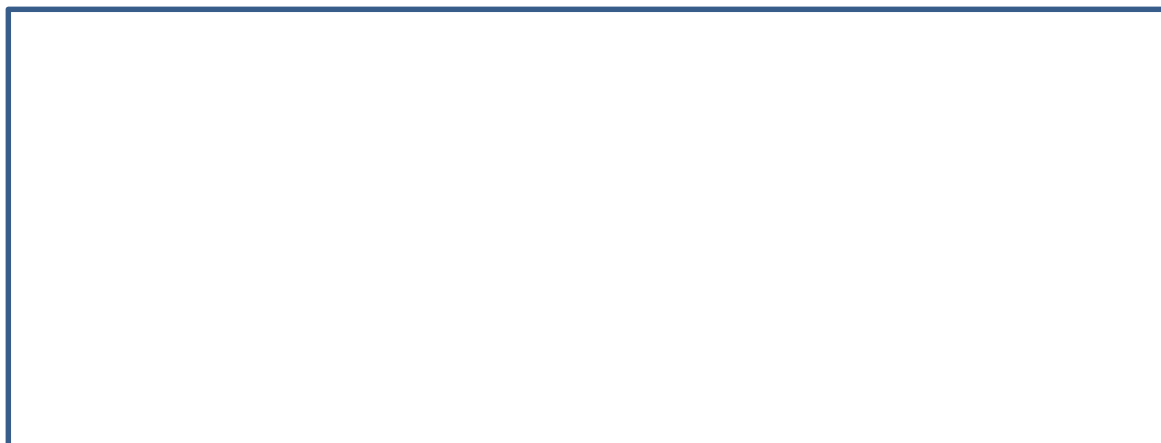
Orienta para la búsqueda de estrategias para resolver la situación, organiza los grupos y orienta para que cumplan las reglas y estimula la participación activa.

Plantea estrategias y resuelve los problemas planteados; luego reúnete con dos compañeros y cuéntales lo que has hecho.

1. En el grupo 603, 28 estudiantes están al día con todos los requisitos para la salida pedagógica y en el grupo 601, 14 estudiantes han cumplido con los requisitos para la salida pedagógica. ¿Cuántas veces más, están al día con los requisitos los estudiantes de 603, que los de 601?

2. En el grado sexto 120 estudiantes han entregado la autorización para la salida pedagógica firmada por los padres de familia y en grado séptimo solo 30 estudiantes han entregado la circular firmada por los padres de familia. ¿Cuántas veces más, han entregado la circular firmada los estudiantes de sexto que los de séptimo?

3. El grupo 603 pagó en entradas \$72000 y en el refrigerio pagó \$18000. ¿Cuántas veces más pagaron por las entradas que por el refrigerio?



4. S. SOLUCIONAR Y SOCIALIZAR

Revisar en grupo los problemas resueltos, hacer las correcciones necesarias y socializar los resultados obtenidos a todo el grupo y profesor.

Acciones del maestro

Guía el proceso, construcción o ejecución, asume el rol de acompañante cognitivo, aportando a la construcción de nuevos saberes y su integración a la práctica.

5. A. AUTOEVALUAR

Orienta la reflexión individual y grupal. Formula preguntas orientadoras a evaluar el proceso, a fomentar el pensamiento divergente, a evaluar estrategias, a la construcción de razonamientos y a fomentar el proceso descriptivo.

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	Me falta	Voy mejorando	Estoy súper
Conocimientos Previos	Mis conocimientos previos facilitaron la comprensión y solución de los problemas.			
Solución de problemas	Comprendí los problemas y utilice las operaciones adecuadas para solucionarlos.			
Trabajo en grupo	Participé activamente en el grupo y aporte a la solución de problemas.			

6. R. RESOLVER PROBLEMAS AFINES

Acciones del maestro

Propone pruebas individuales, revisa y retroalimenta los resultados.

Resuelve el problema.

4. Pedro tiene 96 años. Camilo su nieto tiene 12 años. ¿Cuántas veces más años tiene Pedro que su nieto?

**ANEXO 7. GUIA DE INTERVENCIÓN N°6 DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO
COMPARACIÓN EN MENOS**

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3
AL ENCUENTRO CON EL MUNDO

EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMATICAS - GRADO SEXTO
DOCENTES: LUIS FERNANDO MARTINEZ

NOMBRE: _____ **FECHA:** _____

TEMA: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

OBJETIVO: Resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación en el nivel de división partición comparación en menos a través de representaciones con esquemas gráficos y la estrategia PENSAR.

1. P. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Acciones del maestro

Proponer la situación problema que sea del contexto de los estudiantes, orientar la búsqueda de la información y estimular el análisis de la situación a través de preguntas y ejemplos.

SALIDA PEDAGÓGICA

El colegio LAURELES ha organizado una salida pedagógica para **los estudiantes** de grado sexto que obtuvieron un desempeño SOBRESALIENTE en el primer periodo, organizados en dos grupos. Después de analizar muchas opciones, el Consejo Académico ha decidido que los cursos 601, 602, 603 y 605 irán a Maloka y los cursos 604, 606, 607, 608 y 609 irán al planetario Distrital. Esto con el fin de socializar e intercambiar experiencias de las dos salidas entre los diferentes grupos.

Ayuda a encontrar el valor que debe pagar el colegio por el transporte, la entrada y el refrigerio de los grupos que irán a MALOKA, resolviendo los problemas y completando el siguiente cuadro.

CURSO	TRANSPORTE	ENTRADA	REFRIGERIO
601			
602			
603			
605			

1. Un día antes de la salida pedagógica 125 estudiantes de séptimo no han pagado la salida pedagógica ni han entregado documentos y 25 estudiantes de sexto tampoco lo han hecho. ¿Cuántas veces menos han entregado documentos los estudiantes de sexto que los estudiantes de séptimo?
2. Finalmente entre estudiantes de grado sexto y séptimo 450 estudiantes fueron a Maloka y 150 estudiantes fueron al Planetario Distrital. ¿Cuántas veces menos fueron estudiantes al Planetario Distrital que a Maloka?
3. El grupo 605 gastó en transporte \$52000 y en refrigerio \$ 13000 ¿Cuántas veces menos pagó el grupo 605 por el refrigerio que por el transporte?

2. E. EXPLICITAR LOS SABERES PREVIOS

Acciones del maestro

Orientar la reflexión para que el estudiante identifique los conocimientos previos requeridos para entender y resolver la situación, aclarar o nivelar estos saberes y explicar o enseñar si el caso lo requiere.

Escribe lo que necesita saber para resolver los problemas:

3. N. NEGOCIAR Y SOLUCIONAR

Acciones del maestro

Orienta para la búsqueda de estrategias para resolver la situación, organiza los grupos y orienta para que cumplan las reglas y estimula la participación activa.

Plantea estrategias y resuelve los problemas planteados; luego reúnete con dos compañeros y cuéntales lo que has hecho.

1. Un día antes de la salida pedagógica 125 estudiantes de séptimo no han pagado la salida pedagógica ni han entregado documentos y 25 estudiantes de sexto tampoco lo han hecho. ¿Cuántas veces menos han entregado documentos los estudiantes de sexto que los estudiantes de séptimo?

2. Finalmente entre estudiantes de grado sexto y séptimo 450 estudiantes fueron a Maloka y 150 estudiantes fueron al Planetario Distrital. ¿Cuántas veces menos fueron estudiantes al Planetario Distrital que a Maloka?

3. El grupo 605 gastó en transporte \$52000 y en refrigerio \$ 13000 ¿Cuántas veces menos pagó el grupo 605 por el refrigerio que por el transporte?

4. S. SOLUCIONAR Y SOCIALIZAR

Revisar en grupo los problemas resueltos, hacer las correcciones necesarias y socializar los resultados obtenidos a todo el grupo y profesor.

Acciones del maestro

Guía el proceso, construcción o ejecución, asume el rol de acompañante cognitivo, aportando a la construcción de nuevos saberes y su integración a la práctica.

5. A. AUTOEVALUAR

Orienta la reflexión individual y grupal. Formula preguntas orientadoras a evaluar el proceso, a fomentar el pensamiento divergente, a evaluar estrategias, a la construcción de razonamientos y a fomentar el proceso descriptivo.

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	Me falta	Voy mejorando	Estoy súper
Conocimientos Previos	Mis conocimientos previos facilitaron la comprensión y solución de los problemas.			
Solución de problemas	Comprendí los problemas y utilice las operaciones adecuadas para solucionarlos.			
Trabajo en grupo	Participé activamente en el grupo y aporte a la solución de problemas.			

6. R. RESOLVER PROBLEMAS AFINES

Acciones del maestro

Propone pruebas individuales, revisa y retroalimenta los resultados

Trabajo Individual

Resuelve el problema.

En la institución hay 54 computadores portátiles y 18 tabletas. ¿Cuántas veces menos hay tabletas que computadores portátiles en la institución?

OBSERVACIONES:

ANEXO 8. PRUEBA DE SALIDA PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

COLEGIO GRANCOLOMBIANO CICLO 3
 AL ENCUENTRO CON EL MUNDO
 EJE CIENTÍFICO-TÉCNICO – ASIGNATURA MATEMATICAS - GRADO SEXTO
 DOCENTES: LUIS FERNANDO MARTINEZ

NOMBRE: _____ **FECHA:** _____

TEMA: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

OBJETIVO: Resolver problemas de estructura multiplicativa de comparación a través de la estrategia PENSAR.

4. P. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las cuentas claras

En la coordinación escolar hay una problemática porque los estudiantes de ciclo tres han pagado en calendario matemático, pero no todos lo hicieron al tiempo y por lo tanto las cuentas no están claras. Para saber cuánto han cancelado ha sido necesario averiguar cuanto cancelaron los grupos. A través de los siguientes problemas encuentra el valor cancelado en algunos grupos y de esta manera ayudar a responder los siguientes interrogantes.

1. ¿Cuánto dinero ha pagado cada grupo por los calendarios matemáticos?
2. ¿Cuánto dinero han cancelado en total?

Problemas

1. El grupo 608 han cancelado \$8000 y el grupo 607 ha cancelado 3 veces más que el grupo 608. ¿Cuánto dinero ha cancelado el grupo 607?
2. El grupo 603 ha cancelado \$4000, esto es 6 veces menos que lo que ha cancelado el grupo 605. ¿Cuánto dinero ha cancelado el grupo 605?
3. El grupo 709 ha cancelado \$36000, esto es 3 veces más de lo que ha cancelado el grupo 706. ¿Cuánto dinero ha cancelado el grupo 706?
4. El grupo 602 ha cancelado \$ 15000 y el grupo 604 ha cancelado 3 veces menos que lo cancelado por el grupo 602. ¿Cuánto dinero ha cancelado el grupo 604?
5. El grupo 601 ha cancelado \$24000 y el grupo 609 ha cancelado \$6000. ¿Cuántas veces más ha cancelado 601 que 606?
6. El grupo 704 ha cancelado \$28000 y el grupo 707 \$7000. ¿Cuántas veces menos ha cancelado 707 que 704?

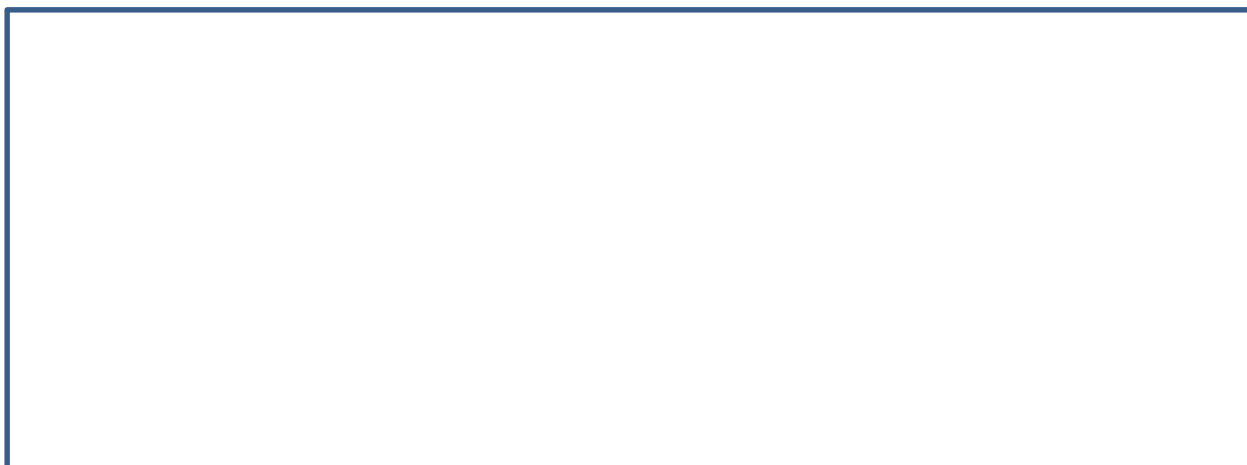
5. E. EXPLICITAR LOS SABERES PREVIOS

Escribe lo que necesita saber para resolver los problemas:

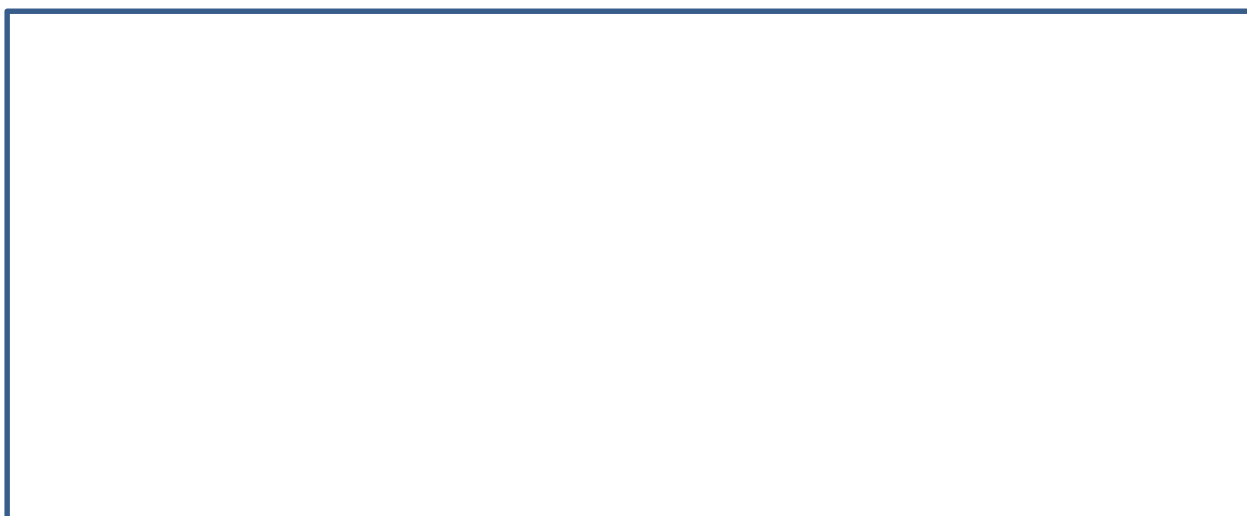
6. N. NEGOCIAR Y SOLUCIONAR

Plantea estrategias y resuelve los problemas planteados; luego reúnete con dos compañeros y cuéntales lo que has hecho.

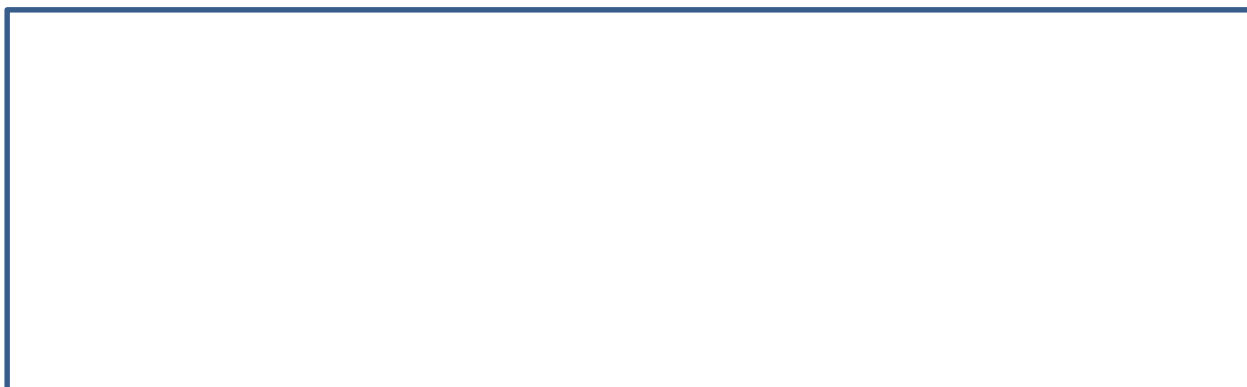
1. El grupo 608 han cancelado \$8000 y el grupo 607 ha cancelado 3 veces más que el grupo 608. ¿cuánto dinero ha cancelado el grupo 607?



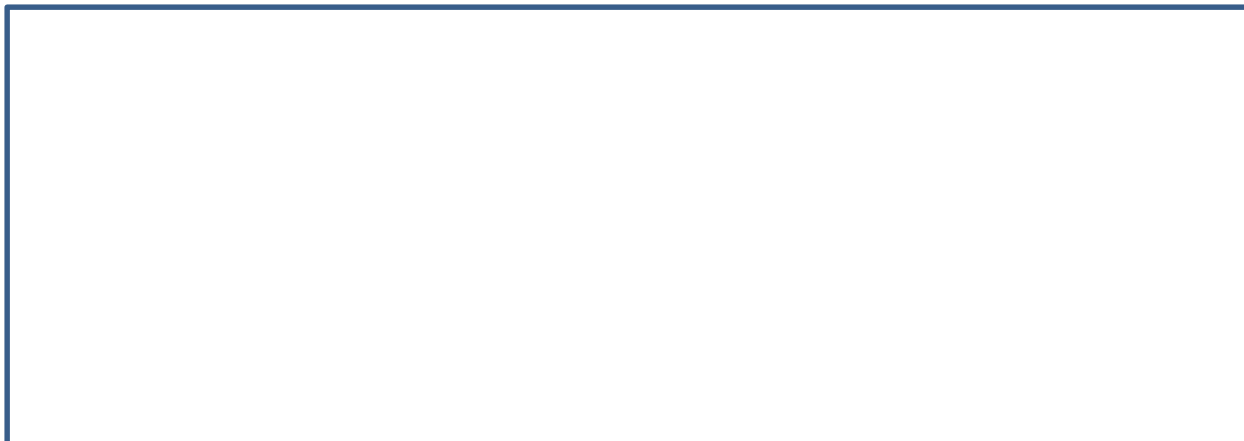
2. El grupo 603 ha cancelado \$4000, esto es 6 veces menos que lo que ha cancelado el grupo 605. ¿Cuánto dinero ha cancelado el grupo 605?



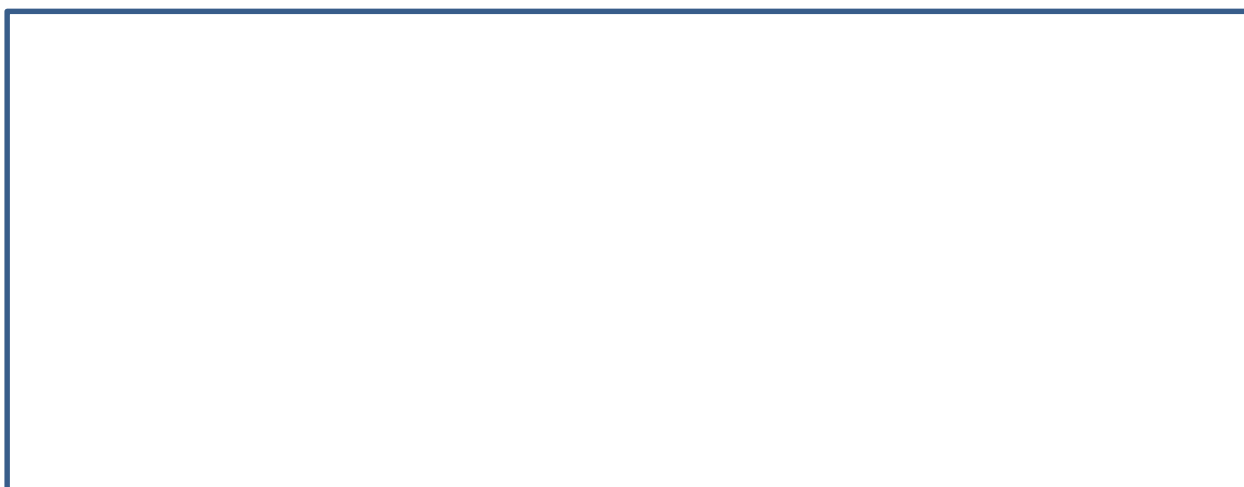
3. El grupo 709 ha cancelado \$36000, esto es 3 veces más de lo que ha cancelado el grupo 706. ¿Cuánto dinero ha cancelado el grupo 706?



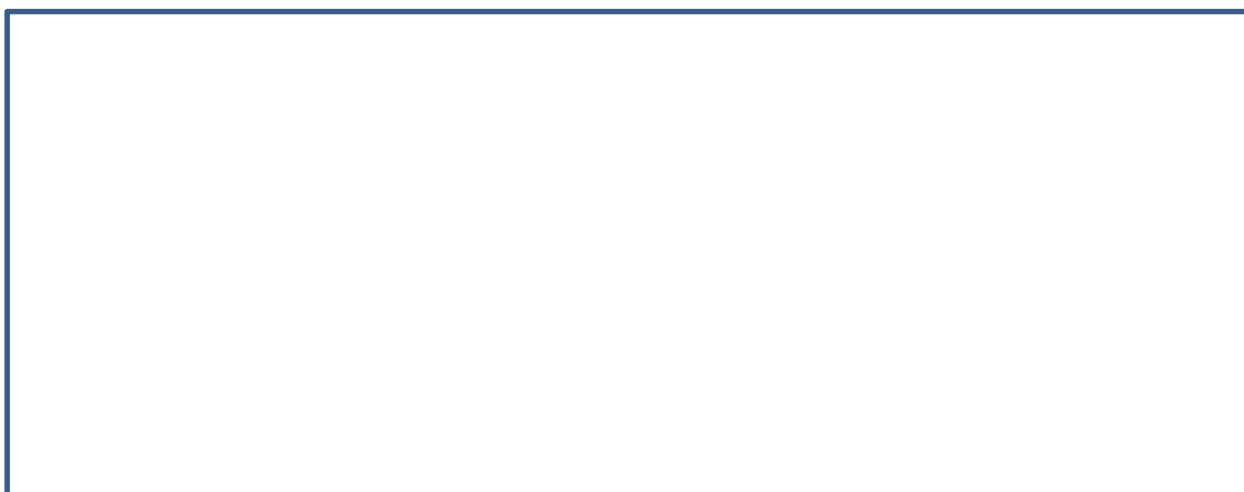
4. El grupo 602 ha cancelado \$ 15000 y el grupo 604 ha cancelado 3 veces menos que lo cancelado por el grupo 602. ¿Cuánto dinero ha cancelado el grupo 604?



5. El grupo 601 ha cancelado \$24000 y el grupo 609 ha cancelado \$6000. ¿Cuántas veces más ha cancelado 601 que 606?



6. El grupo 704 ha cancelado \$28000 y el grupo 707 \$7000. ¿Cuántas veces menos ha cancelado 707 que 704?



S. SOLUCIONAR Y SOCIALIZAR

Revisar en grupo los problemas resueltos, hacer las correcciones necesarias y socializar los resultados obtenidos a todo el grupo y profesor.

7. A. AUTOEVALUAR

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	Me falta	Voy mejorando	Estoy súper
Conocimientos Previos	Mis conocimientos previos facilitaron la comprensión y solución de los problemas.			
Solución de problemas	Comprendí los problemas y utilice las operaciones adecuadas para solucionarlos.			
Trabajo en grupo	Participé activamente en el grupo y aporte a la solución de problemas.			

8. R. RESOLVER PROBLEMAS AFINES

Trabajo Individual

Resuelve el problema.

Entre los grados quinto y sexto 320 estudiantes han comprado el calendario matemático y en el grado séptimo han comprado el calendario matemático 80 estudiantes. ¿Cuántas veces menos, han comprado el calendario matemático en el grado sétimo, que en quinto y sexto?

OBSERVACIONES:
